

HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 3/1(50) 2023

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Бурнашев В.Ф., Загребина С.А. (Россия),
Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А., Ильин В.П. (Россия),
Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Карачик В.В. (Россия),
Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамедиева Д.Т., Назирова Э.Ш.,
Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Раджабов С.С.,
Расулов А.С., Садуллаева Ш.А., Самаль Д.И. (Беларусь),
Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К.,
Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан),
Шадиметов Х.М., Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США),
Min A. (Германия), Rasulev B. (США), Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная
Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: journals@airi.uz.

Сайт: journals.airi.uz (www.pvpm.uz).

Дизайн и компьютерная вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 28.06.2023 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №3. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 3/1(50) 2023

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Azamov A.A., Airpov M.M., Shadimetov Kh.M.

Executive Secretary:

Akhmedov D.D.

Editorial Council:

- Azamova N.A., Aboev R.D., Vupnashiev V.F., Zagrebina S.A. (Russia),
Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Pylin V.P. (Russia), Ismagilov I.D. (Russia),
Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kirbollov N.M., Mamatov N.S.,
Mizraev N.M., Mikhamedeva D.T., Nazirova E.Sh., Normatodov Ch.B., Nurtaev F.M.,
Orapnasenko V.N. (Ukraine), Radjabov S.S., Rasilo A.S., Sadullayeva Sh.A.,
Samal D.I. (Belarus), Starogotov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khamdamov R.Kh.,
Khujayev I.K., Khujayetov B.Kh., Slyue En Un (Russia), Shabozov M.Sh. (Tajikistan),
Shadimetov Kh.M., Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascarini M. (USA),
Min A. (Germany), Rasnlev B. (USA), Schaniburg H. (Germany), Singh D. (South Korea), Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.
Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Vuz-2, 17A.

Tel.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: journals@airi.uz

Web: journals.airi.uz (www.rvurm.uz).

Design and desktop publishing:

Shanpov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 28.06.2023

Format 60x84 1/8. Order No. 3. Print run 100 copies.

Содержание

Донієров Н.Н.

Алгебро-тригонометрическая оптимальная интерполяционная формула в гильбертовом пространстве 5

Курбанназаров А.И.

Свойства дискретного аналога дифференциального оператора 20

Жадалиев Ф.И., Исомиддинов В.О.

Коэффициенты оптимальной квадратурной формулы в пространстве Соболева 30

Жадалиев И.И.

Алгоритм Соболева о нахождении неизвестных функций для построения оптимальной квадратурной формулы в пространстве Херманндера 42

Жадалиев О.И., Исомиддинов В.О.

Практичные асимптотические оптимальные кубатурные формулы в пространстве Соболева для p -мерной единичной сферы 54

Хайтов Х.У.

Нахождение оптимальных коэффициентов интерполяционной формулы в пространстве Соболева 62

Шадиметов Х.М., Азамов С.С., Хажимов И.К.

Оптимальные интерполяционные формулы в одном гильбертовом пространстве 74

Войничиласе В.А.

Оптимальные формулы приближенного решения обобщенных интегральных уравнений Абеля в гильбертовом пространстве 84

Нафрасов А.Ю.

Дробный явный метод Адамса для дробных дифференциальных уравнений 92

Абдулгадиров А.А.

Построение оптимальной квадратурной формулы методом фи-функций 100

Шадиметов Х.М., Маматова Н.Х.

Точная верхняя оценка погрешности интерполяционной формулы 111

Абдуллаева Г., Нуралдиев Ф.А.

Свойства обобщенного сплайна четвертого порядка. Натуральные сплайны 118

Хашимов Т.О.

Оптимальная формула приближенного вычисления интегралов Римана-Луввилля 137

Ходжаев С.

Численное исследование струи, истекающей из коаксиальной шести и распределенной в расширяющемся канале, на основе полной системы уравнений Навье-Стокса 149

Ажмедево Д.М., Жаббаров Х.Х.

Оптимальные квадратурные формулы для сингулярных интегралов с ядром Гильберта в пространстве Соболева 159

Бозаров В.И., Шлаев А.К.

Норма функционала погрешности оптимальной квадратурной формулы с косинусным весом в пространстве Соболева 167

Агмедов Д.М.

