

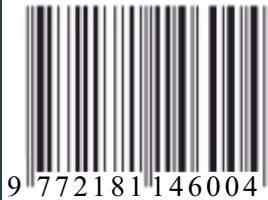
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI



Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

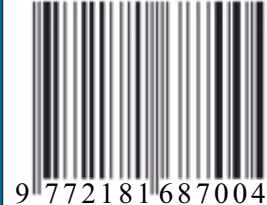
5/2025

E-ISSN 2181-1466



9 772181 146004

ISSN 2181-6875



9 772181 687004



@buxdu_uz



@buxdu1



@buxdu1



www.buxdu.uz

5/2025

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
МАТЕМАТИКА *** MATHEMATICS *** МАТЕМАТИКА		
Durdiyev D.Q., Rajabova M.O.	Riman-Liuvill vaqt hosilasi qatnashgan kasr tartibli diffuziya-to'liqin tarqalish tenglamasi uchun boshlang'ich va nolokal chegaraviy masala	3
Жумаев Ж., Очилов Б.Г., Иzzатуллоев А.Э.	Применение математических пакетов к решению дифференциальных уравнений в частных производных	9
Дурдиев У.Д.	Коэффициентная обратная задача для уравнения четвертого порядка с дробным оператором Капуто	16
Sayfullayeva Sh.Sh.	Keli daraxtida aniqlangan modellar uchun asosiy holatlar	26
Abdurahmonov A., Normaxmatov Sh.X.	Matematik modellar va ehtimollar nazariyasining amaliy qo'llanilishi	30
Ahmadoва O.O.	Qisqartirib akslantirish prinsipining ba'zi tatbiqlari	34
Khodjabekov M.U., Ashurov B.I.	Tasodifiy jarayonlarda mexanik sistema materiallarining dissipativ xarakteristikalarini ekvivalent chiziqlilashtirish masalasi	39
Axmedova G.A., Karimova A.N.	Tenglamalarni yechishda funksiyaning asosiy xossalariidan foydalanish	47
Bakhriddinova Kh.U.	Canonical product in the unit disc	54
Jurayev F.M., Muhitdinov D.F.	Trapetsiya parametrlari orasidagi ba'zi munosabatlarni aniqlash bo'yicha takliflar	60
Mamanazarov A.O., Sobirjonova M.Q.	An initial boundary-value problem for a fourth order space degenerate partial differential equation	68
Mukhammadjonova M.A.	On some convenient methods for solving functional equations	77
Raximov N.N.	Viyet formulalarining ko'phad ildizlarini topish hamda ko'paytuvchilarga ajratish tatbiqi	82

TRAPETSIYA PARAMETRLARI ORASIDAGI BA'ZI MUNOSABATLARNI ANIQLASH
BO'YICHA TAKLIFLAR

Jurayev Furqat Muhitdinovich,

*Buxoro davlat universiteti katta o'qituvchisi
fjm1980@mail.ru*

Muhitdinov Dilshod Furqat o'g'li,

Buxoro davlat universiteti talabasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada o'rta maktab kursida o'tiladigan "Trapetsiya" mavzusini o'quvchilarga tushuntirishda trapetsiya parametrlari orasidagi munosabatlarni aniqlashning yangicha usullari tavsiya etilgan. Jumladan, trapetsiyaning tomonlari, diagonallari, balandligi, o'rta kesmasi hamda burchaklari orasidagi munosabatlar umumiy hollarda ko'rsatiladi va olingan asosiy natijalar isbotlanib, matematik formulalar bilan mustahkamlanadi.

Kalit so'zlar: trapetsiya, tomonlar, asoslar, diagonallar, uchburchak, parametrlar, balandlik, proyeksiya, yuza, o'rta kesma, o'rta chiziq, burchaklar, nisbatlar, isbot, formulalar.

ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ НЕКОТОРЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ
ПАРАМЕТРАМИ ТРАПЕЦИИ

Аннотация. В данной статье рекомендуются новые методы определения связи между параметрами трапеции при объяснении темы «Трапеция» учащимся курса средней школы. В частности, в общих случаях показана связь между сторонами, диагоналями, высотой, средним сечением и углами трапеции, а основные полученные результаты доказаны и подкреплены математическими формулами.

Ключевые слова: трапеция, стороны, основания, диагонали, треугольник, параметры, высота, проекция, поверхность, средняя линия, углы, пропорции, доказательство, формулы.

SUGGESTIONS FOR DETERMINING SOME RELATIONSHIPS BETWEEN THE
PARAMETERS OF A TRAPEZOID

Abstract. This article recommends new methods for determining the relationship between trapezoid parameters when explaining the topic of "Trapezoid" to high school students. In particular, the relationship between the sides, diagonals, height, mean cross-section, and angles of a trapezoid is shown in general cases, and the main results obtained are proven and supported by mathematical formulas.

Keywords: trapezoid, sides, bases, diagonals, triangle, parameters, height, projection, surface, midsection, midline, angles, proportions, proof, formulas.

