

PEDAGOGIK MAHORAT

1
2021



ISSN 2181-6883

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

1-son (2021-yil, fevral)

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2021

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal 2021, № 1

Jurnal O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi OAK Rayosatining 2016-yil 29-dekabrda qarori bilan pedagogika va psixologiya fanlari bo'yicha dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan zaruriy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2001-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 6 marta chiqadi.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2016-yil 22-fevral № 05-072-sonli guvohnoma bilan ro'yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti

Tahririyat manzili: O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy

Elektron manzil: ped_mahorat@umail.uz

TAHRIR HAY'ATI:

Bosh muharrir: Adizov Baxtiyor Rahmonovich – pedagogika fanlari doktori, professor

Bosh muharrir o'rinbosari: Navro'z-zoda Baxtiyor Nigmatovich – iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Mas'ul kotib: Hamroyev Alijon Ro'ziqulovich – pedagogika fanlari doktori, dotsent

Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori

Begimqulov Uzoqboy Shoyimqulovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Mahmudov Mels Hasanovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Ibragimov Xolboy Ibragimovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Yanakiyeva Yelka Kirilova, pedagogika fanlari doktori, professor (N. Rilski nomidagi Janubiy-G'arbiy Universitet, Bolgariya)

Qahhorov Siddiq Qahhorovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Mahmudova Muyassar, pedagogika fanlari doktori, professor

Barotov Sharif Ramazonovich, psixologiya fanlari doktori, professor

Jabborov Azim Meyliqulovich, psixologiya fanlari doktori, professor

Kozlov Vladimir Vasilyevich, psixologiya fanlari doktori, professor (Yaroslavl davlat universiteti, Rossiya)

Morogin Vladimir Grigoryevich, psixologiya fanlari doktori, professor (Xakassiya davlat universiteti, Rossiya)

Belobrikina Olga Alfonsasovna, psixologiya fanlari nomzodi, professor (Novosibirsk davlat pedagogika universiteti, Rossiya)

Chudakova Vera Petrovna, psixologiya fanlari nomzodi (Ukraina pedagogika fanlari milliy akademiyasi, Ukraina)

Tadjixodjayev Zokirxo'ja Abdusattorovich, texnika fanlari doktori, professor

Amonov Muxtor Raxmatovich, texnika fanlari doktori, professor

O'rayeva Darmonoy Saidjonovna, filologiya fanlari doktori, professor

Axmedova Shoirra Ne'matovna, filologiya fanlari doktori, professor

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Hayitov Shodmon Axmadovich, tarix fanlari doktori, professor

To'rayev Halim Hojiyevich, tarix fanlari doktori, professor

Mirzayev Shavkat Mustaqimovich, texnika fanlari doktori, professor

Mahmudov Nosir Mahmudovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bo'taboyev Muhammadjon To'ychiyevich, iqtisod fanlari doktori, professor

Bo'riyev Sulaymon Bo'riyevich, biologiya fanlari doktori, professor

Olimov Shirinboy Sharopovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qiyamov Nishon Sodiqovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qahhorov Otabek Siddiqovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Qosimov Fayzullo Muhammedovich, pedagogika fanlari nomzodi, dotsent

Bafayev Muhiddin Muxammadovich, psixologiya fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Jumayev Ulug'bek Sattorovich, psixologiya fanlari nomzodi, dotsent

Umarov Baxshullo Jo'rayevich, pedagogika fanlari nomzodi, dotsent

Inoyatov Abdullo Shodiyevich, pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ МАСТЕРСТВО
Научно-теоретический и методический журнал
№ 1, 2021

Журнал включен в список обязательных выпусков ВАК при Кабинете Министров Республики Узбекистан на основании Решения ВАК от 29 декабря 2016 года для получения учёной степени по педагогике и психологии.

Журнал основан в 2001г.

Журнал выходит 6 раз в год

Журнал зарегистрирован Бухарским управлением агентства по печати и массовой коммуникации Узбекистана.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 05-072 от 22 февраля 2016 г.

