

ISSN 2181-6883

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

**MAXSUS SON
(2021-yil, dekabr)**

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2021

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal 2021, maxsus son

Jurnal O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi OAK Rayosatining 2016-yil 29-dekabrda qarori bilan **pedagogika** va **psixologiya** fanlari bo'yicha dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan zarur nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2001-yilda tashkil etilgan.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2016-yil 22-fevral № 05-072-sonli guvohnoma bilan ro'yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti

Tahririyat manzili: O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy

Elektron manzil: ped_mahorat@umail.uz

TAHRIR HAY'ATI:

Bosh muharrir: Adizov Baxtiyor Rahmonovich – pedagogika fanlari doktori, professor

Bosh muharrir o'rinbosari: Navro'z-zoda Baxtiyor Nigmatovich – iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Mas'ul kotib: Hamroyev Alijon Ro'ziqulovich – pedagogika fanlari doktori (DSc), dotsent

Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori

Begimqulov Uzoqboy Shoyimqulovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Mahmudov Mels Hasanovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Ibragimov Xolboy Ibragimovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Yanakiyeva Yelka Kirilova, pedagogika fanlari doktori, professor (N. Rilski nomidagi Janubiy-G'arbiy Universitet, Bolgariya)

Qahhorov Siddiq Qahhorovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Mahmudova Muyassar, pedagogika fanlari doktori, professor

Kozlov Vladimir Vasilyevich, psixologiya fanlari doktori, professor (Yaroslavl davlat universiteti, Rossiya)

Chudakova Vera Petrovna, psixologiya fanlari nomzodi (Ukraina pedagogika fanlari milliy akademiyasi, Ukraina)

Tadjixodjayev Zokirxo'ja Abdusattorovich, texnika fanlari doktori, professor

Amonov Muxtor Raxmatovich, texnika fanlari doktori, professor

O'rayeva Darmonoy Saidjonovna, filologiya fanlari doktori, professor

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Mahmudov Nosir Mahmudovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Olimov Shirinboy Sharopovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qiyamov Nishon Sodiqovich, pedagogika fanlari doktori (DSc), professor

Qahhorov Otabek Siddiqovich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), dotsent

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ МАСТЕРСТВО

Научно-теоретический и методический журнал 2021, специальный выпуск

Журнал включен в список обязательных выпусков ВАК при Кабинете Министров Республики Узбекистан на основании Решения ВАК от 29 декабря 2016 года для получения учёной степени по педагогике и психологии.

Журнал основан в 2001г.

Журнал зарегистрирован Бухарским управлением агентства по печати и массовой коммуникации Узбекистана.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 05-072 от 22 февраля 2016 г.

Учредитель: Бухарский государственный университет

Адрес редакции: Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол, 11.

e-mail: ped_mahorat@umail.uz

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор: Адизов Бахтиёр Рахманович – доктор педагогических наук, профессор

Заместитель главного редактора: Навруз-заде Бахтиёр Нигматович – доктор экономических наук, профессор

Ответственный редактор: Хамраев Алижон Рузикулович – доктор педагогических наук (DSc), доцент

Хамидов Обиджон Хафизович, доктор экономических наук

Бегимкулов Узакбай Шаимкулович, доктор педагогических наук, профессор

Махмудов Мэлс Хасанович, доктор педагогических наук, профессор

Ибрагимов Холбой Ибрагимович, доктор педагогических наук, профессор

Янакиева Елка Кирилова, доктор педагогических наук, профессор (Болгария)

Каххаров Сиддик Каххарович, доктор педагогических наук, профессор

Махмудова Муяссар, доктор педагогических наук, профессор

Козлов Владимир Васильевич, доктор психологических наук, профессор (Ярославль, Россия)

Чудакова Вера Петровна, PhD (Психология) (Киев, Украина)

Таджиходжаев Закирходжа Абдусаттарович, доктор технических наук, профессор

Аманов Мухтор Рахматович, доктор технических наук, профессор

Ураева Дармоной Саиджановна, доктор филологических наук, профессор

Дурдыев Дурдымурад Каландарович, доктор физико-математических наук, профессор

Махмудов Насыр Махмудович, доктор экономических наук, профессор

Олимов Ширинбой Шарофович, доктор педагогических наук, профессор

Киямов Нишон Содикович, доктор педагогических наук, профессор

Каххаров Отабек Сиддинович, доктор экономических наук (DSc)

PEDAGOGICAL SKILLS

The scientific-theoretical and methodical journal 2021, special release

The journal is submitted to the list of the scientific journals applied to the scientific dissertations for **Pedagogic** and **Psychology** in accordance with the Decree of the Presidium of the Ministry of Legal office of Uzbekistan Republic on Regulation and Supervision of HAC (The Higher Attestation Commission) on December 29, 2016.