Оптимальные квадратурные формулы для сингулярных интегралов типа Адамара 173

Хайтов А.Р., Курбанназаров А.И.

Оптимальная квадратурная формула для приближенного вычисления интегралов Фурье в пространстве $K_2^{(3)}(0, 1)$ 183

УДК 519.653

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУИ, ИСТЕКАЮЩЕЙ ИЗ КОАКСИАЛЬНОЙ ЩЕЛИ И РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В РАСШИРЯЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ, НА ОСНОВЕ ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ – СТОКСА

Ходжиев С.

s.hojiev@buxdu.uz

Бухарский государственный университет,
Узбекистан, г. Бухара 200114, ул. М.Икбола, 11.*Посвящается 70-летию со дня рождения профессора Холмата Шадиметова*

В данной работе приводится ряд численных результатов исследования струи истекающей из коаксиальной щели и распространяющейся в спутном потоке воздуха в плоском расширяющемся канале. При описании течения используется нестационарная двумерная полная система уравнений Навье – Стокса для вязкого сжимаемого газа. Вязкость рассматривается как сумма ламинарной и турбулентной вязкости. Для турбулентной вязкости использована алгебраическая модель турбулентности. Исследовано влияние отношения скорости, температуры, давления, степени расширения канала и геометрические размеры входных щелей потоков на параметры распространения и смешения спутных потоков в расширяющемся плоском канале.

Выявлено, что равных отношения температуры и давления при небольших степенях расширения ($\alpha < 6^0$) в начальных участках канала рециркуляционная зона не наблюдается, а также при меньших значениях соотношения щелей наблюдается образование меньшего ядра струи и быстрое убывание осевого значения скорости.

Наблюдается рециркуляционная зона в начальных сечениях канала при больших отношениях температуры (2,33) и давления (2) и ее высота занимает до 35% входного сечения. При большом угле расширения ($\alpha = 11^0$) зона отрицательных значений поперечной скорости больше, чем при угле расширения $\alpha = 6^0$, а профили примерно идентичны.

Ключевые слова: канал, вязкость, течения, Навье – Стокс, струя, смешения, эффективное, двумерный, коаксиал, расширяющийся, нерасчетность.

Цитирование: *Ходжиев С.* Численное исследование струи, истекающей из коаксиальной щели и распространяющейся в расширяющемся канале, на основе полной системы уравнений Навье – Стокса // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2023. – № 3/1(50). – С. 149-158.

1 Введение

Исследования струи, истекающие из коаксиальной щели, и распространяющиеся в комбинированном плоском канале, связанные широким применением в ракетной-космической техники, нефти-газовой промышленности, химической технологии, при решении задач экологии как выброса вредных веществ в атмосфере. Экспериментальные исследования сопряжены с рядом трудностей связанные с малыми размерами сечения канала, вредности газовых потоков, а также он дорог часто опасен и т.п. Поэтому иногда основным инструментом являются исследования таких течений с помощью описанием объекта его математической модели. В настоящее время для описания внутреннего течения вязкого

газа в основном используются три подхода. Первый, наиболее общий из них, основан на использовании полной системы уравнений Навье – Стокса [1], применение которых открывает широкие возможности для детального описания самых разнообразных течений в каналах, включая случаи возникновения зон рециркуляции, скачков уплотнения и т. п. Для исследования пограничного слоя и приближение «узкого канала». Первый из них заключается в традиционном разбиении потока вязкого ядро и течения в пограничном слое [1–3], что является вполне оправданным и дает хорошие результаты при относительно тонких пограничных слоях. Второй из них, так называемое приближение «узкого канала» [4] для описания полностью вязкого течения в каналах, продольные размеры которых значительно превышают поперечные. Каждому из выше указанных способов описания течения вязкого газа в каналах свойственны как достоинства, так и недостатки. Использование всех этих моделей для описания реальных течений вязких газов является, вообще говоря, оправданным движением, причем процессы распространения возмущений вверх по потоку в этом направлении являются несущественными [5, 6]. При дозвуковых течениях со сложной структурой, т. е. характеризующихся наличием одной или нескольких зон рециркуляции и оказывающих существенное влияние как на интегральные, так и на локальные параметры потока, исключается возможность использования для их описания приближенных параболических моделей. Типичным примером такого рода течений газов (газовых смесей) являются, в частности, течения в сильно изогнутых каналах, в каналах с режимом изменением площади поперечного сечения, смешение спутных струй в закрытом канале.

