



BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI



Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

5/2024

E-ISSN 2181-1466

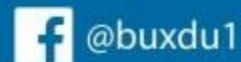


9 772181 146004

ISSN 2181-6875



9 772181 687004



5/2024

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS

МАТЕМАТИКА * MATHEMATICS *** МАТЕМАТИКА**

Rasulov X.R.	Ayrim volta dinamik sistemalarining dinamikasi haqida	3
Qurbonov G'. G'. Shodmonova N.R.	Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlarning kanonik ko'rinishi	11
Shamsiddinova M.U.	Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika elementlaridan foydalanib aniq integralni hisoblash	17
Muzaffarova M.U.	Ayrim uzluksiz vaqtli dinamik sistemalarning tahlili haqida	22
Imomova Sh.M., Mardonova M.A.	Chizikli algebraik tenglamalar sistemasini oddiy iteratsiya usuli bilan mathcad muhitida sonli yechish	30
Ergashov O.H	Bir o'lchovli kvadratik stoxastik bo'lmagan operator qo'zg'almas nuqtalar haqida	36
Jurayev F.M.	Buzilishga ega yuklangan parabolok - giperbolik tipidagi tenglama uchun xarakteristikalarda trikomi shartlari berilgan masala	40
Kurbanov Sh.Kh.	The existance of eigenvalues of the generalized friedrichs model with a rank two perturbation	53
Дустов С.Т.	Асимптотическое разложение решений некоторого уравнения	60
Maxkamov E.M., Bozorov J.T.	Ikkinchi tur matritsaviy poliedrik sohada bishop integral formulasi	64
Bozorova O.R., Normetova N.M.	Giperbolik ko'rinishdagi tenglamalar sistemasini uchun aralash masalani sonli yechish usullari	70
Parmonov H.F.	Puasson strukturasi yordamida hosil qilingan simplektik ko'pxilliklar	74
Qosimov A.M.	Darajali yig'indilar va bernulli sonlari	78
Қарординов С.Р.	Задача соответствующее дробной производной для телеграфного уравнения	83
FIZIKA *** PHYSICS *** ФИЗИКА		
Tursunov A.R., Toshboboyev Sh.M., Odilova M.G'.	Oziq – ovqat mahsulotlarining sifat ko'rsatkichlarini aniqlash usullari	88
Djurayev D.R., Ahadov A.A.	Yuqori haroratli o'ta o'tkazuvchanlik hodisasini ifodalovchi ba'zi mexanizmlar	93
Khasanov M.Y., Kurbanov A.A., Jalilov U.A.	An optimization algorithm for optimal distributed generation allocation in distribution network	99
Raxmatov S.E.	Blackbody spectrum.html va capacitor-lab_en.jar phet simulyatorlarida virtual tajriba o'tkazish	105
Shodiyeva E.B., Baxramova L.A., Sadullayev S.X.	Yangi sog'ilgan sutning tarkibini laktan apparatida tadqiq qilish	110
Ibodullayev M.X., Abdurahmanov O.R., Qodirov O.Sh., Xonto'rayev S.O'.	Ekstraksiya jarayoniga ta'sir qiluvchi parametrlarni o'rganish	115
Захидов Э.А., Тажибаев И. И., Нематов Ш.К., Кувондиқов В.О., Рўзиев Ф.М., Бойназаров И.Р.	Влияние концентрации 1-4-фторфенилаланина на оптических, фотовольтаических и эксплуатационных солнечного элемента на основе mspbi	120
Назаров М. Р.	Два замечательной задачи вариационного исчисления	126

Назаров М. Р., Назарова Н.М., Умедов Ш.К., Нарзуллаев У.А.	Применения электромагнитных волн инфракрасного диапазона	132
Nurumbetova L.R., Shukurullayeva R.M.	Hydroyodid kislota qo'shish orqali past haroratlarda samarali CsPbI3 perovskit quyosh elementlarini olish	138
KIMYO *** CHEMISTRY *** КИМЁ		
Toshpulatov D.T., Nasimov A.M., Tashpulatov X.Sh., Eshmuradova G.B., Xursandov J.M.	Kobalt(II) va nikel(II) gomoleptik kompleks birikmalari sintezi va fotokimyoviy tadqiqoti	144
BIOLOGIYA *** BIOLOGY *** БИОЛОГИЯ		
Evatov G'X.	Noan'anaviy qishloq xo'jaligi xomashyosi topinamburdan foydalanish yo'li bilan pivo texnologiyasini takomilastirish	148
Ibragimov A.K., Evatov G'X.	Yasmiq donining turlari, kaloriya tarkibi, foydali xususiyatlari	152
Yunusov R., Ravshanov J.F., Mavlonov Z.Sh.	Intensiv pakana olma daraxtlaridan mo'l va sifatli hosil olishning ko'chat qalinligiga bog'liqligi	156
Ismoilov A.O'.	Hozirgi zamon sanoat va uzumzorlarda quritilgan uzum mahsulotlarini qadoqlash va saqlash texnologik omillari	160
Очилова М.А.	Бухоро воҳаси суғориладиган ўтлоқи тупроқларнинг шўрланганлик ҳолатини тадқиқ қилиш (Олот тумани мисолида)	164
Сафарова М.Т.	Кексаларда тўғри ва соғлом овқатланиш тамойиллари (Адабиётлар шарҳи)	169
Ismoilov A.O'.	Olma daraxtlarining novdalarning yoshartiruvchi va me'yorlashtiruvchi kesishning miqdori va uzunligiga ta'siri	173
Safarova M.T.	Biotechnology of human nutrition at the present stage	178
Хасанов И.Х., Имомов Ш.Ж., Саримсаков М.М.	Дифференцированное использование азотных удобрений в хлопководстве бухарской области	182
INFORMATIKA *** INFORMATICS *** ИНФОРМАТИКА		
Farxodov S.U.	Zamonaviy texnologiya – HC-SR04 masofa sensorini arduino mikrokontrolleri orqali boshqarish	186
Namozova N.Sh., Gulmurodov M.R.	Pythonda Tkinter moduli yordamida jozibador interfeysga ega dastur yaratish	191
Murodova S.B.	Hyperchem dasturidan foydalangan holda nitrobenzol xossalari o'rganish	197
Yusupov X.N., Mirzayev S.O., Yo'ldoshev M.X., Xolmurodov S.A., Ne'matov E.I.	Pid rostlagichlarni matlab dasturida sintez qilish	204
Nosirova Sh.E.	Zamonaviy optimal ma'lumotlar bazasi turlari	208
Очилов Б.Г., Иззатуллоев А.Э.	Исследование теплопередачи в программе comsol	212
Qurbonova D.N.	Sun'iy intellekt yordamida uy hayvonlarining tasnifini farqlash	217
Saidov U.Y., Yarashev I.B.	Oliy ta'lim muassasalari faoliyatiga sun'iy intellekt texnologiyasini joriy etishning ijobiy va salbiy oqibatlarini	222
Qurbonova D.N.	Sun'iy intellekt yordamida berilgan jismni aniqlash	226

