



ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти  
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА  
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**  
хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

**МАТЕРИАЛЛАРИ**

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

===== ◆ =====  
Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз  
Бухарское отделение института Математики

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

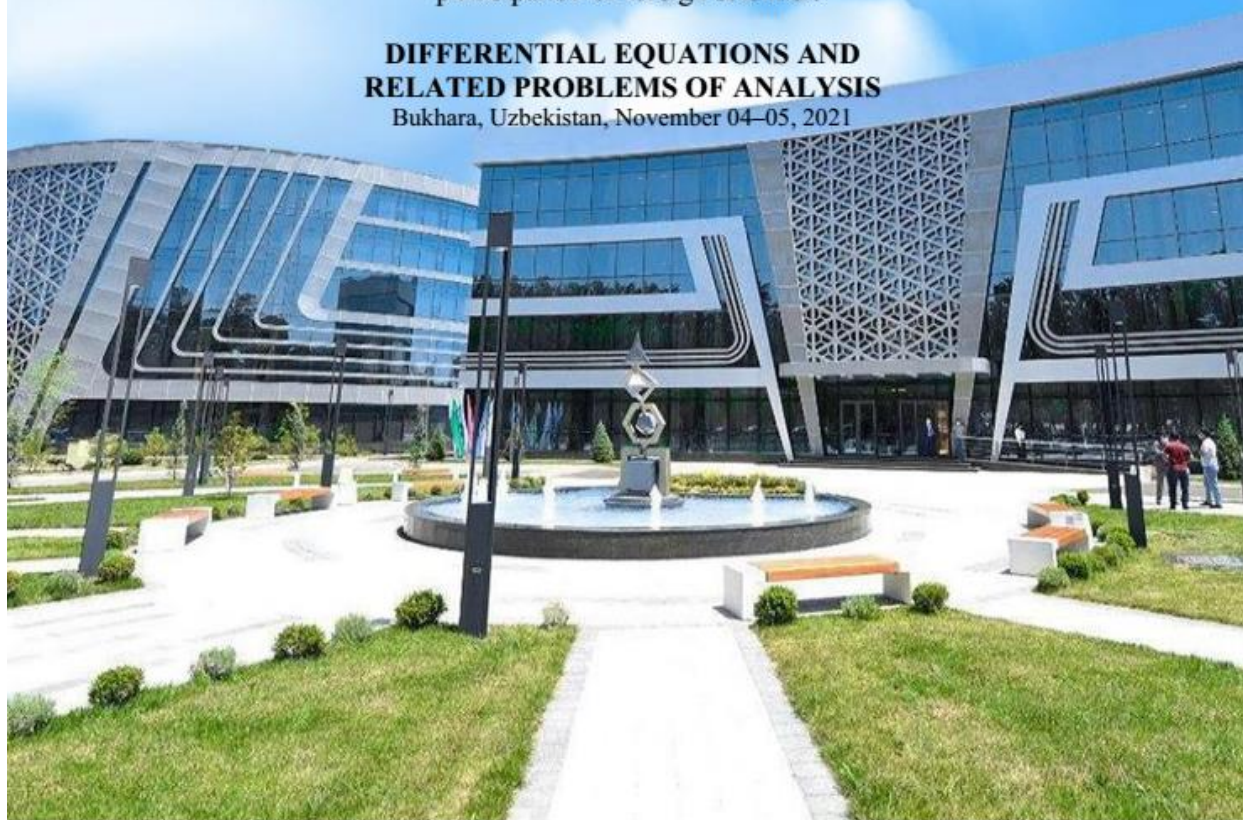
===== ◆ =====  
Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the  
AS of Uzbekistan  
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

**ABSTRACTS**

of the Republican Scientific Conference with the  
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND  
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021



ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти  
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА  
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

**МАТЕРИАЛЛАРИ**

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил



Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз  
Бухарское отделение института Математики

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

Республиканской научной конференции  
с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год



Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the  
AS of Uzbekistan  
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

**ABSTRACTS**

of the Republican Scientific Conference with the  
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND  
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