Учредитель: Бухарский государственный университет

Адрес редакции: Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол, 11.

e-mail: ped_mahorat@mail.uz

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор: Адизов Бахтиёр Рахманович – доктор педагогических наук, профессор

Заместитель главного редактора: Навруз-заде Бахтиёр Нигматович – доктор экономических наук, профессор

Ответственный редактор: Хамраев Алижон Рузикулович – доктор педагогических наук, доцент

Хамидов Обиджон Хафизович, доктор экономических наук

Бегимкулов Узакбай Шаимкулович, доктор педагогических наук, профессор

Махмудов Мэлэ Хасанович, доктор педагогических наук, профессор

Ибрагимов Холбой Ибрагимович, доктор педагогических наук, профессор

Янакиева Елка Кирилова, доктор педагогических наук, профессор (Болгария)

Каххаров Сиддик Каххарович, доктор педагогических наук, профессор

Махмудова Муяссар, доктор педагогических наук, профессор

Баратов Шариф Рамазанович, доктор психологических наук, профессор

Джаббаров Азим Мейликулович, доктор психологических наук, профессор

Козлов Владимир Васильевич, доктор психологических наук, профессор (Ярославль, Россия)

Морогин Владимир Григорьевич, доктор психологических наук, профессор (Абакан, Россия)

Белобрыкина Ольга Альфонсовна, кандидат психологических наук, профессор (Новосибирск, Россия)

Чудакова Вера Петровна, PhD (Психология) (Киев, Украина)

Таджиходжаев Закирходжа Абдусаттарович, доктор технических наук, профессор

Аманов Мухтор Рахматович, доктор технических наук, профессор

Ураева Дармоной Саиджановна, доктор филологических наук, профессор

Ахмедова Шоира Негматовна, доктор филологических наук, профессор

Дурдыев Дурдымурад Каландарович, доктор физико-математических наук, профессор

Хаитов Шадман Ахмадович, доктор исторических наук, профессор

Тураев Халим Хаджиевич, доктор исторических наук, профессор

Мирзаев Шавкат Мустахимович, доктор физико-математических наук, профессор

Махмудов Насыр Махмудович, доктор экономических наук, профессор

Бутабоев Мухаммаджон Туйчиевич, доктор экономических наук, профессор

Буриев Сулаймон Буриевич, доктор биологических наук, профессор

Олимов Ширинбай Шарипович, доктор педагогических наук, профессор

Киямов Нишон Содикович, доктор педагогических наук, профессор

Каххаров Отабек Сиддиқович, доктор философии по экономическим наукам (PhD), доцент

Касимов Файзулло Мухаммедович, кандидат педагогических наук, доцент

Бафаев Мухиддин Мухамматович, доктор философии по психологических наукам (PhD)

Жумаев Улугбек Саттарович, кандидат психологических наук, доцент

Умаров Бахиулло Жураевич, кандидат педагогических наук, доцент

Иноятов Абдулло Шодиевич, доктор философии по педагогическим наукам (PhD), доцент

PEDAGOGICAL SKILLS

The scientific-theoretical and methodical journal

1, 2021

The journal is submitted to the list of the scientific journals applied to the scientific dissertations for Pedagogy and Psychology in accordance with the Decree of the Presidium of the Ministry of Legal office of Uzbekistan Republic on Regulation and Supervision of HAC (The Higher Attestation Commission) on December 29, 2016.

The journal is published 6 times a year

The journal is registered by Bukhara management agency for press and mass media in Uzbekistan.

The certificate of registration of mass media № 05-072 of 22 February 2016

Founder: Bukhara State University

Publish house: Uzbekistan, Bukhara, Muhammad Ikbol Str., 11.

e-mail: ped_mahorat@umail.uz

EDITORIAL BOARD:

Chief Editor: Ph.D. of Pedagogy, Prof. Bakhtiyor R. Adizov.

Deputy Editor: Ph.D. of Economics, Prof. Bakhtiyor N. Navruz-zade.