BUZILISHGA EGA YUKLANGAN PARABOLOK - GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN XARAKTERISTIKALARDA TRIKOMI SHARTLARI BERILGAN MASALA

Jurayev Furqat Muhitdinovich,

*Buxoro davlat universiteti differensial tenglamalar kafedrasida katta o‘qituvchisi
fjm1980@mail.ru*

***Annotatsiya.** So‘nggi yillarda buzilishga ega bo‘lgan giperbolik, parabolik, giperbolik-parabolik va elliptik-parabolik tipdagi tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o‘rganish jadal ravishda ishlab chiqildi va takomillashtirildi. Ma‘lumki, ikkinchi tartibli aralash tipdagi buzilishga ega bo‘lgan yuklangan tenglamalar uchun chegaraviy masalalar ilgari o‘rganilmagan. Bu birinchi navbatda umumiy yechimning ifodalanmaganligi bilan bog‘liq, boshqa tomondan bunday masalalar siljish bilan kam o‘rganilgan integral tenglamalarga keltiriladi. Shunga asosan, ushbu ish buziladigan yuklangan parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun Trikomi masalasini qo‘yish va o‘rganishga bag‘ishlangan.*

***Kalit so‘zlar:** chegaraviy masala, parabolik-giperbolik tipdagi yuklangan tenglama, buzilish chizig‘i bilan yuklangan tenglama umumiy yechimning tasviri, energiya integral usuli, ekstremum prinsipi, integral tenglama.*

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА С УСЛОВИЯМИ ТРИКОМИ ДЛЯ
ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА**

***Аннотация.** В последние годы изучены краевые задачи для вырождающихся уравнений гиперболического, параболического, гипербола-параболического и эллиптико-гиперболического типа интенсивно развивалось и уточнены так. Известно, что краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка ранее не изучены. Это связано, прежде всего, с отсутствием представления общего решения для таких уравнений; с другой стороны, такие задачи сводятся к малоизученным интегральным уравнениям со сдвигом. Исходя из этого, настоящая работа посвящена постановке и исследованию задачи Трикоми, для нагруженного уравнения парабола-гиперболического типа, вырождающегося внутри области.*

***Ключевые слова:** краевые задачи, нагруженное уравнение парабола-гиперболического типа, нагруженное уравнение с вырождением, представление общего решения, метод интегралов энергии, принцип экстремума, интегральное уравнение.*

**CHARACTERISTIC PROBLEM WITH TRICOME CONDITIONS FOR A DEGENERATE
LOADED EQUATION OF PARABOLO-HYPERBOLIC TYPE**

***Abstract.** In recent years boundary value problems for degenerate equations of hyperbolic, parabolic, hyperbolic-parabolic and elliptic-hyperbolic types are studied intensively developed and refined. This is due, first of all, to the lack of representation of the general solution for such equations; on the other hand, such problems are reduced to little-studied integral equations with a shift. Based on this, the present work is devoted to the formulation and study of Tricomi boundary value problems for a loaded parabolic-hyperbolic type equation that degenerates inside the domain.*

***Keywords:** boundary value problems, loaded equation of parabolic-hyperbolic type, loaded equation with degeneration, general solution representation, method of energy integral, extremum principle, integral equation.*

***Kirish.** Yuklangan qismda kerakli funksiyaning izi yoki hosilasi mavjud bo‘lgan ikkinchi va uchinchi tartibli aralash tipdagi buzilishga ega bo‘lmagan yuklangan tenglamalar uchun chegaraviy masalalar V.M.Kaziyev [1], N.N.Lanin [2], V.A.Yeleyev [3], B.Islomov va D.M.Kuryazov [4, 5], B.Islomov va U.I.Boltayeva [6] ishlarida o‘rganilgan. Parabolik-giperbolik tipdagi yuklangan tenglama uchun Trikomi masalasining uch o‘lchamli analogi B. Islomov va Y.Aliqulov [7] ishlarida o‘rganilgan.*

Bizga ma'lumki, buzilishga ega bo'lgan yuklangan ikkinchi tartibli parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun Trikomi tipidagi chegaraviy masalalar o'rganilmagan.

Ushbu maqolada biz buzilishga ega bo'lgan yuklangan parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun Trikomi tipidagi chegaraviy masalani o'rganamiz.

T masalaning qo'yilishi.

Ushbu

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - x^p u_y - \mu_1 u(x,0), & x > 0, y > 0, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy} + \mu_2 u(x,0), & x > 0, y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

tenglamani ko'rib chiqamiz. Bunda m, p, μ_1, μ_2 – ixtiyoriy haqiqiy sonlar bo'lib,

$$m < 0, p > 0, \mu_1 > 0, \mu_2 < 0. \quad (2)$$

$\Omega_1 - y=0, x=1, x=0, y=h$ to'g'ri chiziqlarning mos ravishda AB, BB_0, AA_0, A_0B_0 kesmalari bilan chegaralangan soha, agar $x > 0, y > 0$ bo'lsa;

$\Omega_2 - Ox$ o'qining AB kesmasi va (1) tenglamaning $A(0,0)$ va $B(1,0)$ nuqtalaridan chiquvchi

$C \left[\frac{1}{2}, -\left(\frac{2-m}{4}\right)^{2/(2-m)} \right]$ nuqtada kesishuvchi ikkita

$$AC: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, \quad BC: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1$$

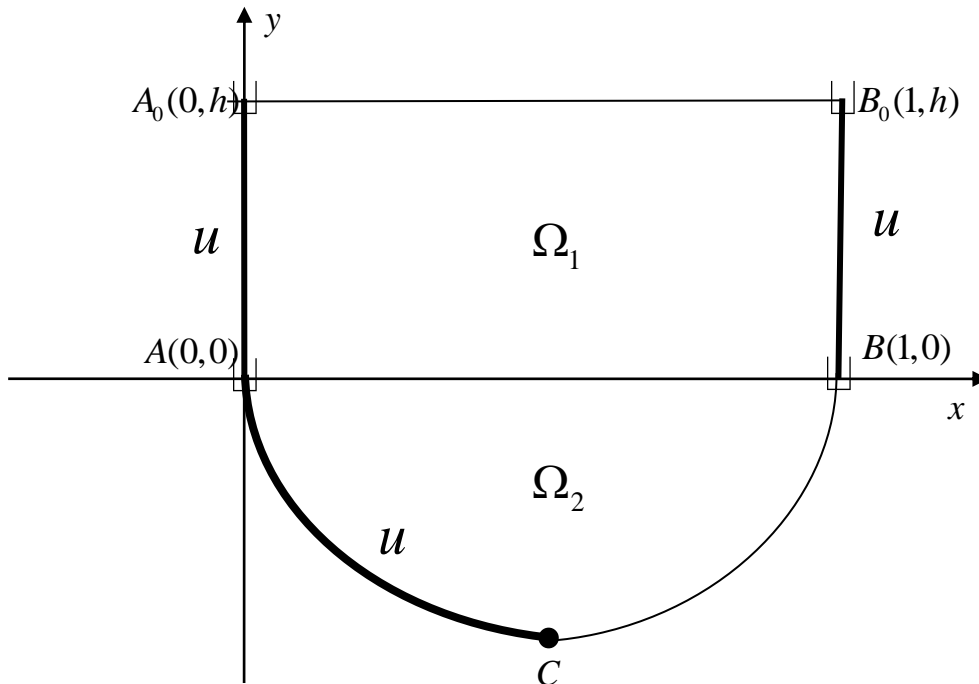
xarakteristikalari bilan chegaralangan xarakteristik uchburchak soha, agar $x > 0, y < 0$ bo'lsa.