Численные интегрирование полной системы уравнений Навье – Стокса представляет собой чрезвычайно сложную и трудоемкую задачу, решение которой находится на предельных технических возможностях существующих современных вычислительных средств даже в случае течений однородного вязкого газа [7–13].

Теоретические и экспериментальные исследования посвящены существованию и размерам рециркуляционных зон при смешении двух потоков постоянной и переменной плотности, определены в количественном отношении некоторые особенности взаимодействия сверхзвуковой струй с ограниченными спутными потоком [14–17]. Однако экспериментальные исследования и обобщения касались, главным образом, случая большого отношения площадей поперечного сечения потоков при входе в каналы [4–17].

В данной работе численно исследуются струи истекающие из коаксиальной щели радиально расширяющейся в спутном потоке воздуха в плоском расширяющемся канале.

2 Постановка задачи

Численно исследованы распространения и смешения двух вязких потоков истекающих из плоских коаксиальных щелей в плоский расширяющийся канал. При описании внутренних течений предположим канал является стационарным, течение является вязким двумерным, плоским. В этом случае можно ограничиться решением течения в области между осями симметрии и одной из стенок канала (Рис. 1). Для описания течения используем стационарные полные двумерные системы уравнений Навье – Стокса [7, 9, 13].

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial t} f \rho + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial x} f \rho u + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v + \rho \Omega u) = 0. \quad (1)$$

Уравнение движения по оси x

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f \rho u + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial x} f (\rho u^2 + P) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho uv + \Omega (\rho u^2 + P)) = \frac{1}{ReL^2} \frac{\partial}{\partial x} f \mu u_x + \\ + \frac{1}{ReL} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{4}{3} \Omega u_y - \frac{2}{3} v_y \right) + \frac{1}{ReL} \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(v_x + \frac{4}{3} u_x \Omega \right) + \frac{\partial}{Re \partial y} f^{-1} \mu \left(\left(\frac{4}{3} \Omega^2 + 1 \right) u_y + \frac{1}{3} \Omega v_y \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение движения по оси y

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f \rho v + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial x} f \rho uv + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v^2 + P + \Omega \rho uv) = \\ = \frac{1}{ReL^2} \frac{\partial}{\partial x} f^{-1} \mu v_x + \frac{1}{ReL} \frac{\partial}{\partial x} \mu (u_y + \Omega v_y) + \\ + \frac{1}{ReL} \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(-\frac{2}{3} u_x + \Omega v_x \right) + \frac{\partial}{\partial y} f^{-1} \mu \left(\left(\Omega^2 + \frac{4}{3} \right) v_y + \frac{1}{3} \Omega u_y \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f E + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial x} f (E + P) u + \frac{\partial}{\partial y} (E + P) (v + \Omega u) = \\ = \frac{1}{ReL^2} \frac{\partial}{\partial x} f^{-1} \mu \left(v u_x + \frac{4}{3} v u_x + \frac{C_p}{P_{\tau}} T_x \right) + \\ + \frac{1}{ReL} \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(v u_y - \frac{2}{3} v u_y + \Omega v u_y + \frac{4}{3} \Omega v u_y + \frac{C_p}{P_{\tau}} \Omega T_y \right) + \\ + \frac{1}{ReL} \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(u v_x - \frac{2}{3} v u_x + \Omega v_x + \frac{4}{3} \Omega u u_x + \frac{C_p}{P_{\tau}} \Omega T_x \right) + \\ + \frac{\partial}{Re \partial y} f^{-1} \mu \left(\left(\frac{4}{3} + \Omega^2 \right) v v_y + \left(\frac{4}{3} \Omega^2 + 1 \right) u u_y + (\Omega^2 + 1) \frac{C_p}{P_{\tau}} T_y + \frac{1}{3} \Omega (u v_y + v u_y) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$E = \rho C_p T + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2). \quad (5)$$