The journal is registered by Bukhara management agency for press and mass media in Uzbekistan.
The certificate of registration of mass media № 05-072 of 22 February 2016

Founder: Bukhara State University

Publish house: Uzbekistan, Bukhara, Muhammad Ikbol Str., 11.
e-mail: ped_mahorat@umail.uz

EDITORIAL BOARD:

Chief Editor: Pedagogical Sciences of Pedagogy, Prof. Bakhtiyor R. Adizov.

Deputy Editor: Pedagogical Sciences of Economics, Prof. Bakhtiyor N. Navruz-zade.

Editor: Doctor of Pedagogical Sciences(DSc), Asst. Prof. Alijon R. Khamraev

Doctor of Economics Sciences Obidjan X. Xamidov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Uzakbai Sh. Begimkulov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Mels Kh. Mahmudov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Holby I. Ibrahimov

Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Yelka K. Yanakieva (Bulgaria)

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Siddik K. Kahhorov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. M. Mahmudova

Doctor of Psychology, Prof. Vladimir V. Kozlov (Yaroslavl, Russia)

Ph.D. of Psychology, Vera P. Chudakova (Kiev, Ukraina)

Doctor of Technical sciences, Prof. Mukhtor R. Amanov

Doctor of Technical sciences, Prof. Zakirkhodja A. Tadjikhodjaev

Doctor of Philology, Prof. Darmon S. Uraeva

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Prof. Durdimurod K. Durdiev

Doctor of Economics, Prof. Nasir N. Mahmudov

Doctor of Pedagogical Science, Prof. Shirinboy Sh. Olimov

Doctor of Pedagogical Science, Prof. Nishon S. Kiyamov

Doctor of Economics Sciences Otabek S. Kahhorov

MUNDARIJA

Hamza ESHANKULOV, Ubaydullo ARABOV. Asinxron parallel jarayonlarni petri to'ri orqali modellashtirish	7
Ozodjon JALOLOV, Ixtiyor YARASHOV. Matematika mobil ilovasi	15
Tursun SHAFIYEV, Farrux BEBUTOV. Zararli moddalarning atmosfereda ko'chishi va diffuziyasi jarayoniga ta'sir etuvchi asosiy omillarni sonli tadqiq qilish.....	19
J. JUMAYEV. Ikkinchi tartibli chiziqqlar mavzusini mathcad matematik paketi yordamida o'qitish	26
Ozodjon JALOLOV, Shohida FAYZIYEVA. Lagranj interpolatsion ko'phadi uchun algoritmi va dastur yaratish.....	32
Samandar BABAYEV, Nurali OLIMOV, Mirjalol MAHMUDOV. $W_2, \sigma_2, 1(0,1)$ Hilbert fazosida optimal interpolatsion formulaning ekstremal funksiyasini topishning metodologiyasi	35
Жура ЖУМАЕВ, Мархабо ТОШЕВА. Методика для исследования конвективной теплопроводности вблизи вертикального источника	39
Озоджон ЖАЛОЛОВ, Хуршиджон ХАЯТОВ, Мехринисо МУХСИНОВА. Об одном погрешности весовых кубатурных формул в пространстве $\tilde{C}^{(m)}(T_n)$	44
H.Sh. Rustamov. D.H. Fayziyeva/ Dasturlashtirilgan o'qitishning didaktik asoslari.....	47
G.K.ZARIPOVA. O.R.HAYDAROV. F.R.KARIMOV. Bo'lajak informatika fani o'qituvchilarini tayyorlashda raqamli texnologiyalarni tatbiq etish tendensiyasini takomillashtirish	52
Hamza ESHANKULOV, Aslon ERGASHEV. Iqtisodiy boshqaruv qarorlarini qabul qilishda business intelligence tizimlarining ustunlik jihatlari.....	58
Xurshidjon XAYATOV. Fazliddin JUMAYEV, WEB sahifada CSS yordamida o'tish effektlaridan foydalanish	63
Xurshidjon XAYATOV, Dilshod ATOYEV. MAPLE matematik tizimning grafik imkoniyatlari	67
Zarif JO'RAYEV, Lola JO'RAYEVA. Gibrid algoritmlar asosida tashxis qo'yish masalasini yechish.....	72
Nazokat SAYIDOVA, Yulduz ASADOVA, Mehriniso ABDULLAYEVA. Photoshop dasturida yaratiladigan elektron qo'llanmalarining ahamiyati	78
Gavhar TURDIYEVA, Adiz SHOYIMOV. Elektron kafedrani shakllantirishda raqamli texnologiyalardan foydalanishning ahamiyatli tomonlari	83
Shafoat IMOMOVA. Blockchain va uning axborot xavfsizligiga ta'siri.....	88
Zarif JO'RAYEV, Lola JO'RAYEVA. Immun algoritmlari yordamida tashxis qo'yish masalasini yechish..	91
Гулсина АТАЕВА. Анализ программ для обеспечения информационной безопасности	96
Бехзод ТАХИРОВ. Программные приложения для коммерческих предприятий и их значение.....	101
Lola YADGAROVA, Sarvinoz ERGASHEVA. Age of modern computer technologies in teaching english language	106
Hakim RUSTAMOV, Dildora FAYZIYEVA. Axborot xavfsizligi sohasida turli parametrlarga asoslangan autentifikatsiya usullari	111
Furqat XAYRIYEV. Loyihalarni boshqarishda "agile" yondashuvi	116
X.Ш. РУСТАМОВ, М.А. БАБАДЖАНОВА. Работа со строковыми величинами на языке программирования python	119
Sulaymon XO'JAYEV. O'zbekistonda axborot xavfsizligi.....	125
Farhod JALOLOV, Shohnazar SHAROPOV. Axborot kommunikatsion texnologiyalarning zamonaviy ta'lim va axborotlashgan jamiyatdagi o'rni	130
F.R.KARIMOV. Effektiv kvadratur formulalar qurish metodlari	133
Sarvarbek POLVONOV, Alibek ABDUAKHADOV, Jamshid ABDUG'ANIYEV, G'ulomjon ELMURATOV. Some algorithms for reconstruction ct images	140
Gulnora BO'RONOVA, Feruza MURODOVA, Feruza NARZULLAYEVA. Boshlang'ich sinflarda lego digital designer simulyatsiya muhitida o'ynash orqali robototexnika elementlarini o'rgatish	144
Firuz MURADOVA. Modern digital technologies in education opportunities and prospects	148
Ziyomat SHIRINOV. C# dasturlash tilidagi boshqaruvni ketma-ket uzatishni amaliy o'rganish.....	154
Istam SHADMANOV, Marjona FATULLAYEVA. Modeling of drying and storage of agricultural products under the influence of natural factors	157
M.Z.XUSENOV, Lobar SHARIPOVA. Kimyo fanini o'qitishda Vr texnologiyasini qo'llash	164
Feruz KASIMOV. 9-sinf o'quvchilari uchun aralash ta'lim shaklida informatika va axborot texnologiyalar fani dasturlash asoslari bo'limini o'qitishning o'ziga xos xususiyatlari	167
Умиджон ХАЙИТОВ. Информационные и коммуникационные технологии в активизации познавательной деятельности учащихся	172

