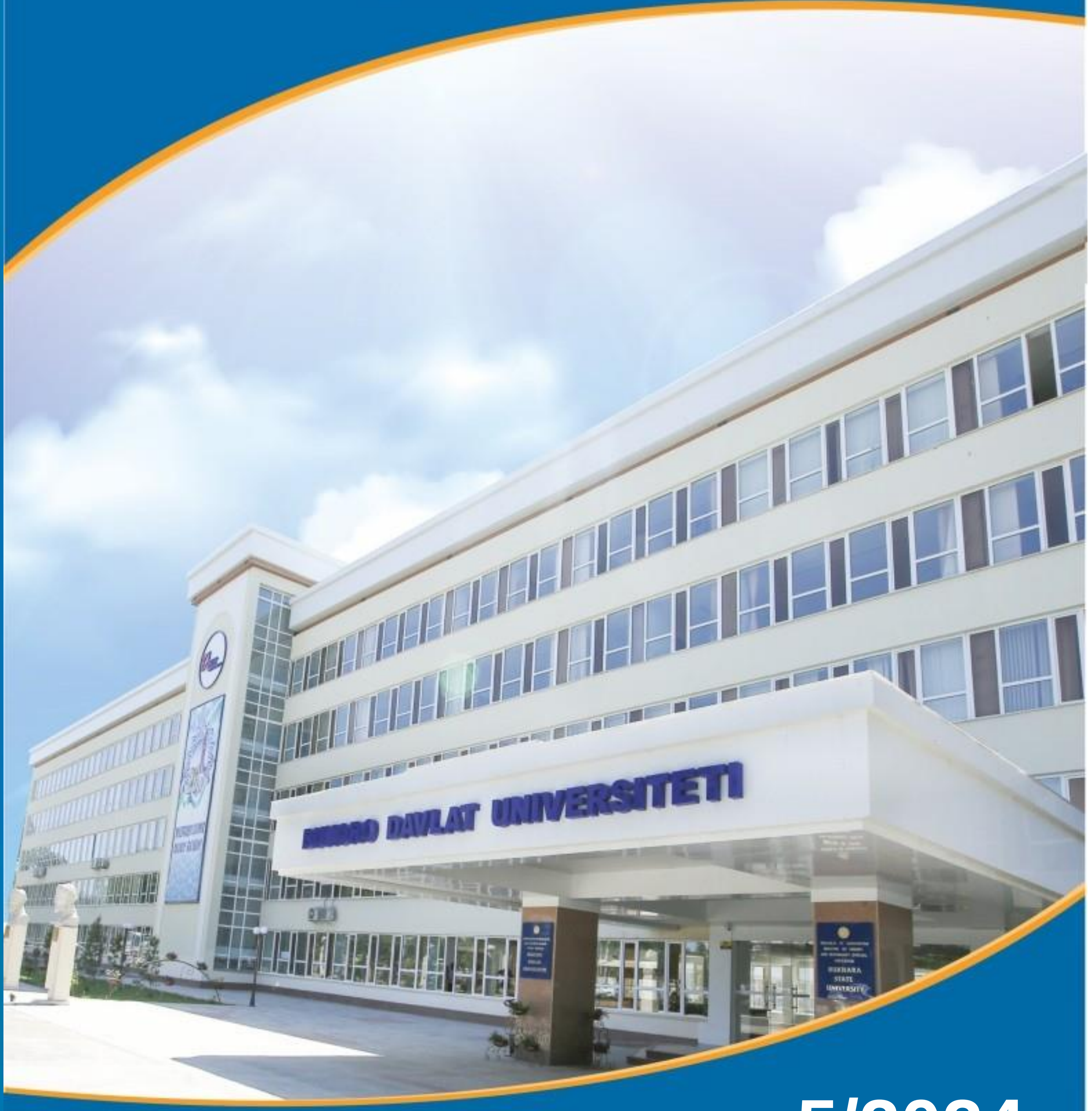
E-ISSN 2181-1466
9772181146004
ISSN 2181-6875
9772181687004

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University
5/2024

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI 1930

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI
ILMIY AXBOROTI



5/2024

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS

UO‘K 517. 956.6

BUZILISHGA EGA YUKLANGAN PARABOLOK - GIPERBOLIK TIPIDAGI TENGLAMA UCHUN XARAKTERISTIKALARDA TRIKOMI SHARTLARI BERILGAN MASALA

Jurayev Furqat Muhitdinovich,
Buxoro davlat universiteti differensial tenglamalar kafedrasi katta o‘qituvchisi
fjm1980@mail.ru

Annotatsiya. *So‘nggi yillarda buzilishga ega bo‘lgan giperbolik, parabolik, giperbolik-parabolik va elliptik-parabolik tipdagi tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o‘rganish jadal ravishda ishlab chiqildi va takomillashtirildi. Ma‘lumki, ikkinchi tartibli aralash tipdagi buzilishga ega bo‘lgan yuklangan tenglamalar uchun chegaraviy masalalar ilgari o‘rganilmagan. Bu birinchi navbatda umumiy yechimning ifodalanmaganligi bilan bog‘liq, boshqa tomondan bunday masalalar siljish bilan kam o‘rganilgan integral tenglamalarga keltiriladi. Shunga asoslanib, ushbu ish buziladigan yuklangan parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun Trikomi masalasini qo‘yish va o‘rganishga bag‘ishlangan.*

Kalit so‘zlar: *chegaraviy masala, parabolik-giperbolik tipdagi yuklangan tenglama, buzilish chizig‘i bilan yuklangan tenglama umumiy yechimning tasviri, energiya integral usuli, ekstremum prinsipi, integral tenglama.*

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА С УСЛОВИЯМИ ТРИКОМИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Аннотация. *В последние годы изучены краевые задачи для вырождающихся уравнений гиперболического, параболического, гиперболо-параболического и эллиптико-гиперболического типо интенсивно развивалось и уточнены так. Известно, что краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка ранее не изучены. Это связано, прежде всего, с отсутствием представления общего решения для таких уравнений; с другой стороны, такие задачи сводятся к малоизученным интегральным уравнениям со сдвигом. Исходя из этого,настоящая работа посвящена постановке и исследованию задача Трикоми, для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области.*

Ключевые слова: *краевые задача, нагруженное уравнение параболо-гиперболического типа, нагруженное уравнение с вырождением, представление общего решения, метод интегралов энергии, принцип экстремума, интегральное уравнение.*

CHARACTERISTIC PROBLEM WITH TRICOME CONDITIONS FOR A DEGENERATE LOADED EQUATION OF PARABOLO-HYPERBOLIC TYPE

Abstrakt. *In recent years boundary value problems for degenerate equations of hyperbolic, parabolic, hyperbolic-parabolic and elliptic-hyperbolic types are studied intensively developed and refined. This is due, first of all, to the lack of representation of the general solution for such equations; on the other hand, such problems are reduced to little-studied integral equations with a shift. Based on this, the present work is devoted to the formulation and study of Tricomi boundary value problems for a loaded parabolic-hyperbolic type equation that degenerates inside the domain.*

