О спектре смешанной задачи для системы интегро-дифференциальных уравнений

Т.Р.Суяров

Бухарский Государственный Университет Математика,
tsuyarov996@gmail.com;

Исследуется линейная устойчивость аналога течения Пуазейля сдвиговое течение в бесконечном плоском канале для случая несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости, рассматривается базовая реологическая модель Покровского-Виноградова.

$$div\mathbf{u} = u_x + v_y = 0, \tag{2.1}$$

.

$$\frac{du}{dt} + p_x = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{(a_{11})_x + (a_{12})_y\right\}, \tag{2.2}$$

$$\frac{dv}{dt} + p_y = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{(a_{12})_x + (a_{22})_y\right\}. \tag{2.3}$$

$$\frac{da_{11}}{dt} - 2A_1u_x - 2a_{12}u_y + K_Ia_{11} = -\beta\left(a_{11}^2 + a_{22}^2\right), \tag{2.4}$$

$$\frac{da_{12}}{dt} - A_1v_x - A_2u_y + \tilde{K}_Ia_{12} = 0, \tag{2.5}$$

$$\frac{da_{22}}{dt} - 2A_2v_y - 2a_{12}v_x + K_Ia_{22} = -\beta\left(a_{12}^2 + a_{22}^2\right), \tag{2.6}$$

В область G

$$G = \left\{(t,x,y) \mid t > 0, (x,y) \in \prod = \{(x,y)||x |< \infty, 0 < y < 1\}\right\},$$

необходимо найти решение линейной системы,

$$U_t + \hat{B}U_x + \hat{C}U_y + \hat{R}U + F = 0, \tag{2.7}$$

$$\Delta\Omega = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\sigma_{xx} + 2\left(a_{12}\right)_{xy}\right\} - 2\hat{\omega}v_x. \tag{2.8}$$

При выполнении краевые условия в границах области G

$$u|_{y=0} = v|_{y=0} = u|_{y=1} = v|_{y=1} = 0, \tag{2.10}$$

$$\Omega_y = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(a_{12}\right)_x \text{ при } \quad y = 0, 1; \tag{2.11}$$

$$\|U(t,x,y)\| = (U,U)^{\frac{1}{2}} \to 0, \quad p(t,x,y) \to 0, p_x(t,x,y) \to 0 \text{ при } |x| \to \infty \tag{2.12}$$

и начальные данные

$$U|_{t=0} = U_0(x,y), \quad p|_{t=0} = p_0(x,y). \tag{2.13}$$

Теперь применения преобразования Фурье по переменной x, Система (2.7) преобразуется следующим образом:

$$U_t + \tilde{C}U_y + (-i\xi\tilde{B} + \hat{R})U + F = 0, \quad 0 < y < 1, \tag{3.6}$$

Исследуется поведение спектра при возрастании по модулю параметра, двойственного при преобразовании Фурье по отношению к переменной, меняющейся вдоль стороны канала. И определена спектра иметь следуюшие вид:

$$s = i\xi\hat{u} + \sqrt[3]{Q(y)}\xi^{\frac{2}{3}} + R(y)\xi^{\frac{1}{3}} + \ldots \tag{4.19}$$

Замечание 4. Суть разложения (4.19) заключается в следующем: $|\xi| \longrightarrow \infty$ хотя бы для одного корня $Res \longrightarrow \infty$ Следовательно, основным решением нашей смешанной задачи является линейная неустойчивость.

В работе рассмотрена о спектре задачи для системы интегро-диффе-ренциальных уравнений. Для базовой модели Покровского-Виноградова исследована линейная устойчивость аналога течения Пуазейля, характеризующего течение несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости в плоском бесконечном канале.Найдено экспоненциальное решение возрастающей по времени формы амплитуды, гарантирующее линейную неустойчивость выбранного базового решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алтухов Ю.А., Головичева И.Э., Пышнограй Г.В. Молекулярный подход в динамике линейных полимеров: теория и численный эксперимент // Известия РАН. Механ. жидкости и газа. 2000.

2. Блохин А.М., Бамбаева Н.В. Нахождение решений типа Пуазейля и Куэтта для уравнений несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости // Вестник НГУ, Серия: матем. механ. информатика. 2011.

3. Владимиров В.С. Обобшенные функции в математической физике. М.: Наука, 1979.