

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI»  
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN



TOSHKENT DAVLAT  
TRANSPORT UNIVERSITETI  
Tashkent state  
transport university



BUXORO  
DAVLAT  
UNIVERSITETI



«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING  
ZAMONAVIY MUAMMOLARI»  
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN  
MATERIALLARI

ABSTRACTS  
INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE  
«MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND  
INFORMATION TECHNOLOGIES»

МАТЕРИАЛЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

2022-yil, 11-12 may



BUXORO – 2022



Buxoro davlat universiteti  
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2022



@buxdu\_uz



@buxdu1



@buxdu1



www.buxdu.uz

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ  
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ  
В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ  
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ  
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТРАНСПОРТ УНИВЕРСИТЕТИ  
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ**

*Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Файбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланади*

**АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА  
АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ  
ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ**

**ХАЛҚАРО ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН  
МАТЕРИАЛЛАРИ**

**2022 йил, 11-12 май**

**БУХОРО – 2022**

## ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА

### Фахрий раислар:

Аюпов Шавкат

В.И.Романовский номидаги Математика Институтининг директори, академик

Маджидов Иномжон

М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университетининг ректори

Абдурахманов Одил

Тошкент давлат транспорт университетининг ректори

Хамидов Обиджон

Бухоро давлат университетининг ректори

### Раислар:

Розиқов Ўткир

ЎзФА Математика Институтининг илм-фан бўйича директор ўринбосари, профессор

Арипов Мирсаид

ЎзМУ, профессор

Шадиметов Холматвай

Тошкент давлат транспорт университетининг профессори

Дурдиев Дурдимурод

ЎзФА Математика Институтининг Бухоро бўлимининг мудири, профессор

### Раис ўринбосарлари:

Ҳаётов Абдулло

В.И.Романовский номидаги Математика Институтининг профессори

Худойберганаов Мирзоали

ЎзМУ, ф.-м.ф.д.

Эшанкулов Ҳамза

БухДУ, факультет декани, т.ф.ф.д. (PhD)

## ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА АЪЗОЛАРИ

Жўраев А.Т.

БухДУ, проректор

Жумаев Р.Ғ.

БухДУ, проректор

Зарипов Г.Т.

БухДУ, доцент

Жумаев Ж.

БухДУ, доцент

Расулов Т.Ҳ.

БухДУ, профессор

Жалолов О.И.

БухДУ, кафедра мудири, доцент

Шафиев Т.Р.

БухДУ, кафедра мудири, т.ф.ф.д.(PhD)

Бабаев С.С.

БухДУ, ф.-м.ф.ф.д.(PhD)

Ахмедов Д.М

В.И.Романовский номидаги Математика институтининг (PhD)

Болтаев А.Қ

В.И.Романовский номидаги Математика институтининг (PhD)

Дурдиев У.Д.

БухДУ, доцент

Дилмуродов Э.Б.

БухДУ, доцент

Жумаев Ж.Ж.

ЎзФА Математика Институтининг Бухоро бўлимининг (PhD)

Зарипова Г.К.

БухДУ, доцент

Сайидова Н.С.

БухДУ, доцент

Бакаев И.И.

Рақамли технологиялар ва сунъий интеллектни ривожлантириш илмий-тадқиқот институтининг (PhD)

Шадманов И.У.

Математика Институтининг Бухоро бўлимининг (PhD)

Хаятов Х.У.

БухДУ, катта ўқитувчи

Хазратов Ф.Х.

БухДУ, катта ўқитувчи

Эргашев А.А.

БухДУ, катта ўқитувчи

Авезов А.А

БухДУ, катта ўқитувчи

## ДАСТУРИЙ ҚЎМИТА

Гасимов Юсуф	Азарбайжон	Лақаев Саидахмат	Ўзбекистон
Загдхорол Баясгалан	Монголия	Мадрахимов Шавкат	Ўзбекистон
Ибрагимов Ғофуржон	Малайзия	Матёкубов Алишер	Ўзбекистон
Имомназаров Холматжон	Россия	Мирахмедов Шерзод	Ўзбекистон
Кабада Алберто	Испания	Мўминов Баходир	Ўзбекистон
Ли Чанг-Ок	Жанубий Корея	Нуралиев Фарход	Ўзбекистон
Марек Милош	Польша	Адилова Фотима	Ўзбекистон
Мухамедов Фаррух	Бирлашган Араб Амирликлари	Омиров Баҳром	Ўзбекистон
Новак Эрих	Германия	Ортиқбоев Абдулазиз	Ўзбекистон
Носков Михаил	Россия	Пўлатов Асхад	Ўзбекистон
Правен Агарвал	Ҳиндистон	Равшанов Нормаммад	Ўзбекистон
Рамазанов Марат	Россия	Раимова Гулнора	Ўзбекистон
Рахимов Исомиддин	Малайзия	Расулов Абдужаббор	Ўзбекистон
Умаров Собир	АҚШ	Расулов Тўлқин	Ўзбекистон
Уранчимег Тудевдаг	Германия	Рахматуллаев Музаффар	Ўзбекистон
Абдуллеав Баҳром	Ўзбекистон	Рахмонов Зафар	Ўзбекистон
Адашев Жобир	Ўзбекистон	Рўзиев Менглибай	Ўзбекистон
Алимов Шавкат	Ўзбекистон	Рустамов Ҳаким	Ўзбекистон
Алоев Раҳматилло	Ўзбекистон	Садуллаев Азимбой	Ўзбекистон
Апаков Юсуфжон	Ўзбекистон	Саматов Баҳром	Ўзбекистон
Аркикулов Фарходжон	Ўзбекистон	Солеев Аҳмаджон	Ўзбекистон
Арипов Мерсаид	Ўзбекистон	Тешаев Мухсин	Ўзбекистон
Ашуров Равшан	Ўзбекистон	Тоҳиров Жозил	Ўзбекистон
Азамов Абдулла	Ўзбекистон	Ўринов Аҳмаджон	Ўзбекистон
Бақоев Матёкуб	Ўзбекистон	Фармонов Шокир	Ўзбекистон
Бегматов Абдували	Ўзбекистон	Ҳаджиев Джавват	Ўзбекистон
Бешимов Рўзиназар	Ўзбекистон	Халмухамедов Олим	Ўзбекистон
Бойтиллаев Дилмурод	Ўзбекистон	Холхўхаев Аҳмад	Ўзбекистон
Болтаев Тельман.	Ўзбекистон	Худойберганов Гулмирза	Ўзбекистон
Ботиров Ғолиб	Ўзбекистон	Худойберганов Мирзоали	Ўзбекистон
Ганиходжаев Носир	Ўзбекистон	Худойбердиев Аббор	Ўзбекистон
Ганиходжаев Расул	Ўзбекистон	Хўжаёров Бахтиёр	Ўзбекистон
Дурдиев Дурдимурод	Ўзбекистон	Ҳаётов Абдулло	Ўзбекистон
Дурдиев Умид	Ўзбекистон	Ҳакимов Рустам	Ўзбекистон
Жалолов Озоджон	Ўзбекистон	Ҳасанов Анваржон	Ўзбекистон
Жамалов Сирожиддин	Ўзбекистон	Ҳусанбаев Ёқубжон	Ўзбекистон
Жамилов Уйғун	Ўзбекистон	Шадиметов Холматвай	Ўзбекистон
Жўраев Ғайрат	Ўзбекистон	Шарипов Олимжон	Ўзбекистон
Зикиров Обиджон	Ўзбекистон	Шафиев Турсун	Ўзбекистон
Икромов Исроил	Ўзбекистон	Шоимқулов Баходир	Ўзбекистон
Имомқулов Севдиёр	Ўзбекистон	Шорахметов Шотурғун	Ўзбекистон
Каримов Эркинжон	Ўзбекистон	Эшанқулов Ҳамза	Ўзбекистон
Кудайбергенов Каримберген	Ўзбекистон	Эшкабилов Юсуп	Ўзбекистон
		Эшматов Фарход	Ўзбекистон

**Бош муҳаррир:**

Доцент Жалолов О.И.

**Тахририят аъзолари:**

Академик Аюпов Ш.А.

Академик Садуллаев А.

Профессор Арипов М.М.

Профессор Шадиметов Х.М.

Профессор Алоев Р.Ж.

Профессор Ашуров Р.Р.

Профессор Дурдиев Д.К.

Профессор Ҳаётов А.Р.

Профессор Расулов Т.Ҳ.

Доцент Жумаев Ж.

Доцент Болтаев Т.Б.

Доцент Ахмедов Д.М.

(PhD) Шафиев Т.Р.

(PhD) Болтаев А.К.

(PhD) Раҳмонов А.

(PhD) Дилмуродов Э

(PhD) Бабаев С.С.

**Конференция котиблари**

Ҳазратов Ф.Ҳ., Эргашев А.А., Авезов А.А., Зарипов Н.Н., Қобилов К.Ҳ

**Техник муҳаррирлар:**

Хаятов Х.У, Ҳазратов Ф.Ҳ, Хайриев У.Н

Тўплам Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2022 йил 7 мартдаги 101-ф-сонли фармойиши билан тасдиқланган Ўзбекистон Республикасида 2022 йилда ҳалқаро ва республика миқёсида ўтказиладиган илмий ва илмий-техник тадбирлар режасида белгиланган тадбирларнинг бажарилишини таъминлаш мақсадида 2022 йил 11-12 май кунлари Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси В.И. Романовский номидаги математика институти, Ўзбекистон миллий университети, Тошкент давлат транспорт университети ҳамда Бухоро давлат университети ҳамкорлигида “Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари” мавзусидаги ҳалқаро илмий-амалий анжуман материаллари асосида тузилди.

## КИРИШ СЎЗИ

Хамидов Обиджон Хафизович

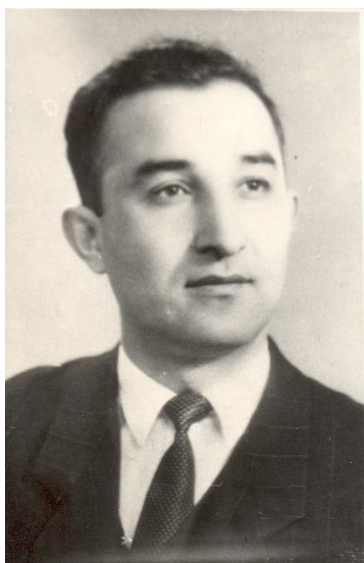
*Бухоро давлат университети ректори*

Бугун ўз ишини бошлаётган «Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари» мавзусига бағишланган халқаро илмий амалий анжумани Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2022 йил 7 мартдаги 101-Ф-сонли Фармойиши билан тасдиқланган Ўзбекистон Республикасининг 2022 йилда республика ва халқаро миқёсдаги илмий ва илмий-техник тадбирлар режаси асосида ўтказилмоқда. Конференция кун тартибига киритилган масалалар долзарб бўлиб, математик анализ, алгебра ва геометрия, дифференциал тенгламалар ва математик физика, ҳисоблаш математикаси ва математик моделлаштириш, алгоритмлар назарияси ва дастурлаш технологиялари, сунъий интеллект, ахборот хавфсизлиги, таълимда рақамли технологияларнинг қўлланилиши каби шўъбалардан ташкил топган. Мамлакатимизда рақамли иктисодиётни фаол ривожлантириш, барча тармоқлар ва соҳаларда, шу жумладан давлат бошқаруви, таълим, соғлиқни сақлаш ва қишлоқ хўжалигида замонавий ахборот-коммуникация технологияларини кенг жорий этиш бўйича комплекс дастурлар ишлаб чиқилиб, амалга оширилмоқда. Ушбу конференцияни юкорида келтирилган вазифаларни бажаришдаги олий таълим муассасаларининг иштироки, ижроси ҳақидаги оралиқ бир ҳисобот дейиш ҳам мумкин. Ана шу дастурлар ижроси сифатида ўтган йил университетимизда “Ахборот технологиялари” факультети ташкил этилди, шу соҳада янги таълим йуналишлари ва магистратура мутахассисликлари очилди. 2022 йилнинг ўзида 2 миллиард сўмдан ортиқ стартап лойиҳалари олинди, 2021-22 йилларда 6 та PhD диссертациялари ҳимоялари бўлиб ўтди ва ҳозирги вақтда 10 та ўқитувчи докторантурада таҳсил олмақда. Ибрагимов Самандар “Эл-юрт умиди” жамғармаси грантини ютиб, дунё рейтингда топ 300 таликка кирувчи Франциянинг Гренобл-алп университетига докторантурага қабул қилинди. Шу факультет битирувчиси Фармонова Робия дунё рейтингда топ 24 таликка кирувчи Сингапур миллий университетига магистратурада таҳсил олмақда. Факультет роботехника соҳасида ҳам кўп ютуқларга эришиб келмоқда. Хорижлик мутахассислар томонидан Бухоро давлат университетига роботехника соҳасида олиб борилаётган ишлар эътироф этилаётганлиги қувонарлидир.

Ушбу халқаро конференция Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Ғайбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланганлиги билан ҳам эътиборлидир. Ғайбулла Назруллаевич жуда эрта, 47 ёшда бу дунёни тарк этган бўлсаларда, кўпгина шогирдлар қолдиришга эришганлар. Бухоро давлат университетига ҳам Тошпўлот Шарипов, Исомиддин Жалолов, Абдулло Тўйлиев, Ҳаким Аҳмедов каби у кишининг шогирдлари, доцентлар кўп йиллар меҳнат қилиб, ёшларга таълим-тарбия бериб келдилар, ҳозирги даврда ҳам Ғайбулла Назруллаевични кўрган, дарсларида иштирок этган бир қанча олимлар университетимизда фаолият кўрсатиб келмоқдалар, укалари Шукрулло Салихов бир неча йиллар олий математикадан талабаларга таълим бердилар, неvara келинлари Ҳадя Салихова узок йиллардан бери ахборот-ресурс марказининг раҳбари сифатида самарали фаолият кўрсатиб келмоқда.

Ҳурматли конференция иштирокчилари. Ушбу анжуман Ўзбекистон миллий университети, Ўзбекистон Республикаси фанлар академияси В.И. Романовский номидаги математика институти, Тошкент давлат транспорт университети ҳамда Бухоро давлат университети ҳамкорлигида ташкил этилганлиги билан ҳам аҳамиятли, бунда 200 дан ортиқ мамлакатимиз ва 50 дан ортиқ хорижий олим ва тадқиқотчилар иштирок этаётганлиги конференция нуфузини янада оширади. Ишончим комилки, конференция давомида бажарилган ва режалаштирилаётган лойиҳалар ҳақида кенгроқ ахборотлар берилади, кун тартибидаги кўриладиган масалалар илмий йўналишларни янада ривожлантиришга, фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини кенгайтиришга ва халқаро ҳамкорликни ривожлантиришга ўз хиссасини қўшади. Конференция ишига муваффақиятлар тилайман.

## ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ ГАЙБУЛЛА НАЗРУЛЛАЕВИЧ САЛИХОВ



Известный учёный, доктор физико-математических наук Г.Н.Салихов родился 15 марта 1932 г. в Бухаре. Успешно окончив среднюю школу в 1953г. поступил в Средне-Азиатский Государственный Университет (ныне Национальный Университет Узбекистана им М. Улугбека) на физико-математический факультет. В 1958 г. после окончания САГУ был направлен в Институт математики АН РУз. В 1960 г. зачислен в аспирантуру и откомандирован в Институт математики СО РАН, где под руководством академика С.Л.Соболева занимался вопросами теории приближенного интегрирования. Научные работы Г.Н. Салихова посвящены теории групп вращений правильных многогранников и инвариантных кубатурных формул на поверхности многомерных сфер. В 1964 г. успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему «Некоторые кубатурные формулы на поверхности сферы четырёхмерного пространства».

С 1964 по 1966 г. работал старшим научным сотрудником Института кибернетики с ВЦ АН РУз, а с 1966 по 1976 г. возглавлял лабораторию «Теорию приближенного интегрирования». Одновременно он вел педагогическую работу в ТашГУ. В 1967-1972 гг. работал заведующий кафедрой вычислительной математики, а с 1972 по 1976 г. был доцентом кафедры. С 1976 г. до конца жизни работал деканом (с 1979 г. и заведующим кафедрой вычислительной математики) факультета прикладной математики и механики ТашГУ.

Незаурядный талант и разносторонняя математическая подготовка позволили Г.Н.Салихову решить отдельную сложную проблему теории приближенного интегрирования – разработать кубатурные формулы для многомерных сфер. Это законченное математическое исследование – блестяще защищенная им докторская диссертация на тему «К теории кубатурных формул многомерных сфер» в 1979 г. в Новосибирске. Докторская диссертация легла в основу монографии «Кубатурные формулы для многомерных сфер». Им опубликовано более шестидесяти научных статей в республиканских и зарубежных журналах. Г.Н.Салихов внес большой вклад в подготовку высококвалифицированных математических кадров Узбекистана. Он был одним из любимых наставников молодежи, обучавшихся в научных центрах России и в особенности в Новосибирске, Москве и Ленинграде.

Г.Н.Салихов постоянно сочетал учебно-воспитательную и научно-исследовательскую работу с общественной. На протяжении многих лет он был членом редколлегии журнала «Известия АН РУз», серия физико-математических наук – нынешний Узбекский математический журнал, сборника «Вопросы вычислительной и прикладной математики», математического раздела Узбекской национальной энциклопедии, секций «кибернетика» и «математика» Минвуза РУз, правления бюро общества «Знание», научно-методического и Ученого советов ТашГУ и председателем Ученого совета факультета прикладной математики и механики. Под его руководством в Ташкенте были многократно организованы и проведены международные коллоквиумы по теории кубатурных формул. Где активно участвовали академики: С.Л. Соболев, Н.С. Бахвалов, Н.П. Корнейчук, Т.А. Саримсаков, С.Х. Сираждинов, В.К. Кабулов, М.С. Салахитдинов, Т.Д. Джураев и профессора: И.П. Мысовских, Г.А. Михайлов, В.И. Лебедев, М.Д. Рамазонов, В.И. Половинкин, С.М. Ермоков, Ф.М.Малышев, С.С. Рыжков, М.В. Носков, В.Л. Васкевич, М.И. Исраилов, Н.М. Мухитдинов, С.Ш. Шушбаев и др.

Известно, что научная школа приближенного интегрирования академика С.Л.Соболева заняла ведущее положение в мире благодаря широкому применению методов современной математики. Следует отметить, что видным представителем этой школы был замечательный математик и педагог Гайбулла Назруллаевич Салихов. Г.Н. Салиховым основана узбекская школа «Теории приближенного интегрирования», которая играет существенную роль в мире.

Лаборатория «Теория приближенного интегрирования», созданная по инициативе академика С.Л. Соболева, возглавили: с 1966 г. по 1976 г. профессор Г.Н. Салихов, а в 1976 - 1995 гг. профессор М.И. Исраилов. В 1990 году эта лаборатория переименована на «Численные методы». В 1995 – 2019 гг. эту лабораторию возглавил профессор Х.М. Шадиметов. А начиная с 2020 года заведующим лаборатории «Вычислительной математика» является профессор А.Р. Хаётов.

В научной школе «Теория приближенного интегрирования и смежные вопросы» в настоящее время ведутся научные исследования по следующим направлениям:

1. по построению оптимальных кубатурных и квадратурных формул для приближенного вычисления регулярных, сингулярных и осциллирующих интегралов в функциональных пространствах.
2. по получению интерполяционных формул и сплайн функций в гильбертовых пространствах.
3. по созданию оптимальных разностных формул для приближенного решения дифференциальных уравнений в пространствах Соболева.
4. по разработке оптимальных алгоритмов для приближенного решения сингулярных интегральных уравнений.
5. по созданию оптимальных алгоритмов аппроксимации дробных интегралов и дробных производных в функциональных пространствах.
6. по разработке оптимальных алгоритмов для приближенного восстановления изображений компьютерной томографии.

Представители научной школы «Теория приближенного интегрирования и смежные вопросы» имеют тесные научные связи с профессорами и учеными ведущих университетов и научных исследовательских институтов мира, такие как Институт математики им. С.Л.Соболева (Новосибирск, Россия), Институт вычислительной математики и математической геофизики (Новосибирск, Россия), Институт математики с вычислительным центром (Уфа, Россия), Сибирский федеральный университет (Красноярск, Россия), Математический институт Академии наук и искусств Сербии (Белград, Сербия), Университет Йена им. Фридриха-Шиллера (Йена, Германия), Университет Сантьяго де Компостела (Сантьяго де Компостела, Испания), Корейский институт передовых технологий (Тэджон, Южная Корея).

**Х.М.Шадиметов,  
Заведующий кафедры «Информатики и компьютерной  
графики» Ташкентского государственного транспортного  
университета, д.ф.-м.н., профессор**



# I ШЎЪБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ. MATHEMATICAL ANALYSIS.

## ON THE LOCATION OF AN EIGENVALUE OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR ON THE THREE DIMENSIONAL LATTICE

<sup>1,2</sup>Abdullaev J.I., <sup>2,1</sup> Khalkhuzhaev A.M.

<sup>1</sup> Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan

<sup>2</sup> Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan

In this work we consider Hamiltonian  $H_{\mu,\gamma}$  for a system of three quantum particles, two fermions with mass 1 and another particle with mass  $m = \frac{1}{\gamma} > 0$  with zero range pair potentials  $\mu > 0$  on three dimensional lattice  $Z^3$ . In the momentum representation the total three-body Hamiltonian appears to be decomposable

$$H_{\mu,\gamma} = \int_{\mathbb{T}^3} \oplus H_{\mu,\gamma}(\mathbf{K}) d\mathbf{K}.$$

The fiber Hamiltonian  $H_{\mu,\gamma}(\mathbf{K}) = H_{0,\gamma}(\mathbf{K}) - \mu V$  depends parametrically on the total quasimomentum  $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3 \equiv \mathbb{R}^3 / (2\pi Z^3)$ .

Let  $\mathbb{T}^3$  be a three-dimensional torus,  $L_2^{as}[(\mathbb{T}^3)^2] \subset L_2[(\mathbb{T}^3)^2]$  be the Hilbert space of square-integrable functions, defined on  $(\mathbb{T}^3)^2$  and antisymmetric with respect to the coordinates. The three-particle Schrödinger operator

$$H_{\mu,\gamma}(\mathbf{K}) = H_{0,\gamma}(\mathbf{K}) - \mu(V_1 + V_2),$$

acts in  $L_2^{as}[(\mathbb{T}^3)^2]$ , where

$$\begin{aligned} (H_{0,\gamma}(\mathbf{K})f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= E_{\mathbf{K},\gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{q})f(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \\ E_{\mathbf{K},\gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= \varepsilon(\mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{q}) + \gamma\varepsilon(\mathbf{K} - \mathbf{p} - \mathbf{q}), \quad \varepsilon(\mathbf{p}) = 3 - \sum_{i=1}^3 \cos p_i, \\ (V_1 f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{p}, \mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad (V_2 f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{s}, \mathbf{q}) d\mathbf{s}. \end{aligned}$$

For any  $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$  we put

$$E_{min,\gamma}(\mathbf{K}) = \min_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{\mathbf{K},\gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \quad E_{max,\gamma}(\mathbf{K}) = \max_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{\mathbf{K},\gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{q}).$$

$$\tau_{min,\gamma}(\mu, \mathbf{K}) = \min_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} \{z_{\mu,\gamma}(\mathbf{K} - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p})\},$$

$$\tau_{max,\gamma}(\mu, \mathbf{K}) = \max_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} \{z_{\mu,\gamma}(\mathbf{K} - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p})\},$$

where  $z_{\mu,\gamma}(\mathbf{K} - \mathbf{p})$  – is the eigenvalue of the two-particle operator  $h_{\mu,\gamma}(\mathbf{K} - \mathbf{p})$  on the lattice.

The essential spectrum  $\sigma_{ess}(H_{\mu,\gamma}(\mathbf{K}))$  of  $H_{\mu,\gamma}(\mathbf{K})$  is

$$\sigma_{ess}(H_{\mu,\gamma}(\mathbf{K})) = [\tau_{min,\gamma}(\mu, \mathbf{K}), \tau_{max,\gamma}(\mu, \mathbf{K})] \cup [E_{min,\gamma}(\mathbf{K}), E_{max,\gamma}(\mathbf{K})].$$

The main results of the work are the following theorems:

**Theorem.** Let  $\gamma > \gamma_0$ . Then there exist  $\mu_\gamma > 0$  and  $\delta > 0$  such that, for any  $\mu > \mu_\gamma$  the operator  $H_{\mu,\gamma}(\mathbf{0})$  has a unique triple eigenvalue in the  $\gamma$  – neighborhood of  $\tau_{min,\gamma}(\mu, \mathbf{0})$ .

### REFERENCES

1. Lakaev S. N., Dell'Antonio G. F. and Khalkhuzhaev A. M. 2016. Existence of an isolated band of a system of three particles in an optical lattice J. Phys. A: Math. Theor. **49** 145204—15.
2. Khalkhuzhaev A. M. 2017. The essential spectrum of the three-particle discrete operator corresponding to a system of three fermions on a lattice, Russian Mathematics. **61**, p. 67–78.

## THE DYNAMICAL SYSTEM ON THE INVARIANT CURVE OF A NONLINEAR OPERATOR

Absalamov A.T., Ziyadinov B.A.

Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan

Consider the following nonlinear operator

$$V: \begin{cases} \alpha' = \alpha + \beta + \alpha\beta \\ \beta' = \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha + \beta} \end{cases}$$

where  $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$  – an initial condition.

The main problem for a given operator  $V$  and arbitrarily initial point  $s^{(0)} \in \mathbb{R}_+^2$  is to describe the limit points of the trajectory  $\{s^{(m)}\}_{m=0}^\infty$ , where

$$s^{(m)} = V^m(s^{(0)}) = \underbrace{V(V(\dots V(s^{(0)})) \dots)}_m$$

It is not hard to see that  $s = (\alpha; 0)$  is the non-hyperbolic fixed point of the operator  $V$  with the eigenvalues  $\lambda_1 = 1$  and  $\lambda_2 = \frac{\alpha}{1+\alpha} \in [0,1)$ . Since  $V$  is a continuous operator, its trajectories have as a limit fixed points. Thus for any initial point  $s^{(0)} = (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^2$ , we have always that

$$\beta^{(m)} \rightarrow 0.$$

**Lemma.** *The following sets*

$$M_1 = \{(\alpha, \beta): \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad \alpha\beta \geq 1\}$$

and

$$M_2 = \{(\alpha, \beta): \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad \alpha\beta < 1\}$$

are invariant sets with respect to the operator  $V$ .

The curve  $\beta = \frac{1}{\alpha}$  is invariant with respect to  $V$  and the trajectory on this curve has limit  $(+\infty, 0)$ .

The following set

$$\gamma_\theta = \left\{ (\alpha, \beta) \in [0, +\infty)^2: \beta = \frac{\theta - \alpha}{1 + (2 + \theta)\alpha} \right\},$$

is a one-parametric family of invariant curve respect to the operator  $V$ , where  $\theta = \frac{2-p}{p-1} \geq 0$ ,  $p \in (1,2]$ .

**Theorem.**

(i) For any initial point  $t = (\alpha, \beta) \in M_1$  we have

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \alpha^{(m)}(t) = +\infty$$

(ii) For any initial point  $t = (\alpha, \beta) \in M_2$  we have

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \alpha^{(m)}(t) = \text{finite.}$$

Summary, we have showed that operator  $V$  has infinitely many fixed points and for each such fixed point there is a nonintersected trajectories which converge to the fixed points.

#### REFERENCES

1. Devaney R.L. *An introduction to chaotic dynamical system*. Westview Press.(2003).
2. Ganikhodzhaev R.N., Mukhamedov F.M., and Rozikov U.A. *Quadratic stochastic operators and processes: results and open problems*. Inf. Dim. Anal. Quant. Prob. Rel. Fields. 14(2), 279-335. (2011).
3. Absalamov A.T., Rozikov U.A. *The Dynamics of Gonosomal Evolution Operators*. Jour. Applied Nonlinear Dynamics. 9(2), 247-257. (2020).
4. Absalamov A.T. *The Global attractiveness of the Fixed Point of a Gonosomal Evolution Operator*. Jour. Discontinuity, Nonlinearity and Complexity. 10(1), 143-149. (2021).

