

ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**
хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил
===== ◆ =====

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год
===== ◆ =====

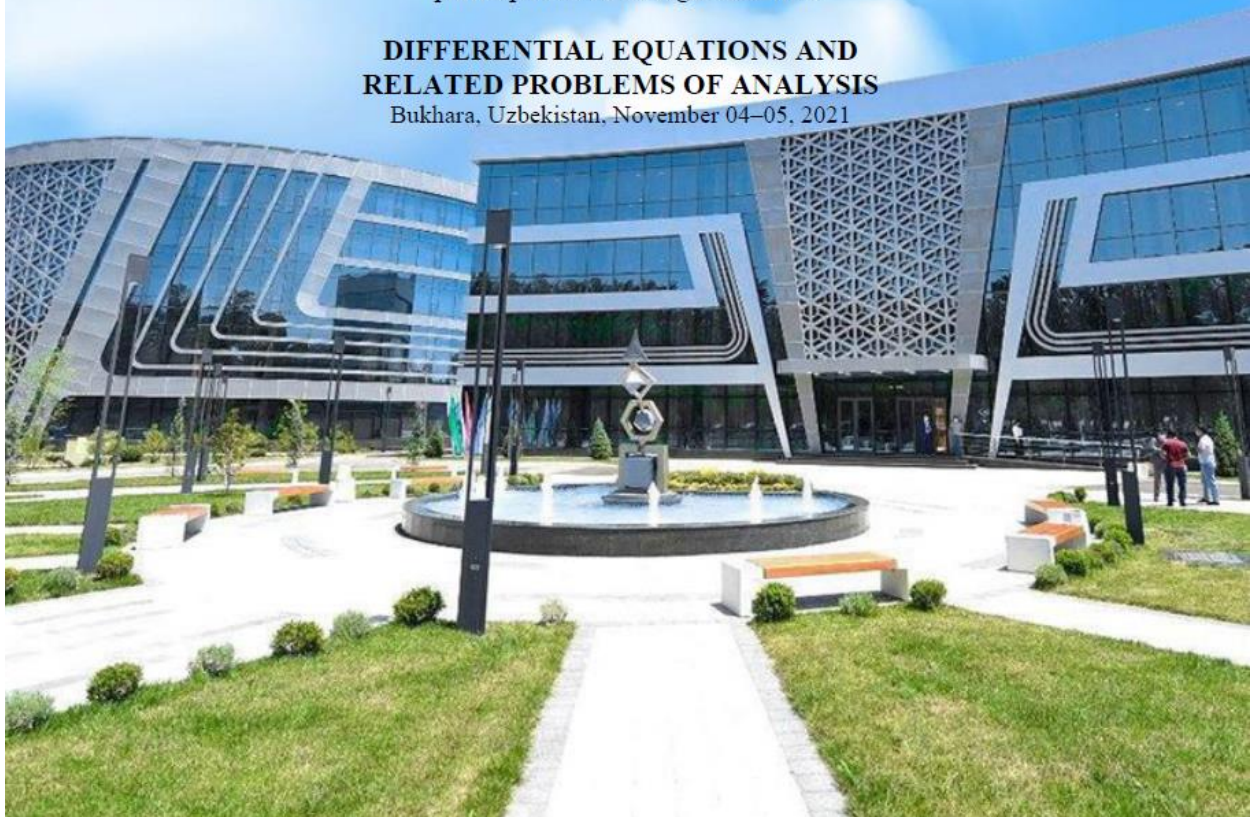
Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the
AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021



ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

===== ◆ =====

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции
с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

===== ◆ =====

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the
AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

