

## ANJUMAN TASHKILIIY QO‘MITASI

### Tashkiliy qo‘mita raisi:

Ayupov Sh.A. – O‘zFA Matematika instituti direktori, akademik

### Tashkiliy qo‘mita raisining o‘rinbosarlari:

Roziqov O‘.A. – O‘zFA Matematika instituti ilm-fan bo‘yicha direktor o‘rinbosari

Botirov G‘.I. – O‘zFA Matematika instituti direktor o‘rinbosari

Durdiyev D.Q. – O‘zFA Matematika instituti Buxoro bo‘linmasi mudiri

### A‘zolari:

Ashurov R.R. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Hayotov A.R. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Jamilov U.U. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.

Taxirov J.O. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Adilova F.T. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Xusanboyev Y.M. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Kudaybergenov K.K. – O‘zFA Matematika instituti Qoraqalpoq bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d., professor

Rahmatullayev M.M. – O‘zFA Matematika instituti Namangan bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d.

Imomkulov S.A. – O‘zFA Matematika instituti Xorazm bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d., professor

Xolxo‘jayev A.M. – O‘zFA Matematika instituti Samarqand bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d.

Beshimov R.B. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Zikirov O.S. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Omirov B.A. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Sharipov O.SH. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Rasulov T.H. – BuxDU, f.-m.f.n., dotsent

ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти  
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА  
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

**МАТЕРИАЛЛАРИ**

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

===== ◆ =====

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз  
Бухарское отделение института Математики

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

===== ◆ =====

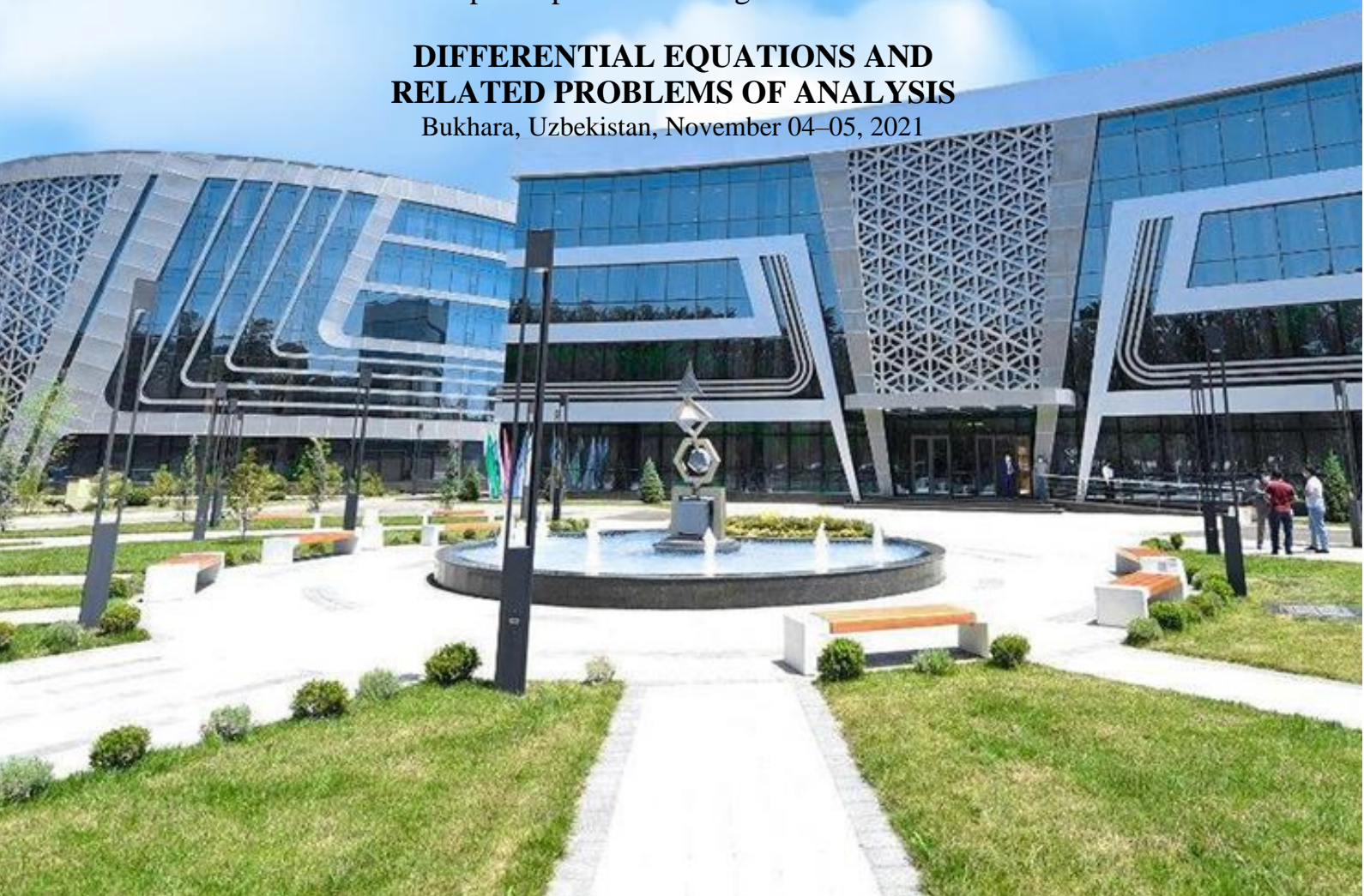
Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the  
AS of Uzbekistan  
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

