V.I.ROMANOVSKIY INSTITUTE
OF MATHEMATICS

UNIVERSITY OF EXACT
AND SOCIAL SCIENCES

# ABSTRACTS
# OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE
# GIBBS MEASURES AND THE THEORY OF DYNAMICAL SYSTEMS

## MAY 20 – 21, 2024

TASHKENT, UZBEKISTAN

V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics

University of Exact and Social Sciences

# ABSTRACTS

OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE

# GIBBS MEASURES AND THE THEORY OF DYNAMICAL SYSTEMS

May 20 21, 2024, Tashkent, Uzbekistan

TASHKENT – 2024

# Содержание

# КРАЕВАЯ ЗАДАЧА НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

**Жураев Ф.М.**

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан
fjm1980@mail.ru

Краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка исследовались сравнительно мало. Отметим работы А.М.Нахушева [1], В.М.Казиева [2], Б.Исломова и Ф.Джураева [3]. Это связано, прежде всего, с отсутствием представления общего решения для таких уравнений; с другой стороны, такие задачи сводятся к малоизученным интегральным уравнениям.

Пусть $\Omega-$ конечная односвязная область в плоскости переменных $x, y$ , ограниченная кривыми:

$$S_j: \ |x|=1, \ 0<y<1, \ S_3: \ 0<x<1, \quad y=1, \ S_4: \ -1<x<0, \quad y=1,$$

$$\Gamma_j: \ |x|-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=0, \quad \Gamma_{j+2}: \ |x|+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=1, \ \ y\leq 0,$$

здесь и далее $x\geq 0$, при $j=1$, $x\leq 0$, при $j \ = \ 2$, причем $m<0$.

Введем обозначения $\quad \Omega_1^+=\Omega\cap\{(x,y): \ x>0, \ y>0\}$,

$$\Omega_2^+=\Omega\cap\{(x,y): \ x<0, \ y>0\}, \Omega_1^-=\Omega\cap\{(x,y): \ x>0, \ y<0\},$$

$$\Omega_2^-=\Omega\cap\{(x,y): \ x<0, \ y<0\}, \quad I_1=\{(x,y): \ 0<x<1, \ y=0\},$$

$$I_2=\{(x,y): \ -1<x<0, \ y=0\}, \ I_3=\{(x,y): \ x=0, \ 0<y<1\},$$

$$\Omega_j=\Omega_j^+\cup\Omega_j^-\cup J_j, \ \Omega_3=\Omega_1^+\cup\Omega_2^-\cup J_3, \ A_j((-1)^{j+1},0)=\bar{I}_j\cap\bar{S}_j,$$

$$C_j\left[(-1)^{j+1}\frac{1}{2}; \ -\left((-1)^{j+1}\frac{2-m}{4}\right)^{2/(2-m)}\right]=\bar{\Gamma}_j\cap\bar{\Gamma}_{j+2}, \ (j=1,2),$$

$$O(0,0)=\bar{I}_1\cap\bar{I}_2, \ B_1(1,1)=\bar{S}_1\cap\bar{S}_3, \ B_2(-1,1)=\bar{S}_2\cap\bar{S}_4, \ B_0(0,1)=\bar{S}_3\cap\bar{S}_4.$$

В области $\Omega$ рассмотрим уравнение

$$0=\left\{\begin{array}{c} u_{xx}-|x|^p u_y-\rho_j u\,(x,0)\,, \quad (x,y)\in\Omega_j^+, \\ u_{xx}-(-y)^m u_{yy}+\mu_j u\,(x,0)\,, \ (x,y)\in\Omega_j^-, \end{array}\right. \tag{1}$$

где $m, \quad p, \quad \rho_j, \quad \mu_j \ (j=1,2)-$любые действительные числа, причем

$$m<0, \quad p>0, \quad \rho_j>0, \quad \mu_j>0, \ (j=1,2). \tag{2}$$

В области $\Omega$ для уравнения (1) исследуется следующая задача.

**Задача 1.** Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x,y)\in C\left(\bar{\Omega}\right)\cap C^1\left(\Omega\right)\cap C^{2,1}_{x,y}\left(\Omega_1^+\cup\Omega_2^+\right)\cap C^2\left(\Omega_1^-\cup\Omega_2^-\right)$;

2) $u(x,y)$ является регулярным решением уравнения (1) в областях $\Omega_j^+$ и $\Omega_j^-$ $(j=1,2)$;

3) $u\,(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{S_j} = \varphi_j(y), \quad 0 \le y \le 1, \tag{3}$$

$$u|_{\Gamma_1} = g_1(x), \quad 0 \le x \le \frac{1}{2},\ u|_{\Gamma_4} = g_2(x), \quad -1 \le x \le -\frac{1}{2}, \tag{4}$$

4) на линии вырождения $I_i$ $(i = \overline{1,3})$ выполняется условия склеивания

$$\lim_{y\to+0} u_y(x,y) = \lim_{y\to-0} u_y(x,y),\ (x,0) \in I_j,\ (j=1,2), \tag{5}$$

$$\lim_{x\to+0} u_x(x,y) = \lim_{x\to-0} u_x(x,y),\ (0,y) \in I_3; \tag{6}$$

где $\varphi_1(y),\ \varphi_2(y),\ g_1\,(x)\,,\ g_2\,(x)\,,$ – заданные функции, причем $g_2(-1) = \varphi_2(0)$,

$$\varphi_j(y) \in C\,[0,1] \cap C^1\,(0,1)\,,\ (j=1,2), \tag{7}$$

$$g_1(x) \in C^1\left[0, \frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(0, \frac{1}{2}\right),\ g_2(x) \in C^1\left[-1, -\frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(-1, -\frac{1}{2}\right). \tag{8}$$

**Лемма.** Если $\varphi_1(y) \equiv \varphi_2(y) \equiv 0$, $\forall y \in [0,1]$, $g_1(x) \equiv 0$, $\forall x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, и $g_2(x) \equiv 0$, $\forall x \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$, то

$$\tau_j(x) \equiv 0, \quad \forall x \in \bar{I}_j \quad (j=1,2), \tag{9}$$

здесь $\tau_j(x) \equiv \upsilon_j(x,0) = w_j(x,0)$ .

**Теорема.** Если выполнены условия леммы и (7), (8),(9), то в области $\Omega$ решение задачи 1 для уравнения (1) существует и единственно.

*Литературы*

1. Нахушев А.М., О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального урав-нения второго порядка, Дифференциальные уравнения, 12:1. С.103–108 (1976).
2. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка, "Дифференциальные уравнения 14(1). С.181–184(1978).
3. Исломов Б., Джураев Ф.М. Аналог задачи Трикоми для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, Узбекский математичес-кий журнал, 2. С.75–85 (2011).
4. Исломов Б., Курьязов Д.М. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения второго порядка, ДАН РУз. №1–2. С. 3–6 (1996).