Kirish. Ushbu maqolada trapetsiyaning asosiy geometrik xossalari va tomonlari, diagonallari, balandligi, o'rta kesmasi hamda burchaklari orasidagi munosabatlar o'rganiladi. Asosiy teoremlar isbotlanib, matematik formulalar bilan mustahkamlanadi. Trapetsiya yuzini hisoblash usullari, sinus va kosinuslar teoremlari hamda o'rta kesma va uning xossalari batafsil ko'rib chiqiladi. Ushbu natijalar trapetsiyaga oid masalalarni yechishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Trapetsiya geometriyaning asosiy mavzularidan bo'lgani tufayli o'quvchiga sodda tushuntirish uchun uning parametrlari va xossalari, ular orasidagi bog'lanishlar haqida ma'lumot berish maqsadi qo'yildi. Geometriya ixlosmandlari bo'lgan qiziquvchan o'quvchilar uchun yangi munosabatlar ham ko'rib chiqildi. Ba'zi teoremlar ma'lum bo'lsa-da, ulardan kelib chiqadigan natijalarga yangicha yondashilgan, ayrim yangi tushunchalar soddalik maqsadida kiritilgan. Bu o'quvchiga mavzuni tushinishda yengillik yaratadi, desak mubolag'a bo'lmaydi.

Metodika. Trapetsiya mavzuni o'rganishda yangicha metodlar bilan asosiy tushunchalar va ularning xossalari tushuntirish yanada yaxshiroq bo'lishi mumkin. Jumladan, trapetsiyaning tomonlari, diagonallari, balandligi, o'rta kesmasi hamda burchaklari orasidagi munosabatlarni umumiy hollarda ko'rsatib, ularni matematik formulalar bilan ifodalash trapetsiyaga oid ayrim masalalarni yechishda muhim ahamiyat kasb etadi.

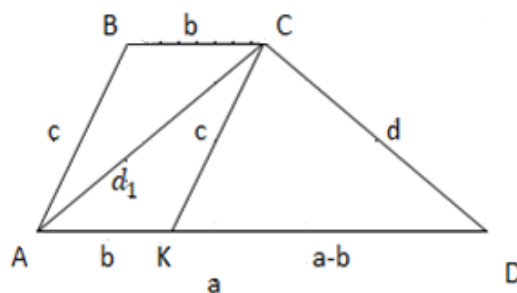
1. Trapetsiya tomonlari va diagonallari orasidagi munosabat.

Teorema 1. Trapetsiyaning dioganallari kvadratlarining yig'indisi uning yon tomonlari kvadratlari va asoslari ko'paytmasi ikkilanganini yig'indisiga teng:

$$d_1^2 + d_2^2 = c^2 + d^2 + 2ab \quad (1)$$

bunda d_1, d_2 -trapetsiya dioganallari, $a; b$ -trapetsiyaning asoslari, c, d -trapetsiyaning yon tomonlari.

Isbot. Asoslari $AD=a$, $BC=b$ va dioganallari $AC=d_1$, $BD=d_2$ bo'lgan $AB=c$, $CD=d$ yon tomonlarga ega $ABCD$ trapetsiyani qaraylik. (1-rasm). Dastlab AC dioganalni o'tkazamiz. Bunda $ABCD$ trapetsiya $\triangle ABC$ va $\triangle ACD$ uchburchaklarga ajraladi. Trapetsiyaning C uchidan AB yon tomonga parallel qilib CK to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Natijada $ABCK$ parallelogramm hosil bo'ladi va parallelogramm xossasiga ko'ra $AK=b$, $CK=c$. Bundan $DK=a-b$ bo'ladi. $\angle AKC = \alpha$ deb olinsa, unga qo'shni burchak $\angle CKD = 180^\circ - \alpha$ bo'ladi. Endi $\triangle ACK$ va $\triangle CKD$ uchun



kosinuslar teoremasini qo'llaymiz:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ d^2 &= c^2 + (a-b)^2 - 2c(a-b) \cos(180^\circ - \alpha) \text{ yoki} \\ d^2 &= c^2 + (a-b)^2 + 2c(a-b) \cos \alpha \end{aligned}$$

Bu tengliklarning har biridan $\cos \alpha$ ni topib tenglashtiramiz. Ya'ni

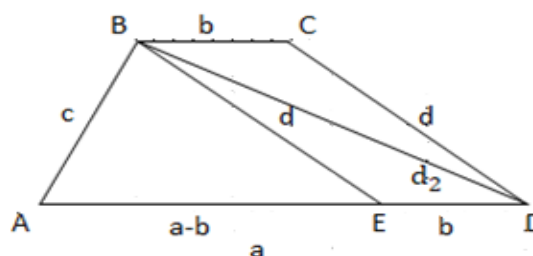
$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - d_1^2}{2bc}, \quad \cos \alpha = \frac{d^2 - c^2 - (a-b)^2}{2c(a-b)} \\ \frac{b^2 + c^2 - d_1^2}{2bc} &= \frac{d^2 - c^2 - (a-b)^2}{2c(a-b)} \text{ yoki} \\ \frac{b^2 + c^2 - d_1^2}{b} &= \frac{d^2 - c^2 - (a-b)^2}{a-b} \end{aligned}$$

tenglikka ega bo'lamiz. Bundan

$$d_1^2 = \frac{ab(a-b) + ac^2 - bd^2}{a-b}, \quad d_1 = \sqrt{\frac{ab(a-b) + ac^2 - bd^2}{a-b}} \quad (2)$$

d_1 -diagonalni topamiz. Yuqoridagiga o'xshash $ABCD$

trapetsiyada CD yon tomonga parallel qilib BE to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Natijada $EBCD$ parallelogramm hosil bo'ladi va parallelogramm xossasiga, asosan, $ED=b$, $BE=d$, $AE=a-b$ bo'ladi (2-rasm). Bunda $\angle AEB = \beta$ deb olinsa, unga qo'shni burchak $\angle BED = 180^\circ - \beta$ bo'ladi. Xuddi yuqoridagi kabi $\triangle AEB$ va $\triangle BED$ uchun kosinuslar teoremasini qo'llab, ikkinchi diogonalni topamiz:



(2-rasm)

$$d_2^2 = \frac{ab(a-b) + ad^2 - bc^2}{a-b}, \quad d_2 = \sqrt{\frac{ab(a-b) + ad^2 - bc^2}{a-b}} \quad (3)$$

(2) va (3) ixtiyoriy trapetsiyaning dioganallarini topish formulasidir. (2) va (3) ni hadma-had qo'shish natijasida quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$d_1^2 + d_2^2 = c^2 + d^2 + 2ab.$$

Teorema 1 isbotlandi.

2. Trapetsiyaning tomonlari va yon tomonlarining asosidagi proyeksiyalari orasidagi munosabat.

Teorema 2. Trapetsiya yon tomonining asosidagi proyeksiyalari quyidagicha ifodalanadi. Ya'ni

$$x = \frac{a-b}{2} + \frac{c^2 - d^2}{2(a-b)} \quad (4) \quad y = \frac{a-b}{2} + \frac{d^2 - c^2}{2(a-b)} \quad (5)$$

bunda $a; b$ -trapetsiyaning asoslari, $c; d$ -trapetsiyaning yon tomonlari, $x; y$ -trapetsiya yon tomonlarining asosidagi proyeksiyalari (3-rasm).

Isbot. 3-rasmga ko'ra, $BC=MN=b$, $AB=c$, $CD=d$, $MA=x$, $ND=y$, $BM=CN=h$, $BD=d_2$. Bunda h -trapetsiyaning balandligi, $b+x+y=a$ tenglik o'rinli. Trapetsiyaning BM balandligi $\triangle ABD$ ni $\triangle BMA$ va $\triangle BMD$ uchburchaklarga ajratadi. Bu uchburchaklar uchun pifagor teoremasini qo'llaymiz va har bir

tenglikdan h ni topib tenglashtiramiz:

$$h^2 = c^2 - x^2, \quad h^2 = d_2^2 - (a - x)^2$$

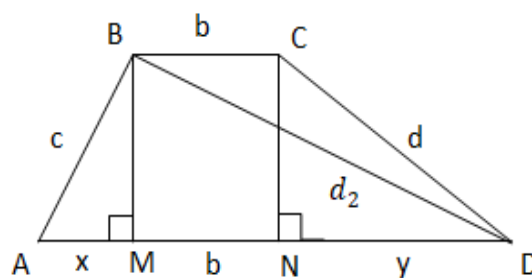
$$d_2^2 - (a - x)^2 = c^2 - x^2, \quad x = \frac{c^2 + a^2 - d_2^2}{2a}$$

(3) formulaga asosan

$$x = \frac{c^2 + a^2 - \frac{ab(a-b) + ad^2 - bc^2}{(a-b)}}{2a} \text{ yoki } x = \frac{c^2 - d^2 + (a-b)^2}{2(a-b)}$$

munosabatni hosil qilamiz. Endi $b + x + y = a$

tenglikdan foydalanib, y ni topamiz: $y = \frac{d^2 - c^2 + (a-b)^2}{2(a-b)}$.



(3-rasm)

Teorema 2 isbotlandi.

Natija 1. Trapetsiyada proyeksiya tengsizligi:

Agar $c > d$ bo'lsa, $\frac{a-b}{2} < x < c$ bajariladi; Agar $c < d$ bo'lsa, $0 < x < \frac{a-b}{2}$ bajariladi;

Agar $d > c$ bo'lsa, $\frac{a-b}{2} < y < d$ bajariladi; Agar $d < c$ bo'lsa, $0 < y < \frac{a-b}{2}$ bajariladi.

Natija 2. Trapetsiyaning h balandligi uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$h = \frac{2}{a-b} \sqrt{(P - (b+c))(P - (b+d))(P - a)(P - b)} \quad (6)$$

bunda $P = \frac{a+b+c+d}{2}$.

Teorema 3. Tapetsiyaning asoslari, yon tomonlarining asosidagi proyeksiyalari va dioganallari orasidagi munosabat quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$d_1^2 - d_2^2 = (a+b)(x-y) \quad (7)$$

Isbot. (2) va (3) ni hadma-had ayirish natijasida quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$d_1^2 - d_2^2 = (a+b) \left(\frac{c^2 - d^2}{a-b} \right)$$

$x - y = \frac{c^2 - d^2}{a-b}$ tenglikdan foydalanib ushbu munosabatni hosil qilamiz: $d_1^2 - d_2^2 = (a+b)(x-y)$

Teorema 3 isbotlandi.