**ABSTRACTS**

of the Republican Scientific Conference with the  
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND  
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021



ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти  
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА  
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

**МАТЕРИАЛЛАРИ**

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

===== ◆ =====

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз  
Бухарское отделение института Математики

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

Республиканской научной конференции  
с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

===== ◆ =====

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the  
AS of Uzbekistan  
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

**ABSTRACTS**

of the Republican Scientific Conference with the  
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND  
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

## Dasturiy qo‘mita

### Hamraislar:

- Azamov A.A. – O‘zFA Matematika instituti, akademik  
 Alimov Sh.A. – O‘zMU, akademik  
 Sadullayev A.S. – O‘zMU, akademik  
 Laqayev S.N. – SamDU, akademik  
 Farmonov Sh.Q. – O‘zFA Matematika instituti, akademik

### A‘zolar:

- Abdullayev B.I. – UrDU, f.-m.f.d., professor  
 Aripov M. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor  
 Arzikulov F.N. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.  
 Artiqboyev A. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor  
 G‘anixodjayev N.N. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor  
 Ibragimov G‘.I. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor  
 Ikromov I.A. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor  
 Islomov B. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor  
 Karimov E.T. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.  
 Miraxmedov Sh.A. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor  
 Raximov I.S. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor  
 Samatov B.T. – NamDU, f.-m.f.d., professor  
 Teshayev M.X. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.  
 O‘rinov A.K. – FarDU, f.-m.f.d., professor  
 Xakimov R.M. – NamDU, f.-m.f.d.  
 Xasanov A.B. – SamDU, f.-m.f.d., professor  
 Xudoyberdiyev A.X. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.  
 Shadimetov X.M. – TTYMI, f.-m.f.d., professor  
 Eshmatov F.H. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.

### Kotibiyat

Bozorov Z.R., Dilmurodov E.B., Durdiyev U.D., Jalolov O.I.

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

### Председатель:

Аюпов Ш.А. – директор института Математики АН РУз, академик

### Заместители председателя:

Розиков У.А. – заместитель директора по науке института Математики АН РУз

Ботиров Г.И. – заместитель директора института Математики АН РУз

Дурдиев Д.К. – заведующий Бухарским отделением института Математики АН РУз

### Члены оргкомитета:

Ашуров Р.Р. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Хаётов А.Р. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Жамилов У.У. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Тахиров Ж.О. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Адилова Ф.Т. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Хусанбоев Ё.М. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Кудайбергенов К.К. – заведующий Каракалпакским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Рахматуллаев М.М. – заведующий Наманганским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Имомкулов С.А. – заведующий Хорезмским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Холхужаев А.М. – заведующий Самаркандским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Бешимов Р.Б. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Зикиров О.С. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Омиров Б.А. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Шарипов О.Ш. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Расулов Т.Х. – БухГУ, к.ф.-м.н., доцент

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

### Сопредседатели:

- Азамов А.А. – институт Математики АН РУз, академик  
 Алимов Ш.А. – НУУз, академик  
 Садуллаев А.С. – НУУз, академик  
 Лакаев С.Н. – СамГУ, академик  
 Фармонов Ш.К. – институт Математики АН РУз, академик