## ON ESTIMATES FOR CONVOLUTION OPERATORS RELATED TO STRICTLY HYPERBOLIC EQUATIONS

**Akramova D.I, Ikromov I.A.**

*Samarkand State University and Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky*

Consider the Cauchy problem (C.P.):

$$P(D_t, D_x)U = 0, \quad D_t := \frac{\partial}{i\partial t}, \quad D_x = \left( \frac{\partial}{i\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{i\partial x_n} \right), \quad D_t^k U|_{t=0} = g_k,$$

$k = 0, \dots, m-1$ , and  $g_k, k = 1, \dots, m-1$  belongs to the  $L^p(\mathbb{R}^n)$  space, where  $1 \leq p \leq 2$ . Here  $P(\tau, \xi)$  is a homogeneous polynomial of degree  $m$ , for which the characteristic equation  $P(\tau, \xi) = 0$  has  $m$  distinct real smooth solutions  $\varphi_1(\xi), \dots, \varphi_m(\xi)$  with respect to  $\tau$  for any  $\xi \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ .

Then any solution, in then sense of distribution, to the (C.P.) can be written as a sum of convolution operators (see [2]) of the following form:

$$M_k(t) = F^{-1} e^{it\varphi(\xi)} a_k(\xi) F,$$

where,  $F$  is the Fourier transform operator and  $F^{-1}$  its inverse,  $a_k$  is a smooth and homogeneous function of degree  $-k$ , for large  $|\xi|$  and  $\varphi \in C^\infty(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})$  is homogeneous function of order 1, which coincides one of the solutions  $\varphi_j(\xi)$ ,  $j = 1, \dots, m$ . Further, we will assume that  $\varphi_j(\xi)$ ,  $j = 1, \dots, m$  everywhere preserves sign, e.g. it is everywhere positive or negative. The operator  $M_k(t)$  acts in the space of initial dates.

Note that the  $L^p(R^n) \rightarrow L^{p'}(R^n)$  (where  $1 \leq p \leq 2$ ,  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ , e.g.  $p, p'$  are conjugate exponents) boundedness of  $M_k(t)$  is closely related the geometric properties of the hypersurface  $\Sigma = \{\xi \in R^n: \varphi(\xi) = 1\}$  or  $\Sigma = \{\xi \in R^n: \varphi(\xi) = -1\}$ , provided  $\varphi(\xi) > 0$  or  $\varphi(\xi) < 0$ , respectively, for any  $\xi \in R^n$ .

Since  $\varphi(\xi)$  is a smooth function in  $R^n \setminus \{0\}$  and homogeneous of degree one, then the classical Euler's homogeneity relation yields that  $\Sigma$  is a smooth hypersurface.

In the paper [1] it was defined the class of type I order  $\mu$  at any point. The main result of our paper is the following:

**Theorem 1.** If for any  $\xi \in \Sigma$  the hypersurface has type I of order at most  $\mu$  then the operator  $M_k$  is  $L^p(R^n) \rightarrow L^{p'}(R^n)$  bounded, for  $\frac{4\mu}{3\mu+1} < p \leq 2$ , provided  $k > \frac{n}{2} + \frac{1}{2\mu}$ .

Note that, if  $\Sigma$  is a smooth hypersurface having only type I at every point, then order  $\mu$  is an upper semi-continuous function of points. Hence, there exists a maximal order  $\mu$  on a compact hypersurface. Therefore Theorem 1 yields the following corollary

**Corollary 1.** If  $\Sigma$  is a compact smooth hypersurface then there exists  $q > 2$  such that the convolution operator  $M_k: L^p(R^n) \rightarrow L^{p'}(R^n)$  is bounded for  $\frac{2q}{q-1} < p \leq 2$ , provided  $k > \frac{n+1}{2} - \frac{1}{q}$

Theorem 1 yields the following estimate for the solution operator  $M_k(t)$ .

**Theorem 2.** If for any  $\xi \in \Sigma$  the hypersurface has type I of order at most  $\mu$  then for the solution operator  $M_k(t)$  the following estimate

$$\|M_k(t)g\|_{L^{p'}} \leq t^{k-2n(\frac{1}{p}-\frac{1}{2})} \|g\|_{L^p}, \quad (1)$$

holds true, provided  $\frac{4\mu}{3\mu+1} < p \leq 2$  and  $k > \frac{n}{2} + \frac{1}{2\mu}$ .

The estimate (1) can be used to obtain a-priori estimates for the time-space mixed norm for solutions to strictly hyperbolic equations.

## REFERENCES

1. Akramova D.I. and Ikromov I.A. Randol maximal functions and the integrability of the Fourier transform of measures. Mat zametki, 2021, 109(5), pp. 643-663.
2. Sugumoto M. estimates for hyperbolic equations of space dimension Journal of functional analysis 160, 382-407 (1998).

## A SEPARABILITY CRITERION FOR IDEALS OF COMPACT OPERATORS

Alimov A.A.

(Tashkent, Uzbekistan) E-mail: [alimovakrom63@yandex.ru](mailto:alimovakrom63@yandex.ru)

Let  $(H, (\cdot, \cdot))$  be an infinite-dimensional complex Hilbert space and let  $(B(H), \|\cdot\|_\infty)$  be the  $C^*$ -algebra of all bounded linear operators in  $H$ . Denote by  $K(H)$  ( $F(H)$ ) the two-sided ideal of compact (respectively, finite rank) linear operators in  $B(H)$ . It is well known that, for any proper two-sided ideal  $I \subset B(H)$ , we have  $F(H) \subset I$ , and if  $H$  is separable, then  $I \subset K(H)$ . At the same time, if  $H$  is a non-separable Hilbert space, then there exists a proper two-sided ideal  $I \subset B(H)$  such that  $K(H) \subsetneq I$ .

Denote  $B_+(H) = \{x^* = x \in B(H) : x \geq 0\}$  and let  $\tau : B_+(H) \rightarrow [0, \infty]$  be the canonical trace on  $B(H)$ , that is  $\tau(x) = \sum_{j \in J} (x\varphi_j, \varphi_j)$ ,  $x \in B_+(H)$ , where  $\{\varphi_j\}_{j \in J}$  is an orthonormal basis in  $H$ .

Let  $P(H) = \{e \in B(H) : e = e^2 = e^*\}$  be the lattice of projectors in  $B(H)$ . If  $1$  is the identity of  $B(H)$  and  $c \in P(H)$ , we write  $e^\perp = 1 - e$ .

Let  $x \in B(H)$ , and let  $\{e_\lambda(|x|)\}_{\lambda \geq 0}$  be the spectral family of projections for the absolute value  $|x| = (x^*x)^{1/2}$  of  $x$ , that is,  $e_\lambda(|x|) = \{ |x| \leq \lambda \}$ . If  $t > 0$ , then the  $t$ -th generalized singular number of  $x$ , or the nonincreasing rearrangement of  $x$ , is defined as  $\mu_t(x) = \inf\{\lambda > 0 : \tau(e_\lambda(|x|)^\perp) \leq t\}$ .

A non-zero linear subspace  $X \subset B(H)$  with a Banach norm  $\|\cdot\|_X$  is called symmetric if the conditions  $x \in X$ ,  $y \in B(H)$ ,  $\mu_t(y) \leq \mu_t(x)$  for all  $t > 0$  imply that  $y \in X$  and  $\|y\|_X \leq \|x\|_X$  [2]. The spaces  $(B(H), \|\cdot\|_\infty)$  and  $(K(H), \|\cdot\|_\infty)$  as well as the classical Banach two-sided ideals

$C^p = \{x \in K(H) : \|x\|_p = \tau(|x|^p)^{1/p} < \infty\}$   $1 \leq p \leq \infty$ , are examples of symmetric spaces. It should be noted that for every symmetric space  $(X, \|\cdot\|_X)$  and all  $x \in X, a, b \in B(H)$ , we have  $axb \in X$ , and  $\|axb\|_X \leq \|a\|_\infty \|b\|_\infty \|x\|_X$ . In addition,  $X = B(H)$  or  $X \subset K(H)$ . In particular, if  $H$  is non-separable, then there exists a proper two-sided ideal  $I \subset B(H)$  such that  $K(H) \subsetneq I$  and  $(I, \|\cdot\|_\infty)$  is a Banach space which is not a symmetric subspace of  $B(H)$ .

It is known that every symmetric sequence space  $(E, \|\cdot\|_E) \subset c_0$  generates a symmetric space  $(C_E, \|\cdot\|_{C_E}) \subset K(H)$  by the following rule:  $C_E = \{x \in K(H) : \{s_n(x)\} \in E\}$ ,  $\|x\|_{C_E} = \|\{s_n(x)\}\|_E$ , where

$\{s_n(x)\}_{n=1}^{m(x)}$  is the set of eigenvalues of the compact operator  $|x|$  [1].

**Theorem.** *The symmetric space  $(C_E, \|\cdot\|_{C_E})$  is separable if and only if  $(H, (\cdot, \cdot))$  and  $(E, \|\cdot\|_E)$  are separable spaces.*

## REFERENCES

1. *Rubshtein B.A., Grabarnik G.Ya., Muratov M.A. Pashkova and Yu.S.*, Foundations of Symmetric Spaces of Measurable Functions. Lorentz, Marcinkiewicz and Orlicz Spaces, Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
2. *Simon B.*, Trace Ideals and Their Applications, 120, Second edition, Mathematical Surveys and Monographs, American Mathematical Society, Providence, RI, 2005.

## HAUSDORFF DIMENSION OF INVARIANT MEASURE OF PIECEWISE LINEAR CIRCLE MAPS WITH TWO BREAKS

<sup>1</sup> Aliyev A.F., <sup>2</sup>Tirkasheva G.D.

<sup>1</sup>*V.I.Romanovsky Institute of mathematics AS RUz, Tashkent, Uzbekistan;*  
[aliyev95.uz@mail.ru](mailto:aliyev95.uz@mail.ru)

<sup>2</sup>*National university of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;*  
[gulasaltirkasheva96@mail.ru](mailto:gulasaltirkasheva96@mail.ru)

Let  $\mu$  be a probability measure on a space  $X$ . For any set  $E \subset X$ , we define the  $d$  – dimensional Hausdorff content of  $E$  as

$$H_r^d(E) := \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} r_i^d : E \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} B(x_i, r_i), r_i < r \right\}.$$

The  $d$  – dimensional Hausdorff measure of  $E$  is given by

$$H^d(E) := \sup_{r>0} H_r^d(E).$$

First we define the Hausdorff dimension of the set  $E$  as

$$\dim_H E := \inf \{d : H^d(E) = 0\}.$$

Next define the Hausdorff dimension of the measure  $\mu$ :

$$\dim_H \mu := \inf \{ \dim_H E : \mu(E) = 1 \}. \quad (1)$$

Let  $T$  be a circle map with irrational rotation number  $\rho_T$ . The irrational number  $\rho_T$  can be uniquely represented as a continued fraction i.e.  $\rho_T = 1/(k_1 + 1/(k_2 + \dots)) := [k_1, k_2, \dots, k_n, \dots]$ . Denote by  $p_n/q_n = [k_1, k_2, \dots, k_n]$ ,  $n \geq 1$ , its  $n$ -th- convergent. The numbers  $q_n, n \geq 1$  are also called the **first return times** of  $T$  and satisfy the recurrence relations  $q_{n+1} = k_{n+1}q_n + q_{n-1}$   $n \geq 1$ , where  $q_0 = 1$  and  $q_1 = k_1$ .

Let define  $S = S_{exp} \cap S_{sl}$  (the labels exp and sl stand for *exponential* and *super-linear*, respectively), where  $S_{exp}$  is the set of irrational  $\rho \in (0, 1)$  for which there exists  $C_1(\rho) > 0$  and  $\nu \in (0, 1)$  such that  $q_n(\rho) \leq C_1 \nu^{-n}$  and  $S_{sl} = S^{(o)} \cup S^{(e)}$ , where  $S^{(o)}$  and  $S^{(e)}$  are sets of irrational  $\rho \in (0, 1)$  for which, there

exist  $n_0 \in \mathbb{N}$  and a sequence  $A(m) > 0$  diverges to infinity as  $m \rightarrow \infty$ , and the series  $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{A(m)m} < \infty$  such that for all  $n \geq n_0$ ,  $k_{2n} \geq (2n-1)A(2n-1)$  and  $k_{2n+1} \geq 2nA(2n)$  respectively. In [1], it has been proven that the set  $S$  has Lebesgue measure 1.

K.Khanin and S.Kocić in [1] studied the Hausdorff dimension of circle maps with a break point. They proved that if rotation number  $\rho_T \in S$ , then Hausdorff dimension of  $T$  – invariant measure  $\mu := \mu_T$  equal to zero i.e.  $\dim_H \mu = 0$ .

The class of piecewise linear circle maps with two breaks first were studied by M.Herman in [2]. A.Aliyev proved in [3] that this statement is also correct for the case  $T$  is piecewise linear circle homeomorphism with irrational rotation number  $\rho_T \in S$  and two break points  $b_1$  and  $b_2$  on different orbits which  $\mu([b_1, b_2]) \in G$ . Where  $G$  is a full set w.r.t. Lebesgue measure on  $[0,1]$ .

Now we formulate our main theorem.

**Theorem.** Let  $T$  is piecewise linear circle homeomorphism with irrational rotation number  $\rho_T \in S$  and two break points  $b_1$  and  $b_2$  on different orbits which  $\mu([b_1, b_2]) \notin G$ . Then Hausdorff dimension of  $T$  – invariant measure  $\mu := \mu_T$  more than zero i.e.  $\dim_H \mu > 0$ .

#### REFERENCES

1. K.Khanin, S.Kocić, Hausdorff dimension of invariant measure of circle diffeomorphisms with a break point, Ergodic theory and dynamical systems, 2017,39(5), pp.1331-1339.
2. M. Herman, Sur la conjugaison différentiable des difféomorphismes du cercle à des rotations. Inst. Hautes Etudes Sci. Publ. Math., 49, 225-234(1979).
3. A.Aliyev, Invariant probability measure of circle maps with breaks and Hausdorff dimension, Uzbek Mathematical Journal, 2018, No 4, pp.1-12.

### $\mathbb{C} \setminus \mathbb{N}$ - PARABOLIK KO'PXILLIKDA POLINOMLAR FAZOSI.

**Allaberganov O.**

*Urganch Davlat universiteti*

*E-mail: [allaberganovolimboy1@gmail.com](mailto:allaberganovolimboy1@gmail.com)*

Agarda  $n$  o'lchamli  $X$  Shteyn ko'pxilligida aniqlangan chegaralangan plyurisubgarmonik funksiyalar faqat o'zgaras funksiyalardan iborat bo'lsa, u holda bu ko'pxillikka parabolik deyiladi.

Bu  $X$  fazoning parabolikligi quyidagiga ekvivalent. Agar shunday  $\rho(z) \in psh(X)$  va  $\rho(z) < C$  bo'lsa, u holda  $X$  da  $\rho(z) \equiv const$  bo'ladi.

**1-ta'rif.** Agar  $n$  o'lchamli  $X$  Shteyn ko'pxilligida shunday  $\rho(z)$  plyurisubgarmonik funksiya topilib,

1.  $\forall c \in \mathbb{R}, D_c = \{z \in X: \rho(z) < c\} \subset\subset X$ ;

2.  $\rho(z)$  funksiya biror  $K \subset X$  kompaktdan tashqarida maksimal bo'lsin. Ya'ni,  $X \setminus K$  da  $(dd^c \rho)^n = 0$  bo'lsa, u holda bu ko'pxillikka  $S$  –**parabolik** deyiladi.

Agar yuqoridagi ta'rifga qo'shimcha ravishda  $\rho \in \mathcal{C}(X)$  uzluksiz funksiya bo'lsa, u holda ko'pxilligimiz  $S^*$  –**parabolik** deyiladi

**2-ta'rif.** Agar  $(X, \rho)$  – Shteyn ko'pxilligi  $S^*$ - parabolik ko'pxillik bo'lib,  $f \in \mathcal{O}(X)$  golomorf funksiya uchun shunday  $d$  va  $c$  musbat sonlar topilib,  $X$  da

$$\ln|f(z)| \leq d\rho^+(z) + c \quad (1)$$

baholashni qanoatlantirsa, u holda  $f(z)$  funksiyaga  $\rho$  – **polinom** deyiladi.

$d$  ning (1) tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng kichik butun qiymatiga  $f$  polinomning darajasi deyiladi va  $d$  natural son uchun  $X$  dagi barcha darajasi  $d$  dan oshmaydigan  $\rho$  –polinomlar to'plami  $P_\rho^d(X)$  orqali belgilaymiz.

Parabolik ko'pxilliklar ko'pgina olimlar tomonidan o'rganilgan. Bir o'lchamli kompleks ko'pxilliklar (Riman sirtlari) klassifikatsiyasi Sario. L. va Nakai. M. [5] monografiyasida batafsil yoritiladi. W.Stoll[6] ishlarida parabolik ko'pxilliklarda Nevanlinna nazariyasi asoslari ishlab chiqilgan. [1], [2], ishlarda parabolik ko'pxilliklarga aniq misollar va ularning xususiyatlari o'rganiladi.

Biz uchbu ishda kompleks tekislikdan natural sonlarga mos nuqtalarni chiqarib tashlash orqali hosil qilingan ushbu  $X = \mathbb{C} \setminus \mathbb{N}$  bir o'lchamli kompleks ko'pxillikni ko'rib chiqamiz. Ishning maqsadi ushbu ko'pxillikning parabolikligini ko'rsatish va bu parabolik ko'pxillikda polinomlar fazosini tadqiq etishdan iborat.

$X = \mathbb{C} \setminus \mathbb{N}$  ko'pxillikda aniqlangan ushbu

$$\rho(z) = 2\ln|z| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \ln|z - n|$$

funksiyani qaraymiz. Bu funksiya  $X$  da aniqlangan va subgarmonik bo'lib,  $X \setminus \{0\}$  to'plamda garmonik funksiya bo'ladi. Ya'ni  $(X, \rho)$  ko'pxillik  $S^*$  –**parabolik**.

*Ushbu ishda quyidagi asosiy natijalar isbot qilinadi.*

**1-teorema.**  $(X, \rho)$  ko'pxillikda har qanday  $d$ - darajali  $\rho$  –polinom quyidagicha

$$p(z) = \sum_{j_0+2j_1+4j_2+\dots+2^d j_d=0}^d C_{j_0 j_1 \dots j_d} z^{j_0} \cdot \frac{1}{(z-1)^{j_1}} \cdots \frac{1}{(z-m)^{j_d}}$$

chekli yoyilmaga ega bo'ladi. Bu yerda  $m = \lceil \log_2 d \rceil$

**2-teorema.**  $P_\rho^d(X)$  chiziqli fazoning o'lchami uchun quyidagi tengsizlik o'rinli

$$\dim P_\rho^d(X) \leq 2d$$

**3-teorema.** Barcha  $\rho$  –polinomlar fazosi  $P_\rho(X)$  barcha analitik funksiyalar fazosi  $\mathcal{O}(X)$  da zich bo'ladi.

### ADABIYOTLAR

1. Atakhanov. K. U. Defect divisors of holomorphic mappings of parabolic analytic sets, Siberian Math. J. 28 (1987), 376-381
2. Atamuratov A., Sharipova Sh., Parabolik ko'pxilliklarda ekstremal Grin funksiyasi xossalari. \ Ilm sarchashmalari, 2015, № 6.
3. Aytuna A., Sadullaev A., Parabolic Stein Manifolds \ Mathematica Scandinavica Vol 114, No 1 (2014), P. 86-109.
4. Aytuna A., Sadullaev A., Polynomials on Parabolic Manifolds, Contemporary mathematics No 662, 2016, pp. 1-22 (arXiv:1504.08092v1 [math.CV] 30 Apr 2015).
5. Sario. L. and Nakai. M. Classification theory of Riemann sufaces, Grundle. Math. Wiss. 164, Springer, Berlin 1970.
6. Stoll. W. Value distribution of holomorphic maps into compact complex manifolds, Lecture Notes Math. 135, Springer, Berlin 1970.
7. Stoll. W. Value distribution on parabolic spaces, Lecture Notes Math. 600, Springer, Berlin 1977.

## REGULARITY OF A NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR ON THE 2D SIMPLEX

**Mamurov B.J.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

*E-mail: [bmamurov.51@mail.ru](mailto:bmamurov.51@mail.ru)*

**Abstract.** In the present paper we consider a non-Volterra quadratic stochastic operator defined on the two-dimensional simplex. We showed that the center of the simplex is a unique fixed point of this operator and it has attracting type. We constructed a Lyapunov function and using it we showed that for any initial point the trajectory of this operator approaches to the center of the simplex.

The notion of quadratic stochastic operator was introduced by S. Bernstein in [1]. Such quadratic operators arise in many models of mathematical genetics, namely, in the theory of heredity (see e.g. [3, 5, 6, 7]).

Let

$$S^{m-1} = \left\{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$$

be the  $(m-1)$ -dimensional simplex. A map  $V$  of  $S^{m-1}$  into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$  and for all  $k = 1, \dots, m$ , where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k}, \quad \sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1, \quad \forall i, j, k = 1, \dots, m. \quad (2)$$

Assume  $\{\mathbf{x}^{(n)} \in S^{m-1} : n = 0, 1, 2, \dots\}$  is the trajectory of the initial point  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ , where  $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)})$  for all  $n = 0, 1, 2, \dots$ , with  $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}$ .

**Definition 1.** A point  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$  is called a fixed point of a QSO  $V$  if  $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ .

**Definition 2.** A QSO  $V$  is called regular if for any initial point  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ , the limit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} V(\mathbf{x}^{(n)})$$

exists.

**Definition 3.** A continuous function  $\phi : \text{int } S^{m-1} \rightarrow R$  for an operator  $V$  if the limit  $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi(V^n(\mathbf{x}))$

exists and finite for all  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ .

**Definition 4.**[2] A fixed point  $\mathbf{x}^*$  is called hyperbolic if its Jacobian  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$  has no eigenvalues on the unit circle.

**Definition 5.**[2] A hyperbolic fixed point  $\mathbf{x}^*$  is called:

- i) attracting if all the eigenvalues of the Jacobian  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$  are less than 1 in absolute value;
- ii) repelling if all the eigenvalues of the Jacobian  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$  are greater than 1 in absolute value;
- iii) a saddle otherwise.

Consider the following two strictly non-Volterra QSOs on the two-dimensional simplex

$$V : \begin{cases} x'_1 = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_1x_2, \\ x'_2 = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_2x_3, \\ x'_3 = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_3x_1. \end{cases} \quad (3)$$

**Lemma 1.** The center  $\mathbf{x}$  is a unique and attracting point of the QSO (3).

**Lemma 2.** The function  $\phi(\mathbf{x}) = |x_1 - x_2| \cdot |x_2 - x_3| \cdot |x_3 - x_1|$  is a Lyapunov function for the operator (3).

**Lemma 3.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} V^n(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{c}$  for any initial point  $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ .

**Theorem.** a) The QSO (3) has a unique fixed point  $\mathbf{c} = (1/3, 1/3, 1/3)$ ;

b) The fixed point  $\mathbf{c}$  is an attracting point;

c) For any  $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ , the trajectory  $\{\mathbf{x}^{(n)}\}$  tends to the fixed point  $\mathbf{c}$ ;

d) The QSO (3) is a regular transformation.

#### REFERENCES

1. Bernstein S 1942 *The Annals of Math. Stat.* **13** 53.
2. Devaney R L 2003 *An introduction to chaotic dynamical systems*, (New York: Westview Press).
3. Ganikhodzhaev R N 1992 *Sb. Math.* **183** 489.
4. Jamilov U and Ladra M 2020 *Qual. Theory Dyn. Syst.* **19** 95.
5. Lyubich Yu I 1992 *Mathematical Structures in Population Genetics* (Berlin: Sprenger).
6. Mamurov B J, Rozikov U A and Xudayarov S S 2020 *Markov Pros. Relat. Fields* **26** 915.

### EXISTENCE OF THE EIGENVALUES OF A TENSOR SUM OF THE FRIEDRICHS MODELS WITH RANK 2 PERTURBATION

<sup>1</sup>Bahronov B.I., <sup>1,2</sup>Rasulov T.H.

<sup>1</sup>Bukhara State University

<sup>2</sup>Bukhara branch of the Institute of Mathematics

Let  $T^1$  be the one-dimensional torus. In the Hilbert space  $L_2^s(T^2)$  of square-integrable symmetric (complex) functions defined on  $T^2$ , we consider the model operator:

$$H_{\mu, \lambda} := H_{0,0} - \mu(V_{11} + V_{12}) + \lambda(V_{21} + V_{22}), \quad \mu, \lambda > 0, \quad (1)$$

where  $H_{0,0}$  is the multiplication operator:

$$(H_{0,0}f)(x, y) = (u(x) + u(y))f(x, y),$$

and  $V_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2$  are non-local interaction operators:

$$(V_{i1}f)(x, y) = v_i(x) \int_{T^1} v_i(t) f(t, y) dt, \quad (V_{i2}f)(x, y) = v_i(y) \int_{T^1} v_i(t) f(x, t) dt.$$

Here,  $f \in L_2^s(T^2)$ , the functions  $u(\cdot)$  and  $v_i(\cdot)$ ,  $i = 1, 2$  are real-valued continuous functions on  $T^1$ .

Under these assumptions, the operator  $H_{\mu, \lambda}$  is bounded and self-adjoint.

To study the spectral properties of the model operator  $H_{\mu, \lambda}$ , we introduce a Friedrichs model  $h_{\mu, \lambda}$  with rank 2 perturbation, acting on  $L_2(T^1)$  by the rule:

$$h_{\mu, \lambda} := h_{0,0} - \mu k_1 + \lambda k_2,$$

where the operators  $h_{0,0}$  and  $k_i(\cdot)$ ,  $i = 1, 2$  are defined as

$$(h_{0,0}g)(x) = u(x)g(x), \quad (k_i g)(x) = v_i(x) \int_{T^1} v_i(t) g(t) dt, \quad i = 1, 2.$$

From the definitions of  $H_{\mu, \lambda}$  and  $h_{\mu, \lambda}$  we obtain the representation

$$H_{\mu, \lambda} = h_{\mu, \lambda} \otimes I + I \otimes h_{\mu, \lambda},$$

where  $I$  is an identity operator on  $L_2(T^1)$ .

Therefore, by theorem on the spectrum of the tensor sum of two operators the equality

$$\sigma(H_{\mu, \lambda}) = \sigma(h_{\mu, \lambda}) + \sigma(h_{\mu, \lambda})$$

holds.

Let  $\text{supp}\{v_\alpha(\cdot)\}$  be the support of the function  $v_\alpha(\cdot)$  and  $\text{mes}(\Omega)$  be the Lebesgue measure of the measurable set  $\Omega \subset T^1$  and

$$m := \min_{x \in T^1} u(x), \quad M := \max_{x \in T^1} u(x).$$

Assume that the function  $u(\cdot)$  has the non-degenerate global minimum at the points  $x_1, x_2, \dots, x_m \in T^1$  and the non-degenerate global maximum at the points  $y_1, y_2, \dots, y_n \in T^1$ .

Main result of the note is the following theorem.

**Theorem.** Suppose that

$$\text{mes}(\text{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp}\{v_2(\cdot)\}) = 0$$

and  $v_1(x_i) \neq 0$ ,  $v_2(y_j) \neq 0$  for some  $i \in \{1, \dots, m\}$ ,  $j \in \{1, \dots, n\}$ .

(a) For all values of  $\mu, \lambda > 0$  the operator  $h_{\mu, \lambda}$  has a two simple eigenvalues  $E_\mu^{(1)} < m$  and  $E_\lambda^{(2)} > M$ .

