



**ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASI JOQARI
BILIMLENDIRIW, ILIM HÁM
INNOVACIYALAR MINISTIRLIGI**

**BERDAQ ATÍNDAGÍ QARAQALPAQ
MÁMLEKETLIK UNIVERSITETI**



**«ÁMELIY MATEMATIKA, MATEMATIKALÍQ MODELLESTIRIW
HÁM INFORMATIKANÍŃ AKTUAL MASHQALALARI»
RESPUBLIKALÍQ ILIMIY KONFERENCIYA
MATERIALLAR TOPLAMI
NÓKIS 24-25-MAY, 2024**

**«AMALIY MATEMATIKA, MATEMATIK MODELASHTIRISH
VA INFORMATIKANING DOLZARB MUAMMOLARI»
RESPUBLIKA ILMIY KONFERENSIYA
MA'RUZALAR TO'PLAMI
NUKUS 24-25 MAY, 2024**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ,
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И
ИНФОРМАТИКИ»
НУКУС 24-25 МАЙ, 2024**



**ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASÍ JOQARÍ BILIMLENDIRIW,
ILIM HÁM INNOVACIYALAR MINISTIRLIGI**

**BERDAQ ATÍNDAGÍ QARAQALPAQ MÁMLEKETLIK
UNIVERSITETI**

MATEMATIKA FAKULTETI

**«ÁMELIY MATEMATIKA, MATEMATIKALÍQ
MODELLESTIRIW HÁM INFORMATIKANÍN AKTUAL
MASHQALALARÍ»**

**RESPUBLIKALÍQ ILIMIY KONFERENCIYA
MATERIALLAR TOPLAMÍ
(24-25 MAY)**

**«AMALIY MATEMATIKA, MATEMATIK
MODELLASHTIRISH VA INFORMATIKANING
DOLZARB MUAMMOLARI»**

**RESPUBLIKA ILMIY KONFERENSIYA
MA'RUZALAR TO'PLAMI
(24-25 MAY)**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ»
(24-25 МАЙ)**

NÓKIS 2024

12. Djamalov S.Z., Sipatdinova B.K. Chegaralanmagan parallelepiped ko'inishidagi sohada ikkinchi tur, ikkinchi tartibli uch o'lovli aralash tipdagi tenglama uchun yarimdavriy chegaraviy masala	99
13. Dusanova U. Kh. A non-local problem for mixed type equations Involving the caputo fractional derivative	100
14. Ismoilov O. B. A generalized (G'/G) - expansion method for the negative order modified Kortevég-de Vries equation	102
15. Ismoilov Sh.Sh., Xolmurodova G.N. $^{10}S_3^2$ fazoda sirtni tashqi egriligi bo'yicha tiklash masalasi	103
16. Kdirbaev A.M., Begjanova M.I. Funktsiyalarni taqribiy hisoblashning splaynlar bilan interpolatsiyalash usuli	106
17. Khasanov M., Matyoqubov M., Yaqubov Kh., Ganjaev O. Travelling wave solutions for the loaded burgers equation with variable coefficients using the generalized (G'/G) - expansion method	107
18. Mullayeva Sh. Matematik tasavvurlarni rivojlantirishda matematik tenglamalar tendensiyalari	109
19. Omonova A.N. Invalyutsiyali birinchi tartibli differensial tenglama uchun birinchi tur integral sharti	112
20. Oqboyev A., Zokirova F., Tarkibida kaputo kasr tartibli hosila ishtirok etgan parabola-giperbolik tenglama uchun trikomi masalasi	114
21. Otarova J., Shamuratov D., Laplace transform for solving linear nonhomogeneous systems of fractional differential equation	115
22. Pirimov A. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglama va ularni echishga oid misollar	118
23. Qurbanbaev O.O. Djakaeva K. D. Urazalieva U.T. Ushinshi tartibli sızıqlı differensiallıq teńlemelerdiń ayırım dara sheshimleri	121
24. Shakarova M. Inverse problem for subdiffusion equation	122
25. Sobitov S. O. Yarim chegaralangan tor tebranish tenglamasi uchun koshi masalasini yechish	124
26. Tanirbergenov M.B., Yusupdjanova R.P., Dóngelek membrananiń terbelisi máselelerin sheshiw usillari	126
27. Urazboev G. U., Baltaeva I. I, Shamuratov E.A. On the negative order nls equation with a simple self-consistent source	130
28. Абыллаев Б. М. Область множественности одной асимптотической модели каталитического реверс-процесса	131
29. Бекиев А.Б., Жамалов Қ.Н., Аскарлова Д.Б. Начально-граничная задача для уравнения в частных производных четвертого порядка переменными коэффициентами	132
30. Бекиев А.Б. Реймова Л.Ж Бекиева А.А. Разрешимость обратной задачи для уравнения четвертого порядка в прямоугольной области	133
31. Жураев Ф.М. Задача геллерстедта на параллельных характеристиках для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа	134

**ЗАДАЧА ГЕЛЛЕРСТЕДА НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ
ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ
ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА**

Жураев Ф. М.

