ISSN 2181-6883

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

MAXSUS SON
(2021-yil, oktabr)

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2021

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal
2021, Maxsus son

Jurnal Oʻzbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi OAK Rayosatining 2016-yil 29-dekabrdagi qarori bilan **pedagogika** va **psixologiya** fanlari boʻyicha dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim boʻlgan zaruriy nashrlar roʻyxatiga kiritilgan.

Jurnal 2001-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 6 marta chiqadi.

Jurnal Oʻzbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2016-yil 22-fevral № 05-072-sonli guvohnoma bilan roʻyxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti
Tahririyat manzili: Oʻzbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol koʻchasi, 11-uy
Elektron manzil: ped_mahorat@umail.uz

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ МАСТЕРСТВО
Научно-теоретический и методический журнал
2021, специальный выпуск

Журнал включен в список обязательных выпусков ВАК при Кабинете Министров Республики Узбекистан на основании Решении ВАК от 29 декабря 2016 года для получения учёной степени по **педагогике** и **психологии**.

Журнал основан в 2001г.
Журнал выходит 6 раза в год
Журнал зарегистрирован Бухарским управлением агентства по печати и массовой коммуникации Узбекистана.
Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 05-072 от 22 февраля 2016 г.
Учредитель: Бухарский государственный университет
Адрес редакции: Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол, 11.
e-mail: ped_mahorat@umail.uz

PEDAGOGICAL SKILLS
The scientific-theoretical andmethodical journal
2021, special release

The journal is submitted to the list of the scientific journals applied to the scientific dissertations for **Pedagogic** and **Psychology** in accordance with the Decree of the Presidium of the Ministry of Legal office of Uzbekistan Republic on Regulation and Supervision of HAC (The Higher Attestation Commission) on December 29, 2016.

The journal is published 6 times a year
The journal is registered by Bukhara management agency for press and mass media in Uzbekistan.
The certificate of registration of mass media № 05-072 of 22 February 2016

Founder: Bukhara State University

Publish house: Uzbekistan, Bukhara, Muhammad Ikbol Str., 11.
e-mail: ped_mahorat@umail.uz

MUNDARIJA

Elyor DILMURODOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi katta o‘qituvchisi

Gulhayo UMIRQULOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

QUTB KORDINATALAR SISTEMASI VA UNING BA’ZI TATBIQLARI HAQIDA

Ushbu maqolada qutb koordinatalar sistemasi haqida ma’lumotlar keltirilgan bo‘lib, qutb koordinatalr sistemasining paydo bo‘lish tarixiga to‘xtalib o‘tilgan hamda uning kiritilish usuli keltirilgan. Ikki karrali integrallarni hisoblashda qutb koordinatalardan foydalanish birmuncha qulayliklar tug’diradi. Dekatr koordinatalar sistemasini qutb koordinatalar sistemasiga o‘tikazuvchi akslantirish yordamida integrallash chegarasi soda ko‘rinishga olib kelinadi. Maqolada dekart koordinatalar sistemasidan qutb koordinatalar sistemasiga o‘tish, ikki karrali integrallarni hisoblashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanish usullari keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *qutb koordinatalar sistemasi, radial koordinata, burchak koordinata, sistema yakobiani.*

В этой статье приведены информация о полярной системе координат и ее истории, а также как она была введена. Указаны, что использование полярных координат при вычислении двойных интегралов несколько удобно. С помощью отображение декартово системы координат в полярную систему область интегрирование приводится к простому виду. В статье описан переход от декартовой системы координат к полярной системе координат и использование полярной системы при вычислении двойных интегралов.

Ключевые слова: *полярная система координат, радиальная координата, угловая координата, Якобиан системы.*

This article provides information about the polar coordinate system, the history of the polar coordinate system, and how it was introduced. The use of polar coordinates in the calculation of double integrals is somewhat convenient. With the help of mapping the Cartesian coordinate system to the polar coordinate system, the region of integration is reduced to a simple form. The article describes the transition from the Cartesian coordinate system to the polar coordinate system, the use of the polar coordinate system when calculating double integrals.