Абулов М. О. Краевая задача для одного класса уравнений третьего порядка	191
Аликулов Т. Н., Хусанов Э. А. Общее решение дифференциального уравнения с частными производными высокого порядка в Банаховом пространстве с потенциалом, сингулярным на многообразиях	195
Алланазарова Т. Ж., Искандаров А. У. Задача Коши для модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза с нагруженными членами и интегральным источником в классе периодических функций	193
Апаков Ю. П., Умаров Р. А. Решение краевой задачи для уравнения третьего порядка с младшими членами методом построения функции Грина	197
Аслонов У. Ш. Айрим аралаш типдаги тенгламалар учун чегаравий масала тақида	198
Ахматов Э. А., Тотиева Ж. Д. Коэффициентная обратная задача для волнового уравнения с памятью для слабо горизонтально-неоднородной среды	200
Ахмедов К. Н. Видоизмененная задача Коши-Гурса для уравнения гиперболического типа второго с сингулярным коэффициентом	202
Демиденко Г. В. О классах систем дифференциальных и разностных уравнений с периодическими коэффициентами в линейных членах	204
Джамалов С. З., Ашуров Р. Р., Туракулов Х. Ш. Об одной нелокальной краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми в призматической неограниченной области	205
Дурдиев Д. К. Эквивалентность одного интегро-дифференциального уравнения теплопроводности и дробного уравнения диффузии	207
Дурдиев Д. К., Болтаев А. А. Изучение эрeditарных свойств плоского упругого тела	209
Дурдиев У. Д. Задача определения трехмерного коэффициента реакции в дробном уравнении диффузии	211
Жураев Ф. М. Об одной краевой задаче с условием Трикоми на параллельных характеристиках для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области	212
Жураева У. Ю. Теоремы типа Фрагмена-Линделефа	214
Зуннунов Р. Т. Об одной краевой задаче со смещением для обобщенного уравнения Трикоми со спектральным параметром в неограниченной области	216
Имомназаров Х. Х., Янгибоев З. Ш., Хужаев Л. Х. Задача типа Гурса для системы уравнений поропругости	218
Исломов Б. И., Жураева Ф. Б. Нелокальная задача с условием Бицадзе-Самарского для параболо-гиперболического уравнения второго порядка со спектральными параметрами	219
Исмоилов А. И. О задаче Дарбу для неоднородного уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу	221
Кадиркулов Б. Ж., Жалилов М. А. Об одной задаче для нелокального уравнения смешанного типа с дробной производной Хилфера	223
Калмуратова Г. Т. О разрешимости задачи теории теплопроводности с двумя нелокальными краевыми условиями в двумерном случае	224
Касимов Ш. Г., Айтбаева А. Т. Нелокальная начально-граничная задача, связанная с бигармоническими операторами	226

При фиксированном t норма функции $\phi(x, t)$ в $H^l(\mathbb{R}^n)$ обозначим через $|\phi|^l(t)$. Такое обозначение используем для функций зависящих только от переменной x . Норма функции $\phi(x, t)$ в $C(H^l(\mathbb{R}^n), [0, T])$ определяется равенством

$$\|\phi\|^l := \max_{t \in [0, T]} |\phi|^l(t).$$

Пусть T - произвольное положительное фиксированное число. Рассмотрим множество $\Omega(\gamma_0)$, ($\gamma_0 > 0$ некоторое фиксированное число) заданных функций (f, φ, g) , для которых выполнены все условия теоремы 1 и $\max\{\|f\|^{\alpha+2}, |\varphi|^{\alpha+2}, \|g\|^\alpha\} \leq \gamma_0$. Через $Q(\gamma_1)$ обозначим класс функций $q(x', t) \in C(H^\alpha(\mathbb{R}^2), [0, T])$, удовлетворяющих неравенству $\|q\|^\alpha \leq \gamma_1$ с некоторым фиксированным положительным числом γ_0 .

Теорема 2. Пусть $(f, \varphi, g) \in \Omega(\gamma_0)$, $(\tilde{f}, \tilde{\varphi}, \tilde{g}) \in \Omega(\gamma_0)$ и $(q, \tilde{q}) \in Q(\gamma_1)$. Тогда для решения обратной задачи справедлива следующая оценка устойчивости:

$$\|q - \tilde{q}\|^\alpha \leq c(\|f - \tilde{f}\|^{\alpha+2} + \|\varphi - \tilde{\varphi}\| + \|g - \tilde{g}\|^\alpha), \quad (4)$$

где постоянная c зависит только от T , α , γ_0 , γ_1 .