(Chizma 1)

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$I = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup I, \quad 2\beta = -\frac{m}{2-m} \text{ bo'lib,}$$

$$0 < \beta < \frac{1}{2}. \quad (3)$$



1-chizma.

(1) tenglama uchun Ω sohada quyidagi masalani qo'yamiz.

T masala. Quyidagi xossalarga ega bo'lgan $u(x, y)$ funksiya topilsin:

1) $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega)$, $u_y(x, 0)$ funksiya $x \rightarrow 0$ da $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo'ladi, $x \rightarrow 1$ da esa chegaralangan;

2) $u(x, y) \in C_{x,y}^{2,1}(\Omega_1) \cap C^2(\Omega_2)$ bo'lib, Ω_1 va Ω_2 sohalarda (1) tenglamani qanoatlantiradi;

3) $u(x, y)$ quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi

$$u|_{AA_0} = \varphi_1(y), \quad u|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (4)$$

$$u|_{AC} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (5)$$

bu yerda $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$, $\psi(x)$ – berilgan funksiyalar bo'lib, $\varphi_1(0) = \psi(0) = 0$,

$$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (6)$$

$$\psi(x) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(0, \frac{1}{2}\right). \quad (7)$$

1. (1) Tenglama uchun *T* masalani o'rganish.

Agar masalaning 1) - 2) shartlari bajarilsa, u holda (1) tenglamaning har qanday klassik yechimi quyidagi ko'rinishda ifodalanishi mumkin [4], [8]:

$$u(x, y) = v(x, y) + \omega(x), \quad (8)$$

bunda

$$v(x, y) = \begin{cases} v_1(x, y), & x > 0, y > 0, \\ v_2(x, y), & x > 0, y < 0, \end{cases} \quad (8_1)$$

$$\omega(x) = \begin{cases} \omega_1(x), & (x, 0) \in \bar{I}, \\ \omega_2(x), & (x, 0) \in \bar{I}, \end{cases} \quad (8_2)$$

bu yerda $v_1(x, y)$ va $v_2(x, y)$

$$Lv_1 \equiv v_{1xx} - x^p v_{1y} = 0, \quad p > 0, y > 0, \quad (9)$$

$$Lv_2 \equiv v_{2xx} - (-y)^m v_{2yy} = 0, \quad m < 0, y < 0, \quad (10)$$

tenglamalarning klassik yechimlari, $\omega_1(x)$ va $\omega_2(x)$ esa mos ravishda

$$\omega_1''(x) - \mu_1 \omega_1(x) = \mu_1 v_1(x, 0), \quad (x, 0) \in I, \quad (11)$$

$$\omega_2''(x) + \mu_2 \omega_2(x) = -\mu_2 v_2(x, 0), \quad (x, 0) \in I, \quad (12)$$

tenglamalarning ixtiyoriy ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi yechimlaridir.

$ax + b$ funksiya mos ravishda (9) va (10) tenglamalarning yechimi bo'lganligini e'tiborga olgan holda, umumiylikka ziyon yetkazmagan holda $\omega_1(x)$ va $\omega_2(x)$ funksiyalarning ushbu shartni qanoatlantirsin:

$$\omega_1(1) = \omega_1'(1) = 0, \quad (13_1)$$

$$\omega_2(0) = \omega_2'(0) = 0. \quad (13_2)$$

(11), (13₁) va (11), (13₂) Koshi masalasining yechimini mos ravishda quyidagi

$$\omega_1(x) = \sqrt{\mu_1} \int_x^1 \tau_1(t) sh\sqrt{\mu_1}(t-x) dt, \quad \mu_1 > 0, \quad (x, 0) \in \bar{I}, \quad (14_1)$$

$$\omega_2(x) = \sqrt{-\mu_2} \int_0^x \tau_2(t) \operatorname{sh} \sqrt{-\mu_2}(x-t) dt, \quad \mu_2 < 0, \quad (x, 0) \in \bar{I}, \quad (14_2)$$

ko‘rinishda topamiz, bunda

$$\tau_1(x) = \nu_1(x, +0), \quad \tau_2(x) = \nu_2(x, -0), \quad \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

(1), (4), (5), (13₁), (13₂) e‘tiborga olib, (8) ko‘ra T masalani

$$0 = L\nu \equiv \begin{cases} L\nu_1(x, y), & x > 0, y > 0, \\ L\nu_2(x, y), & x > 0, y < 0, \end{cases} \quad (15)$$

tenglama uchun ushbu

$$\nu_1(x, y)|_{AA_0} = \varphi_1(y), \quad \nu_1(x, y)|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (16)$$

$$\nu_2(x, y)|_{AC} = \psi(x) - \omega_2(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}. \quad (17)$$

chegaraviy shartlarni qanotlantiruvchi T^* masalaga keltiramiz.

Funksional munosabatlar. (10) tenglama uchun Ω_2 sohada

$$\nu_2(x, 0) = \tau_2(x), \quad (x, 0) \in \bar{I}, \quad \nu_{2,y}(x, 0) = \nu_2(x), \quad (x, 0) \in I \quad (18)$$

boshlang‘ich shartl bilan berilgan Koshi masalasining yechimini quyidagi

$$\begin{aligned} \nu_2(x, y) = & \gamma_1 \int_0^1 \tau \left[x + \frac{2}{2-m} (-y)^{\frac{2-m}{2}} (2t-1) \right] t^{\beta-1} (1-t)^{\beta-1} dt + \\ & + \left(\frac{4}{2-m} \right)^{1-2\beta} \gamma_2 y \int_0^1 \nu \left[x + \frac{2}{2-m} (-y)^{\frac{2-m}{2}} (2t-1) \right] t^{-\beta} (1-t)^{-\beta} dt. \end{aligned} \quad (19)$$

ko‘rinishda aniqlaymiz [9], bunda agar $\tau_2(x) \in C(\bar{I}) \cap C^2(I)$, $\nu_2(x) \in C^2(I)$ sinfga tegishli bo‘lib, $\nu_2(x)$ funksiya I oraliqning oxirida $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo‘lsa, u holda $\nu_2(x, y) \in C(\bar{\Omega}_2) \cap C^1(\Omega_2 \cup I) \cap C^2(\Omega_2)$ sinfga tegishli bo‘ladi, bu yerda

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma(2\beta)}{\Gamma^2(\beta)}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{2-m} \right)^{2\beta} \frac{\Gamma(1-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)}, \quad 2\beta = \frac{m}{m-2}.$$

(17) ni (19) ga qo‘yib,

$$\psi\left(\frac{x}{2}\right) - \omega_2\left(\frac{x}{2}\right) = \gamma_1 \int_0^1 \tau_2(xt) t^{\beta-1} (1-t)^{\beta-1} dt - \gamma_2 x^{1-2\beta} \int_0^1 \nu_2(xt) t^{-\beta} (1-t)^{-\beta} dt$$

topamiz.

