

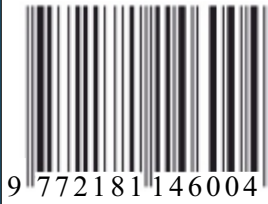
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI



Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

6/2024

E-ISSN 2181-1466



9 772181 146004

ISSN 2181-6875



9 772181 687004



@buxdu_uz



@buxdu1



@buxdu1



www.buxdu.uz

6/2024

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
МАТЕМАТИКА *** MATHEMATICS *** МАТЕМАТИКА		
Xayitova X.G.	Funksiya hosilasining tatbiqlari	3
Atoev D.D.	Solvability of an integro differential heat equation with nonlocal initial – boundary condition	7
Merajova Sh.B., Sultanova D.X., Ahmadov X.Sh. Merajov N.I.	Kasr tartibli hosila va uning ba'zi bir tatbiqlari	13
Tog'aynazarov S.O.	O'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalarni yechish jarayonida aktdan foydalanish	18
Tulakova Z.R.	Boundary value problems of dirichlet-neumann type for the three-dimensional elliptic equation with two singular coefficients	23
Аббасова М.О.	Краевые задачи для уравнения лапласа в частях трехмерного шара	29
Арзикулов З.О.	Задача неймана для многомерного сингулярного уравнения гельмгольца в бесконечных областях	38
Бегматов А.Х., Исмоилов А.С.	Задача восстановления функции по семействам сфер в трехмерном пространстве	45
Отакулов С., Хайдаров Т.Т.	Задача оптимального быстрогодействия для параметризованной модели системы управления в условиях неопределенности	51
Юлдошев Н.Н., Жувонов К.Р.	Построение общего вида уравнения разветвления, допускающего группу $SO(3)$	59
Latipov H.M., Norqulova G.O.	Torda aniqlangan L –juft va L –toq funksiyalar	66
Adilov B.B.	Monoton ketma-ketliklar va ularning limiti tushunchasi	72
Saidova N.M.	Integro-differensial tenglamaga qo'yilgan koshi masalasining bir qiymatli yechimi	76
FIZIKA *** PHYSICS *** ФИЗИКА		
Расулов В.Р., Расулов Р.Я., Насиров М.Х., Уринова К.К.	Теория размерного квантования в моноатомных слоях дихалькогенидов переходных металлов	82
Nurolliyev N.Sh., Tuxtoshev I.A.	Rezina va plastik sterjinlarni cho'zilish deformatsiyasini tahlil qilish va o'rganish	89
Salimov S.S.	Frenel linzasi yorug'lik o'tkazuvchanligini solishtirish yo'li orqali aniqlash	94
Алиев Р., Алиназарова М.	Разработка полупроводникового фотоэлектрического генератора высокого напряжения	98
Расулов В.Р., Расулов Р.Я., Кодиров Н.У. Исомаддинова У.М.	Двухфотонное поглощение с учетом подмешивания к состояниям зоны проводимости валентных состояний	103
Саидханов Н.Ш.	О дисперсионном анализе множественного образования частиц	110
Abdirakhmonov U.Sh.	Acoustic and acoustooptical properties of langasite crystals	115

TORDA ANIQLANGAN L –JUFT VA L –TOQ FUNKSIYALAR

Latipov Hakimboy Mirzo o'g'li,
Buxoro davlat universiteti tadqiqotchisi
h.m.latipov@buxdu.uz,
Norqulova Gulbodom Oybek qizi,
Buxoro davlat universiteti izlanuvchisi
g.o.norqulova@buxdu.uz

Annotatsiya. Ushbu maqolada torda aniqlangan juft, toq, L –juft va L –toq funksiyalarning ta'riflari keltirilgan hamda bir nechta misollar bayon qilingan. Juft va toq funksiyalar fazosi yopiq qism fazolar bo'lishi ko'rsatilgan. Panjaradagi ikki zarrachali sistema Hamiltonianining koordinata va impuls ko'rinishlari haqida ma'lumot berilgan. Shuningdek, panjaradagi ikkita va uchta zarrachalar sistemasiga mos model operatorlar spektral xossalriga bag'ishlangan bir nechta ilmiy adabiyotlar tahlil qilingan.