Keywords: *boundary value problems, loaded equation of parabolic-hyperbolic type, loaded equation with degeneration, general solution representation, method of energy integral, extremum principle, integral equation.*

Kirish. Yuklangan qismda kerakli funksiyaning izi yoki hosilasi mavjud bo‘lgan ikkinchi va uchinchi tartibli aralash tipdagi buzilishga ega bo‘lmagan yuklangan tenglamalar uchun chegaraviy masalalar V.M.Kaziyev [1], N.N.Lanin [2], V.A.Yeleyev [3], B.Islomov va D.M.Kuryazov [4, 5], B.Islomov va U.I.Boltayeva [6] ishlarida o‘rganilgan. Parabolik-giperbolik tipdagi yuklangan tenglama uchun Trikomi masalasining uch o‘lchamli analogi B. Islomov va Y.Aliqulov [7] ishlarida o‘rganilgan.

Bizga ma‘lumki, buzilishga ega bo‘lgan yuklangan ikkinchi tartibli parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun Trikomi tipidagi chegaraviy masalalar o‘rganilmagan.

Ushbu maqolada biz buzilishga ega bo‘lgan yuklangan parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun Trikomi tipidagi chegaraviy masalani o‘rganamiz.

T **masalaning qo‘yilishi.** Ushbu

$$0=\begin{cases} u_{xx}-x^p u_y-\mu_1 u(x,0), & x>0,\ y>0, \\ u_{xx}-(-y)^m u_{yy}+\mu_2 u(x,0), & x>0,\ y<0, \end{cases} \tag{1}$$

tenglamani ko‘rib chiqamiz. Bunda $m,\ p,\ \mu_1,\ \mu_2 -$ ixtiyoriy haqiqiy sonlar bo‘lib,

$$m<0,\ p>0,\ \mu_1>0,\ \mu_2<0. \tag{2}$$

$\Omega_1 -\ y=0,\ x=1,\ x=0,\ y=h$ to‘g‘ri chiziqlarning mos ravishda $AB,\ BB_0,\ AA_0,\ A_0B_0$ kesmalari ilan chegaralangan soha, agar $x>0,\ y>0$ bo‘lsa;

$\Omega_2 -\ Ox$ o‘qining AB kesmasi va (1) tenglamaning $A(0,0)$ va $B(1,0)$ nuqtalaridan chiquvchi $C\left[\frac{1}{2},-\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2/(2-m)}\right]$ nuqtada kesishuvchi ikkita

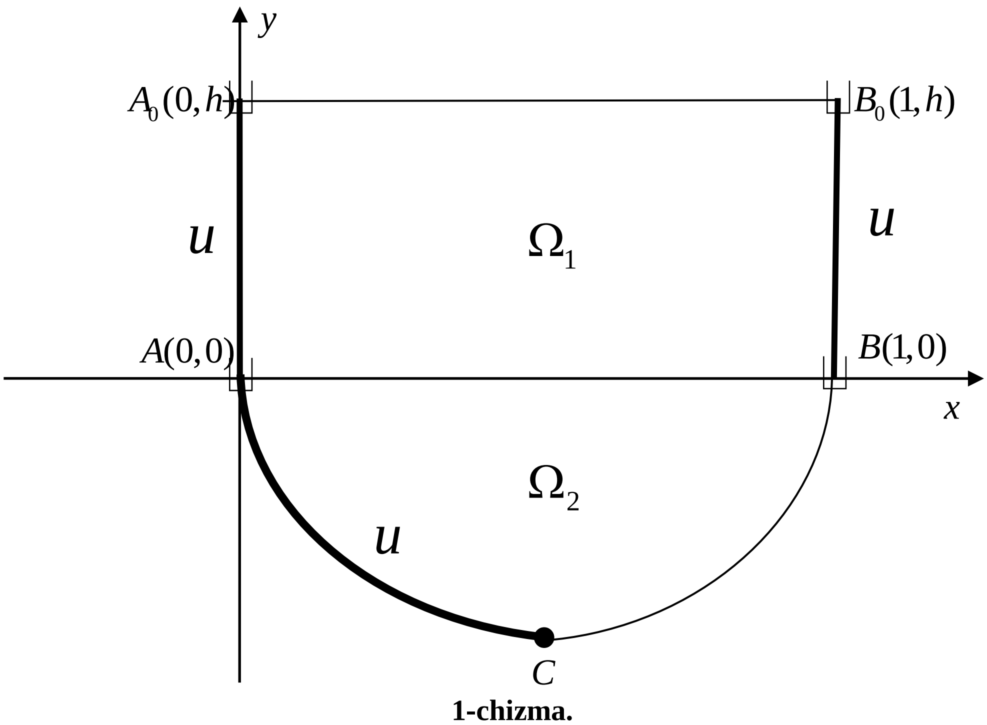
$$AC: x-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=0,\ BC: x+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=1$$

xarakteristikalari bilan chegaralangan xarakteristik uchburchak soha, agar $x>0,\ y<0$ bo‘lsa. **(Chizma 1)**

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$I=\{(x,y):\ 0<x<1,\ y=0\},\quad \Omega=\Omega_1\cup\Omega_2\cup I,\quad 2\beta=-\frac{m}{2-m} \text{ bo‘lib,}$$

$$0<\beta<\frac{1}{2}. \tag{3}$$



1-chizma.

(1) tenglama uchun Ω sohada quyidagi masalani qo‘yamiz.

T **masala.** Quyidagi xossalarga ega bo‘lgan $u(x,y)$ funksiya topilsin:

1) $u(x,y)\in C(\bar{\Omega})\cap C^1(\Omega)$, $u_y(x,0)$ funksiya $x\to 0$ da $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo‘ladi , $x\to 1$ da esa chegaralangan;

2) $u(x,y)\in C^{2,1}_{x,y}(\Omega_1)\cap C^2(\Omega_2)$ bo‘lib, Ω_1 va Ω_2 sohalarda (1) tenglamani qanoatlantiradi;

3) $u(x,y)$ quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi

$$u|_{AA_0}=\varphi_1(y), \qquad u|_{BB_0}=\varphi_2(y), \qquad 0\le y\le h, \tag{4}$$

$$u|_{AC}=\psi(x), \qquad 0\le x\le \frac{1}{2}, \tag{5}$$

bu yerda $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$, $\psi(x)-$ berilgan funksiyalar bo‘lib, $\varphi_1(0)=\psi(0)=0$,

$$\varphi_1(y),\, \varphi_2(y)\in C[0,h]\cap C^1(0,h), \tag{6}$$

$$\psi(x)\in C^1\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^3\left(0,\frac{1}{2}\right). \tag{7}$$

1. (1) Tenglama uchun T masalani o‘rganish.