(b) For any  $\mu, \lambda > 0$  the numbers  $2E_\mu^{(1)}$  and  $2E_\lambda^{(2)}$  are simple eigenvalues of  $H_{\mu, \lambda}$ . Moreover

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu, \lambda}) = [E_\mu^{(1)} + m; E_\mu^{(1)} + M] \cup [2m; 2M] \cup [E_\lambda^{(2)} + m; E_\lambda^{(2)} + M]$$

$$\sigma_{\text{pp}}(H_{\mu, \lambda}) = \{2E_\mu^{(1)}; E_\mu^{(1)} + E_\lambda^{(2)}; 2E_\lambda^{(2)}\}.$$

(c) For any fixed  $a$  and  $b > M$ , there are two numbers  $\mu_0 = \mu_0(a) > 0$  and  $\lambda_0 = \lambda_0(b) > 0$ , respectively, such that the numbers  $2a$ ,  $a + b$  and  $2b$  are eigenvalues of  $H_{\mu_0, \lambda_0}$ .

(d) For any  $c \in [2m; 2M]$  there exist two numbers  $\mu_1 = \mu_1(c) > 0$  and  $\lambda_1 = \lambda_1(c) > 0$  such that the number  $c$  is an eigenvalue of  $H_{\mu_1, \lambda_1}$ .



## KILLING VEKTOR MAYDONLAR GEOMETRIYASI

Boysunova M.Y.

O'zbekiston Milliy Universiteti

**Ta'rif-1.** Agar  $G$  to'plamga tegishli har bir  $p$  nuqtaga bitta  $X(p)$  vektor mos qo'yilsa, bu moslik **vektor maydon** deb ataladi.

**Ta'rif-2** Birorta  $G$  sohada  $X$  vektor maydon berilgan bo'lib va shu sohada  $\vec{p} = \vec{p}(t)$  tenglama bilan aniqlangan differensiallanuvchi  $\gamma$  chiziq ham berilgan bo'lsin. Agar har bir  $t$  uchun  $\vec{p}'(t) = X(\gamma(t))$  bo'lsa  $\gamma$  chiziq  $X$  vektor maydonning **integral chizig'i** deyiladi.

**Ta'rif 3.** Berilgan  $X$  vektor maydonning  $t=0$  da  $p$  nuqtadan o'tuvchi chiziqni  $\gamma(t, p)$  bilan belgilasak,  $p \rightarrow X^t(p)$  akslantirishlar oilasi  $X$  vektor **maydonning oqimi** deyiladi.

**Ta'rif 4.** Agar har bir  $t$  nuqta uchun

$$x \rightarrow \gamma(t, x)$$

akslantirish izometrik akslantirish bo'lsa,  $X$  vektor maydon **Killing vektor maydoni** deb ataladi.

Boshqacha qilib aytganda  $M$  ko'pxillikda berilgan  $X$  vektor maydon hosil qilgan bir parametrli diffeomorfizmlar oilasi  $M$  ko'pxillikda izometrik akslantirishdan iborat bo'lsa  $X$  vektor maydon Killing vektor maydoni deb ataladi.

Uch o'lchovli Yevklid  $R^3(x, y, z)$  fazosida oltita chizikli erkli Killing vektor maydonlari bor.

$$X_1 = \frac{\partial}{\partial x}, X_2 = \frac{\partial}{\partial y}, X_3 = \frac{\partial}{\partial z},$$

$$X_4 = z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z}, X_5 = -z \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial z}, X_6 = y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y}$$

vektor maydonlardan quyida keltirilgan almashtirish gruppallari, mos  $o_x, o_y$  va  $o_z$  o'qlari yo'nalishi bo'yicha parallel ko'chirish gruppallari bo'ladi, oxirgi uchtasi esa mos  $o_x, o_y$  va  $o_z$  o'qlar atrofida aylanish gruppallari bo'ladi.

Biz to'rt o'lchamli  $R^4(x_1, x_2, x_3, x_4)$  evklid fazosida

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1$$

tenglamani uch o'lchamli  $S^3$  sferada qaraymiz. Bu fazoda berilgan

$$X = -x_4 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial}{\partial x_4}$$

vektor maydon sferaga urinadi.

**Teorema.** Uch o'lchamli sferada  $X$  vektor maydonning maxsus nuqtalari

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasi bilan berilgan tekislikda yotuvchi  $x_2^2 + x_3^2 = 1$  aylana nuqtalaridan iborat, maxsus bo'lmagan nuqtalar uchun uning integral chiziqlari

$$\begin{cases} x_2 = c_2 = \text{const} \\ x_3 = c_3 = \text{const} \end{cases}$$

tekislikda yotuvchi

$$x_1^2 + x_4^2 = 1 - (c_2^2 + c_3^2)$$

aylanalardan iborat.

### ADABIYOTLAR

1. А.Я.Нарманов. Дифференциал геометрия. Тошкент: Унверситет. 2003.
2. Олвер П Приложения группа Ли К дифференциальным уравнениям.

## FINITENESS OF THE DISCRETE SPECTRUM OF THE LATTICE SPIN-BOSON HAMILTONIAN WITH AT MOST TWO PHOTONS

<sup>1,2</sup>Dilmurodov E.B., <sup>1,2</sup>Rasulov T.H.

<sup>1,2</sup>Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

<sup>1,2</sup>Bukhara branch of the Institute of Mathematics, Bukhara, Uzbekistan

E-mail: [elyor.dilmurodov@mail.ru](mailto:elyor.dilmurodov@mail.ru), [rth@mail.ru](mailto:rth@mail.ru)

Block operator matrices are matrices where the entries are linear operators between Banach or Hilbert spaces [1]. One special class of block operator matrices are Hamiltonians associated with systems of non-conserved number of quasi-particles on a lattice. Their number can be unbounded as in the case of spin-boson models or bounded as in the case of "truncated" spin-boson models. In this note we consider a lattice spin-boson Hamiltonian with at most two photons. The standard spin-boson Hamiltonian with at most two photons was completely studied in [2] for small values of the coupling constant.

Let  $T^3$  be the three-dimensional torus,  $\mathcal{H}_0 := C$  be the set of all complex numbers,  $\mathcal{H}_1 := L_2(T^3)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) functions defined on  $T^3$ ,  $\mathcal{H}_2 := L_2^{\text{sym}}((T^3)^2)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) symmetric functions defined on  $(T^3)^2$  and  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$ .

We consider a lattice spin-boson Hamiltonian  $A_2$  with most two photons. Then [3] the operator  $A_2$  act on  $C^2 \otimes \mathcal{H}$  and has the  $3 \times 3$  tridiagonal block operator matrix representation

$$A_2 := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} & 0 \\ A_{01}^* & A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{12}^* & A_{22} \end{pmatrix},$$

where the matrix entries  $A_{ij}$ ,  $i, j = 0, 1, 2$ ,  $i \leq j$ , are defined by

$$A_{00}f_0^{(s)} = \varepsilon f_0^{(s)}, \quad A_{01}f_1^{(s)} = \alpha \int_{T^3} v(t) f_1^{(-s)}(t) dt,$$

$$(A_{11}f_1^{(s)})(k_1) = (\varepsilon + w(k_1))f_1^{(s)}(k_1), \quad (A_{12}f_2^{(s)})(k_1) = \alpha \int_{T^3} v(t) f_2^{(-s)}(k_1, t) dt,$$

$$(A_{22}f_2^{(s)})(k_1, k_2) = (\varepsilon + w(k_1) + w(k_2))f_2^{(s)}(k_1, k_2).$$

Here  $s = \pm$  and  $f = \{f_0^{(s)}, f_1^{(s)}, f_2^{(s)}; s = \pm\} \in C^2 \otimes \mathcal{H}$ .

We make the following assumptions:  $\varepsilon > 0$ ; the dispersion  $w(\cdot)$  is a non negative analytic function on  $T^3$  and has the non-degenerate minimum at the points  $(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}) \in T^3$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $n < \infty$ ;  $v(\cdot)$  is a real-valued analytic function on  $T^3$ ; the coupling constant  $\alpha > 0$  is an arbitrary.

Recall that the location of the essential spectrum of  $A_2$  for 1D case was described in [3]. The results were obtained by considering a more general model  $H$  for which the lower bound of its essential spectrum is estimated. Conditions which guarantee the finiteness of the number of eigenvalues of  $H$  below the bottom of its essential spectrum were found. It was shown that the discrete spectrum might be infinite if the parameter functions are chosen in a special form.

Let  $E_{\min} := \min \sigma_{\text{ess}}(A_2)$ .

**Theorem.** For all values of the coupling constant  $\alpha > 0$  the operator  $A_2$  has a finitely many eigenvalues smaller than  $E_{\min}$ .

## REFERENCES.

1. C. Tretter. Spectral theory of block operator matrices and applications. Imperial College Press, 2008.
2. R.A. Minlos, H. Spohn. The three-body problem in radioactive decay: the case of one atom and at most two photons. Topics in Statistical and Theoretical Physics. Amer. Math. Soc. Transl., Ser. 2, 177, AMS, Providence, RI, 1996, 159–193.
3. M. Muminov, H. Neidhardt, T. Rasulov. On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case. J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.

## ON AN EXAMPLE OF A SEMIRING WHICH IS NOT IDEMPOTENT

**Eshimbetov M.R.**

Institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy, Tashkent, Uzbekistan  
mr.eshimbetov@gmail.com

Let  $[a, b]$  be a closed subinterval of  $[-\infty, +\infty]$  (in some cases we will also take semiclosed subintervals). The full order on  $[a, b]$  will be denoted by  $\prec$ .

**Definition 1.** The operation  $\oplus$  (pseudo-addition) is a function  $\oplus : [a, b] \times [a, b] \rightarrow [a, b]$  which is commutative, nondecreasing (with respect to  $\prec$ ), associative and with a zero element, denoted by  $\mathbf{0}$ , i. e.  $\mathbf{0} \oplus x = x$  for each  $x \in [a, b]$  (usually  $\mathbf{0}$  is either  $a$  or  $b$ ).

Let  $[a, b]_+ = \{x : x \in [a, b], x \succ \mathbf{0}\}$ .

**Definition 2.** The operation  $\odot$  (pseudo-multiplication) is a function  $\odot : [a, b] \times [a, b] \rightarrow [a, b]$  which is commutative, positively nondecreasing, i.e.,  $x \prec y$  implies  $x \odot z \prec y \odot z$ ,  $z \in [a, b]_+$ , associative and for which there exist a unit element  $\mathbf{1} \in [a, b]$ , i. e., for each  $x \in [a, b]$ ,  $\mathbf{1} \odot x = x$ .

We suppose, further,  $\mathbf{0} \odot x = \mathbf{1}$  and that  $\odot$  is a distributive pseudo-multiplication with respect to  $\oplus$ , i.e.  $x \odot (y \oplus z) = (x \odot y) \oplus (x \odot z)$ . The structure  $([a, b], \oplus, \odot)$  is called a semiring.

Semirings with pseudo-operations defined by monotone and continuous generator  $g$ . In this case, we will consider only strict pseudo-addition, i.e., such that the function  $\oplus$  is continuous and strictly increasing in  $(a, b) \times (a, b)$ .

By Aczel's representation theorem for each strict pseudo-addition  $\oplus$  there exist a strictly monotone surjective function  $g$  (generator for  $\oplus$ ),  $g : [a, b] \rightarrow [0, +\infty]$  such that  $g(\mathbf{0}) = 0$  and  $x \oplus y = g^{-1}(g(x) + g(y))$ .

Using a generator  $g$  of strict pseudo-addition  $\oplus$ , we can define pseudo-multiplication  $\odot$

$$x \odot y = g^{-1}(g(x) \cdot g(y))$$

with the convention  $\mathbf{0} \odot (+\infty) = \mathbf{0}$ . This is the only way to define pseudo-multiplication  $\odot$ , which is distributive with respect to  $\oplus$  generated by  $g$ .

If the generator  $g$  is increasing (decreasing), then the operation  $\oplus$ , through its generator  $g$ , includes the usual order (opposite to the usual order) on the interval  $[a, b]$  in the following way:  $x \prec y$  if and only if  $g(x) \leq g(y)$ .

**Example 1.** Let  $g : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-\infty, +\infty]$  be given by  $g(x) = \operatorname{tg} x$ . Then

$$x \oplus y = g^{-1}(g(x) + g(y)) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y),$$

$$x \odot y = g^{-1}(g(x) \cdot g(y)) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y)$$

are operations defined on  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ . We have  $\mathbf{0} = 0$  and  $\mathbf{1} = \frac{\pi}{4}$ . Indeed, for each  $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ :  $\mathbf{0} \oplus y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 0 + \operatorname{tg} y) = y$ ,  $\mathbf{1} \odot y = \frac{\pi}{4} \odot y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} y) = y$ .

We now check the distributive property, i. e.,  $x \odot (y \oplus z) = (x \odot y) \oplus (x \odot z)$ :

$$\begin{aligned} x \odot (y \oplus z) &= g^{-1}(g(x) \cdot g(y \oplus z)) = g^{-1}(g(x) \cdot g(g^{-1}(g(y) + g(z)))) = \\ &= g^{-1}(g(x) \cdot (g(y) + g(z))) = g^{-1}(g(x) \cdot g(y) + g(x) \cdot g(z)) = \\ &= g^{-1}(g(x) \cdot g(y)) \oplus g^{-1}(g(x) \cdot g(z)) = (x \odot y) \oplus (x \odot z) \end{aligned}$$

So, we obtain the following result.

**Theorem 1.** The structure  $\left(\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \oplus, \odot\right)$  is a semiring with the zero  $\mathbf{0} = 0$  and  $\mathbf{1} = \frac{\pi}{4}$ . It is

not idempotent.

## REFERENCES

1. Radko Mesiar, Endre Pap, Idempotent integral as limit of  $g$ -integrals, Fuzzy Sets and Systems, 1999, No 102, p. 385-392.
2. A. A. Zaitov, On a metric on the space of idempotent probability measures, Applied General Topology, 2020, No 1, p. 35-51.

# A NEW EQUIVALENT CONDITION FOR BOUNDEDNESS OF HARDY-VOLTERRA OPERATOR

**Eshimova M.K.**

*Institute of mathematics named after V.I.Romanovsky AS RUz*

*E-mail: [eshimova\\_math@mail.ru](mailto:eshimova_math@mail.ru)*

Let  $(a, b) \subset \mathbb{R}$  and  $u(x), v(x)$  be weight functions on  $(a, b)$ , i.e., are nonnegative measurable functions defined on  $(a, b)$ . Let  $1 \leq p, q \leq \infty$  and introduce weighted Lebesgue space  $L_{p,v}(a, b)$  of all measurable functions on  $(a, b)$  such that

$$\|f\|_{p,v} = \left( \int_a^b |f(x)|^p v(x) dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty,$$

and similarly  $L_{q,u}(a, b)$ . Consider the following Hardy-Volterra operator

$$H: L_{p,v}(a, b) \rightarrow L_{q,u}(a, b), \quad (Hf)(x) = \int_a^x k(x, t)f(t)dt, \quad (1)$$

where  $k(x, t)$  is a kernel – non-negative measurable function defined  $(a, b) \times (a, b)$ .

In this paper we study boundedness of operator (1) with the so-called Oinarov's kernel – that is continuous, non-negative and increasing in the first argument, decreasing in the second argument and there exists a constant  $h \geq 1$ , such that for all  $x, t, s : a < s \leq t \leq x < b$  the inequality holds:  $k(x, s) \leq h(k(x, t) + k(t, s))$ , see [1-4]. This problem is equivalent to the validity of the Hardy-type integral inequality:

$$\left( \int_a^b \left( \int_a^x k(x, t)f(t)dt \right)^q u(x)dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq C \left( \int_a^b f^p(x)v(x)dx \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2)$$

where constant  $C$  does not depend on the function  $f$  and parameters  $p, q$ . We give new necessary and sufficient conditions for satisfying of (2), i.e., the boundedness of the (1) in the case  $1 < q < p < \infty$  with the Oinarov's kernel.

Let us make some notations concerning to our theorem:

$$p' = \frac{p}{p-1}, q' = \frac{q}{q-1}, r = \frac{pq}{p-q},$$

$$V_{k^s}(t) = v^{1-p'}(t) \left( \int_t^b k^s(x, t)u(x)dx \right)^{p'},$$

$$D_0 = \left( \int_a^b \left( \int_s^b V_{k^q}(t)dt \right)^{\frac{r}{p'q}} \left( \int_a^t v^{1-p'}(s)ds \right)^{r \left( \frac{1}{q'} - \frac{1}{p'q} \right)} v^{1-p'}(t)dt \right)^{\frac{1}{r}},$$

$$D_1 = \left( \int_a^b \left( \int_s^b V_{k^1}(t)dt \right)^{\frac{r}{p'}} \left( \int_t^b u(s)ds \right)^{-\frac{r}{p'}} u(s)ds \right)^{\frac{1}{r}}.$$

Then our main result reads.

**Theorem.** *Let  $1 < q < p < \infty$  and  $k(x, t)$  be Oinarov's kernel. Then inequality (2) holds for all  $f \geq 0$  if and only if*

$$D_0 < \infty \text{ and } D_1 < \infty.$$

*Moreover, the best constant of the inequality, the least constant for which the inequality holds, satisfies  $C \approx \max\{D_0, D_1\}$ .*

## REFERENCES

1. Kufner A., Persson L.-E., Weighted inequalities of Hardy type. World scientific: New Jersey, London, Singapore, Hong Kong, 2003.
2. Kufner A., Maligranda L., Persson L.-E., The Hardy inequality-about its history and some related results. Pilsen, 2007.
3. Stepanov V.D., The weighted Hardy's inequality for nonincreasing functions, Transactions of the AMS, 338, 1(1993).
4. Kuliev K., Kulieva G., Eshimova M., Estimates for the norm of some Hardy type operators, Scientific journal of SamSU, 127, 3(2021).

# ESTIMATES FOR TWO-DIMENSIONAL INTEGRALS WITH MITTAG-LEFFLER FUNCTIONS

**Ikromov I.A., Safarov A.R.**

*Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky*

The function  $E_\alpha(z)$  is named after the great Swedish mathematician Gosta Magnus Mittag-Leffler (1846-1927) who defined it by a power series [1]. Further, the two-parametric Mittag-Leffler function is defined by [2-3]:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}, \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad (1)$$

In this paper we consider natural generalization of “standards” oscillatory integrals given by Mittag-Leffler function defined in (1) for  $\alpha > 0, \beta \in \mathbb{R}$ . More precisely, we consider the following integral with phase  $f$  and amplitude  $\varphi$  is an integral of the form:

$$I_{\alpha,\beta} = \int_{\mathbb{R}^2} E_{\alpha,\beta}(i\lambda f(x)) \varphi(x) dx \quad (2)$$

where  $0 < \alpha \leq 1, \beta > 0, \lambda \in \mathbb{R}$  and  $f$  is a smooth real-valued function with  $f(0,0) = 0, \nabla f(0,0) = 0$  also  $\varphi$  is a function concentrated in a sufficiently small neighborhood of the origin in  $\mathbb{R}^2$ .

Let's consider the associated Taylor series:  $f(x_1, x_2) \sim \sum_{j,k=0}^{\infty} c_{j,k} x_1^j x_2^k$  of  $f$  centered at the origin. The set

$$T(f) := \left\{ (j, k) \in \mathbb{N}^2: c_{j,k} = \frac{1}{j!k!} \partial_{x_1}^j \partial_{x_2}^k f(0,0) \neq 0 \right\}$$

will be called the Taylor support of  $f$  centered at the origin. We shall always assume that  $T(f) \neq \emptyset$ , i.e., that the function  $f$  is of finite type at the origin. If  $f$  is real analytic, so that the Taylor series converges to  $f$  near the origin, this just means that  $f \neq 0$ . The *Newton polyhedron*  $N(f)$  of at the origin is defined to be the convex hull of the union of all the quadrants  $(j, k) + \mathbb{R}_+^2$ , with  $(j, k) \in T(f)$ .

The *distance (or Newton distance)*  $d = d(f)$  between the Newton polyhedron and the origin in the sense of Varchenko [4] is given by the coordinate  $d$  of the point  $(d, d)$  at which the bisectrix  $x_1 = x_2$  intersects the boundary of the Newton polyhedron.

The *height* of the analytic (respectively smooth) function  $f$  is defined by

$$h(f) := \sup\{d_x\},$$

where the supremum is taken over all local analytic (respectively smooth) coordinate systems  $x$  at the origin and  $d_x$  is the corresponding Newton distance.

The main result of the work is the following.

**Theorem.** Let phase function has a smooth function with two variables. There exists a neighborhood  $U$  of the origin such that for any  $\varphi \in L^\infty(U)$  and  $0 < \alpha < 1, \beta > 0$  then the following estimate holds

$$\left| \int_{\mathbb{R}^2} E_{\alpha,\beta}(i\lambda f(x)) \varphi(x) dx \right| \leq \frac{C (\ln \lambda)^m \|\varphi\|_{L^\infty}}{\lambda^{\frac{1}{h}}}$$

where  $h$  is height and constant  $C$  is depend only  $p$  also  $m$  multiplicity of the Newton polyhedron [4].

## REFERENCES

1. *M.G.Mittag-Leffler*, Sur l'integrale de Laplace-Abel. C.R.Acad.Sci.Paris 135, 937-939 (1902).
2. *P.Humbert, R.P.Agarwal*, Sur la fonction de Mittag-Leffler et quelques de ses generalisations. Bull.Sci.Math.(Ser.II).77, 180-185 (1953).
3. *M.M.Dzherbashyan*, On the asymptotic expansion of a function of Mittag-Leffler type, Akad.Nauk Armjan.SSR Doklady. 19, 65-72 (1954, in Russian).
4. *A.N.Varchenko*, Newton polyhedra and estimation of oscillating integrals, Functional Analysis and Its Applications volume 10, pages 175–196 (1976).

## THE DYNAMICS OF SUPERPOSITION OF NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATORS

**Jamilov U. U., Aralova K. A.**

*V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics*

e-mail: [kamolaaralova96@gmail.com](mailto:kamolaaralova96@gmail.com)

We consider discrete-time dynamical systems generated by quadratic stochastic operators. The motivations for such investigations can be seen e.g. in [1,2] and references therein.

Let

$$S^{m-1} = \{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \text{for any } i, x_i \geq 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1 \}$$

be the  $(m-1)$ -dimensional simplex. A map  $V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$  is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$  and for all  $k=1, \dots, m$ , where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k} \quad \text{for all } i, j, k; \quad \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} = 1 \quad (2)$$

The trajectory  $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$  of an operator  $V$  for an initial point  $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$  is defined by  $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)}) = V^{n+1}(\mathbf{x}^{(0)})$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$

Denote by  $\omega_V(\mathbf{x}^{(0)})$  the set of limit points of the trajectory  $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$ .

A *Volterra* QSO (see [1]) is defined by (1), (2) and with the additional assumption

$$p_{ij,k} = 0, \quad k \notin \{i, j\}, \quad \text{for any } i, j, k \in E \quad (3)$$

**Definition 1.** A point  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$  is called a *fixed point* of  $V$ , if  $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ . Denote the set of all fixed points by  $\text{Fix}(V)$ .

Let us consider the following nonlinear operator  $W$  defined by superposition of the non-Volterra operators in  $S^2$ :

$$W : \begin{cases} x'_1 = (1+\alpha)^2 x_3^2 x_2^2 + 2(1+\alpha)(1-(1+\alpha)x_3(1-x_3))x_3 x_1, \\ x'_2 = (1+\alpha)^2 x_3^2 x_1^2 + 2(1+\alpha)(1-(1+\alpha)x_3(1-x_3))x_3 x_2, \\ x'_3 = (1-(1+\alpha)x_3(1-x_3))^2 + 2(1+\alpha)^2 x_1 x_2 x_3^2. \end{cases}$$

where  $\alpha \in [-1, 1]$ . Denote

$$t_\alpha = \sqrt[3]{(\alpha+1)((\alpha-2)^2 + \sqrt{6\alpha^2 - 32\alpha + 43})},$$

$$x_\alpha^* = \frac{1}{3} \left( \frac{t_\alpha}{1+\alpha} + \frac{\alpha-3}{t_\alpha} + 1 \right).$$

**Theorem 1.** For the operator  $W$ , the following statements are true:

i) the sets  $M_1 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_1 = x_2\}$ ,  $M_2 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_1 > x_2\}$  and  $M_3 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_1 < x_2\}$  are invariant sets of  $W$ ;

ii)  $\text{Fix}(W) = \begin{cases} \{\mathbf{e}_3\}, & \text{if } \alpha \leq -1/2, \\ \{\mathbf{e}_3, \mathbf{x}_\alpha^*\}, & \text{if } \alpha > -1/2, \end{cases}$  where  $\mathbf{x}_\alpha^* = \left( \frac{1-x_\alpha^*}{2}, \frac{1-x_\alpha^*}{2}, x_\alpha^* \right)$ ;

iii)  $W(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{e}_3$ , for any  $\mathbf{x}^{(0)} \in E_3 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_3 = 0\}$ ;

iv) if  $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2 \setminus E_3$ , then  $\omega_W(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{cases} \{\mathbf{e}_3\}, & \text{if } \alpha \leq -1/2, \\ \{\mathbf{x}_\alpha^*\}, & \text{if } \alpha > -1/2. \end{cases}$

## REFERENCES

1. Ganikhodzhaev R.N. Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Sb. Math. 76(2), 1993, pp. 489--506.
2. Jamilov U.U. On a family of strictly non-volterra quadratic stochastic operators. Jour. Phys. Conf. Ser., 697, 2016, 012013.
3. Devaney R. L., An introduction to chaotic dynamical systems, Studies in Nonlinearity, Westview Press, Boulder, CO, 2003.

# RETURN TIMES FOR CIRCLE HOMEOMORPHISMS WITH SOME IRRATIONAL ROTATION NUMBER

<sup>1</sup>Karimov J.J., <sup>2</sup>Ibodullayeva H.F.

<sup>1</sup>Turin Polytechnic University in Tashkent, Uzbekistan

<sup>1,2</sup>National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

[jkarimov0702@gmail.com](mailto:jkarimov0702@gmail.com); [husniya9194@umail.uz](mailto:husniya9194@umail.uz)

This abstract is devoted to study return times for circle homeomorphisms with some irrational rotation number in dynamical partitions. One of the important problems of ergodic theory is to study the behavior of return times. D.H.Kim and B.K.Seo in [1] investigated return time and waiting time for partition  $Q_n$  of same first  $n$  digits in binary expansion, i.e.  $Q_n = \{[0, 2^{-n}), \dots, [1 - 2^{-n}, 1)\}$ . We consider return time in more general partition, which is called dynamical partition [2]. Let  $(X, \mathbb{B}, \mu)$  be a probability measure space and  $T : X \rightarrow X$  be an orientation preserving homeomorphism of the circle  $S^1 = \mathbb{R}^1 / \mathbb{Z}^1 \simeq [0, 1)$  with irrational rotation number  $\theta$ . Let  $\mu$  be the unique invariant probability measure of  $T$ . Consider the measurable subset  $E \subset X$ ,  $\mu(E) > 0$  and a point  $x \in X$  which returns to  $E$  under iterations by  $T$ , we define return time  $R_E$  on  $E$  by the following way:  $R_E(x) = \min\{j \geq 1 : T^j x \in E\}$ .

By A.Dzhalilov and J.Karimov was studied [3] the entrance times for circle homeomorphisms with one break point and “golden mean” rotation number  $(\rho = [1, 1, \dots, 1, \dots] = \frac{\sqrt{5}-1}{2})$  and universal renormalization properties.

It is known that the first return time  $R_E$  of an irrational rotation  $T$  has at most three values if  $E = [0, b)$  is an interval [1]. Formulate main result.

