TOSHKENT DAVLAT TRANSPORT UNIVERSITETI
Tashkent state transport university

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI» XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN MATERIALLARI

A B S T R A C T S
INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE «MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES»

МАТЕРИАЛЫ
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

2022-yil, 11-12 may

BUXORO – 2022

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI»
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN

Buxoro davlat universiteti
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2022
@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ
В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТРАНСПОРТ УНИВЕРСИТЕТИ
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Ғайбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланади

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН МАТЕРИАЛЛАРИ

2022 йил, 11-12 май

БУХОРО – 2022

$$f(h\beta,t)=\frac{1}{12}\int_0^1\frac{|x-h\beta|^3}{x-t}dx=\frac{1}{12}\Big(-\frac{11}{3}(h\beta)^3+(5t+3)(h\beta)^2-(2t^2+3t+1,5)(h\beta)+(t^2+\frac{t}{2}+\frac{1}{3})+$$
$$+(t-h\beta)^3(-2\ln|h\beta-t|+\ln(t-t^2))\Big)$$

$$g_0=\int_0^1\frac{dx}{x-t}=\ln\frac{1-t}{t},\qquad g_1=\int_0^1\frac{x}{x-t}dx=1+t\ln\frac{1-t}{t}.$$

$C([\gamma],t)$, $\gamma=\overline{0,N}$ и p_1, p_0 - неизвестные.

Целью настоящей работы является нахождение оптимальных коэффициентов $C([\gamma],t)$, $\gamma=\overline{0,N}$.
Справедлива следующая

Теорема. Пусть $t\neq h\beta$, $\beta=\overline{0,N}$. Тогда оптимальные коэффициенты квадратурной формулы (1) в пространстве $L_2^{(2)}(0,1)$ имеют вид

$$C[0]\;=\;\frac{6}{h^3}\Big[\frac{g_0}{12}\Big(h^3-3q^N(h^2+h(q+2))\Big)+\frac{g_1q^N}{4}(h^2+2h(q+2))+a_1^-h(q+1)+f(0,t)(3q+2)$$
$$-f(h,t)(12q+5)-q^N(3f(1,t)(q+1)+a_1^+h(q+2))+6(q+2)\sum_{\gamma=2}^{N}q^\gamma f(h\gamma,t)\Big],$$

$$C[\beta]=\frac{6}{h^3}\Big[6(q+2)\sum_{\gamma=0}^{\beta-2}q^{\beta-\gamma}f(h\gamma,t)-(12q+5)\Big(f(h(\beta-1),t)+f(h(\beta+1),t)\Big)+(6q+4)f(h\beta,t)$$
$$+6(q+2)\sum_{\gamma=\beta+2}^{N}q^{\gamma-\beta}f(h\gamma,t)+\frac{g_1}{4}\Big(q^{N-\beta}(2h(q+2)+h^2)-q^\beta h^2\Big)+q^\beta\Big(a_1^-h(q+2)-3f(0,t)(q+1)\Big)$$
$$-q^{N-\beta}(3f(1,t)(q+1)+\frac{g_0}{4}(h(q+2)+h^2)+a_1^+h(q+2))\Big],\qquad \beta=\overline{1,N-1},$$

$$C[N]=\frac{6}{h^3}\Big[-\frac{g_0}{12}(3h(q+1)-h^3)+\frac{g_1}{4}(2h(q+1)-q^Nh^2)+q^N\Big(a_1^-h(q+2)-3f(0,t)(q+1)\Big)-a_1^+h(q+1)$$
$$+f(1,t)(3q+2)-f(1-h,t)(12q+5)+6(q+2)\sum_{\gamma=0}^{N-2}q^{N-\gamma}f(h\gamma,t)\Big].$$

Список литературы

1. Шадиметов Х.М. Оптимальных решетчатые квадратурные и куба-турные формулы в пространствах Соболева. Ташкент, 2019. 223с.

ВЫЧИСЛЕНИИ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФОРМУЛ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$.

Хаятов Х.У.[1], Расулова К.Х.[2], Насриддинова Х.Ф.[2]

[1] *Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

[2] *магистр Бухарского государственного университета, Бухара, Узбекистан*

В этой работе найдена экстремальная функция интерполяционной формулы в явном виде в пространстве Соболева $W_2^{(m)}\left(R^n\right)$, функций у которых обобщенные производные порядка m интегрируемы с квадратом.

