



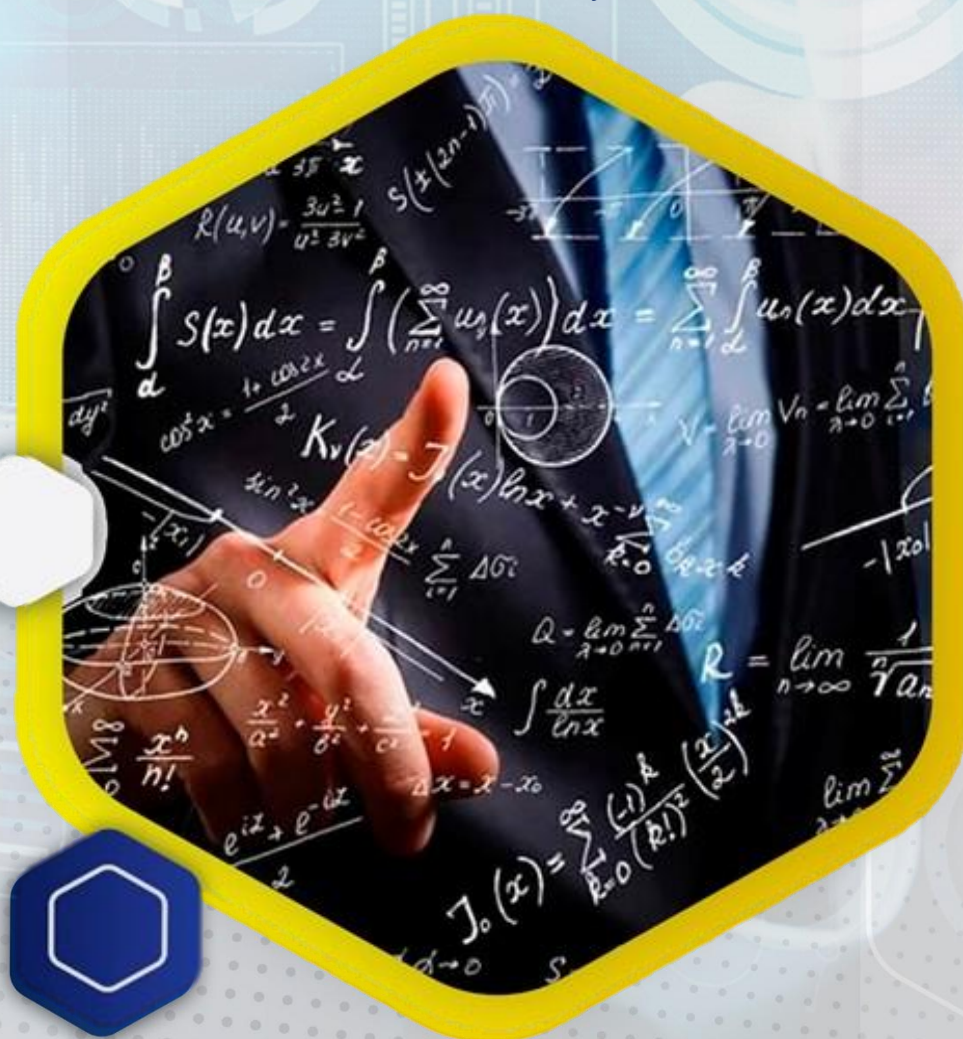
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI



BUXORO
DAVLAT
UNIVERSITETI
1930

"FIZIKA, MATEMATIKA VA SUN'IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINING DOLZARB MUAMMOLARI"

XALQARO ILMIY-NAZARIY ANJUMAN MATERILLARI



BUXORO-2025



**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI**



CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

**INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL
CONFERENCE**

(May 16-17, 2025)