EFFEKTIV KVADRATUR FORMULALAR QURISH METODLARI

Ushbu maqolada davriy funksiyalarni integrallash va effektiv interpolatsion kvadratur formulalar qurish o'rganildi. Effektiv kvadratur formulalar qurish metodlari o'rganilib chiqildi va shular asosida integrallarni taqribiy hisoblash uchun algoritm va dasturlar tuzilgan.

Kalit so'zlar: integral, kvadratur, hosila, boshlang'ich funksiya, effektiv kvadratur formula, kompleks.

В этой статье исследуется интегрирование периодических функций и построение эффективных интерполяционных квадратичных формул. Изучены методы построения эффективных квадратичных формул, разработаны алгоритмы и программы для приближенного вычисления интегралов.

Ключевые слова: интеграл, квадратичная, производная, начальная функция, эффективная квадратурная формула, комплекс.

This paper explores the integration of periodic functions and the construction of effective interpolation quadratic formulas. Methods for constructing effective quadratic formulas have been studied, and algorithms and programs have been developed for the approximate calculation of integrals.

Key words: integral, quadratic, derivative, initial function, effective quadrature formula, complex.

Kirish. Amaliy analizning ko'pgina masalalari differensial tenglamalar orqali aniqlanadi. Agar bunday funksiyalarni integrallash kerak bo'lsa, u holda faqat oraliqning chetki nuqtalarida funksiya va uning hosilalarining qiymatlaridan foydalanish maqsadga muvofiq deb hisoblanadiki, agar chetki nuqtalarda chegaraviy nuqtalarni biz bilsak, ketma-ket hosilalarning qiymatlarini funksiyani aniqlovchi differensial tenglamalardan osongina hisoblashimiz mumkin. Shuning uchun bizning asosiy maqsadimiz shundan iboratki, effektiv kvadratur formulalarni hosil qilish uchun biz ichki ordinatalardan emas, balkim chegaraviy ordinatalardan va bu nuqtalarda hosilalarning qiymatlaridan foydalanamiz. Bunday formulalar aniqlikni oshirish uchun emas, balki integrallarni hisoblash uchun chegaraviy axborotlardan foydalaniladi. Quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema. Agar ikkita $u(x)$ va $v(x)$ funksiyalar $[a, b]$ oraliqda aniqlangan, uzliksiz va m -tartibli uzliksiz hosilalarga ega bo'lsa, u holda quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\int_a^b u(x)v^{(m)}(x)dx = \left[\sum_{\alpha=0}^{m-1} u^{(\alpha)}(x)v^{(m-\alpha-1)}(x)(-1)^\alpha \right] \Big|_a^b + R_m(x), \quad (1)$$

bu yerda,

$$R_m(x) = \int_a^b (-1)^m v(x)u^{(m)}(x)dx \quad (2)$$

va α -hosila tartibi.

