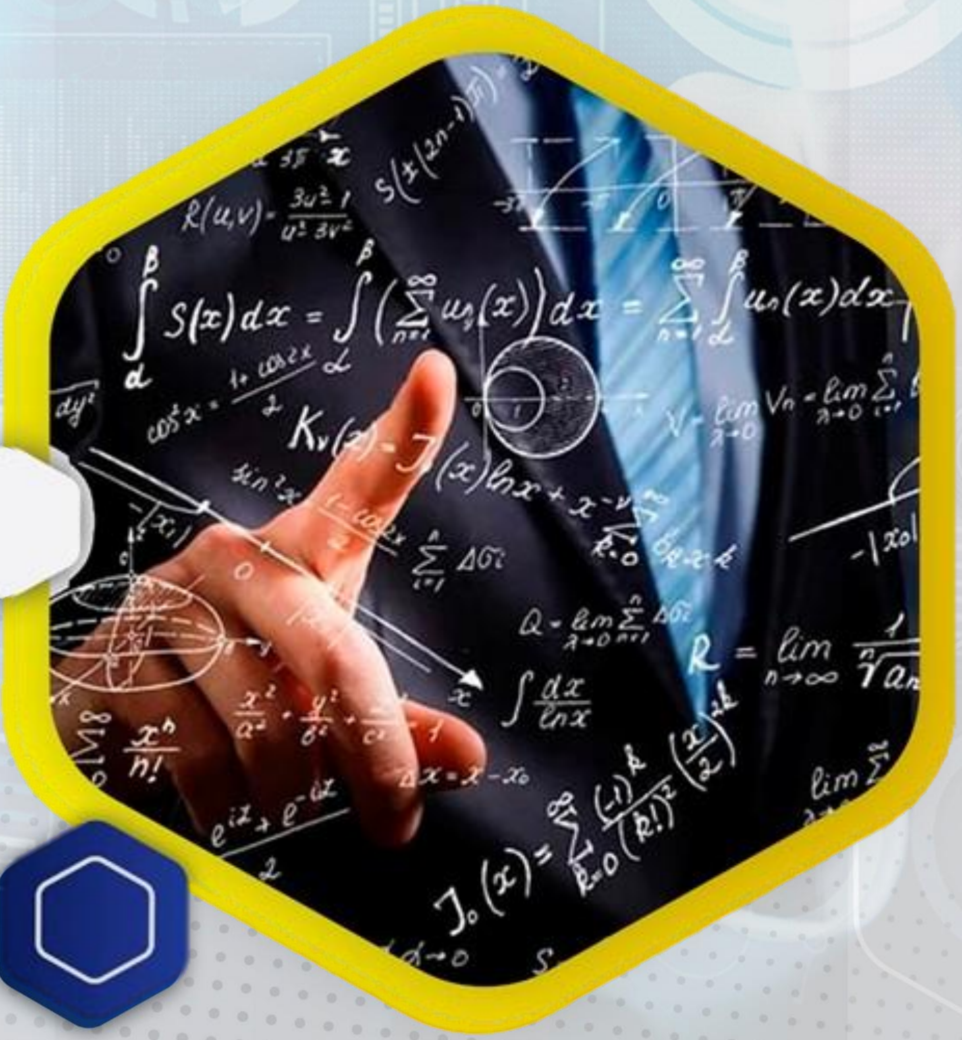
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI

BUXORO
DAVLAT
1930 UNIVERSITETI

"FIZIKA, MATEMATIKA VA SUN'IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINING DOLZARB MUAMMOLARI"

XALQARO ILMIY-NAZARIY ANJUMAN MATERILLARI



BUXORO-2025

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI

BUXORO
DAVLAT
1930 UNIVERSITETI

CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL CONFERENCE

(May 16-17, 2025)

Bukhra-2025

SECTION 3: MODERN PROBLEMS OF ALGEBRA AND GEOMETRY

и собственные функции

$$X_k(x) = \mathrm{C} \cdot \sin(\pi k x).$$

Собственные функции $X_k(x)$ при $k > 0$ полна и ортогональны к $L_2(0,1)$. Если $\mathrm{C} = \sqrt{2}$, $X_k(x)$ будет ортонормированный функции.

Функция $T(t)$ является решением уравнения

$$T_k'(t) + \alpha(t) \cdot \lambda_k \cdot T_k'(t) + \beta(t) \cdot \lambda_k \cdot T_k(t) = F_k(t, \tau, f, T), \qquad (6)$$

$$T_k(0) = \varphi_k. \qquad (7)$$

Задача (6) – (8) решение

$$T_k(t) = \varphi_k \cdot exp\left\{-\int_0^t \frac{\beta(s)\cdot\lambda_k ds}{1+\alpha(s)\cdot\lambda_k}\right\} + \int_0^t \frac{f_k(\tau)}{1+\lambda_k\cdot\alpha(\tau)} \cdot exp\left\{-\int_\tau^t \frac{\beta(s)\cdot\lambda_k ds}{1+\alpha(s)\cdot\lambda_k}\right\} d\tau$$

$$+ \int_0^t \int_0^\tau \frac{K(\tau-\eta)\cdot T_k(\eta)}{1+\alpha(\eta)\cdot\lambda_k} \cdot exp\left\{-\int_0^t \frac{\beta(s)\cdot\lambda_k ds}{1+\alpha(s)\cdot\lambda_k}\right\} d\eta d\tau. \qquad (8)$$