Bukhara-2025

UDC: 530+51+004.8

LBC: 22.1 + 22.16 + 32.81

A92

ISBN: 978-6206-800-31-9

ORGANIZING COMMITTEE

Chairman:	
Khamidov O.Kh	Professor, rector of Bukhara State University
Vice-chairman:	
Samiyev K.A.	Professor, vice-rector of Bukhara State University
Jurayev H.O.	Professor, dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies, Bukhara State University
Members of the organizing committee	
Sharipov M.Z.	Professor, head of the Department of Bukhara State University
Jalolov O.I.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Shafiyev T.R.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Dilmurodov E.B.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Kodirov J.R.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Durdiev U.D.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Eshonkulov H.I.	Docent, IT Advisor to the Rector of Bukhara State University
Bakayev I.I.	Docent, Senior Specialist at the Center of Excellence for Science and Education, Bukhara State University
Nuriddinov J.Z.	Docent, deputy dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies
Ubaydullayev A.N.	Docent, deputy dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies
Rasulov X.R.	Docent, Bukhara State University
Fayziyev Sh.Sh.	Docent, Bukhara State University

PROGRAM COMMITTEE

Chairman:	
Rasulov T.H.	Professor, Head of the Center of Excellence for Science and Education, Bukhara State University
Members of the organizing committee	
Mukimov K. M.	Academician of the AS RUZ
Durdiev D.K.	Professor, head of Bukhara branch of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky
Mutti-Ur Rehman	Professor, Asia International University
Ikromov I.A.	Professor, head of Samarkand branch of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky
Shadimetov X.M.	Professor, Tashkent institute of railway transport engineers
Ravshanov N.	Professor, Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute
Hayotov A.R.	Professor, V.I. Romanovsky Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of Uzbekistan
Muminov B.B.	Professor, Tashkent State University of Economics
Muminov Z.E.	Professor, Tashkent State University of Economics
Muminov M.E.	Professor, Samarkand State University
Jurayev D.R.	Professor, Bukhara State University
Kaxxorov S.K.	Professor, Bukhara State University
Jiemuratov R.E.	Professor, dean of the Faculty Physics-Mathematics, Nukus State Pedagogical Institute
Prenov B.B.	Docent, head of the Department Nukus State Pedagogical Institute
Otepbergenov J.S.	Docent, head of the Department Nukus State Pedagogical Institute
Seitnazarov K.K.	Docent, head of the Department Nukus branch of Tashkent university of Information Technologies
Tursunov I.G.	Professor, dean of the Faculty Physics and Chemistry, Chirchik State Pedagogical University

Secretariat:***Atamuradov J.J., Khudayarov S.S., Xazratov F.X.***© ***Bukhara state university***

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Romanovskiy, V. I. (2019). Methods of solving linear differential equations with constant coefficients. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 83(2), 123–135.
2. Laplace, P. S. (1812). Théorie analytique des probabilités. Paris: Courcier.
3. Churchill, R. V., & Brown, J. W. (2009). Operational Mathematics (3rd ed.). McGraw-Hill Education.
4. Akramov, M. S., & Mirkamilov, A. T. (2015). Differensial tenglamalar va operations hisob metodlari.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА С НАЧАЛЬНЫМИ НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО ДРОБНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Д. К. Дурдиев¹ и Т. Р. Суяров²^{1,2}Институт Математики имени В. И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан^{1,2}Бухарский государственный университетEmail: ¹duddimurod@inbox.ru, ²tsuyarov007@gmail.com

Abstract. This work investigates a problem with initial and non-local boundary conditions for a two-dimensional fractional Riemann-Liouville time-derivative equation.

Keywords: fractional wave equation, nonlocal boundary conditions, inverse problem, contraction mapping principle

Аннотация. В данной работе исследуется задача с начальными и нелокально-граничными условиями для двумерного дробного уравнения Римана-Лиувилля по времени

Ключевые слова: дробное волновое уравнение, нелокальные граничные условия, обратная задача, принцип сжимающих отображений

Annotatsiya. Ushbu ishda vaqt bo'yicha Riman-Liuvill ma'nosidagi ikki o'lchovli kasr tartibli to'lqin tenglamasi uchun boshlang'ich va nolokal chegaraviy shartlar bilan qo'yilgan masala o'rganilgan.