3. Trapetsiy tomonlari va uning yuzasi orasidagi munosabat.

Teorema 4. Tomonlari a, b va yon tomonlari c, d bo'lgan ixtiyoriy trapetsiyaning yuzi quyidagi formula bilan ifodalanadi. Ya'ni

$$S = \frac{a+b}{a-b} \sqrt{(P-a)(P-b)(P-(b+c))(P-(b+d))}, \text{ bunda } P = \frac{a+b+c+d}{2}. \quad (8)$$

Isbot. Ma'lumki, trapetsiyani yuzi $S = \frac{a+b}{2} h$ formula bilan topiladi. **Natija 2** ga asosan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$S = \frac{a+b}{2} \frac{2}{a-b} \sqrt{(P-a)(P-b)(P-(b+c))(P-(b+d))} \text{ yoki}$$

$$S = \frac{a+b}{a-b} \sqrt{(P-a)(P-b)(P-(b+c))(P-(b+d))}, \text{ bunda } P = \frac{a+b+c+d}{2}.$$

Teorema 4 isbotlandi.

4. Trapetsiyaning o'rta kesmasi haqida tushuncha.

Ta'rif. Trapetsiya asoslari o'rtalarida yotgan nuqtalarni tutashtirishdan hosil bo'lgan kesmaga trapetsiyaning o'rta kesmasi deyiladi.

Teorema 5. Trapetsiyaning o'rta kesmasi quyidagi formula bilan topiladi:

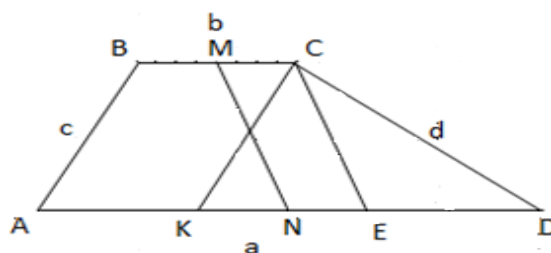
$$k = \frac{1}{2} \sqrt{2c^2 + 2d^2 - (a-b)^2} \quad (9)$$

k —trapetsiyaning o'rta kesmasi, a, b —trapetsiyaning asoslari, c, d —trapetsiyaning yon tomonlari

Isbot. ABCD bo'lsin ixtiyoriy trapetsiyaberigan bo'lsin. Trapetsiya asoslarining o'rtalari M va N nuqtalarni tutashtiruvchi k o'rta kesmani o'tkazamiz (4-rasm). Bunda yana trapetsiyaning C uchidan AB yon tomonga parallel CK to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Hosil bo'lgan $\triangle CKD$ uchburchak uchun CE mediana o'tkazamiz. Bunda $CE \parallel MN$ shart bajariladi va $CE = MN$ tenglik o'rinli bo'ladi. Demak,

$CE = \frac{1}{2} \sqrt{2CK^2 + 2CD^2 - KD^2}$. Bunda soddalashtirishlarni bajarsak, $k = \frac{1}{2} \sqrt{2c^2 + 2d^2 - (a-b)^2}$ ekanligi kelib chiqadi.

Teorema 5 isbotlandi.



(4-rasm.)

O'rta kesma xossalari:

1. O'rta kesma va trapetsiya yon tomonlari davom ettirilsa, ular bir nuqtada kesishadi. Bu xossaning isboti uchburchaklar o'xshashligidan kelib chiqadi.

2. O'rta kesma trapetsiya yuzini teng ikkiga bo'ladi. Buni isbotlashda 1-xossa va uchburchak medianasi xossalariidan foydalansak, darhol kelib chiqadi.

3. O'rta kesma diagonallar kesishish nuqtasidan o'tadi. 1-xossada hosil bo'lgan uchburchak uchun Cheva teoremasidan foydalanib isbotlanadi.

O'rta kesma va trapetsiya yon tomonlarining asosidagi proyeksiyalari orasida quyidagi munosabat o'rinli:

$$z = \left| \frac{x-y}{2} \right| \quad (10)$$

bunda x, y-yon tomon proyeksiyalari, z-o'rta kesma proyeksiyasi, bundan trapetsiya balandligi kelib chiqadi:

$$h = \sqrt{k^2 - z^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{x-y}{2} \right)^2} \quad (11)$$

5. O'rta kesma va o'rta chiziqli orasidagi bog'lanishlar

Teorema 6. Ixtiyoriy trapetsiyada o'rta kesma va diagonallar berilgan bo'lsa, uning yuzi quyidagicha topiladi:

$$S = \sqrt{K(K-d_1)(K-d_2)(K-2k)}, \quad K = \frac{d_1+d_2+2k}{2} \quad (12)$$

d_1, d_2 -trapetsiya diagonallari, k-o'rta kesma, S-trapetsiyaning yuzi.

Isbot. Ixtiyoriy ABCD trapetsiyada MN o'rta kesma va

PQ o'rta chiziqli tushiraylik. Bunda PMQN to'rtburchak Varinon teoremasiga ko'ra, parallelogram bo'ladi va uning yuzi trapetsiya yuzi yarmiga teng. Demak, parallelogram yuzini topish yetarli bo'ladi (5-rasm).