### Члены программного комитета:

- Абдуллаев Б.И. – УрГУ, д.ф.-м.н., профессор  
 Арипов М. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Арзикулов Ф.Н. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.  
 Артикбоев А. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Ганиходжаев Н.Н. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Ибрагимов Г.И. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Икромов И.А. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Исломов Б. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Каримов Э.Т. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.  
 Мирахмедов Ш.А. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Рахимов И.С. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор  
 Саматов Б.Т. – НамГУ, д.ф.-м.н., профессор  
 Тешаев М.Х. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.  
 Уринов А.К. – ФарГУ, д.ф.-м.н., профессор  
 Хакимов Р.М. – НамГУ, д.ф.-м.н.  
 Хасанов А.Б. – СамДУ, д.ф.-м.н., профессор  
 Худойбердиев А.Х. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.  
 Шадиметов Х.М. – ТГТУ, д.ф.-м.н., профессор  
 Эшматов Ф.Х. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

### Секретариат конференции:

Бозоров З.Р., Дилмуродов Э.Б., Дурдиев У.Д., Жалолов О.И.

deyiladi, bu yerda  $\bar{I}_\gamma(z) = \sum_{j=0}^{\infty} [(z/2)^{2j}] / [j!(1+\gamma)_j]$ ,  $k$  parametr 0 yoki 1 qiymatlardan biriga teng.

**1-teorema.** Agar  $\nu(x) \in C(0,1) \cap L(0,1)$  va  $\varphi_0(x) \in C[0,1]$  bo'lsa,  $\{(1), (2), (3)\}$  masalaning yechimi

$$u(x,y) = \int_0^{x-\zeta} [(x-\theta)^2 - \zeta^2]^{-\beta} \bar{I}_{-\beta} \left[ \lambda \sqrt{(x-\theta)^2 - \zeta^2} \right] \Psi(\theta) d\theta + \\ + \frac{1}{2 \cos \beta \pi} \int_{x-\zeta}^{x+\zeta} [\zeta^2 - (x-\theta)^2]^{-\beta} \bar{J}_{-\beta} \left[ \lambda \sqrt{\zeta^2 - (x-\theta)^2} \right] \times \\ \times \left[ \Psi(\theta) - 2\gamma_2 [(2-m)/4]^{1-2\beta} \nu(\theta) \cos \beta \pi \right] d\theta$$

formula bilan aniqlanadi, bu yerda  $\zeta = 2(2-m)^{-1}(-y)^{(2-m)/2}$ ,  $\Psi(x) = 2x^\beta \Gamma^{-1}(1-\beta) \times \cos \beta \pi A_{0x}^{1,\lambda i} \left[ D_{0x}^{1-\beta} \varphi_0(x/2) \right] + 2\gamma_2 [(2-m)/4]^{1-2\beta} \nu(x) \cos \beta \pi$ ;  $A_{0x}^{1,\lambda i} [f(x)]$ ,  $D_{0x}^{1-\beta} [g(x)]$  operatorlar mos ravishda [3], [4] adabiyotlarda keltirilgan.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Usmonov D.A. A Cauchy-Goursat problem for a second kind degenerated equation of hyperbolic type // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research, 2021, Vol. 3, Iss. 1. pp. 76-83.
2. Уринов А. К. Усмонов Д. А. О видоизменной задаче Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Бюллетень Института математики, 2021, No. 1, стр. 46-64.
3. Салохитдинов М.С., Уринов А.К. Краевые задачи для уравнений смешанного типа со спектральным параметром. - Ташкент: Фан, 1997. 168 с.
4. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интеграл и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.

#### RECOVERING TIME DEPENDENT FUNCTION FOR THE FRACTIONAL DIFFUSION EQUATION IN A FINITE DOMAIN

Rahmonov A.A.<sup>1</sup>, Bozorov Z.R.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan  
araxmonov@mail.ru

<sup>2</sup> Bukhara Branch of the Institute of Mathematics at the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Bukhara, Uzbekistan  
zavqiddinbozorov2011@mail.ru

The present study investigates existence and uniqueness of solution to an inverse problem for a one-dimensional time-fractional diffusion equation. This existence and uniqueness result is based on the Fourier method and Laplace transform, the fractional calculus and the Banach fixed point principle. The unknown time dependent coefficient is determined uniquely by the additional data which is an integral condition. Then, the continuous dependence of data is proved.