Isbot: Har bir $u(x)$ va $v(x)$ funksiyalar $[a, b]$ oraliqda differensiallanuvchi va undan tashqari bu oraliqda $u(x)$ va $v'(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya mavjud bo'lsin. U holda $[a, b]$ oraliqda $u(x)$ va $v'(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya mavjud bo'lib, bo'laklab integrallash formulalari o'rinlidir. Ya'ni

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx, \quad (3)$$

yoki boshqacha yozsak

$$\int_a^b u(x)v'(x) = u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b v(x)u'(x)dx, \quad (4)$$

Shunday qilib (1) formulaning o'ng tomoni uchun (4) formulani m marta qo'llasak quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_a^b u(x) v^m(x) - \int_a^b (-1)^m v(x) u^{(m)}(x) dx = \left[u(x) v^{(m-1)}(x) - u'(x) v^{(m-2)}(x) + \dots + \right] \Big|_a^b =$$

$$= \left[\sum_{\alpha=0}^{m-1} u^{(\alpha)}(x) v^{(m-\alpha-1)}(x) (-1)^\alpha \right] \Big|_a^b$$

Bundan esa quyidagini olamiz:

$$\int_a^b u(x) v^m(x) dx = \left[\sum_{\alpha=0}^{m-1} u^{(\alpha)}(x) v^{(m-\alpha-1)}(x) (-1)^\alpha \right] \Big|_a^b + \int_a^b (-1)^m u^{(m)}(x) v(x) dx, \quad (6)$$

va teorema shu bilan isbotlanadi.

$$\int_0^{2\pi} f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k), \quad (x_k \in [0, 2\pi]) \quad (7)$$

formuladan biz quyidagicha foydalanamiz. Integrallash oralig'ini $(0,1)$ oraliqqacha normallaymiz. Ya'ni quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

$$u(x) = f(x), \quad v(x) = \frac{g_m(x)}{\beta_m^m m!} \quad (8)$$

Bu yerda

$$g_m(x) = \beta_m^m x^m + \beta_{m-1}^m x_{m-1} + \dots + \beta_0^m \quad (9)$$

ko'phadni erkin tanlaymiz. $u(x)$ va $v(x)$ funksiyalarni bunday tanlashlar natijasida (7) formula quyidagi ko'rinishda yozilishi mumkin:

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{\beta_m^m m!} \left[\sum_{\alpha=0}^{m-1} f^{(\alpha)}(x) g_m^{(m-\alpha-1)}(x) (-1)^\alpha \right] \Big|_0^1 + R_m \quad (10)$$

Bu yerda $R_m(x)$ - quyidagi aniq integralni bildiradi:

$$R_m = (-1)^m \int_0^1 \frac{g_m(x)}{\beta_m^m m!} f^{(m)}(x) dx \quad (11)$$

(8) formulani biz quyidagicha tushunamiz va u shundan iboratki, oraliqning chetki nuqtalarida egri chiziqning chegaraviy qiymatlari va hosilalarining qiymatlari uchun tegishli yuzani hisoblaydigan kvadratur formulani ifodalaydi.

$$g_m \frac{1}{\beta_m^m m!} \left[\sum_{\alpha=0}^{m-1} f^{(\alpha)}(x) g_m^{(m-\alpha-1)}(x) (-1)^\alpha \right] \Big|_0^1 \quad (12)$$

Shu vaqtda (8) formuladagi qiymat kvadratur formulaning R_m qoldig'ini tasvirlaydi.

Shunday qilib biz funksiya va uning hosilalarining chegaraviy qiymatlarida hisoblanadigan kvadratur formulalar va uning qoldiq hadiga ega bo'ldik.

Effektiv kvadratur formula qurish metodidagi teoreмага asosan, ya'ni

$$\int_a^b u(x) v^{(m)}(x) dx = \left[\sum_{\alpha=0}^{m-1} u^{(\alpha)}(x) v^{(m-\alpha-1)}(x) (-1)^\alpha \right] \Big|_a^b + R_m(x) \quad (13)$$

formuladan quyidagicha foydalanamiz $[a, b]$ oraliqni (a, b) gacha normallaymiz va undan tashqari,

$$u(x) = f(x), \quad (v) = g(x), \quad [g(x)]^{(m)} = P(x) \quad (14)$$

bu yerda

$$P_m(x) = \int_0^1 \dots \int_0^1 g(x) dx \quad (15)$$

belgilarni kiritsak,

$$\int_0^1 P(x) f(x) dx = \sum_{\alpha=0}^{m-1} f^{(\alpha)}(x) P^{(m-\alpha-1)}(x) \Big|_0^1 + R_m(x) \quad (16)$$

bu yerda

$$R_m(x) = \int_0^1 P(x) f^{(m)}(x) dx \quad (17)$$

tengliklarga ega bo‘lamiz. (16) formulaga biz qoldiq hadi (18) iborat bo‘lgan vaznli effektiv kvadratur formula deb ataymiz.