Bunda $xt = z$ almashtirish bajarib, so‘ngra kasr tartibli integro-differensial operatorni [9] xossalarini hisobga olib, ushbu tenglikka ega bo‘lamiz:

$$\psi\left(\frac{x}{2}\right) - \omega_2\left(\frac{x}{2}\right) = \gamma_1 x^{1-2\beta} \Gamma(\beta) D_{0x}^{-\beta} x^{\beta-1} \tau_2(x) - \gamma_2 \Gamma(1-\beta) D_{0x}^{\beta-1} x^{-\beta} \nu_2(x). \quad (20)$$

(20) tenglikning ikkala tomoniga $D_{0x}^{1-\beta}$ operatorni qo‘llab, quyidagi

$$\begin{aligned} D_{0x}^{1-\beta} D_{0x}^{\beta-1} x^{-\beta} \nu_2(x) &= x^{-\beta} \nu(x), \\ D_{0x}^{1-\beta} x^{1-2\beta} D_{0x}^{-\beta} x^{\beta-1} \tau_2(x) &= x^{-\beta} D_{0x}^{1-2\beta} \tau_2(x) \end{aligned}$$

formulalar [9] yordamida Ω_2 sohadan I oraliqda

$$\nu_2(x) = \frac{1}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} \left[\gamma_1 \Gamma(\beta) D_{0x}^{1-2\beta} \tau_2(x) + x^\beta D_{0x}^{1-\beta} \omega_2\left(\frac{x}{2}\right) - x^\beta D_{0x}^{1-\beta} \psi\left(\frac{x}{2}\right) \right]. \quad (21)$$

ko`rinishdagi $\tau_2(x)$ va $\nu_2(x)$ funksiyalar orasidagi birinchi funksional bog`lanishni topamiz.

Endi [10, 40-47-betlar] ishdagi natijalarni va T masalaning 1) va 2) shartlarni e`tiborga olgan holda D_1 sohada (9) tenglamadan $y \rightarrow +0$ limitga o`tib, so`ngra

$$\nu_1(x,0) = \tau_1(x), \quad (x,0) \in \bar{I}, \quad \nu_{1,y}(x,+0) = \nu_1(x), \quad (x,0) \in I \quad (22)$$

belgilashlarni hisobga olib, J oraliqda ushbu

$$\tau_1''(x) = x^p \nu_1(x), \quad \tau(0) = 0, \quad \tau_1(1) = \varphi_2(0). \quad (23)$$

(23) masalani yechib Ω_1 sohani I oraliqda

$$\tau_1(x) = \int_0^1 G(x,t) t^p \nu_1(t) dt + g(x), \quad (24)$$

ko`rinishdagi $\tau_1(x)$ va $\nu_1(x)$ funksiyalar orasidagi ikkinchi funksional bog`lanishni olamiz, bunda

$$G(x,t) = \begin{cases} t(x-1), & 0 \leq t \leq x, \\ x(t-1), & x \leq t \leq 1, \end{cases} \quad (25)$$

$$g(x) = \varphi_1(0) + x\varphi_2(0). \quad (26)$$

4. T masala yechimining yagonaligi. T masala yechishning yagonaligini isbotlash uchun dastlab (9) va (10) tenglamalar uchun T^* masala yechishning yagonaligini isbotlaymiz.

(9) va (10) tenglamalar uchun T^* masala yechimining yagonaligini isbotlash uchun quyidagi lemma muhim rol o`ynaydi.

1-lemma. Agar (2), (3), $p+2\beta > 1$ shartlar bajarilsa va $\varphi_1(y) \equiv \varphi_2(y) \equiv 0, \forall y \in [0,1], \psi(x) \equiv 0, \forall x \in [0,1]$ bo`lsa, u holda

$$\tau_j(x) \equiv 0, \quad (j=1,2), \quad \forall x \in \bar{I}, \quad (27)$$

bu yerda $\tau_j(x) (j=1,2)$ – (18) va (22) dan aniqlanadi.

1- lemma isboti. Bu lemmani energiya integrali usuli yordamida isbotlaymiz. $\nu_2(x,y)$ Ω_2 va $\Omega_{2\varepsilon}$ sohalardagi ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi bir jinsli T^* masalaning yechimi bo`lsin, bu yerda $\Omega_{2\varepsilon}$ – chegarasi $\partial\Omega_{2\varepsilon} = \overline{AC_\varepsilon} \cup \overline{CB_\varepsilon} \cup \bar{I}_\varepsilon$, qa`tiy Ω_2 sohada yotgan soha, ε – yetarlicha kichik musbat son. U holda, quyidagi ayniyatni $\Omega_{2\varepsilon}$ soha bo`yicha integrallab

$$\begin{aligned} 0 = x^p (-y)^{-m} \nu_2 (\nu_{2,xx} - (-y)^m \nu_{2,yy}) &= \frac{\partial}{\partial x} (x^p (-y)^{-m} \nu_2 \nu_{2,x}) - \frac{\partial}{\partial y} (x^p \nu_2 \nu_{2,y}) - \\ &- x^p [(-y)^{-m} \nu_{2,x}^2 - \nu_{2,y}^2] - px^{p-1} (-y)^{-m} \nu_2 \nu_{2,x} \end{aligned} \quad (28)$$

so`ngra ushbu [11]:

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \int_{\partial D} P dx + Q dy, \quad (29)$$

Grin formulasini qo`llab, quyidagiga

$$\int_{\overline{AC_\varepsilon} \cup \overline{CB_\varepsilon} \cup \bar{I}_\varepsilon} x^p (-y)^{-m} \nu_2 \nu_{2,x} dy + x^p \nu_2 \nu_{2,y} dx = \iint_{\Omega_{2\varepsilon}} x^p [(-y)^{-m} \nu_{2,x}^2 - \nu_{2,y}^2] dx dy +$$

$$+p \iint_{\Omega_{2\varepsilon}} x^{p-1} (-y)^{-m} v_2 v_{2x} dx dy.$$

ega bo‘lamiz.