Хайиткулов Б.Х., Латипов Н.К. Численное моделирование задачи оптимального выбора внешних сил в волновом уравнении .....	329
Маликов З.М., Наврузов Д.П., Мирзоев А.А., Каримов Р.С. Сравнение турбулентных моделей для расчета распространения температуры в несжимаемой запыленной турбулентной струе. ....	330
Маматова Н.Х., Бахронова Н. Экстремальная функция и представление нормы функционала погрешности .....	332
Меражова Ш.Б., Тураева Н.А. Вычисления порядка аппроксимации устойчивой конечно-разностной схемы для первой краевой задачи в модельном уравнении смешанного типа. ....	333
Султанов М.А., Мисилов В.Е. Численное решение уравнения диффузии с дробной производной по времени. ....	334
Утебаев Д., Нуруллаев Ж.А. О точности разностных схем для одного уравнения высокого порядка составного типа .....	337

## V SHO'BA: EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKA

### СЕКЦИЯ № 5: ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

### SECTION No. 5: THEORY OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS

Abdullayev J.I., Toshturdiyev A.M., Mamatmurodov X. Panjaradagi bir zarrachali sistema energiyasining o'rta qiymati va dispersiyasi .....	338
Abdushukurov F.A. On asymptotics of a probability of the event: each cell contains even number of particles .....	340
Arabboyev A. B. Sug'urta kompaniyasining sug'urta mukofot pulini to'lay olmaslik riski va uning erkin zahiralari .....	341
Azimov J. B., Toshmatov M. Bir jinsli bo'lmagan immigratsiyali kritik tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayoni uchun limit teorema .....	343
Bozorboyeva H. Sh. Opsion narxi bahosining binomial modelini modellashtirish .....	345
Bozorov S. B. Integral intensevliklar nisbati funksiyasini noparametrik baholash .....	346
Egamova Sh. U. Hayot sug'urtasida ta'rif stavkalarini hisoblash usullari .....	348
Hakimova D. Banklarning faoliyat samaradorligini baholash modellari. ....	349
Jabbarov J. S. Yurak qon tomir tizimlarining fraktal o'lchovi .....	351
Mamadiyev F.R. Rivojlanayotgan mamlakatlarda to'g'ridan tog'ri xorijiy investitsiyalar hajmini statistik tahlil asosida regression modelini tuzish. ....	354
Sharipov O. Sh., Gaipova Y. A. Garch (1,1) jarayonlarining kvadratlari uchun limit dispersiyani baholash .....	354
Zokirjonov M.O. Spacing-statistikalar gini indeksiga normal taqsimot orqali approssimatsiya haqida .....	355
Qurbonov H., Axmatova Sh. $M  G 1/N$ xizmat ko'rsatish sistemasi statsionar navbat uzunligi taqsimoti uchun ayrim munosabatlar haqida .....	357

По теореме Рисса любой линейно непрерывный функционал  $l$  в гильбертовом пространстве представляется в виде скалярного произведения

$$(l, \varphi) = \langle \psi_l, \varphi \rangle_m$$

для любой функции из  $L_2^{(m)}(0, 1)$ . Здесь  $\psi_l$  — функция из пространства  $L_2^{(m)}(0, 1)$ , определяется единственным образом по функционалу  $l$  и является его экстремальной функцией. Интегрируя по частям выражения в правой части равенства (1.6) и используя периодичность функций  $\varphi(x)$  и  $\psi_l(x)$ , получаем равенство

$$(l, \varphi) = (-1)^m \int_0^1 \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} \psi_l(x) \cdot \varphi(x) dx.$$

Таким образом, экстремальная функция  $\psi_l(x)$  является обобщенным решением уравнения

$$\frac{d^{2m}}{dx^{2m}} \psi_l(x) = (-1)^m l(x)$$

с граничными условиями  $\psi_l^{(\alpha)}(0) = \psi_l^{(\alpha)}(1)$ ,  $\alpha = \overline{0, 2m-1}$

**Теорема.** Явное выражение для экстремальной функции  $\psi_l(x)$  функционала погрешности (1.3) определяется формулой

$$\psi_l(x) = (-1)^m \left[ B_{2m}(x-z) - \sum_{k=1}^n C_k(z) \cdot B_{2m}(x-x_k) + d_0 \right],$$

где  $B_{2m}(x) = \sum_{\beta \neq 0} \frac{\exp(-2\pi i \beta x)}{(2\pi i \beta)^{2m}}$  является полиномом Бернулли,  $d_0$  — константа. Далее, вычисляя  $(l, \psi_l)$  получим квадрат нормы функционала погрешности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. // - М.: Наука, 1974. - 808 с.
2. Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. // - Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН, 1996. - 484 с.

### ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ УСТОЙЧИВОЙ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В МОДЕЛЬНОМ УРАВНЕНИИ СМЕШАННОГО ТИПА

Меражова Ш.Б.<sup>1</sup>, Тураева Н.А.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

<sup>1</sup>shsharipova@mail.ru;

Аналитическое решение неклассических уравнений математической физики - очень сложный процесс, поэтому для краевых задач в этих уравнениях строятся устойчивые разностные схемы, что позволяет решать ряд краевых задач для уравнений смешанного типа. Разбирая разностные схемы для уравнений с частными производными, мы всегда проводим исследование, разбивая его на два этапа [1].

I этап состоит в проверке аппроксимации.



II этап состоит в проверке так называемой устойчивости.

Если разностные уравнения аппроксимируют дифференциальные уравнения и если имеет место устойчивость разностных уравнений, то легко доказывается близость точного и приближенного решений.

В области  $D = \{(x, t) : 0 < x < l, -T < t < T\}$  мы рассматриваем следующее уравнение:

$$Lu \equiv K(t)u_{tt} - h(x)u_{xx} + a(x, t)u_t + b(x, t)u_x + c(x, t)u = f(x, t) \quad (1)$$

$K(t), h(x), a(x, t), b(x, t), c(x, t)$  - заданные функции, удовлетворяющие следующим условиям:

- 1)  $K(t) \in C^2([-T, T])$ , при  $t \neq 0, tK(t) > 0$  и  $K(0) = 0$ .
- 2)  $h(x) \in C^2([0, l])$ , если  $x \in (0, l)$  и  $h(0) = h(l) = 0$ .
- 3)  $a(x, t), b(x, t) \in C^1(D), c(x, t) \in C(\bar{D})$ .
- 4)  $\beta(x) = a(x, 0) - K(0) > 0, x \in [0, l]$ .

Краевая задача: Найти функцию  $u(x, t)$ , удовлетворяющая в области  $D$  уравнение (1), а при  $t = -T$  условию

$$u(x, -T) = 0, x \in [0, l]. \quad (2)$$

Применим метод конечно-разностных схем к краевой задаче (1)-(2). В области  $\bar{D} = \{(x, t) : 0 \leq x \leq l, -T \leq t \leq T\}$  строим разностную сетку с шагами  $\Delta t = \Delta, \Delta x = \Delta_x, (T = m\Delta, l = n\Delta_x)$ .

Через  $u_i^k$  обозначим приближенное решение краевой задачи в точке  $(t^k, x_i)$ . Введем операторы  $\varphi, \psi, \tau, \bar{\tau}, \xi, \bar{\xi}$  сдвига и разностные, следующим образом:

$$\varphi u_i^k = u_i^{k+1} = u^{k+1} = \hat{u}, \varphi^{-1} u_i^k = u_i^{k-1} = u^{k-1} = \check{u}, \psi^\pm u_i^k = u_{i\pm 1}^k = u_{i\pm 1},$$

$$\tau = \varphi - 1, \bar{\tau} = 1 - \varphi^{-1}, \xi = \psi - 1, \bar{\xi} = 1 - \psi^{-1}, r = \frac{\Delta}{\Delta_x}.$$

В этом случае аппроксимируем краевую задачу (1) - (2) следующей конечно-разностной схемой, устойчивость которой было доказано в [2]:

$$\begin{cases} L^- u \equiv \left[ K^k \frac{\tau\bar{\tau}}{\Delta^2} - h_i \frac{\xi\bar{\xi}}{\Delta_x^2} + a_i^k \frac{\tau}{\Delta} + b_i^k \frac{\bar{\xi}}{\Delta_x} + + c_i^k \right] u = f_i^k, k = \overline{-m+1, 0}; i = \overline{0, n}, \\ L^+ u \equiv \left[ K^k \frac{\tau\bar{\tau}}{\Delta^2} - h_i \frac{\xi\bar{\xi}}{\Delta_x^2} + a_i^k \frac{\tau}{\Delta} + b_i^k \frac{\bar{\xi}}{\Delta_x} + + c_i^k \right] u = f_i^k, k = \overline{1, m}; i = \overline{0, n}, \\ u_i^{-m} = 0, i = \overline{0, n} \end{cases} \quad (3)$$

Для исследования аппроксимации воспользовались формулой Тейлора. Определили что, (3) конечно-разностная схема аппроксимирует (1)-(2) задачу первым порядком относительно  $\Delta, \Delta_x$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С.К., Уравнения математической физики. М: Наука, 1971г., с.416.
2. Меражова Ш.Б. Устойчивость разностной модели первой краевой задачи для уравнения смешанного типа. Узб. Матем. Журнал, (1) 2012г.

#### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