Editor: DSc, Asst. Prof. Alijon R. Khamraev

Doctor of Economics Sciences Obidjan X. Xamidov
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Uzakbai Sh. Begimkulov
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Mels Kh. Mahmudov
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Holby I.Ibrahimov
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Yelka K. Yanakieva (Bulgaria)
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Siddik K. Kahhorov
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. M. Mahmudova
Ph.D. of Psychology, Prof. Sharif R. Baratov
Ph.D. of Psychology, Prof. Azim M. Jabbarov
Ph.D. of Psychology, Prof. Vladimir V. Kozlov (Yaroslavl, Russia)
Ph.D. of Psychology, Prof. Vladimir G. Morogin (Abakan, Russia)
Ph.D. of Psychology Sciences, Prof. Olga A. Belobrikina (Novosibirsk, Russia)
Ph.D. of Psychology, Vera P. Chudakova (Kiev, Ukraina)
Ph.D. of Technical sciences, Prof. Shavkat M. Mirzaev
Ph.D. of Technical sciences, Prof. Mukhtor R. Amanov
Ph.D. of Technical sciences, Prof. Zakirkhodja A. Tadjikhodjaev
Ph.D. of Philology, Prof. Darmon S. Uraeva
Ph.D. of Philology, Prof. Shoiri N. Akhmedova,
Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, Prof. Durdimurod K. Durdiev
Ph.D. of Historical Sciences, Prof. Shadman A. Khaitov
Ph.D. of Historical Sciences, Prof. Halim H. Turaev
Ph.D. of Economics, Prof. Nasir M. Mahmudov
Ph.D. of Economics, Prof. Mukhammadjon T. Butaboev
Ph.D. of Biological Science, Prof. Sulaymon B. Buriev
Ph.D. of Pedagogical Science, Prof. Shirinboy Sh. Olimov
Ph.D. of Pedagogical Science, Prof. Nishon S. Kiyamov
Ph.D. doctor of philosophy in economics Otabek S. Kahhorov
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Fayzullo M. Kasimov
Ph.D. of Psychology Sciences, Prof. Muxiddin M. Bafaev
Ph.D. of Psychology Sciences, Prof. Ulugbek S. Jumaev
Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Baxshullo J. Umarov
Ph.D. doctor of philosophy in Psychology Sciences Abdullo Sh. Inoyatov

Гулноза СОБИРОВА. Инглиз тилини ўқитишда талабаларда нутқ фаолияти турларини таълимий методлар асосида ривожлантириш	145
ANIQ VA TABIIY FANLARNI O'QITISH	150
Шахло МЕРАЖОВА, Ҳилола ЭЛМУРАДОВА, Дилноза АЗИМОВА. Чегаравий шартлар бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган параболик типдаги тенглама учун биринчи аралаш масалани ечиш	150
Ахат АХМЕДОВ. Развитие экспериментальной компетентности учителя физики на лабораторных занятиях	157
Набия ТУРАЕВА, Жахонгир ТУРАЕВ. Методические рекомендации по обучению будущих учителей математики конструированию и анализу урока.....	160
G'olib JUMAQULOV. O'quvchilar intellektual sifatlarini tarbiyalash texnologiyalari	163
Nazokat SAYIDOVA, Ilhom JURAYEV. Make beautiful control buttons for a website in coreldraw vector program	166
Мўмин ҚОДИРОВ, Эркин ВОХИДОВ. Умумтаълим мактаблари ва академик лицейларда физика фанини масофавий таълим асосида ўқитиш масалалари хусусида	173
Дилноз РЎЗИЕВА. Олий таълимда физика ўқитишни тизимли ёндашув усулида ташкил қилиш	178
Ҳамидахон ҚОДИРОВА. Умумий ўрта таълим физикасида “оптика” бўлимининг мазмун ва моҳияти	182
Eliboy XUDOYBERDIYEV, Sevara HAMROYEVA. Yulduzlar evolutsiyasini kvant tasavvurlar nazariyasi asosida o'qitish metodikasi.....	186
Mehrinigor RAUPOVA. Bo'lajak biologiya o'qituvchisi kvazi-professional faoliyatini loyihalash usullari	189
Gulbahor AKBAROVA, Charos AMINJONOVA. Problems and methods of teaching the subject “biology”	193
Хасан АВЕЗОВ, Бахтиёр ГАНИЕВ, Ақобир ИЛХОМОВ, Гуляйра ХОЛИКОВА. Повышение эффективности учебной деятельности студентов при изучении биоорганической химии в дистанционном формате	197
Ekhtiyoj ATOEV, Gulnoz GAFUROVA. Information files for didactic chemistry testing	200
IQTISODIYOT VA TURIZM.....	203
Bobir ZOKIROV, O.P.PAШИДОВ. O'zbekiston va Xitoy Xalq Respublikasi o'rtasidagi diplomatik munosabatlarning yangi bosqichi	203
TASVIRIY SAN'AT VA MUSIQA TA'LIMI.....	206
Қорғғди ЖУМАЕВ, Муҳиба Сулаймонова. Алишер Навоий ва ўзбек мўъжаз рангтасвир санъати уйғониш даври	206
Вилоят ТЎХСАНОВА, Наргиза РАФИЕВА. Амалий санъат асарларини таъмирлашда ашёлар технологияси	209
Олим КАРИМОВ. Мусиқа дарслари орқали ўқувчи ёшларда онг, миллий тафаккурни шакллантириш воситалари	213
Davron RO'ZIYEV. Milliy sozlarning tarixiy taraqqiyoti va ta'lim-tarbiyadagi roli	219
Саноқул ДЎСТОВ. Ўзбек миллий мусиқа созларининг пайдо бўлиш тарихи	227
Рустам РАХИМОВ. Формирование музыкальных интересов и способностей и их выявление в семье.....	232
JISMONIY MADANIYAT VA SPORT	235
Нодиржон КАМБАРОВ. Шарқ яққақурашларида баркамол шахс тарбиясининг устувор йўналишлари	235
Хусен САФОВЕВ. Военно-патриотическое воспитание школьников как педагогическая проблема	240
Шерзод АБДУРАХМАНОВ. Военно-патриотическое воспитание молодежи в современных условиях	244
Муҳсин ОЛИМОВ. Ўрта масофага югурувчиларнинг мусобақа олди тайёргарлик машғулотларини режалаштириш	248
Низом ТЎХТАБОЕВ. Болалар ва ўсмирлар спорт мактабларида шуғулланувчи ёш қиз болаларнинг жисмоний тайёргарлиги динамикаси.....	254
Раҳим ШУКУРОВ. Талаба – ёшларда соғлом турмуш маданиятини ривожлантириш, жисмоний тарбия ва спорт муҳим восита сифатида	258
“Педагогик маҳорат” журнали учун мақолаларни расмийлаштириш талаблари.....	261