Oxirgi tenglikdan $\varepsilon \rightarrow 0$ limitga o‘tib, T masalaning 1) shartini va (18) ni inobatga olib, [10, 5-bob, 96-97-betlar] ishga o‘xshash natijani olamiz:

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^p \tau_2(x) v_2(x) dx &= - \int_{AC} x^p (-y)^{-\frac{m}{2}} v_2 dv_2 - \int_{CB} x^p (-y)^{-\frac{m}{2}} v_2 dv_2 - \\ &- \iint_{\Omega_2} x^p \left[(-y)^{-m} v_{2x}^2 - v_{2y}^2 \right] dx dy - p \iint_{\Omega_2} x^{p-1} (-y)^{-m} v_2 v_{2x} dx dy. \end{aligned} \quad (30)$$

(30) tenglikning o‘ng tomonini hisoblash uchun xarakteristik koordinatalarga o‘tamiz:

$$\xi = x + \frac{2}{2-m} (-y)^{\frac{2-m}{2}}, \quad \eta = x - \frac{2}{2-m} (-y)^{\frac{2-m}{2}}. \quad (31)$$

Bundan

$$x = \frac{\xi + \eta}{2}, \quad y = - \left[\frac{2-m}{4} (\xi - \eta) \right]^{\frac{2}{2-m}} \Rightarrow (-y)^{-\frac{m}{2}} = \left[\frac{2-m}{4} (\xi - \eta) \right]^{2\beta}.$$

Bunday holda, Ω_2 soha tomonlari $\eta=0, \xi=1$ va $\eta=\xi$ chiziqlarda yotgan A_1C_1, C_1B_1 va B_1A_1 kesmalardan iborat bo‘lgan Δ_2 uchburchak sohga o‘tadi, (10) tenglama esa quyidagi

$$v_{2\xi\eta} = \frac{\beta}{\xi - \eta} (v_{2\xi} - v_{2\eta}). \quad (32)$$

kanonik ko‘rinishga keladi.

Agar $\psi(x) = 0$ bo‘lsa, u holda (17) ga ko‘ra, (29), (31), (32) va 1 lemmaning shartlarini e‘tiborga olib, (30) tenglikning o‘ng tomonidagi integrallarni quyidagicha topamiz:

$$\begin{aligned} - \int_{AC} x^p (-y)^{-\frac{m}{2}} v_2 dv_2 &= - \int_{A_1C_1} \left(\frac{\xi + \eta}{2} \right)^p \left[\frac{2-m}{4} (\xi - \eta) \right]^{2\beta} v_2 (\xi - \eta) dv_2 (\xi - \eta) = \\ &= - \left(\frac{1}{2} \right)^p \left(\frac{2-m}{4} \right)^{2\beta} \int_0^1 \xi^{p+2\beta} v_2 (\xi, 0) dv_2 (\xi, 0) = - \left(\frac{1}{2} \right)^{p+1} \left(\frac{2-m}{4} \right)^{2\beta} \left(\omega_2 \left(\frac{1}{2} \right) \right)^2 + \\ &\quad + \frac{p+2\beta}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^p \left(\frac{2-m}{4} \right)^{2\beta} \int_0^1 \xi^{p+2\beta-1} v_2^2 (\xi, 0) d\xi, \quad (33) \\ \int_{CB} x^p (-y)^{-\frac{m}{2}} v_2 dv_2 &= \int_{C_1B_1} \left(\frac{\xi + \eta}{2} \right)^p \left[\frac{2-m}{4} (\xi - \eta) \right]^{2\beta} v_2 (\xi, \eta) dv_2 (\xi, \eta) = \\ &= - \left(\frac{1}{2} \right)^{p+1} \left(\frac{2-m}{4} \right)^{2\beta} \left(\omega_2 \left(\frac{1}{2} \right) \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^{p+1} \left(\frac{2-m}{4} \right)^{2\beta} p \int_0^1 (1+\eta)^{p-1} (1-\eta)^{2\beta} v_2^2 (1, \eta) d\eta + \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} \right)^p \left(\frac{2-m}{4} \right)^{2\beta} \beta \int_0^1 (1+\eta)^p (1-\eta)^{2\beta-1} v_2^2 (1, \eta) d\eta, \quad (34) \\ - \iint_{\Omega_2} x^p \left[(-y)^{-m} v_{2x}^2 - v_{2y}^2 \right] dx dy &= -2 \iint_{\Delta_2} \left(\frac{\xi + \eta}{2} \right)^p \left[\frac{2-m}{4} (\xi - \eta) \right]^{2\beta} v_{2\xi} v_{2\eta} d\xi d\eta = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -2\left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} \iint_{\square_2} (\xi+\eta)^p (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_{2\xi} \nu_{2\eta} d\xi d\eta = \\
 &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} \iint_{\square_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[-\frac{\beta}{2} (\xi+\eta)^p (\xi-\eta)^{2\beta-1} \nu_2^2 + \frac{p}{2} (\xi+\eta)^{p-1} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2 \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(\xi+\eta)^p (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2 \nu_{2\xi} + \frac{\beta}{2} (\xi+\eta)^p (\xi-\eta)^{2\beta-1} \nu_2^2 \right] \right\} d\xi d\eta - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p(p-1) \iint_{\square_2} (\xi+\eta)^{p-2} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2(\xi, \eta) d\xi d\eta = \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} \left(\omega_2 \left(\frac{1}{2}\right) \right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} (p+\beta) \int_0^1 \xi^{p+2\beta-1} \nu_2^2(\xi, 0) d\xi - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} \beta \int_0^1 (1+\eta)^p (1-\eta)^{2\beta-1} \nu_2^2(1, \eta) d\eta + \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p \int_0^1 (1+\eta)^{p-1} (1-\eta)^{2\beta} \nu_2^2(1, \eta) d\eta - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p(p-1) \iint_{\square_2} (\xi+\eta)^{p-2} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -p \iint_{\Omega_2} x^{p-1} (-y)^{-m} \nu_2 \nu_{2x} dx dy &= -\left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p \iint_{\square_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{2} (\xi+\eta)^{p-1} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2 \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{2} (\xi+\eta)^{p-1} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2 \right] \right\} d\xi d\eta + \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p(p-1) \iint_{\square_1} (\xi+\eta)^{p-2} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2(\xi, \eta) d\xi d\eta = \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^{p+1} \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p \left[\int_0^1 \xi^{p+2\beta-1} \nu_2^2(\xi, 0) d\xi - \int_0^1 (1+\eta)^{p-1} (1-\eta)^{2\beta} \nu_2^2(1, \eta) d\eta \right] + \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2}\right)^p \left(\frac{2-m}{4}\right)^{2\beta} p(p-1) \iint_{\square_2} (\xi+\eta)^{p-2} (\xi-\eta)^{2\beta} \nu_2^2(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (36)
 \end{aligned}$$

(33) - (36) ni (30) ga qo'yib (2), (3) va $p + 2\beta > 1$ ni e'tiborga olib, quyidagi tenglik hosil qilamiz:

$$\int_0^1 x^p \tau_2(x) \nu_2(x) dx = 0. \quad (37)$$

T masalaning 1) shartidan, shuningdek, $\omega(x)$ uzluksizligidan va (8), (8₁), (8₂), (18), (22) larini inobatga olgan holda ushbu ulash shartlariga ega bo'lamiz:

$$\tau_2(x) = \nu_2(x, -0) = \nu_1(x, +0) = \tau_1(x), \quad (x, 0) \in \bar{I}, \quad (38)$$

$$\nu_2(x) = \nu_{2y}(x, -0) = \nu_{1y}(x, +0) = \nu_1(x), \quad (x, 0) \in I. \quad (39)$$