Agar masalaning 1) - 2) shartlari bajarilsa, u holda (1) tenglamaning har qanday klassik yechimi quyidagi ko‘rinishda ifodalanishi mumkin [4], [8]:

$$u(x,y)=\upsilon(x,y)+\omega(x), \tag{8}$$

bunda

$$\upsilon(x,y)=\begin{cases}\upsilon_1(x,y), & x>0,\ y>0,\\ \upsilon_2(x,y), & x>0,\ y<0,\end{cases} \tag{8$_1$}$$

$$\omega(x)=\begin{cases}\omega_1(x), & (x,0)\in \bar{I},\\ \omega_2(x), & (x,0)\in \bar{I},\end{cases} \tag{8$_2$}$$

bu yerda $\upsilon_1(x,y)$ va $\upsilon_2(x,y)$

$$L\upsilon_1\equiv \upsilon_{1xx}-x^p\upsilon_{1y}=0, \quad p>0,\ y>0, \tag{9}$$

$$L\upsilon_2\equiv \upsilon_{2xx}-(-y)^m\upsilon_{2yy}=0, \quad m<0,\ y<0, \tag{10}$$

tenglamalarning klassik yechimlari, $\omega_1(x)$ va $\omega_2(x)$ esa mos ravishda

$$\omega_1''(x)-\mu_1\omega_1(x)=\mu_1\upsilon_1(x,0), \quad (x,0)\in I, \tag{11}$$

$$\omega_2''(x)+\mu_2\omega_2(x)=-\mu_2\upsilon_2(x,0), \quad (x,0)\in I, \tag{12}$$

tenglamalarning ixtiyoriy ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi yechimlaridir.

$ax+b$ funksiya mos ravishda (9) va (10) tenglamalarning yechimi bo`lganligini e`tiborga olgan holda, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda $\omega_1(x)$ va $\omega_2(x)$ funksiyalarning ushbu shartni qanoatlantirsin:

$$\omega_1(1)\ =\ \omega_1'(1)=0, \tag{13$_1$}$$

$$\omega_2(0)\ =\ \omega_2'(0)=0. \tag{13$_2$}$$

(11), (13$_1$) va (11), (13$_2$) Koshi masalasining yechimini mos ravishda quyidagi

$$\omega_1(x)=\sqrt{\mu_1}\int_x^1 \tau_1(t)\, sh\sqrt{\mu_1}(t-x)dt, \quad \mu_1>0, \quad (x,0)\in \bar{I}, \tag{14$_1$}$$

$$\omega_2(x)=\sqrt{-\mu_2}\int_0^x \tau_2(t)sh\sqrt{-\mu_2}(x-t)dt, \quad \mu_2<0, \quad (x,0)\in\bar{I}, \tag{14$_2$}$$

ko'rinishda topamiz, bunda

$$\tau_1(x)=\upsilon_1(x,+0), \quad \tau_2(x)=\upsilon_2(x,-0), \quad shx=\frac{e^x-e^{-x}}{2}.$$

(1), (4), (5), (13$_1$), (13$_2$) e`tiborga olib,(8) ko'ra T masalani

$$0=L\upsilon\equiv\begin{cases} L\upsilon_1(x,y), & x>0,\ y>0,\\ L\upsilon_2(x,y), & x>0,\ y<0,\end{cases} \tag{15}$$

tenglama uchun ushbu

$$\upsilon_1(x,y)\big|_{AA_0}=\varphi_1(y), \quad \upsilon_1(x,y)\big|_{BB_0}=\varphi_2(y), \quad 0\le y\le h, \tag{16}$$

$$\upsilon_2(x,y)\big|_{AC}=\psi(x)-\omega_2(x), \quad 0\le x\le\frac{1}{2}. \tag{17}$$

chegaraviy shartlarni qanotlantiruvchi T^* masalaga keltiramiz.

Funksional munosabatlar. (10) tenglama uchun Ω_2 sohada

$$\upsilon_2(x,0)=\tau_2(x), \quad (x,0)\in\bar{I}, \quad \upsilon_{2y}(x,0)=\nu_2(x), \quad (x,0)\in I \tag{18}$$

boshlang'ich shartl bilan berilgan Koshi masalasining yechimini quyidagi

$$\upsilon_2(x,\mathrm{y})=\gamma_1\int_0^1 \tau\left[x+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(2t-1)\right]t^{\beta-1}(1-t)^{\beta-1}dt+$$

$$+\left(\frac{4}{2-m}\right)^{1-2\beta}\gamma_2 y\int_0^1 \nu\left[x+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(2t-1)\right]t^{-\beta}(1-t)^{-\beta}dt. \tag{19}$$

ko`rinishda aniqlaymiz[9], bunda agar $\tau_2(x)\in C(\bar{I})\cap C^2(I)$, $\nu_2(x)\in C^2(I)$ sinfga tegishli bo'lib, $\nu_2(x)$ funksiya I oraliqning oxirida $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo'lsa, u holda $\upsilon_2(x,y)\in C(\bar{\Omega}_2)\cap C^1(\Omega_2\cup I)\cap C^2(\Omega_2)$ sinfga tegishli bo'ladi, bu yerda

$$\gamma_1=\frac{\Gamma(2\beta)}{\Gamma^2(\beta)}, \quad \gamma_2=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{2-m}\right)^{2\beta}\frac{\Gamma(1-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)}, \quad 2\beta=\frac{m}{m-2}.$$

(17) ni (19) ga qo'yib,

$$\psi\left(\frac{x}{2}\right)-\omega_2\left(\frac{x}{2}\right)=\gamma_1\int_0^1\tau_2(xt)t^{\beta-1}(1-t)^{\beta-1}dt-\gamma_2 x^{1-2\beta}\int_0^1\nu_2(xt)t^{-\beta}(1-t)^{-\beta}dt$$

topamiz.