**Theorem.** Let  $T(x) = \{x + \theta\}$  be linear rotation and  $b \in (0; \|\theta\|]$ . Let  $i \geq 0$  be an integer such that  $\|q_i \theta\| < b \leq \|q_{i-1} \theta\|$  and  $K$  an integer which satisfies

$$K = \max\{k \geq 0 : k \|q_i \theta\| + \|q_{i+1} \theta\| < b\},$$

$$\text{If } i \text{ is even: } R_{[0;b]}(x) = \begin{cases} q_i, & 0 \leq x < b - \|q_i \theta\|, \\ q_{i+1} - (K-1)q_i, & b - \|q_i \theta\| \leq x < K \|q_i \theta\| + \|q_{i+1} \theta\|, \\ q_{i+1} - Kq_i, & K \|q_i \theta\| + \|q_{i+1} \theta\| \leq x \leq b. \end{cases}$$

$$\text{If } i \text{ is odd: } R_{[0;b]}(x) = \begin{cases} q_{i+1} - Kq_i, & 0 \leq x < b - K \|q_i \theta\| - \|q_{i+1} \theta\|, \\ q_{i+1} - (K-1)q_i, & b - K \|q_i \theta\| - \|q_{i+1} \theta\| \leq x < \|q_i \theta\| \\ q_i, & \|q_i \theta\| \leq x \leq b. \end{cases}$$

Now we compute return time of circle homeomorphisms using above theorem for exact irrational rotation number  $\theta = \sqrt{2} - 1$ . For given  $\theta$  number  $K$  can be 0 or 1. Let consider case  $K = 0$ . Then  $b \in (\|q_i \theta\|; \|q_{i+1} \theta\| + \|q_i \theta\|]$ .

$$\text{If } i \text{ is even: } R_{[0;b]}(x) = \begin{cases} q_i, & 0 \leq x < b - \|q_i \theta\|, \\ q_{i+1} + q_i, & b - \|q_i \theta\| \leq x < \|q_{i+1} \theta\|, \\ q_{i+1}, & \|q_{i+1} \theta\| \leq x \leq b. \end{cases}$$

$$\text{If } i \text{ is odd: } R_{[0;b]}(x) = \begin{cases} q_{i+1}, & 0 \leq x < b - \|q_{i+1} \theta\|, \\ q_{i+1} + q_i, & b - \|q_{i+1} \theta\| \leq x < \|q_i \theta\|, \\ q_i, & \|q_i \theta\| \leq x \leq b. \end{cases}$$

Let  $K = 1$ . Then  $b \in (\|q_{i+1} \theta\| + \|q_i \theta\|; \|q_{i-1} \theta\|]$ .

$$\text{If } i \text{ is even: } R_{[0;b]}(x) = \begin{cases} q_i, & 0 \leq x < b - \|q_i\theta\|, \\ q_{i+1}, & b - \|q_i\theta\| \leq x < \|q_i\theta\| + \|q_{i+1}\theta\|, \\ q_{i+1} - q_i, & \|q_i\theta\| + \|q_{i+1}\theta\| \leq x \leq b. \end{cases}$$

$$\text{If } i \text{ is odd: } R_{[0;b]}(x) = \begin{cases} q_{i+1} - q_i, & 0 \leq x < b - \|q_i\theta\| - \|q_{i+1}\theta\|, \\ q_{i+1}, & b - \|q_i\theta\| - \|q_{i+1}\theta\| \leq x < \|q_i\theta\| \\ q_i, & \|q_i\theta\| \leq x \leq b. \end{cases}$$

## REFERENCES

1. D.H. Kim, B.K. Seo, The waiting time for irrational rotations, Nonlinearity 16 (5), 2003, 1861-1868.
2. Cornfeld I. P., Fomin S. V., Sinai Ya. G. Ergodic theory. New York: Springer, 1982.
3. Dzhalilov A., Karimov J. The entrance times for circle maps with a break, Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences: Vol. 3: Iss. 2, 2020, Article 10.

## EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE

<sup>1</sup>Khalkhuzhaev A.M., <sup>2</sup>Boymurodov J.H.

<sup>1</sup> Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky, Uzbekistan

<sup>2</sup> Navoi state pedagogical institute, Navoi, Uzbekistan

e-mail: [ahmad\\_x@mail.ru](mailto:ahmad_x@mail.ru), [jurabek.boymurodov@mail.ru](mailto:jurabek.boymurodov@mail.ru)

In models of solid state physics and also in lattice quantum field theory discrete lattice operators are considered which are lattice analogs of the three-particle Schrödinger operator in the continuum. The existence of eigenvalue of the three-particle Schrödinger operator  $H_{\mu,\gamma} = H_{0,\gamma} - \mu V$  ( $\mu$  is arbitrary) for dimensions  $d = 1, 2$  is shown in the works [5], [6], the proofs of which are based on unboundedness of the norm of the Faddeev type operator  $T(\mathbf{K}, z)$  for  $z$  spectral parameter close to the lower bound of the essential spectrum, i.e., when  $d = 3$  the methods for  $d = 1, 2$  are not applicable.

In this paper, we consider a model operator corresponding to the three-particle Schrödinger operator on a three-dimensional lattice interacting potential through zero range pairwise on the three-dimensional lattice  $\mathbb{Z}^3$ .

Let  $\mathbb{T}^3$  be a three-dimensional torus,  $L_2^S((\mathbb{T}^3)^2)$  be Hilbert space of square-integrable on  $(\mathbb{T}^3)^2$  and symmetric with respect to permutation of variables.

Consider the operator  $H_{\mu,\gamma}$ , acts in  $L_2^S((\mathbb{T}^3)^2)$  according to the formula:

$$H_{\mu,\gamma} = H_{0,\gamma} - \mu(V_1 + V_2),$$

where

$$(H_{0,\gamma}f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = (\varepsilon(\mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{q}) + \gamma\varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{q}))f(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3,$$

$$((V_1 + V_2)f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{p}, \mathbf{s})d\mathbf{s} + \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{s}, \mathbf{q})d\mathbf{s}$$

and  $\varepsilon(\mathbf{p}) = 3 - \sum_{i=1}^3 \cos p_i$ ,  $\mu > 0$  is the energy of interaction of two particles,  $\gamma > 0$  ratio of masses of the bozon and the different particle.

Two-particle operator  $h_{\mu,\gamma}(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$ , corresponding to the two-particle interaction of the three-particle system  $H_{\mu,\gamma}$ , has the form:

$$(h_{\mu,\gamma}(\mathbf{k})f)(\mathbf{p}) = \mathcal{E}_{\mathbf{k},\gamma}(\mathbf{p})f(\mathbf{p}) - \mu \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{s})d\mathbf{s},$$

where  $\mathcal{E}_{\mathbf{k},\gamma}(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) + \gamma\varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{p})$ .

**Lemma 1.** Let  $\mu > \mu_0(\gamma)$ ,  $\mu_0(\gamma) = \left( \int_{\mathbb{T}^3} \frac{dq}{(1+\gamma)\varepsilon(q)} \right)^{-1} > 0$ . Then the operator  $h_{\mu,\gamma}(\mathbf{k})$  has unique simple eigenvalue  $z_{\mu,\gamma}(\mathbf{k})$ , below the essential spectrum.

Let  $E_{\mu,\gamma}(\mathbf{p}) = z_{\mu,\gamma}(\mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p})$ ,

$\tau_{min}(\mu, \gamma) = \min_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} E_{\mu,\gamma}(\mathbf{p})$ ,  $\tau_{max}(\mu, \gamma) = \max_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} E_{\mu,\gamma}(\mathbf{p})$ ,

$E_{min,\gamma} = \min_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{0,\gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 0$ ,  $E_{max,\gamma} = \max_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{0,\gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 6(1 + \gamma)$ .



**Lemma 2.** Essential spectrum of the operator  $H_{\mu,\gamma}$  consists of the following set:

$$\sigma_{ess}(H_{\mu,\gamma}) = [\tau_{min}(\mu,\gamma), \tau_{max}(\mu,\gamma)] \cup [0, 6(1 + \gamma)]$$

Denote

$$\gamma_1 = \left[ \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{(\cos^2 s_1 - \cos s_1 \cos s_2) ds}{\varepsilon(s)} \right]^{-1} \approx 5,3985.$$

**Theorem.** Let  $\gamma > \gamma_1$ . Then there exists such  $\mu_\gamma > 0$  that for all  $\mu > \mu_\gamma$  operator  $H_{\mu,\gamma}$  has four eigenvalues, taking into account the multiplicity, lying to the left of the essential spectrum of the operator  $H_{\mu,\gamma}$ .

## REFERENCES

1. Lakaev S. N., Dell'Antonio G. F. and Khalkhuzhaev A. M. 2016 Existence of an isolated band of a system of three particles in an optical lattice J. Phys. A: Math. Theor. **49** 145204–15
2. Lakaev S. N., Lakaev Sh. S. 2017 The existence of bound states in a system of three particles in an optical lattice J. Phys. A: Math. Theor. **50** 335202–17

## ON THE EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE ONE PARTICLE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR

<sup>1</sup>Khalkhuzhaev A.M., <sup>1</sup>Khamidov Sh.I., <sup>2</sup>Mahmudov H.Sh.

<sup>1</sup>Samarkand Branch of the Institute of Mathematics, <sup>2</sup>Samarkand State University  
[ahmad\\_x@mail.ru](mailto:ahmad_x@mail.ru), [shoh.hamidov1990@mail.ru](mailto:shoh.hamidov1990@mail.ru)

Let  $\mathbb{Z}$  be the one dimensional lattice and  $\ell^2(\mathbb{Z})$  be the Hilbert space of square-summable functions and  $\ell^1(\mathbb{Z})$  be the Banach space of summable functions on  $\mathbb{Z}$ . In the coordinate space representation, the one-particle Schrödinger operator  $\hat{H} := \hat{H}(\hat{\mathcal{E}})$  under a potential field  $\hat{v} \in \ell^1(\mathbb{Z})$  is defined as

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V},$$

where the operator  $\hat{H}_0$  is a Laurent-Toeplitz-type operator

$$(\hat{H}_0 \hat{f})(x) = \sum_{s \in \mathbb{Z}} \hat{\mathcal{E}}(x-s) \hat{f}(s), \quad \hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z}),$$

the function  $\hat{\mathcal{E}} \in \ell^1(\mathbb{Z})$  satisfies  $\hat{\mathcal{E}}(s) = \overline{\hat{\mathcal{E}}(-s)}$ , and the operator  $\hat{V}$  is the multiplication in  $\ell^1(\mathbb{Z})$  by  $\hat{v}$ . Note that  $\hat{H}$  is a self-adjoint bounded operator.

Let  $\mathbb{T} := (-\pi, \pi]$  be the one dimensional torus, the dual group to  $\mathbb{Z}$ , equipped with Haar measure  $\eta = \frac{dp}{2\pi}$ , and let  $L^2(\mathbb{T}, \eta)$  be the Hilbert space of square-integrable functions on  $\mathbb{T}$ . In the momentum representation, the operator acts in  $L^2(\mathbb{T}, \eta)$  by

$$H = \mathcal{F} \hat{H} \mathcal{F}^{-1} = \mathcal{F} \hat{H}_0 \mathcal{F}^{-1} + \mathcal{F} \hat{V} \mathcal{F}^{-1} = H_0 + V,$$

where

$$\mathcal{F}: \ell^2(\mathbb{Z}) \rightarrow L^2(\mathbb{T}, \eta), \quad (\mathcal{F} \hat{f})(p) = \sum_{x \in \mathbb{Z}} \hat{f}(x) e^{ipx}$$

is the standard Fourier transform with the inverse

$$\mathcal{F}^{-1}: L^2(\mathbb{T}, \eta) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z}), \quad (\mathcal{F}^{-1} f)(x) = \int_{\mathbb{T}} f(p) e^{-ipx} \eta dp$$

The operator  $H_0$  is the multiplication operator in  $L^2(\mathbb{T}, \eta)$  by the continuous function  $\mathcal{E} := \mathcal{F} \hat{\mathcal{E}} \in C(\mathbb{T})$  and the operator  $V$  acts on  $L^2(\mathbb{T}, \eta)$  as a convolution-type integral operator

$$(Vf)(p) = \int_{\mathbb{T}} v(p-t) f(t) \eta dt$$

with the kernel distribution  $v := \mathcal{F} \hat{v}$ .

**Hypothesis 1.** a) The function  $\mathcal{E}$  has a unique non-degenerate minimum at  $p = 0$ ;

b) there exists  $\gamma \in (0, 1)$ , such that  $0 < \sum_{x \in \mathbb{Z}} |x|^{1+\gamma} |\hat{v}(x)| < \infty$ , where  $|x| := \sum_{i=1}^d |x_i|$ .

The operator  $H_0$  is the multiplication operator by the function  $\mathcal{E}(\cdot)$ , therefore, it has only the essential spectrum, i.e.,

$$\sigma(\hat{H}_0) = \sigma(H_0) = \sigma_{ess}(H_0) = [\min_{p \in \mathbb{T}} \mathcal{E}(p), \max_{p \in \mathbb{T}} \mathcal{E}(p)].$$

Since the perturbation operator  $\hat{V}$  is compact, by the Weyl Theorem,

$$\sigma_{ess}(\hat{H}) = \sigma_{ess}(\hat{H}_0) = [\min_{p \in \mathbb{T}} \mathcal{E}(p), \max_{p \in \mathbb{T}} \mathcal{E}(p)].$$

As expected, for any nonzero potential  $\hat{v} \in \ell^1(\mathbb{Z})$ , the operator  $\hat{H}$  has eigenvalues and they lie to the left or to the right of the essential spectrum  $\sigma_{ess}(\hat{H})$  [1]. The following results are related to the existence or non-existence and also the uniqueness of eigenvalues of  $\hat{H}$ .

**Theorem.** Assume Hypothesis 1. Then:

a) if the inequality  $\sum_{x \in \mathbb{Z}} \hat{v}(x) > 0$  holds, then then the operator  $\hat{H}$  has an eigenvalue in the interval  $(\mathcal{E}_{max}, +\infty)$ ;

b) if the inequality  $\sum_{x \in \mathbb{Z}} \hat{v}(x) < 0$  holds, then then the operator  $\hat{H}$  has an eigenvalue in the interval  $(-\infty, \mathcal{E}_{min})$ .

#### REFERENCES:

1. Lakaev S.N., Kholmatov Sh.Yu., Khamidov Sh.I., Bose–Hubbard models with on-site and nearest–neighbor interactions: exactly solvable case, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 2021, 54.

## 2-LOCAL \*-ANTI-AUTOMORPHISM OF $M_n(\mathbb{C})$ IS AN INNER \*-ANTI-AUTOMORPHISM.

**Kholbekova S.M.**

*Fergana Polytechnic Institute, Fergana, Uzbekistan.*

Given an \*-algebra  $A$  a linear operator  $\theta: A \rightarrow A$  is called an \*-antiautomorphism, if  $\theta(A^*) = \theta(A)^*$  and  $\theta(AB) = \theta(B)\theta(A)$ , for all  $A, B \in A$ . A map  $\Theta: A \rightarrow A$  (not linear in general) is called a 2-local \*-antiautomorphism, if for every  $A, B \in A$ , there exists an \*-antiautomorphism  $\theta_{A,B}: A \rightarrow A$  such that  $\Theta(A) = \theta_{A,B}(A)$  and  $\Theta(B) = \theta_{A,B}(B)$ .

In the paper [1] P.Semrl introduced the notions of 2-local automorphisms and described 2-local automorphisms on the algebra  $B(H)$  of all bounded linear operators on the infinite-dimensional separable (complex) Hilbert space  $H$ . A similar description for the finite-dimensional case appeared later in [2]. In the present paper, in the finite-dimensional case, it is proved analogous result for 2-local \*-antiautomorphisms.

Let  $B(H)$  be the algebra of all bounded linear operators on a complex Hilbert space  $H$ . A weakly closed \*-subalgebra  $M$  containing the identity operator  $1$  in  $B(H)$  is called a  $W^*$ -algebra. If  $\nu$  is a \*-antiautomorphism of  $M$ , we say  $\nu$  is *inner* if  $\nu$  leaves the center of  $M$  element wise fixed and if there exists a conjugate linear isometry  $V$  of  $M$  onto itself such that  $V^2 \in M$  and  $\theta(A) = V^{-1}A^*V$ , for all  $A \in M$ . If  $U$  is a unitary operator in  $M$ , and  $J$  is a conjugation (i.e. a conjugate linear isometry of  $H$  onto itself with  $J^2 = 1$ ) such that  $JA^*J = A$ , for all  $A$  in the center of  $M$  and  $JMJ = M$ , then clearly the \*-antiautomorphism  $A \rightarrow U^{-1}JA^*JU$  of  $M$  is inner. It is known [3, Theorem 4.4] that every inner \*-antiautomorphism is of this form. In the type I case every \*-automorphism of  $M$  leaving the center element wise fixed is inner. The analogous result holds for

\*-antiautomorphisms.

**Theorem 1.** [3, Lemma 4.3] Let  $M$  be a  $W^*$ -algebra of type I acting on a Hilbert space  $H$ . Let  $\theta$  be a \*-antiautomorphism of  $M$  leaving the center element wise fixed. Then there exist a conjugation  $J$  of  $H$  such that  $JMJ = M$  and such that  $JA^*J = A$ , for all  $A$  in the center of  $M$ , and a unitary operator  $U$  in  $M$ , such that  $\theta(A) = U^{-1}JA^*JU$ , for all  $A$  in  $M$ . In particular,  $\theta$  is inner.

Hence every \*-antiautomorphism of an algebra  $B(H)$  is inner.

Let us to consider a finite-dimensional case, i.e. let  $\dim(H) = n < \infty$ . Then it is known that  $B(H) = M_n(\mathbb{C})$ . The main result of the paper is the following theorem.

**Theorem 2.** Every 2-local \*-antiautomorphism of  $M_n(\mathbb{C})$  is a \*-antiauto- morphism, and hence is an inner \*-antiautomorphism.

#### REFERENCES

1. P.Semrl. Local automorphisms and derivations on  $B(H)$ . Proceedings of the American Mathematical Society. Vol.125, N9, (1997), 2677-2680.

2. S.O.Kim, J.S.Kim, Local automorphisms and derivations on  $M_n$ . Proc. Amer. Math. Soc., 132, (2004), 1389-1392.
3. E.Stormer. On anti-automorphisms of von Neumann algebras. Pacific Journal of Mathematics. Vol. 21, N2, (1967), 349-370.

## ESTIMATES FOR THE NORM OF AN INTEGRAL OPERATOR WITH OINAROV'S KERNEL

**Kuliev K.**

Let  $(a, b) \subset R$  and  $u, v$  be weight functions in  $(a, b)$ , i.e., positive measurable functions defined a.e. in  $(a, b)$ . Let  $p, q > 1$  and introduce weighted Lebesgue spaces

$$L_{p,v} := \left\{ f: \|f\|_{p,v}^p = \int_a^b |f(t)|^p v(t) dt < \infty \right\}$$

and similarly  $L_{q,u}$ . In this paper we consider the integral operator

$$H: L_{p,v} \rightarrow L_{q,u}, \quad (Hf)(x) := \int_a^x k(x, t) f(t) dt, \quad (1)$$

where  $k(x, t)$  is called kernel of the operator, which is nonnegative measurable function defined a.e. in  $(a, b) \times (a, b)$ . Further, we consider operator (1) with the Oinarov's kernel, i.e.,  $k(x, t)$  is a continuous nonnegative function increasing in the first argument, decreasing in the second argument and satisfying the condition: there exists a number  $h \geq 1$  such that

$$k(x, s) \leq h(k(x, t) + k(t, s))$$

for all  $a < s \leq t \leq x < b$ , see [1] and [2].

Let us denote

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \left( \int_s^b k^q(t, s) u(t) dt \right)^{\frac{1}{q}} \left( \int_a^s v^{1-p'}(t) dt \right)^{\frac{1}{p'}}; \\ A_2(s) &= \left( \int_s^b u(t) dt \right)^{\frac{1}{q}} \left( \int_a^s k^{p'}(t, s) v^{1-p'}(t) dt \right)^{\frac{1}{p'}}; \\ B_1(s) &= \left( \int_s^b v^{1-p'}(t) \left( \int_t^b k^q(x, t) u(x) dx \right)^{p'} dt \right)^{\frac{1}{p'q}} \left( \int_a^s v^{1-p'}(t) dt \right)^{\frac{1}{p'q'}}; \\ B_2(s) &= \left( \int_s^b v^{1-p'}(t) \left( \int_t^b k(x, t) u(x) dx \right)^{p'} dt \right)^{\frac{1}{p'}} \left( \int_s^b u(t) dt \right)^{\frac{1}{q'}}; \end{aligned}$$

Our main result reads:

**Theorem 1.** Let  $1 < p \leq q < \infty$  and  $k(x, t)$  be Oinarov's kernel. Then operator (1) is bounded if and only if

$$B_1 := \sup_{s \in (a,b)} B_1(s) < \infty \text{ and } B_2 := \sup_{s \in (a,b)} B_2(s) < \infty.$$

Moreover, its norm satisfies

$$\max \left\{ \sup_{s \in (a,b)} \left[ A_1^{p'q}(s) + q B_1^{p'q}(s) \right]^{\frac{1}{p'q}}, \sup_{s \in (a,b)} \left[ A_2^{p'}(s) + B_2^{p'}(s) \right]^{\frac{1}{p'}} \right\} \leq \|H\| \leq X,$$

where  $X$  is a positive solution of the nonlinear equation

$$X^{q'} - h(q B_2)^{\frac{1}{q-1}} X = h q^{\frac{p'+1}{p'(q-1)}} (q')^{\frac{1}{p'}} B_1^{q'}.$$

### REFERENCES

1. Kufner A., Persson L.-E., Weighted inequalities of Hardy type, World scientific: New Jersey, London, Singapore, Hong Kong, 2003.
2. Oinarov R., Two-sided estimates for the norm of some classes of integral operators (Russian), Trudy Mat. Inst. Steklov 204 (1993), 240-250; translation in Proc. Steklov Inst. Math. 204 (1994) (3), 205-214.

# SOME COMPLEMENTARIES NOTES TO MULTI-INDEX GENERALIZED CALCULUS

<sup>1</sup>L. M. Lugo, <sup>1</sup>Juan E. <sup>2,3</sup>Nápoles Valdés, <sup>4</sup>Miguel Vivas-Cortez.

<sup>1</sup>UNNE, FaCENA Ave. Libertad 5450, Corrientes 3400, Argentina,

Email: [lmlmb@yahoo.com.ar](mailto:lmlmb@yahoo.com.ar)

<sup>2</sup>Universidad Nacional del Nordeste FaCENA, Corrientes Capital, 3400, Argentina,

Email: [jnapoles@exa.unne.edu.ar](mailto:jnapoles@exa.unne.edu.ar)

and

<sup>3</sup>Universidad Tecnológica Nacional FRRE, Resistencia, Chaco 3500, Argentina

<sup>4</sup>Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Sede Quito, Ecuador,

Email: [mjvivas@puce.edu.ec](mailto:mjvivas@puce.edu.ec)

Although local fractional derivatives have been used since the 1960s, it was not until 2014 when they were formalized with the work [3], where a local derivative, called conformable, is defined.

Later, in 1918, the authors in [1] presented a fractional local derivative of a new type called non conformable (also see [6, 8] and some applications can be consulted in [2, 5, 7, 10, 11, 12]).

In [9] a generalized local derivative was defined. This operator contains as particular cases both conformable and non-conformable derivatives.

In [4] we present the following generalized operator:

**Definition.** Let  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $\alpha_i \in (0, 1]$  for  $i = 1; 2; \dots; n$  and  $F(t, \alpha)$  be some absolutely continuous function on  $[0, +\infty) \times (0, 1]$ . Then, the  $N$  generalized derivative multi-index of  $f$  of order  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$  is defined by

$$N_F^{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)} f(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(t + \varepsilon F(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)) - f(t)}{\varepsilon}, \quad t > 0.$$

Specifically, this operator contains successive derivations within the order  $\alpha_1; \dots; \alpha_n$ . Very different from the integer order.

In this paper we present an extension of the multi index generalized derivative recently defined. We present several results that generalize those known from classical Calculus, a multi-index Laplace Transform is obtained and the results obtained are applied to various problems related to generalized differential equations.

A novel detail of this operator is that by having several subkernels, within the general  $F$  kernel, it can have conformable and non-conformable subkernels at the same time. The advantages that this offers, for modeling and simulation, are very encouraging.

## REFERENCES

1. P. M. Guzmán, G. Langton, L. M. Lugo, J. Medina, J. E. Nápoles Valdés, A new definition of a fractional derivative of local type. *J. Math. Anal.*, 9:2, 88-98 (2018)
2. P. M. Guzmán, L. M. Lugo, J. E. Nápoles V., A note on the qualitative behavior of some nonlinear local improper conformable differential equations, *J. Frac Calc & Nonlinear Sys.* (2020)1(1): 13-20 doi:10.48185/jfncs.v1i1.48
3. R. Khalil, M. Al Horani, A. Yousef, M. Sababheh, A new definition of fractional derivative, *J. Comput. Appl. Math.*, 264, 65-70 (2014)
4. L. M. Lugo, Juan E. Nápoles Valdés, Miguel Vivas-Cortez, A multi-index generalized derivative. Some introductory notes, submitted.
5. F. Martínez, P. O. Mohammed, J. E. Nápoles Valdés, Non Conformable Fractional Laplace Transform, *Kragujevac Journal of Mathematics* Volume 46(3), 341-354.
6. F. Martínez, J. E. Nápoles Valdés, Towards a Non-Conformable Fractional Calculus of  $N$ -variables, *Journal of Mathematics and Applications*, No 43, 87-98 (2020)
7. F. Martínez, J. E. Nápoles Valdés, A NOTE ON THE ASYMPTOTIC PROPERTIES OF A GENERALIZED DIFFERENTIAL EQUATIONS, *JFCA-2022/13(1)*, 30-41
8. J. E. Nápoles Valdés, P. M. Guzmán, L. M. Lugo, Some New Results on Nonconformable Fractional Calculus, *Advances in Dynamical Systems and Applications* ISSN 0973-5321, Volume 13, Number 2, pp. 167-175 (2018)
9. J. E. Nápoles Valdés, P. M. Guzmán, L. M. Lugo, A. Kashuri, THE LOCAL GENERALIZED DERIVATIVE AND MITTAG-LEFFLER FUNCTION, *Sigma J Eng & Nat Sci* 38 (2), 2020, 1007-1017

10. J. E. Nápoles V., J. M. Rodríguez, J. M. Sigarreta, New Hermite-Hadamard Type Inequalities Involving Non-Conformable Integral Operators, Symmetry 2019, 11, 1108; doi:10.3390/sym11091108

11. M. Vivas-Cortez, O. J. Larreal B., J. E. Nápoles V., EXTREMAL SOLUTION TO GENERALIZED DIFFERENTIAL EQUATIONS UNDER INTEGRAL BOUNDARY CONDITION, Journal of Mathematical Control Science and Applications, Vol. 7 No. 1 (January-June 2021), 47-56

12. M. Vivas-Cortez, J. E. Nápoles Valdés, J. E. Hernández Hernández, J. Velasco Velasco, O. Larreal, On Non Conformable Fractional Laplace Transform, Appl. Math. Inf. Sci. 15, No. 4, 403-409 (2021) <http://dx.doi.org/10.18576/amis/150401>

## QUARTIC NUMERICAL RANGE OF A TRIDIAGONAL $4 \times 4$ OPERATOR MATRICES

**Latipov H.M., Rasulov T.H.**

*Bukhara State University*

A block operator matrix is a matrix the entries of which are linear operators [1]. If the Hilbert space  $H$  is the product of four Hilbert spaces  $H_1, H_2, H_3$  and  $H_4$ , that is,  $H = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4$ , then every bounded linear operator  $A \in L(H)$  has a block operator matrix representation

$$A := \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \quad (1)$$

with bounded linear operators  $A_{ij} \in L(H_j, H_i)$ ,  $i, j = \overline{1,4}$ .

The operator  $A$  is a self-adjoint if and only if  $A_{ij}^* = A_{ji}$  for all  $i, j = \overline{1,4}$ . The following generalization of the numerical range of  $A$  takes into account the block structure (1) of  $A$  with respect to the decomposition  $H = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4$ .

