

ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

===== ◆ =====

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

===== ◆ =====

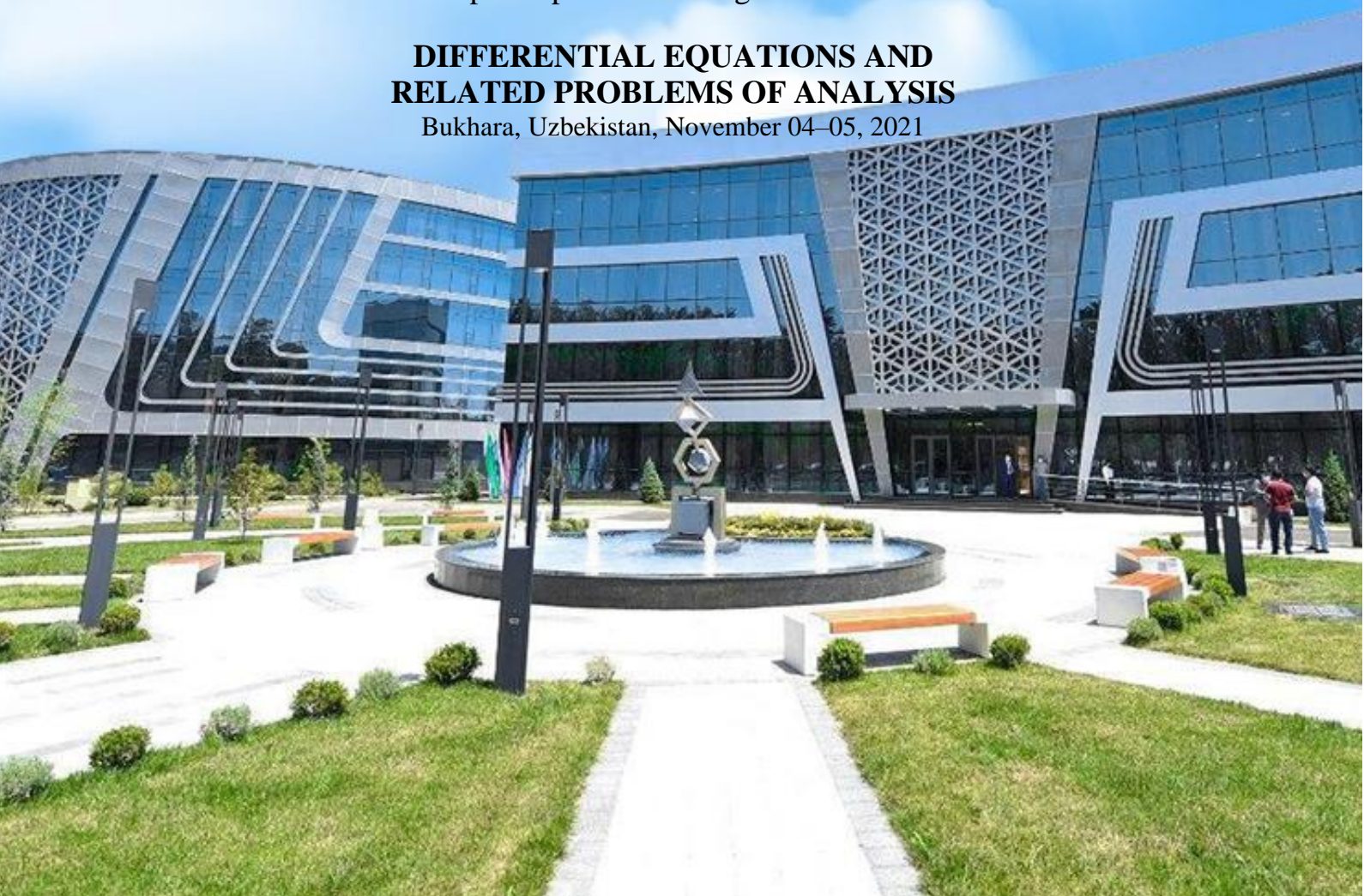
Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the
AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021



ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

===== ◆ =====

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции
с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

===== ◆ =====

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the
AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

ANJUMAN TASHKILIY QO‘MITASI

Tashkiliy qo‘mita raisi:

Ayupov Sh.A. – O‘zFA Matematika instituti direktori, akademik

Tashkiliy qo‘mita raisining o‘rinbosarlari:

Roziqov O‘.A. – O‘zFA Matematika instituti ilm-fan bo‘yicha direktor o‘rinbosari

Botirov G‘.I. – O‘zFA Matematika instituti direktor o‘rinbosari

Durdiyev D.Q. – O‘zFA Matematika instituti Buxoro bo‘linmasi mudiri

A‘zolari:

Ashurov R.R. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Hayotov A.R. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Jamilov U.U. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.