Bunda $xt=z$ almashtirish bajarib, so`ngra kasr tartibli integro-differensial operatorni [9] xossalarini hisobga olib, ushbu tenglikka ega bo'lamiz:

$$\psi\left(\frac{x}{2}\right)-\omega_2\left(\frac{x}{2}\right)=\gamma_1 x^{1-2\beta}\Gamma(\beta)D_{0x}^{-\beta}x^{\beta-1}\tau_2(x)-\gamma_2\Gamma(1-\beta)D_{0x}^{\beta-1}x^{-\beta}\nu_2(x). \tag{20}$$

(20) tenglikning ikkala tomoniga $D_{0x}^{1-\beta}$ operatorni qo'llab, quyidagi

$$D_{0x}^{1-\beta}D_{0x}^{\beta-1}x^{-\beta}\nu_2(x)=x^{-\beta}\nu(x),$$

$$D_{0x}^{1-\beta}x^{1-2\beta}D_{0x}^{-\beta}x^{\beta-1}\tau_2(x)=x^{-\beta}D_{0x}^{1-2\beta}\tau_2(x)$$

formulalar [9] yordamida Ω_2 sohadan I oraliqda

$$\nu_2(x)=\frac{1}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}\left[\gamma_1\Gamma(\beta)D_{0x}^{1-2\beta}\tau_2(x)+x^{\beta}D_{0x}^{1-\beta}\omega_2\left(\frac{x}{2}\right)-x^{\beta}D_{0x}^{1-\beta}\psi\left(\frac{x}{2}\right)\right]. \tag{21}$$

ko`rinishdagi $\tau_2(x)$ va $\nu_2(x)$ funksiyalar orasidagi birinchi funksional bog`lanishni topamiz.

Endi [10, 40-47-betlar] ishdagi natijalarni va T masalaning 1) va 2) shartlarni e`tiborga olgan holda $D_1$ sohada (9) tenglamadan $y\to+0$ limitga o`tib, so`ngra

$$\upsilon_1(x,0)=\tau_1(x),\ \ (x,0)\in\bar{I},\ \ \upsilon_{1y}(x,+0)=\nu_1(x),\ \ (x,0)\in I \tag{22}$$

belgilashlarni hisobga olib, J oraliqda ushbu

$$\tau_1''(x)=x^p\nu_1(x),\qquad \tau(0)=0,\qquad \tau_1(1)=\varphi_2(0). \tag{23}$$

(23) masalani yechib Ω_1 sohani I oraliqda

$$\tau_1(x)=\int_0^1 G(x,t)t^p\nu_1(t)dt+g(x), \tag{24}$$

ko`rinishdagi $\tau_1(x)$ va $\nu_1(x)$ funksiyalar orasidagi ikkinchi funksional bog`lanishni olamiz, bunda

$$G\ (x,t)=\begin{cases} t(x-1), & 0\le t\le x,\\ x(t-1), & x\le t\le 1,\end{cases} \tag{25}$$

$$g(x)=\varphi_1(0)+x\varphi_2(0). \tag{26}$$

4. T **masala yechimining yagonaligi.** T masala yechishning yagonaligini isbotlash uchun dastlab (9) va (10) tenglamalar uchun T^* masala yechishning yagonaligini isbotlaymiz.

(9) va (10) tenglamalar uchun T^* masala yechimining yagonaligini isbotlash uchun quyidagi lemma muhim rol o‘ynaydi.

1-**lemma.** Agar (2), (3), $p+2\beta>1$ shartlar bajarilsa va $\varphi_1(y)\equiv\varphi_2(y)\equiv 0,\ \forall y\in[0,1]$, $\psi(x)\equiv 0,\ \forall x\in[0,1]$ bo‘lsa, u holda

$$\tau_j(x)\equiv 0,\ (j=1,2),\ \forall x\in\bar{I}, \tag{27}$$

bu yerda $\tau_j(x)\ (j=1,2)-$ (18) va (22) dan aniqlanadi.

1- lemma isboti. Bu lemmani energiya integrali usuli yordamida isbotlaymiz. $\upsilon_2(x,y)$ Ω_2 va $\Omega_{2\varepsilon}$ sohalardagi ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi bir jinsli T^* masalaning yechimi bo‘lsin, bu yerda $\Omega_{2\varepsilon}-$ chegarasi $\partial\Omega_{2\varepsilon}=\overline{AC_\varepsilon}\cup\overline{CB_\varepsilon}\cup\bar{I}_\varepsilon$, qa’tiy Ω_2 sohada yotgan soha, $\varepsilon-$ yetarlicha kichik musbat son. U holda, quyidagi ayniyatni $\Omega_{2\varepsilon}$ soha bo‘yicha integrallab

$$0=x^p(-y)^{-m}\upsilon_2\left(\upsilon_{2xx}-(-y)^m\upsilon_{2yy}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(x^p(-y)^{-m}\upsilon_2\upsilon_{2x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(x^p\upsilon_2\upsilon_{2y}\right)-$$
$$-x^p\left[(-y)^{-m}\upsilon_{2x}^2-\upsilon_{2y}^2\right]-px^{p-1}(-y)^{-m}\upsilon_2\upsilon_{2x} \tag{28}$$

so`ngra ushbu [11]:

$$\iint_D\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy=\int_{\partial D}Pdx+Qdy\,, \tag{29}$$

Grin formulasini qo‘llab, quyidagiga

$$\int_{\overline{AC_\varepsilon}\cup\overline{CB_\varepsilon}\cup\overline{I_\varepsilon}} x^p(-y)^{-m}\upsilon_2\upsilon_{2x}dy+x^p\upsilon_2\upsilon_{2y}dx=\iint_{\Omega_{2\varepsilon}} x^p\left[(-y)^{-m}\upsilon_{2x}^2-\upsilon_{2y}^2\right]dxdy+$$

$$+p\iint\limits_{\Omega_{2\varepsilon}} x^{p-1}(-y)^{-m}\upsilon_2\upsilon_{2x}dxdy.$$

ega bo‘lamiz.

Oxirgi tenglikdan $\varepsilon\to 0$ limitga o‘tib, T masalaning 1) shartini va (18) ni inobatga olib, [10, 5-bob, 96-97-betlar] ishga o`xshash natijani olamiz:

$$\int_0^1 x^p\tau_2(x)\nu_2(x)dx=-\int\limits_{AC} x^p(-y)^{-\frac{m}{2}}\upsilon_2 d\upsilon_2-\int\limits_{CB} x^p(-y)^{-\frac{m}{2}}\upsilon_2 d\upsilon_2-$$

$$-\iint\limits_{\Omega_2} x^p\left[(-y)^{-m}\upsilon_{2x}^2-\upsilon_{2y}^2\right]dxdy-p\iint\limits_{\Omega_2} x^{p-1}(-y)^{-m}\upsilon_2\upsilon_{2x}dxdy. \qquad (30)$$

(30) tenglikning o‘ng tomonini hisoblash uchun xarakteristik koordinatalarga o‘tamiz:

$$\xi=x+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}},\quad \eta=x-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}. \qquad (31)$$

Bundan

$$x=\frac{\xi+\eta}{2},\quad y=-\left[\frac{2-m}{4}(\xi-\eta)\right]^{\frac{2}{2-m}}\Rightarrow(-y)^{-\frac{m}{2}}=\left[\frac{2-m}{4}(\xi-\eta)\right]^{2\beta}.$$

Bunday holda, Ω_2 soha tomonlari $\eta=0,\ \xi=1$ va $\eta=\xi$ chiziqlarda yotgan $A_1C_1,\ C_1B_1$ va B_1A_1 kesmalardan iborat bo`lgan Δ_2 uchburchak sohga o‘tadi, (10) tenglama esa quyidagi

$$\upsilon_{2\xi\eta}=\frac{\beta}{\xi-\eta}\left(\upsilon_{2\xi}-\upsilon_{2\eta}\right). \qquad (32)$$

kanonik ko`rinishga keladi.

