ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

========= ♦ =========

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

========= ♦ =========

Bukhara branch of the institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy at the academy of sciences of the Republic of Uzbekistan

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

======== ♦ ========

Институт Математики имени В.И. Романовского
АН РУз Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И
РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

======== ♦ ========

Bukhara branch of the institute of Mathematics named after
V.I.Romanovskiy at the Academy of Sciences
of the Republic of Uzbekistan

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference
with the participation of foreign scientists

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021 bunda

$$(h_{0,\gamma}(\mathbf{k})f)(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{k},\gamma}(\mathbf{p})f(\mathbf{p})$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k},\gamma}(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) + \gamma\varepsilon(\mathbf{k}-\mathbf{p}),$$

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{3}(1-\cos\mathbf{p}_i), \quad \mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{T}^3,$$

$$(\vartheta f)(\mathbf{p}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{s})d\mathbf{s}$$

Bu yerda $\mu > 0$ -zarrachalar o'zaro ta'sir energiyasi,$\gamma > 0$ -zarrachalar massalar nisbati. Muhim spektr turg'unligi haqidagi Veyl teoremasiga ko'ra $h_{\mu,\gamma}(\mathbf{k})$ operatorning muhim spektri $h_{0,\gamma}(\mathbf{k})$ operatorning spektri $\sigma(h_{0,\gamma}(\mathbf{k}))$ bilan ustma-ust tushadi, ya'ni:

$$\sigma_{ess}(h_{\mu,\gamma}(\mathbf{k})) = \sigma(h_{0,\gamma}(\mathbf{k})) = [\varepsilon_{min,\gamma}(k), \varepsilon_{max,\gamma}(k)],$$

bunda

$$\varepsilon_{min,\gamma}(\mathbf{k}) = \min_{\mathbf{q}\in\mathbb{T}^3} \varepsilon_{\mathbf{k},\gamma}(\mathbf{q}) = 3(1+\gamma) - \sum_{i=1}^{3}\sqrt{1+2\gamma\cos k_i + \gamma^2}$$

$$\varepsilon_{max,\gamma}(\mathbf{k}) = \max_{\mathbf{q}\in\mathbb{T}^3} \varepsilon_{\mathbf{k},\gamma}(\mathbf{q}) = 3(1+\gamma) + \sum_{i=1}^{3}\sqrt{1+2\gamma\cos k_i + \gamma^2}$$

Faraz qilaylik

$$\mu_0(\gamma) = (1+\gamma)(\int_{\mathbb{T}^3} \frac{d\mathbf{q}}{\varepsilon(\mathbf{q})})^{-1}$$

bo'lsin. Yuqoridagi integral ostidagi funksiya $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ nuqtada aynimagan minimumga ega bo'lganligi uchun ushbu integral chekli bo'ladi.

Teorema 1.*Faraz qilaylik $\mu > \mu_0(\gamma)$ va $\gamma > 0$ bo'lsin.U holda ixtiyoriy $\boldsymbol{k} \in \mathbb{T}^3$ uchun $h_{\mu,\gamma}(\boldsymbol{k})$ operator muhim spektrdan quyida yagona oddiy $z_{\mu,\gamma}(\boldsymbol{k})$ xos qiymatga ega.*

Teorema 2. *Ixtiyoriy $\gamma > 0$ va $\mu > 3(1+\gamma)$ uchun quyidagi baho o'rinli:*

$$-\mu + 3(1+\gamma) - \frac{9(1+\gamma)^2}{\mu} < z_{\mu,\gamma}(\boldsymbol{0}) \le z_{\mu,\gamma}(\boldsymbol{p}) \le z_{\mu,\gamma}(\boldsymbol{\pi}) < -\mu + 3(1+\gamma),$$

bunda $\boldsymbol{0} = (0,0,0) \in \mathbb{T}^3, \qquad \boldsymbol{\pi} = (\pi,\pi,\pi) \in \mathbb{T}^3.$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1.С. Н. Лакаев, С. С. Улашов, "Существование и аналитичность связанных состояний двухчастичного оператора Шредингера на решетке ТМФ, 170:3 (2012), 393 – 408

2.С. Н. Лакаев, А. М. Халхужаев, Ш. С. Лакаев, "Асимптотики собственного значения двухчастичного дискретного оператора Шредингера ТМФ, 171:3 (2012), 438 – 451

DYNAMICAL SYSTEMS OF QSPs

Xudayarov S. S.

Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan,
Bukhara Branch of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky, Bukhara, Uzbekistan
xsanat83@mail.ru

Following [1]-[2], denote by $\mathcal{S}$ the set of all possible kinds of stochasticity and denote by $\mathbb{M}$ the set of all possible multiplication rules of cubic matrices.

Denote $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ and by $\mathcal{M}^{[s,t]} = \left(P^{[s,t]}_{ijk}\right)_{i,j,k=1}^{m-1}$ a cubic matrix with two parameters.

A cubic matrix $P = (p_{ijk})_{i,j,k=1}^{m}$ is called $(1,3)$-*stochastic* if

$$p_{ijk} \geq 0, \qquad \sum_{i,k=1}^{m} p_{ijk} = 1, \quad \text{for all } j.$$

Definition. A family $\{\mathcal{M}^{[s,t]} : \ s,t \in R_+\}$ is called a Markov process of cubic matrices (or a quadratic stochastic process (QSP) of type $(13|\mu)$ if for each time s and t the cubic matrix $M^{[s,t]}$ is stochastic in sense $(1,3) \in \mathcal{S}$ and satisfies the Kolmogorov-Chapman equation (for cubic matrices):

$$\mathcal{M}^{[s,t]} = \mathcal{M}^{[s,\tau]} *_\mu \mathcal{M}^{[\tau,t]}, \qquad \text{for all } \ 0 \leq s < \tau < t$$

with respect to the multiplication $\mu \in \mathbb{M}$.

The elements of the matrix $\mathcal{M}^{[s,t]}$ can be renumbered as

$$\mathcal{M}^{[s,t]} = \left(P^{[s,t]}_{ijk}\right)_{i,j,k=0}^{m-1}.$$

Let $f(s,t) = \frac{1}{4}\left(\frac{\Phi(t)}{\Phi(s)} + 1\right)$, where Φ is an arbitrary function with $\Phi(s) \neq 0$;

$$\mathcal{M}^{[s,t]} = \left(\begin{array}{cc|cc} f(s,t) & f(s,t) & f(s,t) & 1-3f(s,t) \\ \frac{1}{2}-f(s,t) & \frac{1}{2}-f(s,t) & \frac{1}{2}-f(s,t) & 3f(s,t)-\frac{1}{2} \end{array}\right)$$

The matrices $\mathcal{M}^{[s,t]}$, $s,t \in \mathbb{N}$, $s < t$ generate a discrete-time QSP of type $(13|\mu)$.

Let us give the time behavior of the distribution $x^{(t)} = (x_0^{(t)}, x_1^{(t)}) \in S^1$. Fix $s \geq 0$ and by take a vector $x^{(s)} = (x_0^{(s)}, x_1^{(s)}) \in S^1$.

For fixed $s \geq 0$, given vector $x^{(s)}$ and any $t > s$, we get

$$x_0^{(t)} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\Phi(t)}{4\Phi(s)}\right) x_0^{(s)} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\Phi(t)}{4\Phi(s)}\right) x_1^{(s)},$$

$$x_1^{(t)} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\Phi(t)}{4\Phi(s)}\right) x_0^{(s)} + \left(\frac{1}{2} + \frac{\Phi(t)}{4\Phi(s)}\right) x_1^{(s)}.$$

The time behavior of $x^{(t)}$ depends on function Φ (which by our assumption satisfies $-1/3 \leq \Phi(t)/\Phi(s) \leq 1/3$). If for example, Φ is such that

$$\lim_{t-s\to\infty} \frac{\Phi(t)}{4\Phi(s)} = \omega, \quad \text{with} \ \ \omega \in [-\frac{1}{12}, \frac{1}{12}]. \tag{1}$$

In case when the limit (1) does not exists then limit of $x^{(t)}$ does not exist too.