Taxirov J.O. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Adilova F.T. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Xusanboyev Y.M. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor

Kudaybergenov K.K. – O‘zFA Matematika instituti Qoraqalpoq bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d., professor

Rahmatullayev M.M. – O‘zFA Matematika instituti Namangan bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d.

Imomkulov S.A. – O‘zFA Matematika instituti Xorazm bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d., professor

Xolxo‘jayev A.M. – O‘zFA Matematika instituti Samarqand bo‘linmasi mudiri, f.-m.f.d.

Beshimov R.B. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Zikirov O.S. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Omirov B.A. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Sharipov O.SH. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor

Rasulov T.H. – BuxDU, f.-m.f.n., dotsent

Dasturiy qo‘mita

Hamraislar:

- Azamov A.A. – O‘zFA Matematika instituti, akademik
 Alimov Sh.A. – O‘zMU, akademik
 Sadullayev A.S. – O‘zMU, akademik
 Laqayev S.N. – SamDU, akademik
 Farmonov Sh.Q. – O‘zFA Matematika instituti, akademik

A‘zolar:

- Abdullayev B.I. – UrDU, f.-m.f.d., professor
 Aripov M. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor
 Arzikulov F.N. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.
 Artiqboyev A. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor
 G‘anixodjayev N.N. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor
 Ibragimov G‘.I. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor
 Ikromov I.A. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor
 Islomov B. – O‘zMU, f.-m.f.d., professor
 Karimov E.T. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.
 Miraxmedov Sh.A. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor
 Raximov I.S. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d., professor
 Samatov B.T. – NamDU, f.-m.f.d., professor
 Teshayev M.X. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.
 O‘rinov A.K. – FarDU, f.-m.f.d., professor
 Xakimov R.M. – NamDU, f.-m.f.d.
 Xasanov A.B. – SamDU, f.-m.f.d., professor
 Xudoyberdiyev A.X. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.
 Shadimetov X.M. – TTYMI, f.-m.f.d., professor
 Eshmatov F.H. – O‘zFA Matematika instituti, f.-m.f.d.

Kotibiyat

Bozorov Z.R., Dilmurodov E.B., Durdiyev U.D., Jalolov O.I.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Председатель:

Аюпов Ш.А. – директор института Математики АН РУз, академик

Заместители председателя:

Розиков У.А. – заместитель директора по науке института Математики АН РУз

Ботиров Г.И. – заместитель директора института Математики АН РУз

Дурдиев Д.К. – заведующий Бухарским отделением института Математики АН РУз

Члены оргкомитета:

Ашуров Р.Р. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Хаётов А.Р. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Жамилов У.У. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Тахиров Ж.О. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Адилова Ф.Т. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Хусанбоев Ё.М. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Кудайбергенов К.К. – заведующий Каракалпакским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Рахматуллаев М.М. – заведующий Наманганским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Имомкулов С.А. – заведующий Хорезмским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор

Холхужаев А.М. – заведующий Самаркандским отделением института Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Бешимов Р.Б. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Зикиров О.С. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Омиров Б.А. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Шарипов О.Ш. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор

Расулов Т.Х. – БухГУ, к.ф.-м.н., доцент

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Сопредседатели:

- Азамов А.А. – институт Математики АН РУз, академик
Алимов Ш.А. – НУУз, академик
Садуллаев А.С. – НУУз, академик
Лакаев С.Н. – СамГУ, академик
Фармонов Ш.К. – институт Математики АН РУз, академик

Члены программного комитета:

- Абдуллаев Б.И. – УрГУ, д.ф.-м.н., профессор
Арипов М. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор
Арзикулов Ф.Н. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.
Артикбоев А. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор
Ганиходжаев Н.Н. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор
Ибрагимов Г.И. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор
Икромов И.А. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор
Исломов Б. – НУУз, д.ф.-м.н., профессор
Каримов Э.Т. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.
Мирахмедов Ш.А. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор
Рахимов И.С. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н., профессор
Саматов Б.Т. – НамГУ, д.ф.-м.н., профессор
Тешаев М.Х. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.
Уринов А.К. – ФарГУ, д.ф.-м.н., профессор
Хакимов Р.М. – НамГУ, д.ф.-м.н.
Хасанов А.Б. – СамДУ, д.ф.-м.н., профессор
Худойбердиев А.Х. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.
Шадиметов Х.М. – ТГТУ, д.ф.-м.н., профессор
Эшматов Ф.Х. – институт Математики АН РУз, д.ф.-м.н.

Секретариат конференции:

Бозоров З.Р., Дилмуродов Э.Б., Дурдиев У.Д., Жалолов О.И.

**IV SHO‘BA: HISOBLASH MATEMATIKASI
VA MATEMATIK MODELLASHTIRISH**

**СЕКЦИЯ № 4: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**SECTION No. 4: COMPUTATIONAL MATHEMATICS
AND MATHEMATICAL MODELLING**

**EXTREMAL FUNCTION FOR ERROR FUNCTIONAL OF OPTIMAL
INTERPOLATION FORMULA IN $W_{2,\sigma}^{(2,1)}$ SPACE**

Babaev S. S.^{1,2}, Olimov N. N.², Mahmudov M.M.²

¹ V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent,
Uzbekistan

bssamandar@gmail.com

² Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

b_samandar@mail.ru

We consider the following interpolation formula

$$\varphi(x) \cong P_\varphi(x) = \sum_{\beta=0}^N C_\beta \cdot \varphi(x_\beta). \quad (1)$$

Here C_β and x_β ($\in [0, 1]$) are *the coefficients* and *the nodes* of the interpolation formula (1), respectively[1-3].

We suppose that functions φ belong to the Hilbert space

$$W_{2,\sigma}^{(2,1)} = \{\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \mid \varphi' \text{ is abs. cont. and } \varphi'' \in L_2(0, 1)\},$$

equipped with the norm

$$\|\varphi\|_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}} = \left\{ \int_0^1 (\varphi''(x) + \sigma\varphi'(x))^2 dx \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

were $\sigma \in \mathbb{R}$ and $\sigma \neq 0$. The inner product of functions φ and ψ in the space $W_{2,\sigma}^{(2,1)}$ is defined as

$$\langle \varphi, \psi \rangle_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}} = \int_0^1 (\varphi''(x) + \sigma\varphi'(x))(\psi''(x) + \sigma\psi'(x))dx.$$

The error of the interpolation formula (1) is the following difference

$$(\ell, \varphi) = \varphi(z) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z)\varphi(x_\beta),$$

which is the value of a functional ℓ at a function φ . The functional ℓ is defined as

$$\ell(z) = \delta(x - z) - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta}(z)\delta(x - x_{\beta}) \quad (3)$$

and it is called *the error functional*. Here δ is the Dirac delta-function.

According to the Riesz theorem any linear continuous functional ℓ in a Hilbert space is represented in the form of an inner product. Therefore, in our case, for any function φ from $W_{2,\sigma}^{(2,1)}$ space, we have

$$(\ell, \varphi) = \langle \varphi, \psi_{\ell} \rangle_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}} \quad (4)$$

and

$$\|\ell\|_{W_{2,\sigma}^{(2,1)*}} = \|\psi_{\ell}\|_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}}.$$

Here, ψ_{ℓ} is the extremal function for the functional ℓ .

It should be noted that according to the Cauchy-Schwarz inequality the absolute value of the error of the formula (1) is estimated by the norm of the error functional as follows

$$|(\ell, \varphi)| \leq \|\ell\|_{W_{2,\sigma}^{(2,1)*}} \cdot \|\varphi\|_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}}.$$

It should be noted that the function ψ_{ℓ} satisfying the equality in the last inequality is called *the extremal function* for the functional ℓ [4].