Agar $\psi(x)=0$ bo‘lsa,u holda (17) ga ko`ra, (29), (31), (32) va 1 lemmaning shartlarini e`tiborga olib, (30) tenglikning o‘ng tomonidagi integrallarni quyidagicha topamiz:

$$-\int\limits_{AC} x^p(-y)^{-\frac{m}{2}}\upsilon_2 d\upsilon_2=-\int\limits_{A_1C_1}\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right)^p\left[\frac{2-m}{4}(\xi-\eta)\right]^{2\beta}\upsilon_2(\xi-\eta)d\upsilon_2(\xi-\eta)=$$

$$=-\left(\frac{1}{2}\right)^p\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\int_0^1\xi^{p+2\beta}\upsilon_2(\xi,0)d\upsilon_2(\xi,0)=-\left(\frac{1}{2}\right)^{p+1}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\left(\omega_2\left(\frac{1}{2}\right)\right)^2+$$

$$+\frac{p+2\beta}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^p\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\int_0^1\xi^{p+2\beta-1}\upsilon_2^2(\xi,0)d\xi, \qquad (33)$$

$$\int\limits_{CB} x^p(-y)^{-\frac{m}{2}}\upsilon_2 d\upsilon_2=\int\limits_{C_1B_1}\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right)^p\left[\frac{2-m}{4}(\xi-\eta)\right]^{2\beta}\upsilon_2(\xi,\eta)d\upsilon_2(\xi,\eta)=$$

$$=-\left(\frac{1}{2}\right)^{p+1}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\left(\omega_2\left(\frac{1}{2}\right)\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^{p+1}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p\int_0^1(1+\eta)^{p-1}(1-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2(1,\eta)d\eta+$$

$$+\left(\frac{1}{2}\right)^p\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\beta\int_0^1(1+\eta)^p(1-\eta)^{2\beta-1}\upsilon_2^2(1,\eta)d\eta, \qquad (34)$$

$$-\iint\limits_{\Omega_2} x^p\left[(-y)^{-m}\upsilon_{2x}^2-\upsilon_{2y}^2\right]dxdy=-2\iint\limits_{\square_2}\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right)^p\left[\frac{2-m}{4}(\xi-\eta)\right]^{2\beta}\upsilon_{2\xi}\upsilon_{2\eta}d\xi d\eta=$$

$$=-2\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\iint\limits_{\Delta_2}(\xi+\eta)^{p}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_{2\xi}\upsilon_{2\eta}d\xi d\eta=$$

$$=2\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\iint\limits_{\Delta_2}\left\{\frac{\partial}{\partial\xi}\left[-\frac{\beta}{2}(\xi+\eta)^{p}(\xi-\eta)^{2\beta-1}\upsilon_2^2++\frac{p}{2}(\xi+\eta)^{p-1}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial}{\partial\eta}\left[(\xi+\eta)^{p}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2\upsilon_{2\xi}+\frac{\beta}{2}(\xi+\eta)^{p}(\xi-\eta)^{2\beta-1}\upsilon_2^2\right]\right\}d\xi d\eta-$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p(p-1)\iint\limits_{\Delta_2}(\xi+\eta)^{p-2}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_{2(\xi,\eta)}^2d\xi d\eta=$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\left(\omega_2\left(\frac{1}{2}\right)\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}(p+\beta)\int_0^1\xi^{p+2\beta-1}\upsilon_{2(\xi,0)}^2d\xi-$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}\beta\int_0^1(1+\eta)^{p}(1-\eta)^{2\beta-1}\upsilon_2^2(1,\eta)d\eta+$$

$$+\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p\int_0^1(1+\eta)^{p-1}(1-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2(1,\eta)d\eta-$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p(p-1)\iint\limits_{\Delta_2}(\xi+\eta)^{p-2}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2(\xi,\eta)d\xi d\eta, \qquad (35)$$

$$-p\iint\limits_{\Omega_2}x^{p-1}(-y)^{-m}\upsilon_2\upsilon_{2x}dxdy=-\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p\iint\limits_{\Delta_1}\left\{\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{1}{2}(\xi+\eta)^{p-1}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{1}{2}(\xi+\eta)^{p-1}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2\right]\right\}d\xi d\eta+$$

$$+\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p(p-1)\iint\limits_{\Delta_1}(\xi+\eta)^{p-2}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2(\xi,\eta)d\xi d\eta=$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{p+1}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p\left[\int_0^1\xi^{p+2\beta-1}\upsilon_{2(\xi,0)}^2d\xi-\int_0^1(1+\eta)^{p-1}(1-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2(1,\eta)d\eta\right]+$$

$$+\left(\frac{1}{2}\right)^{p}\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta}p(p-1)\iint\limits_{\Delta_2}(\xi+\eta)^{p-2}(\xi-\eta)^{2\beta}\upsilon_2^2(\xi,\eta)d\xi d\eta. \qquad (36)$$

(33) - (36) ni (30) ga qo‘yib (2), (3) va $p+2\beta>1$ ni e’tiborga olib, quyidagi tenglik hosil qilamiz:

$$\int_0^1 x^{p}\tau_2(x)\nu_2(x)dx=0. \qquad (37)$$

T masalaning 1) shartidan, shuningdek, $\omega(x)$ uzluksizligidan va (8), (8_1), (8_2), (18), (22) larnini inobatga olgan holda ushbu ulash shartlariga ega bo‘lamiz:

$$\tau_2(x)=\upsilon_2(x,-0)=\upsilon_1(x,+0)=\tau_1(x),\quad (x,0)\in\overline{I}, \qquad (38)$$

$$\nu_2(x)=\upsilon_{2y}(x,-0)=\upsilon_{1y}(x,+0)=\nu_1(x),\quad (x,0)\in I. \qquad (39)$$

T masalaning shartlariga ko‘ra, agar (9) tenglamada $y \to 0$ limitga o‘tib, (38) va (39) ni inobatga olib, [10, 39-48 betlar] va [12, 110-bet] kabi quyidagi tenglikni olamiz:

$$\tau_1''(x) - x^p \nu_1(x) = 0. \tag{40}$$

U holda (40) dan 1- lemma sharti asosida $\tau_1(0) = \tau_1(1) = 0$ ekanligini inobatga olib

$$\int_0^1 x^p \tau_1(x) \nu_1(x) dx = -\int_0^1 \tau_1'^2(x) dx \le 0 \tag{41}$$

topamiz. (38) va (39) ni hisobga olgan holda (37) va (41) ni taqqoslab,

$$\int_0^1 x^p \tau_j(x) \nu_j(x) dx = 0 \quad \text{yoki} \quad \int_0^1 \tau_j'^2(x) dx = 0,$$

bundan $\tau_1(0) = \tau_1(1) = 0$ ko`ra, quyidagi xulosaga kelamiz:

$$\tau_j(x) \equiv 0, \ (j = 1,2), \ \forall x \in \bar{I}. \tag{42}$$

1- lemma isbotlandi.