T masalaning shartlariga ko'ra, agar (9) tenglamada $y \rightarrow 0$ limitga o'tib, (38) va (39) ni inobatga olib, [10, 39-48 betlar] va [12, 110-bet] kabi quyidagi tenglikni olamiz:

$$\tau_1''(x) - x^p v_1(x) = 0. \quad (40)$$

U holda (40) dan 1- lemma sharti asosida $\tau_1(0) = \tau_1(1) = 0$ ekanligini inobatga olib

$$\int_0^1 x^p \tau_1(x) v_1(x) dx = - \int_0^1 \tau_1'(x) dx \leq 0 \quad (41)$$

topamiz. (38) va (39) ni hisobga olgan holda (37) va (41) ni taqqoslab,

$$\int_0^1 x^p \tau_j(x) v_j(x) dx = 0 \quad \text{yoki} \quad \int_0^1 \tau_j'(x) dx = 0,$$

bundan $\tau_1(0) = \tau_1(1) = 0$ ko'ra, quyidagi xulosaga kelamiz:

$$\tau_j(x) \equiv 0, \quad (j = 1, 2), \quad \forall x \in \bar{I}. \quad (42)$$

1- lemma isbotlandi.

(42) ga ko'ra (14₁) va (14₂) dan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\omega_j(x) \equiv 0, \quad (j = 1, 2), \quad \forall x \in \bar{I}. \quad (43)$$

(8₂) ga ko'ra (43) dan ushbu munosabatni olamiz:

$$\omega(x) \equiv 0, \quad \forall x \in \bar{I}. \quad (44)$$

1-teorema. Agar 1- lemma shartlari va (44) shart bajarilsa, u holda Ω sohada T^* masala nolga teng bo'lmagan yechimga ega bo'lmaydi.

1-teoremani isbotlash. Parabolik tenglamalar uchun maksimum prinsipi [13], [14] ga ko'ra $\bar{\Omega}_1$ sohada (9) tenglama uchun qo'yilgan T^* masala (16) va $v_1(x, +0) = 0, (x, 0) \in \bar{I}$ bir jinsli shartlarda nolga teng bo'lmagan yechimga ega emas, ya'ni $\bar{\Omega}_1$ da $v_1(x, y) \equiv 0$. (43) ni hisobga olgan holda $\bar{\Omega}_2$ sohada (10) tenglama uchun (18) bir jinsli shartli Koshi masalasi yechimining yagonaligidan [9] $\bar{\Omega}_2$ da $v_2(x, y) \equiv 0$. ni olamiz.

Bu yerdan va (8₁) dan

$$v(x, y) \equiv 0, \quad (x, y) \in \bar{\Omega}. \quad (45)$$

ega bo'lamiz.

(45) dan (9) va (10) tenglamalar uchun T^* masala yechimi yagona ekanligi kelib chiqadi.

1- teorema isbotlandi.

2- teorema. Agar 1- teorema shartlari bajarilsa, u holda Ω sohada T masala nolga teng bo'lmagan yechimga ega bo'lishi mumkin emas.

2- teoremani isbotlash. (44), (45) ga ko'ra (8) dan quyidagini hosil qilamiz:

$$u(x, y) \equiv 0, \quad (x, y) \in \bar{\Omega}. \quad (46)$$

Bu esa (1) tenglama uchun T masala yechimining yagonaligini isbotlaydi.

2- teorema isbotlandi.

5. T masala yechimining mavjudligi. T masala yechimining mavjudligi integral tenglamalar usuli yordamida isbotlanadi. T masala yechimining mavjudligini isbotlash uchun eng avval (9) va (10) tenglama uchun T^* masala yechimi mavjudligini isbotlaymiz.

3- teorema. Agar (2), (3), (6) va (7) shartlar bajarilsa, u holda Ω sohada T^* masalaning yechimi mavjud.

3- teoremani isbotlash. (21) va (24) munosabatlardan $\tau(x)$ yo'qotib, (14₂) va (38) va (39) ulash (ya'ni $v(x) = v_1(x) = v_2(x), \tau(x) = \tau_1(x) = \tau_2(x)$), shartlarini inobatga olib, ushbu

$$\begin{aligned}
 v(x) = & \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} \int_0^1 t^p v(t) D_{0x}^{1-2\beta} G(x,t) dt + \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-2\beta} g(x) + \\
 & + \frac{\sqrt{-\mu_2}}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} x^\beta \int_0^1 t^p v(t) dt D_{0x}^{1-\beta} \int_0^x sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{x-z}{2}\right) G\left(\frac{z}{2}, t\right) dz + \\
 & + \frac{\sqrt{-\mu_2} x^\beta}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-\beta} \int_0^x sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{x-t}{2}\right) g\left(\frac{t}{2}\right) dt - \frac{x^\beta}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-\beta} \psi\left(\frac{x}{2}\right),
 \end{aligned}$$

ifodani topamiz. Bundan esa $v(x)$ ga nisbatan ikkinchi turdagi Fredholm integral tenglamasini olamiz:

$$v(x) + \int_0^1 K(x,t)v(t)dt = \Phi(x), \quad (x,0) \in I, \tag{47}$$

bu yerda

$$K(x,t) = K_1(x,t) + K_2(x,t), \tag{48}$$

$$K_1(x,t) = \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) t^p}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-2\beta} G(x,t), \tag{49}$$

$$K_2(x,t) = \frac{\sqrt{-\mu_2}}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} x^\beta t^p D_{0x}^{1-\beta} \int_0^x sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{x-z}{2}\right) G\left(\frac{z}{2}, t\right) dz, \tag{50}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi(x) = & \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-2\beta} g(x) + \frac{\sqrt{-\mu_2}}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} x^\beta D_{0x}^{1-\beta} \int_0^x sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{x-t}{2}\right) g\left(\frac{t}{2}\right) dt - \\
 & - \frac{1}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} x^\beta D_{0x}^{1-\beta} \psi\left(\frac{x}{2}\right) = f_1(x) + f_2(x) - f_3(x).
 \end{aligned} \tag{51}$$

Endi (47) integral tenglamaning yadrosini va o'ng tomonini tekshiramiz. Ushbu lemma o'rinli.