Kalit so'zlar: kasr tartibli to'lqin tenglamasi, nolokal chegaraviy shartlar, teskari masala, qisqartiruvchi akslantirish prinsipi

В области $\Omega = D \times (0, T)$, где $D = \{(x, y) \mid 0 < x, y < 1\}$ мы рассматриваем двумерное волновое уравнение с дробными производными

$$(D_{0+,t}^{\alpha} u)(x, y, t) - \Delta u + q(t)u(x, y, t) = f(x, y, t), (x, y, t) \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными условиями:

$$I_{0+,t}^{(2-\alpha)} u(x, y, t) \Big|_{t=0} = \varphi(x, y), (x, y) \in \bar{D}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (I_{0+,t}^{(2-\alpha)} u)(x, y, t) \Big|_{t=0} = \psi(x, y), (x, y) \in \bar{D}, \quad (3)$$

и нелокальными граничными условиями:

$$u_x(0, y, t) = u_x(1, y, t), u(0, y, t) = 0, \quad (y, t) \in [0, 1] \times [0, T], \quad (4)$$

$$u(x, 0, t) = u(x, 1, t), u_y(x, 1, t) = 0, \quad (x, t) \in [0, 1] \times [0, T], \quad (5)$$

где $\bar{D} = \{(x, y) \mid 0 \leq x, y \leq 1\}$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ и $f(x, y, t)$ являются заданными функциями.

В прямой задаче требуется определить функцию $u(x, y, t) \in C_{\gamma}^{2,\alpha}(\bar{\Omega})$ удовлетворяющую равенствам (1)-(5), при заданных достаточно гладких функциях $q(t)$, $f(x, y, t)$, где $2 - \alpha < \gamma < 1$; $\bar{\Omega} = \bar{D} \times [0, T]$.

В обратной задаче необходимо определить функцию $q(t) \in C_\gamma[0, T]$, если известны следующие интегральные условия переопределения относительно решения прямой задачи (1)-(5):

$$\int_0^1 \int_0^1 w(x, y) u(x, y, t) dx dy = h(t), \quad (6)$$

где $h(t), w(x, y)$ являются заданными функциями.

Предположим, что заданные в этой статье функции φ, ψ, f, w и h удовлетворяют следующим условиям:

- A1) $\varphi(\cdot, \cdot) \in C^3([0, 1] \times [0, 1])$, $\varphi^{(4)}(\cdot, \cdot) \in L_2([0, 1] \times [0, 1])$; $\varphi(0, y) = 0$
 $\varphi_x(0, y) = \varphi_x(1, y)$, $\varphi_{xx}(0, y) = \varphi_{xx}(1, y)$, $\varphi(x, 0) = \varphi(x, 1)$,
 $\varphi_y(x, 1) = 0$, $\varphi_{yy}(x, 0) = \varphi_{yy}(x, 1)$;
 A2) $\psi(\cdot, \cdot) \in C^3([0, 1] \times [0, 1])$, $\psi^{(4)}(\cdot, \cdot) \in L_2([0, 1] \times [0, 1])$; $\psi(0, y) = 0$,
 $\psi_x(0, y) = \psi_x(1, y)$, $\psi_{xx}(0, y) = \psi_{xx}(1, y)$, $\psi(x, 0) = \psi(x, 1)$, $\psi_y(x, 1) = 0$,
 $\psi_{yy}(x, 0) = \psi_{yy}(x, 1)$;
 A3) $f(x, y, \cdot) \in C[0, T]$, $t \in [0, T]$, $f(\cdot, \cdot, t) \in C^3([0, 1] \times [0, 1])$,
 $f^{(4)}(\cdot, \cdot, t) \in L_2([0, 1] \times [0, 1])$, $f(0, y, t) = 0$, $f_x(0, y, t) = f_x(1, y, t)$, $f_{xx}(0, y, t) = f_{xx}(1, y, t)$,
 $f(x, 0, t) = f(x, 1, t)$, $f_y(x, 1, t) = 0$, $f_{yy}(x, 0, t) = f_{yy}(x, 1, t)$.
 A4) $\omega(x, y) \in C^2([0, 1] \times [0, 1])$; $\omega(1, y) = \omega(0, y)$, $\omega_x(1, y) = 0$,
 $\omega(x, 0) = 0$, $\omega_y(x, 0) = \omega_y(x, 1)$.