Из теоремы 2 легко следует следующая теорема единственности для любого $T > 0$:

Теорема 3. Пусть функции $q(x', t)$, $f(x, t)$, $\varphi(x)$, $g(x', t)$ и $\tilde{q}(x', t)$, $\tilde{f}(x, t)$, $\tilde{\varphi}(x)$, $\tilde{g}(x', t)$ имеют тот же смысл, что и в теореме 2. Причем если $f = \tilde{f}$, $\varphi = \tilde{\varphi}$, $g = \tilde{g}$ для $(x, t) \in \Phi_T$, то $q(x', t) = \tilde{q}(x', t)$, $x' \in \mathbb{R}^2$, $t > 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уралъцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа // М.: Наука, 1967. С. 736.
2. Kochubei A.N. A Cauchy problem for evolution equations of fractional order // Differential Equations. 1989. V. 25. P. 967–974.
3. Eidelman S.D., Kochubei A.N. Cauchy Problem for Fractional Diffusion Equations // Journal of Differential Equations. 2004. V. 199. P. 211–255.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ С УСЛОВИЕМ ТРИКОМИ НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ

Жураев Ф.М.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан
fjm1980@mail.ru

Краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка исследовались сравнительно мало. Отметим работы А.М.Нахушева [1], В.М.Казиева [2], Б.Исломова и Ф.Джураева [3]. Это связано, прежде всего, с отсутствием представления общего решения для таких уравнений; с другой стороны, такие задачи сводятся к малоизученным интегральным уравнениям.

Пусть Ω — конечная односвязная область в плоскости переменных x, y , ограниченная кривыми:

$$S_j: |x| = 1, \quad 0 < y < 1, \quad S_3: 0 < x < 1, \quad y = 1, \quad S_4: -1 < x < 0, \quad y = 1,$$

$$\Gamma_j : |x| - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, \quad \Gamma_{j+2} : |x| + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1, \quad y \leq 0,$$

здесь и далее $x \geq 0$, при $j = 1$, $x \leq 0$, при $j = 2$, причем $m < 0$.

Введем обозначения $\Omega_1^+ = \Omega \cap \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$,

$$\Omega_2^+ = \Omega \cap \{(x, y) : x < 0, y > 0\}, \quad \Omega_1^- = \Omega \cap \{(x, y) : x > 0, y < 0\},$$

$$\Omega_2^- = \Omega \cap \{(x, y) : x < 0, y < 0\}, \quad I_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\},$$

$$I_2 = \{(x, y) : -1 < x < 0, y = 0\}, \quad I_3 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\},$$

$$\Omega_j = \Omega_j^+ \cup \Omega_j^- \cup J_j, \quad \Omega_3 = \Omega_1^+ \cup \Omega_2^- \cup J_3, \quad A_j((-1)^{j+1}, 0) = \bar{I}_j \cap \bar{S}_j,$$

$$C_j \left[(-1)^{j+1} \frac{1}{2}; -\left((-1)^{j+1} \frac{2-m}{4} \right)^{2/(2-m)} \right] = \bar{\Gamma}_j \cap \bar{\Gamma}_{j+2}, \quad (j = 1, 2),$$

$$O(0, 0) = \bar{I}_1 \cap \bar{I}_2, \quad B_1(1, 1) = \bar{S}_1 \cap \bar{S}_3, \quad B_2(-1, 1) = \bar{S}_2 \cap \bar{S}_4, \quad B_0(0, 1) = \bar{S}_3 \cap \bar{S}_4.$$

В области Ω рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - |x|^p u_y - \rho_j u(x, 0), & (x, y) \in \Omega_j^+, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy} + \mu_j u(x, 0), & (x, y) \in \Omega_j^-, \end{cases} \quad (1)$$

где m, p, ρ_j, μ_j ($j = 1, 2$)—любые действительные числа, причем

$$m < 0, \quad p > 0, \quad \rho_j > 0, \quad \mu_j > 0, \quad (j = 1, 2).$$

В области Ω для уравнения (1) исследуется следующая задача.

