МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР ПРИВОЛЖСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РАН»

МИАН

НАУКА И УНИВЕРСИТЕТЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКТЫ РОССИИ

SIMC
Steklov International Mathematical Center

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ТЕОРИЯ ОПЕРАТОРОВ И КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ

Сборник материалов Международной научной конференции 08-12 июня 2024

УФА
АЭТЕРНА
2024

УДК 517
ББК 22.161
ISBN 978-5-00177-998-8
Т 11

Редакционная коллегия:
канд. физ.-мат. наук **Р.Н. Гарифуллин** *(отв. редактор)*;
д-р физ.-мат. наук Г**.Г. Амосов;**
д-р физ.-мат. наук **И.Х. Мусин**;
д-р физ.-мат. наук **В.Ж. Сакбаев**

Т 11
Теория функций, теория операторов и квантовая теория информации: сборник материалов Международной научной конференции (08-12 июня 2024 г.) / отв. ред. Р.Н. Гарифуллин. – Уфа: Аэтерна, 2024. – 60 с.

ISBN 978-5-00177-998-8

Представленные в сборнике тезисы посвящены исследованию современных проблем фундаментальной математики. Рассматриваются задачи комплексного анализа, теории аппроксимаций, теории операторов и квантовой теории информации.

Конференция проводится при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант НОМЦ ПФО, соглашение № 075-02-2024-1444, грант на создание и развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2022-265).

Тезисы докладов воспроизводятся с представленных авторами оригиналов.

УДК 517
ББК 22.161

© Коллектив авторов, 2024
© Аэтерна, 2024

синглетном состоянии состоит из объединения шестнадцати отрезков, а дискретный спектр системы состоит из десяти собственных значений; 3). Существенный спектр системы в первом синглетном состоянии состоит из объединения девятнадцати отрезков, а дискретный спектр системы состоит из десяти собственных значений; 4). Существенный спектр системы в первом синглетном состоянии состоит из объединения четырех отрезков, а дискретный спектр системы состоит из двух собственных значений.

The Wienberg equation for the eigenvectors of the family of operator matrices of order three

Tosheva N.A.
Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

Let $\mathbb{T}^3$ be the three-dimensional torus, $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$ be the field of complex numbers, $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T}^3)$ be the Hilbert space of square integrable (complex) functions defined on $\mathbb{T}^3$ and $\mathcal{H}_2 := L_2^{\mathrm{s}}((\mathbb{T}^3)^2)$ be the Hilbert space of square-integrable symmetric (complex) functions defined on $(\mathbb{T}^3)^2$. The Hilbert space $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$ is called three-particle cut subspace of a bosonic Fock space $\mathcal{F}_{\mathrm{s}}(L_2(\mathbb{T}^3))$ over $L_2(\mathbb{T}^3)$, respectively.

In the present paper we consider a family of 3×3 operator matrices $H(K)$, $K \in \mathbb{T}^3$ acting in the Hilbert space $\mathcal{H}$ as

$$H(K) := \begin{pmatrix} H_{00}(K) & H_{01} & 0 \\ H_{01}^* & H_{11}(K) & H_{12} \\ 0 & H_{12}^* & H_{22}(K) \end{pmatrix}$$

with the entries

$$H_{00}(K)f_0 = w_0(K)f_0, \quad H_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}^3} v_0(t)f_1(t)dt,$$

$$(H_{11}(K)f_1)(p) = w_1(K;p)f_1(p), \quad (H_{12}f_2)(p) = \int_{\mathbb{T}^3} v_1(t)f_2(p,t)dt,$$

$$(H_{22}(K)f_2)(p,q) = w_2(K;p,q)f_2(p,q), f_i \in \mathcal{H}_i, \quad i = 0,1,2,$$

where H_{ij}^* $i < j$ denotes the adjoint operator to H_{ij}.

Here $w_0(\cdot)$ is a real-valued bounded function on $\mathbb{T}^3$, the function $v_i(\cdot)$, $i = 0,1$ is a real-valued analytic on $\mathbb{T}^3$, the functions $w_1(\cdot;\cdot)$ and $w_2(\cdot;\cdot,\cdot)$ are defined by the equalities

$$w_1(K;p) := l_1\varepsilon(p) + l_2\varepsilon(K-p) + 1,$$

$$w_2(K;p,q) := l_1\varepsilon(p) + l_1\varepsilon(q) + l_2\varepsilon(K-p-q),$$

respectively, with $l_1, l_2 > 0$ and

$$\varepsilon(q) := \sum_{i=1}^{3}(1-\cos(nq^{(i)})), \quad q = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \in \mathbb{T}^3, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Under these assumptions the operator $H(K)$ is bounded and self-adjoint.

For operator matrix $H(K)$ first we construct the Weinberg equation and then we use this equation to show the finiteness of number of eigenvalues of operator matrix $H(K)$.

Положительность семейства моделей Фридрихса

Умиркулова Г.Х.

Бухарский государственный университет, г. Бухара, Узбекистан

Пусть $\mathbb{T}^3$ - трехмерный тор и $L_2(\mathbb{T}^3)-$ гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на $\mathbb{T}^3$. Рассмотрим семейства моделей Фридрихса $h_\mu(k)$, $\mu > 0$, $k \in \mathbb{T}^3$, действующий в $L_2(\mathbb{T}^3)$ как

$$h_\mu(k) := h_0(k) - \mu v,$$

где операторы $h_0(k)$, $k \in \mathbb{T}^3$ и v определяются по правилам:

$$(h_0(k)f)(p) = (l_1\varepsilon(p) + l_2\varepsilon(k+p))f(p), \quad (vf)(p) = \varphi(p)\int_{\mathbb{T}^3}\varphi(t)f(t)dt.$$

Здесь функция $\varepsilon(\cdot)$ определена как

$$\varepsilon(p) := \sum_{j=1}^{3}(1-\cos(mp^{(j)})),\ p = (p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}) \in \mathbb{T}^3, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Пусть $\mathbf{0} := (0,0,0)$. Из определения оператора $h_\mu(\mathbf{0})$ видно, что для существенного спектра оператора $h_\mu(\mathbf{0})$ имеет место равенство

$$\sigma_{\rm ess}(h_\mu(\mathbf{0})) = [0; 2(l_1+l_2)].$$

Положим

$$\mu_0 := (l_1+l_2)\left(\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\varphi^2(t)dt}{\varepsilon(t)}\right)^{-1}.$$