Endi biz shu qoldiq hadga e‘tiborni qaratamiz va quyidagi teorema o‘rinlidir:

Teorema 2. (12) ko‘rinishdagi vaznli effektiv kvadratur formula qoldiq hadi uchun quyidagi tenglik o‘rinlidir.

$$R_m = \frac{(-1)^m}{\beta_m^m (m!)^2} \int_0^1 f^{(2m)}(x) [x(x-1)]^m dx, \quad (19)$$

Bu yerda

$$\beta_m^m = (-1)^m \frac{(2m)!}{(m!)^2}$$

Isbot. $g(x)$ funksiya sifatida biz Gauss kvadratur formulasini aniqlik darajasini $(2m-1)$ gacha ta‘minlaydigan Lagranj ko‘phadlaridan foydalangan, ya‘ni

$$L(x) = \sum_{\alpha=0}^{m-1} \frac{(m+\alpha)!}{(m-\alpha)!(\alpha!)^2} (-x)^\alpha. \quad (20)$$

Uning $[-1,1]$ oraliqdagi ba‘zi bir ajoyib xossalariga asosan uni

$$L(x) = \frac{1}{m!} \frac{d^m [(1-x)x]^m}{dx^m} \quad (21)$$

ko‘rinishda yoza olamiz.

Agar biz (7)da quyidagi almashtirishlarni bajarsak, ya‘ni $u(x)$ ni $f^{(m)}(x)$ va $v(x)$ ni $[x(1-x)]^m$ bilan akslantirsak, u holda biz

$$R_m = \frac{(-1)^m}{\beta_m^m (m!)^2} \int_0^1 f^{(m)}(x) \frac{d^m [x(1-x)]^m}{dx^m} dx =$$

$$\left(\int_0^1 f^{(2m)}(x) [x(1-x)]^m dx \right) \frac{(-1)^m}{\beta_m^m (m!)^2};$$

tengliklarga ega bo‘lamiz, shu bilan teorema isbotlandi.

Effektiv kvadratur formulalarning qo‘llanishi.

Odatda xos qiymat deb ataluvchi nom‘alum doimiy λ parametrni o‘z ichiga olgan chiziqli differensial tenglama berilgan bo‘lsin. Ya‘ni shunday bir jinsli chegaraviy shartlar berilganki, tenglamaning yechimi faqat λ parametrni tanlash bilan topish mumkin. Masala shundan iboratki, shunday λ eng kichik qiymatni yoki bir nechta λ eng kichik qiymatlarni topish mumkin bo‘lsaki, masala yechimga ega bo‘lsin.

Bunday xos qiymatlar bilan bog‘liq masalalarni yechish uchun effektiv kvadratur formulalarning qo‘llanilishi yaqqol yordam berishi mumkin, chunki u faqat oraliqning chetki nuqtalarida funksiya va uning hosilalarini bilishga asoslangandir. Bu qiymatlar esa berilgan differensial tenglamalar va chegaraviy shartlar asosida olinadi.

Bu metodning qo‘llanishini namoyish qilish uchun biz oddiy bir misol olamiz. Lekin metod esa murakkab shartlar asosida qo‘llaniladi. Bizning asosiy maqsadimiz metodning jiddiy qirralarini o‘rganishdan iborat bo‘ladi. Murakkablashgan texnik qiyinchiliklari bundan mustasnodir. Shuning uchun biz o‘zgarmas koeffisientli ikkinchi tartibli differensial tenglamaga to‘xtalamiz.

$$y'' + y' + \lambda y = 0. \quad (22)$$

Chegaraviy shartlari quyidagicha

$$y(0), = y(1) = 0. \quad (23)$$

Berilgan oraliq $[0,1]$ ga keltirilgan. Bir jinsli chiziqli differensial tenglama o‘zgarmas amplitudali ko‘paytuvchi qoldirganligidan $x = 0$ nuqtadagi hosila uchun ixtiyoriy $y'(0) = 1$ qiymatni yozish mumkin.

Bu shartlar bilan (22) differensial tenglama $x = 0$ nuqtada barcha hosilalarning qiymatlarini aniqlaydi. Biz ularni ketma-ket differensiallash bilan yoki uni quyidagi $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$ darajali qatorga yoyib va o‘rniga qo‘yib olamiz. Barcha o‘xshash hadlarni to‘playmiz va x^k oldidagi olingan koeffisientlarni nolga

tenglashtiramiz. Bizning oddiy misolimizda $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = -\frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1-\lambda}{6}$, $y(0)$, $y'(1) = 0$, $y''(1) = -1$, $y'''(1) = 1 - \lambda$ ni topamiz.