Key words: *polar coordinate system, radial coordinate, angular coordinate, Jacobian of the system.*

Kirish. Qutb koordinatalar sistemasi ikki o‘lchamli koordinatalar sistemasi bo‘lib, unda tekislikdagi har bir nuqta qutb burchagi va qutb radiusi deb ataluvchi ikkita son orqali aniqlanadi. Ikkita nuqta orasidagi munosabatni radius va burchaklar orqali ifodalash qulay bo‘lgan hollarda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Dekart yoki to‘g’ri burchakli koordinatalar sistemasida bunday munosabatlar trigonometrik tenglamalarni qo‘llash orqali amalga oshiriladi. Qutb koordinatalar sistemasi nol nur yoki qutb o‘qi deb ataluvchi o‘q orqali beriladi. Bu nur chiquvchi nuqtaga koordinata boshi yoki qutb deyiladi. Tekislikdagi har qanday nuqta ikkita qutb koordinata - radius va burchak orqali aniqlanadi. Radius (radial koordinata) odatda r harfi bilan belgilanib, nuqtadan koordinata boshigacha bo‘lgan masofaga teng. Burchak koordinata ko‘p hollarda qutb burchagi yoki azimut deb ham yuritiladi. Bu miqdor φ harfi bilan belgilanib, berilgan nuqtaga tushish uchun qutb o‘qi buriladigan (soat strelkasiga qarama-qarshi yo‘nalish) burchakka teng.

Shu tarzda aniqlangan radial koordinata (radius) 0 dan ∞ gacha bo‘lgan qiymatni qabul qilishi mumkin. Burchak koordinata esa $0°$ dan $360°$ gacha bo‘lgan qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

Asosiy qism. Burchak va radius tushunchalari eramizdan avvalgi birinchi ming yillik davrida ham ma’lum bo‘lgan. Grek astronomi Gipparx turli burchaklar uchun vatarlar uzunliklari jadvalini yaratgan. Samoviy jismlarning joylashuv o‘rnini aniqlashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanilganligi haqida ma’lumotlar mavjud. Arximed o‘zining “Spirallar” asarida Arximed spirali deb ataluvchi funksiya tavsiflangan bo‘lib, bu funksiya radiusi burchakdan bog’liqdir. Biroq grek tadqiqotchilarning ishlarida koordinatalar sistemasini aniqlash to‘liq rivojlantirilmagan [1].

IX asrda fors matematigi Xabbash-al-Xasib kartografik proyeksiya va sferik trigonometriya metodlaridan foydalanib, qutb koordinatalar sistemasidan markazi sferaning biror nuqtasida bo‘lgan boshqa koordinatalar sistemasiga o‘tish masalasini o‘rgangan.

Fors astronomi Abu Rayhon Beruniy qutb koordinatalar sistemasi tavsifi qanday bo‘lishi haqidagi g’oyalarni ilgari surgan. U taxminan 1025-yilda birinchilardan bo‘lib samoviy sferaning qutb ekvi-azimutal tekis taqsimlangan proyeksiyasini tavsiflagan.

Qutb koordinatalar sistemasini formal koordinatalar sistemasi sifatida kiritish bo‘yicha turlicha qarashlar mavjud. Qutb koordinatalar sisitemasining paydo bo‘lishi tarixi olib borilgan tadqiqotlarning to‘liq bayoni Garvard universiteti professori Julian Louvel Kulijning “Qutb koordinatalar sistemasining paydo bo‘lishi” nomli ishida yoritilgan.

