PROBLEMS OF SCIENCE · SCIENTIFIC PUBLISHING
ИЗДАТЕЛЬСТВО
ПРОБЛЕМЫ НАУКИ
ОСНОВАНО В 2009 ГОДУ

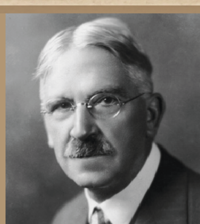
ПРОБЛЕМЫ ПЕДАГОГИКИ

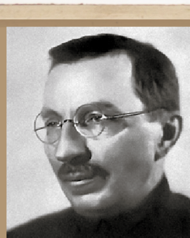
№ 6(57). ОКТЯБРЬ 2021 ГОДА

ISSN 2410-2881
СООТВЕТСТВУЕТ ГОСТ 7.56-2002

РОСКОМНАДЗОР
СВИДЕТЕЛЬСТВО ПИ № ФС 77-60219

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «ПРОБЛЕМЫ ПЕДАГОГИКИ» № 6(57) 2021





9 772410 288002

HTTPS://PROBLEMSPEDAGOGY.RU

Содержание

«Прятки»

Цель игры: закрепление понимания и навыка использования предложно-падежных форм, развитие внимания и наблюдательности.

Содержание:

1 вариант: взрослый размещает фигурки животных на пеньке, за деревом, под кустом, перед домом, над рекой, около моста и т.д. Ребенок должен найти заданное животное и определить, где оно находится.

2 вариант: по инструкции взрослого, ребенку необходимо самому разместить животных.

«Собираем урожай»

Цель игры: закрепление понятий «овощи» и «фрукты», умение различать их, развитие внимания, памяти и мелкой моторики.

Содержание:

На коврике (на грядке и на деревьях) располагаются овощи и фрукты. Педагог читает стихотворение и дает ребенку инструкцию.

Всех размеров и цветов
Овощи и фрукты.
Хватит их на десять ртов,
Запасай продуты:
Для салатов и борщей
Сложи в корзинку овощей.
А в ведерко, ну-ка,
Собираем фрукты.

Таким образом, применение сенсорного игрового коврика способствует активизации мыслительной деятельности детей, обогащению их словарного запаса, развитию умения выделять главное, конкретизировать информацию, сопоставлять предметы и их признаки, систематизации накопленных знаний.

Список литературы

1. *Зотов В.В*. Лесная мозаика. М.: Просвещение, 1993.
2. *Миронова С.А*. Развитие речи дошкольников на логопедических занятиях. М., 2007.
3. Библиотека журнала «Логопед».

БИЛИНЕЙНЫЕ И КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Умиркулова Г.Х.

Умиркулова Гулхае Хусниддин кизи – преподаватель,
кафедра математического анализа, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в этой статье в гильбертовом пространстве рассматривается самосопряженный оператор $A: H \to H$, являющийся функцией от переменных x и y. С учетом этого, в статье подробно приведены определения билинейных и квадратичных форм. Даны несколько типичных примеров по нахождению соответствующей матрицы билинейных и квадратичных форм, а также по построению и исследованию квадратичных форм на положительность. В примерах показано, когда квадратичная форма не может быть определена положительно, а также построение квадратичной формы.*

Ключевые слова: *самосопряженные операторы, ограниченная билинейная эрмитова форма, линейный оператор, ограниченный оператор, квадратичная эрмитова форма, нижняя оценка, верхняя оценка.*

УДК 517.984

Билинейные формы. Пусть H гильбертово пространство и $A: H \to H$ самосопряженный оператор. (Ax, y) рассмотрим как функционал от x и y. как на функцию и обозначим его через $A(x, y)$. Этот функционал удовлетворяет условию:

$$A(\alpha x_1 + \beta x_2, y) = \alpha A(x, y) + \beta A(x, y)$$

$$A(x, y) = \overline{A(y, x)}$$

Функционал $A(x, y)$, определенный этим способом, называется билинейной эрмитовой формой. Этот функционал ограничен в смысле

$$| A(x, y) | \leq C_A \| x \| \cdot \| y \|$$

Где C_A ограниченное постоянное, в данном случае

$$C_A = \| A \|$$

Таким образом, каждому самосопряженному оператору A соответствует $A(x, y) = (Ax, y) = (x, Ay)$, ограниченная билинейная эрмитова форма.

И наоборот, если задана ограниченная билинейная эрмитова форма $A(x, y)$, то ему соответствует самосопряженный оператор A, который удовлетворяет равенству $A(x, y) = (Ax, y)$.

Квадратичные формы. Рассмотрим билинейную эрмитову форму $A(x, y)$ и положим $y = x$. В результате получим квадратичную форму $A(x, x)$, принимающую действительное значение для всех x. Эта форма удовлетворяет условию:

$$A(\alpha x + \beta y, \alpha x + \beta y) = \alpha \overline{\alpha} A(x, x) + \alpha \overline{\beta} A(x, y) + \overline{\alpha} \beta A(y, x) + \beta \overline{\beta} A(y, y).$$

При этом, форма $A(x, x)$ называется соответствующей билинейной эрмитовой форме $A(x, y)$ квадратичной эрмитовой форме.

