ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА

МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТЕРМИЗ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАРИ АКАДЕМИЯСИ

В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМЛИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

МАТЕМАТИКАНИНГ ЗАМОНАВИЙ МАСАЛАЛАРИ: МУАММОЛАР ВА ЕЧИМЛАР

мавзусидаги республика миқёсидаги илмий онлайн конференция

материаллари тўплами

21-23 октябр 2020 йил

ТЕРМИЗ 2020

Ушбу анжуман Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2020 йил 2 февралдаги 56-Ф-сон фармойиши билан тасдиқланган “2020 йилда Республика миқёсида ўтказиладиган илмий ва илмий-техник тадбирлар режаси” га мувофиқ онлайн конференция ҳолатида 2020 йил 21-23 октябр кунлари соат 09-00 дан 17-00 гача

1-шўъба https://us04web.zoom.us/j/4734850492
2-шўъба https://us04web.zoom.us/j/6985593125
3-шўъба https://us05web.zoom.us/j/6737248879
4-шўъба https://us05web.zoom.us/j/5041275665
манзилларида ўтказилган.

Таҳрир ҳайъати:

Аллаков И. – “Алгебра ва геометрия” кафедраси профессори, ф-м.ф.д.
Мирсабуров М. – “Математик тахлил” кафедраси профессори, ф-м.ф.д.
Нормуродов Ч.Б. – “Амалий математика ва информатика” профессори, ф.-м.ф.д.
Ибрагимов Н.Ш. – “Алгебра ва геометрия” кафедраси ўқитувчиси

Илмий мақолаларни тўплаб, нашрга тайёрловчи:

Н.Ш.Ибрагимов – “Алгебра ва геометрия” кафедраси ўқитувчиси

Xotirali birinchi tartibli integro – differensial tenglamalar sistemasi uchun teskari masala

H.H.Turdiyev(BuxDU) Buxoro, hturdiev@mail.ru

Juda ko’plab fizik jarayonlar birinchi tartibli xususiy hosilali giperbolik tipga qarashli tenglamalar sistemasi orqali ifodalanadi. Masalan akustika tenglamalar sistemasi, elektromagnit tebranishlar, elastiklik nazariyasining dinamik tenglamalariva boshqalar. Ma’lumki ikkinchi tartibli tenglamalar bir nechta qo’shimcha chegaralanishlar orqali ulardan keltirilib chiqariladi. Teskari masalalarni yechish bevosita ushbu sistemalarni yechishga olib keladi. Mazkur yo’nalishda tizimli tartibda izlanishlar o’tgan asrning 70 – yillarida L.P. Nijnik[1], S.P. Belinskiy[2], V.G. Romanov va L.I. Slinyuchev[3] olimlarning ishlarida boshlangan.

Xotira hodisasi shunday sistemalarda hosil bo’ladiki, unda nafaqat sistemaning hozirgi va oldingi holati, unda uning barcha holatlari hisobga olinadi. Boshqacha qilib aytganda, xotira hodisasi sistema tarixining oldingi holatiga bog’liq bo’ladi. Misol qilib, yopishqoq elastik muhit deformatsiyasini olish mumkin. Chunki yopishqoq elastik muhitning deformatsiyasi, unga tasir etuvchi kuchdan tashqari oldingi deformatsiya holatiga bog’liq bo’ladi. Bunday muhitlar xotira yoki tasirdan keyingi muhit deb ataladi. Bundan tashqari despersiyali muhitda elektromagnit to’lqinning tarqalishi, matematik biologiyada turli ko’rinishdagi hayvonlar va o’simliklarning populyatsiya tizimlarini misol qilib keltirish mumkin. Bu kabi jarayonlar vaqtga bog’liq svortka tipli integral hadli birinchi tartibli integro – differensial giperbolik tenglamalar sistemasi bilan ifodalanadi. Teskari masalada integral yadroni aniqlash muhum ahamiyatga ega. Hozirgi vaqtgacha ikkinchi tartibli integro differensial tenglamadan yadroni aniqlash masalasi ko’rilgan [4],[5].

Ushbu ishda birinchi tartibli integro-differensial giperbolik tenglamalar sistemasi uchun yadroni aniqlash teskari masalasi o’rganiladi. Bu yerda yadro $n\times n$ o’lchamli diagonal matritsa bo’lib, $t-$ vaqtga bog’liq.