Рассмотрим интерполяционую формулу вида

$$f(x)\cong P_f(x)=\sum_{\lambda=1}^{N}c_\lambda(x)f(x^{(\lambda)}),\qquad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_N(x) = \delta(x-z) - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z)\delta(x - x^{(\lambda)}), \tag{2}$$

над пространством С.Л.Соболева $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$. Здесь соответственно $c_\lambda(z)$ и $x^{(\lambda)}$ являются *коэффициентами* и *узлами интерполяционной* формулы (1), $f(x) \in \widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ и T_n - n -мерный тор и $\delta(x)$ известная дельта функция Дирака.

Определение 1. Множество $T_n = \{x = (x_1, x_2, ... x_n); x_k = \{t_k\}, t_k \in R\}$, где $\{t_k\} = t_k - [t_k]$, т.е. дробная доля t_k, называется n *-мерным тором* T_n.

Определение 2. Пространство $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ - определяется как пространство функций заданных на n - мерном торе T_n и имеющих все обобщенные производные порядка m суммируемые с квадратом в норме [2]

$$\left\| f(x) / \widetilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|^2 = \left(\int_{T_n} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} \left| f_k \right|^2, \tag{3}$$

где f_k - коэффициенты Фурье, т.е. $f_k = \int_{T_n} f(x) e^{2\pi i(k,x)} dx$.

Задача построения оптимальных интерполяционных формул вида (1) с функционалом погрешности (2) в пространстве $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ при фиксированных узлах $x^{(\lambda)}$ это вычисление следующей величины

$$\left\| \overset{0}{\ell}_N \,|\, \widetilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\| = \inf_{c_\lambda(z)} \left(\sup_{f, \|f\| \neq 0} \frac{|<\ell_N, f>|}{\left\| f \,|\, \widetilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|} \right). \tag{4}$$

Эта задача состоит из двух частей: сначала мы должны вычислить норму $\|\ell_N\|$ функционала погрешности ℓ_N в пространстве $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ т.е. имеется в виду задача 1, а потом минимизировать его по коэффициентам $c_\lambda(z)$ при фиксированных $x^{(\lambda)}$. Если найдутся такие коэффициенты $c_\lambda(z) = \overset{0}{c}_\lambda(z)$, которые достигается равенство (4), тогда они называются оптимальными, т.е. это и есть задача 2.

Определение 2. Функция $\Psi_e(x)$ называется экстремальной функцией функционала ℓ_N если для которой выполняется равенство

$$<\ell_N, \Psi_e> = \left\| \ell_N \,|\, \widetilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\| \cdot \left\| \Psi_e \,|\, \widetilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|. \tag{5}$$

В настоящей работе занимаемся решением задачи 1 для интерполяционной формулы вида (1). Справедливо следующая теорема.

Теорема 1. Квадрат нормы функционала погрешности (50) интерпояционной формулы общего вида (1) над пространством $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ равен

$$\left\| \ell_N(x) / \widetilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) e^{2\pi i(k, x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}, \tag{6}$$

где $c_\lambda(z)$ - коэффициенты, $x^{(\lambda)}$ - узлы интерполяционной формулы (1).

Доказательство. Известно, что для функции $f(x) \in \widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ справедливо следующее равенство:

$$f(x) = \sum_k \hat{f}_k e^{-2\pi i(k,x)},$$

где $f_k =< f(x), e^{2\pi i(k,x)} >= \int_{T_n} f(x) e^{2\pi i(k,x)} dx$, т.е. коэффициенты Фурье.

Таким образом, имеем

$$< \ell_N, f(x) >=< \ell_N(x), \sum_k \hat{f}_k e^{-2\pi i(k,x)} >=$$

$$= \sum_k \hat{f}_k < \ell_N(x), e^{-2\pi i(k,x)} >= \sum_k \hat{f}_k \hat{\ell}_{-k} = \hat{f}_0 \hat{\ell}_0 + \sum_{k\neq 0} \hat{f}_k \hat{\ell}_{-k}. \qquad (7)$$

Здесь $\hat{\ell}_0 = \int_{T_n} \ell_N(x) dx$, $\quad \hat{\ell}_{-k} = \int_{T_n} \ell_N(x) e^{-2\pi i(k,x)} dx$.

Применяя к правой части (7) неравенство Коши-Шварца и учитывая (3) получим следующую оценку

$$\left\| \ell_N(x) / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|^2 \le \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k\neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) e^{2\pi i(k, x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}. \qquad (8)$$

Существует такая функция из $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$, что в неравенстве (8) равенство достигается. Действительно, рассмотрим следующую функцию $u(x)$:

$$u(x) = 1 - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k\neq 0} \frac{\hat{\ell}_{-k} e^{-2\pi i(k,x)}}{|k|^{2m}}.$$

Вычисляя значение функционала $\ell_N(x)$ на функцие $u(x)$ получим

$$< \ell(x), u(x) >= \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k\neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) e^{2\pi i(k, x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}. \qquad (9)$$

Справедлива следующая лемма.