Chizmaga ko'ra malumki quyidagilar o'rinli:

$$PM = QN = \frac{AC}{2} = \frac{d_1}{2}, \quad PM = QN = \frac{BD}{2} = \frac{d_2}{2}$$

$$MN = k, \quad PQ = l, \quad \angle MQN = \angle COD = \varphi \text{ bo'lsin.}$$

Berilganlardan foydalanib $\triangle MQN$ uchburchak yuzini Geron formulasidan topamiz. Ya'ni

$$S = S_{ABCD} = 2S_{PMQN} = 4S_{MQN} \text{ munosabatdan foydalanib, } S = \sqrt{K(K-d_1)(K-d_2)(K-2k)} \quad K = \frac{d_1+d_2+2k}{2}$$

ekanligini topamiz. Isbotda kelib chiqqan parallelogram xossalariidan quyidagilar o'rinli:

$$l = \frac{a+b}{2} \text{ tenglikdan,}$$

$$(a+b)^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 \cos \varphi \quad (13)$$

ekanligi kelib chiqadi. Shuningdek, quyidagi munosabatlar o'rinli:

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(k^2 + l^2)$$

$S = kl \sin \theta$, θ – o'rta kesma va o'rta chiziq orasidagi burchak,

$$S = \sqrt{L(L-d_1)(L-d_2)(L-2l)}, \quad L = \frac{d_1+d_2+2l}{2}, \quad (l - \text{o'rta chiziq})$$

$$S = \left| \frac{k^2 - l^2}{2} \right| \operatorname{tg} \varphi, \quad (14)$$

$$d_1 d_2 \cos \varphi = l^2 - k^2 \quad (15)$$

φ – trapetsiya diagonalari orasidagi o'tkir burchak. **Teorema 6 isbotlandi.**

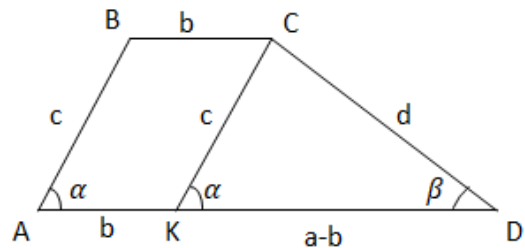
6. Trapetsiya burchaklari

Teorema 7. Ixtiyoriy trapetsiya uchun sinuslar teoremasi deb quyidagi munosabatga aytiladi:

$$\frac{c}{\sin \beta} = \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{a-b}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{x-y}{\sin(\beta-\alpha)} \quad (16)$$

a,b-trapetsiyaning asoslari, c,d-trapetsiyaning yon tomonlari, x,y-trapetsiya yon tomonlarining asosidagi proyeksiyalari, α, β – katta asosga yopishgan burchaklar (6-rasm).

Isbot. 1-rasmdagi $\triangle CKD$ uchun sinuslar teoremasini qo'llaymiz, ya'ni: $\frac{c}{\sin \beta} = \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{a-b}{\sin(\alpha+\beta)}$ hosil bo'ladi. Shu kelib chiqqan munosabat va $x-y = \frac{c^2-d^2}{a-b}$ tenglikdan yuqoridagi (7) teorema bajariladi.



(6-rasm)

Teorema 7 isbotlandi.

Natija 3. Ixtiyoriy trapetsiya uchun sinuslar teoremasiga, asosan, trapetsiyaning biror asosiga yopishgan burchaklari yig'indisi yoyiq burchakdan kichik bo'lsa, shu asos katta asos bo'ladi. Aksincha asosga yopishgan burchaklari yig'indisi yoyiq burchakdan katta bo'lsa bu asos kichik asosdir. Burchaklari yig'indisi yoyiq burchakka teng bo'lsa bu trapetsiya parallelogramdir.

Xulosa: Ixtiyoriy trapetsiya uchun sinuslar teoremasiga ko'ra, ushbu tengsizlikl ar o'rinli bo'ladi:

$$\alpha > \beta \Leftrightarrow x < y \Leftrightarrow c < d \Leftrightarrow d_1 < d_2; \quad \alpha < \beta \Leftrightarrow x > y \Leftrightarrow c > d \Leftrightarrow d_1 > d_2.$$

Keyingi teoremlar uchun ma'lum bir tushunchalarni kiritamiz. Yon tomonlari davomlari kesishish nuqtasi E nuqta va diagonalari kesishish nuqtasi O nuqta bo'lgan ixtiyoriy ABCD trapetsiya berilgan bo'lsin.

Asos qarshisidagi burchak-bu shunday burchakki, yuqoridagi trapetsiya uchun $\angle AED$ ga aynan tengdir.

Yon tomon qarshisidagi burchak- bu shunday burchakki, yuqoridagi trapetsiya uchun $\angle COD$ ga aynan tengdir.

Teorema 8. Trapetsiyaning asoslariga qurilgan vektorlar o'zaro teskari yo'nalishda bo'lib, trapetsiyaning yon tomonlari va diagonalariga qurilgan vektorlar orasidagi burchaklar mos ravishda asos qarshisidagi burchak va yon tomon qarshisidagi burchakka teng bo'lsa quyidagi tenglik bajariladi:

$$\vec{d_1} \vec{d_1} = \vec{a} \vec{b} + \vec{c} \vec{d} \quad (17)$$

$\vec{d_1}, \vec{d_2}$ – diagonalarga qurilgan vektorlar $\vec{a}, \vec{b}$ – asoslarga qurilgan vektorlar; $\vec{c}, \vec{d}$ – yon tomonlarga qurilgan vektorlardir.