Greguar ge San-Vensan va Bonaventura Kavaleri bir biridan bog’liqsiz ravishda XVII asrning o‘rtalarida o‘xshash xulosaga kelishgan. San-Vensan 1625-yilda o‘zining shaxsiy izohlarida qutb sistemasini bayon qilgan, uni 1647-yilga kelib nashr qilgan. Kavaleri esa o‘zining ishlarini 1635-yilda chop qilgan, tuzatilgan variant esa 1653-yilda nashrdan chiqqan. Arximed spirali bilan chegaralangan soha yuzini hisoblash uchun qutb koordinatalar sistemasidan foydalangan. Keyinchalik Blez Paskal parabolik yoylar uzunligini hisoblashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalangan.

Isaak Nyuton tomonidan 1671-yilda yozilgan va 1736-yilda nashr qilingan “Flyuksiya usuli” nomli kitobda qutb koordinatalar sistemalari orasidagi almashtirishlarni o‘rgangan. Yakob Bernulli “Acta eruditorum” jurnalida 1691-yilda nashr qilingan maqolasida to‘g’ri chiziqdagi nuqtada sistemadan foydalangan. Ular mos ravishda qutb va qutb o‘qlari deb atalgan. Nuqta koordinatalari qutbgacha bo‘lgan masofa va qutb o‘qigacha bo‘lgan burchak yordamida aniqlangan. Bernullining ishi bu koordinatalar sistemasida aniqlangan chiziqning egrilik radiusini topish masalasiga bog’ishlangan [2].

“Qutb koordinatalari” tushunchasining kiritilishi Gregorio Fontana nomi bilan bog’liq. XVIII asrda u italyan mualliflar leksikoniga kiritilgan. Bu termin ingliz tilida Silvestr Lakruaning “Differensial va integral hisob” traktatining tarjimasi orqali kirib kelgan. Tarjima 1816-yilda Jorj Pikok tomonidan amalga oshirilgan. Uch o‘lchamli fazoda qutb koordinatalarini birinchi bo‘lib Aleksi Klero taklif qilgan, Leonard Eyler esa birinchilardan bo‘lib, mos sistemani ishlab chiqqan.

Endi grafik tasvirlar qismiga o‘tamiz. Yuqorida aytib o‘tganimizdek, har bir nuqta qutb koordinatalar sistemasida ikkita koordinata - r yoki ρ (radial koordinata) va φ yoki θ (burchak koordinata, qutb burchagi, faza burchagi, azimut, pozitsion burchak) orqali aniqlanadi. r koordinata nuqtadan markazgacha yoki koordinata sistema qutbigacha bo‘lgan masofaga mos keladi. φ burchak esa 0°li nurdan soat strelkasi yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalishda hisoblangan burchakka teng.

Polyar radius tekislikning istalgan nuqtasi uchun aniqlangan va nomanfiy $r \geq 0$ qiymatni qabul qiladi. φ qutb burchak esa 0 qutbdan boshqa barcha nuqtalar uchun aniqlangan va $-\pi < \varphi < \pi$ qiymatlarni qabul qiladi. Qutb burchak radianlarda o‘lchanadi va qutb o‘qidan boshlab hisoblanadi:

- agar burchak qiymati musbat bo‘lsa, musbat yo‘nalishda, ya’ni soat strelkasi yo‘nalishiga teskari yo‘nalishda;
- agar burchak qiymati manfiy bo‘lsa, manfiy yo‘nalishda olinadi.

Masalan, $(3; 60^\circ)$ koordinatali nuqta qutb o‘qidan 60° burchak ostidagi nurda, qutbdan 3 birlik masofadagi nuqta bo‘ladi. $(3; -300^\circ)$ nuqta ham aynan shu nuqtani ifodalaydi.

Qutb koordinatalar sistemasining muhim jihatlaridan biri shundaki, bitta nuqta cheksiz usul bilan tasvirlanishi mumkin. Bunda nuqta azimutini aniqlash uchun qutb o‘qini nuqtaga qarab yo‘naltirish kerak. Agar qo‘shimcha to‘liq aylanish amalga oshirilsa va nuqtaga yo‘nalishi o‘zgarmasa yana dastlabki nuqta hosil bo‘ladi. Umumiy holda (r, φ) nuqta $(r, \varphi \pm n \times 360^\circ)$ yoki $(-r, \varphi \pm n \times 360^\circ)$ kabi tasvirlanadi, bu yerda n ixtiyoriy butun son [1].