Kalit so'zlar: panjara, tor, juft, toq, L -juft va L -toq funksiyalar, Hamiltonian, koordinata va impuls ko'rinish.

L-EVEN AND L-ODD FUNCTIONS ON THE TORUS

Abstract. This article gives the definitions of even, odd, L -even, and L -odd functions defined on the torus and gives some examples. It is shown that the spaces of even and odd functions are closed subspaces. Information about the coordinate and momentum representations of the Hamiltonian of the two-particle system on the lattice is given. Also, several scientific literatures devoted to the spectral properties of model operators corresponding to systems of two and three particles on the lattice were analyzed.

Keywords: lattice, torus, even, odd, L -even and L -odd functions, Hamiltonian, coordinate and momentum representation.

L-ЧЕТНЫЕ И L-НЕЧЕТНЫЕ ФУНКЦИИ, ОПРЕДЕЛЕННЫЕ НА ТОРЕ

Абстракт. В этой статье даны определения четных, нечетных, L -четных и L -нечетных функций, определенных на торе, и приведены некоторые примеры. Показано, что пространства четных и нечетных функций являются замкнутыми подпространствами. Даны сведения о координатном и импульсном представлениях гамильтониана двухчастичной системы на решетке. Также проанализирован ряд научных литератур, посвященных спектральным свойствам модельных операторов, соответствующих системам из двух и трех частиц на решетке.

Ключевые слова: решетка, тор, четная, нечетная, L -четная и L -нечетная функции, гамильтониан, координатное и импульсное представление.

Kirish. Qattiq jismlar fizikasi [1], kvant maydon nazariyasi [2] va boshqa ko'plab sohalardagi dolzarb masalalar panjaradagi ikki va uch zarrachali sistemalarga mos model operatorlarning spektral xossalari aniqlashga olib kelinadi. Bunda ikki zarrachali sistemaga mos model operator spektri haqidagi natijalardan foydalanib uch zarrachali sistemaga mos model operator muhim va diskret spektrlarini tadqiq qilish muhim ahamiyat kasb etadi. Shuning uchun panjaradagi ikki va uch zarrachali sistemalarga mos model operatorlarga oid tadqiqotlarni rivojlantirish muhim hisoblanadi. Panjaradagi ikki zarrachali sistemaga mos Fridriks modeli uchun bo'sag'aviy hodisalarni tahlil qilish, ulardan foydalanib sonli tasvirni tadqiq qilish, uch zarrachali sistemaga mos model operator muhim spektrining tuzilishini aniqlash [3], xos qiymatlar sonining chekli yoki cheksiz bo'lish shartlarini topish, muhim spektr ichida joylashgan xos qiymatlarni aniqlashga alohida e'tibor berilmoqda [4, 5, 6].

Quyida turli ko'rinishdagi panjaradagi ikkita zarrachalar sistemasiga mos model operatorlar uchun olingan natijalar va ularning panjaradagi uchta zarrachalar sistemasiga mos model operatorlar spektral xossalari tadqiq qilishdagi ahamiyatiga bag'ishlangan ilmiy adabiyotlar tahlilini keltiramiz.

[3] maqolada qo'zg'alish operatori ikki o'lchamli Fredgolm operatori bo'lgan Fridriks modeli tadqiq qilingan. Uning Fredgolm determinanti qurilgan va monoton emasligi isbotlangan. Fridriks modeli xos

qiymatlarining soni, joylashuv o'rnini va mavjudlik shartlari topilgan. Bu natijalar panjaradagi lokal bo'lmagan potensialga ega uch zarrachali model operator muhim spektrining ikki va uch zarrachali tarmoqlarining joylashuv o'rnini, tuzilishi va uni tashkil qiluvchi kesmalar sonini aniqlash imkonini bergan.