We consider the so-called one-dimensional fractional diffusion equation

$$({}^C\mathcal{D}_t^\alpha u)(x, t) - u_{xx}(x, t) + q(t)u(x, t) = f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

with initial

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in (0, l), \quad (2)$$

and the homogeneous Dirichlet boundary conditions

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad t \in (0, T], \quad (3)$$

where  $\Omega := (0, l) \times (0, T]$ ,  ${}^C\mathcal{D}_t^\alpha$  stands for Caputo fractional derivative of order  $0 < \alpha < 1$  in the time variable and  $f(x, t)$  is the known source term,  $\varphi(x)$  is the initial temperature.

For (1)-(3) the **direct problem** is the determination of  $u(x, t)$  in  $\bar{\Omega}$  such that  $u(\cdot, t) \in C^2((0, l), \mathbb{R})$  and  $({}^C\mathcal{D}_t^\alpha u)(x, \cdot) \in C((0, T], \mathbb{R})$ , when the coefficient  $q(t)$ , the initial temperature  $\varphi(x)$  and the source term  $f(x, t)$  are given and continuous.

**Inverse problem.** Find the couple of functions  $\{u(x, t), q(t)\}$  satisfying equation (1)-(3), under the over-determination conditions

$$\int_0^l u(x, t) dx = g(t), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

where  $g(t) \in C([0, T], \mathbb{R})$  is the additional data of the thermal energy. The solvability of inverse problems with such type of integral over-determination has been considered in the paper [1]-[3].

We have the following theorem.

**Theorem 1.** Suppose the following conditions hold:

- (i)  $\varphi \in C^5[0, l]$ ,  $\varphi^{(k)}(0) = \varphi^{(k)}(l) = 0$ ,  $k = 0, 2, 4$ ;
- (ii)  $f \in C_{x,t}^{5,0}(\bar{\Omega})$ ,  $\partial_x^k f(0, t) = \partial_x^k f(l, t) = 0$ ,  $k = 0, 2, 4$ ;
- (iii)  $g(t) \in AC[0, T]$ ,  $|g(t)| \geq g_0 > 0$  and  $g(t)$  satisfies the matching condition  $g(0) = \int_0^l \varphi(x) dx$ .

Then the inverse problem (1)-(4) has a unique solution.

Setting  $T$  such that

$$T < \min \left\{ \frac{1}{2c \sqrt[5]{1 + \alpha}}, \frac{g_0}{l^2 c \sqrt[5]{1 + \alpha}} \right\} \quad (5)$$

where

$$\|\psi_0\|_{C(\bar{\Omega})} \leq c := \max(\|v_0\|_{C(\bar{\Omega})}, \|q_0\|_{C[0, T]}), \quad (6)$$

Then we have the following theorem.

**Theorem 2.** The solution  $(u(x, t), q(t))$  of the inverse problem (1)-(4), under the assumptions of Theorem 1, depends continuously upon the data of  $\Psi = \{f(x, t), \varphi(x), g(t)\}$  for satisfying (6).

## REFERENCES

1. Ismailov M.I., Kanca F., Lesnic D. Determination of a time-dependent heat source under nonlocal boundary and integral overdetermination conditions. Appl. Math. Comp. 218. 4138-4146.(2011)
2. Kamynin V.L. On the inverse problem of determining the right-hand side of a parabolic equation under an integral overdetermination condition. Mathematical Notes, 77. no.4. 482-493.(2005)
3. Wu B, Gao Y., Yan L., et al.. Existence and Uniqueness of an Inverse Memory Kernel for an Integro-Differential Parabolic Equation with Free Boundary. J. Dyn. Control Syst. 24. (2018)