Qutbni ifodalash uchun $(0, \varphi)$ koordinata ishlatiladi. φ ning qiymatidan bog’liqsiz ravishda nuqta o‘zgarmaydi.

Sinus va kosinus trigonometrik funksiyalarni qo‘llab qutb koordinatalar sisitemasidan x va y Dekart koordinatalar sistemasiga o‘tish mumkin:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi \end{cases} \tag{1}$$

Bunda ikkita x va y Dekart koordinatalar r qutb koordinataga o‘tadi:

$$r^2 = x^2 + y^2 \text{ (Pifagor teoremasi).}$$

φ burchak koordinatani topishda quyidagi ikkita holatni inobatga olish kerak:

1) $r = 0$ bo‘lsa, φ burchak istalgan haqiqiy son bo‘lishi mumkin;

2) $r \neq 0$ bo‘lsa, φ ning asosiy qiymatini odatda $[0; 2\pi)$ yoki $(-\pi; \pi]$ intervaldan tanlanadi.

φ burchakning $[0; 2\pi)$ intervaldagi qiymatini hisoblashda ushbu formuladan foydalanish mumkin:

$$\varphi = \begin{cases} arctg\,\dfrac{y}{x}, & x>0,\quad y\ge 0; \\ arctg\,\dfrac{y}{x}+2\pi, & x>0,\quad y<0; \\ arctg\,\dfrac{y}{x}+\pi, & x<0; \\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0,\quad y>0; \\ \dfrac{3\pi}{2}, & x=0,\quad y<0; \\ - & x=0,\quad y=0. \end{cases}$$

φ burchakning $(-\pi;\pi]$ intervaldagi qiymatini hisoblash uchun quyidagi formuladan foydalanish mumkin:

$$\varphi = \begin{cases} arctg\,\dfrac{y}{x}, & x>0; \\ arctg\,\dfrac{y}{x}+\pi, & x<0,\quad y\ge 0; \\ arctg\,\dfrac{y}{x}-\pi, & x<0;\quad y<0; \\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0,\quad y>0; \\ -\dfrac{\pi}{2}, & x=0,\quad y<0; \\ - & x=0,\quad y=0. \end{cases}$$

Muhokamalar va natijalar. Ikki karrali integrallarni hisoblashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanish birmuncha qulay usullardan bo‘lib hisoblanadi. Qutb koordinatalar sistemasiga o‘tilganda integral chegarasi sodda ko‘rinishga keladi va bunda karrali integraldan takroriy integralga o‘tish osonlashadi.

Biz quyida ikki karrali integrallarda qutb koordinatalaridan foydalanish usullariga to‘xtalib o‘tamiz.

Dastlab ikki karrali integralda o‘zgaruvchi almashtirish formulasini keltiramiz.

Aytaylik $f(x,y)$ funksiya D to‘plamda berilgan va uzluksiz bo‘lsin.

Ushbu

$$\begin{cases} x=\varphi(u,v), \\ y=\psi(u,v) \end{cases} \qquad (2)$$

sistema Δ to‘plamni D to‘plamga akslantirib, quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

1) bu o‘zaro bir qiymatli akslantirish bo‘lsin;
2) $\varphi(u,v)$ va $\psi(u,v)$ funksiyalar Δ to‘plamda uzluksiz va barcha uzluksiz xususiy hosilalarga ega bo‘lsin;
3) xususiy hosilalardan tuzilgan

$$J(u,v)=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

funksional determinant Δ to‘plamda ishora saqlasin va $\forall(u,v)\in\Delta$ da $J(u,v)\ne 0$ bo‘lsin. U holda

$$\iint_D f(x,y) = \iint_\Delta f(\varphi(u,v),\psi(u,v))\left|J(u,v)\right|dudv$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Odatda, $J(u,v)$ determinant (2) sistemaning yakobiani deyiladi [2].

