Buxoro davlat universiteti
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2022

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI»
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN

TOSHKENT DAVLAT TRANSPORT UNIVERSITETI
Tashkent state transport university

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI» XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN MATERIALLARI

ABSTRACTS INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE «MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES»

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

2022-yil, 11-12 may

BUXORO – 2022

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ
В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТРАНСПОРТ УНИВЕРСИТЕТИ
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Ғайбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланади

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН МАТЕРИАЛЛАРИ

2022 йил, 11-12 май

БУХОРО – 2022

Систему (3) приведем к каноническому виду. Как известно, из линейной алгебры [3], в рассматриваемом случае существует такая невырожденная матрица T, что $T^{-1}A_1T = \Lambda$, где Λ - диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы A_1. Введем в уравнении (5) новую функцию с помощью равенства $\widetilde{U} = TV$ и умножим это уравнение слева на матрицу T^{-1}.

$$\left(I_4\frac{\partial}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial}{\partial y} + C\right)V = \int_0^t R\,(t-\tau)\mathrm{V}(\mathrm{y},\tau)d\tau + F, \qquad (4)$$

где $\Lambda = diag(\kappa_0, -\kappa_0, \sqrt{2}\kappa_0, -\sqrt{2}\kappa_0), C = T^{-1}B_1T, F = -T^{-1}\tilde{F}_0(y,t).$

Прямая задача. Определить в области $D = \{(y,t) : 0 < y < 1, t > 0\}$ вектор функции $V(y,t)$ удовлетворяющую уравнению (4) при следующих начальных и граничных условиях [2]

$$V_i(y,t)\big|_{t=0} = \varphi_i(y), i = \overline{1,4}; \qquad (5)$$

$$V_i(y,t)\big|_{y=0} = g_i(t), i = 1,3; V_i(y,t)\big|_{y=1} = g_i(t), i = 2,4; \qquad (6)$$

где $\varphi(y) = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)(y), g(t) = (g_1, g_2, g_3, g_4)(t)$ заданные функции.

Обратная задача. Найти функции $R(t), t > 0$, если относительно решения задачи (4)-(7) известны дополнительные условия

$$V_i|_{y=1} = h_i(\mathrm{t}), i = 1,3; \quad V_i|_{y=0} = h_i(\mathrm{t}), i = 2,4. \qquad (7)$$

При этом числовая матрица $R(0)$, считается известной.

Пусть выполнены условия

$$\varphi_i(1) = g_i(0), i = 1,3; \quad \varphi_i(0) = g_i(0), i = 2,4; \qquad (8)$$

$$\left[\frac{d}{dt}h_i(t)\right]_{t=0} = F_i(1,0) - \lambda_i\left[\frac{\partial}{\partial y}\varphi_i(y)\right]_{y=1} - \sum_{j=1}^{4} c_{ij}\varphi_j(1), i = 1,3;$$

$$\left[\frac{d}{dt}h_i(t)\right]_{t=0} = F_i(0,0) - \lambda_i\left[\frac{\partial}{\partial y}\varphi_i(y)\right]_{y=0} - \sum_{j=1}^{4} c_{ij}\varphi_j(0), i = 2,4. \qquad (9)$$

Основным результатом настоящей работы является следующее утверждение:

Теорема1. Пусть, $\varphi(y) \in C^2[0,1], g(t) \in C^2[0,T]$, выполнены условие $\varphi_1(0)\varphi_1(1) \neq \varphi_2(0)\varphi_2(1)$, $\varphi_3(0)\varphi_3(1) \neq \varphi_4(0)\varphi_4(1)$ и условия согласования (8),(9).Тогда на отрезке [0,1] существует единственное решение обратной задачи (4)-(7), из класса $\Psi(t) \in C[0,1]$,и каждая компонента $\psi_i(t) \in C[0,1]$,определяется заданием $\psi_i(t)$ для $t \in [0,1], i = \overline{1,4}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. М. Блохин, Н. В. Бамбаева*, Стационарные решения уравнений несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости, Журн. вычисл. мат. и мат. физ, 2014 Т. 54,№ 5. С. 55–69..