[6] maqolada $\mathbb{Z}^3$ uch o'lchamli panjaradagi ikki zarrachali sistemaga mos 1 o'lchamli qo'zg'alishga ega $h_\mu(p)$, $p \in \mathbb{T}^3$, $\mu > 0$ Fridriks modellari oilasi qaralgan. Agar $h_\mu(0)$ operator bo'sag'a energiyali rezonansga (virtual sathga) yoki bo'sag'aviy xos qiymatga ega bo'lsa, u holda p parametrlarning barcha nolmas qiymatlarida $h_\mu(p)$ operator muhim spektrdan chapda yotuvchi yagona xos qiymatga ega bo'lishi isbotlangan. Bundan tashqari, Fridriks modellari oilasiga mos Fredgolm determinanti uchun asimptotik formula olingan.

[5] maqolada uch o'lchamli panjaradagi ikkita bir xil zarrachalar sistemasiga mos keluvchi ikkita chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma bo'lgan bir o'lchamli qo'zg'alishga ega Fridriks modellari oilasi o'rganilgan. Muhim spektrdan chapda yotuvchi xos qiymatlarning mavjudlik shartlari topilgan. Fridriks modellari oilasi uchun bo'sag'aviy xos qiymat va nol energiyali rezonansning mavjudlik shartlari tahlil qilingan. Fredgolm determinanti uchun asimptotik yoyilma topilgan. Olingan natijalar panjaradagi uchta bir xil zarrachalar sistemasiga mos model operator xos qiymatlari sonining chekli yoki cheksiz ekanligini ko'rsatishda hamda xos qiymatlar soni uchun asimptotik formula topishda qo'llanilgan.

[6] maqolada esa [5] maqoladan farqli o'laroq uch o'lchamli panjaradagi ikkita har xil zarrachali sistemaga mos Fridriks modellari oilasi tadqiq qilingan. Bu holda Fridriks modeli uchun quyidagi natijalar olingan:

- Veyl teoremasi yordamida muhim spektri o'rganilgan;
- muhim spektrdan chapda joylashgan xos qiymatlar soni haqida ma'lumot berilgan;
- Fredgolm determinanti uchun asimptotik yoyilma olingan;
- bo'sag'aviy xos qiymat va virtual sathning mavjudlik shartlari topilgan.

Olingan natijalar panjaradagi uchta har xil zarrachalar sistemasiga mos model operator xos qiymatlari sonining chekli yoki cheksiz ekanligini ko'rsatishda hamda xos qiymatlar soni uchun asimptotik formula topishda qo'llanilgan.

[7] maqolada Fridriks modeli dispersiya funksiyasi maxsus ko'rinishga ega bo'lgan hol uchun tahlil qilingan. Bunda dispersiya funksiyasi bir nechta nuqtalarda aynimagan minimumga ega bo'lishi ko'rsatilgan. $\varphi(\cdot)$ parametr funksiyaning bu nuqtalardagi qiymati 0 ga teng bo'lishi yoki nolmas qiymatga ega

bo'lishidan bog'liq ravishda Fridriks modeli nol energiyali rezonansga yoki $z = 0$ nuqtada bo'sag'aviy xos qiymatga ega bo'lishi isbotlangan. Mos Fredgolm determinanti uchun asimptotik yoyilma topilgan. Agar Fridriks modeli nol energiyali rezonansga yoki $z = 0$ nuqtada bo'sag'aviy xos qiymatga ega bo'lsa, o'zining muhim spektridan tashqarida yotuvchi xos qiymatlarga ega emasligi isbotlangan. Fridriks modeli uchun olingan natijalar yordamida panjaradagi uch zarrachali sistemaga mos model operator uchun Yefimov hodisasining mavjudligi isbotlangan hamda xos qiymatlar soni uchun asimptotik formula topilgan.