Уравнение состояния

$$P = \rho T. \quad (6)$$

Система уравнений (1–6) записана безразмерном виде, выбрав в качестве масштабов длины, скорости, времени, температуры и давления соответственно l_0 , U_0 , $\frac{l_0}{U_0}$, $\frac{U_0^2}{\rho_0}$ и $\rho_0 U_0^2$ а в качестве масштабов для физических свойств газа, его коэффициентов переноса значения соответствующих величин, определенные при температуре T_0 и давлении P_0 : ρ_0 , μ_0 , $\rho_0 l_0 U_0$ а также проводимое $\kappa = \frac{l_0}{2}$, $\gamma = \mathcal{D} / (f(x))$ преобразованием позволяющим перевести прямоугольную расчетную область в симметричную квадратную область. В уравнениях все обозначения общеприняты. $f(x)$ – безразмерный профиль канала, l_0 – длина ося входного сечения канала, нижний индекс 2-относится к параметру основной (центральной) струи, а 1-присущенной, далее черточки над переменными опускаем, из-за привычности, где $\Omega = u_1 f' / f$.

Начальные и граничные условия:

$$t = t_0$$

$$x = 0 : \begin{cases} u = 1, v = 0, E = E_2, & 0 \leq y \leq R_2, \\ \mu = \mu_2, \rho = 1, P = P_2, & \\ u = u_1, v = 0, E = E_1, & \\ \mu = \mu_1, \rho = \rho_1, P = P_1, & R_2 < y < 1, \\ u = 0, v = 0, E = E_w, & \\ \rho = \rho_w, P = P_1, \mu = \mu_w, & y = 1. \end{cases} \quad (7)$$

$$0 < x \leq 1 \begin{cases} u = u_1, v = 0, E = E_0, & 0 < y < 1, \\ \mu = \mu_0, \rho = \rho_0, P = P_0, & \\ u = 0, v = 0, E = E_w, & \\ \rho = \rho_w, P = P_1, \mu = \mu_w, & y = 1. \end{cases}$$

$$t > t_0 :$$

$$x = 0 : \begin{cases} u = 1, v = 0, E = E_2, & 0 \leq y \leq R_2, \\ \mu = \mu_2, \rho = 1, P = P_2, & \\ u = u_1, v = 0, E = E_1, & \\ \mu = \mu_1, \rho = \rho_1, P = P_1, & R_2 < y < 1, \\ u = 0, v = 0, E = E_w, & \\ \rho = \rho_w, P = P_1, \mu = \mu_w, & y = 1. \end{cases} \quad (8)$$

$$0 < x \leq 1 : \begin{cases} u = 0, v = 0, E = E_w, & y = 1, \\ \rho = \rho_w, \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \mu = \mu_w, T = T_w, & y = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} = v = \frac{\partial E}{\partial y} = 0, & \end{cases}$$

$$x = 1 : \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial x} = 0, & 0 < y < f_w. \end{cases}$$

Здесь ρ_1, E_1, μ_1 и ρ_2, E_2, μ_2 соответственно, вычисляются для заданной температуры T_1, T_2 и давления P_1, P_2 струи и спутного потока. Значения $\rho_w, E_w, \tilde{\rho}_w, \tilde{E}_w, \mu_w$ вычисляются заданных граничных условий на стенке по $u, v, T, P, u_0, E_0, \rho_0, \mu_0, T_0$ — некоторые безразмерные начальные значения искомым параметрам.

Численные исследования проводились методом решения системы уравнений (1-6) с граничными и начальными условиями (7-8) методом и алгоритмом расчета приведенными в работах [9, 13]. Для замыкания системы уравнений эффективная турбулентная вязкость вычислялась по формуле

$$\mu = \text{const} \cdot T^{0,6472} + \kappa R \mathbb{B}^2(x) \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|,$$

где κ — эмпирическая константа, а $\mathbb{B}(x)$ — условная ширина области перемеживания.

Входном сечении канала параметра потока задавались однородными ступенчатыми значениями. Для анализа процесса смещения и распространения в спутных потоках особенно в колбинированном канале, необходимо знание зависимости географических характеристик течения от параметров потока, т.е. от соотношения скоростей, температур на входе и входных размеров щелей, а также неадекватность.

Особый интерес представляет малозащитная область, где рассматривается влияние степени расширения канала на процесс смещения и распространения газовых смесей.