Isbot. (16) formulaning isbotidagi $\triangle CKD$ uchun cosinuslar teoremasini qo'llab:

$$(a-b)^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \gamma$$

hosil bo'lgan tenglikdan va (13) formuladan ushbuni keltirib chiqaramiz, ya'ni: $ab = d_1 d_2 \cos \varphi + cd \cos \gamma$ ifodaga ega bo'lamiz. Bundan vektorlarning skalyar ko'paytmasi ta'rifi ko'ra (17) ni hosil qilamiz.

Teorema 8 isbotlandi.

Teorema 9. Modulli kvadrat ayirmalar qo'shtengsizligi bu shunday munosabatki:

$$|c^2 - d^2| \leq |d_1^2 - d_2^2| \leq |a^2 - b^2| \quad (18)$$

bunda d_1, d_2 – trapetsiya diagonalari, a, b – trapetsiyaning asoslari, c, d – trapetsiyaning yon tomonlari

Isbot. Avval ixtiyoriy trapetsiya uchun sinuslar teoremasidan quyidagilarni aniqlab olamiz, ya'ni:

$$c^2 - d^2 = (a-b)^2 \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\beta-\alpha)} \Rightarrow d_1^2 - d_2^2 = (a^2 - b^2) \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\beta-\alpha)}$$

Yuqoridagi 2-tenglik (7) formuladan, ya'ni: $d_1^2 - d_2^2 = (a+b) \frac{c^2 - d^2}{a-b}$ tenglikdan kelib chiqqan, $a-b = x+y$ tenglik bajarilishidan $\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{x-y}{x+y}$ ham bajariladi. Demak, $\frac{c^2 - d^2}{d_1^2 - d_2^2} = \frac{a-b}{a+b}$ va $\frac{d_1^2 - d_2^2}{a^2 - b^2} = \frac{x-y}{x+y}$ tengliklar o'rinli. Xulosa qilib aytganda, $\left| \frac{a-b}{a+b} \right| \leq 1$ va $\left| \frac{x-y}{x+y} \right| \leq 1$ bo'ladi.

Shunday qilib (18) o'rinli ekanligi kelib chiqadi. **Teorema 9 isbotlandi.**

Teorema 10. Trapetsiya katta asosiga yopishgan burchaklari α, β va o'rta kesma bilan asoslari tashkil qilgan o'tkir burchak θ orasida shunday bog'lanish mavjud:

$$\operatorname{ctg} \theta = \left| \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{2} \right| \quad (19)$$

Isbot. (9) formula isbotidagi 4-rasmda B, M, C nuqtalardan perpendikulyarlar tushirib, ularning qiymati h ni trapetsiya katta asosiga yopishgan α, β, θ burchaklar va o'rta kesma bilan yon tomonlarining shu asosdagi proyeksiyalari bilan ifodalaymiz (7-rasm):

$$h = \frac{x}{\cot \alpha} = \frac{y}{\cot \beta} = \frac{z}{\cot \theta} \quad (h - \text{trapetsiya balandligi})$$

$z = \left| \frac{x-y}{2} \right|$ tenglikdan foydalanib (19) ni keltirib chiqaramiz. Yuqorida aytilgan burchak θ sinusi parallel chiziqlar xossasidan trapetsiyaning o'rta kesmasi va o'rta chizig'i hosil qilgan burchak sinusiga tengdir.

Teorema 10 isbotlandi.

Trapetsiya yuzini hisoblash formulalari:

1. Bizga trapetsiya asoslari a va b ($a > b$), katta asosiga yopishgan burchaklari α va β burchaklar berilan bo'lsin. U holda trapetsiyaning yuzi ushbu formula bilan topiladi:

$$S = \frac{a^2 - b^2}{2(\cot \alpha + \cot \beta)} \quad (20)$$

Isbot. (19) dagi isbotdan foydalansak: $a-b = x+y = h(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) \Rightarrow h = \frac{a-b}{\cot \alpha + \cot \beta}$. Demak, $S = \frac{a+b}{2} h$ bundan (20) o'rinli ekanligi kelib chiqadi.

2. Bizga trapetsiya diagonallari d_1 va d_2 , katta asosiga yopishgan burchaklari α va β burchaklar berilan bo'lsin. Bunda trapetsiyaning yuzi ushbu formula bilan topiladi:

$$S = \frac{d_1^2 - d_2^2}{2(\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta)} \quad (21)$$

Isbot. (19) va (7) formulalardan foydalansak: $a+b = \frac{d_1^2 - d_2^2}{x-y}$ va $h = \frac{x-y}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}$ bo'ladi. Demak, $S = \frac{a+b}{2} h$ bundan (21) o'rinli ekanligi kelib chiqadi.