(42) ga ko‘ra (14_1) va (14_2) dan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\omega_j(x) \equiv 0, \ (j = 1,2), \ \forall x \in \bar{I}. \tag{43}$$

(8_2) ga ko‘ra (43) dan ushbu munosabatni olamiz:

$$\omega(x) \equiv 0, \ \forall x \in \bar{I}. \tag{44}$$

1-teorema. Agar 1- lemma shartlari va (44) shart bajarilsa, u holda Ω sohada T^* masala nolga teng bo‘lmagan yechimga ega bo`lmaydi.

1-teoremani isbotlash. Parabolik tenglamalar uchun maksimum prinsipi [13], [14] ga ko‘ra $\bar{\Omega}_1$ sohada (9) tenglama uchun qo`yilgan T^* masala (16) va $\upsilon_1(x,+0) = 0, \ (x,0) \in \bar{I}$ bir jinsli shartlarda nolga teng bo‘lmagan yechimga ega emas, ya‘ni $\bar{\Omega}_1$ da $\upsilon_1(x,y) \equiv 0.$ (43) ni hisobga olgan holda $\bar{\Omega}_2$ sohada (10) tenglama uchun (18) bir jinsli shartli Koshi masalasi yechimining yagonaligidan [9] $\bar{\Omega}_2$ da $\upsilon_2(x,y) \equiv 0.$ ni olamiz.

Bu yerdan va (8_1) dan

$$\upsilon(x,y) \equiv 0, \ (x,y) \in \bar{\Omega}. \tag{45}$$

ega bo‘lamiz.

(45) dan (9) va (10) tenglamalar uchun T^* masala yechimi yagona ekanligi kelib chiqadi.

1- teorema isbotlandi.

2- teorema. Agar 1- teorema shartlari bajarilsa, u holda Ω sohada T masala nolga teng bo‘lmagan yechimga ega bo‘lishi mumkin emas.

2- teoremani isbotlash. (44), (45) ga ko‘ra (8) dan quyidagini hosil qilamiz:

$$u(x,y) \equiv 0, \ (x,y) \in \bar{\Omega}. \tag{46}$$

Bu esa (1) tenglama uchun T masala yechimining yagonaligini isbotlaydi.

2- teorema isbotlandi.

5. **T masala yechimining mavjudligi.** T masala yechimining mavjudligi integral tenglamalar usuli yordamida isbotlanadi. T masala yechimining mavjudligini isbotlash uchun eng avval (9) va (10) tenglama uchun T^* masala yechimi mavjudligini isbotlaymiz.

3- teorema. Agar (2), (3), (6) va (7) shartlar bajarilsa, u holda Ω sohada T^* masalaning yechimi mavjud.

3- teoremani isbotlash. (21) va (24) munosabatlardan $\tau(x)$ yo‘qotib, (14_2) va (38) va (39) ulash (ya'ni $\nu(x) = \nu_1(x) = \nu_2(x), \ \tau(x) = \tau_1(x) = \tau_2(x)$), shartlarini inobatga olib, ushbu

$$\nu(x)=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}\int_0^1 t^p\nu(t)D_{0x}^{1-2\beta}G(x,t)dt+\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-2\beta}g(x)+$$

$$+\frac{\sqrt{-\mu_2}}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)}x^\beta\int_0^1 t^p\nu(t)dt\,D_{0x}^{1-\beta}\int_0^x sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{x-z}{2}\right)G\left(\frac{z}{2},t\right)dz+$$

$$+\frac{\sqrt{-\mu_2}\,x^\beta}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-\beta}\int_0^x sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{x-t}{2}\right)g\left(\frac{t}{2}\right)dt-\frac{x^\beta}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-\beta}\psi\left(\frac{x}{2}\right),$$

ifodani topamiz. Bundan esa $\nu(x)$ ga nisbatan ikkinchi turdagi Fredgolm integral tenglamasini olamiz:

$$\nu(x)+\int_0^1 K(x,t)\nu(t)dt=\Phi(x),\ \ (x,0)\in I, \tag{47}$$

bu yerda

$$K(x,t)=K_1(x,t)+K_2(x,t), \tag{48}$$

$$K_1(x,t)=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)t^p}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-2\beta}G(x,t), \tag{49}$$

$$K_2(x,t)=\frac{\sqrt{-\mu_2}}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)}x^\beta t^p D_{0x}^{1-\beta}\int_0^x sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{x-z}{2}\right)G\left(\frac{z}{2},t\right)dz, \tag{50}$$

$$\Phi(x)=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-2\beta}g(x)+\frac{\sqrt{-\mu_2}}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)}x^\beta D_{0x}^{1-\beta}\int_0^x sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{x-t}{2}\right)g\left(\frac{t}{2}\right)dt-$$

$$-\frac{1}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}x^\beta D_{0x}^{1-\beta}\psi\left(\frac{x}{2}\right)=f_1(x)+f_2(x)-f_3(x). \tag{51}$$

Endi (47) integral tenglamaning yadrosini va o‘ng tomonini tekshiramiz. Ushbu lemma o‘rinli.

2- lemma . Agar (2), (3), (6) va (7) shartlar bajarilsa, u holda (47) integral tenglamaning yadrosi va o'ng tomoni

$$K(x,t)\in((0,1]\times[0,1]),\ \Phi(x)\in C^2(0,1) \tag{52}$$

sinfga tegishli bo`ladi va quyidagi

$$|K(x,t)|\le C_1t^px^{2\beta-1},\quad |\Phi(x)|\le C_2x^{2\beta-1}, \tag{53}$$

baho lar o`rinli bo`ladi

2- ***lemma isboti.*** Kasir tartibli integro-differensial operatorining xossalari, gamma, beta funksiyalari va $G(x,t)$ funksiyalari xossalariga ko‘ra (25) dan quyidagini topamiz:

$$|K_1(x,t)|\le\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)t^p}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\le\left\{2\beta x^{2\beta-1}\int_0^1(1-s)^{2\beta-1}|G(xs,t)|ds+\right.$$

$$\left.+x^{2\beta}\int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1}\left|\frac{\partial G(xs,t)}{\partial xs}\right|ds\right\}\le$$

