ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASÍ JOQARÍ BILIMLENDIRIW, ILIM HÁM INNOVACIYALAR MINISTIRLIGI

BERDAQ ATÍNDAǴÍ QARAQALPAQ MÁMLEKETLIK UNIVERSITETI

«ÁMELIY MATEMATIKA, MATEMATIKALÍQ MODELLESTIRIW HÁM INFORMATIKANÍŃ AKTUAL MASHQALALARÍ»

RESPUBLIKALÍQ ILIMIY KONFERENCIYA

MATERIALLAR TOPLAMÍ

NÓKIS 24-25-MAY, 2024

«AMALIY MATEMATIKA, MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA INFORMATIKANING DOLZARB MUAMMOLARI»

RESPUBLIKA ILMIY KONFERENSIYA

MA'RUZALAR TO'PLAMI

NUKUS 24-25 MAY, 2024

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ»

НУКУС 24-25 МАЙ, 2024

ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASÍ JOQARÍ BILIMLENDIRIW, ILIM HÁM INNOVACIYALAR MINISTIRLIGI

BERDAQ ATÍNDAĞÍ QARAQALPAQ MÁMLEKETLIK UNIVERSITETI

MATEMATIKA FAKULTETI

«ÁMELIY MATEMATIKA, MATEMATIKALÍQ MODELLESTIRIW HÁM INFORMATIKANÍŃ AKTUAL MASHQALALARÍ»

RESPUBLIKALÍQ ILIMIY KONFERENCIYA

MATERIALLAR TOPLAMÍ

(24-25 MAY)

«AMALIY MATEMATIKA, MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA INFORMATIKANING DOLZARB MUAMMOLARI»

RESPUBLIKA ILMIY KONFERENSIYA

MA’RUZALAR TO‘PLAMI

(24-25 MAY)

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ»

(24-25 МАЙ)

NÓKIS 2024

ЗАДАЧА ГЕЛЛЕРСТЕДТА НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Жураев Ф. М.
БухГУ старший преподователь кафедры Дифференциальные уравнения

Ключевые слова. *Краевые задачи, нагруженное уравнение с вырождением, представление общего решения, метод интегралов энергии, принцип экстремума, интегральное уравнение со сдвигом.*

Краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка исследовались сравнительно мало. Отметим работы А.М. Нахушева [1], В.М.Казиева [2], Б.И.Исломова и Ф.М.Жураева [3].

Рассмотрим уравнение

$$0=\begin{cases} u_{xx}-|x|^{p}u_{y}-\rho_{j}u(x,0), & (x,y)\in\Omega_{j}^{+}, \\ u_{xx}-(-y)^{m}u_{yy}+\mu_{j}u(x,0), & (x,y)\in\Omega_{j}^{-}, \end{cases} \tag{1}$$

где $m,\ \ p,\ \ \rho_j,\ \ \mu_j\,(j=1,2)-$ любые действительные числа, причем

$$m<0,\ p>0,\ \rho_j>0,\ \mu_j>0,(j=1,2). \tag{2}$$

Пусть $\Omega-$ конечная односвязная область в плоскости переменных x,y, ограниченная кривыми:

$$S_j:\ |x|=1,\ 0<y<1,\ S_3:\ 0<x<1,\ y=1,\ S_4:\ -1<x<0,\ y=1,$$

$$\Gamma_j:|x|-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=0,\ \Gamma_{j+2}:|x|+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=1,\ \ y\le 0,$$

здесь и далее $x\ge 0$, при $j=1$, $x\le 0$, при $j=2$ причем $m<0$.