ANIQ VA TABIIY FANLARNI O'QITISH

Шахло МЕРАЖОВА

Бухоро давлат
университети
дифференциал
тенгламалар кафедраси
катта ўқитувчиси

Ҳилола ЭЛМУРАДОВА

Бухоро давлат
университети
дифференциал
тенгламалар кафедраси
ўқитувчиси

Дилноза АЗИМОВА

Бухоро давлат
университети магистри

ЧЕГАРАВИЙ ШАРТЛАР БИР ЖИНСЛИ ВА БИР ЖИНСЛИ БЎЛМАГАН ПАРАБОЛИК ТИПДАГИ ТЕНГЛАМА УЧУН БИРИНЧИ АРАЛАШ МАСАЛАНИ ЕЧИШ

Ушбу мақолада чегаравий шартлари бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган параболик типдаги тенглама учун биринчи аралаш масалани ечиш ва ечим мавжудлиги ва ягонлини исботлаш ҳақида маълумот берилган. "Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар" (математика таълим йўналиши учун) "Дифференциал тенгламалар ва математик физика тенгламалари" (амалий математика ва информатика таълим йўналиши учун) фанларининг намунавий дастурида иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасига қўйилган аралаш масалалар учун ўзгарувчиларни ажратиш усулига эътибор берилган. Мақолада ушбу усулда масалаларни ечиш ҳақида баён қилинган.

Калит сўзлар: параболик типдаги тенгламалар, бир жинсли тенгламалар, бир жинсли бўлмаган тенглама, ўзгарувчиларни ажратиш усули, функционал қатор, қаторларнинг яқинлашиши, текис яқинлашиши.

В данной статье представлена информация о решении первой смешанной задачи с однородными и неоднородными граничными условиями для уравнения параболического типа, а также и о доказательстве существования и единственности решения. В программах "Дифференциальные уравнения с частными производными" (для математического образования) "Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики" (для прикладной математики и информатики) удалено внимание на метод разделения переменных для решения смешанных задач для уравнения теплопередачи. В статье рассказывается о способах решение этих задач и чему уделять внимание при решении таких задач.

Ключевые слова: уравнения параболического типа, однородные уравнения, неоднородные уравнения, метод разделения переменных, функциональные ряды, сходимость рядов, равномерная сходимость.

This article provides information on the solution of the first mixed problem with homogeneous and inhomogeneous boundary conditions for a parabolic equation, as well as on the proof of the existence and uniqueness of the solution. In the programs "Partial Differential equations" (for mathematical education) "Differential equations and equations of mathematical physics" (for applied mathematics and computer science), attention is removed to the method of separating variables for solving mixed problems in the heat transfer equation. The article describes how to solve these problems in this way and what to pay attention to when solving such problems.

Key words: parabolic equations, homogeneous equations, inhomogeneous equations, method of separation of variables, functional series, convergence of series, uniform convergence.