Using the integration by parts for the inner product $\langle \varphi, \psi_{\ell} \rangle_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}}$ we have

$$\begin{aligned} \langle \varphi, \psi_{\ell} \rangle_{W_{2,\sigma}^{(2,1)}} &= \int_0^1 (\varphi''(x) + \sigma\varphi'(x))(\psi_{\ell}''(x) + \sigma\psi_{\ell}'(x))dx = \varphi'(x)(\psi_{\ell}''(x) \\ &+ \sigma\psi_{\ell}'(x)) \Big|_0^1 - \varphi(x)(\psi_{\ell}'''(x) - \sigma^2\psi_{\ell}'(x)) \Big|_0^1 + \int_0^1 (\psi_{\ell}^{IV}(x) - \sigma^2\psi_{\ell}''(x))\varphi(x)dx. \end{aligned}$$

Hence for ψ_{ℓ} we come to the following differential equation

$$\psi_{\ell}^{IV}(x) - \sigma^2\psi_{\ell}''(x) = -\ell(x) \quad (5)$$

with the boundary conditions

$$(\psi_{\ell}''(x) + \sigma\psi_{\ell}'(x)) \Big|_0^1 = 0, \quad (-\psi_{\ell}'''(x) + \sigma^2\psi_{\ell}'(x)) \Big|_0^1 = 0. \quad (6)$$

Theorem 1. *The solution of the boundary value problem (5)-(6) has the following form*

$$\psi_{\ell}(x) = \ell(x) * G_2(x) + \lambda_1 e^{-\sigma x} + \lambda_2,$$

where $G_2(x)$ is a fundamental solution of the operator $\frac{d^4}{dx^4} - \sigma^2 \frac{d^2}{dx^2}$ and it has the form

$$G(x) = \frac{\text{sgn}(x)}{4\sigma^3} (-2\sigma x + e^{\sigma x} - e^{-\sigma x}).$$

Furthermore, ψ_{ℓ} is the extremal function for the error functional ℓ .

References

1. Babaev S.S., Hayotov A.R. Optimal interpolation formulas in the space $W_2^{(m,m-1)}$. *Calcolo* (2019) 56:23, <https://doi.org/10.1007/s10092-019-0320-9>.
2. Babaev S.S, Davronov J.R., Mamatova N.H. On an optimal interpolation formula in the space $W_{2,\sigma}^{(1,0)}$. *Bulletin of the Institute of Mathematics*, (2020), No.4, pp.1-12.
3. Hayotov A.R., Babaev S. S. Calculation of the coefficients of optimal interpolation formulas in the space $W_2^{(2,1)}(0, 1)$. *Uzbek Mathematical Journal*, 2014, no.3, pp.126-133. (in Russian)
4. Sobolev S.L. *Introduction to the Theory of Cubature Formulas*. Nauka, Moscow, 1974, 808 p.

IMAGE RECONSTRUCTION ALGORITHM USING OPTIMAL INTERPOLATION FORMULA IN $W_2^{(1,0)}$ SPACE

Babaev S.S.^{1,2}, Polvonov S.Z.², Murodova G.B.²

¹ V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan

bssamandar@gmail.com;

² Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

b_samandar@mail.ru

We apply interpolation to the convolution $(\mathcal{F}_D^{-1}A) * (\mathcal{R}_D f)$ where A is the low-pass filter. Denoting this interpolated function by \mathcal{I} , we then approximate the value $f(x_m, y_n)$ at each point in the image grid by

$$\begin{aligned} f(x_m, y_n) &\approx \frac{1}{2} \mathcal{B}_D \mathcal{I}(x_m, y_n) \\ &= \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{I} \left(x_m \cos \left(\frac{k\pi}{N} \right) + y_n \sin \left(\frac{k\pi}{N} \right), \frac{k\pi}{N} \right) \end{aligned}$$

As a test case, we will use the radially symmetric phantom shown on the left in Fig.1.

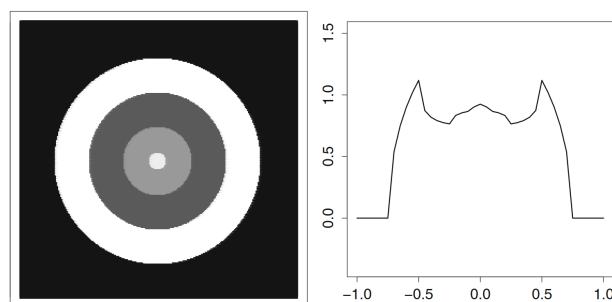


Fig.1. A radially symmetric attenuation function and its Radon transform.