<b>Ashurova Z. R., Jurayeva N. Y.</b> <i>Problem of regularization for growing polyharmonic functions of some class</i> .....	151
<b>Bakhramov J. A.</b> <i>Synthesis of suboptimal control in three - dimensional time-optimal problem</i> .....	153
<b>Dekhkono F. N.</b> <i>On system of linear differential equations with involution</i> .....	155
<b>Durdiev D.K. , Jumaev J.J.</b> <i>Problem of determining two relaxation functions in the integro - differential equation of rigid heat conductor</i> .....	156
<b>Fayazov K. S., Rakhmatov Kh. Ch.</b> <i>Approximate solution of the Cauchy problem for the parabolic equation with a varying direction of time by the quasi-inverse method</i> .....	157
<b>Imomnazarov Kh. Kh., Mukimov A., Tordeux S.</b> <i>Estimation of the stability of the Cauchy problem for the hopf system</i> .....	158
<b>Jumayev J.A.</b> <i>Kasr tartibli differensial tenglama uchun noma'lum boshlang'ich shartli masala</i> .....	160
<b>Juraev D. A.</b> <i>Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional bounded domain</i> .....	162
<b>Karimov E. T., Abdullaev O. Kh., Khujakulov J. R.</b> <i>Solvability of a problem for a time fractional differential equation with the hilfer operator on metric graphs</i> .....	164
<b>Kenjaboyeva M. H.</b> <i>Zinapoyasimon graflarda to'lqin tarqalish tenglamasi uchun boshlang'ich-chegaraviy masala yechimining yagonaligi haqidagi teorema</i> .....	165
<b>Kurbanov Sh. H., Eshmurodov O. A.</b> <i>The existence of eigenvalue of the generalized Friedrichs model under rank three perturbation</i> .....	166
<b>Mamatov A. U., Xamidov A. S.</b> <i>Visual modeling of thermal conductivity processes in different environments in the presence of welding</i> .....	168
<b>O'rinov A.Q., Usmonov D. A.</b> <i>Giperbolik tipdagi buziladigan ikkinchi tur tenglama uchun Koshi-Gursa masalasi</i> .....	170
<b>Rahmonov A.A., Bozorov Z.R.</b> <i>Recovering time dependent function for the fractional diffusion equation in a finite domain</i> .....	172
<b>Sobirov Z. A., Rakhimov K. U.</b> <i>Initial-boundary value problem for subdiffusion equation on the star graph with equal bonds</i> .....	173
<b>Toshqulova D.</b> <i>Laplas tenglamasi uchun Dirixle masalasi yechimining mavjud bo'lmasligi haqida</i> .....	175
<b>Tulqinboyev T. A.</b> <i>Buziladigan giperbolik tipdagi tenglamaning bir aniq yechimi haqida</i> .....	177
<b>Tuxtarov E.I.</b> <i>Singulyar koeffitsiyentli aralash tipdagi tenglama uchun to'g'ri to'rtburchakda Dirixle masalasi</i> .....	178
<b>Xojiyev S., Tag'oyev A. N., Raximova Z. Z.</b> <i>Parabolik tipdagi xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasini evolyusion metod bilan yechish</i> .....	180
<b>Xolboyev A.</b> <i>Pursuit-evasion game on the graf of 1-skeleton of the pyramid and prism</i> .....	181
<b>Yuldashev T. K., Kholmanova K. Y.</b> <i>Nonlinear second order Fredholm integro-differential equation</i> .....	182
<b>Yuldashev T. K., Eshkuvatov Y. F.</b> <i>On a Fredholm type partial integro-differential equations</i> .....	184
<b>Yuldashev T. K., Rasulova S. H.</b> <i>A mixed problem for a multidimensional integro-differential equation of the fourth order</i> .....	186
<b>Yuldashev T. K., Bolbekov S. N.</b> <i>Integro-differential equations with a generalized high degree whitam-type operator</i> .....	187
<b>Абдуллаев О. Х.</b> <i>Об одной задаче для нагруженного уравнения смешанного типа с интегро-дифференциальными операкраевая задача для одного класса уравнений третьего порядка</i> .....	189

## **Tahrir hay'ati**

### **Bosh muharrir:**

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich

### **Muharrirlar jamoasi:**

Durdiyev Umidjon Durdimuratovich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Dilmurodov Elyor Baxtiyorovich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Bozorov Zavqiddin Ravshanovich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Jumayev Jonibek Jamolovich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Babayev Samandar Samiyevich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Rahmonov Askar Ahmadovich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Xudoyorov San'at Samadovich – BuxDU tayanch doktoranti.

### **Rassomlar:**

Babayev Samandar Samiyevich – f.-m.f.f.d.(PhD),  
Xayatov Xurshid Usmanovich – BuxDU katta o'qituvchisi.

Buxoro shahri, M.Iqbol ko'chasi, 11 – uy.