Форма расширяющегося канала задается в виде $f(x) = ax + b$, a и b в расчетах, угол расширения изменялся в пределах от $6^\circ - 11^\circ$.

Расчеты проводились в двух вариантах: первый — при одинаковых температурах и давлениях (Таблица 1-1); второй — при разных температурах и давлениях (Таблица 2-2), основной и притесненной струи.

Численные результаты вариантов (1-9) в виде графика приводятся в рис. (2-3). Здесь можно отметить, что развитие течения в расширяющемся канале при наборе параметров, приведенных в таблице 1, зоны рециркуляции не прослеживаются. скорости, температуры плавно изменяются по поперечному направлению вдоль канала.

На рис. 2 (варианты 3-4) приведено поперечное распределение продольной скорости при значениях щелей $R_2/f_0 = 0,26$ и $R_2/f_0 = 0,5$.

Как следует из графиков, при меньших значениях соотношения щелей наблюдается образование меньшего ядра струи и быстрое убывание осевого значения скорости при постоянных исходных значениях других параметров (Таблица 1).

На рисунке 3 (варианты 6-9) приведено поперечное распределение продольной скорости на выходе канала, при $\bar{x} = 1$. Из графика следует, что при $R_2/f_0 = 0,5$ поперечное изменение продольной скорости «кривые» более пологие, чем при $R_2/f_0 = 0,26$. Это объясняется тем, что увеличение входного размера основного потока приводит к расширению зоны смещения и к развитому течению.

N	$\varphi_1 = u_2/u_1$	$\varphi_2 = R_2/f_0$	$\varphi_3 = L/f_0$	$\varphi_4 = T_2/T_1$	$\varphi_5 = P_2/P_1$
1	44,4285	0,5	10	1	1
2	44,4285	0,26	10	1	1
3	71,4285	0,26	10	1	1
4	44,4285	0,26	5	1	1
5	44,4285	0,5	5	1	1
6	1,60775	0,26	10	1	1
7	1,60775	0,5	10	1	1
8	1,60775	0,5	5	1	1
9	1,60775	0,26	5	1	1

N	$\varphi_1 = u_2/u_1$	$\varphi_2 = R_2/f_0$	$\varphi_3 = L/f_0$	$\varphi_4 = T_2/T_1$	$\varphi_5 = P_2/P_1$
10	45,072	0,26	5	1,6666	1
11	45,072	0,5	5	1,6666	1
12	71,4285	0,26	5	1,6666	1
13	71,4285	0,5	5	1,6666	1
14	71,4285	0,5	5	1,0000	1
15	45,072	0,5	10	1,0000	2
16	45,072	0,26	10	1,0000	2
17	45,072	0,5	10	1,0000	2
18	45,072	0,5	10	2,3333	1
19	1,4588	0,5	10	1,0000	2

Следующими исследованиями были влияние степени расширения, температурной неоднородности и неадекватности струи на параметры смещения потоков (варианты

табл. 2). Только при варианте 18, что увеличение температуры и давление основного во входном сечении канала приводит к увеличению зоны рециркуляции в начальных сечениях при малых значениях степени расширения ($\alpha = 6^\circ$) и высоте, и доходит 35% поперечного сечения.

На рис. 4 (варианты 10, 11) показано поперечное распределение продольной скорости в сечениях $x = 0, 0,5$ и $x = 1$, а также температуры при $x = 1$ и соотношение неслет $R_2/f_0 = 0,26$ (сплошная линия), а $R_2/f_0 = 0,5$ (пунктирная линия, № 11) при неизменных значениях других параметров. Как следует из результатов, при $\varphi_2 = 0,5$ ядро струи основного потока доходит до $x = 1$, по сравнению с $\varphi_2 = 0,26$ и ширина зоны смещения шире. Увеличение исходного значения температуры приводит к незначительному изменению профиля скорости как для $\varphi_2 = 0,5$, так и для $\varphi_2 = 0,26$, т.е. увеличение массы основного потока, т.е. при $\varphi_2 = 0,5$, приводит к увеличению его зоны смещения и медленному закручению (варианты № 12, 13).