[8] maqolada kompakt qo'zg'alishli Fridriks modelining spektral xossalari o'rganilgan. Xususan, uning muhim spektri topilgan, muhim spektr absolyut uzluksiz spektr bo'la olmasligini ko'rsatuvchi $u(\cdot, \cdot)$ parametr funksiyaga misol keltirilgan. Qo'zg'alish operatorining musbat operator ekanligi isbotlangan va uning musbat kvadrat ildizi topilgan. Nollari to'plami qaralayotgan Fridriks modelining diskret spektri bilan ustma-ust tushuvchi Fredgolm determinanti umumiy holda qurilgan. Fridriks modeli uchun olingan natijalar panjaradagi uch zarrachali model operator muhim spektrining joylashuv o'rnini aniqlashda qo'llanilgan.

[9] ishida panjaradagi uchta ixtiyoriy zarrachalar sistemasiga mos gamiltonian muhim spektrining bo'shlig'ida cheksiz sondagi xos qiymatlar mavjudligi isbotlangan.

[10] maqolada cheksiz separabel Hilbert fazosida aniqlangan o'z-o'ziga qo'shma kompakt operatorlar tenzor yig'indisining muhim va diskret spektrlari o'rganilgan. [11] maqolada uch zarrachali model operator muhim spektrining tuzilishi tadqiq qilingan. Manfiy xos qiymatlarning mavjudligi isbotlangan va manfiy xos qiymatlar soni uchun baholash olingan. [12] maqolada uch zarrachali model Shryodinger operatori uchun cheksiz sondagi xos qiymatlarning mavjudligi masalasi o'rganilgan. Model operator muhim spektridan chapda yotuvchi cheksiz sondagi xos qiymatlar mavjud bo'lishining zaruriy va yetarlilik shartlari topilgan.

Torda aniqlangan L –juft va L –toq funksiyalar. $\mathbb{T}^1 = (\pi; \pi]$ orqali bir o'lchamli tori belgilaymiz. $\mathbb{T}^1$ to'plamda qo'shish va songa ko'paytirish amallarini haqiqiy sonlarni 2π modul bo'yicha qo'shish va songa ko'paytirish sifatida kiritamiz, masalan

$$\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi},$$

$$6 * \frac{\pi}{5} = 2\pi - \frac{4\pi}{5} = -\frac{4\pi}{5} \pmod{2\pi}.$$

Ushbu to'plamga **bir o'lchamli tor** deb ataladi. $\mathbb{T}^d$ orqali d o'lchamli tori, ya'ni $\mathbb{T}^d = \mathbb{T}^1 \times \mathbb{T}^1 \times \dots \times \mathbb{T}^1$ ni belgilaymiz.

$\mathbb{T}^d - d$ o'lchamli torda aniqlangan, Haar ma'nosida o'lchovli va

$$\int_{\mathbb{T}^d} |f(q)|^2 dq < \infty$$

shartlarni qanoatlantiruvchi barcha $f: \mathbb{T}^d \rightarrow \mathbb{C}$ funksiyalarning chiziqli fazosini qaraymiz. Elementlarni qo'shish va songa ko'paytirish odatdagi funksiyalarni qo'shish va ko'paytirish kabi kiritiladi. Hosil bo'lgan fazo $L_2(\mathbb{T}^d)$ kabi belgilanadi. Demak, bu fazoning elementlari $\mathbb{R}^d$ da aniqlangan va har bir o'zgaruvchi bo'yicha 2π davrga ega bo'lgan funksiyadir. Ushbu fazo qo'shish va songa ko'paytirish amallariga nisbatan yopiq: agar $f \in L_2(\mathbb{T}^d)$ bo'lsa, u holda Lebeg integralining xossalari ko'ra ixtiyoriy $\lambda \in \mathbb{C}$ soni uchun $\lambda f \in L_2(\mathbb{T}^d)$ bo'ladi. Ixtiyoriy $f, g \in L_2(\mathbb{T}^d)$ elementlar uchun $f + g \in L_2(\mathbb{T}^d)$ ekanligi esa Minkovskiyning integral tengsizligidan kelib chiqadi.