Ikki karrali integralning qutb koordinatalarida ifodalanishi. Yuqoridagi (2) sifatida (1) akslantirishni olaylik. Bu tekislikdagi qutb koordinatalari sistemasi bo‘yicha (r,φ) nuqtani dekart koordinatalari sistemasi bo‘yicha (x,y) nuqtaga akslantirishni ifodalaydi.

(1) sistemaning yakobiani

$$J=\begin{vmatrix}\frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \varphi}\\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \varphi}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\cos\varphi & -r\sin\varphi\\ \sin\varphi & r\cos\varphi\end{vmatrix}=r\cos^2\varphi+r\sin^2\varphi=r.$$

bo'ladi. XOY tekisligidagi yuzaga ega D to'plamni olaylik.

D to'plamning (1) akslantirish yordamida asli (proobrazi)

$$\Delta\subset\{(r,\varphi)\in R^2 : r\geq 0, 0\leq\varphi\leq 2\pi\}$$

bo'ladi.

Agar O nuqta (koordinata boshi) D ga tegishli bo'lmasa, u holda Δ ni D ga akslantirish o'zaro bir qiymatli bo'lib, sistemaning yakobiani 0 dan farqli bo'ladi.

Agar O nuqta D ga tegishli bo'lsa, u holda (1) akslantirishning o'zaro bir qiymatliligi hamda $J(r,\varphi)\neq 0$ shart nol yuzali chiziqlardagina bajarilmaydi.

Demak, $f(x,y)$ funksiya $D\cup\partial D$ da uzluksiz bo'lsa, u holda

$$\iint_D f(x,y)=\iint_D f(\cos\varphi, r\sin\varphi)rdrd\varphi \qquad (3)$$

formula o'rinli bo'ladi.

1-misol. $I=\iint_{(D)} xdxdy$ integralni hisoblang.

Bu yerda $(D)-x^2+y^2=4x-2y+4$ egri chiziq bilan chegaralangan soha.

Yechish. $x^2+y^2=4x-2y+4\Rightarrow(x-2)^2(y+1)^2=1.$

$(D)-$markazi $(2;-1)$ da bo'lib, radiusi 1 ga teng bo'lgan doira.

$$\begin{cases}x=2+r\cos\varphi,\\ y=-1+r\sin\varphi\end{cases}$$

akslantirishni qaraylik.

Bu akslantirish $\Delta=\{(r,\varphi): 0\leq r\leq 1,\ 0\leq\varphi\leq 2\pi\}$ sohani (D) ga akslantiradi va uning yakobiani $J(r,\varphi)=r$ bo'ladi.

U holda ikki karrali integralda o'zgaruvchi almashtirish formulasiga ko'ra:

$$I=\iint_{(D)} dxdy=\int_0^{2\pi}\left[\int_0^1(2+r\cos\varphi)rdr\right]d\varphi=\int_0^{2\pi}\left[r^2+\frac{r^3}{3}\cos\varphi\right]\Bigg|_0^1 d\varphi=\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{1}{3}\cos\varphi\right)d\varphi=$$

$$=\left(\varphi+\frac{1}{3}\sin\varphi\right)\Bigg|_0^{2\pi}=2\pi.$$

Demak, $I=2\pi$

2-misol. $I=\int_0^a dx\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dy$ integralni hisoblang.

Yechish. Integrallash to'plami $(D)=\{(x;y): 0\leq y\leq\sqrt{a^2-x^2},\ 0\leq x\leq a\}$ - markazi koordinatalari boshida va radiusi a ga teng bo'lgan yuqori yarim doira.

$$\begin{cases}x=r\cos\varphi,\\ y=r\sin\varphi\end{cases}$$

akslantirish $\Delta=\{(r,\varphi): 0\leq r\leq a,\ 0\leq\varphi\leq\pi\}$ sohani (D) sohaga akslantiradi.