Let  $S_{H_k} := \{x \in H_k : \|x\| = 1\}$ ,  $k = \overline{1,4}$  be the unit sphere in  $H_k$  and

$$S_H = S_{H_1} \times S_{H_2} \times S_{H_3} \times S_{H_4}.$$

**Definition.** For  $f = (f_1, f_2, f_3, f_4) \in S_H$  we define  $4 \times 4$  matrix

$$A_f := \begin{pmatrix} (A_{11}f_1, f_1) & (A_{12}f_2, f_1) & (A_{13}f_3, f_1) & (A_{14}f_4, f_1) \\ (A_{21}f_1, f_2) & (A_{22}f_2, f_2) & (A_{23}f_3, f_2) & (A_{24}f_4, f_2) \\ (A_{31}f_1, f_3) & (A_{32}f_2, f_3) & (A_{33}f_3, f_3) & (A_{34}f_4, f_3) \\ (A_{41}f_1, f_4) & (A_{42}f_2, f_4) & (A_{43}f_3, f_4) & (A_{44}f_4, f_4) \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{C}).$$

Then the set

$$\mathcal{W}^4(A) := \bigcup_{f \in S_H} \sigma_p(A_f)$$

is called the quartic numerical range of  $A$  (with respect to the block operator matrix representation (1)).

The block numerical range for  $n \times n$  operator matrices was introduced in [2] for bounded entries and in [3] for unbounded entries.

In this note we consider the case where  $A_{ij} = 0$  if  $|i - j| \neq 1$  and  $A_{ij}^* = A_{ji}$  if  $|i - j| = 1$  for  $i, j = \overline{1,4}$ . Our main results include a new formula for  $\mathcal{W}^4(A)$  and an estimate for the bounds of  $A$  in terms of the quartic numerical range.

Let us introduce the following notations:

$$P(f) := |(A_{12}f_2, f_1)|^2 + |(A_{23}f_3, f_2)|^2 + |(A_{34}f_4, f_3)|^2,$$

$$Q(f) := |(A_{12}f_2, f_1)|^2 + |(A_{34}f_4, f_3)|^2;$$

$$E_1(f) := -\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{P(f) + \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}}; \quad E_2(f) := -\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{P(f) - \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}};$$

$$E_3(f) := \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{P(f) - \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}};$$

$$E_4(f) := \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{P(f) + \sqrt{(P(f))^2 - 4Q(f)}}.$$

The main result of this note is the following theorem.

**Theorem.** For the quartic numerical range  $\mathcal{W}^4(A)$  of  $A$  we have

$$\mathcal{W}^4(A) = \bigcup_{k=1}^4 \bigcup_{f \in S_H} \{E_k(f)\}.$$

Moreover, for the lower and upper bounds of A the following estimates are holds:

$$\min \sigma(A) \geq \inf \mathcal{W}^4(A) = \inf \bigcup_{f \in S_H} \{E_1(f)\};$$

$$\max \sigma(A) \leq \sup \mathcal{W}^4(A) = \sup \bigcup_{f \in S_H} \{E_4(f)\}.$$

### REFERENCES

1. C. Tretter. Spectral theory of block operator matrices and applications. Imperial College Press, 2008.
2. C. Tretter, M. Wagenhofer. The block numerical range of an  $n \times n$  block operator matrix. SIAM J. Matrix Anal. Appl. **24** (2003), pp. 1003-1017.
3. T. Rasulov, C. Tretter. Spectral inclusion for unbounded diagonally dominant  $n \times n$  operator matrices. Rocky Mountain Journal of Mathematics. **48:1** (2018), pp. 279-324.

## THE GENERALIZED FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATION OF LAGUERRE TYPE

**Luciano M. Lugo Motta Bittencurt**

*Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura  
Corrientes Capital, 3400, Argentina, E-mail: [lmlmb@yahoo.com.ar](mailto:lmlmb@yahoo.com.ar)*

**Abstract:** In this paper, we present the Generalized Differential Equation of Laguerre Type writing with the generalized N-derivative and its associated Generalized Differential Equation, and we solve that using the generalized Laplace Transform and the power series method.

**Key words:** Generalized derivatives and integral, Laguerre Equation, Associated Laguerre Equation.

## THE SPECTRUM OF THE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR WITH TWO-RANK PERTURBATION

**Madatova F.A.**

*National University of Uzbekistan, E-mail: [fotimamadatova2@gmail.com](mailto:fotimamadatova2@gmail.com)*

The discrete Schrödinger operators have attracted considerable attention for both combinatorial Laplacians and quantum graphs; for some recent summaries refer to [1], [2] and the references therein. Particularly, eigenvalue behavior of discrete Schrödinger operators with small rank potentials are discussed in [3], [4], [5].

The one-particle discrete Schrödinger operator  $h_{\lambda\mu}$  in the momentum representation is defined by

$$h_{\lambda\mu} = h_0 - V_{\lambda\mu},$$

where the non-perturbed operator  $h_0$  acts on  $L^2(\mathbb{T})$  as multiplication operator by the function  $e(p)$ :

$$(h_0 f)(p) = e(p)f(p), \quad f \in L^2(\mathbb{T}), \quad p \in \mathbb{T},$$

where

$$e(p) = 1 - \cos p, \quad p \in \mathbb{T}, \quad \mathbb{T} = (-\pi, \pi].$$

The potential operator of the form

$$(V_{\lambda\mu} f)(p) = \frac{\mu}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} f(q) dq + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} e^{ix_0(p-q)} f(q) dq, \quad f \in L^2(\mathbb{T}), \quad p \in \mathbb{T}, \quad x_0 \in \mathbb{Z}.$$

For any  $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$ , we define Fredholm determinant as a analytic function in  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{min}, e_{max}]$  as

$$H_z(\lambda, \mu) = (\lambda - \gamma(z))(\mu - \gamma(z)) - \xi(z)$$

where

$$\gamma(z) = \frac{a(z)}{a^2(z) - b^2(z)}, \quad \xi(z) = \frac{b^2(z)}{(a^2(z) - b^2(z))^2}.$$

and

$$a(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{1}{e(q) - z} dq, \quad b(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{ix_0 q}}{e(q) - z} dq.$$

**Lemma.** The number  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{min}, e_{max}]$  is an eigenvalue of  $h_{\lambda\mu}$  if only if  $H(\lambda, \mu, z) = 0$ .

We introduce the continuation of the function  $H(\lambda, \mu, z)$  at the point  $z = 0$  as follows

$$H(\lambda, \mu, 0) = \left(\lambda - \frac{1}{2x_0}\right) \left(\mu - \frac{1}{2x_0}\right) - \frac{1}{4x_0^2}.$$

The left branch  $\Gamma_0^l$  and right branch  $\Gamma_0^r$  of hyperbola  $H(\lambda, \mu, z) = 0$  split the space  $\mathbb{R}^2$  into three open sets

$$G_0 = \{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2: H(\lambda, \mu, 0) > 0\}, \lambda < 1, \quad G_1 = \{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2: H(\lambda, \mu, 0) < 0\}, \quad G_2 = \{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2: H(\lambda, \mu, 0) > 0\}, \lambda > 1.$$

Hence  $\partial G_0 = \Gamma_0^l$  and  $\partial G_2 = \Gamma_0^r$  follow from the definition of  $G_0$  and  $G_2$ , respectively.

**Theorem 1. (a)**  $(\lambda, \mu) \in G_z^l$  or  $(\lambda, \mu) \in G_z^r$ ,  $z \in (-\infty, 0)$ , then  $z$  is an eigenvalue of the operator  $h_{\lambda\mu}$

**(b1)**  $(\lambda, \mu) \in G_z^l$  or  $(\lambda, \mu) \in G_z^r$ , then 0 is neither eigenvalue nor resonance.

**(b2)** For any  $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$ ,  $h_{\lambda\mu}$  has no threshold resonance and super-threshold resonance.

**Theorem 2. a)** If  $(\lambda, \mu) \in G_0 \cup \Gamma_0^l$ , then  $\sigma_d(h_{\lambda\mu}) \cap (-\infty, 0) = \emptyset$

**b)** If  $(\lambda, \mu) \in G_1 \cup \Gamma_0^r$ , then the operator  $h_{\lambda\mu}$  a simple eigenvalue in the interval  $(-\infty, 0)$ .

**c)** If  $(\lambda, \mu) \in G_2$ , then the operator  $h_{\lambda\mu}$  has a two eigenvalue in the interval  $(-\infty, 0)$ .

## REFERENCES

1. G. Berkolaiko and P.A. Kuchment: Introduction to Quantum Graphs, AMS Mathematical Surveys and Monographs, 186, (2012)
2. O. Post: Spectral Analysis on Graph-Like Spaces, Lecture Notes in Mathematics 2039, Springer, (2012)
3. S. Albeverio, S. N. Lakaev, K. A. Makarov, Z. I. Muminov: The Threshold Effects for the Two-particle Hamiltonians on Lattices, Comm.Math.Phys. 262 , 91–115 (2006)
4. S.N. Lakaev, I. N. Bozorov, "On the number and location of eigenvalues one-particle Hamiltonian on a one-dimensional lattice,"Uzbek Mathematical Journal, 2, 70-80 (2007) [in Russian].
5. F. Hiroshima, I. Sasaki, T. Shirai and A. Suzuki: Note on the spectrum of discrete Schrödinger operators, J. Math-for-Industry 4 105-108, (2012)

## ERDOSH TIPIDAGI MAXSUSLIKLAR HAQIDA

**Mahmudov B.E.**

*Samarqand Davlat Universiteti*

$e(p) \mathbb{R}^3$  yoki  $\mathbb{T}^3 = [-\pi, \pi]^3$  da aniqlangan haqiqiy, silliq, davriy funksiya va

$$\Sigma_a = \{e(p_1, p_2, p_3) = a\}$$

ixtiyoriy  $a \in \mathbb{R}$  uchun  $a$  – sath sirti bo'lsin.  $I \subset \mathbb{R}$  – to'planning asli  $D = e^{-1}(I)$ , bunda  $I$   $e(p)$  funksiyaning kritik bo'lmagan qiymatlaridan tuzilgan chekli sondagi yopiq oraliqlarning birlashmasidan iborat. U holda  $\Sigma_a$  har bir  $a \in I$  uchun ikki o'lchamli silliq sirt bo'ladi.

$\Sigma_a$  – sirtida aniqlangan  $f(p, \omega) = (p, \omega)|_{\Sigma_a}$ , funksiyaning qaraymiz, bunda  $\omega \in S^2$ , ya'ni bu funksiya  $(p, \omega)$  ning  $\Sigma_a$  dagi toraytmasi.

Faraz qilaylik  $\omega = \omega^0 \in S^2$  tayinlangan birlik vektor bo'lsin.  $\nabla f(p, \omega^0) = 0$  shartni qanoatlaniruvchi  $p \in \Sigma_a$  nuqtalarga maxsus nuqtalar deyiladi. ([1] ga qarang)

L. Erdosh va M. Salmhofer [2] maqolada  $f(p, \omega)$  funksiya maxsusliklarini tekshirish uchun  $\Sigma_a$  sirtga to'rtta shart qo'ygan. Erdoshning birinchi sharti  $a$  nuqtaning kritik qiymat emasligini bildiradi. L. Erdosh va M. Salmhoferning uchinchi sharti esa normal akslantirish asllarining to'plami chekli ekanligini anglatadi. Biz bu funksiyaning  $(p^0, \omega^0)$  nuqtaning yetarli kichik atrofida tekshiramiz, shuning uchun ularning 4-sharti bizga muhim emas.

$K(p)$   $p \in \Sigma_a$  nuqtadagi  $\Sigma_a$  sirtning Gauss egriligi bo'lsin. Biz shuningdek Gauss egriligi nollarining to'plami  $(\Sigma_a)_{a \in I}$  qatlamni transversal ravishda kesadi deb faraz qilamiz, ya'ni:

**1-shart.**  $G = \{p \in D: K(p) = 0\}$  bo'lsin. U holda

$$C_0 = \min\{|\nabla e(p) \times \nabla K(p)|: p \in G\} > 0.$$

Bu  $G$  da  $\nabla K$  nolga teng bo'lmashligini anglatadi, shuningdek  $G$   $D$  ning ikki o'lchovli qism fazosi va  $\Sigma_a$  sirtning bosh egriliklari  $k_1, k_2$  lar bir vaqtda nolga aylanmaydi.

$\Gamma_a = G \cap \Sigma_a$  belgilashni kiritamiz. Bu to'plam ixtiyoriy  $a \in I$  uchun  $\Sigma_a$  sirtidagi o'zaro kesishmaydigan chekli sondagi silliq egri chiziqlarning birlashmasidan iborat bo'ladi.  $\omega(p)$   $\Gamma_a$  ga urinma birlik vektor maydon bo'lsin.  $\Gamma_a$  egri chiziqlarda bosh egriliklardan faqat bittasi nolga teng, shu sababli nol egrilikning bosh yo'nalishi silliq vektor maydonni aniqlaydi. Bu esa  $\Sigma_a$  sirtning urinma tekisligida  $\Gamma_a$  bo'ylab birlik vektor maydon  $Z \in T \Sigma_a$  ni aniqlaydi. Ayni vaqtda  $Z \Gamma_a$  da nol bo'ladigan va kichik bosh egrilikning yo'nalishi sifatida  $\Gamma_a$  ning biror kichik atrofida aniqlanadi.

**2-shart.** Ixtiyoriy  $a \in I$  uchun musbat  $C_1, C_2$  o'zgarmlar mavjud bo'lsinki, urinma nuqtalarining to'plami

$$\mathfrak{X}_a = \{p \in \Gamma_a : Z(p) \times \omega(p) = 0\}$$

chekli, ya'ni  $N_a = |\mathfrak{X}_a| \leq C_1$ . Bundan tashqari barcha  $p \in \Gamma_a$  uchun  $|Z(p) \times \omega(p)| \geq C_2 \cdot d_a(p)$  tengsizlik o'rinni bo'lsin, bu yerda  $d_a(p) = \text{dist}(p, \mathfrak{X}_a)$ .

**Teorema [1].** Quyidagi tasdiqlar o'zaro ekvivalent:

- (i)  $p = p^0 \in \Sigma_a$  silliq sirtning urinma nuqtasida 1-, 2-shartlar bajariladi;
- (ii)  $f(p, \omega)$  funksiya biror  $\omega^0 \in S^2$  uchun  $(p^0, \omega^0)$  nuqtaning yetarli kichik atrofida  $A_3$  tipidagi maxsuslikning  $\mathbb{R}_+$  -versal deformatsiyasi bo'ladi.

#### ADABIYOTLAR

1. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. –М.Наука, 1982, ч.I, -302 с.
2. L. Erdős., M. Salmhofer Decay of the Fourier transform of surfaces with vanishing curvature. - [Mathematische Zeitschrift](#) 257, pages 261–294 (2007).

### TASHQI INVESTITSİYALAR HAJMI UCHUN STATISTIK TAHLIL ASOSIDA BASHORAT MODELI

**Mamadiyev F.R.**

Tahlilda rivojlanayotgan mamlakatlarga kirib kelayotgan tashqi investitsiyalar hajmi uchun regression model qurilgan.

Tahlil uchun Jahon banki ma'lumotlar bazasidan tashqi investitsiyalar hajmi va unga ta'sir etuvchi 12 ta omil tanlab olindi va tashqi investitsiyalar hajmi uchun regression model quyidagi ko'rinishda izlandi:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots + b_kX_k \quad (1)$$

Tashqi investitsiyalar va ularga ta'sir etuvchi tanlangan omillar orasidagi korrelatsion matritsa quyidagi formula orqali topilgan:

$$r_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2}} \quad (2)$$

bu yerda  $j$  va  $k$  lar o'zgaruvchilarning tartib raqami,  $i$  - qiymat  $j$  - va  $k$  - o'zgaruvchilar elementining tartib raqami. Korrelatsion matritsa tahliliga ko'ra rivojlanayotgan mamlakatlarda tashqi investitsiyalar hajmi bilan sezilarli korrelatsiyaga ega bo'lgan o'zgaruvchilar  $X_6$  - real foiz stavfkalari (birligi %),  $X_9$  - mamlakatdagi ishchi kuchi soni (birligi 1000 kishi),  $X_{10}$  - oltin va valyuta zaxiralari (birligi mln dollar). Korrelatsion tahlil xulosasiga va regressiya koefitsentlarini hisoblash formulalariga ko'ra bashorat model quyidagi ko'rinishga ega bo'ldi:

$$Y = -4655 + 458 \cdot X_6 + 0,222 \cdot X_9 + 0,0549 \cdot X_{10}$$

Regressiya koefitsentlarining ahamiyatligi uchun T sinov o'tkazildi va quyidagi natijalarga erishildi. T sinov uchun statistika qiymati quyidagi formula orqali aniqlandi:

$$T = \frac{b_j}{S_{b_j}} \quad (3); \quad S_{b_j} = \frac{S_Y}{\sqrt{\sum (X_{ji} - \bar{X}_j)^2}} \quad (4)$$

bu yerda  $b_j$  - regressiya koefitsenti va  $S_{b_j}$  - regressiya koefitsentining standart xatoligi. T sinov orqali quyidagi natijaga erishildi:

T sinov uchun natijalar

Prediktorlar	Koefitsentlar	Standart xatolik	T	Gipotezaning qo'yilishi	Styudent kritik qiymati	Qaror qabul qilish
Constanta	-4655	1662	-2,80	$H_0 : \beta_0 = 0$ $H_1 : \beta_0 \neq 0$	2,03	$H_1$



X <sub>6</sub>	458	158,8	2,88	$H_0 : \beta_6 = 0$ $H_1 : \beta_6 \neq 0$	2,03	$H_1$
X <sub>9</sub>	0,222	0,04518	4,89	$H_0 : \beta_9 = 0$ $H_1 : \beta_9 \neq 0$	2,03	$H_1$
X <sub>10</sub>	0,0549	0,01682	3,26	$H_0 : \beta_{10} = 0$ $H_1 : \beta_{10} \neq 0$	2,03	$H_1$

Jadvaldagi ma'lumotlarga barcha koefitsentlar uchun  $H_1$  gipoteza o'rinli ya'ni barcha regressiya koefitsentlari bashorat modelida qatnashadi.

Bashorat modeli uchun xulosalar:

- 95% ishonchlilik bilan boshqa o'zgaruvchilar o'zgarmay qolganda real foiz stavflarining 1% ga o'zgarishi tashqi investitsiya hajmining \$458mln ga o'zgarishiga sabab bo'ladi;

- 95% ishonchlilik bilan boshqa o'zgaruvchilar o'zgarmay qolganda ishchi kuchi soning 1000 kishiga ozgarishi tashqi investitsiyalar hajmining \$222ming ga o'zgarishiga sabab bo'lar ekan;

- 95% ishonchlilik bilan boshqa o'zgaruvchilar o'zgarmay qolganda oltin va valyuta zaxiralarining \$1mln ga o'zgarishi tashqi investitsiyalar hajmining \$54900 ga o'zgarishiga sabab bo'lar ekan.

#### ADABIYOTLAR

1. Математическая статистика лекционный материал. Козар.А.Н.
2. <https://data.worldbank.org/indicator>

## CONNECTION OF BISTOCHASTIC MATRICES WITH QUADRATIC OPERATORS Masharipov S.

National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

**Definition 1.**  $A = (a_{ij})$  matrix called bistochastic if all entries are nonnegative and each column each row sums to one:

$$\begin{aligned} a_{ij} &\geq 0, i, j = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n a_{ij} &= 1, j = 1, \dots, n, \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} &= 1, i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

**Definition 2.** The nonlinear stochastic operators are defined on a simplex  $S$ , and the dimensional of the simplex is  $(m - 1)$ , as

$$S^{m-1} = \{x_i = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m, \sum_{i=1}^m x_i = 1, \text{ and } x_i \geq 0\}$$

**Definition 3.** The simplex interior is a set where  $\text{int } S^{m-1} = \{x \in S^{m-1} : x_i > 0\}$ , while the simplex vertices (extreme points) is a set where  $x_k = (0, 0, \dots, 1, \dots, 0)$ ,  $(k = \overline{1, m})$ . However, the simplex center is a set  $x = (\frac{1}{m}, \frac{1}{m}, \dots)$ .

**Definition 4.** The evaluation of the nonlinear stochastic operators as

$$(Vx)_k = \sum_{i=1}^m P_{ij,k} x_i x_j$$

Where the  $P_{ij,k}$  is the transaction matrix under the condition:

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0, \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1.$$

**Theorem.** Let  $n$  square  $B$  matrix  $B = (b_{ij})$  and  $A = (a_{ij})$  skew-symmetric matrix  $a_{ij} = -a_{ji}$ .  $B + A$  is stochastic matrix if only if

$$\sum_{i,j=1}^n b_{ij} = n.$$

## REFERENCES

1. *A.W. Marshall, I. Olkin, B. C. Arnold*, Inequalities: Theory of majorization and its application, Springer, New York, 2011.
2. *N. P. Sokolov*, Spartial matrices and their applications (Russian), Gosudarstv. Izdat. Fiz. -Mat. Lit., Moscow, 1960, pp,300 MR24-A122.
3. *F.Shahidi, R. Ganikhodzhaev and R. Abdulghafor*. The dynamics of some extreme doubly stochastic quadratic operators. Middle east journal of scientific research.Malaysia. January 2013.

## CONVERGENCE OF KERNEL ESTIMATORS OF A DENSITY FUNCTION FROM STATIONARY SEQUENCE OF STRONGLY LINEARLY POSITIVE QUADRANT DEPENDENT RANDOM VARIABLES

**Muhamedov A.**

*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan  
muhamedov1955@mail.ru*

We will consider convergence of an estimator of density of stationary sequence of strongly linearly positive quadrant dependent random variables.

**Definition 1.** A sequence  $\{X_n, n \geq 1\}$  of random variables is said to be pairwise positive quadrant dependent (PPQD), if for any  $r_i, r_j \in R \quad i \neq j$  the following inequality  $P(X_i > r_i, X_j > r_j) \geq P(X_i > r_i)P(X_j > r_j)$  hold.

**Definition 2.** A sequence  $\{X_n, n \geq 1\}$  of random variables is said to be linearly positive quadrant dependent (LPQD), if for any disjoint  $A, B \subset N$  and positive  $r_i \in R$  the random variables  $\sum_{i \in A} r_i X_i$  and  $\sum_{i \in B} r_i X_i$  are PPQD.

**Definition 3.** A sequence  $\{X_n, n \geq 1\}$  of random variables is said to be strongly linearly positive quadrant dependent (SLPQD), if for each non decreasing function  $g(x)$  the sequence  $\{g(X_n), n \geq 1\}$  is LPQD.

For SLPQD random variables we use the following coefficient of dependence

$$r(k) = \sup_{\substack{x, y \in R \\ i \in N}} \left[ P(X_i > x, X_{i+k} > y) - P(X_i > x)P(X_{i+k} > y) \right], \quad k \in N.$$

Let  $\{X_n, n \geq 1\}$  be a stationary sequence of random variables with the density function  $f(x)$ . Let  $K$  be a kernel function and  $h_n$  is the sequence of positive real numbers tending to zero. Kernel estimators of density function of  $\{X_1, \dots, X_{[n\theta]}\}$  and  $\{X_{[n\theta]+1}, \dots, X_n\}$ ,  $0 < \theta < 1$  are defined as follows:

$$f_{[n\theta]}(x) = \frac{1}{[n\theta]h_n} \sum_{j=1}^{[n\theta]} K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right), \quad f_{n-[n\theta]}^*(x) = \frac{1}{(n-[n\theta])h_n} \sum_{j=[n\theta]+1}^n K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right)$$

Based on this, when  $f_n(x) \neq 0$ , we define

$$d_n(\theta, x) = \left( \frac{nh_n}{f_n(x) \|K\|_2^2} \right)^{1/2} \frac{[n\theta]}{n} \left( \frac{n-[n\theta]}{n} \right) (f_{[n\theta]}(x) - f_{n-[n\theta]}^*(x)), \quad T_n(x) = \sup_{0 < \theta < 1} |d_n(\theta, x)|$$

where  $\|K\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} K^2(x) dx < \infty$ , when  $f_n(x) = 0$ ,  $d_n(\theta, x)$  is defined to be zero.

Let introduce the following assumptions:

(A1) for all  $n \in N$ ,  $\sum_{j \geq n} r(j) = O(n^{-(m-2)/2})$  holds for some  $m > 2$ .

(A2)  $K(\cdot)$  is a density function with bounded variation on  $R$  satisfying

$$(I) \lim_{|u| \rightarrow \infty} |u| K(u) = 0; \quad (II) \int_{-\infty}^{\infty} u^2 K(u) du < \infty.$$

$$(A3) K(u) \text{ is differentiable and } \int_{-\infty}^{\infty} K'(u) du < \infty.$$

$$(A4) \{h_n\} \text{ and } \{m_n\} \text{ are sequences, such that, } h_n \rightarrow 0, m_n \rightarrow \infty, m_n h_n^{\nu+r+1} \rightarrow \infty \text{ as } n \rightarrow \infty \text{ and } \sum_{n \geq 1} m_n n^{-m/2} h_n^{-(\nu+r+1)m} < \infty \text{ for some } \nu \geq 0, m > 2.$$

**Theorem.** Let  $\{X_n, n \geq 1\}$  be a stationary sequence of SLPQD random variables. Let  $x_1, \dots, x_m, m \geq 1$  be distinct real numbers contained in  $C(f)$ , where  $C(f) = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \text{ is continuous at } x, f(x) \neq 0\}$ . We assume that conditions (A1) - (A4) hold. Then as  $n \rightarrow \infty$  the following weak convergence holds:

$$(d_n(\theta, x_1), \dots, d_n(\theta, x_m)) \Rightarrow (W_1^o(\theta), \dots, W_m^o(\theta)),$$

where  $W_1^o(\cdot), \dots, W_m^o(\cdot)$  are independent Brownian bridges. Moreover,

$$T_{n,m} = \max_{1 \leq i \leq m} T_n(x_i) \Rightarrow \max_{1 \leq i \leq m} \sup_{0 < \theta < 1} W_i^o(\theta),$$

## ON THE NUMBER OF EIGENVALUES OF A TWO-PARTICLE HAMILTONIAN ON THREE-DIMENSIONAL LATTICE

**Muminov M.I., Khurramov A.M., Bozorov I.N.**

Samarkand State University, [islomnb@mail.ru](mailto:islomnb@mail.ru)

A two particle Schrödinger operator  $h_\mu(k)$ ,  $k \in \mathbb{T}^3$ ,  $\mu > 0$  associated to Hamiltonian  $h$  for a system of two particles on the lattice  $\mathbb{Z}^3$  interacting through attractive short range potential, is a self-adjoint operator and acts in  $L_2(\mathbb{T}^3)$  as

$$h_\mu(k) = h_0(k) - \mu v, \quad k = (k_1, k_2, k_3) \in \mathbb{T}^3, \quad \mu > 0.$$

Here  $h_0(k)$  is an operator multiplication by  $\mathcal{E}_k(p)$ , where  $\mathcal{E}_k(p)$  is real-valued, continuous, even with respect to  $p$  and  $k$ ,  $\pi$ -periodic with respect to each variables  $p_i$  and  $k_j$ ,  $\{i, j\} \in \{1, 2, 3\}$ .  $v$  is an integral operator with kernel

$$v(p-s) = 1 + \sum_{\alpha=1}^3 \cos(p_\alpha - s_\alpha) + \sum_{\gamma=1}^3 \cos(p_\alpha - s_\alpha) \cos(p_\beta - s_\beta) + \prod_{\alpha=1}^3 \cos(p_\alpha - s_\alpha),$$

Please note that the Weyl theorem on the essential spectrum [4] implies that the essential spectrum  $\sigma_{ess}(h_\mu(k))$  of the operator  $h_\mu(k)$  coincides with the spectrum of the unperturbed operator  $h_0(k)$ :

$$\sigma_{ess}(h_\mu(k)) = \sigma(h_0(k)) = [m(k), M(k)],$$

where  $m(k) = \min_{p \in \mathbb{T}^3} \mathcal{E}_k(p)$ ,  $M(k) = \max_{p \in \mathbb{T}^3} \mathcal{E}_k(p)$ .

$$\text{Since } v \geq 0 \quad \sup_{P/P=1} (h_\mu(k)f, f) \leq \sup_{P/P=1} (h_0(k)f, f) = M(k)(f, f), \quad f \in L_2(\mathbb{T}^3).$$

Hence  $h_\mu(k)$  does not have eigenvalues lying to the right the essential spectrum, i.e.

$$\sigma(h_\mu(k)) \cap (M(k), \infty) = \emptyset.$$

We describe some existence properties of eigenvalues of  $h_\mu(k)$ .

