

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ  
НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР  
ПРИВОЛЖСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.А. СТЕКЛОВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РАН»



Steklov International Mathematical Center

# ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ТЕОРИЯ ОПЕРАТОРОВ И КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ

*Сборник материалов  
Международной научной конференции  
08-12 июня 2024*

УФА  
АЭТЕРНА  
2024

УДК 517  
ББК 22.161  
ISBN 978-5-00177-998-8  
Т 11

**Редакционная коллегия:**

канд. физ.-мат. наук **Р.Н. Гарифуллин** (отв. редактор);  
д-р физ.-мат. наук **Г.Г. Амосов**;  
д-р физ.-мат. наук **И.Х. Мусин**;  
д-р физ.-мат. наук **В.Ж. Сакбаев**

Т 11

**Теория функций, теория операторов и квантовая теория информации: сборник материалов Международной научной конференции (08-12 июня 2024 г.) / отв. ред. Р.Н. Гарифуллин. – Уфа: Аэтерна, 2024. – 60 с.**

ISBN 978-5-00177-998-8

Представленные в сборнике тезисы посвящены исследованию современных проблем фундаментальной математики. Рассматриваются задачи комплексного анализа, теории аппроксимаций, теории операторов и квантовой теории информации.

Конференция проводится при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант НОМЦ ПФО, соглашение № 075-02-2024-1444, грант на создание и развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2022-265).

Тезисы докладов воспроизводятся с представленных авторами оригиналов.

УДК 517  
ББК 22.161

© Коллектив авторов, 2024  
© Аэтерна, 2024

<i>Сергеев А.Г.</i> Квантование теории топологических диэлектриков	44
<i>Скорынин А.С., Федоров В.Е.</i> Глобальная разрешимость задачи типа Коши для квазилинейного уравнения с производными Хилфера	44
<i>Ташпулатов С.М.</i> Первое четырех электронное синглет в примесном модели Хаббарда. Спектр системы	46
<i>Tosheva N.A.</i> The Wienberg equation for the eigenvectors of the family of operator matrices of order three	47
<i>Умиркулова Г.Х.</i> Положительность семейства моделей Фридрихса	48
<i>Федоров В.Е., Скрипка Н.М.</i> Об одном свойстве преобразования Фурье, используемом для исследования однозначной разрешимости дифференциальных уравнений на $\mathbb{R}$	49
<i>Филлин Н.В.</i> О локальной разрешимости квазилинейного уравнения с распределенной дробной производной Герасимова — Капуто	50
<i>Хабидуллин Б.Н., Мурясов Р.Р.</i> Субфункции одной переменной в теории целых функций	51
<i>Хайитова Х.Г.</i> Аналог уравнения Фаддеева для собственных функций одной операторной матрицы	52
<i>Хажин Р.Л.</i> Порождающие квантовые процессы	53
<i>Шакиров И.А.</i> О приближении константы Лебега оператора Фурье различными функциями	54
<i>Шарипова М.Ш.</i> Существенный спектр одной операторной матрицы	55
<i>Шишацкая П.С., Федоров В.Е.</i> Об однозначной разрешимости уравнения высокого порядка в банаховом пространстве на прямой	56
<i>Ядрихинский Х.В.</i> Аналог обобщенного правила Лейбница для производной Герасимова—Капуто	57

синглетном состоянии состоит из объединения шестнадцати отрезков, а дискретный спектр системы состоит из десяти собственных значений; 3). Существенный спектр системы в первом синглетном состоянии состоит из объединения девятнадцати отрезков, а дискретный спектр системы состоит из десяти собственных значений; 4). Существенный спектр системы в первом синглетном состоянии состоит из объединения четырех отрезков, а дискретный спектр системы состоит из двух собственных значений.

## The Wienberg equation for the eigenvectors of the family of operator matrices of order three

**Tosheva N.A.**

Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

Let  $\mathbb{T}^3$  be the three-dimensional torus,  $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$  be the field of complex numbers,  $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T}^3)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) functions defined on  $\mathbb{T}^3$  and  $\mathcal{H}_2 := L_2^s((\mathbb{T}^3)^2)$  be the Hilbert space of square-integrable symmetric (complex) functions defined on  $(\mathbb{T}^3)^2$ . The Hilbert space  $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$  is called three-particle cut subspace of a bosonic Fock space  $\mathcal{F}_s(L_2(\mathbb{T}^3))$  over  $L_2(\mathbb{T}^3)$ , respectively.

