



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
INNOVATSION
RIVOJLANISH VAZIRLIGI

IQTIDORLI TALABALAR, MAGISTRANTLAR, TAYANCH
DOKTORANTLAR VA DOKTORANTLARNING

TAFAKKUR VA TALQIN

MAVZUSIDARESPUBLIKA
MIQYOSIDAGI ILMIY-AMALIY
ANJUMAN TO'PLAMI



Бухоро-2021

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OY VA O‘RTA
MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI
MAGISTRATURA BO‘LIMI**

**IQTIDORLI TALABALAR, MAGISTRANTLAR, TAYANCH
DOKTORANTLAR VA DOKTORANTLARNING**

TAFAKKUR VA TALQIN

mavzusida

**Respublika miqyosidagi ilmiy-amaliy
anjuman to‘plami**

2021 vil, 27-may

5A130101 – Matematika (йўналишлар бўйича)	
<i>D. Ismoilova</i>	<i>Ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining rezolventasi.....239</i>
<i>M.A. Sayitova</i>	<i>p-adic dynamical systems of the function $a/(x - 2b)$.....242</i>
<i>G.H. Umirqulova</i>	<i>Panjaradagi uch zarrachali model operatorga mos kanal operatorlar.....244</i>
<i>З.Мустафоева</i>	<i>Тўрттинчи тартибли операторли матрица ва унга мос биринчи шур тўлдирувчиси ҳақида.....249</i>
<i>Б.Ж.Мамуров Ж.Ж.Абдуллаев</i>	<i>Регрессион таҳлилнинг ижтимоий – иқтисодий ҳодисаларни ўрганишида аҳамияти.....252</i>
<i>Б.Ж.Мамуров, М.Ш.Шарипова, Д.Б.Сохибов</i>	<i>Неподвижные точки одного квадратичного стохастического оператора в S^2.....257</i>
<i>Ф. М. Жураев, М.С. Садирова</i>	<i>Типа задачи геллерстедта для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа.....260</i>
<i>Ф. М. Жураев, Ш.Н. Бахриева, Г.О. Хакимова</i>	<i>Задачи трикоми для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа.....264</i>
<i>S.U. Isayev</i>	<i>Elyerning gamma funksiyalari va uning ba'zi xossalari.....266</i>
<i>Ф. М. Жураев,</i>	<i>Задача аг для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области.....269</i>
<i>Т.Ножийев, Z.Z.Rahimova</i>	<i>Tenglamalar sistemasini yechishni sun'iy usullari.....273</i>
5A140501 – Кимё (фан йўналишлар бўйича)	
<i>M.Ya. Ergashov, Sh.A. Sherov, S.Y. Mardonov</i>	<i>Nikel(ii) ning 5,5-dimetil-2,4-dioksogeksan kislota metil efiri aroilgidrazonlari bilan komplekslari.....274</i>
<i>M.M. Raufova , Q.G'. Avezov</i>	<i>1-(2-tenoil)-3,3,3-trifloratseton benzoilgidrazonlari asosida kompleks birikmalar sintezi.....278</i>
<i>M.A. Tursunov, Ш.Т. Отамуродова, Н.М. Мухиддинова</i>	<i>1-(2-теноил)-3,3,3-трифторацетон бензоилгидра-зони асосида су(ii) комплекс бирикмалари тузилишини иқ спектроскопия усулида ўрганиши.....281</i>
<i>Б.Б. Умаров, Ҳ.С. Аминова, М.М. Амонов</i>	<i>Ароилтрифторацетилметан бензоилгидразонлари асосида никель(ii) комплекс бирикмалари тузилишини иқ- ва рса усулида ўрганиши.....284</i>
<i>Б.Б. Умаров, Б.Ш. Абдиев,</i>	<i>5,5-диметил-2,4-диоксогексан кислоталар метил эфири ароилгидразонлари қаторида таўтомерия.....288</i>

ЗАДАЧА АГ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ

Ф.М. Жураев

*старший преподаватель кафедры Дифференциальные уравнения
БухГУ.*

Мақолада соҳа ичида бузилишига эга бўлган юкланган парабол-гиперболик типдаги тенглама учун Геллерстедт масаласига ўхшаш масала ечимининг бир қийматли ечилиши исботланган.

In this paper unique solvability are proved of the analogue of Gellerstedt problem for loaded degeneration parabolic-hyperbolic equation.

Краевые задачи типа задачи Трикоми и Геллерстедта для вырождающегося нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка исследовались сравнительно мало. Отметим работы В.М.Казиева [1], Б.Исломова и Ф.Джураева [2,3].