Agar biz koeffisientlarni ketma-ket topishni qancha davom ettirsak, shuncha katta aniqlikni kutishimiz mumkin. Bizning maqsadimiz uchun bu yerda biz a_3 ga to'xtalamiz. Boshqa chetki nuqta uchun xuddi shunday

$$x = 1 + \xi, \quad y = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 + b_3\xi^3$$

deb olamiz.

Oldingiga o'xshagan differensial tenglamaga eltib qo'yish metodidan foydalansak, biz b_0 ni emas, balki barcha keyingi koeffisientlar b_0 koeffisientning chiziqli funksiyasi bo'lar ekan.

$$b_0 = b_1, \quad b_2 = -\frac{\lambda b_0}{2}, \quad b_3 = -\frac{\lambda b_0}{6}$$

$$y(+1) = b_0, \quad y'(1) = 0, \quad y''(1) = -\lambda b_0, \quad y'''(1) = \lambda b_0$$

Endi biz $y''(x)$ ni $f(x)$ boshlang'ich funksiya sifatida qabul qilamiz va kvadratur formulani qo'llaymiz. Xuddi shunday $f(x) = y''(x)$ va $f'(x) = y'''(x)$ ikkala chetki nuqtalarda berilgan.

$$f(0) = -1 \quad f(1) = -\lambda b_0$$

$$f'(0) = 1 - \lambda \quad f'(1) = \lambda b_0$$

$n = 2$ bo'lganda effektiv kvadratur formula

$$\int_0^1 y''(x) dx = y'(1) - y'(0) = \frac{6(-1 - \lambda b_0) + 1(1 - \lambda - \lambda b_0)}{12};$$

$$-1 = \frac{-5 - 7\lambda b_0 - \lambda}{12}$$

ni hosil qilamiz, bu quyidagi munosabatga olib keladi:

$$b_0 = \frac{7 - \lambda}{7\lambda}, \quad (24)$$

Endi biz yana bir marta $y'(x)$ ni $f(x)$ sifatida olib, effektiv kvadratur formuladan foydalanamiz:

$$f(0) = 1, \quad f(1) = 0$$

$$f'(0) = 1, \quad f'(1) = -\lambda b_0$$

$$f''(0) = 1 - \lambda, \quad f''(1) = \lambda b_0$$

Hozir biz ikkala chetkilar uchun uch juft berilganlarga egamiz va formulani $n = 3$ bo'lganda qo'llaymiz.

$$\int_0^1 y'(x) dx = y(1) - y(0) = \frac{60(1 + 0) + 12(-1 + \lambda b_0) + (1 - \lambda + \lambda b_0)}{120}$$

$$b_0 = \frac{49 - \lambda + 13\lambda b_0}{120}$$

Bu esa yangi munosabatni beradi.

$$b_0 = \frac{49 - \lambda}{120 - 13\lambda} \quad (25)$$

(24) va (25)larning o'ng tomonlarini tenglashtirib λ -xos qiymatni aniqlash uchun quyidagi kvadrat tenglamani olamiz.

$$20\lambda^2 - 554\lambda + 840 = 0$$

Biz ikkita

$$\lambda_1 = 1,6095, \quad \lambda_2 = 26,0905, \quad (26)$$

ildizlarga ega bo'lamiz.

Faqat kichik ildizning o'ziga xos qiymati bor, kattasini olsak, hisoblashlarda katta o'zgarishlar bo'ladi. Kichik ildiz uchun biz differensiallash jarayonini davom ettirsak, unda o'zgarish bo'lmaydi. Biz $y'''(x)$ ga kelib qoldiq. Agar biz yana bir qadam qilsak, $y''(0)$ va $y''(1)$ ni kiritsak, effektiv kvadratur formulaning birinchi yaqinlashishi $n = 3$ da ikkinchisi esa $n = 4$ da bo'ladi. Bu uchun biz ikkita munosabatni olamiz.

$$b_0 = \frac{71 - 10\lambda}{\lambda(73 - \lambda)} \text{ va } b_0 = \frac{679 - 18\lambda}{168 - 201\lambda + \lambda^2}$$

va ular λ ni aniqlash uchun

$$28\lambda^3 - 4074\lambda^2 + 80638\lambda - 119280 = 0$$

kub tenglamani beradi. Bu yerda yechimi

$$\lambda_1 = 1,608467,$$

dan iborat bo'ladi. λ_1 qiymatning kichkina o'zgarishi, (26) da topilganga nisbatan ko'rsatadiki, birinchi qo'pol yaqinlashish haqiqatga juda yaqin ekaniki, aniqlik 0,07% gacha bo'ladi. Ko'rgan oddiy misolimizda natijalarimizni tekshirishimiz mumkin. λ_1 - nazariy jihatdan

$$\lambda = \frac{1}{4} + \theta^2, \theta \text{ esa } \operatorname{tg}\theta = 2\theta$$

transendent tenglamaning yechimidir. Bu tenglamaning eng kichik ildizi $\theta_1 = 1,1655618$ yoki $\lambda_1 = 1,608534$ ni beradi. Shunday qilib $n = 2,3$ uchun yaqinlashish xatoligi $\eta = -0,0010$ ga, $n = 3,4$ da esa $\eta = 0,000067$ ga teng bo'ladi.