U holda ikki karrali integralda o'zgaruvchi almashtirish formulasiga ko'ra:

$$I=\int_0^{\pi}\left[\int_0^a\sqrt{(\rho\cos\varphi)^2+(\rho\sin\varphi)^2}\,\rho\,d\rho\right]d\varphi=\int_0^{\pi}\left[\int_0^a\rho^2\,d\rho\right]d\varphi=\int_0^{\pi}\frac{\rho^3}{3}\Bigg|_0^a d\varphi=$$

$$=\int_0^{\pi}\frac{a^3}{3}d\varphi=\frac{a^3}{3}\cdot\varphi\Big|_0^{\pi}=\frac{a^3}{3}\pi$$

Demak, $I=\dfrac{a^3}{3}\pi$.

3-misol. $I = \iint\limits_{(D)} \sin\sqrt{x^2+y^2}\ dxdy.$ integralni hisoblang.

Bu yerda $(D) = \{(x,y): \pi^2 \le x^2+y^2 \le 4\pi^2\}$.

Yechish.

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$$

akslantirissh $\Delta = \{(r,\varphi): \pi \le r \le 2\pi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi\}$ sohani (D) sohaga akslantiradi.

$$I = \int_0^{2\pi}\left[\int_\pi^{2\pi} \sin\sqrt{(r\cos\varphi)^2+(r\sin\varphi)^2}\ r\,dr\right]d\varphi = \int_0^{2\pi}\left[\int_\pi^{2\pi} r\sin r dr\right]d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_\pi^{2\pi} r\sin r\,dr =$$

$$= 2\pi\cdot\int_\pi^{2\pi} r\sin r\,dr = \left|\begin{matrix} u = r & du = dr \\ dv = \sin r\,dr & v = -\cos r\end{matrix}\right| = 2\pi\left[-r\cos r\Big|_\pi^{2\pi} + \int_\pi^{2\pi}\cos r\,dr\right] =$$

$$= 2\pi\cdot\left[-3\pi + \sin r\Big|_\pi^{2\pi}\right] = -6\pi^2$$

Demak, $I = -6\pi^2$.

Xulosa. Maqolada keltirilgan ilg’or pedagogik texnologiyalarning tahlili shuni ko’rsatadiki, ushbu usullarni matematikaning bir qator boshqa sohalarida ham qo’llanilishi ijobiy natijalar beradi. Bu kabi ilmiy izlanishlarga [3, 15] maqolalarni keltirish mumkin.

Adabiyotlar

1. Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Криллов А.А. Метод координат. -Москва, 1973, стр. 47-50
2. Shokirova X.R. Karrali va egri chiziqli integrallar. -Toshkent, 1990.
3. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
4. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.
5. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), с. 21-24.
6. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. “Bul funksiyalari” bobini o‘qitishda “6x6x6” va “charxpalak” metodi // Scientific progress. 2:1 (2021), 786-793 б.
7. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
8. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш. Использование методов «мозговой штурм» и “case study” при изучении темы “условная вероятность, независимость событий” // Scientific progress. 2:1 (2021), с. 982-988.
9. Курбонов Г.Г. Информационные технологии в преподавании аналитической геометрии // Проблемы педагогики, № 53:2 (2021), с. 20-23.
10. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с. 44-47.
11. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy, 55:4 (2020), p. 68-71.
12. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research, 9:4 (2020), p. 3068-3071.
13. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini o‘qitishga doir ba’zi metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021). 1355-1363 б.
14. Boboyeva M.N., Parmonov H.F. Arkfunksiyalar qatnashgan tenglama va tengsizliklar hamda ularni yechish usullari // Scientific progress, 2:1 (2021), 1724-1733 b.
15. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики, 2:2 (2021), с. 42-46.