ISSN: 2181-1601
Scientific Journal Impact Factor (SJIF 2022=5.016)
Passport: http://sjifactor.com/passport.php?id=22257

FRIDRIXS MODELINING XOS FUNKSIYALARI UCHUN FADDEYEV TENGLAMASI VA UNING XARAKTERISTIK XOSSALARI

Charos Ilhomjon qizi Jumayeva
Buxoro davlat universiteti Matematik analiz kafedrasi oʻqituvchisi

Muxriddin Ural oʻgʻli Abduraxmonov
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada panjaradagi uchta zarrachalar sistemasiga mos model operatorning xos funksiyalari uchun Faddeyev tenglamasi qurilgan hamda uning ba’zi xarakteristik xossalari oʻrganilgan.

Kalit soʻzlar: model operator, Fridrixs modeli, Faddeyev tenglamasi, xos funksiya, Fredgolm determinanti.

FADDEYEV'S EQUATION FOR THE CHARACTERISTIC FUNCTIONS OF THE FRIEDRICHS MODEL AND ITS CHARACTERISTIC PROPERTIES

ABSTRACT

In this article, the Faddeyev equation for the eigenfunctions of the model operator corresponding to the system of three particles on the lattice is constructed and some of its characteristic properties are studied.

Key words: model operator, Friedrichs model, Faddeev equation, eigenfunction, Fredholm determinant.

Lokal boʻlmagan ajralgan ikki zarrachali ta’sirlashish operatorlari koʻpincha yadro fizikasi va koʻp zarrachali masalalarda ishlatiladi, chunki ular uchun ikki zarrachali Shryodinger tenglamasi oson yechiladi. Shu bilan birga ular uch zarrachali sistema uchun Faddeyev tenglamasini qurishda sistematik ravishda qoʻllaniladi. Lokal potensialli diskret Shryodinger operatorning muhim spektrini oʻrganishga koʻplab ishlar bagʻishlangan, masalan [1-4] ishlar. Lokal boʻlmagan potensiallar holi ham [5-15] ishlarda qisman oʻrganilgan. Mazkur maqolada panjaradagi lokal boʻlmagan potensialga ega va ikkita ta’sirlashish parametridan bogʻliq boʻlgan uchta zarrachalar sistemasiga mos model operator qaralgan. Uning xos funksiyalariga mos Faddeyev tenglamasi qurilgan. Bu tenglama tadbiq qilinadigan natijalar haqida fikr-mulohazalar yuritilgan.

$L_2^s[-\pi;\pi]^2$ orqali $[-\pi;\pi]^2$ toʻplamda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (umuman olganda kompleks qiymatlarni qabul qiluvchi) simmetrik funksiyalarning Gilbert fazosini belgilaymiz.

Ushbu maqolada $L_2^s[-\pi;\pi]^2$ Gilbert fazosida

Scientific Journal Impact Factor (SJIF 2022=5.016)
Passport: http://sjifactor.com/passport.php?id=22257

$$H = H_0 - V_1 - V_2 \tag{1}$$

kabi aniqlanuvchi H model operatorni qaraymiz. Bunda H_0 ko‘paytirish operatori:

$$(H_0 f)(x, y) = (2 - cosx - cosy) f(x, y),$$

V_1 va V_2 operatorlar esa quyidagicha ta’sir qiluvchi xususiy integralli operatorlar:

$$(V_1 f)(x, y) = siny \int_{-\pi}^{\pi} sint\, f(x, t) dt;$$

$$(V_2 f)(x, y) = sinx \int_{-\pi}^{\pi} sint\, f(t, y) dt.$$

(1) formula yordamida ta’sir qiluvchi H operator panjaradagi uchta zarrachalar sistemasiga mos keluvchi model operator hisoblanadi. H operatorning chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma ekanligini Funksional analiz elementlaridan foydalanib ko‘rsatish mumkin.

Chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasiga ko‘ra

$$\sigma_{ess}(H) = [0; 4]$$

tenglik o‘rinlidir.

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$\sum \quad = \sigma_{disc}(H) \cup [0; 4].$$

$\lambda \in C \backslash \sum$ sonlari uchun ,

$$(A(\lambda) g)(x) := \left(1 - \int_{-\pi}^{\pi} \frac{sin^2 t}{2 - cosx - cost - \lambda} dt \right) g(t),$$

$$(K(\lambda) g)(x) := sinx \int_{-\pi}^{\pi} \frac{sint\, g(t)}{2 - cosx - cost - \lambda} dt$$

kabi aniqlanuvchi operatorlarni qaraymiz.

1-teorema. $\lambda \in C \backslash \sum$ sonlari uchun $A(\lambda)$ teskarilanuvchan operator bo‘lib, uning $A^{-1}(\lambda)$ teskari operatori

$$A^{-1}(\lambda) = \frac{1}{A(\lambda)}$$

ko‘rinishda bo‘ladi

$\lambda \in C \backslash \sum$ sonlari uchun $L_2^s[-\pi; \pi]^2$ Hilbert fazosida

$$T(\lambda) = A^{-1}(\lambda) K(\lambda)$$

operatorni qaraymiz.