$D=\{(x,t):\ 0<\mathrm{x}<\mathrm{H},\ t>0\}$ sohada $u(x,t)$ funksiyaga nisbatan n ta tenglamalar sistemasini qaraylik.

$$\frac{\partial u}{\partial t}+A\frac{\partial u}{\partial x}+B(x)\mathrm{u}(x,t)=\int_0^t K(\tau)\mathrm{u}(x,t-\tau)\,\mathrm{d}\tau+f(x,\mathrm{t}). \qquad (1)$$

Bu yerda A, B va $K-\ n\times n$ o’lchamli kvadrat matritsalar bo’lib, ular

$$A=\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n\end{pmatrix},\ B(x)=\begin{pmatrix}b_{11}(x) & b_{12}(x) & \dots & b_{1n}(x)\\ b_{21}(x) & b_{22}(x) & \dots & b_{2n}(x)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ b_{n1}(x) & b_{n2}(x) & \dots & b_{nn}(x)\end{pmatrix},\ K(t)=\begin{pmatrix}K_1(t) & 0 & \dots & 0\\ 0 & K_2(t) & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & K_n(t)\end{pmatrix}$$

ko’rinishda, undan tashqari $f(x,t)=(f_1(x,t),\,f_2(x,t),\dots,\,f_n(x,t)).$

λ_k- haqiqiy, turli o’zgarmaslar va k ning turli qiymatlarida turli xil ishoraga ega,ya’ni

$$\lambda_k>0,\ k=1,2,\dots,s;\ \lambda_k<0,\ k=s+1,\mathrm{s}+2,\dots,n;\ 0\le s\le n. \qquad (2)$$

(1) tenglamalar uchun quyidagi boshlang’ich va chegaraviy shartlarni qaraylik

$$u(x,0)=\varphi(x),\ 0\le x\le H, \qquad (3)$$

$$u_i(0,t)=g_i(t),\ i=1,2,\dots,s;\ u_i(H,t)=g_i(t),\ i=s+1,\mathrm{s}+2,\dots,n. \qquad (4)$$

Quyida bir vektor funksiyani matritsaga ko’paytmasini agar chapdan ko’paytirilsa qator ko’rinishda, agar u o’ngdan ko’paytirilsa ustun ko’rinishida deb tushunamiz.

$u(x,t)$ funksiya uchun biz quyidagi qo’shimcha shartlarni beramiz.

$$u_i(0,t)=h_i(t),\ i=s+1,s+2,\dots,n;\ \ u_i(H,t)=h_i(t),\ i=1,2,\dots,s. \tag{5}$$

Teskari masala: (1) tenglamalar sistemasi va (5) qo’shimcha shartlardan $K(t),\ t>0$ matritsani topish. D sohada $\xi,\ \tau$ tekisligidagi ixtiyoriy (x,t) nuqtani olib, bu nuqtadan D sohaning $\tau\le t$ chegarasigacha (1) tenglamalar sistemasining $i-$ xarakteristikasini o’tkazamiz. Xarakteristika tenglamasi quyidagi ko’rinishga ega

$$\xi=x+\lambda_i(\tau-t). \tag{6}$$

(x_0^i,t_0^i) orqali xarakteristikaning D sohaning chegarasi kesishish nuqtasi belgilaymiz. $\lambda_i>0,\ (i=1,2,\dots,s)$ bo’lganda bu nuqta $t=0$ dagi $[0,H]$ kesmasida yoki $x=0$ to’g’ri chizig’ida yotadi. $\lambda_i<0,\ i=s+1,\ s+2,\dots,n$ bo’lganda bu nuqta $t=0$ dagi $[0,H]$ kesmasida yoki $x=H$ to’g’ri chizig’ida yotadi. (1) tenglamaning $i-$kompanentasini xarakteristika bo’ylab (x_0^i,t_0^i) dan (x,t) nuqtagacha bo’lgan oraliqda integrallaymiz

$$u_i(x,t)=u_i(x_0^i,t_0^i)+\int_{t_0^i}^{t}\left\{\int_0^{\tau}K_i(\eta)u_i(\xi,\tau-\eta)d\eta-\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(\xi)u_j(\xi,\tau)\right\}_{\xi=x+\lambda_i(\tau-t)}d\tau+$$

$$+\int_{t_0^i}^{t}f_i(\xi,\tau)_{\xi=x+\lambda_i(\tau-t)}d\tau,\quad i=1,2,\dots,n. \tag{7}$$

(7) integral tenglamaning ozod hadi (3) va (4) boshlang’ich va chegaraviy shartlar orqali aniqlanadi, va ular quyidagilar

$$u_i(x_0^i,t_0^i)=\begin{cases} g(t-\dfrac{x}{\lambda_i}), & t\ge\dfrac{x}{\lambda_i},\\[2mm] \varphi(x-\lambda_i t), & 0\le t<\dfrac{x}{\lambda_i},\ i=1,2,\dots,s;\end{cases}$$

$$u_i(x_0^i,t_0^i)=\begin{cases} g(t+\dfrac{H-x}{\lambda_i}), & t\ge\dfrac{H-x}{\lambda_i},\\[2mm] \varphi(x-\lambda_i t), & 0\le t<\dfrac{H-x}{\lambda_i},\ i=s+1,\dots,s.\end{cases} \tag{8}$$

Faraz qilaylik, $u_i(x_0^i,t_0^i)$ funksiya D sohada uzluksiz bo’lsin. $u_i(x_0^i,t_0^i)$ funksiya D sohada uzluksiz bo’lishidan φ_i va g_i berilgan funksiyalar kelishuvchanlik shartini qanoatlantiradi

$$\varphi_i(0)=g_i(0),\ i=1,2,\dots,s;\qquad \varphi_i(H)=g_i(0),\ i=s+1,\dots,n. \tag{9}$$

Bunda g_i ning $t=0$ dagi qiymati, φ_i ning $x=0$ va $x=H$ dagi qiymatlari funksiyaning aniqlanish sohasidagi nuqtalarning limit ma’nosida tushuniladi.