Nol element $\theta(x) \equiv 0$ kabi, $f(\cdot)$ ga qarama-qarshi element esa $-f(\cdot)$ kabi aniqlanadi. Demak, $L_2(\mathbb{T}^d)$ chiziqli fazo ekan.

Quyida biz $L_2(\mathbb{T}^d)$ Hilbert fazosining bir necha muhim qism fazolarini tadqiq qilamiz.

Torda aniqlangan L –juft va L –toq funksiyalar: $L_2(\mathbb{T}^d)$ fazoda f elementning normasini

$$\|f\| = \left(\int_{\mathbb{T}^d} |f(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}$$

kabi kiritish mumkin. Bu fazodadan olingan ixtiyoriy f va g elementlar uchun ularning skalyar ko'paytmasini

$$(f, g) = \int_{\mathbb{T}^d} f(x) \overline{g(x)} dx$$

kabi aniqlash mumkin.

Agar $\mathbb{T}^d$ torda Haar o'lchovidan boshqa biror sanoqli aditiv μ o'lchov kiritilgan bo'lsa, u holda hosil bo'lgan fazo $L_2(\mathbb{T}^d, d\mu)$ kabi belgilanadi.

$L_2(\mathbb{T}^d)$ fazoda

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} e^{i(n,x)}, x \in \mathbb{T}^d, n \in \mathbb{Z}^d, (n, x) = \sum_{k=1}^d x_k n_k$$

ortonormal sistema bazisni tashkil qiladi. Ixtiyoriy $f(x) \in L_2(\mathbb{T}^d)$ funksiyaning ushbu bazisdagi Fur'ye koeffitsientlari quyidagicha hisoblanadi:

$$\hat{f}(n) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \int_{\mathbb{T}^d} e^{-i(n,x)} f(x) dx.$$

$L_2^e(\mathbb{T}^d)$ orqali esa $\mathbb{T}^d$ to'plamda aniqlangan va modulining kvadrati bilan integrallanuvchi hamda ixtiyoriy $x \in \mathbb{T}^d$ element uchun

$$f(-x) = f(x)$$

shartni qanoatlantiruvchi funksiyalar fazosini, ya'ni juft funksiyalar fazosini belgilaymiz.

1-tasdiq. $L_2^e(\mathbb{T}^d)$ fazo $L_2(\mathbb{T}^d)$ Hilbert fazosining yopiq qism fazosi bo'ladi.

Isbot. Avvalo, $L_2^e(\mathbb{T}^d)$ fazo chiziqli fazo ekanligini ko'rsatamiz. Buning uchun ixtiyoriy $f, g \in L_2^e(\mathbb{T}^d)$ elementlar va ixtiyoriy $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ sonlari uchun $\alpha f + \beta g \in L_2^e(\mathbb{T}^d)$ ekanligini, ya'ni

$$(\alpha f + \beta g)(-x) = (\alpha f + \beta g)(x)$$

tenglikni ko'rsatish yetarli. Haqiqatan ham, ixtiyoriy $f, g \in L_2^e(\mathbb{T}^d)$ juft va integrallanuvchi funksiyalar uchun $\alpha f + \beta g$ funksiya ham juft va kvadrati bilan integrallanuvchi bo'ladi, ya'ni $\alpha f + \beta g \in L_2^e(\mathbb{T}^d)$.