- We use Python to compute the (discrete) Radon transform of this phantom;
- The next step is to choose a low-pass filter A and compute its discrete inverse Fourier transform, $\mathcal{F}_D^{-1}A$. When we interpret our low-pass filter as a $2L$ -periodic discrete function that vanishes outside the interval $[-L, L]$, the effective sample spacing for $\mathcal{F}_D^{-1}A$ is given by $1/(2L)$. We then compute the discrete convolution $(\mathcal{F}_D^{-1}A) * (\mathcal{R}_D f)$. The two discrete

Тешаев М.Х., Райимов Д.Г., Авезов А., Хомидов Ф.Ф., Жалолов Ф.Б. Установившиеся вынужденные колебания вязкоупругой системы с точечными связями .	260
Турдиев Х.Х. Задача определения памяти в двумерной системе интегро-дифференциальных уравнений Максвелла	261
Турсунов М.Х. Краевая задача с условием Геллерстедта на непараллельных характеристиках для уравнения параболо-гиперболического типа 3-го порядка с вырождением в гиперболической части смешанной области	265
Турсунов Ф.Р., Шодиев Д.С., Раззаков Ж.Д. Задача Коши для бигармонического уравнения	265
Узбеков Ж.А. Аналог задачи Геллерстедта для нагруженного уравнения смешанного типа в бесконечной цилиндрической области, когда нагруженная часть уравнения содержит след оператора дробного порядка	267
Умаров И., Янгибоев З.Ш., Шобердиев Б.З. Об устойчивости одной обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористом полупространстве	269
Уринов А.К., Халилов К.С. Нелокальная задача для одного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с сингулярным коэффициентом	271
Фаязов К.С., Хажиев И.О. Некорректная задача для неоднородного дифференциального уравнения высокого порядка с одной линией вырождения	272
Хасанов А.Б., Муминов У.Б., Ибрагимов Р.К. Задача Коши для нелинейного дефокусирующего уравнения Шредингера с дополнительными членами	274
Хасанов А., Толашева Ё. Некоторые расширенные соотношения для гипергеометрической функции Аппеля $F_1(a; b_1, b_2; c; x, y)$	277
Хасанов А., Козимова О. Система дифференциальных уравнений в частных производных для одного класса гипергеометрической функции Кампе де Ферьет четвертого порядка с двумя переменными.	279
Хасанов И.И. Прямая спектральная задача для системы Захарова-Шабата	281
Хоитметов У.А., Хасанов Т.Г. Алгоритм решения задачи Коши для нагруженного уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих функций	282
Холбеков Ж.А. Краевая задача для нагруженного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с тремя линиями изменения типа	284
Хуррамов Н.Х., Хидиров Б., Алланазаров О. Задача с условием Геллерстедта на характеристиках одного семейства для уравнения смешанного типа с сингулярным коэффициентом	285
Чориева С.Т., Чориев Х. Нелокальная задача для вырождающегося внутри области гиперболического уравнения с сингулярным коэффициентом	287
Элмурадова Х.Б. Псевдопараболическое интегро-дифференциальное уравнение	288

IV SHO‘BA: HISOBLASH MATEMATIKASI VA MATEMATIK MODELLASHTIRISH

СЕКЦИЯ № 4: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

SECTION No. 4: COMPUTATIONAL MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELLING

Babaev S.S., Olimov N.N., Mahmudov M.M. Extremal function for error functional of optimal interpolation formula in $W_{2,\sigma}^{(2,1)}$ space	290
Babaev S.S., Polvonov S.Z., Murodova G.B. Image reconstruction algorithm using optimal interpolation formula in $W_2^{(1,0)}$ space	292

Tahrir hay'ati

Bosh muharrir:

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich

Muharrirlar jamoasi:

Durdiyev Umidjon Durdimuratovich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Dilmurodov Elyor Baxtiyorovich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Bozorov Zavqiddin Ravshanovich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Jumayev Jonibek Jamolovich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Babayev Samandar Samiyevich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Rahmonov Askar Ahmadovich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Xudoyorov San'at Samadovich – BuxDU tayanch doktoranti.

Rassomlar:

Babayev Samandar Samiyevich – f.-m.f.f.d.(PhD),
Xayatov Xurshid Usmanovich – BuxDU katta o'qituvchisi.

Buxoro shahri, M.Iqbol ko'chasi, 11 – uy.