Denote by  $n(\mu)$  the number of eigenvalues (with the multiplicity taken into account) lying to the outside the essential spectrum of the operator  $h_\mu(k)$ .

**Theorem 2.1.** For any  $\mu > 0$  and  $k \in \mathbb{T}^3$  the operator  $h_\mu(k)$  has exactly  $0 \leq n(\mu) \leq 27$  eigenvalues lying to the left of the essential spectrum.

We denote the subspaces  $\mathcal{H}_l, l = \overline{1,27}$  of functions even or odd and  $\pi$ -even or  $\pi$ -odd with respect to each variables  $p_i, i = 1,2,3$  in the space  $L_2(\mathbb{T}^3)$ . For example  $\mathcal{H}_{0\pi\pi}^{ooo}$  denotes a space of functions  $f(p)$  such that even with respect to each variables  $p_1, p_2$ , odd with respect to  $p_3$  and  $\pi$ -even with respect to  $p_1$ , and  $\pi$ -odd with respect to each variables  $p_2, p_3$ .

Remark that the operator  $h_\mu(k)$  is invariant with respect to  $\mathcal{H}_l, l = \overline{1,27}$ . We denote by  $h_{\mu,l}(k)$  the restriction of  $h_\mu(k)|_{\mathcal{H}_l}$  of  $h_\mu(k)$  to  $L_2(\mathbb{T}^3)$ .

Let the functions  $\varphi_l \in \mathcal{H}_l, l = \overline{1,27}$  be defined as

$$\varphi_l(p) = \prod_{\alpha=1}^3 \eta_l(p_\alpha), \quad \{\eta_l(p_\alpha)\} \in \{1, \cos p_\alpha, \sin p_\alpha\}, \quad \alpha \in \{1,2,3\}.$$

The operator  $h_{\mu,l}(k), l = \overline{1,27}$  acts in  $\mathcal{H}_l$  as  $h_{\mu,l}(k) = h_0(k) - \mu w_l$ , where

$$(v_l f)(p) = (\varphi_l, f) \varphi_l(p), \quad \varphi_l \in \mathcal{H}_l, \quad l = \overline{1,27}.$$

Then we have  $\sigma(h_\mu(k)) = \bigcup_{l=1}^{27} \sigma(h_{\mu,l}(k))$ .

Further we study the operator  $h_{\mu,l}(k), l = \overline{1,27}$ .

We set

$$\xi_l(k; z) = \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\varphi_l^2(s) ds}{\mathcal{E}_k(s) - z}, \quad \varphi_l \in \mathcal{H}_l, \quad l = \overline{1,27}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus [m(k), M(k)]. \quad (1)$$

**Assumption 2.1.** Assume that  $m(0) = \min_{p \in \mathbb{T}^3} \mathcal{E}_0(p) = 0$  and

$$\mathcal{M} = \{p \in \mathbb{T}^3 : m(0) = 0\} = \{p_1, \dots, p_n\}, \quad n < \infty.$$

If the Assumption 2.1 is not fulfilled then the integral (1) converges as  $z = m(k)$ .

We set  $\mu_l^0(m(k)) = \frac{1}{\xi_l(k; m(k))}, \quad l = \overline{1,27}$ .

**Theorem 2.2.** Let the Assumption 2.1 be fulfilled. Then the following statements are true

1. For any  $0 < \mu < \mu_l^0(k)$  the operator  $h_\mu(k)$  has not an eigenvalue lying to the left of the essential spectrum.
2. Let  $0 < \mu = \mu_l^0(m(0))$ . If  $\varphi_l(0) \neq 0$ , then  $h_{\mu,l}(0)$  has a virtual level at  $z = 0$ , if  $\varphi_l(0) = 0$ , then the number  $z = 0$  is eigenvalue of  $h_{\mu,l}(0)$ .
3. For any  $k \in \mathbb{T}^3$  and  $\mu > \mu_l^0(k) > 0$  the operator  $h_{\mu,l}(k)$  has a unique eigenvalue lying to the left of the essential spectrum.

## REFERENCES

- [1] M.E. Muminov, A.M. Khurramov. Spectral properties of a two-particle Hamiltonian on a lattice. Theor. Math. Phys. **177(3)**, 482-496 (2013).
- [2] M.E. Muminov, A.M. Khurramov. Multiplicity of virtual levels at the lower edge of the continuous spectrum of a two-particle Hamiltonian on a lattice. Theor. Math. Phys. **180(3)**, 329-341 (2014).
- [3] I.N. Bozorov, A.M. Khurramov. On the number of eigenvalues of the lattice model operator in one-dimensional case. Lobachevskii Journal of Mathematics **43(2)**, 353-365 (2022).
- [4] M. Reed, B.Simon. Methods of modern Mathematical Physics. v. 4. Analysis of Operators. Academic Press. London. 1980.

# ON THE BRANCHES OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF OPERATOR MATRIX IN BOSONIC FOCK SPACE

<sup>1</sup>Muminov M.E., <sup>2</sup>Jurakulova F.M.

<sup>1</sup>Samarkand State University

<sup>2</sup>Bukhara State University

Let us introduce some notations used in this work. Let  $T$  be the one -dimensional torus,  $H_0 := \mathbb{C}$  be the field of complex numbers,  $H_1 := L_2(T)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) functions defined on  $T$  and  $H_2 = L_2^s(T^2)$  be the Hilbert space of square-integrable symmetric (complex) functions defined on  $T^2$ . We denote by  $H$  the direct sum of spaces  $H_0$ ,  $H_1$  and  $H_2$ , that is,  $H = H_0 \oplus H_1 \oplus H_2$ .

In the Hilbert space  $H$  we consider the operator matrix of the form:

$$A_\mu := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} & 0 \\ A_{01}^* & A_{11} & \mu A_{12} \\ 0 & \mu A_{12}^* & A_{22} \end{pmatrix}, \quad \mu > 0. \quad (1)$$

The matrix entries  $A_{ij} : H_j \rightarrow H_i$ ,  $i \leq j$ ,  $i, j = 0, 1, 2$  are given by:

$$\begin{aligned} A_{00}f_0 &= af_0, & A_{01}f_1 &= \int_{T^1} \nu(t) f_1(t) dt, & (A_{11}f_1)(x) &= f_1(x), \\ (A_{12}f_2)(x) &= \int_{T^1} f_2(x, t) dt, & (A_{22}f_2)(x, y) &= \omega(x, y) f_2(x, y), \\ \omega(x, y) &= 3 - \cos x - \cos y - \cos(x + y), & f_i &\in H_i, \quad i = 0, 1, 2. \end{aligned}$$

Here  $a \in \mathbb{R}$ ; the function  $\nu(\cdot)$  is a real-valued continuous function on  $T$ .

We remark that the operators  $A_{01}$  and  $A_{12}$ , resp.  $A_{01}^*$  and  $A_{12}^*$  are called annihilation resp. creation operators, respectively. A trivial verification shows that

$$\begin{aligned} A_{01}^* : H_0 &\rightarrow H_1, & (A_{01}^* f_0)(x) &= \nu(x) f_0, & f_0 &\in H_0; \\ A_{12}^* : H_1 &\rightarrow H_2, & (A_{12}^* f_1)(x, y) &= \frac{f_1(x) + f_1(y)}{2}, & f_1 &\in H_1. \end{aligned}$$

Under these assumptions, the operator  $A_\mu$  is bounded and self- adjoint.

For any fixed  $\mu > 0$  and  $x \in T$  let us consider the equations

$$1 - z - \frac{\pi\mu^2}{\sqrt{(3 - \cos x - z)^2 - 4\cos^2 \frac{x}{2}}} = 0, \quad z < 0; \quad (1)$$

$$1 - z + \frac{\pi\mu^2}{\sqrt{(3 - \cos x - z)^2 - 4\cos^2 \frac{x}{2}}} = 0, \quad z > \frac{9}{2}. \quad (2)$$

It is easy to check that for large values of  $\mu > 0$  the equation (1) has an unique solution  $E_\mu^{(1)}(x)$  in  $(-\infty; 0)$  and the equation (2) has an unique solution  $E_\mu^{(2)}(x)$  in  $(\frac{9}{2}; \infty)$ .

One can see that for any fixed  $\mu > 0$  the functions  $E_\mu^{(1)}(\cdot)$  and  $E_\mu^{(2)}(\cdot)$  are continuous on its domain. Thus, the image of these functions are closed bounded intervals.

Main result of this work is the following theorem.

**Theorem.** For the essential spectrum  $\sigma_{\text{ess}}(A_\mu)$  of  $A_\mu$  the equality

$$\sigma_{\text{ess}}(A_\mu) = \text{Im } E_\mu^{(1)}(x) \cup [0; \frac{9}{2}] \cup \text{Im } E_\mu^{(2)}(x)$$

holds. Moreover, for the large values of  $\mu > 0$  we have  $\max \operatorname{Im} E_\mu^{(1)}(x) < 0$  and  $\min \operatorname{Im} E_\mu^{(2)}(x) > \frac{9}{2}$  that is, there are gaps in the essential spectrum of  $A_\mu$ .

We note that the sets  $\operatorname{Im} E_\mu^{(1)}(\cdot) \cup \operatorname{Im} E_\mu^{(2)}(\cdot)$  and  $[0; \frac{9}{2}]$  are called two-particle and three-particle branches of  $\sigma_{\text{ess}}(A_\mu)$ , respectively.

## ABOUT ONE EQUALITY WITH EXPONENTIAL MATRIX

**Qushaqov H., Muhammadjonov A., Ismoilova M.**

*Andijan state university, Andijan, Uzbekistan*

The aim of this paper is to prove

$$\eta_0 \omega_i(t) \eta_0^* = \int_0^t |e^{-A^* s} \eta_0^*|^2 ds \quad (1)$$

equality, where  $\eta_0$  is nonzero vector ( $\eta_0 \neq 0$ ),  $\omega_i(t)$  is  $3 \times 3$  symmetric matrix with

$$\omega_i(t) = \begin{pmatrix} \varphi_{11}(t) & \varphi_{12}(t) & \varphi_{13}(t) \\ \varphi_{21}(t) & \varphi_{22}(t) & \varphi_{23}(t) \\ \varphi_{31}(t) & \varphi_{32}(t) & \varphi_{33}(t) \end{pmatrix}, \quad \text{and} \quad A = \begin{pmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{pmatrix}$$

where

$$\begin{aligned} \varphi_{11}(t) &= \int_0^t e^{2\lambda s} (1 + s^2 + \frac{1}{4}s^4) ds, & \varphi_{12}(t) &= \varphi_{21}(t) = \int_0^t e^{2\lambda s} (-s - \frac{1}{2}s^2) ds, \\ \varphi_{13}(t) &= \varphi_{31}(t) = \int_0^t e^{2\lambda s} \frac{1}{2}s^2 ds, & \varphi_{22}(t) &= \int_0^t e^{2\lambda s} (1 + s^2) ds, \\ \varphi_{23}(t) &= \varphi_{32}(t) = \int_0^t -e^{2\lambda s} s ds, & \varphi_{33}(t) &= \int_0^t e^{2\lambda s} ds, \quad \text{and } \lambda > 0. \end{aligned}$$

It is not difficult to show that

$$e^{-A^* t} = e^{\lambda t} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}t^2 & -t & 1 \end{pmatrix}$$

Hereby, it will help to motivate us to keep up our work on  $\omega_i(t)$ . Let's prove (1) problem. First of all, we expand the left side of (1). We have  $\omega_i(t)$  and a nonzero vector with constant elements, so  $\eta_0 = (x_0; y_0; z_0)$ . Where at least one of  $\eta_0$  element is not 0.

$$\begin{aligned} \eta_0 \omega_i(t) \eta_0^* &= (x_0; y_0; z_0) \begin{pmatrix} \varphi_{11}(t) & \varphi_{12}(t) & \varphi_{13}(t) \\ \varphi_{21}(t) & \varphi_{22}(t) & \varphi_{23}(t) \\ \varphi_{31}(t) & \varphi_{32}(t) & \varphi_{33}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \\ &= (x_0 \varphi_{11}(t) + y_0 \varphi_{21}(t) + z_0 \varphi_{31}(t); x_0 \varphi_{12}(t) + y_0 \varphi_{22}(t) + z_0 \varphi_{32}(t); x_0 \varphi_{13}(t) + y_0 \varphi_{23}(t) \\ &\quad + z_0 \varphi_{33}(t)) \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \\ &= \int_0^t \left( x_0^2 \left( 1 + s^2 + \frac{1}{4}s^4 \right) + 2x_0 y_0 \left( -s - \frac{1}{2}s^2 \right) + 2x_0 z_0 \frac{1}{2}s^2 + 2y_0 z_0 (-s) + y_0^2 (1 + s^2) + z_0^2 \right) e^{2\lambda s} \end{aligned}$$

By simplifying we obtain:

$$\int_0^t \left[ (x_0 \cdot e^{\lambda s})^2 + (x_0 s e^{\lambda s} - y_0 e^{\lambda s})^2 + \left( x_0 \frac{1}{2} s^2 e^{\lambda s} - y_0 s e^{\lambda s} + z_0 e^{\lambda s} \right)^2 \right] ds$$

There we can easily see that

$$\begin{aligned} &(x_0 \cdot e^{\lambda s})^2 + (x_0 s e^{\lambda s} - y_0 e^{\lambda s})^2 + \left( x_0 \frac{1}{2} s^2 e^{\lambda s} - y_0 s e^{\lambda s} + z_0 e^{\lambda s} \right)^2 = \\ &= \left| \begin{pmatrix} e^{\lambda s} & 0 & 0 \\ -s e^{\lambda s} & e^{\lambda s} & 0 \\ -\frac{1}{2} e^{\lambda s} & -s e^{\lambda s} & e^{\lambda s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \right|^2 = |e^{-A^* s} \eta_0^*|^2 \end{aligned}$$

Thus,

$$\eta_0 \omega_i(t) \eta_0^* = \int_0^t |e^{-A^* s} \eta_0^*|^2 ds$$

This completes the proof.

## REFERENCES

1. Д. П. Гроссман, Р. Фрезер, В. Дункан и А. Коллар, “Теория матриц и её приложения к дифференциальным уравнениям и динамике”, УМН, 1952, том 7, выпуск 3(49), 190–192
2. Bhatia, R. (1997). *Matrix Analysis. Graduate Texts in Mathematics. 169.* Springer. [ISBN 978-0-387-94846-1.](#)
3. Householder, Alston S. (2006). *The Theory of Matrices in Numerical Analysis. Dover Books on Mathematics. ISBN 978-0-486-44972-2.*

## ON $G_k^{(2)}$ -PERIODIC $p$ -ADIC GENERALIZED GIBBS MEASURE FOR ISING MODEL THE CAYLEY TREE

<sup>1</sup>Rahmatullaev M.M., <sup>2</sup>Tukhtabaev A.M.

<sup>1</sup>Institut of mathematics, academy of science, Tashkent, Uzbekistan,

<sup>1,2</sup>Namangan state university, Namangan, Uzbekistan.

In this paper, we study  $p$ -adic non translation-invariant  $G_k^{(2)}$ -periodic generalized Gibbs measure for Ising model on the Cayley tree of order three.

$\mathbb{Q}$  is the field of rational number. The completion of  $\mathbb{Q}$  with respect to the  $p$ -adic norm defines the  $p$ -adic field  $\mathbb{Q}_p$  (see [1]).

Cayley tree  $\Gamma^k$  of order  $k \geq 1$  is an infinite a graph without cycles. Such that exactly  $k+1$  edges originate from each vertex, we denote by  $V$  is the set of vertices,  $L$  is the set of edges of  $\Gamma^k$ . The  $x$  and  $y$  vertices are called nearest neighbor, if there exist an edge  $l \in L$  connecting them. We denote by  $l = \langle x, y \rangle$  (see [2]).

We consider a  $p$ -adic Ising model where the spin values take in the set  $\Phi = \{-1; 1\}$ . We define a configuration  $\sigma$  on  $V$  by the function  $\sigma : x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$ .  $\Omega$  is the set if all configuration on  $V$  and denote  $\Omega = \Phi^V$ .

The Hamiltonian for  $p$ -adic Ising model on  $V_n$  is defined by

$$H_n(\sigma_n) = J \sum_{\langle x, y \rangle \in L_n} \sigma(x)\sigma(y) \quad (1)$$

Let  $h : x \in V \rightarrow h_x \in \mathbb{Q}_p$  be function. We define  $p$ -adic probability generalized Gibbs measure  $\mu_h^n$  on  $\Omega_{V_n}$  by  $\mu_h^n = Z_n^{-1} \exp_p \{H_n(\sigma_n)\} \prod_{x \in W_n} h_x \sigma(x)$ , where  $Z_n^{-1}$  is corresponding normalizing factor. The compatibility conditions for  $\mu_h^n(\sigma_n), n \geq 1$  are given by the equality

$$\sum_{\sigma^n \in \Omega_{W_n}} \mu_h^n(\sigma_{n-1} \cup \sigma^n) = \mu_h^{n-1}(\sigma_{n-1}). \quad (2)$$

In this case, by the  $p$ -adic analogue of Kolmogorov theorem there exists a unique measure  $\mu_h$  on the set  $\Omega$  such that  $\mu_h \left( \left\{ \sigma \big|_{V_n} \equiv \sigma_n \right\} \right) = \mu_h^{(n-1)}(\sigma_{n-1})$  for all  $n \sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$ . (see [3])

**Theorem 2.**[4] The measures  $\mu_h^n(\sigma_n)$  satisfy the compatibility condition (2), if and only if for any  $x \in V \setminus \{x_0\}$  the following equation holds:

$$h_x = \prod_{y \in s(x)} \frac{\theta h_y + 1}{h_y + \theta}, \quad (3)$$

where  $\theta = \exp(2J)$ .

We are going to find non translation-invariant  $G_k^{(2)}$ -periodic solutions of (3) on the Cayley tree of order three. Let

$$f(h_{\theta, k}) = \left( \frac{\theta h + 1}{h + \theta} \right)^k \quad (4)$$

To find non translation-invariant  $G_k^{(2)}$ -periodic measures is equivalent to solve the following equation:

$$\frac{f(f(h))-h}{f(h)-h} = 0 \quad (5)$$

For the sake of simplicity we consider  $k = 3$ . In [4] studied translation-invariant and  $G_k^{(2)}$ -periodic generalized Gibbs measures for Ising on the Cayley tree of order two. In [5] studied translation-invariant generalized Gibbs measures on the Cayley tree of order three.

**Theorem 3.** Let  $k = 3$ . For Ising model the maximal number of non translation-invariant  $G_k^{(2)}$ -periodic generalized Gibbs measures equal to six.

#### REFERENCES

1. V. S. Vladimirov, I. V. Volovich and E. V. Zelenov, *p*-Adic Analysis and Mathematical Physics (World Sci. Publ., Singapore,1994).
2. U. A. Rozikov, Gibbs Measures on Cayley Trees (World Sci. Publ., Singapore, 2013).
3. N. N. Ganikhodjayev, F. M. Mukhamedov and U. A. Rozikov, "Phase transitions in the Ising model on  $Z$  over the  $p$ -adic numbers," Uzbek Math. J. 4, 23–29 (1998).
4. O.N.Khakimov, On a Generalized  $p$ -adic Gibbs Measure for Ising Model on Trees, *p*-Adic Numbers Ultrametric Anal. Appl. 6(3), 207–217, (2014).
5. M.M.Rahmatullaev, O.N.Khakimov, A.M.Tukhtaboev, "A  $p$ -adic generalilized Gibbs measure for the Ising model on a Cayley tree", Theor. Math.Phys.201(1),1521-1530 (2019).

### PROPAGATION THEOREM FOR THE PROBLEM OF FINDING THE ORIGINAL FUNCTION IN MATRIX ARGUMENT FUNCTIONS.

**Rajabov Sh.Sh.**

*Tashkent State Technical University, Tashkent, Uzbekistan.*

*E-mail: [sh\\_rajabov@inbox.ru](mailto:sh_rajabov@inbox.ru).*

**Definition 1.** Let  $f(A)$  be a function of  $A > 0 (A \in \mathbb{R}[m \times m])$  and  $Z = X + iY$ , be a  $(Z \in \mathbb{C}[m \times m])$  complex symmetric matrix. The Laplace transform  $F(Z)$  of  $f(A)$  defined as

$$F(Z) = \int_{A>0} \exp(-ZA) f(A) dA. \quad (1)$$

Where the integral is assumed to be absolutely convergent in the right half plane  $\text{Re}(Z) = X > X_0 > 0$ . Determined by formula (1) the function  $f(A)$  is the matrix image function of the matrix original function  $f(A)$ . The original and image are defined as:  $f(A) \xleftarrow{\bullet} F(Z)$  or  $F(Z) \xrightarrow{\bullet} f(A)$ . (The " $\xleftarrow{\bullet}$ " sign is always oriented to the original.)

The Laplace transform  $F(Z)$  of  $f(A)$  defined above is an analytic function of  $Z$  in the right half plane  $\text{Re}(Z) = X > X_0 > 0$ . In addition, if

$$\int_{-\infty < Y = Y' < \infty} |F(X + iY)| dY < \infty \quad (2)$$

for all  $X > X_0 > 0$ , and

$$\lim_{X \rightarrow 0} \int |F(X + iY)| dY = 0$$

then the unique inverse Laplace transform  $f(A)$  of  $F(Z)$  is

$$f(A) = \frac{2^{\frac{1}{2}m(m-1)}}{(2\pi i)^{\frac{1}{2}m(m+1)}} \int_{\text{Re}(Z)=X > X_0 > 0} \exp(ZA) F(Z) dZ \quad (3)$$

The function  $f(A)$  defined by formula (3) is a matrix original function of the matrix  $F(Z)$  image function.



**Theorem 1** (*The propagation theorem*). If the function  $f(A)$  can be propagated to ordinary power series by the  $Z^{-1}$  levels of the  $F(Z)$  image, i.e.

$$F(Z) = C_0 \cdot Z^{-1} + C_1 \cdot Z^{-2} + \dots + C_n \cdot Z^{-(n+1)} + \dots \quad (4)$$

as, if it approaches  $F(Z)$  at  $\{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : |Z^{-1}| < R\}$ , then the original is found by the following formula:

$$f(A) = C_0 + C_1 \frac{A}{1!} + C_2 \frac{A^2}{2!} + \dots + C_n \frac{A^n}{n!} + \dots \quad (5)$$

This series approaches for values  $A > 0$  and at  $A < 0$  is taken as  $f(A) = 0$

#### REFERENCES

1. A K Gupta, D K Nagar, Matrix Variate Distributions, Monographs and surveys in pure and applied mathematics, Chapman & Hall, Florida, USA 2000, pp.18-27.
2. Худайбергенов Г., Кытманов А. М., Шаймкулов Б. А., Комплексный анализ в матричных областях, Красноярск, СФУ 2017.
3. Хуа Ло-кен, Гармонический анализ функций многих комплексных переменных в классических областях, М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
4. Ражабов Ш.Ш., Задача коэффициентов Каратеодора в  $\mathbb{C}[n \times n]$ , Scientific Progress, Volume 2|ISSUE 6| ISSN: 2181-1601, Tashkent 2021, pp. 761-763.
5. Rajabov Sh.Sh., Matrix variable beta function and its properties, Science, research, development #16/7, Santa Monica (California), 2019, pp. 322-323.

### BOUNDS OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A THREE-PARTICLE MODEL HAMILTONIAN ON A 1D LATTICE

**Rasulov T.H., Umirkulova G.H.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

Let  $T$  be the one-dimensional torus and  $L_2^{sym}(T^2)$  be the Hilbert space of square-integrable symmetric (complex) functions with domain  $T^2$ . We study the model Hamiltonian  $H_{\mu,\lambda}$  defined by

$$H_{\mu,\lambda} := H_0 - \mu(V_1 + V_2) - \lambda V_3, \quad \mu, \lambda > 0, \quad (1)$$

in  $L_2^{sym}(T^2)$ , where  $H_0$  is a non-perturbed operator, i.e. the multiplication operator:

$$(H_0 f)(x, y) = u(x, y) f(x, y);$$

the operators  $V_\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2, 3$  are the partial integral operators of the form:

$$(V_1 f)(x, y) = v(y) \int_T v(t) f(x, t) dt,$$

$$(V_2 f)(x, y) = v(x) \int_T v(t) f(t, y) dt,$$

$$(V_3 f)(x, y) = \int_T f(t, x + y - t) dt.$$

Here  $f \in L_2^{sym}(T^2)$ , the function  $v(\cdot)$  is a real-valued analytic function on  $T$  and the function  $w(\cdot, \cdot)$  is a real-valued symmetric analytic function on  $T^2$ .

Under these assumptions the operator  $H_{\mu,\lambda}$  is bounded and self-adjoint.

Throughout this note we assume that there exists a finite subset  $\Lambda \subset T$  such that the function  $u(\cdot, \cdot)$  has non-degenerate minima at the points of  $\Lambda \times \Lambda$ . Set

$$m := \min_{x, y \in T} u(x, y) \quad \text{and} \quad M := \max_{x, y \in T} u(x, y).$$

One can easily see that [1] if  $v(x') = 0$  for all  $x' \in \Lambda$ , then the integral

$$\int_T \frac{v^2(t) dt}{u(x, t) - m}$$

is positive and finite for any  $x \in T$ . Under this assumption we define

$$\mu_0 := \left( \max_{x \in T} \int_T \frac{v^2(t) dt}{u(x, t) - m} \right)^{-1}.$$

We introduce two bounded and self-adjoint operators  $H_\mu^{(1)}$  and  $H_\lambda^{(2)}$  (so-called channel operators). They act in  $L_2(T^2)$  by

$$H_\mu^{(1)} = H_0 - \mu V_1, \quad H_\lambda^{(2)} = H_0 - \lambda V_3.$$

Set

$$E_{\mu, \lambda} := \min\{\xi : \xi \in \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu, \lambda})\}.$$

Then  $E_{\mu, \lambda} \in \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu, \lambda})$  is called the lower bound of the essential spectrum of  $H_{\mu, \lambda}$ .

The main result of the present note is the following theorem.

**Theorem 1.** *For the essential spectrum of  $H_{\mu, \lambda}$  we have*

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu, \lambda}) = \sigma(H_\mu^{(1)}) \cup \sigma(H_\lambda^{(2)}).$$

For the lower bound  $E_{\mu, \lambda}$  the following assertions hold:

- (i) If  $v(x') \neq 0$  for some  $x' \in \Lambda$ , then for all  $\mu, \lambda > 0$  we have  $E_{\mu, \lambda} < m$ ;
- (ii) Let  $v(x') = 0$  for all  $x' \in \Lambda$ .
  - (ii1) For any  $\mu > \mu_0$  and  $\lambda > 0$  we have  $E_{\mu, \lambda} < m$ ;
  - (ii2) For any  $\mu \leq \mu_0$  and  $\lambda > 0$  we have  $E_{\mu, \lambda} = \min \sigma(H_\lambda^{(2)})$ .

Moreover,  $\max(\sigma(H_{\mu, \lambda})) = M$  for any  $\mu, \lambda > 0$ .

This result plays a key role in the analysis of the discrete spectrum of  $H_{\mu, \lambda}$ . In [1] the discrete spectrum of  $H_{\mu, 0}$  was discussed.

## REFERENCE

1. T.H.Rasulov. Number of eigenvalues of a three-particle lattice model Hamiltonian. Contemporary Analysis and Applied Mathematics. 2:2 (2014), pp. 179–198.