Faraz qilaylik,

$$\{f_n\}_{n=1}^\infty \subset L_2^e(\mathbb{T}^d), f_n \rightarrow f_0 \in L_2(\mathbb{T}^d)$$

bo'lsin. Biz $f_0 \in L_2^e(\mathbb{T}^d)$ ekanligini isbot qilsak, $L_2^e(\mathbb{T}^d)$ qism fazoning yopiqqligini ko'rsatgan bo'lamiz. Haqiqatan ham,

$$f_0(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(-x) = f_0(-x)$$

munosabatga asosan, $f_0 \in L_2^e(\mathbb{T}^d)$ bo'ladi. 1-tasdiq isbotlandi. ▲

$L_2^o(\mathbb{T}^d)$ orqali $\mathbb{T}^d$ to'plamda aniqlangan va modulining kvadrati bilan integrallanuvchi hamda ixtiyoriy $x \in \mathbb{T}^d$ element uchun

$$f(-x) = -f(x)$$

shartni qanoatlantiruvchi funksiyalar fazosini, ya'ni toq funksiyalar fazosini belgilaymiz.

2-tasdiq. $L_2^o(\mathbb{T}^d)$ fazo $L_2(\mathbb{T}^d)$ Hilbert fazosining yopiq qism fazosi bo'ladi.

Bu tasdiq 1-tasdiqqa o'xshash isbotlanadi.

Faraz qilaylik, $L \in \mathbb{T}^d$ biror fiksirlangan element bo'lsin.

Ta'rif. Agar $f \in L_2(\mathbb{T}^d)$ funksiya ixtiyoriy $x \in \mathbb{T}^d$ element uchun

$$f(L - x) = f(x) \tag{1}$$

munosabatni qanoatlantirsa, u holda f funksiyaga $L_2(\mathbb{T}^d)$ fazodagi **L – juft funksiya** deyiladi.

$L_2(\mathbb{T}^d)$ fazodagi barcha L – juft funksiyalar to'plamini $L_{2,L}^e(\mathbb{T}^d)$ orqali belgilaymiz, ya'ni

$$L_{2,L}^e(\mathbb{T}^d) = \{f \in L_2(\mathbb{T}^d) : f(x) = f(L - x)\}.$$

L – juft funksiyaga misollar keltiramiz.

1-misol. $L_2(\mathbb{T}^1)$ fazoda $f(x) = \cos x + \cos(L - x)$ funksiya (1) munosabatni qanoatlantiradi:

$$f(L - x) = \cos(L - x) + \cos(L - L + x) = \cos(L - x) + \cos x = f(x).$$

Demak, $f(x) = \cos x + \cos(L - x)$ funksiya L – juft funksiya bo'ladi. ▲

2-misol. $L_2(\mathbb{T}^1)$ fazoda $f(x) = \sin^2 x$ funksiya $L = \pi$ bo'lganda π – juft funksiya bo'ladi:

$$f(\pi - x) = \sin^2(\pi - x) = \sin^2 x = f(x). \blacktriangle$$

3-misol. $L_2(\mathbb{T}^1)$ fazoda $f(x) = \cos^n x$, $n \in \mathbb{N}$ funksiya $L = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$ bo'lganda $2\pi k$ ($k \in \mathbb{Z}$) juft funksiya bo'ladi:

$$f(2\pi k - x) = \cos^n(2\pi k - x) = \cos^n x = f(x)$$

Ta'rif. Agar $f \in L_2(\mathbb{T}^d)$ funksiya ixtiyoriy $x \in \mathbb{T}^d$ element uchun

$$f(L - x) = -f(x) \tag{2}$$

munosabatni qanoatlantirsa, u holda f funksiyaga $L_2(\mathbb{T}^d)$ fazoda **L – toq funksiya** deyiladi.

$L_2(\mathbb{T}^d)$ fazodagi barcha L – toq funksiyalar to'plamini quyidagicha belgilaymiz:

$$L_{2,L}^o(\mathbb{T}^d) = \{f \in L_2(\mathbb{T}^d) : f(x) = -f(L - x)\}.$$

L – toq funksiyaga misollar keltiramiz.