$$\le\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)t^p}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\left\{2\beta x^{2\beta-1}c_1\int_0^1(1-s)^{2\beta-1}ds+x^{2\beta}c_2\int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1}ds\right\}\le$$

$$\le\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)t^p}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\left\{2\beta x^{2\beta-1}c_1B(1,2\beta)+x^{2\beta}c_2B(2,2\beta)\right\}\le c_3t^px^{2\beta-1}. \tag{54}$$

bahoni olamiz. Bundan

$$\left|K_1(x,t)\right| \le c_3 t^p x^{2\beta-1}. \tag{55}$$

Endi $K_2(x,t)$ ni baholaymiz. Xuddi yuqoridagi kabi (50) dan

$$K_2(x,t)=\frac{\sqrt{-\mu_2}x^{\beta}t^p}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\frac{d}{dx}x^{\beta+1}\int_0^1\frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}}\int_0^1 sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{xw(1-w)}{2}\right)G\left(\frac{xw\vartheta}{2},t\right)d\vartheta=$$

$$=\frac{\sqrt{-\mu_2}x^{2\beta}t^p(1+\beta)}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1\frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}}\int_0^1 sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2}\right)G\left(\frac{xw\vartheta}{2},t\right)d\vartheta+$$

$$+\frac{\sqrt{-\mu_2}x^{2\beta+1}t^p}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1\frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}}\int_0^1\frac{d}{dx}\left[sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2}\right)G\left(\frac{xw\vartheta}{2},t\right)\right]d\vartheta$$

yoki

$$K_2(x,t)=\frac{\sqrt{-\mu_2}x^{2\beta}t^p(1+\beta)}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1\frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}}\int_0^1 sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2}\right)G\left(\frac{xw\vartheta}{2},t\right)d\vartheta-$$

$$-\frac{\mu_2x^{2\beta+1}t^p}{4\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1\frac{w^2dw}{(1-w)^{1-\beta}}\int_0^1(1-\vartheta)ch\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2}\right)G\left(\frac{xw\vartheta}{2},t\right)d\vartheta+$$

$$+\frac{\sqrt{-\mu_2}x^{2\beta+1}t^p}{4\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1\frac{w^2dw}{(1-w)^{1-\beta}}\times$$

$$\times\int_0^1\vartheta sh\sqrt{-\mu_2}\left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2}\right)\frac{\partial}{\partial xw\vartheta}\left[G\left(\frac{xw\vartheta}{2},t\right)\right]d\vartheta \tag{56}$$

olamiz.

Gamma, beta, giperbolik va $G(x,t)$ funksiyalarning xossalaridan foydalanib , (56) dan ushbu

$$\left|K_2(x,t)\right| \le c_4 t^p x^{2\beta}. \tag{57}$$

bahoga ega bo‘lamiz.

(55) va (57) ga ko‘ra $0 \le x \le 1$ ni hisobga olgan holda, (48) dan quyidagi bahoni olamiz:

$$\left|K(x,t)\right| \le \left|K_1(x,t)\right|+\left|K_2(x,t)\right| \le c_3t^px^{2\beta-1}+c_4t^px^{2\beta} \le C_1t^px^{2\beta-1}. \tag{58}$$

Endi (47) integral tenglamaning o‘ng tomonini baholaymiz. (2), (3), (6), (7) va (26) ni inobatga olib, kasir tartibli integro-differensial operatorining, gamma va beta funksiyalarnig xossasini hisobga olgan holda (51) dan

$$f_1(x)=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-2\beta}g(x)=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}\frac{d}{dx}D_{0x}^{-2\beta}g(x)=$$

$$=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\frac{d}{dx}\int_0^x(x-t)^{2\beta-1}g(t)dt=\left\{\begin{matrix}t=xs,\, dt=xds\\ x-t=x(1-s)\end{matrix}\right\}=$$

$$=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\frac{d}{dx}x^{2\beta}\int_0^1(1-s)^{2\beta-1}g(xs)ds=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta-1}}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\int_0^1(1-s)^{2\beta-1}g(xs)ds+$$

$$+\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta}}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1}g'(xs)ds=\left\{\begin{matrix}g'(x)=\varphi_2(0)-\varphi_1(0)\\ g(x)=\varphi_1(0)+x\left[\varphi_2(0)-\varphi_1(0)\right]\end{matrix}\right\}=$$

$$=\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta-1}}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\int_0^1(1-s)^{2\beta-1}\left\{\varphi_1(0)+xs\left[\varphi_2(0)-\varphi_1(0)\right]\right\}ds+$$

$$+\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta}\left[\varphi_2(0)-\varphi_1(0)\right]}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1}ds.$$

Bundan, ushbu

$$\left|f_1(x)\right|\le\frac{\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta-1}\left|\varphi_1(0)\right|}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\int_0^1(1-s)^{2\beta-1}ds+$$
$$+\frac{2\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta}\left|\varphi_2(0)-\varphi_1(0)\right|}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}\int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1}ds\le$$
$$\le\frac{c_5\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta-1}B(1,2\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}+\frac{2c_6\gamma_1\Gamma(\beta)x^{2\beta}B(2,2\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}.$$

bahoni olamiz. Oxirgi bahodan quyidagi xulosa kelib chiqadi

$$\left|f_1(x)\right|\le c_7x^{2\beta-1}. \tag{59}$$

Gamma, beta va giperbolik funksiyalarning xossalaridan foydalanib , (56) dan (26) ni hisobga olgan holda ushbu bahoni topamiz.

$$\left|f_2(x)\right|\le c_8x^{2\beta}. \tag{60}$$

(2), (3), (7), kasir tartibli integro-differensial operatorining xossasi [9] ga ko‘ra (51) dan $f_3(x)$ funksiyaning ko`rinishini quyidagicha yozib olamiz:

$$f_3(x)=\frac{1}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}x^{\beta}D_{0x}^{1-\beta}\psi\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)}x^{\beta}\frac{d}{dx}D_{0x}^{-\beta}\psi\left(\frac{x}{2}\right)=$$
$$=\frac{1}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}x^{\beta}\frac{d}{dx}\int_0^x(x-t)^{\beta-1}\psi\left(\frac{t}{2}\right)dt=\{t=xz\}=$$
$$=\frac{1}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}x^{\beta}\frac{d}{dx}x^{\beta}\int_0^1(1-z)^{\beta-1}\psi\left(\frac{xz}{2}\right)dz=$$
$$=\frac{\beta x^{2\beta-1}}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1(1-z)^{\beta-1}\psi\left(\frac{xz}{2}\right)dz+\frac{x^{2\beta}}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1(1-z)^{\beta-1}z\psi'\left(\frac{xz}{2}\right)dz.$$

Bu yerdan, quyidagi bahoni olamiz:

$$\left|f_3(x)\right|\le\frac{c_8\beta x^{2\beta-1}}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1(1-z)^{\beta-1}dz+\frac{c_9x^{2\beta}}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}\int_0^1(1-z)^{\beta-1}z\,dz\le$$
$$\le\frac{c_8\beta x^{2\beta-1}B(1,\beta)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}+\frac{c_9x^{2\beta}B(2,\beta)}{2\gamma_2\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta)}. \tag{61}$$

Bunda $0\le x\le 1$ ni hisobga olib (61) dan

$$\left|f_3(x)\right|\le c_{10}x^{2\beta-1}. \tag{62}$$

bahoni topamiz.