2. *V. G. Romanov*, “Inverse problems for equation with a memory”, Eurasian Jour. of Math. and Computer Applications, 2:4 (2014), 51–80.

3. *Дурдиев Д. К., Турдиев Х. Х.* Обратная задача для гиперболической системы первого порядка с памятью // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. N: 12. С. 1666-1675

ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЯДЕР В СИСТЕМЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ АКУСТИКИ

[1]Дурдиев Д.К., [2]Турдиев Х.Х.

[1]Бухарский филиал Института Математики Академии наук Республики Узбекистан, Бухара, Узбекистан,

[2]Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан,

Рассмотрим трёхмерную систему уравнений акустики [1]

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho c^2}\frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right) = \int_0^t k_1\,(t-\tau)\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right)d\tau \\ \rho\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_1} = \int_0^t k_2\,(t-\tau)\frac{\partial p}{\partial x_1}d\tau, \\ \rho\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_2} = \int_0^t k_3\,(t-\tau)\frac{\partial p}{\partial x_2}d\tau, \\ \rho\frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_3} = \int_0^t k_3\,(t-\tau)\frac{\partial p}{\partial x_3}d\tau. \end{cases} \quad (1)$$

где $u = (u_1;\, u_2;\, u_3)^*$ — скорость возмущенной среды, $p-$ давление в этой среде, $K(t) = diag(k_1(t);\, k_2(t);\, k_3(t);\, k_4(t))$ – представляющая память. ρ, c — плотность среды в состоянии термодинамического равновесия и скорость звука, зависящими только от координаты x_1, $*-$ символ транспонирования.

Запишем систему (1) в виде симметрической гиперболической системы [1]:

$$A_0\frac{\partial}{\partial t}U + \sum_{j=1}^3 A_j\frac{\partial}{\partial x_j}U = \int_0^t K\,(t-\tau)\sum_{j=1}^3 A_j\frac{\partial}{\partial x_j}U(x,\tau)d\tau, \quad (2)$$

где $U = (p, u, v)^*$ –вектор – столбец $\Phi = diag(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ диагональная матрица, A_0 Положительно определена A_j, $j = 0{,}1{,}2$ симметрические матрицы.

Умножая слева на обратную матрицу $A_0^{-1}(x_1)$ уравнение (2), несложных преобразований получим

$$E_4\frac{\partial}{\partial t}U + \sum_{j=1}^3 B_j\frac{\partial}{\partial x_j}U = \int_0^t K\,(t-\tau)\sum_{j=1}^3 B_j\frac{\partial}{\partial x_j}U(x,\tau)d\tau, \quad (3)$$

здесь E_4- единичная матрица порядка 4, $B_j(x_1) = A_0^{-1}(x_1)A_j$.

Из общей теории интегральных уравнений [3] следует, что решение уравнения (3) выражается равенством

$$\sum_{j=1}^3 B_j\frac{\partial}{\partial x_j}U = -\,E_4\frac{\partial}{\partial t}U - \int_0^t \overline{K}\,(t-\tau)\frac{\partial}{\partial \tau}U(x,\tau)d\tau, \quad (4)$$

где ядра $\overline{K}(t) = K(t) + \int_0^t \overline{K}\,(t-\tau)\frac{\partial}{\partial \tau}K(\tau)d\tau$.

Продифференцировав (4) по *t* и вводя обозначение $\overline{U}(x;\, t) = \frac{\partial}{\partial t}\,U(x;\, t)$, получаем

$$E_4\frac{\partial}{\partial t}\overline{U} + \sum_{j=1}^3 B_j\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{U} = K(0)\overline{U} + \int_0^t \widehat{K}\,(t-\tau)\frac{\partial}{\partial \tau}\overline{U}(x,\tau)d\tau, \quad (5)$$

где $\widehat{K}(\mathrm{t}) = \frac{d}{dt}\overline{K}(t)$. Из линейной алгебры [4], [5] в рассматриваемом случае существует такая невырожденная матрица T, что $T^{-1}A_1T = \Lambda$, где Λ - диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы A_1. Введем в уравнении (5) новую функцию с помощью равенства $U = TV$ и умножим это уравнение слева на матрицу T^{-1}.