4-misol. $L_2(\mathbb{T}^1)$ fazoda $f(x) = \sin x$ funksiya $L = 2\pi$ bo'lganda (2) munosabatni qanoatlantiradi:

$$f(2\pi - x) = \sin(2\pi - x) = -\sin x = -f(x).$$

Demak, $f(x) = \sin x$ funksiya 2π – toq funksiya bo'ladi. ▲

5-misol. $L = 0$ bo'lganda odatdagi juft va toq funksiyalar fazosi bo'ladi.

6-misol $L_2(\mathbb{T}^1)$ fazoda $f(x) = \sin x + \cos x$ funksiya $L = \frac{2\pi}{3}$ bo'lganda (2) munosabatni qanoatlantiradi:

$$f\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = -\cos x - \sin x = -f(x).$$

Demak, $f(x) = \sin x + \cos x$ funksiya $\frac{2\pi}{3}$ – toq funksiya bo'ladi.

Tarif. Agar $f \in L_2(\mathbb{T}^d)$ funksiya biror $L \in \mathbb{Z}^d$ uchun barcha $x \in \mathbb{T}^d$ nuqtalarda

$$f(-x) = e^{-i(L,x)} f(x)$$

munosabatni qanoatlantirsa, u holda f funksiyaga L -juft funksiya deyiladi. L -juft funksiyalar fazosi yopiq qism fazoni tashkil qiladi. Bu qism fazoni $L_{2,L}^e(\mathbb{T}^d)$ orqali belgilaymiz.

Tarif. Agar $f \in L_2(\mathbb{T}^d)$ funksiya biror $S \in \mathbb{Z}^d$ uchun barcha $x \in \mathbb{T}^d$ nuqtalarda $f(-x) = -e^{-i(S,x)}f(x)$ shartni qanoatlantirsa, bunday funksiya S -toq funksiya deyiladi. Barcha S -toq funksiyalar to'plamini $L_{2,S}^0(\mathbb{T}^d)$ orqali belgilaymiz. $L_{2,S}^0(\mathbb{T}^d)$ yopiq qism fazoni tashkil qiladi.

7-misol. $L_2(\mathbb{T}^d)$ fazoda

$$f(x_1, x_2) = e^{ix_1} - e^{i(S,x)}e^{-ix_1}, L_2(\mathbb{T}^d), S = (S_1, S_2) \in \mathbb{Z}^2$$

funksiya S -toq funksiya bo'ladi.

Faraz qilaylik, H_1 va H_2 ixtiyoriy ikkita Hilbert fazolari bo'lsin.

Tarif. Agar H_1 fazoni H_2 fazoga o'zaro bir qiymatli akslantiruvchi shunday $\mathcal{U}$ chiziqli akslantirish topilib, ixtiyoriy $x, y \in H_1$ elementlar uchun

$$(\mathcal{U}_x, \mathcal{U}_y)_{H_2} = (x, y)_{H_1}$$

tenglik bajarilsa, u holda H_1 va H_2 Hilbert fazolariga izomorf fazolar deyiladi va $H_1 \cong H_2$ kabi belgilanadi. Fur'ye almashtirishi deb ataluvchi quyidagi operatorni qaraymiz:

$$F: \ell_2(\mathbb{Z})^d \rightarrow L_2(\mathbb{T}^d), (F\hat{f})(x) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \sum_{n \in \mathbb{Z}^d} \hat{f}(n) e^{i(n,x)}.$$

Bu operator $\ell_2(\mathbb{Z}^d)$ va $L_2(\mathbb{T}^d)$ fazolari orasidagi izomorfizm bo'ladi, ya'ni $\ell_2(\mathbb{Z})^d \cong L_2(\mathbb{T}^d)$ xuddi shuningdek $L_2^0(\mathbb{T}^d) \cong \ell_2^0(\mathbb{Z})^d$.