Введем обозначения

$$\Omega_1^{+}=\Omega\bigcap\{(x,y):x>0,\ y>0\},\ \ \Omega_2^{+}=\Omega\bigcap\{(x,y):x<0,\ y>0\},$$

$$\Omega_1^{-}=\Omega\bigcap\{(x,y):x>0,\ y<0\},\ \ \Omega_2^{-}=\Omega\bigcap\{(x,y):x<0,\ y<0\},$$

$$I_1=\{(x,y):0<x<1,\ y=0\},\ \ I_2=\{(x,y):-1<x<0,\ y=0\},$$

$$I_3=\{(x,y):x=0,\ 0<y<1\},\ \Omega_j=\Omega_j^{+}\bigcup\Omega_j^{-}\bigcup I_j,\ \ \Omega_3=\Omega_1^{+}\bigcup\Omega_2^{+}\bigcup I_3,$$

$$A_j\left((-1)^{j+1},0\right)=\bar I_j\bigcap\bar S_j,$$

$$C_j\left[(-1)^{j+1}\frac{1}{2};\ -\left((-1)^{j+1}\frac{2-m}{4}\right)^{2/(2-m)}\right]=\bar\Gamma_j\bigcap\bar\Gamma_{j+2},\,(j=1,2),\ O(0,0)=\bar I_1\bigcap\bar I_2,$$

$B_1(1,1)=\bar S_1\bigcap\bar S_3,\ \ B_2(-1,1)=\bar S_2\bigcap\bar S_4,\ \ B_0(0,1)=\bar S_3\bigcap\bar S_4.$ $2\beta=\dfrac{m}{m-2}$, причем

$$0<\beta<\frac{1}{2},\ \ 0<p-2\beta<1 \tag{3}$$

В области Ω для уравнения (1) исследуются следующие задачи.

Задача $\tilde{T}$**.** Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x,y)\in C(\bar{\Omega})\cap C^1(\Omega)\cap C_{x,y}^{2,1}(\Omega_1^+\cup\Omega_2^+)\cap C^2(\Omega_1^-\cup\Omega_2^-)$;

2) $u(x,y)$ является регулярным решением уравнения (1) в областях Ω_j^+ и Ω_j^- $(j=1,2)$;

3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u\big|_{S_j}=\varphi_j(y),\ 0\le y\le 1,\ (4)\ u\big|_{\Gamma_3}=q_1(x),\ \frac{1}{2}\le x\le 1,\ u\big|_{\Gamma_2}=q_2(x),\ -\frac{1}{2}\le x\le 0,\ (5)$$

4) на линии вырождения $I_i\left(i=\overline{1,3}\right)$ выполняется условия склеивания

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=\lim_{y\to-0}u_y(x,y),\ \ (x,0)\in I_j, \tag{6}$$

$$\lim_{x\to+0}u_x(x,y)=\lim_{x\to-0}u_x(x,y),\ \ (x,0)\in I_3; \tag{7}$$

где $\varphi_1(y),\ \varphi_2(y),\ q_1(x),\ q_2(x)-$ заданные функции, причем $\varphi_1(0)=q_1(1)=0,$

$$\varphi_j(y)\in C[0,1]\cap C^1(0,1), \tag{8}$$

$$q_1(x)\in C^1\left[\frac{1}{2},1\right]\cap C^3\left(\frac{1}{2},1\right),\ \ q_2(x)\in C^1\left[-\frac{1}{2},0\right]\cap C^3\left(-\frac{1}{2},0\right). \tag{9}$$

Если выполнены условия 1) и 2) задачи $\tilde{T}$, то любое регулярное решение уравнения (1) можно представить в виде [4]:

$$u(x,y)=\upsilon(x,y)+\omega(x) \tag{10}$$

где

$$\upsilon(x,y)=\begin{cases}\upsilon_j(x,y), & (x,y)\in\Omega_j^+,\\ w_j(x,y), & (x,y)\in\Omega_j^-,\end{cases}\quad(11)\quad \omega(x)=\begin{cases}\omega_j^+(x), & (x,0)\in\bar{I}_j,\\ \omega_j^-(x), & (x,0)\in\bar{I}_j,\end{cases}\quad(12)$$

Теорема 1. Если $\tau_j(x)=\upsilon_j(0,x)=w_j(0,x),\ \ (0,x)\in\bar{I}_j\ (j=1,2)$, то в области Ω решение задачи $\tilde{T}$ для уравнения (1) единственно.