## CUBIC NUMERICAL RANGE OF $3 \times 3$ BLOCK OPERATOR MATRICES

**Rasulov T.H., Sharipova M.Sh.**

*Bukhara State University*

Block operator matrices are matrices the entries of which are linear operators between Banach or Hilbert spaces. They arise in various areas of mathematics and its applications. Let  $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \mathcal{H}_3$  be complex Hilbert spaces, and consider  $\mathcal{H} := \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3$ . With respect to this decomposition, every bounded linear operator  $\mathcal{A} \in L(\mathcal{H})$  has a  $3 \times 3$  block operator matrix representation

$$\mathcal{A} := \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12}^* & A_{22} & A_{23} \\ A_{13}^* & A_{23}^* & A_{33} \end{pmatrix} \quad (1)$$

with bounded linear entries  $A_{ij} \in L(\mathcal{H}_j, \mathcal{H}_i)$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  such that  $A_{ii}^* = A_{ii}$ ,  $i = 1, 2, 3$ . In the following we denote by

$$S_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3} := S_{\mathcal{H}_1} \times S_{\mathcal{H}_2} \times S_{\mathcal{H}_3} = \{(f_1 f_2 f_3)^t \in \mathcal{H} : \|f_i\| = 1, i = 1, 2, 3\}$$

the product of the unit spheres  $S_{\mathcal{H}_i}$  in  $\mathcal{H}_i$ ; we also write  $S^3$  or  $S_{\mathcal{H}}$  instead of  $S_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3}$  if the decomposition  $H = \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3$  is clear (note the slight difference in notation between  $S_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3}$  and the unit sphere  $S_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3}$  in  $H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ ). In this case  $S^3 := \{f = (f_1 f_2 f_3)^t \in H : \|f_i\| = 1, i = 1, 2, 3\}$ .

**Definition 1.** For  $f = (f_1 f_2 f_3)^t \in S_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3}$  we introduce the  $3 \times 3$  matrix

$$\mathcal{A}_f = \begin{pmatrix} (A_{11}f_1, f_1) & (A_{12}f_2, f_1) & (A_{13}f_3, f_1) \\ (A_{12}^*f_1, f_2) & (A_{22}f_2, f_2) & (A_{23}f_2, f_3) \\ (A_{13}^*f_1, f_3) & (A_{23}^*f_2, f_3) & (A_{33}f_3, f_3) \end{pmatrix} \in M_3(C).$$

Then the set

$$W_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3}(\mathcal{A}) := \bigcup_{f \in S^3} \sigma_p(\mathcal{A}_f)$$

is called cubic numerical range of  $\mathcal{A}$  (with respect to the block operator matrix representation (1)). For a fixed decomposition of  $\mathcal{H}$ , we also write

$$W^3(\mathcal{A}) = W_{\mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3}(\mathcal{A}).$$

Let  $a_{ij}(f) = (A_{ij}f_j, f_i)$  for  $i, j = 1, 2, 3$  and

$$E_k(f) = \begin{cases} \frac{1}{3}(a_{11}(f) + a_{22}(f) + a_{33}(f)), & \text{if } a_{11}(f) = a_{22}(f) = a_{33}(f), \\ & a_{12}(f) = a_{23}(f) = a_{13}(f) = 0; \\ \frac{1}{3}(a_{11}(f) + a_{22}(f) + a_{33}(f)) + 2\sqrt{-\frac{P(f)}{3}} \cos \frac{\Phi(f) + 2\pi k}{3} & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where

$$P(f) := -\frac{1}{6}((a_{11}(f) - a_{22}(f))^2 + (a_{11}(f) - a_{33}(f))^2 + (a_{22}(f) - a_{33}(f))^2 - |a_{12}(f)|^2 - |a_{23}(f)|^2 - |a_{13}(f)|^2);$$

$$Q(f) := -\frac{2}{27}(a_{11}(f) + a_{22}(f) + a_{33}(f))^3 + \frac{1}{3}(a_{11}(f) + a_{22}(f) + a_{33}(f))(a_{11}(f)a_{22}(f) + a_{22}(f)a_{33}(f) + a_{11}(f)a_{33}(f) - |a_{12}(f)|^2 - |a_{23}(f)|^2 - |a_{13}(f)|^2) + a_{11}(f)a_{22}(f)a_{33}(f) + 2\operatorname{Re}(a_{12}(f)a_{23}(f)\overline{a_{13}(f)}) + |a_{12}(f)|^2a_{33}(f) + |a_{23}(f)|^2a_{11}(f) + |a_{13}(f)|^2a_{22}(f);$$

$$\Phi(f) = \arccos\left(-\frac{3Q(f)}{2P(f)}\sqrt{-\frac{3}{P(f)}}\right).$$

The main result of this note is the following theorem.

**Theorem 1.** For the cubic numerical range of  $\mathcal{A}$  we have

$$W^3(\mathcal{A}) = \bigcup_{k=1}^3 \bigcup_{f \in S^3} \{E_k(f)\}.$$

This theorem plays a key role in the estimate of the bounds of  $\mathcal{A}$  in terms of cubic numerical range.

#### REFERENCE

1. *C. Tretter*. Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications. Imperial College Press, 2008.

### A SET OF FIXED POINTS OF A COVID-19 SPREADING MODEL WITH VACCINATED CASE

**Rozikov U. A., Shoyimardonov S. K.**

*V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan*

[shoyimardonov@inbox.ru](mailto:shoyimardonov@inbox.ru)

In the work [1] authors proposed SIARD epidemic model and based on this model we consider the following discrete-time SAIRVD model:

$$W = \begin{cases} S^{(1)} = S(1 - \nu_S) - (\beta_I \alpha I + \beta_A \alpha^2 A)S + \omega R + \rho V \\ A^{(1)} = A(1 - \mu - \gamma_A - d_A - \nu_A) + \beta_A \alpha^2 AS \\ I^{(1)} = I(1 - \gamma_I - d_I) + \beta_I \alpha IS + \mu A \\ R^{(1)} = R(1 - \omega - \nu_R) + \gamma_A A + \gamma_I I + \gamma_V V \\ V^{(1)} = V(1 - \rho - d_V - \gamma_V) + \nu_A A + \nu_S S + \nu_R R \\ D^{(1)} = D + d_A A + d_I I + d_V V \end{cases} \quad (1)$$

This model describes the interaction of susceptible population  $S$ , asymptomatic (unreported) infected population  $A$ , symptomatic (reported) infected population  $I$ , recovered population  $R$ , vaccinated population  $V$  and death population  $D$ . This system also closed system as many other systems, so for simplicity if we assume  $S + A + I + R + V + D = 1$  then  $S^{(n)} + A^{(n)} + I^{(n)} + R^{(n)} + V^{(n)} + D^{(n)} = 1$

for any  $n \in N$ . The coefficient  $\alpha$  is the rate of susceptible and asymptomatic population who do not obey to lockdown rules,  $\beta_A$  (resp.  $\beta_I$ ) is a contact rate of infected person which infects on average  $\beta_A \alpha S$  (resp.  $\beta_I \alpha S$ ) of susceptible population. We assume that COVID-19 epidemic immunity can be do not exist or very low, so recovered population becomes susceptible with a rate  $\omega$ . Similarly, vaccinated population also can be susceptible with a rate  $\rho$ . In addition,  $\gamma_A, \gamma_I, \gamma_V$  are recovery rates of asymptomatic, symptomatic, vaccinated population respectively. Moreover,  $\nu_S, \nu_A, \nu_R$  are vaccination rates,  $d_A, d_I, d_V$  are death rates. The coefficient  $\mu$  is a rate of asymptomatic people who become symptomatic. For epidemiological reasons [1],  $d_A \leq d_I$ , the symptomatic population die more than asymptomatic one,  $\gamma_I \leq \gamma_A$ , the asymptomatic population recovered more than the symptomatic. In addition,  $0 < \mu + \gamma_A + d_A + \nu_A \leq 1$  and  $0 < \gamma_I + d_I \leq 1$ .

**Remark-1.** All coefficients of the operator (1.1) are from  $[0,1]$  and they satisfy the conditions  $d_A \leq d_I$ ,  $\gamma_I \leq \gamma_A$ ,  $0 < \mu + \gamma_A + d_A + \nu_A \leq 1$  and  $0 < \gamma_I + d_I \leq 1$ .

From this remark it is clear that for any  $n \in N$  each compartment of  $S^{(n)}, A^{(n)}, I^{(n)}, R^{(n)}, V^{(n)}, D^{(n)}$  is between 0 and 1.

Recall that fixed point of the operator  $F$  is a solution of equation  $F(x) = x$ .

**Theorem.** Let  $Fix(W)$  be set of fixed points of the operator  $W$  and  $\alpha = 0$ . Then

$$Fix(W) = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = (0; 0; 0; 0; 0; 1), \\ \lambda_1 = (0; 0; 0; 0; 0; 1), \text{ if } d_V > 0, \omega + \nu_R > 0, \nu_S > 0, \\ \lambda_2 = (\bar{S}; 0; 0; 0; 0; \bar{D}), \text{ if } d_V > 0, \omega + \nu_R > 0, \nu_S = 0, \\ \lambda_3 = (0; 0; 0; \bar{R}; 0; \bar{D}), \text{ if } d_V > 0, \omega + \nu_R = 0, \nu_S > 0, \\ \lambda_4 = (\bar{S}; 0; 0; \bar{R}; 0; \bar{D}), \text{ if } d_V > 0, \omega + \nu_R = 0, \nu_S = 0, \\ \lambda_5 = \left( \frac{\omega \gamma_V + \omega \rho + \rho \nu_R}{(\omega + \nu_R) \nu_S} \bar{V}; 0; 0; -\frac{\gamma_V}{\omega + \nu_R} \bar{V}; \bar{V}; \frac{(\omega + \nu_R)(\nu_S - \rho \bar{V}) - (\omega + \nu_S) \gamma_V \bar{V}}{(\omega + \nu_R) \nu_S} \right), \\ \text{if } d_V = 0, \omega + \nu_R > 0, \nu_S > 0, \\ \lambda_6 = (\bar{S}; 0; 0; \frac{\gamma_V}{\nu_R} \bar{V}; \bar{V}; \bar{D}), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R > 0, \nu_S = 0, \omega = 0, \nu > 0, \rho = 0, \\ \lambda_7 = (\bar{S}; 0; 0; 0; \bar{V}; \bar{D}), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R > 0, \nu_S = 0, \omega > 0, \rho + \gamma_V = 0, \\ \lambda_2 = (\bar{S}; 0; 0; 0; 0; \bar{D}), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R > 0, \nu_S = 0, \omega > 0, \rho + \gamma_V > 0, \\ \lambda_4 = (\bar{S}; 0; 0; \bar{R}; 0; \bar{D}), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R = 0, \nu_S = 0, \rho + \gamma_V > 0, \\ \lambda_8 = (\bar{S}; 0; 0; \bar{R}; \bar{V}; \bar{D}), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R = 0, \nu_S = 0, \rho + \gamma_V = 0, \\ \lambda_3 = (0; 0; 0; \bar{R}; 0; \bar{D}), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R = 0, \nu_S > 0, \gamma_V > 0 \\ \lambda_9 = \left( \frac{\rho}{\nu_S} \bar{V}; 0; 0; \bar{R}; \bar{V}; \bar{D} \right), \text{ if } d_V = 0, \omega + \nu_R = 0, \nu_S > 0, \gamma_V = 0. \end{array} \right.$$

## REFERENCES

1. M.A.Aziz-Alaoui, F.Najm, R.Yafia, SIARD model and effect of lockdown on the dynamics of COVID-19 disease with non total immunity. Math. Model. Nat. Phenom. 16 (2021) 31.
2. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K., An application of discrete-time SEIR model to the COVID-19 spread. Journal of Applied Nonlinear Dynamics, Accepted (24/11/2021).

# STRONG LAW OF LARGE NUMBERS FOR RANDOM FIELDS WITH VALUES IN HILBERT SPACE.

**Ruzieva D.S.**

*National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan,*

*E-mail: [dilnura.saidovna@gmail.com](mailto:dilnura.saidovna@gmail.com)*

Assume that  $\{\xi(t), t \in Z^2\}$  is a random field of independent random variables and  $\{X(t), t \in Z^2\}$  be a random field with values in a separable Hilbert space  $H$  (with inner product  $(\cdot, \cdot)$  and a norm  $\|\cdot\| = \sqrt{(\cdot, \cdot)}$ ),

$\{e_i, i \geq 1\}$  - is an orthonormal basis of  $H$ .

Thus we can write

$$X(t) = \sum_{i=1}^{\infty} X^{(i)}(t) e_i, \quad t \in Z^2$$

Assume that the following representations hold

$$X^{(i)}(t) = g_i(\xi(t-s), s \in Z^2) \quad i=1,2,\dots \quad (1)$$

where  $g_i$  is a measurable function.

Let  $\{\xi^l(t), t \in Z^2\}$  be an independent copy of  $\{\xi(t), t \in Z^2\}$  and

$$\bar{X}^{(i)}(t) = g_i(\xi^*(t-s), s \in Z^2)$$

where

$$\bar{X}^{(i)}(t) = g_i(\xi^*(t-s), s \in Z^2)$$

$$\xi^*(j) = \begin{cases} \xi(j), & \text{if } j \neq 0 \\ \xi^l(0), & \text{if } j = 0 \end{cases}$$

$$\delta_i = \left( E \left| X^{(i)}(t) - \bar{X}^{(i)}(t) \right|^2 \right)^{1/2}$$

$$\Delta_i = \sum_{t \in Z^2} \delta_i.$$

Denote  $S_n = S_{\Gamma_n} = \sum_{t \in \Gamma_n} X(t)$ , here  $\{\Gamma_n, n=1,2,\dots\}$  - is a sequence of finite sets from  $Z^2$  We

establish the moment inequality and the strong law of large numbers for  $\{X(t), t \in Z^2\}$ .

Now we formulate our results.

**Theorem 1.** Suppose that  $\{X(t), t \in Z^2\}$  is a random field with values in  $H$  defined by equation (1) that satisfies the following conditions:

$$EX(t) = 0, \quad E\|X(t)\|^2 < \infty.$$

Then there exists a constant  $C > 0$  such that the following inequality holds:

$$E\|S_{\Gamma}\|^2 \leq C |\Gamma| \sum_{i=1}^{\infty} (\Delta_i^{(i)})^2$$

where  $|\Gamma| = \text{card } \Gamma < \infty$ .

**Theorem 2.** Suppose that  $\{X(t), t \in Z^2\}$  is a random field with values in  $H$  defined by equation (1) that satisfies the following conditions:

$$\Delta_i = \sum_{t \in Z^2} \delta_i(t) < \infty$$

$$E\|X(t)\|^2 < \infty$$

then

$$\frac{(|\Gamma_n|)^{1/4}}{(\text{Log}|\Gamma_n|)^{1/2}} \left\| \frac{S_{\Gamma_n}}{|\Gamma_n|} \right\| \rightarrow 0 \text{ a.s.}$$

In [1] a central limit theorem for real-valued random fields  $\{X(t), t \in Z^2\}$  was proved.

#### REFERENCES

1. *M.E.Machkouri, D.Volny, W.B.Wu.*, A central limit theorem for stationary random fields, *Stochastic Processes and their Applications* 123 (2013) 1–14.

### GILBERT FAZOSIDA QIYMAT QABUL QILUVCHI U-STATISTIKALAR UCHUN KUCHAYTIRILGAN KATTA SONLAR QONUNI

**Sharipov O.Sh. Hamdamov A.H.**

*Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston,*

E-mail: [osharipov@yahoo.com](mailto:osharipov@yahoo.com), [lahadhamdamov2396@mail.com](mailto:lahadhamdamov2396@mail.com)

Faraz qilaylik qat'iy statsionar  $(\xi_i)_{i \geq 1}$  tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lib, bu ketma-ketlikning marginal taqsimot funksiyasi  $F(x)$  bo'lsin. Ushbu tasodifiy miqdorlardan tuzilgan U-statistikani ko'raylik.

$$U_n(h) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} (h(\xi_i, \xi_j) - Eh(\xi, \eta))$$

Bu yerda  $h: R^2 \rightarrow H$  Gilbert fazosida qiymat qabul qiluvchi o'lchovli, simmetrik funksiya bo'lib,  $\xi$  va  $\eta$  lar taqsimot funksiyasi  $F(x)$  bo'lgan o'zaro bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar.

$(\xi_i)_{i \geq 1}$  tasodifiy miqdorlar uchun absolyut regulyarlik koeffitsentlarini kiritamiz.

**Ta'rif.**  $\beta(k)$  absolyut regulyarlik koeffitsenti quyidagicha aniqlanadi

$$\beta(k) := \frac{1}{2} \sup \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |P(A_i \cap B_j) - P(A_i)P(B_j)| \right\}$$

Bu yerda supremum barcha to'la gruppani hosil qiladigan  $\{A_1, \dots, A_n\}$  va  $\{B_1, \dots, B_n\}$  lar bo'yicha olingan hamda barcha  $l \geq 1$  uchun  $A_i \in F_1^l$ ,  $B_j \in F_{l+k}^\infty$  o'rinni. Bunda  $F_k^l$ ,  $\{\xi_i : k \leq i \leq l\}$  tasodifiy miqdorlar hosil qilgan algebra.  $(\xi_i)_{i \geq 1}$  absolyut regulyar jarayon deyiladi, agar  $\lim_{k \rightarrow \infty} \beta(k) = 0$  o'rinni bo'lsa.

Yadro funksiyasi xosmas bo'lgan yuqoridagi U-statistikani Hoeffding yoyilmasiga yoyamiz.

$$U_n = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (h_1(\xi_i) - \theta(F)) + \frac{2}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} h_2(\xi_i, \xi_j),$$

Bu yerda

$$\begin{aligned} h_1(x) &= \int h(x, y) dF(y), \\ \theta(F) &= \int \int h(x, y) dF(x) dF(y), \\ h_2(x, y) &= h(x, y) - h_1(x) - h_1(y) + \theta(F) \end{aligned}$$

Haqiqiy qiymat qabul qiluvchi U-statistikalar uchun katta sonlar qonuni [1]-[2] da o'rganilgan. Ma'ruzada Gilbert fazosida qiymat qabul qiluvchi U-statistikalar uchun kuchaytirilgan katta sonlar qonuni keltiriladi.

#### ADABIYOTLAR

1. *H. G. Dehling, O.Sh. Sharipov.* Marcinkiewicz-Zygmund strong laws for  $\alpha$ -statistics of weakly dependent observations. *Statistics and Probability Letters*, 2009, 79 (19), pp.2028.
2. *J. Aaronson, R. Burton, H. Dehling, D. Gilat, T. Hill and B. Weiss:* Strong Laws for L- and U-statistics. *Transactions of the American Mathematical Society*. Volume 348, 2846-2865.

# MARCINKIEWICZ-ZYGMUND LAW OF LARGE NUMBERS FOR AUTOREGRESSIVE PROCESSES IN BANACH SPACES

**Sharipov O.Sh. Kushmurodov A.A.**

*National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan,*

E-mail: [osharipov@yahoo.com](mailto:osharipov@yahoo.com) , [kushmurodov85@mail.ru](mailto:kushmurodov85@mail.ru)

We consider an autoregressive process in a separable Banach space  $B$  defined as

$$X_n - \mu = \rho(X_{n-1} - \mu) + \varepsilon_n$$

where  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $\rho: B \rightarrow B$  is bounded and linear operator,  $\|\rho\| < 1$ ,  $\mu \in B$  and  $\{\varepsilon_n, n \in \mathbb{Z}\}$  is an innovation process.

Such an autoregressive processes play an important role in functional data analysis [1].

We assume that  $B$  is type  $p$  ( $1 \leq p \leq 2$ ) space.

**Definition 1.** Let  $(B, \|\cdot\|)$  be a separable Banach space and  $1 \leq p \leq 2$ . We say that  $B$  is type  $p$ , if there exists a constant  $c(p, B)$  such that for every finite sequence  $(X_i)$  of centered independent random variables with values in  $B$   $E\|X_i\|^p < \infty$ , the following inequality holds

$$E\left\|\sum_{i=1}^n X_i\right\|^p \leq c(p, B) \sum_{i=1}^n E\|X_i\|^p.$$

**Definition 2.** For a sequence of  $B$ -valued random variables  $\{\varepsilon_n, n \geq 1\}$ , the mixing coefficients  $\psi$  – are defined as follows:

$$\psi(k) = \sup \left\{ \left| \frac{P(AB) - P(A)P(B)}{P(A)P(B)} \right| : A \in F_1^n, B \in F_{n+k}^\infty, n \in \mathbb{N} \right\}$$

where  $F_a^b$  -  $\sigma$  - field generated by the r.v.  $\varepsilon_a, \varepsilon_{a+1}, \dots, \varepsilon_b$ .

Without loss of generality we suppose that  $\mu = 0$ .

**Theorem.** Let  $\{\varepsilon_n, n \geq 1\}$  a sequence of identically distributed random variables with values in type  $p$  ( $1 \leq p \leq 2$ ) Banach space  $B$ . Assume that the following conditions hold:

$$E\varepsilon_k = 0, E\|\varepsilon_k\|^p < \infty, k = 1, 2, \dots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) < \infty, \psi(1) < 1.$$

Then as  $n \rightarrow \infty$ ,

$$\frac{1}{n^{1/p}} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow{P} 0$$

## REFERENCES

1. *Bosq D.*, Linear Processes in Function Spaces. Theory and applications. Lecture notes in Statistics, 149, Springer, 2000.

## A LIMIT THEOREM FOR BRANCHING PROCESSES WITH IMMIGRATION

**Sharipov S.**

*V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Academy Sciences of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

[sadi.sharipov@yahoo.com](mailto:sadi.sharipov@yahoo.com)

Let for each  $n \in \mathbb{N}$   $\{\xi_{k,j}^{(n)}, k, j \in \mathbb{N}\}$  and  $\{\varepsilon_k^{(n)}, k \in \mathbb{N}\}$  – be the two independent families of independent identically distributed random variables with nonnegative integer values. The sequence of branching processes with immigration  $X_k^{(n)}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , is defined by recursion:

$$X_0^{(n)} = 0, \quad X_k^{(n)} = \sum_{j=1}^{X_{k-1}^{(n)}} \xi_{k,j}^{(n)} + \varepsilon_k^{(n)}, \quad k, n \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Intuitively, for a fixed  $n \in \mathbb{N}$ ,  $X_k^{(n)}$  represents the size of  $k$ -th generation of a population and  $\xi_{k,j}^{(n)}$  is the number of offspring of the  $j$ -th individual in the  $(k-1)$ -st generation and  $\varepsilon_k^{(n)}$  is the number of immigrants contributing to the  $k$ -th generation. Note that the assumption  $X_0^{(n)} = 0$  indicates that the population starts with the offspring of the immigrants in the initial generation.

Assume that for each  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_n = E\xi_{1,1}^{(n)} < \infty$ . The cases when the offspring mean is less, equal or larger than one are referred to subcritical, critical or supercritical, respectively. The process (1) is called nearly critical if  $a_n \rightarrow 1$  as  $n \rightarrow \infty$ .

In this paper we discuss on validity of functional limit theorem for process defined by (1) in case when  $\{\varepsilon_k^{(n)}, k \in \mathbb{N}\}$  is a stationary process and satisfies  $\psi$ -mixing condition.

Assume that for each  $n \in \mathbb{N}$ , the variables

$$a_n = E\xi_{1,1}^{(n)}, \quad \sigma_n^2 = D\xi_{1,1}^{(n)}, \quad \lambda_n = E\varepsilon_1^{(n)}, \quad b_n^2 = D\varepsilon_1^{(n)}$$

are finite. Define random process

$$X_n(t) = X_{[nt]}^{(n)}, \quad t \in \mathbb{R}_+, \quad n \in \mathbb{N}.$$

We refer readers to the recent survey of Rahimov [1] where one can find historical overview of this subject.

Our result reads as follows.

**Theorem.** Let  $\{\varepsilon_k^{(n)}, k \in \mathbb{N}\}$  be a sequence of stationary  $\psi$ -mixing random variables with

$\sum_{n=1}^{\infty} \psi(n) < \infty$ . Furthermore, assume that the following conditions are satisfied:

- 1)  $a_n = 1 + \alpha n^{-1} + o(n^{-1})$ ,  $n \rightarrow \infty$  for some  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;
- 2)  $\sigma_n^2 \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ;
- 3)  $nE\left(\left(\xi_{1,1}^{(n)} - a_n\right)^2 I\left\{\left|\xi_{1,1}^{(n)} - a_n\right| \geq \theta\sqrt{n}\right\}\right) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$  for all  $\theta > 0$ ;
- 4)  $\lambda_n \rightarrow \lambda \geq 0$ ,  $b_n^2 \rightarrow b^2 \geq 0$  as  $n \rightarrow \infty$ ;
- 5)  $E\left(\left(\varepsilon_1^{(n)} - \lambda_n\right)^2 I\left\{\left|\varepsilon_1^{(n)} - \lambda_n\right| \geq \theta\sqrt{n}\right\}\right) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$  for all  $\theta > 0$ .

Then, we have weak convergence

$$\frac{X_n(t) - EX_n(t)}{\sqrt{n}} \Rightarrow \int_0^t e^{\alpha(t-s)} d\bar{M}(s), \quad n \rightarrow \infty$$

in Skorokhod space  $D[0, \infty)$ , where  $\bar{M}(t)$  is defined by  $\bar{M}(t) = W(T(t))$ ,  $t \in \mathbb{R}_+$ , and  $\{W(t), t \in \mathbb{R}_+\}$  is a standard Wiener process,

$$T(t) = \int_0^t \rho(u) du, \quad \rho(t) = b^2 + \lambda\sigma^2 \int_0^t e^{\alpha u} du, \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

## REFERENCE

1. *Rahimov I.* Homogeneous branching processes with non-homogeneous Immigration. *Stochastics and Quality Control*, 36 (2021), 165–183.



# DARAXTSIMON METRIK GRAFLARDA ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASI UCHUN $\delta'$ ULANISH SHARTLI MASALA

Shomalikova M.Sh.

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti,

E-mail: [shomalikovamohinur1997@mail.ru](mailto:shomalikovamohinur1997@mail.ru)

$\Gamma = U + V$  – bog'lamli metrik graf bo'lsin, bu yerda  $E = \{b_j\}_{j=1}^n$  – to'plam grafning qirralari,  $V = \{v_j\}_{j=1}^m$  – to'plam esa grafning uchlari. Har bir bog'lamga  $(0, L_j)$ ,  $j = \overline{1, n}$  intervallarni mos qo'yamiz va har bir bog'lamda  $x_j$  koordinatani aniqlaymiz.

Agar  $b_j$  qirraning oxiri  $v$  uchdan iborat bo'lsa, u holda  $b_j$  qirra  $v$  uch bilan uchrashadi deyimiz va buni  $b_j \sim v$  kabi belgilaymiz.  $\{b : b \sim v, b \in E\}$  to'plamning elementlari sonini  $v$  uchning valentligi deyimiz. Agar uning valentligi 1 ga teng bo'lsa, u holda uni chegaraviy uchlari deyiladi.  $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m\} = \partial\Gamma \subset V$  – grafning chegraviy uchlari to'plami bo'lsin. Umumiylikka zarar yetkazmaslik uchun  $x_j$  ni  $x$  deb qabul qilamiz.

Grafning har bir bog'lamida issiqlik tenglamasini qaraymiz [1]-[3]:

$$u_t^{(j)}(x, t) = u_{xx}^{(j)}(x, t), \quad x \in b_j, \quad t > 0. \quad (1)$$

(1) tenglama quyidagicha boshlang'ich shartlarni qanoatlantirsin deb talab qilamiz:

$$u^{(j)}(x, 0) = u_0^{(j)}(x), \quad j = \overline{1, n} \quad (2)$$

Qirralarni birlashtiruvchi nuqtalarda (ya'ni chegaraviy uchlarda emas) grafning uchlari quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

i. Barcha  $\frac{\partial u^{(j)}(x, t)}{\partial x}$  funksiyalarning  $v$  uchdan chiquvchi yo'nalish bo'yicha hosilalari qiymatlari  $b_j \sim v$  uch bilan bir xil;

ii. Barcha  $u^{(j)}$  funksiyalarning har bir  $v$  uchdagi qiymatlari yig'indisi  $b_j \sim v$  uchun nolga teng:

$$\sum_{b_j \sim v} u^{(j)}(x, t)|_v = 0, \quad v \in V / \partial\Gamma, \quad t \in [0, T]. \quad (3)$$

Bu shartlardan birinchisi, uchdagi yechimning uzluksizligi, ikkinchisi esa oqimning saqlash sharti deb ataladi. Bu shartlarni yana Kirxgoff shartlari ham deyiladi.