БухГУ старший преподаватель кафедры Дифференциальные уравнения

Ключевые слова. Краевые задачи, нагруженное уравнение с вырождением, представление общего решения, метод интегралов энергии, принцип экстремума, интегральное уравнение со сдвигом.

Краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка исследовались сравнительно мало. Отметим работы А.М. Нахушева [1], В.М.Казиева [2], Б.И.Исломова и Ф.М.Жураева [3].

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - |x|^p u_y - \rho_j u(x,0), & (x,y) \in \Omega_j^+, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy} + \mu_j u(x,0), & (x,y) \in \Omega_j^-, \end{cases} \quad (1)$$

где $m, p, \rho_j, \mu_j (j=1,2)$ – любые действительные числа, причем

$$m < 0, p > 0, \rho_j > 0, \mu_j > 0, (j=1,2). \quad (2)$$

Пусть Ω – конечная односвязная область в плоскости переменных x, y , ограниченная кривыми:

$$S_j : |x|=1, 0 < y < 1, S_3 : 0 < x < 1, y=1, S_4 : -1 < x < 0, y=1,$$

$$\Gamma_j : |x| - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, \Gamma_{j+2} : |x| + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1, y \leq 0,$$

здесь и далее $x \geq 0$, при $j=1$, $x \leq 0$, при $j=2$ причем $m < 0$.

Введем обозначения

$$\Omega_1^+ = \Omega \cap \{(x,y) : x > 0, y > 0\}, \Omega_2^+ = \Omega \cap \{(x,y) : x < 0, y > 0\},$$

$$\Omega_1^- = \Omega \cap \{(x,y) : x > 0, y < 0\}, \Omega_2^- = \Omega \cap \{(x,y) : x < 0, y < 0\},$$

$$I_1 = \{(x,y) : 0 < x < 1, y=0\}, I_2 = \{(x,y) : -1 < x < 0, y=0\},$$

$$I_3 = \{(x,y) : x=0, 0 < y < 1\}, \Omega_j = \Omega_j^+ \cup \Omega_j^- \cup I_j, \Omega_3 = \Omega_1^+ \cup \Omega_2^- \cup I_3,$$

$$A_j \left((-1)^{j+1}, 0 \right) = \bar{I}_j \cap \bar{S}_j,$$

$$C_j \left[(-1)^{j+1} \frac{1}{2}; - \left((-1)^{j+1} \frac{2-m}{4} \right)^{2/(2-m)} \right] = \bar{\Gamma}_j \cap \bar{\Gamma}_{j+2}, (j=1,2), O(0,0) = \bar{I}_1 \cap \bar{I}_2,$$

$$B_1(1,1) = \bar{S}_1 \cap \bar{S}_3, B_2(-1,1) = \bar{S}_2 \cap \bar{S}_4, B_0(0,1) = \bar{S}_3 \cap \bar{S}_4. 2\beta = \frac{m}{m-2}, \text{ причем}$$

$$0 < \beta < \frac{1}{2}, 0 < p - 2\beta < 1 \quad (3)$$

В области Ω для уравнения (1) исследуются следующие задачи.

Задача \tilde{T} . Найти функцию $u(x, y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C_{x,y}^{2,1}(\Omega_1^+ \cup \Omega_2^+) \cap C^2(\Omega_1^- \cup \Omega_2^-)$;

2) $u(x, y)$ является регулярным решением уравнения (1) в областях Ω_j^+ и Ω_j^- ($j=1,2$);

3) $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{S_j} = \varphi_j(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (4) \quad u|_{\Gamma_3} = q_1(x), \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1, \quad u|_{\Gamma_2} = q_2(x), \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq 0, \quad (5)$$

4) на линии вырождения I_i ($i=\overline{1,3}$) выполняется условия склеивания

$$\lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in I_j, \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} u_x(x, y) = \lim_{x \rightarrow -0} u_x(x, y), \quad (x, 0) \in I_3; \quad (7)$$

где $\varphi_1(y), \varphi_2(y), q_1(x), q_2(x)$ – заданные функции, причем $\varphi_1(0) = \varphi_1(1) = 0$,

$$\varphi_j(y) \in C[0,1] \cap C^1(0,1), \quad (8)$$

$$q_1(x) \in C^1\left[\frac{1}{2}, 1\right] \cap C^3\left(\frac{1}{2}, 1\right), \quad q_2(x) \in C^1\left[-\frac{1}{2}, 0\right] \cap C^3\left(-\frac{1}{2}, 0\right). \quad (9)$$