Мы ищем решение уравнения в виде следующего ряда

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \cdot T_k(t). \qquad (9)$$

Теорема. Если функция $\varphi(x) \in C^3[0,1]$, $f(x,t) \in \mathrm{C}[0,1]$, удовлетворяет следующим условиям

$$\varphi(0) = \varphi(1) = 0, \qquad \varphi''(0) = \varphi''(1) = 0,$$

$$f(0,t) = f(1,t) = 0,$$

то функция $u(x,t)$, определяемая формулой (9), является решением задач (1) – (3) в замкнутой области $\overline{D_T}$.

Литература

1. Ablabekov B. Inverse problems for third order differential equations. \emph{Saarbrucken}, 2013.

ОБОДНОЙ ЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО - ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ

Жураев Фуркат Мухитдинович

БухГУ старший преподователь кафедры

Дифференциальные уравнения

Annotatsiya. Ushbu maqola soha ichida buziladigan yuklangan parabolik - giperbolik tipdagi tenglama uchun lokal chegaraviy masalani qo‘yish va o‘rganishga bag‘ishlangan.

Аннотация. В данной работе посвящена постановке и иследованию локальных краевых задач для нагруженного уравнения параболо - гиперболического типа, вырождающегося внутри области.

Annotation. This paper is devoted to the formulation and study of local boundary value problems for a loaded parabolic-hyperbolic equation that degenerates inside a domain.

Kalit so‘zlar: buzilish bilan yuklangan tenglama, umumiy yechimning tasviri, energiya integrali usuli, ekstremum printsipi.

Ключевые слова:нагруженное уравнение с вырождением, представление общего решения, метод интегралов энергии, принцип экстремума.

Key words: loaded equation with degeneracy, representation of the general solution, method of energy integrals, extremum principle.

Краевые задачи для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка исследовались сравнительно мало. Отметим работы Р.Р.Ашурова и С.З.Жамалова [1], Б.И.Исломова и Ф.М.Жураева [2].

Рассмотрим уравнение

$$0=\begin{cases} u_{xx}-|x|^{p}u_{y}-\rho_{j}u(x,0), & (x,y)\in\Omega_{j}^{+}, \\ u_{xx}-(-y)^{m}u_{yy}+\mu_{j}u(x,0), & (x,y)\in\Omega_{j}^{-}, \end{cases} \tag{1}$$

где $m,\quad p,\quad \rho_j,\quad \mu_j\ (j=1,2)-$ любые действительные числа, причем

$$m<0,\ p>0,\ \rho_j>0,\ \mu_j>0,(j=1,2). \tag{2}$$

Пусть $\Omega-$ ограниченная $S_j:\ |x|=1,\ 0<y<1,\ S_3:\ 0<x<1,$
$S_4:\ -1<x<0,\ y=1,$

$$\Gamma_j:|x|-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=0,\ \Gamma_{j+2}:|x|+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=1,\ \ y\le 0,$$

здесь и далее $x\ge 0$, при $j=1$, $x\le 0$, при $j=2$ причем $m<0$. $2\beta=\dfrac{m}{m-2}$,

$$0<\beta<\frac{1}{2},\ \ 0<p-2\beta<1 \tag{3}$$

Задача L. Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами:1) $u(x,y)\in C(\bar{\Omega})\cap C^{1}(\Omega)\cap C_{x,y}^{2,1}(\Omega_1^{+}\cup\Omega_2^{+})\cap C^{2}(\Omega_1^{-}\cup\Omega_2^{-})$;

2) $u(x,y)$ является регулярным решением уравнения (1) в областях Ω_j^{+} и Ω_j^{-} $(j=1,2)$; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u\big|_{S_j}=\varphi_j(y),\ 0\le y\le 1, \ \text{(4)}\ \ u\big|_{\Gamma_1}=g_1(x),\ 0\le x\le\frac{1}{2},\ u\big|_{\Gamma_4}=g_2(x),\ -1\le x\le -\frac{1}{2}; \tag{5}$$

где $\varphi_1(y),\varphi_2(y),\ g_1(x),\ g_2(x)-$ заданные функции, причем $g_2(-1)=\varphi_2(0)$,

$$\varphi_j(y)\in C[0,1]\cap C^{1}(0,1), \tag{6}$$

$$g_1(x)\in C^{1}\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^{3}\left(0,\frac{1}{2}\right),\ \ g_2(x)\in C^{1}\left[-1,-\frac{1}{2}\right]\cap C^{3}\left(-1,-\frac{1}{2}\right). \tag{7}$$

Теорема. Если выполнены условия (2), (3), (6) и (7), то в области Ω решение задачи L существует и единственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dzhamalov S.Z., Ashurov R.R. On a nonlocal boundary-value problem for second kind second-order mixed type loaded equation in a rectangle // "Uzbek Mathematical Journal". 2018. №3. pp. 63-72.
2. Исломов Б., Жураев Ф. Локальные краевые задачи для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области // "Уфимский математический журнал".Том 14.№ 1(2022).С.41-56