1. Постановка задачи АГ

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - |x|^p u_y - \mu_i u(x, 0), & y > 0, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy} + \mu_{j+2} u(x, 0), & y < 0, \end{cases} \quad (1_i)$$

где m, p, μ_i, μ_{j+2} - любые действительные числа, причем

$$m < 0, p > 0, \mu_i > 0, \mu_{j+2} < 0, \quad (i=1,2; j=\overline{1,4}) \quad (2_i)$$

Пусть Ω_0 - область, ограниченная отрезками $A_1B_1, B_1B_2, B_2A_2, A_2A_1$ прямых $x=1, y=1, x=-1, y=0$ соответственно, при $y > 0$; Ω_{11} - характеристический треугольник, ограниченный отрезком $O(0,0)E_1(x_0,0)$ оси x и двумя характеристиками $OC_{11}: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, E_1C_{11}: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = x_0$ уравнения (1_i), выходящими из точки $O(0,0)$ и $E_1(x_0,0)$ и пересекающими

мися в точке $C_{11}\left[\frac{x_0}{2}; -\left(\frac{2-m}{4}x_0\right)^{\frac{2}{2-m}}\right]$; Ω_{21} -характеристический треугольник,

ограниченный отрезком $E_1(x_0,0)B_1(1,0)$ оси x и двумя характеристиками

$$E_1C_{21}: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = x_0 \quad B_1C_{21}: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1 \quad \text{уравнения } (1_i),$$

выходящими из точек $E_1(x_0,0)$ и $B_1(1,0)$ и пересекающимися в точке

$$C_{21}\left[\frac{1+x_0}{2}; -\left(\frac{2-m}{4}(1-x_0)\right)^{\frac{2}{2-m}}\right], \quad \Omega_{31} \quad - \quad \text{характеристический четырёхугольник,}$$

ограниченный характеристиками E_1C_{11} , E_1C_{21} и $C_{11}C_1: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0$,

$$C_{21}C_1: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1 \quad \text{уравнения } (1_i), \text{ пересекающимися в точках } E_1,$$

$$C_{11}, C_{21} \text{ и } C_1\left[\frac{1}{2}; -\left(\frac{2-m}{4}\right)^{\frac{2}{2-m}}\right], \text{ причем } x_0 \in [0,1]. \quad \Omega_{12} \quad - \quad \text{характеристический}$$

треугольник, ограниченный отрезком $O(0,0)E_2(-x_0,0)$ оси x и двумя

$$\text{характеристиками } OC_{12}: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, \quad E_2C_{12}: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = -x_0$$

уравнения (1_i) , выходящими из точки $O(0,0)$ и $E_2(-x_0,0)$ и

$$\text{пересекающимися в точке } C_{12}\left[-\frac{x_0}{2}; -\left(\frac{2-m}{4}x_0\right)^{\frac{2}{2-m}}\right]; \quad \Omega_{22} \text{-характеристический}$$

треугольник, ограниченный отрезком $E_2(-x_0,0)A_2(-1,0)$ оси x и двумя

$$\text{характеристиками } E_2C_{22}: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = -x_0, \quad A_2C_{22}: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = -1$$

уравнения (1_i) , выходящими из точек $E_2(-x_0,0)$ и $A_2(-1,0)$ и пересека-

$$\text{ющимися в точке } C_{22}\left[-\frac{1+x_0}{2}; -\left(\frac{2-m}{4}(1-x_0)\right)^{\frac{2}{2-m}}\right], \quad \Omega_{32} \quad - \quad \text{характеристический}$$

четырёхугольник, ограниченный характеристиками E_2C_{12} , E_2C_{22} и $C_{12}C_2:$

$x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0$, $C_{22}C_2$: $x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = -1$ уравнения (1_i) , пересекающимися в точках E_2 , C_{12} , C_{22} и $C_2 \left[-\frac{1}{2}; \left(\frac{2-m}{4} \right)^{\frac{2}{2-m}} \right]$, причем $-x_0 \in [-1, 0]$.