Faraz qilaylik, $K_i(t)$ va $f_i(x,t)$ funksiyalar mos ravishda $t\ge0,\ (\mathrm{x,t})\in\mathrm{D}$ sohada uzluksiz bo’lsin. U holda (7) tenglamalar sistemasi yadrosi va ozod hadi uzluksiz bo’lgan ikkinchi tur Volterra yopiq integral tenglamalar sistemasi ko’rinishida. Bu sistema D sohaning chegaralangan $D_T=\{(x,t):\ 0\le x\le H,\ 0\le t\le T\},\ t>0$ qism to’plamida yagona yechimga ega.

Quyidagi kelishuvchanlik shartlari bajarilsin.

$$f_i(0,0) + A\frac{d}{dx}\varphi_i\,|_{x=0} - \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(0)\varphi_i(0) = \left[\frac{d}{dt}g_i(t)\right]_{t=0}, \quad i = 1,2,\ldots,s, \tag{10}$$

$$f_i(H,0) + A\frac{d}{dx}\varphi_i\,|_{x=H} - \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(H)\varphi_i(H) = \left[\frac{d}{dt}g_i(t)\right]_{t=0}, \quad i = s+1,\ldots,n. \tag{11}$$

Shunday qilib, quyidagi teoremani isbotlandi:

Teorema. Faraz qilaylik, $b_{ij}(x) \in C[0,H]$, $f(x,t) \in C^1(D)$ $\varphi(x) \in C^1[0,H]$ va $g(t) \in C^1[0,\infty)$ bo’lib, (9), (10), (11) kelushuvchanlik shartlari bajarilsin. U holda $(1),(3)$ to’g’ri masalaning D sohaga tegishli yagona klasik yechimi mavjud.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. *Нижник Л.П.* Обратная задача для нестатционарного рассеяния для гиперболической системы уравнений. В кн.: Линейные и нелинейные краевые задачи. Киев: ИМ АН УССР, 1971, с. 205–210.

2. *Белинский С.П.* Об одной обратной задаче для линейных симметрических t – гиперболических систем с $n + 1$ независимыми переменными. Диф. уравнения, 1976, вып. 2, № 1, с. 15–23.

3. *Романов В.Г., Слинючева Л.И.* Обратная задача для гиперболических систем первого порядка. В кн.: Математические проблемы геофизики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1972, вып. 3, с. 184–215.

4.Сафаров Ж. Ш., Дурдиев Д. К., “Обратная задача для интегро-дифференциального уравнения акустики”, *Дифференц. уравнения*, 54:1 (2018), 136—144.

5.Тотиева Ж. Д., Дурдиев Д. К., “Задача об определении одномерного ядра уравнения термовязкоупругости”, *Матем. заметки*, 103:1 (2018), 129—146.

Бир динамик системанинг чексизликдаги фазовий холати хақида

А.М.Тилавов (*Математика институти*) Тошкент ш., asliddintm@mail.ru

Ҳозирги кунда жаҳонда олиб борилаётган илмий тадқиқотлар динамик системалар бифуркацияларини, ёпиқ траекторияларнива траекторияларнинг чексизликдаги холатини аниқлаш,нафақат математиклар томонидан, балки физиклар, химиклар, механиклар ҳамда фан ва техниканинг бошқа йўналишларида фаолият юритаётган мутахасислар томонидан бу соҳага бўлган қизиқиш тобора ортиб бормоқда. Чизиқли динамик системаларнинг сифатий тахлили тўлалигича ўрганилган бўлиб, чизиқсиз системаларда, хаттоки квадратик системаларда бу масала мураккаблигича қолмоқда. Қуйидаги энг содда квадратик ҳадга эга динамик системани қараймиз

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + y + x^2 \\ \dot{y} = bx + y \end{cases} \tag{1}$$

Бу системанинг a, b параметрлари қийматларида сифат ҳолатининг ҳар бир тури учун фазавий картиналар тасвирланганбўлиб [1], бифуркацион хоссалари DN-метод ёрдамида тўлиқ тахлил қилинган [2], ушбу ишда (1) системанинг бифуркацион параметрларига боғлиқ равишда унинг чексизликдаги фазовий холати ўрганилган.

Шунингдек полиномиал системаларни Пуанкаре сферасига (ёки дискига) давом эттириш методикасига мувофиқ траекторияларнинг чексизликдаги ҳолати ҳақидаги масала ўрганилган. (1) система учун Лефшец схемаси бўйича давом эттириш