$$\left(E_4\frac{\partial}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial}{\partial y} + \sum_{j=2}^3 D_j\frac{\partial}{\partial x_j} + D\right)V = \int_0^t R\,(t-\tau)\mathrm{V}(y, x_2, x_3, \tau)d\tau, \quad (6)$$

где $D_j = T^{-1}B_jT, j = 2{,}3,\ \Lambda = diag(1,-1{,}0{,}0), D = T^{-1}B_1\frac{\partial}{\partial y}T + T^{-1}K(0)T$, $\mathrm{R}(t) = T^{-1}\widehat{K}(t)T$.

Прямая задача. Определить в области $D = \{(y;\, x_2;\, x_3;\, t\,)\colon 0 < y < L,\ t > 0,\ x_2;\, x_3\ \in \mathbb{R}^2\}$ вектор функции $V(y, x_2, x_3, t\,)$ удовлетворяющую уравнению (6) при следующих начальных и граничных условиях [4]

$$V_i(y, x_2, x_3, t\,)|_{t=0} = \psi_i(y, x_2, x_3),\ i = \overline{1{,}3}, \quad (7)$$

$$V_1|_{y=0} = g_1(x_2, x_3, t), \qquad V_2|_{y=L} = g_2(x_2, x_3, t), \quad (8)$$

где $\psi(y, x_2, x_3)$, $g(x_2, x_3, t)$ –заданные функции.

Обратная задача. Найти функции $R(t), t > 0$, если относительно решения задачи (6)-(9) известны дополнительные условия

$$V_1|_{y=L} = h_1(x_2, x_3, t),\ V_j|_{y=0} = h_j(x_2, x_3, t), j = 2{,}3{,}4. \quad (9)$$

При этом числовая матрица $R(0)$ считается известной.

Пусть функции $\psi(y, x_2, x_3)$, $g(x_2, x_3, t)$ входящие в данные (7), (8) финитны по x_2, x_3 при каждом фиксированном y, t. Обозначим $\hat{V}(y, \eta, \mu, t) = \int_{\mathbb{R}} V\,(y, x_2, x_3, t)e^{i\eta x_2 + i\mu x_3}dx_2dx_3$. Фиксируем η, μ и для сокращения записи, введем обозначение $\hat{V}(y, \eta, \mu, t) = \hat{V}(y, t)$. В терминах функции $\hat{V}$ задачу (6)-(9) запишем в виде [5]

$$\left(E_4\frac{\partial}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial}{\partial y} + C\right)\hat{V} = \int_0^t R\,(t-\tau)\hat{V}(y,\tau)d\tau, \quad (10)$$

$$\hat{V}_i(y,t)|_{t=0} = \hat{\psi}_i(y),\ i = \overline{1{,}3}, \quad (11)$$

$$\hat{V}_1(y,t)|_{y=0} = \hat{g}_1(t), \quad \hat{V}_2(y,t)|_{x=L} = \hat{g}_2(t). \quad (12)$$

$$V_1(y,t)|_{y=L} = h_1(t),\ \ V_j(y,t)|_{y=0} = h_j(\,t), j = 2,3,4. \tag{13}$$

Пусть выполнены условия

$$\hat{\psi}_1(0) = \hat{g}_1(0), \quad \hat{\psi}_2(L) = \hat{g}_2(0), \tag{14}$$

$$\frac{d}{dy}\hat{\psi}_1(y)|_{y=0} - \sum_{j=1}^{4} c_{1j}\,(0)\hat{\psi}_j(0) = \frac{d}{dt}\hat{g}_1(t)|_{t=0},$$

$$\frac{d}{dy}\hat{\psi}_1(y)|_{y=L} - \sum_{j=1}^{4} c_{1j}\,(L)\hat{\psi}_j(L) = \frac{d}{dt}\hat{g}_1(t)|_{t=0}, \tag{15}$$

$$\frac{d}{dy}\hat{\psi}_1(y)|_{y=L} - \sum_{j=1}^{4} c_{1j}\,(L)\hat{\psi}_j(L) = \frac{d}{dt}\hat{h}_1(t)|_{t=0}$$

$$\frac{d}{dy}\hat{\psi}_i(y)|_{y=0} - \sum_{j=1}^{4} c_{ij}\,(0)\hat{\psi}_j(0) = \frac{d}{dt}\hat{h}_i(t)|_{t=0}, i = 2,3,4. \tag{16}$$

