ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ
хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

========= ♦ =========

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА
Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

========= ♦ =========

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the
AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the
participation of foreign scientists

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS
Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

======== ♦ ========

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции
с участием зарубежных ученых

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

======== ♦ ========

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

V SHO'BA: EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKA

СЕКЦИЯ № 5: ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

SECTION No. 5: THEORY OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS

По теореме Рисса любой линейно непрерывный функционал l в гильбертовом пространстве представляется в виде скалярного произведения

$$(l, \varphi) = \langle \psi_l, \varphi \rangle_m$$

для любой функции из $L_2^{(m)}(0,1)$. Здесь ψ_l — функция из пространства $L_2^{(m)}(0,1)$, определяется единственным образом по функционалу l и является его экстремальной функцией. Интегрируя по частям выражения в правой части равенства (1.6) и используя периодичность функций $\varphi(x)$ и $\psi_l(x)$, получаем равенство

$$(l, \varphi) = (-1)^m \int\limits_0^1 \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} \psi_l(x) \cdot \varphi(x) dx.$$

Таким образом, экстремальная функция $\psi_l(x)$ является обобщенным решением уравнения

$$\frac{d^{2m}}{dx^{2m}} \psi_l(x) = (-1)^m l(x)$$

с граничными условиями $\psi_l^{(\alpha)}(0) = \psi_l^{(\alpha)}(1)$, $\alpha = \overline{0, 2m-1}$

Теорема. Явное выражение для экстремальной функции $\psi_l(x)$ функционала погрешности (1.3) определяется формулой

$$\psi_l(x) = (-1)^m \left[B_{2m}(x-z) - \sum_{k=1}^{n} C_k(z) \cdot B_{2m}(x - x_k) + d_0 \right],$$

где $B_{2m}(x) = \sum\limits_{\beta \neq 0} \frac{\exp(-2\pi i \beta x)}{(2\pi i \beta)^{2m}}$ является полиномом Бернулли, d_0 — константа. Далее, вычисляя (l, ψ_l) получим квадрат нормы функционала погрешности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. // - М.: Наука, 1974. - 808 с.
2. Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. // - Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН, 1996. - 484 с.

ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ УСТОЙЧИВОЙ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В МОДЕЛЬНОМ УРАВНЕНИИ СМЕШАННОГО ТИПА

Меражова Ш.Б.[1], Тураева Н.А.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан
[1]shsharipova@mail.ru;

Аналитическое решение неклассических уравнений математической физики - очень сложный процесс, поэтому для краевых задач в этих уравнениях строятся устойчивые разностные схемы, что позволяет решать ряд краевых задач для уравнений смешанного типа. Разбирая разностные схемы для уравнений с частными производными, мы всегда проводим исследование, разбивая его на два этапа [1].
I этап состоит в проверке аппроксимации.

II этап состоит в проверке так называемой устойчивости.

Если разностные уравнения аппроксимируют дифференциальные уравнения и если имеет место устойчивость разностных уравнений, то легко доказывается близость точного и приближенного решений.

В области $D = \{(x,t) : 0 < x < l,\ -T < t < T\}$ мы рассматриваем следующее уравнение:

$$Lu \equiv K(t)u_{tt} - h(x)u_{xx} + a(x,t)u_t + b(x,t)u_x + c(x,t)u = f(x,t) \tag{1}$$

$K(t)$, $h(x)$, $a(x,t)$, $b(x,t)$, $c(x,t)$ - заданные функции, удовлетворяющие следующим условиям:

1) $K(t) \in C^2([-T,T])$, при $t \neq 0, tK(t) > 0$ и $K(0) = 0$.

2) $h(x) \in C^2([0,l])$, если $x \in (0,l)$ и $h(0) = h(l) = 0$.

3) $a(x,t), b(x,t) \in C^1(D)$, $c(x,t) \in C(\overline{D})$.

4) $\beta(x) = a(x,0) - K(0) > 0$, $x \in [0,l]$.

Краевая задача: Найти функцию $u(x,t)$, удовлетворяющая в области D уравнение (1), а при $t = -T$ условию

$$u(x,-T) = 0,\ x \in [0,l]. \tag{2}$$

Применим метод конечно-разностных схем к краевой задаче (1)-(2). В области $\overline{D} = \{(x,t) : 0 \leq x \leq l, -T \leq t \leq T\}$ строим разностную сетку с шагами $\Delta t = \Delta$, $\Delta x = \Delta_x$, $(T = m\Delta,\ l = n\Delta_x)$.

Через u_i^k обозначим приближенное решение краевой задачи в точке (t^k, x_i). Введем операторы $\varphi, \psi, \tau, \overline{\tau}, \xi, \overline{\xi}$ сдвига и разностные, следующим образом:

$$\varphi u_i^k = u_i^{k+1} = u^{k+1} = \widehat{u},\ \varphi^{-1}u_i^k = u_i^{k-1} = u^{k-1} = \breve{u},\ \psi^{\pm}u_i^k = u_{i\pm1}^k = u_{i\pm1},$$

$$\tau = \varphi - 1,\ \overline{\tau} = 1 - \varphi^{-1},\ \xi = \psi - 1,\ \overline{\xi} = 1 - \psi^{-1},\ r = \frac{\Delta}{\Delta_x}.$$

В этом случае аппроксимируем краевую задачу (1) - (2) следующей конечно-разностной схемой, устойчивость которой было доказано в [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} L^- u \equiv \left[K^k \frac{\tau\overline{\tau}}{\Delta^2} - h_i \frac{\xi\overline{\xi}}{\Delta_x^2} + a_i^k \frac{\overline{\tau}}{\Delta} + b_i^k \frac{\overline{\xi}}{\Delta_x} + +c_i^k\right] u = f_i^k,\ k = \overline{-m+1,0};\ i = \overline{0,n}, \\ L^+ u \equiv \left[K^k \frac{\overline{\tau}\overline{\tau}}{\Delta^2} - h_i \frac{\xi\overline{\xi}}{\Delta_x^2} + a_i^k \frac{\overline{\tau}}{\Delta} + b_i^k \frac{\overline{\xi}}{\Delta_x} + +c_i^k\right] u = f_i^k,\ k = \overline{1,m};\ i = \overline{0,n}, \\ u_i^{-m} = 0,\ i = \overline{0,n} \end{array} \right. \tag{3}$$

Для исследования аппроксимации воспользовались формулой Тейлора. Определили что, (3) конечно-разностная схема аппроксимирует (1)-(2) задачу первым порядком относительно Δ, Δ_x.

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С.К., Уравнения математической физики. М: Наука, 1971г., с.416.

2. Меражова Ш.Б. Устойчивость разностной модели первой краевой задачи для уравнения смешанного типа. Узб. Матем. Журнал, (1) 2012г.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