REFERENCES

1. J.M. Casas, M. Ladra, U.A. Rozikov, A chain of evolution algebras, Linear Algebra Appl. 435(4) (2011) 852–870.
2. J.M. Casas, M. Ladra, U.A. Rozikov, Markov processes of cubic stochastic matrices: Quadratic stochastic processes. Linear Algebra Appl. 575 (2019) 273-298.

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ БОЗОНОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ НА РЕШЕТКЕ

Абдуллаев Ж.И.[1],Эргашова Ш.Х.[2]

[1]Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан
jabdullaev@mail.ru
[2]Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан,
sh.ergashova@mail.ru

В этой работе рассматриваются связанные состояния гамильтониана $\hat{H}$ системы двух бозонов на трехмерной решетке $\mathbb{Z}^3$ с цилиндрическим потенциалом $\hat{v}$. Мы изучаем дискретный спектр семейства операторов Шредингера $H(\mathbf{k}), \mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$, соответствующий гамильтониану $\hat{H}$ в инвариантном подпространстве L_{123}.

Полный гамильтониан $\hat{H}$ действует в гильбертовом пространстве $\ell_2^{sym}(\mathbb{Z}^3 \otimes \mathbb{Z}^3)$ и состоит из разности свободного гамильтониана $\hat{H}_0$ и потенциала взаимодействия $\hat{V}_2$ двух частиц (см.[1],[2]) т.е.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{V}_2.$$

Переход в импульсное представление осуществляется с помощью преобразования Фурье. Гамильтониан H в импульсном представлении разлагается в прямой интеграл (см. [3])

$$H = \int_{\mathbb{T}^3} \oplus \tilde{H}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}.$$

Слой $\tilde{H}(\mathbf{k})$ оператора H унитарно эквивалентен оператору $H(\mathbf{k}) := H_0(\mathbf{k}) - V$, который называется оператором Шредингера. Операторы $H_0(\mathbf{k})$ и V действуют в гильбертовом пространстве $L_2^e(\mathbb{T}^3) := \{f \in L_2(\mathbb{T}^3) : f(-\mathbf{q}) = f(\mathbf{q})\}$ по формулам:

$$(H_0(\mathbf{k})f)(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}), \quad \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{3} 2(1 - \cos\frac{k_j}{2}\cos p_j),$$

$$(Vf)(\mathbf{p}) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \int_{\mathbb{T}^3} v(\mathbf{q} - \mathbf{s}) f(\mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad v(\mathbf{q}) = (F\hat{v})(\mathbf{q}),$$

Относительно потенциала $\hat{v}$ предполагается, что

$$\hat{v}(\mathbf{n}) = \hat{v}(n_1, n_2, n_3) = \{ \begin{array}{cc} \bar{v}(|\mathbf{n}|), & |n_1| + |n_2| \le 1 \\ 0, & |n_1| + |n_2| \ge 2, \end{array} \tag{1}$$

где $|\mathbf{n}| = |n_1| + |n_2| + |n_3|$ и $\bar{v} : \mathbb{Z}_+ \to \mathbb{R}$ убывающая функция на $\mathbb{Z}_+ := \mathbb{N} \cup \{0\}$ и $\bar{v} \in \ell_2(\mathbb{Z}_+)$. Носитель потенциала $\hat{v}$ совпадает с множеством D :

$$D = \{\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3) \in \mathbb{Z}^3 : n_3 \in \mathbb{Z}, |n_1| + |n_2| \le 1\}.$$