Теорема. *Пусть выполнены включения* $\hat{\psi}(y) \in C^2[0,L]$, $\hat{g}(t) \in C^2[0,T]$, $\hat{h}(t) \in C^2[0,T]$ *и выполнены условие* $\hat{\psi}_1(0)\hat{\psi}_1(L) \neq \hat{\psi}_2(0)\hat{\psi}_2(L)$, $\hat{\psi}_j(0) \neq 0, j = 3,4$, *условия согласования* (14) - (16). *Тогда для любого* $L > 0$ *на отрезке* $[0,L]$ *существует единственное решение обратной задачи (10)-(13) из класса* $K(t) \in C^2[0,L]$.

ЛИТЕРАТУРЫ

1. *С. К. Годунов,* Уравнения математической физики (2-е изд.), Наука, М, 1979.
2. *Ф. Р. Гантмахер*, Теория матриц, Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., М, 1988.
3. *А. А. Килбас,* Интегральные уравнения: курс лекций, Минск, 2005.
4. *V. G. Romanov*, “Inverse problems for equation with a memory”, Eurasian Jour. of Math. and Computer Applications, 2:4 (2014), 51–80.
5. *Д. К. Дурдиев, Х. Х. Турдиев*, “Обратная задача для гиперболической системы первого порядка с памятью”, Дифференциальные уравнения, 56:12 (2020), 1666–1675.
6. D. K. Durdiev, Kh. Kh. Turdiev, “The problem of finding the kernels in the system of integro-differential Maxwell’s equations”, Sib. Zh. Ind. Math., 24:2 (2021), 38–61

О РЕШЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Жураев А. Х., Абдуфаттохов И.А.

Наманганский инженерно-строительный институт

В области $D = \{(x,y): 0 < x, y < 1,\}$ рассмотрим уравнения

$$\vartheta_{xxx} + \vartheta_{yy} + a\vartheta_y + \lambda\vartheta = 0\,, \tag{1}$$

следующими краевыми условиями:

$$\vartheta(x,0) = \vartheta(x,1) = 0 \tag{2}$$

$$\vartheta(0,y) = \vartheta_x(0,y) = \vartheta(1,y) = 0\,, \tag{3}$$

Краевые задачи для уравнения (1) в случае $a = \lambda = 0$ рассмотрены в работе [1].

Задача A_λ. Найти значения $\lambda \in R$, при которых задачи (1)-(3) имеет нетривиальное решение. Интегрируем тождество

$$\vartheta\left(\vartheta_{xxx} + \vartheta_{yy} + a\vartheta_y + \lambda\vartheta\right) = 0$$

в области D и учитывая однородные краевые условия (2) и (3), приходим

$$\frac{1}{2}\int_0^1 \vartheta_x^2(1,y)dy + \iint_D \vartheta_y^2 dxdy - \lambda\iint_D \vartheta^2 dxdy = 0$$

При $\lambda \le 0$ это равенство возможно только при $\vartheta(x,y) \equiv 0$. Отсюда заключаем что, спектр задачи A_λ существует только при $\lambda > 0$.

Решение задача A_λ будем искать в виде

$$u(x,y) = X(x)\cdot Y(y). \tag{4}$$

Подставляя (4) в (1) приходим к следующим задача для обыкновенных дифференциальных уравнений

$$X''' + \mu X = 0 \quad , \quad X(0) = X'(0) = X(1) = 0\,, \tag{5}$$

$$Y'' + aY' + \eta Y = 0, \quad Y(0) = Y(1) = 0\,, \tag{6}$$