Лемма. Квадрат нормы функции $u(x)$ в пространстве $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ равен:

$$\left\| u(x) / \tilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k\neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) e^{2\pi i(k, x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}. \qquad (10)$$

Так как $u(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ и оно является экстремальной функцией для интерполяционной формулы(1),т.е.

$$u(x) = \psi_\ell(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_n). \qquad (11)$$

Тогда имеем $\quad < \ell_N(x), \psi_\ell(x) >=< \psi_\ell(x), f(x) >$.

Это означает, что выполняется все условии теорема Рисса[2].

Таким образом учитывая (9) ,(11) и условии леммы из (8) получим

$$\left\| \ell_N(x) / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k\neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda(z) e^{2\pi i(k, x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}, \qquad (12)$$

что и требовалось доказать.

Список литературы

1. Соболев С.Л Об интерполировании функций n переменных. Докл. АНСССР, 1961, 137,-с. 778-781.

2. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука, 1974. -808с.
3. A. R. Hayotov and S. S. Babaev, “Optimal quadrature formulas for computing of Fourier integrals in space”, AIP Conference Proceedings 2365, 020021 (2021), https://doi.org/10.1063/5.0057127.
4. Ikrom I. Jalolov, “The algorithm for constructing a differentialoperator of 2nd order and finding afundamental solution”, AIP Conference Proceedings 2365, 020015 (2021), https://doi.org/10.1063/5.0057025
5. O.I.Jalolov, “Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space”, AIP Conference Proceedings 2365, 020014 (2021), https://doi.org/10.1063/5.0057015

МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОД РАСЧЕТА СМЕШЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ СПУТНЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ.

Ходжиев Сафар
Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан
S.hojiev@buxdu.uz

Моделирование и численное исследования внутренних течений на основе полной системы уравнений Навье-Стокса не только многокомпонентных химических реагирующих газовых смесей, но даже без нее имеют огромное практические применение в областях ракетно- космической техники, химической технологии, газовой промышленности и т.п. Это задача является до настоящего времени актуальным и одной из центральных проблем вычислительной гидроаэродинамики. Большой интерес представляет малоизученная область параметров спутных коаксиальных потоков на в ходе в канал, когда в результате взаимодействия потоков образуются рециркуляционные течения. Экспериментальные исследования сопряжено ряд техническими трудностями, кроме того ряд существующие экспериментальные исследований проведены главным образом случаев большого отношения площадей поперечного сечения потока на входе в канал.

Численные исследований таких течений возможно только на основе полной системы уравнений Навье-Стокса, применение которых открывает широкие возможности для детального описания самых разнообразных течений, так и как рециркцуляционной течений.

Однако, численного интегрирование эту систему представляет собой чрезвычайно сложную и трудоемкую задачу, решение которой находится на пределе технических возможностей современных вычислительных машин. Все это требует, даже в случае однородного вязкого газа разработки эффективных методов и алгоритмов расчета.

В данной работе подробно описываются метод и алгоритм расчета численного интегрирований нестационарные двумерные системы уравнения Навье-Стокса для сжимаемого газа использованием неявные (явные) численные схемы высокого порядка, т.е. разностной схемой Бима-Уорминга позволяющие численно исследовать смешение и распространения спутных потоков с разными физическими параметрами в каналах постоянного и переменного сегодня. Приводится обоснованные граничные и начальные условия. Облегчить некоторые оснобенности исследуемого внутренних течений численными методам проведены ряд математические преобразования позволяющие провести задачи к универсальной для решения подобных задач, как обеспечивающие привести координаты и физических параметров к безразмерному, форму канала в квадратную, а также сгущающие шаги интегрирования при больших градиентах неизвестных.

Кроме методических расчетов, как сходимости по количестве расчетных точек и по числу Куранта, исследовано влияния неизотермичности, спуктности и отношение геометрических размеров на смешение распространения коаксиальных спутных потоков в плоском канале.

Приводятся численные результаты при каких отношениях скоростей, температуры, нерасчётности спутности наблюдается рециркуляционая зона Численные результаты показали, что при больших отношения температуры, скоростей спутных потоков и небольших геометрических размеров (отношение полувысоты на длину канала) в начальном участке рецикуляционная зона занимает около 55 % входного сечения, а ширина (длина) по продольной координате доходит до 20 см, что подтверждается экспериментальными материалами материалы [1].

[I] Бакалдина Л.А., Сидоров И.В. Условия существования и продольные размеры рециркуляционных зон при взаимодействии сверхзвуковых струй с ограниченным спутным дозвуковым потоком. Изв. СО АН СССР, 1970, №8, вып.2, с.37-45.