Quyidagi teorema H va $T(\lambda)$ operatorlarning xos qiymatlari orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi.

Scientific Journal Impact Factor (SJIF 2022=5.016)
Passport: http://sjifactor.com/passport.php?id=22257

2-teorema. $\lambda \in C\backslash\sum$ soni H operatorning xos qiymati bo'lishi uchun 1 soni $T(\lambda)$ operatorning xos qiymati bo‘lishi zarur va yetarli. Bundan tashqari z va 1 sonlarining karraligi ustma-ust tushadi.

Isboti. Zaruriyligi. H operatorning $\lambda \in C\backslash\sum$ xos qiymati uchun

$$Hf = \lambda f$$

tenlik o‘rinli. Ya'ni

$$(2 - cosx - cosy)f(x,y) - siny\int_{-\pi}^{\pi} sint\, f(x,t)dt - sinx\int_{-\pi}^{\pi} sint\, f(t,y)dt\,\lambda = \lambda f(x,y).$$

Ushbu belgilashlarni kiritamiz

$$g(x) = \int_{-\pi}^{\pi} sint\, f(x,t)dt, \tag{2}$$

(2) munosabatni inobatga olib, quyidagi

$$f(x,y) = \frac{1}{2 - cosx - cosy - \lambda}(siny\, g(x) + sinx\, g(y))$$

tenglikni hosil qilamiz. Endi $f(x,y)$ funksiyani (2) munosabatga qo‘yamiz

$$g(x) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{sint}{2 - cosx - cosy - \lambda}(siny\, g(t) + sint\, g(y))dt.$$

Hosil bo‘lgan tenglikni soddalashtirib

$$\left(1 - \int_{-\pi}^{\pi} \frac{sin^2 t}{2 - cosx - cost - \lambda}dt\right)g(t) = sinx\int_{-\pi}^{\pi} \frac{sint\, g(t)}{2 - cosx - cost - \lambda}dt$$

munosabatga ega bo‘lamiz. Bundan ko‘rinadiki,

$$1 \cdot g = A^{-1}(\lambda)K(\lambda)g \Rightarrow 1 \cdot g = T(\lambda)g.$$

bo‘ladi. Bundan ko‘rinadiki, $\lambda \in C\backslash\sum$ soni H operatorning xos qiymati bo'lishi uchun 1 soni $T_{\mu,\lambda}(z)$ operatorning xos qiymati bo‘lishi kerak.

Yetarliligini ham xuddi shunday ko‘rsatish mumkin. Xuddi shunday karraliglari tengligi ham oson ko‘rsatiladi.

Odatda $g = T(\lambda)g$ operatorli tenglamaga H model operator xos funksiyalariga mos Faddeyev tenglamasi deyiladi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Friedrichs K.O. Uber die Spectralzerlegung einee Integral operators. Mathematische Annalen. 115 (1938), pp. 249-272.
2. Friedrichs K.O. On the perturbation of continuous spectra. Communications on Pure and Applied Mathematics. 1 (1948), pp. 361-406.
3. Ладыженская О.А., Фаддеев Л.Д. К теории возмущений непрерывного спектра. 145:2 (1962), С. 301-304.

ISSN: 2181-1601
Scientific Journal Impact Factor (SJIF 2022=5.016)
Passport: http://sjifactor.com/passport.php?id=22257
4. Фаддеев Л.Д. О модели Фридрихса в теории возмущений непрерывного спектра. В. кн.: Труды математического математического института АН СССР. М.: Наука. 73 (1964), С. 292-313.
5. Расулов Т.Х., Бахронов Б.И. О спектре тензорной суммы моделей Фридрихса // Молодой учёный. № 9 (2015). С. 17-20.
6. Расулов Т.Х. О числе собственных значений одного матричного оператора // Сибирский математический журнал. 52:2 (2011). С. 400-415.
7. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math. 10:5 (2019). Pp. 511-519.
8. Расулов Т.Х. О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозона с не более чем двумя фотонами // Теор. матем. физика, 186:2 (2016), С. 293-310.
9. S. N. Lakaev, T. Kh. Rasulov. A model in the theory of perturbations of the essential spectrum of multi-particle operators // Math. Notes. 73:4 (2003), 521–528.
10. Muminov M.I., Rasulov T.H. The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol., 17:1 (2011). C. 47-57.
11. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. Бесконечность числа собственных значений операторных (2x2)-матриц. Асимптотик дискретного спектра // ТМФ. 205:3 (2020). С. 368-390.
12. Dilmurodov E.B., Rasulov T.H. Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51 (2), 2020. C. 7-10.
13. Лакаев С.Н., Расулов Т.Х. Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра. Функц. анал. и его прил., 37:1 (2003), С. 81-84.
14. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. (2019). Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 6(10), c. 616-622.
15. Jo‘raqulova F.M., (2023). Bazonli fok fazodagi operatorli matritsaga mos Faddeyev tenglamasi // BuxDU ilmiy axboroti, 1 b. 72-77.