Қириш. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясини асосий йўналишларидан бири бўлган параболик типдаги тенгламалар назарий ва амалий жиҳатдан ўтган асрда чет эл ва республикамиз олимлари томонидан кенг ривожлантирилди. Бу йўналишдаги маълумотларни қуйидаги китоблар А.В.Бицадзе, В.С.Владимиров, М.С.Салахитдинов, А.Н.Тихонов ва А.А.Самарский, Т.Ж.Жўраев ва С.Абдиназаров, О.С.Зикиров, Д.Қ.Дурдиев [1-9] библиографиясидан олиш мумкин. Бу китобларда параболик, гиперболик типдаги тенгламалар учун асосан классик чегаравий масалалар ўрганилган бўлса, ноклассик турдаги масалалар эса Т.Ж.Жўраев ва М.С.Салахитдинов ва уларнинг ўқувчилари ишларида ўрганилгандир.

Масаланинг қўйилиши. Талабаларга математик физика тенгламаларига қўйилган аралаш масалани ўзгарувчиларни ажратиш усули (Фурье усули) билан ечиш параболик типдаги тенгламага қўйилган аралаш масалалар мисолида кўрсатилган.

Дастлаб бир жинсли параболик типдаги тенглама учун биринчи чегаравий масаланинг қўйилиши ва ечилишини ўрганамиз.

Қуйидаги

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

тенгламани D соҳада қарайлик. Бунда $D = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$

бўлган тўғри тўртбурчакли соҳа.

1-Масала. (1) тенгламанинг $C(\bar{D})$

синфга тегишли бўлган

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0 \quad (2)$$

чегаравий ва

$$u|_{t=0} = \varphi(x) \quad (3)$$

бошланғич шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин.

Бунда $\varphi(x)$ функция узлуксиз, бўлак-бўлак узлуксиз ҳосилага эга бўлиб

$$\varphi(0) = \varphi(l) = 0$$

шартни қаноатлантиради.

1-Масаланинг ечилиши. Бу масалани Фурье усули билан ечамиз. (1) тенгламани айнан нолга тенг бўлмаган ва (2) чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечимини

$$u(x, t) = X(x)T(t) \quad (4)$$

кўринишида излаймиз. Математик физиканинг гиперболик типдаги тенгламаларига қўйилган аралаш масала ечими ҳам (4) кўринишида изланади. Талабаларга шунга эътибор қаратиш зарурлигини тушунтириб, мавзуну чуқурроқ тушунишга замин тайёрлаймиз.

Бу ерда $X(x)$ ни фақат x га, $T(t)$ ни эса фақат t га боғлиқ деб ҳисоблаймиз. (4) нинг ўнг томонини (1) тенгламадаги $u(x, t)$ нинг ўрнига олиб бориб қўйиб

$$X(x)T'(t) = a^2 T(t)X''(x)$$

ёки

$$\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda$$

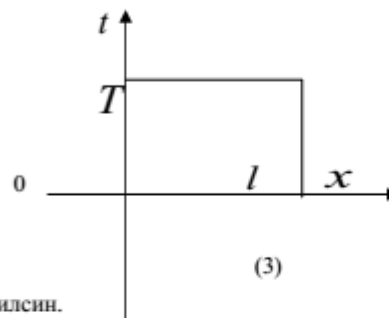
тенгликка эга бўламиз. Охириги тенгликнинг чап томони x га, ўнг томони t га боғлиқ эмас.

Демак, $\frac{T'(t)}{a^2 T(t)}$ ва $\frac{X''(x)}{X(x)}$ микдорларнинг ҳар бири x га ҳам, t га ҳам боғлиқ эмас, яъни улар

ўзгармас. Бу ўзгармасни $-\lambda$ орқали белгилаб

$$\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda$$

эга бўламиз. Бундан эса



$$T'(t) + a^2 \lambda T(t) = 0 \tag{5}$$

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0 \tag{6}$$

хосил қиламиз. Булардан бири фақат X га боғлиқ функцияни, иккинчиси эса фақат t га боғлиқ функцияни ўз ичига олади.

(2) шартга кўра $X(x)$ функция

$$X(0) = 0, \quad X(l) = 0 \tag{7}$$

шартни қаноатлантиради.

Бунда λ параметрнинг шундай қийматларини топиш керакки, бу қийматларда (6) тенглама (7) шартларни қаноатлантирувчи нолдан фарқли ечимга эга бўлсин. (Бу ерда талабалар гиперболик типдаги тенглама учун кўйилган аралаш масала ўрганилганда ҳам Штурм-Лиувилл масаласини ечишган.)

