ISSN (E) - 2184-1334
28.02.2021

"ILM-FAN VA TA'LIMDA INNOVATSION YONDASHUVLAR, MUAMMOLAR, TAKLIF VA YECHIMLAR"

Google Scholar

WORLD of JOURNALS

KO'P TARMOQLI 9-SONLI RESPUBLIKA ILMIY-ONLAYN

KONFERENSIYASI

OPEN ACCESS

Crossref doi

FARG'ONA VILOYATI, FARG'ONA SHAHRI
ISTE'DOD KO'CHASI 1-UY, 1-XONADON

+99891-152-93-14

WWW.ACADEMIASCIENCE.ORG

"ACADEMIA SCIENCE"

"UzACADEMIA"

SCIENTIFIC-METHODICAL JOURNAL

ISSN (E) – 2181 – 1334

"ILM-FAN VA TA'LIMDA INNOVATSION YONDASHUVLAR, MUAMMOLAR, TAKLIF VA YECHIMLAR" MAVZUSIDAGI 9-SONLI RESPUBLIKA ILMIY-ONLAYN KONFERENSIYASI

MATERIALLARI TO'PLAMI

28-FEVRAL, 2021-YIL

1-QISM

MATERIALS OF THE 9 TH REPUBLICAN SCIENTIFIC-ONLINE CONFERENCE ON "INNOVATIVE APPROACHES, PROBLEMS, SUGGESTIONS AND SOLUTIONS IN SCIENCE AND EDUCATION"

28 FEBRUARY 2021

PART-1

www.academiasciencе.org

MUNDARIJA / TABLE OF CONTENTS / СОДЕРЖАНЫЕ

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ФРЕДГОЛЬМА АССОЦИИРОВАННЫЙ С ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА

Тошева Наргиза Ахмедовна
Исмоилова Дилдора Эркиновна
Магистрант Кафедра Математический анализ
Физико-математический факультет
Бухарский государственный университет

Аннотация. Данная работа посвящается к исследованию определителя Фредгольма для обобщенной модели Фридрихса h_μ. По определению этот модель соответствует системе, состоящей из не более чем двух частиц на решетке, определенной с помощью операторов рождения и уничтожения. Следует отметит, что обобщенная модель Фридрихса h_μ действует в обрезанном двухчастичном подпространстве фоковского пространства как 2×2-операторная матрица и является линейным, ограниченным, самосопряженным оператором.

Ключевые слова: обобщенная модель Фридрихса, определитель Фредгольма.

Пусть $T^d :\equiv (-\pi;\pi]^d$ - d - мерный тор, $H_0 := C$ - одномерное комплексное пространство, $H_1 := L_2(T^d)$ - гильбертова пространство квадратично-интегрируемых (вообще говоря комплекснозначных) функций, определенных на T^d и $H := H_0 \oplus H_1$.

Пространство H называется трехчастичное обрезанное подпространство пространство Фока.

В гильбертовом пространстве H рассмотрим обобщенную модель Фридрихса вида

$$h_\mu := \begin{pmatrix} h_{00} & \mu h_{01} \\ \mu h_{01}^* & h_{11} \end{pmatrix},$$

с матричными элементами

$$h_{00} f_0 = a \cdot f_0,\ h_{01} f_1 = \int_{T^d} v(t) f_1(t) dt,\ (h_{11} f_1)(p) = u(p) f_1(p).$$

В математической физике операторов h_{01} называют операторами уничтожения, а операторы h_{01}^* называются операторами рождения.

Здесь $f_i \in H_i$, $i = 0,1$; a – фиксированное вещественное число, $\mu > 0$ – параметр взаимодействия, $v(\cdot)$ и $u(\cdot)$ – вещественно-значные непрерывные функции на T^d. Из определения непосредственно вытекает, что при таких предположениях рассматриваемая обобщенная модель Фридрихса h_μ является линейной, ограниченной и самосопряженной в гильбертовом пространстве H (используется инструменты функционального анализа).

В данном случае операторная матрица h_μ является линейным, ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве H.

Пусть оператор h_0, действует в H как

$$h_0 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & h_{11} \end{pmatrix}$$

Оператор возмущения $h_\mu - h_0$, оператора h_0, является самосопряженным оператором ранга 2.

В данном случае операторная матрица A является линейным, ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве H.

Обозначим через $\sigma(\cdot), \sigma_{ess}(\cdot)$ и $\sigma_{disc}(\cdot)$, соответствено, спектр, существенный спектр и дискретный спектр ограниченного самосопряженного оператора.

Следовательно, из известной теоремы Г.Вейля о сохранении существенного спектра при возмущениях конечного ранга вытекает, что существенный спектр оператора h_μ, не зависят от параметра взаимодействия $\mu > 0$ и совпадает с существенном спектром оператора h_0. Легко можно показать, что

$$\sigma_{ess}(h_0) = [m; M], \quad \sigma_{disc}(h_\mu) = \{0\},$$

где числа m и M определяются следующим образом:

$$m := \min_{p \in T^d} u(p), \quad M := \max_{p \in T^d} u(p).$$

Заметим, что число 0 является простым собственным значением оператора h_0 и соответствующая вектор-функция имеет вид $(b,0)$, $b \neq 0$.

Из последних фактов следует, что существенный спектр оператора h_μ не зависят от значении параметра взаимодействия $\mu > 0$ и

$$\sigma_{ess}(h_\mu) = [m; M].$$

Определим регулярную в $C \setminus [m; M]$ функция (определитель Фредгольма, ассоциированный с оператором h_μ)

$$\Delta_\mu(z) := a - z - \mu^2 \int_{T^d} \frac{v^2(t)dt}{u(t)-z}.$$

Установим связь между собственными значениями оператора h_μ, и нулями функции $\Delta_\mu(\cdot)$, см. также [1].

Утверждение 1. При каждом фиксированном $\mu > 0$ число $z_\mu \in C \setminus [m;M]$ является собственным значением оператора h_μ тогда и только тогда, когда $\Delta_\mu(z_\mu) = 0$.

ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, **25**:1 (2019), pp. 273-281.