Введем следующие обозначения: $\Omega_{01} = \Omega_0 \cap \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$,

$\Omega_{02} = \Omega_0 \cap \{(x, y) : x < 0, y > 0\}$, $\Omega_3 = \Omega_{01} \cup \Omega_{02} \cup J_3$, $J_3 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\}$

$J_{11} = \left\{ (x, y) : 0 < x < \frac{x_0}{2}, y = 0 \right\}$, $J_{12} = \left\{ (x, y) : \frac{x_0}{2} < x < x_0, y = 0 \right\}$,

$J_{21} = \left\{ (x, y) : x_0 < x < \frac{x_0+1}{2}, y = 0 \right\}$, $J_{22} = \left\{ (x, y) : \frac{x_0+1}{2} < x < 1, y = 0 \right\}$,

$J_0 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$, $J_1 = \{(x, y) : 0 < x < x_0, y = 0\}$,

$J_2 = \{(x, y) : x_0 < x < 1, y = 0\}$, $\Omega_1 = \Omega_{11} \cup \Omega_{12} \cup \Omega_{31} \cup J_0$,

$J^1_{11} = \left\{ (x, y) : -\frac{x_0}{2} < x < 0, y = 0 \right\}$, $J^1_{12} = \left\{ (x, y) : -x_0 < x < -\frac{x_0}{2}, y = 0 \right\}$,

$J^1_{21} = \left\{ (x, y) : -\frac{x_0+1}{2} < x < x_0, y = 0 \right\}$, $J^1_{22} = \left\{ (x, y) : -1 < x < -\frac{x_0+1}{2}, y = 0 \right\}$,

$J^1_0 = \{(x, y) : -1 < x < 0, y = 0\}$, $J^1_1 = \{(x, y) : -x_0 < x < 0, y = 0\}$,

$J^1_2 = \{(x, y) : -1 < x < x_0, y = 0\}$, $\Omega_2 = \Omega_{12} \cup \Omega_{22} \cup \Omega_{32} \cup J^1_0$, $\Omega = \Omega_3 \cup \Omega_1 \cup \Omega_2$

Задача АГ. Требуется найти функцию $u(x, y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x, y) \in C(\overline{\Omega}) \cap C^{2,1}_{x,y}(\Omega_{01} \cup \Omega_{02}) \cap C^2(\Omega_1 \cup \Omega_2)$;

2) $u(x, y)$ является регулярным решением уравнения (1_i) в областях Ω_{j1} и Ω_{j2} ($j = \overline{0, 3}$);

3) $u_y \in C(\Omega_i)$ причем $u_y(x, y)$ может обращаться бесконечность порядка меньше $1 - 2\beta$ при $|x| \rightarrow 0$, а при $|x| \rightarrow 1$, ограничена;

4) $u_x \in C(\Omega_3)$ на линии вырождения J_3 выполняется условия склеивания

$$\lim_{x \rightarrow +0} u_x(x, y) = \lim_{x \rightarrow -0} u_x(x, y), (0, y) \in J_3 \quad (3)$$

5) $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{A_i B_i} = \varphi_i(y), 0 \leq y \leq 1, \quad (4_i)$$

$$u|_{E_1 C_{i1}} = \psi_i(x), |x| \in \bar{J}_{i2}, \quad (5_i) \quad u|_{E_2 C_{i2}} = \psi_i^1(x), |x| \in \bar{J}_{i2}; \quad (6_i)$$

где $\varphi_i(y)$, $\psi_i(x)$, $\psi_i^1(x)$, $(i=1,2)$ -заданные функции, причем $\psi_1(x_0) = \psi_2(x_0)$, $\psi_1^1(x_0) = \psi_2^1(x_0)$, $\varphi_i(y) \in C(\bar{J}_3) \cap C^1(J_3)$,
(7_i)

$$\psi_i(x) \in C^1(|x| \in \bar{J}_{i2}) \cap C^3(|x| \in J_{i2}), \quad \psi_i^1(x) \in C^1(|x| \in \bar{J}_{i2}) \cap C^3(|x| \in J_{i2}^1). \quad (8_i)$$

$$\text{Здесь } 2\beta = \frac{m}{m-2}, \text{ причем } 0 < \beta < \frac{1}{2}. \quad (9)$$

2. Исследование задачи АГ для уравнения (1_i)

Теорема. Если выполнены условия (2_i), (7_i), (8_i) и (9), то в области Ω решение задачи АГ существует и единственно.

Единственность решения задачи АГ доказывается с помощью принципа экстремума, а существование – методом интегральных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка. // «Дифференциальные уравнения». -1978. Т.14. № 1. С.181-184.
2. Ислотов Б., Джураев Ф. Аналог задачи Трикоми для вырождающегося нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа. // «Узбекский математический журнал». -2011. № 2. С. 75-85.
3. Ислотов Б., Джураев Ф. Задача АГ для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области. // «Узбекский математический журнал». -2015. № 2. С. 35-51.