(6) тенгламанинг умумий ечими $\lambda < 0$, $\lambda = 0$ ёки $\lambda > 0$ бўлишига қараб турлича бўлади, шунинг учун ухта ҳолни алоҳида-алоҳида қараймиз.

1) $\lambda < 0$ бўлган ҳол. Бунда (6) тенгламанинг умумий ечими

$$X(x) = c_1 e^{\sqrt{\lambda}x} + c_2 e^{-\sqrt{-\lambda}x}$$

кўринишда бўлади. Бунда c_1 ва c_2 лар ихтиёрий ўзгармаслар.

(7) чегаравий шартларга асосан

$$c_1 + c_2 = 0, \quad c_1 e^{\sqrt{\lambda}l} + c_2 e^{-\sqrt{-\lambda}l} = 0$$

бўлади. Бундан $c_1 = c_2 = 0$. Демак, $X(x) \equiv 0$

2) $\lambda = 0$ бўлган ҳол. Бунда (6) тенгламанинг умумий ечими

$$X(x) = c_1 + c_2 x$$

кўринишда бўлади. (7) чегаравий шартларга кўра $c_1 = 0, c_2 = 0$ ва $X(x) \equiv 0$

3) $\lambda > 0$ бўлган ҳол. Бунда (6) тенгламанинг умумий ечими

$$X(x) = c_1 \cos \sqrt{\lambda}x + c_2 \sin \sqrt{\lambda}x$$

кўринишда бўлади. (7) чегаравий шартларга асосан

$$c_1 = 0, \quad c_2 \sin \sqrt{\lambda}l = 0$$

Биз $c_2 \neq 0$ деймиз, акс ҳолда $X(x) = 0$ бўлиб қолади. Демак,

$$\sin \sqrt{\lambda}l = 0$$

$$\sqrt{\lambda}l = \pi n \Rightarrow \lambda = \lambda_n = \frac{\pi^2 n^2}{l^2}, \quad n=1,2,3,\dots$$

Демак, $X_n(x) = \sin \frac{\pi n}{l} x$ бўлади. $\lambda = \lambda_n$ бўлганда (5) тенгламанинг умумий ечими

$$T_n(t) = a_n e^{-\frac{a^2 \pi^2 n^2 t}{l^2}}$$

кўринишда бўлади, бу ерда a_n ихтиёрий ўзгармас коэффициент. Шундай қилиб, ихтиёрий ўзгармас a_n сонлар учун

$$u_n(x,t) = a_n \cdot e^{-\frac{a^2 \pi^2}{l^2} t} \sin \frac{\pi n}{l} x \quad (8)$$

функция (1) тенгламани ва (2) шартларни қаноатлантиради.

$$u_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\frac{a^2 \pi^2}{l^2} t} \sin \frac{\pi n}{l} x \quad (9)$$

қатор ҳам (1) тенгламани ва (2) шартларни қаноатлантиради. Энди (9) қаторни (3) шартни ҳам бажаришни талаб қиламиз, яъни

$$u(x,0) = \varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n}{l} x \quad (10)$$

(10) қатор $\varphi(x)$ функциянинг $(0,l)$ оралиқ синуслари бўйича Фурье қаторига ёйилмасидан иборатдир. Унинг коэффициентлари

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx \quad (11)$$

формула билан аниқланади. Энди (9) қатор (1), (2), (3) масаланинг ҳамма шартларини бажаришини кўрсатамиз. Бунинг учун (9) қатор билан ифодаланган $u(x,t)$ функциянинг дифференциалланувчилигини ва $\{0 < x < l, t > 0\}$ соҳада тенгламани қаноатлантириб, $x=0$, $x=l$, $t=0$ чегараларда узлуксиз эканлигини кўрсатиш керак. Агар (9) қатор яқинлашувчи бўлиб, уни x бўйича икки марта, t бўйича бир марта ҳадма-ҳад дифференциаллаш мумкин бўлса, бу қатор (1) тенгламани қаноатлантиради.