На рис. 5 приведено поперечное распределение продольной скорости, а также осевое изменение продольной скорости при разных значениях давления струи и спутного потока, а также при разных значениях соотношения входных шлейфов $\varphi_2 = 0,5$ (сплошная линия, вариант № 15), $\varphi_2 = 0,26$ (пунктирная линия, вариант № 16), на сечениях $x = 0,5$ и $x = 1$. Как следует из графика, при $\varphi_2 = 0,5$ ядро струи и ширина зоны смещения больше. Это объясняется тем, что при $\varphi_2 = 0,5$ масса основного потока больше и радиус действия основного потока и влияние его шире, а также падение скорости вдоль потока медленнее, чем при $\varphi_2 = 0,26$. Кроме того, из-за малости значения шести осевого потока, по сравнению со спутным потоком, падение осевого значения скорости происходит быстрее.

На рисунке 6 приведено поперечное распределение продольной скорости в разных сечениях канала в зависимости от угла его расширения. Как следует из рисунка, увеличение угла расширения канала на 5° приводит к быстрому падению скорости. При регулировании угла расширения канала можно получить желаемые профили скорости и другие параметры потока.

На рисунке 7 приведено распределение поперечно скорости на расстоянии $\bar{x} = 0,5$ от входа в канал в зависимости от угла расширения канала. Из графика видно, что при угле расширения 11° зона отрицательных значений поперечной скорости больше, чем при угле расширения 6° , а профили примерно идентичны. Это объясняется тем, что в пределах изменения угла расширения в малых диапазонах характер изменения угла расширения в малых диапазонах характер изменения поперечной скорости одинаков.

На рис. 8 приведено поперечное распределение продольной скорости в разных сечениях канала в зависимости от угла его расширения. Как видно, увеличение угла расширения канала на 5° при одних и тех же параметрах струи приводит к быстрому падению скорости.

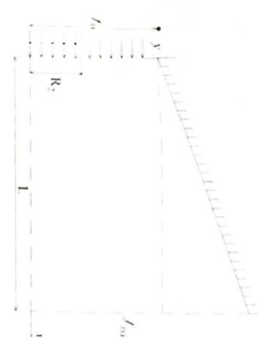


Рис. 1 Схематическая картина течения

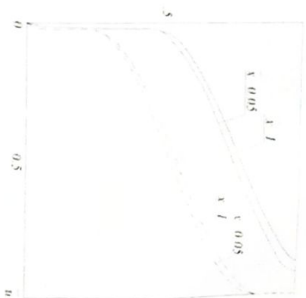


Рис. 2 Поперечное распределение продольной скорости на разных расстояниях от входного сечения канала: Вариант №4. Вариант №5

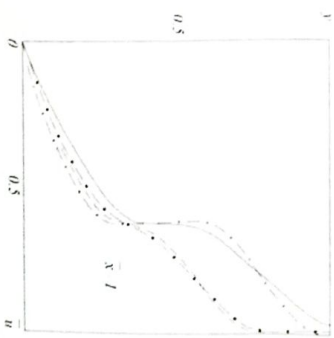


Рис. 3 Поперечное распределение продольной скорости при: Вариант № 6 $\varphi_2 = 0,26$; Вариант № 7 $\varphi_2 = 0,26$; Вариант № 8 $L = 0,5m$, $\varphi_2 = 0,5$; Вариант № 9 $L = 0,5m$, $\varphi_2 = 0,26$, $u_2 = 500m/c$, $u_1 = 311m/c$, $T_2 = T_1 = 300$, $p_2 = p_1 = 1$ атм.

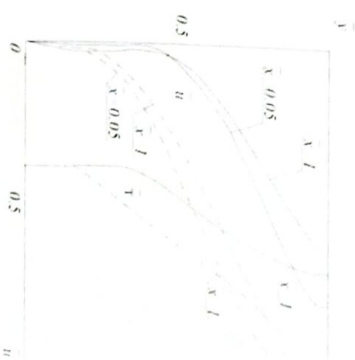


Рис. 4 Поперечное распределение продольной скорости и температура: Вариант №10; Вариант №11

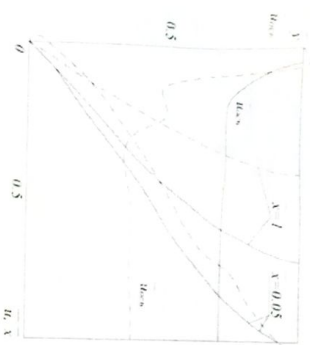


Рис. 5 Поперечные и осевые изменения продольной скорости в зависимости от α ; 2-вариант №15; 1-вариант №16.