Задача ТГ. Найти функцию $u(x, y)$, обладающую следующими свойствами:

- 1) $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C_{x,y}^{2,1}(\Omega_1^+ \cup \Omega_2^+) \cap C^2(\Omega_1^- \cup \Omega_2^-)$;
- 2) $u(x, y)$ является регулярным решением уравнения (1) в областях Ω_j^+ и Ω_j^- ($j = 1, 2$);
- 3) $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{S_j} = \varphi_j(y), \quad 0 \leq y \leq 1,$$

$$u|_{\Gamma_1} = g_1(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad u|_{\Gamma_4} = g_2(x), \quad -1 \leq x \leq -\frac{1}{2},$$

- 4) на линии вырождения I_i ($i = \bar{1}, \bar{3}$) выполняется условия склеивания

$$\lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in I_j, \quad (j = 1, 2),$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} u_x(x, y) = \lim_{x \rightarrow -0} u_x(x, y), \quad (0, y) \in I_3;$$

где $\varphi_1(y), \varphi_2(y), g_1(x), g_2(x)$, — заданные функции, причем $g_2(-1) = \varphi_2(0)$,

$$\varphi_j(y) \in C[0, 1] \cap C^1(0, 1), \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

$$g_1(x) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(0, \frac{1}{2}\right), \quad g_2(x) \in C^1\left[-1, -\frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(-1, -\frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

Если выполнены условия 1) и 2) задачи TG, то любое регулярное решение уравнения (1) можно представить в виде [3]:

$$u(x, y) = v(x, y) + \omega(x).$$

где

$$v(x, y) = \begin{cases} v_j(x, y), & (x, y) \in \Omega_j^+, \\ w_j(x, y) & (x, y) \in \Omega_j^-, \end{cases} \quad (4)$$

$$\omega(x) = \begin{cases} \omega_j^+(x), & (x, 0) \in \bar{I}_j, \\ \omega_j^-(x), & (x, 0) \in \bar{I}_j, \end{cases}$$

здесь $v_j(x, y)$ и $w_j(x, y)$, $(j = 1, 2)$ регулярные решения уравнения

$$Lv_j \equiv v_{jxx} - |x|^p v_{jy} = 0, \quad (x, y) \in \Omega_j^+,$$

$$Lw_j \equiv w_{jxx} - (-y)^m w_{jyy} = 0, \quad (x, y) \in \Omega_j^- \quad (j = 1, 2),$$

а $\omega_j^+(x)$ и $\omega_j^-(x)$ ($j = 1, 2$) произвольные дважды непрерывно дифференцируемые решения уравнения

$$\omega_j^{+''}(x) - \rho_j \omega_j^+(x) = \rho_j v_j(x, 0), \quad (x, 0) \in I_j,$$

и

$$\omega_j^{-''}(x) + \mu_j \omega_j^-(x) = -\mu_j w_j(x, 0), \quad (x, 0) \in I_j,$$

соответственно.

Лемма. Если $\varphi_1(y) \equiv \varphi_2(y) \equiv 0$, $\forall y \in [0, 1]$, $g_1(x) \equiv 0$, $\forall x \in [0, \frac{1}{2}]$, и $g_2(x) \equiv 0$, $\forall x \in [-1, -\frac{1}{2}]$, то

$$\tau_j(x) \equiv 0, \quad \forall x \in \bar{I}_j \quad (j = 1, 2),$$

здесь $\tau_j(x) \equiv v_j(x, 0) = w_j(x, 0)$.

Теорема. Если выполнены условия леммы и (2)-(4), то в области Ω решение задачи TG для уравнения (1) существует и единственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегродифференциального уравнения второго порядка. // Дифференциальные уравнения. **12**:1. С.103–108 (1976).

2. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегродифференциального уравнения второго порядка. // "Дифференциальные уравнения". **14**(1). С.181–184(1978).

3. Исломов Б., Джураев Ф.М. Аналог задачи Трикоми для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа. // Узбекский математический журнал. № 2. С.75–85 (2011).

4. Исломов Б., Курьязов Д.М. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения второго порядка. // ДАН РУз. № 1–2. С. 3–6 (1996).