2- lemma . Agar (2), (3), (6) va (7) shartlar bajarilsa, u holda (47) integral tenglamaning yadrosi va o'ng tomoni

$$K(x,t) \in ((0,1] \times [0,1]), \quad \Phi(x) \in C^2(0,1) \tag{52}$$

sifga tegishli bo'ladi va quyidagi

$$|K(x,t)| \leq C_1 t^p x^{2\beta-1}, \quad |\Phi(x)| \leq C_2 x^{2\beta-1}, \tag{53}$$

baholar o'rinli bo'ladi

2- lemma isboti. Kasir tartibli integro-differensial operatorining xossalari, gamma, beta funksiyalari va $G(x,t)$ funksiyalari xossalari ko'ra (25) dan quyidagini topamiz:

$$\begin{aligned}
 |K_1(x,t)| \leq & \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) t^p}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \leq \left\{ 2\beta x^{2\beta-1} \int_0^1 (1-s)^{2\beta-1} |G(xs,t)| ds + \right. \\
 & \left. + x^{2\beta} \int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1} \left| \frac{\partial G(xs,t)}{\partial xs} \right| ds \right\} \leq \\
 \leq & \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) t^p}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \left\{ 2\beta x^{2\beta-1} c_1 \int_0^1 (1-s)^{2\beta-1} ds + x^{2\beta} c_2 \int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1} ds \right\} \leq \\
 \leq & \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) t^p}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \left\{ 2\beta x^{2\beta-1} c_1 B(1,2\beta) + x^{2\beta} c_2 B(2,2\beta) \right\} \leq c_3 t^p x^{2\beta-1}.
 \end{aligned} \tag{54}$$

bahoni olamiz. Bundan

$$|K_1(x, t)| \leq c_3 t^p x^{2\beta-1}. \tag{55}$$

Endi $K_2(x, t)$ ni baholaymiz. Xuddi yuqoridagi kabi (50) dan

$$\begin{aligned} K_2(x, t) &= \frac{\sqrt{-\mu_2} x^{\beta} t^p}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \frac{d}{dx} x^{\beta+1} \int_0^1 \frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}} \int_0^1 sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{xw(1-w)}{2} \right) G\left(\frac{xw\vartheta}{2}, t \right) d\vartheta = \\ &= \frac{\sqrt{-\mu_2} x^{2\beta} t^p (1+\beta)}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 \frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}} \int_0^1 sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2} \right) G\left(\frac{xw\vartheta}{2}, t \right) d\vartheta + \\ &+ \frac{\sqrt{-\mu_2} x^{2\beta+1} t^p}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 \frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}} \int_0^1 \frac{d}{dx} \left[sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2} \right) G\left(\frac{xw\vartheta}{2}, t \right) \right] d\vartheta \end{aligned}$$

yoki

$$\begin{aligned} K_2(x, t) &= \frac{\sqrt{-\mu_2} x^{2\beta} t^p (1+\beta)}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 \frac{wdw}{(1-w)^{1-\beta}} \int_0^1 sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2} \right) G\left(\frac{xw\vartheta}{2}, t \right) d\vartheta - \\ &- \frac{\mu_2 x^{2\beta+1} t^p}{4\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 \frac{w^2 dw}{(1-w)^{1-\beta}} \int_0^1 (1-\vartheta) ch\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2} \right) G\left(\frac{xw\vartheta}{2}, t \right) d\vartheta + \\ &+ \frac{\sqrt{-\mu_2} x^{2\beta+1} t^p}{4\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 \frac{w^2 dw}{(1-w)^{1-\beta}} \times \\ &\times \int_0^1 \vartheta sh\sqrt{-\mu_2} \left(\frac{xw(1-\vartheta)}{2} \right) \frac{\partial}{\partial xw\vartheta} \left[G\left(\frac{xw\vartheta}{2}, t \right) \right] d\vartheta \end{aligned} \tag{56}$$

olamiz.

Gamma, beta, giperbolik va $G(x, t)$ funksiyalarning xossalaridan foydalanib, (56) dan ushbu

$$|K_2(x, t)| \leq c_4 t^p x^{2\beta}. \tag{57}$$

bahoga ega bo‘lamiz.

(55) va (57) ga ko‘ra $0 \leq x \leq 1$ ni hisobga olgan holda, (48) dan quyidagi bahoni olamiz:

$$|K(x, t)| \leq |K_1(x, t)| + |K_2(x, t)| \leq c_3 t^p x^{2\beta-1} + c_4 t^p x^{2\beta} \leq C_1 t^p x^{2\beta-1}. \tag{58}$$

Endi (47) integral tenglamaning o‘ng tomonini baholaymiz. (2), (3), (6), (7) va (26) ni inobatga olib, kasir tartibli integro-differensial operatorining, gamma va beta funksiyalarnig xossasini hisobga olgan holda (51) dan

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-2\beta} g(x) = \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} \frac{d}{dx} D_{0x}^{-2\beta} g(x) = \\ &= \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \frac{d}{dx} \int_0^x (x-t)^{2\beta-1} g(t) dt = \left\{ \begin{array}{l} t = xs, dt = xds \\ x-t = x(1-s) \end{array} \right\} = \\ &= \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \frac{d}{dx} x^{2\beta} \int_0^1 (1-s)^{2\beta-1} g(xs) ds = \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta-1}}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \int_0^1 (1-s)^{2\beta-1} g(xs) ds + \\ &+ \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta}}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1} g'(xs) ds = \left\{ \begin{array}{l} g'(x) = \varphi_2(0) - \varphi_1(0) \\ g(x) = \varphi_1(0) + x[\varphi_2(0) - \varphi_1(0)] \end{array} \right\} = \\ &= \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta-1}}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \int_0^1 (1-s)^{2\beta-1} \{ \varphi_1(0) + xs[\varphi_2(0) - \varphi_1(0)] \} ds + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta} [\varphi_2(0) - \varphi_1(0)]}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1} ds.$$

Bundan, ushbu

$$\begin{aligned} |f_1(x)| &\leq \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta-1} |\varphi_1(0)|}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \int_0^1 (1-s)^{2\beta-1} ds + \\ &+ \frac{2\gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta} |\varphi_2(0) - \varphi_1(0)|}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} \int_0^1 s(1-s)^{2\beta-1} ds \leq \\ &\leq \frac{c_5 \gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta-1} B(1, 2\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)} + \frac{2c_6 \gamma_1 \Gamma(\beta) x^{2\beta} B(2, 2\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(2\beta)}. \end{aligned}$$

bahoni olamiz. Oxirgi bahodan quyidagi xulosa kelib chiqadi

$$|f_1(x)| \leq c_7 x^{2\beta-1}. \tag{59}$$

Gamma, beta va giperbolik funksiyalarning xossalariidan foydalanib, (56) dan (26) ni hisobga olgan holda ushbu bahoni topamiz.

$$|f_2(x)| \leq c_8 x^{2\beta}. \tag{60}$$

(2), (3), (7), kasir tartibli integro-differensial operatorining xossasi [9] ga ko'ra (51) dan $f_3(x)$ funksiyani quyidagicha yozib olamiz:

$$\begin{aligned} f_3(x) &= \frac{1}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} x^\beta D_{0x}^{1-\beta} \psi\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta)} x^\beta \frac{d}{dx} D_{0x}^{-\beta} \psi\left(\frac{x}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} x^\beta \frac{d}{dx} \int_0^x (x-t)^{\beta-1} \psi\left(\frac{t}{2}\right) dt = \{t=xz\} = \\ &= \frac{1}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} x^\beta \frac{d}{dx} x^\beta \int_0^1 (1-z)^{\beta-1} \psi\left(\frac{xz}{2}\right) dz = \\ &= \frac{\beta x^{2\beta-1}}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 (1-z)^{\beta-1} \psi\left(\frac{xz}{2}\right) dz + \frac{x^{2\beta}}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 (1-z)^{\beta-1} z \psi'\left(\frac{xz}{2}\right) dz. \end{aligned}$$

Bu yerdan, quyidagi bahoni olamiz:

$$\begin{aligned} |f_3(x)| &\leq \frac{c_8 \beta x^{2\beta-1}}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 (1-z)^{\beta-1} dz + \frac{c_9 x^{2\beta}}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} \int_0^1 (1-z)^{\beta-1} z dz \leq \\ &\leq \frac{c_8 \beta x^{2\beta-1} B(1, \beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)} + \frac{c_9 x^{2\beta} B(2, \beta)}{2\gamma_2 \Gamma(1-\beta) \Gamma(\beta)}. \end{aligned} \tag{61}$$

Bunda $0 \leq x \leq 1$ ni hisobga olib (61) dan

$$|f_3(x)| \leq c_{10} x^{2\beta-1}. \tag{62}$$

bahoni topamiz.