Если дана билинейная эрмитова форма $A(x, y)$, то также будет определена соответствующая ей квадратичная эрмитова форма $A(x, x)$. Верно и обратное: если дана квадратичная эрмитова форма $A(x, x)$, то однозначно определяется билинейная эрмитова форма $A(x, y)$. Это билинейная форма определяется равенством:

$$A(x, y) = \frac{1}{4} \{ [A(x_1, x_1) - A(x_2, x_2)] + i [A(x_3, x_3) - A(x_4, x_4)] \},$$

здесь

$$x_1 = x + y, \ x_2 = x - y, \ x_3 = x + iy, \ x_4 = x - iy.$$

Чтобы квадратичная эрмитова форма $A(x, x)$ была ограниченной, то есть

$$| A(x, x) | \leq C_A \| x \|^2$$

необходимо и достаточно, чтобы соответствующая билинейная эрмитова форма была ограниченной.

Теперь давайте посмотрим примеры решения задач:

1-пример. Пусть $A: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Построить билинейные и квадратные формы, соответствующей матрице A.

Решение: для $x = (x_1, x_2) \in R^2$ рассмотрим $f(x_1, x_2) = (Ax, x)$:

$$f(x_1,x_2)=\sum_{i=j}^{2}\sum_{j=1}^{2}C_{ij}x_ix_j=\sum_{i=1}^{2}(C_{i1}x_ix_1+C_{i2}x_ix_2)=\ (C_{11}x_1x_1+C_{12}x_1x_2)$$
$$+(C_{21}x_2x_1+C_{22}x_2x_2)=C_{11}{x_1}^2+(C_{12}+C_{21})x_1x_2+C_{22}{x_2}^2,$$
$$C_{12}=C_{21},$$
$$f(x_1,x_2)=C_{11}{x_1}^2+2C_{12}x_1x_2+C_{22}{x_2}^2,$$
$$A=\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n}\\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n}\\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn}\end{pmatrix}.$$

Используя вышесказанное, определяем прямоугольную и квадратную форму:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12}\\ C_{21} & C_{22}\end{pmatrix},$$
$$f(x_1,x_2)=2x_1^2+6x_1x_2+5x_2^2.$$

2-пример. $f(x_1,x_2)=-7x_1^2+6x_1x_2+3x_2^2$ найти матрицу, соответствующую квадратичной форме.

Решение: $f(x_1,x_2)=C_{11}x_1^2+2C_{12}x_1x_2+C_{22}x_2^2,$
$$A=\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12}\\ C_{21} & C_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}.$$

3-пример. $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2+{x_3}^2+6x_1x_3$ найти матрицу, соответствующую квадратичной форме.

Решение: Известно, что

$$f(x_1,x_2)=\sum_{i=j}^{2}\sum_{j=1}^{2}C_{ij}x_ix_j\,,$$
$$A=\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n}\\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n}\\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn}\end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 0 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

4-пример. $f(x_1,x_2)=x_1^2+5x_1x_2+8x_2^2$ проверьте квадратичную форму на положительность.

Решение: перепишем квадратичную форму следующим образом:

$$f(x_1,x_2)=x_1^2+5x_1x_2+8x_2^2=(x_1+\frac{5}{2}x_2)^2+\frac{7}{4}x_2^2,$$

так как

$$(x_1+\frac{3}{2}x_2)^2\geq 0,\ \ \frac{7}{4}x_2^2\geq 0.$$

Следовательно, эта квадратичная форма определена положительно, то есть $f(x_1,x_2)=x_1^2+5x_1x_2+8x_2^2\geq 0$.

5-пример. $f(x_1,x_2)=x_1^2+6x_1x_2+4x_2^2$ проверьте квадратичную форму на положительность.

Решение: Так, $f(x_1,x_2)=x_1^2+6x_1x_2+4x_2^2=(x_1+3x_2)^2-5x_2^2$. Здесь,

$$(x_1+3x_2)^2\geq 0,\qquad -5x_2^2\leq 0.$$

Это значит, что квадратичная форма не может быть определена положительно.

Например, $x_1=-3,\ x_2=1$ если $f(x_1,x_2)=-5$.

6-пример. $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+x_2^2+2{x_3}^2+4x_1x_2-6x_1x_3-2x_2x_3$ проверьте квадратичную форму на положительность.

Решение: определим коэффициенты:

$$\begin{vmatrix}C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n}\\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n}\\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn}\end{vmatrix},$$

где $C_{11} = 5, C_{12} = C_{21} = 2, C_{13} = C_{31} = -3, C_{22} = 1, C_{23} = C_{32} = -1, C_{33} = 2$.

Теперь вычислим главные миноры:

$$5, \qquad \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1, \qquad \begin{vmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2.$$

Поскольку все главные миноры положительны, квадратичная форма положительна [1].