3. Bizga trapetsiyaning o'rta kesmasi va o'rta chizig'i mos ravishda k, l bo'lib, katta asosiga yopishgan burchaklari α va β burchaklar berilan bo'lsin. Bunda trapetsiyaning yuzi ushbu formula bilan topiladi:

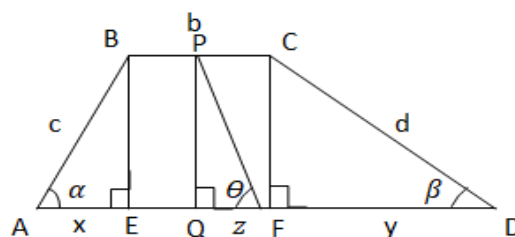
$$S = \frac{kl}{\sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{2} \right)^2}} \quad (22)$$

Isbot. (12) formula isbotidan ushbu formulani topgan edik: $S = kl \sin \theta$, θ – o'rta kesma va o'rta chiziq orasidagi burchak. (19) formulani eslab $\sin \theta$ qiymatini α va β burchaklar bilan ifodalasak quyidagiga erishamiz:

$$\operatorname{ctg} \theta = \left| \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{2} \right| \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{2} \right)^2}}$$

Bu ifodani $S = kl \sin \theta$ formulaga keltirib qo'ysak (22) hosil bo'ladi.

4. Bizga trapetsiya asoslari a va b ($a > b$), asos qarshisidagi burchak γ va yon tomon qarshisidagi burchak φ berilgan bo'lsin. Bunda trapetsiyaning yuzi ushbu formula bilan topiladi:



(7-rasm):

$$S = \frac{a+b}{2} \frac{ab}{(a+b)\operatorname{ctg}\varphi + (a-b)\operatorname{ctg}\gamma} \quad (23)$$

Isbot. Dastlab teorema 8 dagi isbotdan kelib chiqqan ifodani aniqlab olsak, ya'ni:

$ab = d_1 d_2 \cos \varphi + cd \cos \gamma$ ushbu tenglikni keltirib chiqaramiz. Ixtiyoriy trapetsiya uchun sinuslar

teoremasidagi isbotdagi $\triangle CKD$ uchun $S = \frac{a+b}{a-b} S_{CKD} = \frac{a+b}{a-b} cd \sin \gamma$ va trapetsiya uchun $S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \varphi$ o'rinli.

Demak, yuqoridagi ifodadan keyingi, ya'ni: $ab = 2S \operatorname{ctg} \varphi + 2 \frac{a-b}{a+b} S \operatorname{ctg} \gamma$ tenglikni hosil qilamiz. Bundan (23) kelib chiqadi.

Trapetsiyaning parametrlari orasidagi nisbatlar. Trapetsiya yuzini hisoblash formulalaridan kelib chiqadigan natijalarda ushbu berilganlardan foydalaniladi:

Asoslari a va b ga teng bo'lgan ($a > b$) ixtiyoriy trapetsiyaning kichik burchagidan chiquvchi c qiymatli yon tomoni va d_1 qiymatli dioganali bilan katta burchagidan chiquvchi d qiymatli yon tomoni va d_2 qiymatli dioganali berilgan bo'lsin.

Natija 4. (20) va (23) tengliklarni tenglashtirishdan asoslar nisbatini topamiz:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{2} + \operatorname{ctg} \gamma + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \theta + \operatorname{ctg}^2 \varphi + 1}}{\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{ctg} \gamma}$$

Ushbu kelib chiqqan ifodani soddalashtirish maqsadida ma'lum bir tushunchalarni kiritamiz:

α_1 va α_2 shunday o'tkir burchaklarki, yuqoridagi φ , γ va θ burchaklar bilan quyidagidek munosabatga ega:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}^2 \alpha_1 &= \operatorname{ctg}^2 \theta + \operatorname{ctg}^2 \gamma + 1, & \operatorname{ctg}^2 \alpha_2 &= \operatorname{ctg}^2 \theta + \operatorname{ctg}^2 \varphi + 1 \\ \frac{1}{\sin^2 \alpha_1} &= \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \gamma}, & \frac{1}{\sin^2 \alpha_2} &= \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \varphi} \end{aligned}$$

α_1 burchakni shu trapetsiyaning 1-mavhum burchagi, α_2 burchakni trapetsiyaning 2-mavhum burchagi deb nomlaymiz. Kiritilgan tushunchalardan foydalansak quyidagiga erishamiz:

$$\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}{\operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \varphi}$$

Natija 5. (21) tenglikka $S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \varphi$ ni qo'yib trapetsiyaning dioganallari nisbatini topamiz:

$$\frac{d_1}{d_2} = \sin \varphi (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \theta) = \frac{\sin \varphi \sin(\theta + \alpha_2)}{\sin \alpha_2 \sin \theta} = \sqrt{\frac{\operatorname{ctg} \alpha_2 + \operatorname{ctg} \theta}{\operatorname{ctg} \alpha_2 - \operatorname{ctg} \theta}}$$

Natija 6. (23) formuladan va $S = \frac{a+b}{a-b} S_{CKD} = \frac{a+b}{a-b} cd \sin \gamma$ tenglikdan foydalanib, trapetsiyaning yon tomonlari nisbatini topamiz:

$$\frac{c}{d} = \sin \gamma (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \theta) = \frac{\sin \gamma \sin(\theta + \alpha_1)}{\sin \theta \sin \alpha_1} = \sqrt{\frac{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \theta}{\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \theta}}$$