Xuddi shunday silliq $f(x) = y''(x)$ $n = 3$ funksiyalar uchun uni qo'llasak yaqinlashish juda tez bo'ladi. Ma'lumki, xos qiymatlarni olish uchun Rem - Rits metodi ba'zi bir integrallarni minimallashtirishga asoslangandir, shuning uchun ham u metod faqat o'ziga qo'shma differensial operatorlarga qo'llanishi mumkin.

Tavsiya etilgan metod uchun esa differensial operator va chegaraviy shartlar o'z-o'ziga qo'shma bo'lishi talab qilinmaydi. Shuning uchun bu metod ancha umumiy hollarda ham qo'llaniladi va hatto bu metodik qo'llash uchun differensial tenglamaning chiziqli bo'lishi shart emas.

Bu g'oyani yana ham ilgari suradigan bo'lsak shunday xulosaga kelamizki, effektiv kvadratur jarayoni nafaqat xos qiymatlarni topish uchun, balkim differensial tenglamalarning haqiqiy yechimlarini topishga ham qo'llanilishi mumkin. Effektiv kvadratur jarayonning yaqinlashishi umumiy xususiyatlarini ko'rib chiqamiz. Buning uchun biz teng taqsimlangan polinomial interpolatsiyaning yaqinlashishidan foydalanamiz.

$f(x)$ funksiya $[0,1]$ intervalda va shu intervalni o'ziga oluvchi kompleks tekislikning biror sohasida analitik xarakterga ega bo'lsin deb, faraz qilaylik. U holda $f(x)$ ni Koshining quyidagi Kontur integrali bilan tasvirlash mumkin.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{f(z)dz}{z-x}, \quad (27)$$

bu yerda integral yopiq kontur bo'yicha olinadi, qaysikim $z = x$, hamda $z = x_i$ nuqtalarni o'z ichiga oladi, lekin $f(z)$ funksiyaning maxsus nuqtalarini o'z ichiga olmaydi. Bu esa bizga butun tekshirishimizni faqat $(z_0 - x)^{-1}$ maxsus funksiya bilan chegaralanishga imkon beradi, bu yerda z_0 - kompleks tekislikning biror fiksirlangan nuqtasidir. Quyidagi teorema o'rindir.

Teorema. Agar effektiv kvadratur metod $(z_0 - x)^{-1}$ - xususiy funksiya uchun z_0 nuqta kompleks tekislikning biror to'liq aniqlangan sohasidan tashqarida yotish sharti bilan yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda bu sohaning ichida va chegarasida regulyar bo'ladigan ixtiyoriy $f(z)$ analitik funksiya yaqinlashishi ta'minlanadi.

Isbot: Ma'lumki effektiv kvadratur formulalar xatoligi uchun quyidagi baholash formasi o'rindir.

$$R_m = \frac{(-1)^m}{(2m)!} \int_0^1 f^{(2m)}(x)[x(1-x)]^m dx, \quad (28)$$

Bundan

$$f(x) = \frac{1}{z_0 - x},$$

xususiy funksiya uchun,

$$\frac{f^{(2m)}(x)}{(2m)!} = \frac{1}{(z_0 - x)^{2m+1}},$$

ni olamiz va xuddi shunday

$$R_m = (-1)^m \int_0^1 \frac{1}{z_0 - x} \left[\frac{x(1-x)}{(z_0 - x)^2} \right]^m dx, \quad (29)$$

tenglikka ega bo'lamiz. Endi (3.30) tenglikka biz ko'rsatishimiz kerakki, m ning cheksizlikka intilishi bilan R_m nolga intiladi.

E'tiborlisi shuki, hal qiluvchi qiymat

$$K(x) = \left| \frac{x(1-x)}{(z_0 - x)^2} \right|,$$

integral ostidagi funksiyaning m - darajasidan iborat. Agar $K(x)$ hamma joyda birdan kichik bo'lsa, u holda R_m ning nolga asta-sekin yaqinlashishi ta'minlanadi. Shunday bo'lishi mumkinki, z_0 nuqta x o'qiga $[0,1]$ oraliqdan shunday uzoqlashtirilganki, $K(x)$ oraliqning hammasida birdan kichik bo'ladi, bu holda esa, yaqinlashish ta'minlangan bo'lib keyingi tekshirishlar talab qilinmaydi.