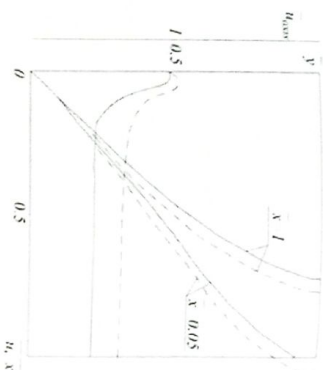


Рис. 6 Поперечные распределение продольной скорости в различных сечениях канала при разных углах расширения канала, а также осевое изменение продольной скорости: 1- $\alpha = 11^\circ$; 2- $\alpha = 6^\circ$

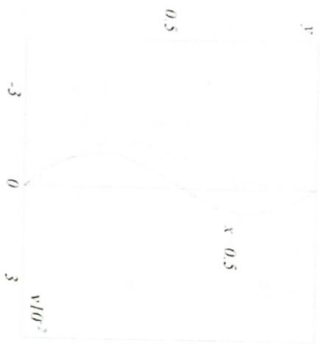


Рис. 7 Поперечные профили поперечной скорости при разных углах расширения: 1- $\alpha = 11^\circ$; 2- $\alpha = 6^\circ$

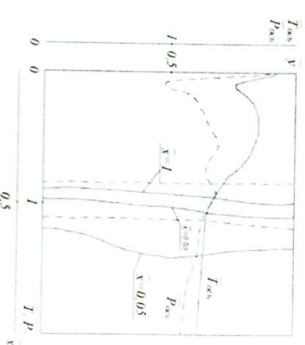


Рис. 8 Поперечные и осевые изменения температуры (—) и давления (---) вдоль канала; вариант № 18.

3 Заключение

В данной работе приведены и анализированы некоторые численные результаты исследования влияния отношения скорости, температуры, давления, степени расширения канала и геометрические размеры входных частей потоков на параметры расширения и смещения суженных потоков в расширяющемся плоском канале.

Выявлено, что равных отношения температуры и давления при небольших степенях расширения ($\alpha < 6^\circ$) в начальных участках канала рециркуляционная зона не наблюдается, а также при меньших значениях соотношения скоростей наблюдается образование меньшего ядра струи и быстрее убывает осевое значение скорости.

Численное исследование струи, истекающей из коаксиальной ...

Наблюдается рециркуляционная зона в начальных сечениях канала при больших отношениях температуры ($T_2/T_1 = 2.33$) и давления ($P_2/P_1 = 2$) и ее высота занимает до 35% входного сечения.

При небольшом угле расширения ($\alpha = 11^\circ$) зона отрицательных значений поперечной скорости больше, чем при угле расширения $\alpha = 6^\circ$, а профили примерно идентичны.

При выборе угла расширения канала можно получить желаемые профили скорости и другие параметры потока.