- A5) $(D_{0+,t}^\alpha h)(t) \in C_\gamma[0, T]$, $|h(t)| \geq h_0 > 0$, h_0 - данное число:

$$\int_0^1 \int_0^1 \omega(x, y) \varphi(x, y) dx dy = (I_{0+,t}^{(2-\alpha)} h)(t)_{t=0+},$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \omega(x, y) \psi(x, y) dx dy = \frac{\partial}{\partial t} (I_{0+,t}^{(2-\alpha)} h)(t)_{t=0+}.$$

Теорема 1. Пусть $q(t) \in C_\gamma[0, T]$ и выполняются условия A1) – A3), тогда существует единственное решение прямой задачи (1)-(5) $u(x, y, t) \in C_\gamma^{2,\alpha}(\bar{\Omega})$.

Теорема 2. Пусть выполняются условия A1) – A5). Тогда существует число $T^* \in (0, T)$ такое, что существует единственное решение $q(t) \in C[0, T^*]$ обратной задачи (1)-(6).

Теорема 3. Пусть $(\varphi, \psi, h, f) \in D_{\mu_0}$ и $q, \tilde{q} \in G_{\mu_1}$. Тогда для решения обратной задачи (1)-(6) справедлива следующая оценка устойчивости:

$$\|q - \tilde{q}\|_\gamma \leq r \left[\|\varphi - \tilde{\varphi}\|_{C^3(\bar{D})} + \|\psi - \tilde{\psi}\|_{C^3(\bar{D})} + \|h - \tilde{h}\|_{C_\gamma^\alpha[0, T]} + \|f - \tilde{f}\|_{C_\gamma^3(\bar{D})} \right],$$

где постоянная r зависит только от $\mu_0, \mu_1, T, \alpha, \beta$ и $\Gamma(\alpha), B(\alpha, 1 - \gamma)$.

Теорема 4. Пусть функции φ, ψ, h, f и $\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}, \tilde{h}, \tilde{f}$ имеют тот же смысл, что и в теореме 4 и выполняются условия (A1)–(A5). Более того, если $\varphi = \tilde{\varphi}, \psi = \tilde{\psi}, h = \tilde{h}, f = \tilde{f}$, для $t \in [0, T]$, то $q(t) = \tilde{q}(t), t \in [0, T]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Х. Хасанов и В. Г. Романов, *Введение в обратные задачи для дифференциальных уравнений* (Springer International Publishing, Швейцария, 2017).
2. В. Исаков, *Обратные задачи для частных дифференциальных уравнений* (Springer-Verlag, Нью-Йорк, 1998).
3. С. И. Кабанихин, *Обратные и некорректно поставленные задачи: теория и приложения* (Walter de Gruyter, Берлин, Нью-Йорк, 2011).
4. А. А. Самарский и П. Н. Вабищевич, *Численные методы решения обратных задач математической физики* (Walter de Gruyter, Берлин, Нью-Йорк, 2007).
5. Т. С. Алероев, М. Киране и С. А. Малик, *Обратные задачи для временного дробного уравнения диффузии с неизвестной правой частью*, (Electron. J. Differ. Equ., **270**, 1–16 (2013)).