$L_{2,L}^e(\mathbb{T}^d) \cong \ell_{2,L}^e(\mathbb{Z})^d$, $L_{2,L}^0(\mathbb{T}^d) \cong \ell_{2,L}^0(\mathbb{Z})^d$, $L_{2,L}^e(\mathbb{T}^d) \cong \ell_{2,L}^e(\mathbb{Z})^d$ munosabatlar o'rinlidir.

Bizga yaxshi ma'lumki, panjaradagi ikki zarrachali sistema Hamiltoniani koordinata ko'rinishida avval $\ell_2((\mathbb{Z}^d)^2)$ fazoda aniqlanadi va so'ngra Fur'ye almashtirishi yordamida $L_2((\mathbb{T}^d)^2)$ fazoda ta'sir qiluvchi impuls ko'rinishi topiladi. Fur'ye almashtirishi unitar operatoridir. Operatorlar nazariyasining mashhur teoremasiga ko'ra ixtiyoriy chegaralangan unitar ekvivalent operatorlarning spektrlari ustma-ust tushadi, ya'ni muhim spektrlari bir xil, diskret spektrlari bir xil, qoldiq spektrlari ham bir xil.

Xulosa. Mazkur maqolada torda aniqlangan juft, toq, L -juft va L -toq funksiyalarning ta'riflari keltirilgan hamda bir nechta misollar bayon qilingan. Juft va toq funksiyalar fazosi yopiq qism fazolar bo'lishi ko'rsatilgan. Panjaradagi ikki zarrachali sistema Hamiltonianining koordinata va impuls ko'rinishlari haqida ma'lumot berilgan. Shuningdek, panjaradagi ikkita va uchta zarrachalar sistemasiga mos model operatorlar spektral xossalari bag'ishlangan bir nechta ilmiy adabiyotlar tahlil qilingan.

ADABIYOTLAR:

1. Faria da Veiga P.A., Ioriatti L., O'Carroll M. Energy-momentum spectrum of some two-particle lattice Schrödinger Hamiltonians. *Phys. Rev. E.* 66:3 (2002), 016130.
2. Malyshev V.A., Minlos R.A. Linear infinite-particle operators. *Translations of Mathematical Monographs.* 143, AMS, Providence, RI, 1995.
3. Расулов Т.Х. О существенном спектре одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке. *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2011, выпуск 3 (24), С. 42–51.
4. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. The threshold effects for a family of Friedrichs models under rank one perturbations. *J. Math. Anal. Appl.*, 330 (2007), pp. 1152–1168.
5. Albeverio S., Lakaev S.N., Djumanova R.Kh. The essential and discrete spectrum of a model operator associated to a system of three identical particles. *Reports on Mathematical Physics.* 63:3 (2009), pp. 359–380.
6. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. On the Number of Eigenvalues of a Model Operator Associated to a System of Three-Particles on Lattices. *Russian Journal of Mathematical Physics*, 14:4 (2007), pp. 377–387.
7. Расулов Т.Х. Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке. *Теоретическая и математическая физика.* 163:1 (2010), С. 34–44.
8. Расулов Т.Х., Рахмонов А.А. Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра одного трёхчастичного модельного оператора. *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2011, выпуск 2(23), С. 170–180.
9. Муминов М.Э. О бесконечности числа собственных значений на лакуне существенного спектра оператора Шредингера трех частиц на решетке. *ТМФ*, 159:2 (2009), С. 299–317.

10. Эшкабилов Ю.Х. О спектре тензорной суммы компактных операторов. *Uzbek Mathematical Journal*, 2005, № 3, pp. 104–112.
11. Арзикулов Г.П., Эшкабилов Ю.Х. О спектральных свойствах одного трехчастичного модельного оператора. *Известия вузов. Математика*. № 5 (2020), С. 3–10.
12. Эшкабилов Ю.Х. Эффект Ефимова для одного «трехчастичного» дискретного оператора Шредингера. *Теор. и матем. физика*, 164:1 (2010), С. 78–87.