Теорема 2. Если выполнены условия (2), (3), (8) и (9), то в области Ω решение задачи $\tilde{T}$ существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка. // “Дифференциальные уравнения”. **12**(1). 1976. С. 103-108.
2. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка. //«Дифференциальные уравнения». **14**(1). 1978. С.181-184.

3. Исломов Б., Жураев Ф. Локальные краевые задачи для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области // "Уфимский математический журнал". Том 14. № 1(2022). С. 41-56
4. Салахитдинов М.С. Уравнения смешанного - составного типа. Т. Фан. 1974. 156 с.

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ВЫРОЖДАЮШЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Исламов Х.
Термизский государственний педагогический институт
xislomov@inbox.ru

Аннотаться: *В данной статье доказана теорема единственности решения задачи по методу интеграла энергии.*

Ключевые слова: область, вырождения, кревая задача, оператор, интеграл энергии, *кревые условия, регулярного решения.*

Рассмотрим уравнение

$$y^m u_{xx} + u_{yy} = 0, \qquad m = const > 0. \tag{1}$$

Пуст Д-конечная односвязная область плоскости независимих переменних x, y ограниченная отрезком $\bar{J} = [0,1]$ оси $y = 0$ и гладкой кривой σ с контсами в точках $A(0,0)$ и $B(1,0)$ лежасщей в верхней полуплоскости $y > 0$.

Задача1. Найти в области Д регулярное решение $u(x,y)$ уравнения (1) удовлетворяюшие следуюшим условиям:

1) $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D \cup \sigma \cup J) \cap C^2(D)$,

2) u_x, u_y могут обращатся в бесконечность не выше 1-2 β в точках A и B.

3) $u(x,y)$ удовлетворяет следующим краевым условиям :

$$\left(\delta(s) A_s[u] + \rho(s) u\right)\Big|_\sigma = \varphi(s), \; 0 < s < l, \tag{2}$$

$$a_0(x) u_y(x,0) + \sum_{j=1}^{n} a_j(x) D_{0x}^{\alpha_j} u(x,0) + a_{n+1}(x) u(x,0) = \psi(x), \quad 0 < x < 1, \tag{3}$$

где $\delta(s)$, $\rho(s)$, $\varphi(s)$, $a_0(x)$, $a_j(x)$ $(j = \overline{1,n})$ $a_{n+1}(x), \psi(x)$ заданные функции, непреривно дифференцируеми в замикании множество их определения, причем $\delta^2(s) + \rho^2(s) \neq 0$, $\sum_{i=0}^{n+1} a_i^2(x) \neq 0$ $0 \le x \le 1$

здесь $D_{0x}^{\alpha_j}$ -оператор (в смисле Римана-Лиувиля) дробного дифференцирования порядка $\alpha_j (0 < \alpha_j < 1)$, задаваемого формулой [1]

Единственность решения задачи 1.

Теорема: В области Д может существовать не более одного регулярного решения уровнения (1), если выполняются следующие условия :

$$\delta(s) \neq 0, \quad \rho(s) \neq 0, \; a_0(x) > 0, \quad a_{n+1}(x) \le 0, \quad \delta(s)\rho(s) \le 0, \tag{4}$$

$$\left[\frac{a_j(x)}{a_0(x)}\right]' \ge 0, \; \frac{a_j(1)}{a_0(1)} \le 0, \; j = \overline{1, n+1}, \qquad \sum_{j=1}^{n} a_j(x) D_{0x}^{\alpha_j} + a_{n+1}(x) \neq 0 \tag{5}$$

Доказательство: теорема единственности решения задачи 1 легко доказать, предварительно доказав, что если $U(x,y)$ является решением уравнения (1), удовлетворяющим однородние краевые условия