Билинейные и квадратичные формы играют важную роль в обучении предмету «Функциональный анализ», в частности, при проверке линейных ограниченных операторов в гильбертовом пространстве на самосопряженность и при проверке самосопряженных операторов на положительность. В статьях [1-19] рассматриваются модельные операторы в гильбертовом пространстве как линейные ограниченные и самосопряженные операторы. Там устанавливается равенство $(Af, f) = (f, Af)$ с помощью формулы скалярного произведения в соответствующих гильбертовых пространствах.

Список литературы

1. *Дилмуродов Э.Б.* Числовой образ многомерной обобщенной модели Фридрихса // Молодой ученый. № 15 (2017). С. 105-106.
2. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1 (2019). Pp. 273-281.
3. *Тошева Н.А.* Уравнения Вайнберга для собственных вектор-функций семейства 3x3-операторных матриц // Наука, техника и образование, 72:8 (2020). С. 9-12.
4. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1 (2016). Pp. 48-61.
5. *Dilmurodov E.B.* Discrete eigenvalues of a 2x2 operator matrix // *ArXiv:2011.09650* (2020). 1-12.
6. *Умарова У.У.* Обычные и квадратичные числовые образы 2x2-матриц. оператора // Учёные XXI века, 53:6-1 (2019). С. 25-26.
7. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2 (2016). Pp. 156-174.
8. *Dilmurodov E.B.* On the virtual levels of one family matrix operators of order 2 // Scientific reports of Bukhara State University, 1 (2019). Pp. 42-46.
9. *Умиркулова Г.Х.* Существенный и дискретный спектры семейства моделей Фридрихса // Наука и образование сегодня, 60:1 (2021). С. 17-20.
10. *Дилмуродов Э.Б.* Квадратичный числовой образ одной 2x2 операторной матрицы // Молодой ученый, 8 (2016). С. 7-9.
11. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2 (2009). С. 164-175.
12. Бахронов Б.И. Дискретные и пороговые собственные значения модели Фридрихса с двумерным возмущением // *ВНО*, 94:16-2 (2020). С. 9-13.
13. *Хайитова Х.Г.* О числе собственных значений модели Фридрихса с дву-мерным возмущением // Наука, техника и образование, 72:8 (2020). С. 5-8.
14. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3 (2010). Pp. 395-412.
15. *Бахронов Б.И.* О виртуальном уровне модели Фридрихса с двумерным возмущением // Наука, техника и образование, 72:8 (2020). С. 13-16.
16. *Латипов Х.М.* О собственных числах трехдиагональной матрицы порядка 4 // Academy, 66:3 (2021), С. 4-7.

17. *Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б.* Бесконечность числа собственных значений операторных (2x2)-матриц. Асимптотика дискретного спектра // ТМФ. 205:3 (2020). 368-390.
18. *Умарова У.У.* Аналог системы интегральных уравнений Фаддеева для трехчастичного модельного оператора // Учёные XXI века, 40:5-3 (2018). С. 13-14.
19. *Умиркулова Г.Х.* Оценки для граней существенного спектра модельного оператора трех частиц на решетке // ВНО. 94:16-2 (2020). С. 14-17.
20. *Умиркулова Г.Х.* Местоположение собственных значений двух семейств моделей Фридрихса // НТО, 77:2 (2021), часть 2. С. 56-60.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Хайитова Х.Г.

Хайитова Хилола Гафуровна – преподаватель,
кафедра математического анализа, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в процессе решения задач студенты получают новые математические знания и готовятся к практической деятельности. Важно, чтобы учащийся имел глубокое понимание текстовой задачи, ее структуры и способности решать задачи различными способами. Хорошо известно, что текстовые задачи являются одним из ключевых понятий в школьном курсе математики, и преподаватели могут столкнуться со многими трудностями при разъяснении этой темы учащимся. В следующей статье приводится ряд методических рекомендаций по решению текстовых задач.*

Ключевые слова: *уравнение, неравенство, система уравнений, решение.*

УДК 37.02

Задача является естественным выражением ситуаций, с которыми мы сталкиваемся в повседневной жизни. Текстовая задача состоит из трех основных частей.

1. Условием задачи является информация об известных и неизвестных количественных величинах, характеризующих исследуемую ситуацию, и количественных соотношениях между ними.

2. Требование задачи состоит в том, чтобы выразить то, что можно найти в количественных отношениях в состоянии задачи.

3. Оператор задачи - это набор действий, выполняемых в отношении количественного отношения условия для выполнения требования задачи. Решение задачи путем составления уравнения, максимального определения требуемого количества в букве, выражения других величин, входящих в состояние задачи, определенной буквой, выражения количественных соотношений, указанных в условии задачи, посредством логически правильной последовательности действий означает выполнение требования задачи путем ее компиляции и решения. Функции задач и примеров в современной дидактике можно разделить на следующие типы:

- образовательная,
- воспитательная

Образовательная функция задачи: Образовательная функция задачи - это в основном теоретические знания, математические концепции, аксиомы, теоремы и математические выводы, применение законов к конкретным задачам или примерам. Осуществляется путем создания. Решение задач или примеров в школьном курсе математики не только развивает математические навыки и умения учащихся, но и