Литература

- [1] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. / Москва: Дрофа, - 2003. - 840 с.
- [2] Лапин Ю.В. Турбулентный пограничный в сверхзвуковых потоках газа. / Москва: Наука, - 1982. - 312 с.
- [3] Шалгитин Г. Теория пограничного слоя. / Москва: Наука, - 1974. - 712 с.
- [4] Вильямс Ш. Течения вязкого сжимаемого газа в узких каналах. // Ракетная техника и космонавтика. - 1963 - Т.1. №1. - С. 215-224.
- [5] Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. // Москва: Наука. ГИ. ред. Физ - мат. Лит. - 1980. - 368 с.
- [6] Лапин Ю.В., Незамкина О.А., Поселов В.А., Стрелец М.Х., Шур М.Д. Численное моделирование внутренних течений вязких химически реагирующих газовых смесей. Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. // Москва: Наука, - 1985. - Т. 19. - С. 86-185.
- [7] Андерсон Д., Танигата Дзюс, Делтнер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. / М.: Мир, - 1990. - В 2-х Т.1 - 334 с.
- [8] Березин Ю.А., Ковалева В.М., Яненко Н.Н. Об одной неявной схеме расчета течения вязкого теплопроводного газа. В сб. «Численные методы механики сплошной среды» // Новосибирск, - 1972. - Т.3. - №4. - С. 3-18.
- [9] Бил Р.М., Уоринг Р.Ф. Неявная факторизованная разностная схема для уравнений Навье - Стокса течения сжимаемого газа. Ракетная техника и космонавтика. // - 1978. - т.16. - №4. - С. 145-156.
- [10] Ворпсов А.В., Ковалева В.М. Применение неявной разностной схемы для расчета внутренних течений вязкого газа. // Числ. методы мех. сплош. среды. Новосибирск. - 1976. Т. - №4. - С. 36-47.
- [11] Магилладе Г.М., Шербах С.В. Численный метод исследования нестационарных движений сжимаемых газа. // Изв. - Физ. Ж., - 1980. - 38. №3. - С. 528-537.
- [12] Allen J.S., Seng S.I. Numerical Solutions of the Compressible Navier - Stokes Equations for the laminar Near wake. // Phys. Fluids, - V. 13. - P. 37-52.
- [13] Холдживер С., Поселов В.А. Применение схемы Билла - Уоринга для расчета течения в соплах Лавалля. // Гидродинамика. Дин. Гас. Тех. Уни. Д.: - 1990. - С. 101-107.
- [14] Стюарт А., Ситтел Р. Riddications Scientifiques et Techniques du ministere de L'Air / Mats, - 1960. - №359.
- [15] Vanciljon M., Sitttel R. Trans. ASME, 1964. Ser. D. 4. / M. Наука, - 1974. - 808 с.
- [16] Вась В.К., Константиновский В.А., Сидоров И.В. Смещение суженных потоков в канале постоянного сечения при нагнетании зоны рециркуляции. // Физика горения и взрыва. - 1972. - №1. - С. 70-76.

- [17] Бакалдина Л.А., Сидоров И.В. Условия существования и продольные размеры рециркуляционных зон при взаимодействии сверхзвуковой струи с ограниченным спутным дозвуковым потоком. // Изв. СО АН СССР, - 1970. - №8. - вып.2, - С. 37-45.

Поступила в редакцию 16.04.2023

UDC 519.653

NUMERICAL STUDY OF A JET FLOWING OUT OF A COAXIAL SLOT AND PROPAGATING IN AN EXPANDING CHANNEL BASED ON THE COMPLETE SYSTEM OF NAVIER-STOKES EQUATIONS

Khodjiev S.

s.hojiev@buxdu.uz

Bukhara State University, 11 M.Ikbol street, Bukhara 200114, Uzbekistan.

The present paper deals with some simulation results of investigation of a jet flowing out of a coaxial slot and propagating in a coaxial air flow in a flat expanding channel. The flow using the unsteady two-dimensional complete system of Navier-Stokes equations for a viscous compressible gas is described. Viscosity as the sum of laminar and turbulent viscosity is considered. For the turbulent viscosity an algebraic turbulence model is used. The influence of the ratio of velocity, temperature, pressure, the degree of expansion of channel and the geometric dimensions of the inlet slots of flows on the parameters of propagation and mixing of co-current flows in an expanding flat channel is studied. It was found that equal ratios of temperature and pressure at small degrees of expansion ($\alpha < 6^\circ$) the recirculation zone is not observed in the initial sections of the channel, and also at lower slot ratios, the formation of a smaller jet core and a rapid decrease in the axial velocity value are observed. A recirculation zone in the initial sections of the channel at large ratios of temperature (2.33) and pressure (2) and its height occupies up to 35% of the inlet section is observed. With a small expansion angle ($\alpha = 11^\circ$), the zone of negative values of the transverse velocity is larger than with the expansion angle $\alpha = 6^\circ$, and the profiles are approximately identical.

Keywords: channel, viscosity, flows, Navier-Stokes, jet, mixing, effective, two-dimensional, coaxial, expanding, off-design.

Citation: Khodjiev S. 2023. Numerical study of a jet flowing out of a coaxial slot and propagating in an expanding channel based on the complete system of Navier-Stokes equations. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 3/1(50): 149-158.