Ҳар қандай $t \geq t_0 > 0$ учун қуйидаги

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} u_n(x,t) \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u_n(x,t)$$

қаторлар текис яқинлашади ва қуйидаги тенгсизликлар ўринли

$$\left| \frac{\partial u}{\partial t} \right| \leq \left| -a_n \left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 t} \cdot \sin \frac{\pi n}{l} x \right| < \left| a_n \left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 t} \right|$$

Агар $|\varphi(x)| < M$ бўлса,

$$|a_n| \leq \frac{2}{l} \left| \int_0^l \varphi(\xi) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi \right| < 2M$$

бўлади ва $t \geq \bar{t}$ учун

$$\left| \frac{\partial u_n}{\partial t} \right| < 2M \left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 t}$$

Худди шундай

$$\left| \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \right| < 2M \cdot \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 t}$$

тенгсизликларни оламиз.
Умуман олганда куйидаги

$$\left| \frac{\partial^{i+j} u_n}{\partial x^j \partial t^i} \right| < 2M \left(\frac{\pi n}{l} \right)^{2i+j} a^{2i} \cdot e^{-\left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 t}$$

баҳолар ўринли ва ушбу

$$\sum_{n=1}^{\infty} N n^q \cdot e^{-\left(\frac{a\pi n}{l} \right)^2 t} = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(t)$$

мажорант қаторнинг яқинлашишини текшираимиз. Даламбер аломатига кўра

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\alpha_{n+1}(t)}{\alpha_n(t)} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^2 \cdot \frac{e^{-\left(\frac{a\pi}{l} \right)^2 (n^2+2n+1)t}}{e^{-\left(\frac{a\pi}{l} \right)^2 n^2 t}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^2 e^{-\left(\frac{a\pi}{l} \right)^2 (2n+1)t} = 0$$

Булардан (9) қаторни $\forall t \geq t > 0$ учун исталганча ҳадма-ҳад дифференциаллаш мумкинлигини кўрсатади. (9) қатор билан аниқланган $u(x, t)$ функция (1) тенгламани қаноатлантиради. t ихтиёрий бўлгани учун бу мулоҳазалар ихтиёрий $t > 0$ учун ҳам ўринли. Шундай қилиб, $\varphi(x)$ функция узлуксиз ва бўлакли узлуксиз ҳосиллага эга бўлиб, $\varphi(0) = 0$, $\varphi(l) = 0$ бўлса, у ҳолда (9) қатор ҳар қандай $t \geq 0$ да узлуксиз функцияни аниқлайди. (9) қатор (2), (3) шартларни қаноатлантиришини кўрсатиш кийин эмас.

Таҳлил қиламиз.

Энди чегаравий шартлар нолга тенг бўлмаган яъни

$$u|_{x=0} = \psi_1(t), \quad u|_{x=l} = \psi_2(t) \tag{12}$$

ҳолни кўраимиз, бу ерда $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ берилган функциялар. Бу масала куйидагича:

2-Масала. (1) тенгламанинг (12) чегаравий шартларни ва (3) бошланғич шартни қаноатлантирувчи ечими топилсин.

2-Масаланинг ечилиши. (1) тенгламанинг (12) шартларни қаноатлантирувчи ечимини

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x$$

қатор кўринишида излаймиз, бунда

$$T_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l u(x, t) \sin \frac{\pi n}{l} x dx \tag{13}$$

(13) интегрални икки марта бўлаклаб интеграллаймиз:

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{l} u(x,t) = u \quad \sin \frac{\pi}{l} x dx = dv \\ du = u_x(x,t) \quad v = -\frac{l}{\pi} \cos \frac{\pi}{l} x \end{array} \right] \Rightarrow \\
T_n(t) &= \frac{2}{l} \left[-u(x,t) \frac{l}{\pi} \cos \frac{\pi}{l} x \Big|_0^l + \int_0^l \frac{l}{\pi} \cos \frac{\pi}{l} x u'(x,t) dx \right] = \left[\begin{array}{l} u'(x,t) = x \quad \cos \frac{\pi}{l} x dx = dv \\ du = u'_x \quad v = \frac{l}{\pi} \sin \frac{\pi}{l} x \end{array} \right] = \\
&= \frac{2}{l} \left[-\frac{l}{\pi} u(x,t) \cos \frac{\pi}{l} x \Big|_0^l + \frac{l}{\pi} \sin \frac{\pi}{l} x \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0^l - \frac{l^2}{\pi^2 n^2} \int_0^l \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \sin \frac{\pi}{l} x dx \right] = \\
&= \frac{2}{l} \left[-\frac{l}{\pi} u(l,t) \cos \pi x + \frac{l}{\pi} u(0,t) + \frac{l}{\pi} \sin \pi \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{l}{\pi} \sin \frac{\pi 0}{l} u'(0,t) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{l^2}{\pi^2 n^2} \int_0^l \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \sin \frac{\pi}{l} x dx \right] = \frac{2}{l} \left[\frac{l}{\pi} [u(0,t) - (-1)^n u(l,t)] - \right. \\
&\quad \left. \frac{l^2}{\pi^2 n^2} \int_0^l \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \sin \frac{\pi}{l} x dx \right] = \frac{2}{\pi} [u(0,t) - (-1)^n u(l,t)] - \\
&\quad - \frac{2l}{\pi^2 n^2} \int_0^l \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \sin \frac{\pi}{l} x dx
\end{aligned}$$