(59), (60) va (62) ga asosan (51) dan $0\le x\le 1$ ni hisobga olib ushbu bahoni olamiz:

$$\left|\Phi(x)\right|\le\left|f_1(x)\right|+\left|f_2(x)\right|+\left|f_3(x)\right|\le c_7x^{2\beta-1}+c_8x^{2\beta}+c_{10}x^{2\beta-1}\le C_2x^{2\beta-1}. \tag{63}$$

(2), (3), (6), (7) ga asosan (63) ni e’tiborga olib, $\Phi(x)\in C^2(I)$ xulosaga kelamiz va $\Phi(x)$ funksiya $x\to 0$ da $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo’ladi , $x\to 1$ da esa chegaralangan;

2- lemma isbotlandi.

(2), (3), (53) ga ko‘ra (47) tenglama ikkinchi turdagi Fredgolm integral tenglamasidir. Fredgolmning integral tenglamalar nazariyasiga ko‘ra [15] va T^* masala yechishning yagonaligidan (47) integral tenglama $C^2(I)$ sinfda yagona yechilishi mumkin degan xulosaga kelamiz va $\nu(x)$ funksiya $x\to 0$ da $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo‘ladi , $x\to 1$ da esa chegaralangan va uning yechimi quyidagi formula bilan topiladi:

$$\nu(x)=\Phi(x)-\int_0^1 K^*(x,t)\Phi(t)dt, \quad (x,0)\in I, \tag{64}$$

orqali topiladi, bu yerda $K^*(x,t)-$ $K(x,t)$ yadroning rezolventasi.

(64) ni (24) ga qo‘yib, $\nu(x)=\nu_1(x)=\nu_2(x)$, $\tau(x)=\tau_1(x)=\tau_2(x)$ ni e’tiborga olib, $\tau(x)$ funksiyani topamiz:

$$\tau(x)=\int_0^1 (x,t)t^p\Phi(t)dt-\int_0^1 t^pG(x,t)dt\int_0^1 K^*(t,z)\Phi(z)dz+g(x), \ (x,0)\in I \tag{65}$$

va u $\tau(x)\in C(\bar{I})\cap C^2(I)$ sinfga tegishlibo`ladi.

Binobarin, (47) ikkinchi turdagi Fredgolm integral tenglamasiga ekvivalentligi sababli T^* masala bir qiymatli yechiladi.

Shunday qilib, T^* masalaning yechimini Ω_1 sohada (9) tenglama uchun birinchi chegaraviy masala yechimi sifatida [16], Ω_2 sohada esa (10) tenglama uchun Koshi masalasining yechimi sifatida qurish mumkin((19) qarang).

3- teorema isbotlandi.

(65) ni (14_j) $(j=1,2)$ ga qo‘yib (8_2) ni hisobga olib, $\omega_j(x)$ funksiyani topamiz.

U holda Ω_1 sohada T masalaning yechimi quyidagi shaklda bo‘ladi

$$u_1(x,y)=\upsilon_1(x,y)+\omega_1(x), \tag{66}$$

bunda $\upsilon_1(x,y)-$ (9) tenglama uchun birinchi chegaraviy masala yechimi [18], Ω_2 sohada esa ushbu

$$u_2(x,y)=\upsilon_2(x,y)+\omega_2(x), \tag{67}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bu yerda $\upsilon_2(x,y)-$ (10) tenglama uchun Koshi masalasining yechimi ((19) qarang), $\omega_j(x)$ esa (14_j) $(j=1,2)$ dan aniqlanadi.

Oxirgi xulosadan (1) tenglama uchun qo`yilgan T masala yechimining mavjudligi kelib chiqadi.

ADABIYOTLAR:

*1. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка. //«Дифференциальные уравнения». **14**(1). 1978. С.181-184.*

2. Ланина И.Н. Краевая задача для одного нагруженного гиперболо-параболического уравнения третьего порядка. //«Дифференциальные уравнения». 1981. Т. 17. №1. С. 97-106.

3. Елеев В.А. О некоторых краевых задачах для смешенных нагруженных уравнений второго и третьего порядка. //«Дифференциальные уравнения». 1994. Т. 30. №2. С. 230-237.

4. Исломов Б., Курьязов Д.М. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения второго порядка. // ДАН РУз. 1996. № 1-2. С. 3-6.

5. Исломов Б., Курьязов Д.М. Краевые задачи для смешанного нагруженного уравнения третьего порядкапараболо-гиперболического типа. //«Узбекский математический журнал». 2000. №2. С. 29-35.

6. Исломов Б., Болтаева У.И.Краевая задача для нагруженного уравнения третьего порядкас параболо-гиперболическим оператором. //«Узбекский математический журнал». 2007. №2. С. 45-

7. *Исломов Б., Аликулов Е. Оценка решения аналога задачи Трикоми для одного класса нагруженных уравнений смешанного типа. //Материалы Международный Российско-Болгарский симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики» Россия. Нальчик-Хабез. 2010. С. 101-104.*
8. *Салахитдинов М.С. Уравнения смешанного - составного типа. Т. Фан. 1974. 156 с.*
9. *Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. Москва: «Высшая школа» 1985. 301 с.*
10. *Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно- составного типа. Ташкент: Фан. 1979. 240 с.*
11. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.2. М.:Наука. 1968,-263с.
12. *Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажонов М. Краевые задачи для уравнений параболо-гиперболического типа. Т.: ФАН. 1986. 220с.*
13. *Ильин А.М., Калашников А.С., Олейник О.А. Линейные уравнения второго порядка параболического типа. // “ЖВМиМФ”. **4**(6). 1965.С. 1006-1024.*
14. *Акбарова С.Х. Краевые задачи для уравнений смешанного параболо- гиперболического и эллиптико-параболического типов с двумялиниями и различными порядками вырождения. // Дис. канд. физ.мат. наук. Ташкент: ИМ АН РУз. 1995. 120 с.*
15. *Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз. 1959. 232 с.*
16. *Терсенов С.А. Первая краевая задача для уравнения параболического типа с меняющимся направлением времени. Новосибирск. 1978. 53 с.*