Если выполнены условия 1) и 2) задачи \tilde{T} , то любое регулярное решение уравнения (1) можно представить в виде [4]:

$$u(x, y) = v(x, y) + \omega(x) \quad (10)$$

где

$$v(x, y) = \begin{cases} v_j(x, y), & (x, y) \in \Omega_j^+, \\ w_j(x, y), & (x, y) \in \Omega_j^-, \end{cases} \quad (11) \quad \omega(x) = \begin{cases} \omega_j^+(x), & (x, 0) \in \bar{I}_j, \\ \omega_j^-(x), & (x, 0) \in \bar{I}_j, \end{cases} \quad (12)$$

Теорема 1. Если $\tau_j(x) = v_j(0, x) = w_j(0, x)$, $(0, x) \in \bar{I}_j$ ($j=1,2$), то в области Ω решение задачи \tilde{T} для уравнения (1) единственно.

Теорема 2. Если выполнены условия (2), (3), (8) и (9), то в области Ω решение задачи \tilde{T} существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегродифференциального уравнения второго порядка. // «Дифференциальные уравнения». 12(1). 1976. С. 103-108.
2. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегродифференциального уравнения второго порядка. // «Дифференциальные уравнения». 14(1). 1978. С.181-184.

3. Исломов Б., Жураев Ф. Локальные краевые задачи для нагруженного уравнения парабола-гиперболического типа, вырождающегося внутри области // "Уфимский математический журнал". Том 14. № 1(2022). С. 41-56
4. Салахитдинов М.С. Уравнения смешанного - составного типа. Т. Фан. 1974. 156 с.

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Исламов Х.

Термизский государственный педагогический институт
xislomov@inbox.ru

Аннотация: В данной статье доказана теорема единственности решения задачи по методу интеграла энергии.

Ключевые слова: область, вырождения, краевая задача, оператор, интеграл энергии, краевые условия, регулярного решения.

Рассмотрим уравнение

$$y^m u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad m = \text{const} > 0. \quad (1)$$

Пусть D -конечная односвязная область плоскости независимых переменных x, y ограниченная отрезком $\bar{J} = [0, 1]$ оси $y = 0$ и гладкой кривой σ с концами в точках $A(0, 0)$ и $B(1, 0)$ лежащей в верхней полуплоскости $y > 0$.

Задача 1. Найти в области D регулярное решение $u(x, y)$ уравнения (1) удовлетворяющие следующим условиям:

- 1) $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D \cup \sigma \cup J) \cap C^2(D)$,
- 2) u_x, u_y могут обращаться в бесконечность не выше 1-2 β в точках A и B .
- 3) $u(x, y)$ удовлетворяет следующим краевым условиям :

$$(\delta(s)A_s[u] + \rho(s)u)|_{\sigma} = \varphi(s), \quad 0 < s < 1, \quad (2)$$

$$a_0(x)u_y(x, 0) + \sum_{j=1}^n a_j(x)D_{0x}^{\alpha_j} u(x, 0) + a_{n+1}(x)u(x, 0) = \psi(x), \quad 0 < x < 1, \quad (3)$$

где $\delta(s), \rho(s), \varphi(s), a_0(x), a_j(x) (j = \overline{1, n}), a_{n+1}(x), \psi(x)$ заданные функции, непрерывно дифференцируемы в замыкании множество их определения, причем $\delta^2(s) + \rho^2(s) \neq 0, \sum_{i=0}^{n+1} a_i^2(x) \neq 0 \quad 0 \leq x \leq 1$

здесь $D_{0x}^{\alpha_j}$ -оператор (в смысле Римана-Лиувилля) дробного дифференцирования порядка $\alpha_j (0 < \alpha_j < 1)$, задаваемого формулой [1]

Единственность решения задачи 1.

Теорема: В области D может существовать не более одного регулярного решения уравнения (1), если выполняются следующие условия :

$$\delta(s) \neq 0, \quad \rho(s) \neq 0, \quad a_0(x) > 0, \quad a_{n+1}(x) \leq 0, \quad \delta(s)\rho(s) \leq 0, \quad (4)$$

$$\left[\frac{a_j(x)}{a_0(x)} \right]' \geq 0, \quad \frac{a_j(1)}{a_0(1)} \leq 0, \quad j = \overline{1, n+1}, \quad \sum_{j=1}^n a_j(x)D_{0x}^{\alpha_j} + a_{n+1}(x) \neq 0 \quad (5)$$

Доказательство: теорема единственности решения задачи 1 легко доказать, предварительно доказав, что если $U(x, y)$ является решением уравнения (1), удовлетворяющим однородные краевые условия