Natija 7. Yuqoridagi natijalardan foydalanib ushbuni keltirib chiqaramiz:

$$\frac{a}{b} \sin(\gamma + \varphi) = \frac{d_1}{d_2} \sin \gamma + \frac{c}{d} \sin \varphi$$

Natija 8. (23) formula va Natija 4 dan foydalanib ushbuni topamiz:

$$\frac{a}{h} = \operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2 + \operatorname{ctg} \varphi - \operatorname{ctg} \gamma$$

Keyingi natijalarda $n = \frac{a}{b} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}{\operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \varphi}$ va $k = \frac{a}{h} = \operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2 + \operatorname{ctg} \varphi - \operatorname{ctg} \gamma$ o'rinli bo'ladi.

Natija 9. (23) formula va $S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \varphi$ tenglikni tenglab trapetsiyaning katta asosini katta dioganaliga nisbatini topamiz:

$$\frac{a}{d_1} = \sqrt{\frac{nk}{(n+1)(\operatorname{ctg} \alpha_2 + \operatorname{ctg} \theta)}}$$

Natija 10. (23) formula va $S = \frac{a+b}{a-b} cd \sin \gamma$ tenglikni tenglab trapetsiyaning katta asosini kattayon tomoniga nisbatini topamiz:

$$\frac{a}{c} = \sqrt{\frac{nk}{(n-1)(\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \theta)}}$$

Natija 11. Natija 9. va Natija 10. natijalardan foydalanib trapetsiyaning katta yon tomonini katta diagonaliga nisbatini topamiz:

$$\frac{c}{d_1} = \sqrt{\frac{(n-1)(ctg \alpha_1 + ctg \theta)}{(n+1)(ctg \alpha_2 + ctg \theta)}}$$

7. Ixtiyoriy trapetsiyada asos qarshisidagi burchak va yon tomon qarshisidagi burchak bog'liqlik. asos qarshisidagi burchak γ va yon tomon qarshisidagi burchak φ qiymatlarga ega bo'lsin. Bunda quyidagi bog'liqliklar mavjud:

1. $\gamma \geq 90^\circ \Rightarrow \varphi < 90^\circ$, ya'ni asos qarshisidagi burchak tog'ri yoki o'tmas bo'lganda, yon tomon qarshisidagi burchak o'tkir bo'ladi.

2. $\varphi \geq 90^\circ \Rightarrow \gamma < 90^\circ$, ya'ni yon tomon qarshisidagi burchak tog'ri yoki o'tmas bo'lganda, asos qarshisidagi burchak o'tkir bo'ladi.

3. Ixtiyoriy trapetsiyada asos qarshisidagi burchak va yon tomon qarshisidagi burchak bir vaqtda tog'ri yoki o'tmas bo'la olmaydi. $\gamma \geq 90^\circ \nleftrightarrow \varphi \geq 90^\circ$

Xulosa. Umumiy o'rta ta'lim maktablarida trapetsiya mavzusini o'qitishda qo'shimcha ravishda mavzuni ochib berishda trapetsiyaning ixtiyoriyligini saqlagan holda yuqorida keltirilgan yangi formulalar va tushunchalarni kiritish tavsiya etildi. Shuningdek, trapetsiyaga oid masalalarni yechishda ulardan foydalanish imkoniyatlari keltirildi. Ushbu mulohazalardan foydalanish o'quvchilarga mavzuni to'laroq tushunishga imkon beradi.

ADABIYOTLAR:

1. *Rahimqoriyev A.A., Toxtaxodjayeva M.A. Geometriya 8. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik. Toshkent: "O'zbekiston". - 2019.*
2. *Sayfullayeva H.M. Geometriya. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma. Toshkent: "O'qituvchi". - 2003.*
3. *Israilov I., Pashayev Z. Geometriyadan masalalar to'plami. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma. Toshkent: "O'qituvchi". - 2003.*
4. *Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Xamedova N.A., Muxitdinova N.M., Toshpulatova M.I. Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi. Toshkent: "Excellen Polygraphy". - 2020.*
5. *Usmonov F.R., Isomov R.D., Xo'jayev B.O. Matematikadan qo'llanma. II qism. Toshkent: "Noshir". - 2009.*
6. *B.Xaydarov, N.Tashtemirova, I.Asrorov. Geometriya 10. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 10-sinfi uchun darslik. Respublika ta'lim markazi. Toshkent. - 2022.*
7. *Xo'jayev B., Baxronov F., Usmonov F., Baxromov A. Geometriya 7-sinf. O'qituvchilar uchun metodik qo'llanma. Toshkent: "Sharq". - 2023.*
8. *Jumayev E.E. Geometriyadan masalalar to'plami. Uslubiy qo'llanma. Toshkent- "Aloqachi"- 2005.*
9. *Rasulov X.R. Elementar geometriyadan masalalar to'plami. Uslubiy qo'llanma. Buxoro-2020 "Durdona" nashriyoti.*
10. *Matematika Abiturentlar uchun mavzulashtirilgan testlar to'plami. 1996-2007.*