$u(x,t)$ функция (1) тенглами ва (12) чегаравий шартларни қаноатлантиргани учун

$$T_n(t) = \frac{2}{\pi} [\psi_1(t) - (-1)^n \psi_2(t)] - \frac{2l}{\pi^2 n^2 a^2} \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} \sin \frac{\pi}{l} x dx \quad (14)$$

Энди (13) ифодани t бўйича дифференциаллаймиз:

$$T'_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} \sin \frac{\pi}{l} x dx \quad (15)$$

(14) тенгликдаги интеграл ўрнига унинг қийматини (15) дан қўйиб,

$T_n(t)$ коэффициентларини аниқлаймиз:

$$\begin{aligned}
T_n(t) &= \frac{2}{\pi} \left[\psi_1(t) - (-1)^n \psi_2(t) - \frac{l^2}{\pi^2 n^2 a^2} T'_n(t) \right] \\
T'_n(t) + \left(\frac{\pi a}{l} \right)^2 T_n(t) &= \frac{2\pi a^2}{l^2} [\psi_1(t) - (-1)^n \psi_2(t)]
\end{aligned}$$

ҳосил бўлади.

Бу тенглами умумий ечими куйидаги кўринишда бўлади:

$$T_n(t) = e^{-\left(\frac{\pi a}{l}\right)^2 t} \left[c_n + \frac{2\pi a^2}{l^2} \int_0^t e^{\left(\frac{\pi a}{l}\right)^2 \tau} (\psi_1(\tau) - (-1)^n \psi_2(\tau)) d(\tau) \right]$$

бу ерда $c_n = T_n(0)$

(3) шартни қаноатлантириш учун

$$u(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(0) \sin \frac{\pi n}{l} x = \varphi(x)$$

тенглик бажарилишини талаб қиламиз. Демак,

$$T_n(0) = c_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx$$

Шундай қилиб (1), (3), (12) масаланинг ечими қуйидаги кўринишда бўлади:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x \quad (16)$$

бу ерда

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 t} \left[\frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx + \frac{2\pi n a^2}{l^2} \int_0^l e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 \tau} (\psi_1(\tau) - (-1)^n \psi_2(\tau)) d\tau \right] \sin \frac{\pi n}{l} x$$

Хулоса. Ушбу мақолада чегаравий шартлар бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган ҳолда иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасига қўйилган биринчи чегаравий (аралаш) масалани ечиш усули кўрсатилди. Бунда 2-масалани ечишда фанни ўтиш жараёнида ўтилишда намойиш этиладиган усулдан бошқа усул кўрсатилган.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар (математик физика тенгламалари) фанини ўқитишда талабалардан кучли мантикий фикрлаш, чуқур билим, бошқа фанлар билан интеграциясини тушинишни талаб қилади.

Масалаларни ечиш жараёнига эътибор берсак, бунда талабалар математик анализ, оддий дифференциал тенгламалар фанларининг маълумотларидан фойдаланишига тўғри келади.

Адабиётлар

1. Wolter A. Strauss. Partial Differential Equations; An introduction. Birkhhauser. Germany, 2005.
2. Davia D. Bleecker, George Csordes. Basic of Partial Differential Equations. Birkhhauser. Germany, 2009.
3. Бицадзе А.В., Калининченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – Москва: “Наука”, 1977.
4. Жураев Т.Ж., Абдиназаров С. Математик физика тенгламалари. –Т.: 2003. -332 б.
5. Durdiyev D.Q. Xususiy hosilali differensial tenglamalar. – Buxoro: “Durdoni” nashriyoti, 2019
6. Зиқиров О.С. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар. –Тошкент: “Университет”. 2012. -260 бет.
7. Merajova Sh. Matematik fizika tenglamalari fanidan mashqlar to'plami. –Buxoro: “Ziyo-rizograf” nashriyoti, 2007.
8. Салоҳиддинов М.С. Математик физика тенгламалари. –Тошкент: “Ўзбекистон” нашриёти, 2002.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. –Москва: Издательство “МГУ”, 2004.