Lekin shunday hol bo'lishi mumkinki, z_0 nuqta x o'qiga juda yaqin bo'lib qoladi va $K(x)$ - oraliqning ba'zi bir qismlari uchun birdan katta bo'lib qoladi. z_0 nuqta quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin.

$$z_0 = \alpha - i\beta,$$

bu yerda β musbat, ya'ni $z_0 - x$ o'qidan pastga joylashgan ba'zi bir kompleks nuqtadir. $K(x) = 0$ bo'ladigan nuqtadan boshlab, x o'qi bo'yicha A_1 nuqttagacha $K(x)$ ni shunday almashtiramizki, u birga teng bo'lsin.

Shunday o'xshash $x = 1$ nuqtadan (bu yerda $K(x) = 0$), A nuqttagacha orqaga qaytamizki, yana $K(x) = 1$ bo'lsin. Qiyinchilik A_1 , A_2 orasida bo'ladiki, oraliqning qismida OA_1 va $A_2 1$ kesmalar nolga intiladi. Endi biz ma'lum bo'lgan analitik funksiyalar xossalari asosan xulosa chiqaramizki, integral ostidagi funksiyaning maxsus nuqtalarini olganda, integrallash yo'lini ixtiyoriy deformatsiyalash mumkin. Shuning uchun biz x ni $z = x + iy$ kompleks o'zgaruvchi bilan almashtiramiz va integral ostidagi funksiya maxsus nuqtaga ega bo'lmaydigan kompleks tekislikning yuqori yarim qismida integrallash yo'lini tanlaymiz. Avval $K(x) = 1$ bo'ladigan nuqtalarning geometrik o'rnini aniqlaymiz.

Bu esa

$$[x(1-x) + y^2]^2 + (1-2x)^2 y^2 = [(\alpha - x)^2 + (\beta - y)^2]^2, \quad (30)$$

shartga olib keladi.

Buni biz y ga nisbatan uchinchi darajali hadi $4\beta y^3$ va ozod hadi $[(\alpha - x)^2 + \beta^2]^2 + [x(1-x)]^2$ ga teng bo'lgan kubik tenglama sifatida qarashimiz mumkin. A_1 va A_2 kritik oraliqda bu qiymat manfiy bo'lib qoladi. Lekin, bunda kubik tenglama har qanday x ning qiymatlari uchun haqiqiy musbat ildizga ega bo'lishi kerak. Shunday qilib biz yuqori yarim tekislikda A_1 va A_2 nuqtalarni birlashtiruvchi botiq egrilikni aniqlovchi soha ichida $K(z) > 1$, tashqarisida esa $K(z) < 1$ ga ega bo'lamiz.

Kritik egrilik tashqarisida integrallash yo'lini shunday ta'minlaymizki, $K(z) < 1$ bo'ladi. Bu bilan R_m ning nolga intilishini isbotladik. Agar biz $\beta = 0$ deb olsak, u holda $z_0 = x$ o'qida yotadi va integral ostidagi funksiya haqiqiy bo'ladi.

$$K(x) = \frac{x(1-x)}{(\alpha - x)^2}$$

kasrni qaraymiz. Uning maksimumi

$$x = \frac{\alpha}{2\alpha - 1}$$

nuqtada yotadi. Qaysikim

$$K(x) = \frac{1}{4\alpha(\alpha - 1)}$$

Bu kasrning birdan kichik bo'lish sharti α ga ikkita chegarani beradiki aynan musbat tomondan: $\alpha > \frac{1 + \sqrt{2}}{2} = 1,20705$, va manfiy tomondan: $\alpha < \frac{1 - \sqrt{2}}{2} = -0,20705$, tekshirishimizning natijasini quyidagicha tasvirlash mumkin: x o'qida kesmani simmetrik har ikkala tomonga ham 0,207 qiymatga chetki 0, 1 nuqtalardan boshlab cho'zamiz. Bu kesmani ixtiyoriy kichik tenglik bilan o'raymiz. Teoremani sharti bo'yicha bu sohada $f(z)$ regulyar u holda effektiv kvadratur yaqinlashishi ta'minlanadi. Teorema isbotlandi.

Adabiyotlar

1. Бабушка И. Оптимальные квадратурные формулы // ДАН СССР. -Москва, 1963. Т.149, № 2.- С. 227-229.
2. Шадиметов Х.М. Об оптимальных решетчатых квадратурных и кубатурных формулах // Докл. РАН. -Москва, 2001.- Т. 376, № 5. -С. 597 - 599.
3. Шадиметов Х.М. Решетчатые квадратурные и кубатурные формулы в пространствах С.Л.Соболева: Дис... докт.физ.-мат.наук. -Ташкент, 2002. - 218 с.
4. Шарипов Т.Х. Некоторые вопросы теории приближенного интегрирования: Дис... канд.физ.-мат.наук. -Ташкент, 1975. - 102с.
5. McLaren D.A. Optimal numerical integration a Sphere.-math.Comp.1963,t.83, -Pp.361-383.