In the present paper we consider a family of  $3 \times 3$  operator matrices  $H(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^3$  acting in the Hilbert space  $\mathcal{H}$  as

$$H(K) := \begin{pmatrix} H_{00}(K) & H_{01} & 0 \\ H_{01}^* & H_{11}(K) & H_{12} \\ 0 & H_{12}^* & H_{22}(K) \end{pmatrix}$$

with the entries

$$H_{00}(K)f_0 = w_0(K)f_0, \quad H_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}^3} v_0(t)f_1(t)dt,$$

$$(H_{11}(K)f_1)(p) = w_1(K;p)f_1(p), \quad (H_{12}f_2)(p) = \int_{\mathbb{T}^3} v_1(t)f_2(p,t)dt,$$

$$(H_{22}(K)f_2)(p,q) = w_2(K;p,q)f_2(p,q), \quad f_i \in \mathcal{H}_i, \quad i = 0, 1, 2,$$

where  $H_{ij}^*$   $i < j$  denotes the adjoint operator to  $H_{ij}$ .

Here  $w_0(\cdot)$  is a real-valued bounded function on  $\mathbb{T}^3$ , the function  $v_i(\cdot)$ ,  $i = 0, 1$  is a real-valued analytic on  $\mathbb{T}^3$ , the functions  $w_1(\cdot; \cdot)$  and  $w_2(\cdot; \cdot, \cdot)$  are defined by the equalities

$$w_1(K;p) := l_1\varepsilon(p) + l_2\varepsilon(K - p) + 1,$$

$$w_2(K; p, q) := l_1\varepsilon(p) + l_1\varepsilon(q) + l_2\varepsilon(K - p - q),$$

respectively, with  $l_1, l_2 > 0$  and

$$\varepsilon(q) := \sum_{i=1}^3 (1 - \cos(nq^{(i)})), \quad q = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \in \mathbb{T}^3, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Under these assumptions the operator  $H(K)$  is bounded and self-adjoint.

For operator matrix  $H(K)$  first we construct the Weinberg equation and then we use this equation to show the finiteness of number of eigenvalues of operator matrix  $H(K)$ .

### Положительность семейства моделей Фридрикса Умиркулова Г.Х.

Бухарский государственный университет, г. Бухара, Узбекистан

Пусть  $\mathbb{T}^3$  - трехмерный тор и  $L_2(\mathbb{T}^3)$  - гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на  $\mathbb{T}^3$ . Рассмотрим семейства моделей Фридрикса  $h_\mu(k)$ ,  $\mu > 0$ ,  $k \in \mathbb{T}^3$ , действующий в  $L_2(\mathbb{T}^3)$  как

$$h_\mu(k) := h_0(k) - \mu v,$$

где операторы  $h_0(k)$ ,  $k \in \mathbb{T}^3$  и  $v$  определяются по правилам:

$$(h_0(k)f)(p) = (l_1\varepsilon(p) + l_2\varepsilon(k + p))f(p), \quad (vf)(p) = \varphi(p) \int_{\mathbb{T}^3} \varphi(t)f(t)dt.$$

Здесь функция  $\varepsilon(\cdot)$  определена как

$$\varepsilon(p) := \sum_{j=1}^3 (1 - \cos(mp^{(j)})), \quad p = (p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}) \in \mathbb{T}^3, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Пусть  $\mathbf{0} := (0, 0, 0)$ . Из определения оператора  $h_\mu(\mathbf{0})$  видно, что для существенного спектра оператора  $h_\mu(\mathbf{0})$  имеет место равенство

$$\sigma_{\text{ess}}(h_\mu(\mathbf{0})) = [0; 2(l_1 + l_2)].$$

Положим

$$\mu_0 := (l_1 + l_2) \left( \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\varphi^2(t)dt}{\varepsilon(t)} \right)^{-1}.$$