(59), (60) va (62) ga asosan (51) dan $0 \leq x \leq 1$ ni hisobga olib ushbu bahoni olamiz:

$$|\Phi(x)| \leq |f_1(x)| + |f_2(x)| + |f_3(x)| \leq c_7 x^{2\beta-1} + c_8 x^{2\beta} + c_{10} x^{2\beta-1} \leq C_2 x^{2\beta-1}. \tag{63}$$

(2), (3), (6), (7) ga asosan (63) ni e'tiborga olib, $\Phi(x) \in C^2(I)$ xulosaga kelamiz va $\Phi(x)$ funksiya $x \rightarrow 0$ da $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo'ladi, $x \rightarrow 1$ da esa chegaralangan;

2- lemma isbotlandi.

(2), (3), (53) ga ko'ra (47) tenglama ikkinchi turdagi Fredgolm integral tenglamasidir. Fredgolmning integral tenglamalar nazariyasiga ko'ra [15] va T^* masala yechishning yagonaligidan (47) integral tenglama $C^2(I)$ sinfda yagona yechilishi mumkin degan xulosaga kelamiz va $v(x)$ funksiya $x \rightarrow 0$ da $1-2\beta$ dan kichik tartibda maxsuslikga ega bo'ladi, $x \rightarrow 1$ da esa chegaralangan va uning yechimi quyidagi formula bilan topiladi:

$$v(x) = \Phi(x) - \int_0^1 K^*(x,t)\Phi(t)dt, \quad (x,0) \in I, \quad (64)$$

orqali topiladi, bu yerda $K^*(x,t) - K(x,t)$ yadroning rezolventasi.

(64) ni (24) ga qo'yib, $v(x) = v_1(x) = v_2(x)$, $\tau(x) = \tau_1(x) = \tau_2(x)$ ni e'tiborga olib, $\tau(x)$ funksiyani topamiz:

$$\tau(x) = \int_0^1 (x,t)t^p\Phi(t)dt - \int_0^1 t^p G(x,t)dt \int_0^1 K^*(t,z)\Phi(z)dz + g(x), \quad (x,0) \in I \quad (65)$$

va u $\tau(x) \in C(\bar{I}) \cap C^2(I)$ sinfga tegishli bo'ladi.

Binobarin, (47) ikkinchi turdagi Fredgolm integral tenglamasiga ekvivalentligi sababli T^* masala bir qiymatli yechiladi.

Shunday qilib, T^* masalaning yechimini Ω_1 sohada (9) tenglama uchun birinchi chegaraviy masala yechimi sifatida [16], Ω_2 sohada esa (10) tenglama uchun Koshi masalasining yechimi sifatida qurish mumkin (19) qarang).

3- teorema isbotlandi.

(65) ni (14_j) ($j=1,2$) ga qo'yib (8₂) ni hisobga olib, $\omega_j(x)$ funksiyani topamiz.

U holda Ω_1 sohada T masalaning yechimi quyidagi shaklda bo'ladi

$$u_1(x,y) = v_1(x,y) + \omega_1(x), \quad (66)$$

bunda $v_1(x,y) - (9)$ tenglama uchun birinchi chegaraviy masala yechimi [18], Ω_2 sohada esa ushbu

$$u_2(x,y) = v_2(x,y) + \omega_2(x), \quad (67)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda $v_2(x,y) - (10)$ tenglama uchun Koshi masalasining yechimi (19) qarang), $\omega_j(x)$ esa (14_j) ($j=1,2$) dan aniqlanadi.

Oxirgi xulosadan (1) tenglama uchun qo'yilgan T masala yechimining mavjudligi kelib chiqadi.

ADABIYOTLAR:

1. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегродифференциального уравнения второго порядка. //«Дифференциальные уравнения». **14(1)**. 1978. С.181-184.
2. Ланина И.Н. Краевая задача для одного нагруженного гипербола-параболического уравнения третьего порядка. //«Дифференциальные уравнения». 1981. Т. 17. №1. С. 97-106.
3. Елеев В.А. О некоторых краевых задачах для смешанных нагруженных уравнений второго и третьего порядка. //«Дифференциальные уравнения». 1994. Т. 30. №2. С. 230-237.
4. Исломов Б., Курьязов Д.М. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения второго порядка. // ДАН РУз. 1996. № 1-2. С. 3-6.
5. Исломов Б., Курьязов Д.М. Краевые задачи для смешанного нагруженного уравнения третьего порядка парабола-гиперболического типа. //«Узбекский математический журнал». 2000. №2. С. 29-35.
6. Исломов Б., Болтаева У.И. Краевая задача для нагруженного уравнения третьего порядка парабола-гиперболическим оператором. //«Узбекский математический журнал». 2007. №2. С. 45-

7. *Исломов Б., Аликулов Е. Оценка решения аналога задачи Трикоми для одного класса нагруженных уравнений смешанного типа. //Материалы Международного Российско-Болгарского симпозиума «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики» Россия. Нальчик-Хабез. 2010. С. 101-104.*
8. *Салахитдинов М.С. Уравнения смешанного - составного типа. Т. Фан. 1974. 156 с.*
9. *Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. Москва: «Высшая школа» 1985. 301 с.*
10. *Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно- составного типа. Ташкент: Фан. 1979. 240 с.*
11. *Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.2. М.:Наука. 1968,-263с.*
12. *Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажонов М. Краевые задачи для уравнений парабола-гиперболического типа. Т.: ФАН. 1986. 220с.*
13. *Ильин А.М., Калашиников А.С., Олейник О.А. Линейные уравнения второго порядка параболического типа. // “ЖВМиМФ”. 4(6). 1965.С. 1006-1024.*
14. *Акбарова С.Х. Краевые задачи для уравнений смешанного парабола- гиперболического и эллипτικο-параболического типов с двумя линиями и различными порядками вырождения. // Дис. канд. физ.мат. наук. Ташкент: ИМ АН РУз. 1995. 120 с.*
15. *Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз. 1959. 232 с.*
16. *Терсенов С.А. Первая краевая задача для уравнения параболического типа с меняющимся направлением времени. Новосибирск. 1978. 53 с.*