Grafning chegaraviy uchlarda quyidagicha:

$$u^{(j)}(x, t)|_v = g_0^{(j)}, \quad \text{agar } x_j = 0 \quad v \text{ uchda} \quad (4)$$

$$u^{(j)}(x, t)|_v = h_0^{(j)}(t), \quad \text{agar } x_j = L_j, \quad v, b_j \sim v \text{ uchda}$$

shartlarni qanoatlantiruvchi  $u^{(j)}(x, t)$  yechimlari topilsin.

**Lemma.** (1) – (4) masala ko'pi bilan bitta regulyar yechimga ega.

Yagonalik lemmasi energiya integrallari usuli yordamida isbotlanadi [2]-[4]. Umumlashgan almashtirish usuli (Fokas usuli) yordamida berilganlarga nisbatan yagona yechimi topiladi [3]-[5].

## ADABIYOTLAR

1. Fokas A.S. A Unified Approach to Boundary Value Problems. Society for Industrial and Applied Mathematics. 2008., p: 352.
2. Khudayberganov G., Sobirov Z.A., Eshimbetov M.R. The Fokas' unified transformation method for heat equation on general star graphs. Uz.Math. Journal, 2019, № 1.
3. Khudayberganov G., Sobirov Z.A., Eshimbetov M.R. Unified Transform method for the Schrödinger Equation on a Simple Metric Graph. Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2019, 12(4), 412–420.
4. Sheils N.E. and Smith D.A. Heat equation on a network using the Fokas method. 2015 J. Phys. A: Math. Theor. 48 335001.

## REPRESENTATION OF A MAX-PLUS-POLAR OF THE SET OF IDEMPOTENT PROBABILITY MEASURES BY THE POLAR OF THE SET OF PROBABILITY MEASURES

**Tagaymurotov A.O.**

*Chirchik State Pedagogical Institute, Tashkent, Uzbekistan*

*e-mail: tagaymurotov93@gmail.com*

A function  $k$  on  $\mathbb{R}^n$  is called a gauge or Minkowski functional of a set  $C$  if  $k$  is [1] a non-negative positively homogeneous convex function such that  $k(0) = 0$ . Gauges are thus the functions  $k$  such that

$$k(x) = \gamma(x|C) = \inf\{t \geq 0: x \in tC\}$$

for some non-empty convex set  $C$ .

The polar of a gauge  $k$  is the function  $k^\circ$  defined by

$$k^\circ(x^*) = \inf\{t^* \geq 0: \langle x, x^* \rangle \leq t^*k(x), \forall x \in \mathbb{R}^n\}.$$

Let  $\mathbb{R}_{max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  equip with two new operations  $\oplus$  and  $\odot$ , which are defined as  $u \oplus v = \max\{u, v\}$ ,  $u \odot v = u + v$ ,  $u, v \in \mathbb{R}_{max}$ . Then  $\mathbf{0} := -\infty$  is the zero of  $\mathbb{R}_{max}$  according to  $\oplus$ , and  $\mathbf{1} := 0$  is the unit of  $\mathbb{R}_{max}$  according to  $\odot$ . It is well-known [2] that  $(\mathbb{R}_{max}, \oplus, \odot, \mathbf{0}, \mathbf{1})$  is idempotent semifield (since  $u \oplus u = u$  for all  $u \in \mathbb{R}_{max}$ ).

For vectors  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  and  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathbb{R}_{max}^n$  their max-plus dot product defines by the rule

$$\langle x, y \rangle_{\oplus} = \oplus_{i=1}^n (x_i \odot y_i).$$

Note that a set  $A$  is called max-plus-convex if the inclusion  $a, b \in A$  imply  $a \odot b \oplus a \oplus b \in A$  for every pair of  $a, b \in \mathbb{R}_{max}$  such that  $a \oplus b = \mathbf{1}$ .

We define a max-plus-gauge  $\oplus k$  of a max-plus-convex subset  $F$  of  $\mathbb{R}_{max}^n$  as following

$$\oplus k(x) = \oplus \gamma(x|F) = \inf\{t \geq \mathbf{0}: x \in t \odot F\}, \quad x \in \mathbb{R}_{max}^n.$$

Let  $X$  be a compact Hausdorff space,  $C(X)$  the algebra of all continuous maps on  $X$  with respect to usual algebraic operation. Define on  $C(X)$  operations  $\oplus$  and  $\odot$  by  $\varphi \oplus \psi = \max\{\varphi, \psi\}$  and  $\varphi \odot \psi = \varphi + \psi$  for all  $\varphi, \psi \in C(X)$ .

The set of all probability measures on  $X$  denotes by  $P(X)$ . The set of all idempotent probability measures on  $X$  denotes by  $I(X)$ .

**Theorem 1.** Let  $|X| = n$ . Then for the polar  $k^\circ$  of the gauge  $k$  of  $P(X)$  and the max-plus-gauge  $\oplus k(x)$  of  $I(X)$  the following equality holds:

$$k^\circ(\mu^*) = \oplus k(\mu^*) \oplus \mathbf{0}, \quad \mu^* \in \mathbb{R}^n.$$

Or, more precisely,

$$\gamma(\mu^*|(P(X))^\circ) = \oplus \gamma(\mu^*|I(X)) \oplus \mathbf{0}, \quad \mu^* \in \mathbb{R}^n.$$

### REFERENCES

1. R.T.Rockafellar, Convex analysis, Princeton, New Jersey, Princeton University press, 1972.
2. A.A.Zaitov, A.O.Tagaymurotov, On polar of the sets of probability measures and idempotent probability measures, Appl. Gen. Topol. (Submitted).

## A CLOSED FORM OF INTEGRAL TRANSFORMS IN TERMS OF LAURICELLA FUNCTION AND THEIR NUMERICAL SIMULATIONS

**TALHA USMAN**

*Department of General Requirements, University of Technology and Applied Sciences-Sur,  
Sultanate of Oman, E-mail: [talha.sur@cas.edu.om](mailto:talha.sur@cas.edu.om)*

**Abstract.** The main object of this paper is to investigate integral transforms involving the product of two Bessel functions and Whittaker function. These integral transforms are given in terms of the Lauricella function of three variables and four variables. Interesting special cases of our main results are deduced by taking suitable values of the index of the Whittaker function. We also perform some numerical simulations using Laguerre-Gauss Quadrature method and it is found that there is a good agreement between the numerical and theoretical evaluations. These results can be used in the Fresnel diffraction by a helical axicon of many laser fields, such as Laguerre Bessel-Gaussian beams.

# FINITENESS OF THE NUMBER OF EIGENVALUES OF THE FAMILY OF $3 \times 3$ OPERATOR MATRICES: 1D CASE

**Tosheva N.A.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

Let  $T$  be the one-dimensional torus,  $C$  be the field of complex numbers,  $L_2(T)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) functions defined on  $T$  and  $L_2^s(T^2)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) symmetric functions defined on  $T^2$ . Denote by  $H$  the direct sum of spaces  $H_0 := C$ ,  $H_1 := L_2(T)$  and  $H_2 := L_2^s(T^2)$ , that is,  $H := H_0 \oplus H_1 \oplus H_2$

Let us consider the following family of  $3 \times 3$  operator matrices  $H(K)$ ,  $K \in T$  acting in the Hilbert space  $H$  as

$$H(K) := \begin{pmatrix} H_{00}(K) & H_{01} & 0 \\ H_{01}^* & H_{11}(K) & H_{12} \\ 0 & H_{12}^* & H_{22}(K) \end{pmatrix}$$

with the entries

$$\begin{aligned} H_{00}(K)f_0 &= \omega_0(K)f_0, \quad H_{01}f_1 = \int_T v_0(t) f_1(t) dt, \quad (H_{11}(K)f_1)(x) = \omega_1(K; x)f_1(x), \\ (H_{12}f_2)(x) &= \int_T v_1(t) f_2(x, t) dt, \quad (H_{22}(K)f_2)(x, y) = \omega_2(K; x, y)f_2(x, y), \end{aligned}$$

where  $H_{ij}^*$  ( $i < j$ ) denotes the adjoint operator to  $H_{ij}$  and  $f_i \in H_i$ ,  $i = 0, 1, 2$ .

Here  $\omega_0(\cdot)$  and  $v_0(\cdot)$  are real-valued bounded functions on  $T$ , the function  $v_1(\cdot)$  is a real-valued analytic function on  $T$ , the functions  $\omega_1(\cdot; \cdot)$  and  $\omega_2(\cdot; \cdot, \cdot)$  are defined by the equalities

$$w_1(K; x) := l_1 \varepsilon(x) + l_2 \varepsilon(K - x) + 1, \quad w_2(K; x, y) := l_1 \varepsilon(x) + l_1 \varepsilon(y) + l_2 \varepsilon(K - x - y),$$

respectively, with  $l_1, l_2 > 0$  and

$$\varepsilon(x) := 1 - \cos(nx), \quad n \in N$$

Under these assumptions the operator  $H(K)$  is bounded and self-adjoint.

To study the spectral properties of  $H(K)$  we introduce a family of bounded self-adjoint operators (Friedrichs models)  $h(k)$ ,  $k \in T$ , which acts in  $H_0 \oplus H_1$  as

$$h(k) := \begin{pmatrix} h_{00}(k) & h_{01} \\ h_{01}^* & h_{11}(k) \end{pmatrix},$$

where

$$h_{00}(k)f_0 = (l_2 \varepsilon(k) + 1)f_0, \quad h_{01}f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_T v_1(t) f_1(t) dt$$

$$(h_{11}(k)f_1)(y) = E_k(y) f_1(y), \quad E_k(y) := l_1 \varepsilon(y) + l_2 \varepsilon(k - y).$$

According to the Weyl theorem, for the essential spectrum of  $h(k)$  we have  $\sigma_{\text{ess}}(h(k)) = [E_{\min}(k); E_{\max}(k)]$ , where the numbers  $E_{\min}(k)$  and  $E_{\max}(k)$  are defined by

$$E_{\min}(k) := \min_{y \in T} E_k(y) \quad \text{and} \quad E_{\max}(k) := \max_{y \in T} E_k(y).$$

For any  $k \in T$  we define an analytic function  $\Delta(k; \cdot)$  (the Fredholm determinant associated with the operator  $h(k)$  in  $C \setminus [E_{\min}(k); E_{\max}(k)]$ ) by

$$\Delta(k; z) := l_2 \varepsilon(k) + 1 - z - \frac{1}{2} \int_T \frac{v_1^2(s) ds}{E_k(s) - z}.$$

Then [1] for the discrete spectrum of  $h(k)$  we obtain

$$\sigma_{\text{disc}}(h(k)) = \{z \in C \setminus [E_{\min}(k); E_{\max}(k)] : \Delta(k; z) = 0\}.$$

The following theorem [1] describes the location of the essential spectrum of the operator  $H(K)$  by the spectrum of the family of Friedrichs models  $h(k)$ .

**Theorem 1.** For the essential spectrum of  $H(K)$  the equality

$$\sigma_{\text{ess}}(H(K)) = \bigcup_{x \in T} \{ \sigma_{\text{disc}}(h(K-x)) + l_1 \varepsilon(x) \} \cup [m_K; M_K]$$

holds, where the numbers  $m_K$  and  $M_K$  are defined by

$$m_K := \min_{x, y \in T} \omega_2(K; x, y) \quad \text{and} \quad M_K := \max_{x, y \in T} \omega_2(K; x, y)$$

Let  $\Lambda$  be a subset of  $T$  given by

$$\Lambda := \left\{ 0, \pm \frac{2}{n} \pi, \pm \frac{4}{n} \pi, \dots, \pm \frac{n'}{n} \pi \right\} \cup \Pi_n$$

where

$$n' := \begin{cases} n-2, & \text{if } n \text{ is even} \\ n-1, & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases} \quad \text{and} \quad \Pi_n := \begin{cases} \{\pi\}, & \text{if } n \text{ is even} \\ \emptyset, & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$$

Direct calculation shows that the cardinality of  $\Lambda$  is equal to  $n$ . It is easy to check that for any  $K \in \Lambda$  the function  $w_2(K; \cdot, \cdot)$  has non-degenerate zero minimum at the points of  $\Lambda \times \Lambda$ , that is,  $m_K = 0$  for  $K \in T$ .

The main result of the present paper as follows.

**Theorem 2.** Let  $K \in T$  be a fixed and one of the following assumptions hold:

- (i)  $v_1(x) \neq 0$  for some  $x \in \Lambda$ ;
- (ii)  $v_1(x) = 0$  for all  $x \in \Lambda$  and  $\min_{x \in T} \Delta(x; m_K) < 0$ ;
- (iii)  $v_1(x) = 0$  for all  $x \in \Lambda$  and  $\min_{x \in T} \Delta(x; m_K) > 0$ .

Then the operator  $H(K)$  has finitely many negative eigenvalues.

## REFERENCE

1. M.I. Muminov, T.H. Rasulov, N.A. Tosheva. Analysis of the discrete spectrum of the family of  $3 \times 3$  operator matrices. Communications in Mathematical Analysis. Volume 23, Number 1 (2020), pp. 17–37.

## ANALYTIC DISCRPTION OF THE ESSENSIAL SPECTRUM OF A OPERATOR MATRIX IN FERMIONIC FOCK SPACE

<sup>1</sup>Xalxujayev A.M., <sup>2</sup>Khayitova K.G.

<sup>1</sup>Samarkand branch of the Institute of Mathematics, Samarkand, Uzbekistan

<sup>2</sup>Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

For  $d \in \mathbb{N}$  denote by  $\mathbb{T}^d$  the  $d$ -dimensional torus. Let  $\mathbb{C}$  be the set of all complex numbers, and  $L_2^{as}(\mathbb{T}^d)^2$  be the Hilbert space of square integrable (complex) antisymmetric functions defined on  $\mathbb{T}^d$ .

Set  $H_1 = L_2(\mathbb{T}^d)$ ,  $H_2 = L_2^{as}(\mathbb{T}^d)^2$ ,  $H := H_1 \oplus H_2$ .

In the present work we consider the operator matrix  $\mathcal{A}_{\mu, \lambda}(\gamma)$  acting in the Hilbert space  $H$  given by

$$\mathcal{A}_{\mu, \lambda}(\gamma) := \begin{pmatrix} A_{11} & \lambda A_{12} \\ \lambda A_{12}^* & A_{22}^0(\gamma) - \mu V \end{pmatrix}, \quad \mu, \lambda > 0.$$

The entries of  $\mathcal{A}_{\mu, \lambda}(\gamma)$  are defined as

$$(A_{11}f_1)(x) = u(x)f_1(x), \quad (A_{12}f_2)(x) = \int_{\mathbb{T}^d} v(t)f_2(x, t)dt,$$

$$A_{22}^0(\gamma)f_2 = w_\gamma(x, y)f_2(x, y), \quad V = V_1 + V_2,$$

$$(V_1f_2)(x, y) = \int_{\mathbb{T}^d} f_2(x, t)dt, \quad (V_2f_2)(x, y) = \int_{\mathbb{T}^d} f_2(t, y)dt.$$

Here  $\mathbf{u}(\cdot)$  and  $\mathbf{v}(\cdot)$  are real-valued continuous functions on  $\mathbb{T}^d$ , and the function  $\mathbf{w}_\gamma(\cdot, \cdot)$  has form  $\mathbf{w}_\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}) + \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x} + \mathbf{y})$ ,

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^d (1 - \cos x_k).$$

Under these assumptions the operator  $\mathcal{A}_{\mu, \lambda}(\boldsymbol{\gamma})$  is a linear, bounded and self-adjoint in  $\mathbf{H}$ . It is easy to see that

$$(\mathbf{A}_{12}^* \mathbf{f}_1)(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2}(\mathbf{v}(\mathbf{y})\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) - \mathbf{v}(\mathbf{x})\mathbf{f}_1(\mathbf{y})), \mathbf{f}_1 \in \mathbf{H}_1.$$

Let  $\bar{\mathbf{H}}$  be the direct sum of Hilbert spaces  $\bar{\mathbf{H}}_1 = L_2(\mathbb{T}^d)$  and  $\bar{\mathbf{H}}_2 = L_2((\mathbb{T}^d)^2)$ , that is,  $\bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{H}}_1 \oplus \bar{\mathbf{H}}_2$ . In order to study the essential spectrum of  $\mathcal{A}_{\mu, \lambda}(\boldsymbol{\gamma})$ , we introduce so called the channel operator:

$$\mathcal{A}_{\mu, \lambda}^{CH}(\boldsymbol{\gamma}) := \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\mathbf{A}_{12} \\ \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\mathbf{A}_{12}^* & \mathbf{A}_{22}^0(\boldsymbol{\gamma}) - \mu\mathbf{V}_1 \end{pmatrix}.$$

Here, the matrix elements are defined as follows.

$$(\mathbf{A}_{11}\mathbf{f}_1)(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x})\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), (\mathbf{A}_{12}\mathbf{f}_2)(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{T}^d} \mathbf{v}(t)\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, t)dt,$$

$$\mathbf{A}_{22}^0\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{w}_\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y})\mathbf{f}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (\mathbf{V}_1\mathbf{f}_2)(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \int_{\mathbb{T}^d} \mathbf{f}_2(\mathbf{x}, t)dt.$$

We introduce the operator  $h_{\mu, \lambda}(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x})$  acting in the  $\mathbb{C} \oplus L_2(\mathbb{T}^d)$  as

$$h_{\mu, \lambda}(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}) := \begin{pmatrix} h_{00}(\mathbf{x}) & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}h_{01} \\ \frac{\lambda}{\sqrt{2}}h_{01}^* & h_{11}^0(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}) - \mu k \end{pmatrix}.$$

The matrix elements are defined as follows:

$$h_{00}(\mathbf{x})\mathbf{f}_0 = \mathbf{u}(\mathbf{x})\mathbf{f}_0, \quad h_{01}\mathbf{f}_1 = \int_{\mathbb{T}^d} \mathbf{v}(t)\mathbf{f}_1(t) dt, \quad (h_{01}^*\mathbf{f}_0)(\mathbf{y}) = \mathbf{v}(\mathbf{y})\mathbf{f}_0,$$

$$(h_{11}^0(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x})\mathbf{f}_1)(\mathbf{y}) = \mathbf{w}_\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y})\mathbf{f}_1(\mathbf{y}), \quad (k\mathbf{f}_1)(\mathbf{y}) = \int_{\mathbb{T}^d} \mathbf{f}_1(t) dt.$$

Theorem 1. For the spectrum of channel operator we have

$$\sigma(\mathbf{H}_{\mu, \lambda}^{CH}(\boldsymbol{\gamma})) = \sigma_{ess}(\mathbf{H}_{\mu, \lambda}^{CH}(\boldsymbol{\gamma})) = \bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbb{T}^d} \sigma(h_{\mu, \lambda}(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x})).$$

Theorem 2. The equality  $\sigma(H_{\mu, \lambda}(\boldsymbol{\gamma})) = \sigma_{ess}(H_{\mu, \lambda}^{CH}(\boldsymbol{\gamma}))$  holds.

## ON INVARIANT SETS OF A QUADRATIC NON-STOCHASTIC OPERATOR.

**Xudayarov S.S.**

*Bukhara Branch of the Institute of Mathematics named after*

*V.I.Romanovsky, Bukhara, Uzbekistan.*

*E-mail: [xsanat83@mail.ru](mailto:xsanat83@mail.ru)*

Non-linear dynamical systems arise in many problems of biology, physics and other sciences. In particular, quadratic dynamical systems describe the behavior of populations of different species with population models [1, 2, 3].

Let  $E = \{1, 2, \dots, m\}$ . A distribution on the set  $E$  is a probability measure  $x = (x_1, \dots, x_m)$ , i.e., an element of the simplex:

$$S^{m-1} = \{x \in R : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1\}.$$

In general, a quadratic operator  $V$ ,  $V: x \in R^m \rightarrow x' = V(x) \in R^m$  is defined by:

$$V: x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, \dots, m \quad (1)$$

In this talk we are interested to a non-stochastic quadratic mapping of simplex to itself, i.e.  $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ .

**Definition.** [3] A quadratic operator (1), preserving a simplex, is called non-stochastic (QnSO) if at least one of its coefficients  $P_{ij,k}$ ,  $i \neq j$  is negative.

Consider the following example of QnSO on the two-dimensional simplex  $S^2$ .

$$\begin{cases} x'_1 = \frac{1}{2}(x_3 - x_2)^2 + \frac{3}{2}x_1(x_2 + x_3) \\ x'_2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_3)^2 + \frac{3}{2}x_2(x_1 + x_3) \\ x'_3 = \frac{1}{2}(x_2 - x_1)^2 + \frac{3}{2}x_3(x_1 + x_2) \end{cases} \quad (2)$$

**1. Fixed points.** The fixed points are solutions to the system

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(x_3 - x_2)^2 + \frac{3}{2}x_1(x_2 + x_3) \\ x_2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_3)^2 + \frac{3}{2}x_2(x_1 + x_3) \\ x_3 = \frac{1}{2}(x_2 - x_1)^2 + \frac{3}{2}x_3(x_1 + x_2) \end{cases}$$

By full analysis this system one obtains the following family of fixed points:

$$\left( \frac{4x_3 - 1 + \sqrt{48x_3^2 - 40x_3 + 9}}{4}, \frac{5 - 8x_3 - \sqrt{48x_3^2 - 40x_3 + 9}}{4}, x_3 \right)$$

where  $x_3 \in \left[0, \frac{1}{2}\right)$ .

**2. Invariant sets.** Recall that a set  $M$  is called invariant with respect to an operator  $V$  if  $V(M) \subset M$ .

Introduce the following sets:

$$M_1 = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in S^2: x_3 > x_1 > x_2 > \frac{1}{6} \right\}$$

$$M_2 = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in S^2: x_3 > x_2 > x_1 > \frac{1}{6} \right\}$$

$$M_3 = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in S^2: x_2 > x_3 > x_1 > \frac{1}{6} \right\}$$

$$M_4 = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in S^2: x_2 > x_1 > x_3 > \frac{1}{6} \right\}$$

$$M_5 = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in S^2: x_1 > x_2 > x_3 > \frac{1}{6} \right\}$$

$$M_6 = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in S^2: x_1 > x_3 > x_2 > \frac{1}{6} \right\}$$

**Theorem.** The sets  $M_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  are invariant with respect to the operator  $V_0$ . Moreover, each median of the simplex  $S^2$  is an invariant.

## REFERENCES

1. Lyubich Yu.I., Mathematical structures in population genetics, *Springer-Verlag*, 1992.
2. Rozikov U.A., Population dynamics: algebraic and probabilistic approach. *World Sci. Publ.* Singapore. 2020.
3. Rozikov U.A., Xudayarov S.S. Quadratic non-stochastic operators: Examples of splitted chaos, *Annals of Functional Analysis*, 2022, V. 13., No.1, 17 pages.

## s – d MODELGA MOS SCHRÖDINGER TIPLI OPERATORNING SPEKTRAL XOSSALARI

**Xurramov Y.S.**

*O'zMU Jizzax filiali, Jizzax, O'zbekiston*

*E-mail: [yxurramov94@mail.ru](mailto:yxurramov94@mail.ru)*

Faraz qilaylik  $L_2(T^1)$ -bir o'lchamli tor  $T^1 = (-\pi, \pi]$  da kvadrati bilan (Lebeg ma'nosida) integrallanuvchi funksiyalar fazosi bo'lsin. Bu fazoda quydagicha aniqlangan  $H_A(k)$ ,  $k \in T^1$  operatorni qaraymiz.

$$H_A(k) = H_0(k) + \frac{A}{2}V \quad (1)$$

bunda  $A > 0$  va  $H_0(k)$ -operator  $E_{AS}(k; \cdot) := E(k; \cdot)$  funksiyaga ko'paytirish operatori:

$$(H_0(k)f)(p) = E(k, p)f(p), f \in L_2(T^1)$$

bunda  $S > 0$  va

$$E(k; p) = \varepsilon\left(\frac{k}{2} - p\right) + \varepsilon\left(\frac{k}{2} + p\right) - AS = 2\left(1 - \cos\frac{k}{2}\cos p\right) - AS$$

bunda  $\varepsilon(p) = 1 - \cos p$ .  $V$  – ikki o'lchamli integral operator:

$$(Vf)(p) = \int_{T^1} \cos(p - q)f(q)dq, f \in L_2(T^1),$$

(1) formula bilan aniqlangan  $H_A(k)$ ,  $k \in T^1$  operator chiziqli chegaralangan, o'z-o'ziga qo'shma operator,  $V$  operator nomanfiy, ya'ni  $f \in \mathcal{H}$  uchun  $(Vf, f) \geq 0$  va  $V$  kompakt operator bo'ladi. Operator  $V \geq 0$  ning nomanfiyligidan uning musbat kvadrat ildizi  $V^{\frac{1}{2}}$  ham mavjudligi kelib chiqadi.  $V$  chekli o'lchamli (ikki o'lchamli) operator bo'lganligi uchun u kompakt operator bo'ladi.  $H_A(k)$  operator o'z-o'ziga qo'shma operator bo'lganligi uchun uning qoldiq spektri bo'sh to'plam bo'lib, spektri haqiqiy sonlar to'plamining qismidan iborat, ya'ni

$$\sigma(H_A(k)) \subset \mathbb{R}.$$

$(H_0(k)f)(p) = E(k; p)f(p)$ ,  $f \in L_2(T^1)$  operatorning spektri faqat muhim spektrdan iborat va uning uchun quydagi tenglik o'rinli, ya'ni

$$\sigma_{ess}(H_0(k)) = [m(k), M(k)]. \quad (2)$$

bunda

$$m(k) = \min_{p \in T^1} E(k; p) = E(k; 0) = 2\left(1 - \cos\frac{k}{2}\right) - AS,$$

$$M(k) = \max_{p \in T^1} E(k; p) = E(k; \pi) = 2\left(1 + \cos\frac{k}{2}\right) - AS.$$

$H_0(k)$  operatorning o'z-o'ziga qo'shma operator va  $V$  operatorning kompakt (ikki o'lchamli) operatorligidan ekanligidan muhim spektr turg'unligi haqidagi G.Veyl teoremasi (qarang [2]) va (2) tenglikga ko'ra

$$\sigma_{ess}(H_A(k)) = \sigma_{ess}(H_0(k)) = [m(k), M(k)]$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

**Lemma 1**  $A, S > 0$  bo'lsin. U holda ixtiyoriy  $k \in (-\pi, \pi)$  larda quydagi tengsizlik barcha  $(-\infty, m(k))$ lar uchun o'rinli bo'ladi, ya'ni:

$$\Delta(k; z) > 0$$

**Lemma 2** Ixtiyoriy  $A, S > 0$  va  $k \in (-\pi, \pi)$  bo'lsin. U holda  $z \in \mathbb{C} \setminus [m(k), M(k)]$  soni  $H_A(k)$  operatorning xos qiymati bo'lishi uchun  $\Delta(k; z) = 0$  bo'lishi zarur va yetarli.

**Teorema 1**  $A, S > 0$  bo'lsin. U holda barcha  $k \in (-\pi, \pi)$  larda  $H_A(k)$  operator  $(-\infty, m(k))$  oraliqda xos qiymatga ega bo'lmaydi.

**Teorema 2**  $A, S > 0$  bo'lsin. U holda barcha  $k \in (-\pi, \pi)$  larda  $H_A(k)$  operator  $(M(k), +\infty)$  oraliqda ikkita  $z_1(A, k)$  va  $z_2(A, k)$  xos qiymatlarga ega va ularga mos xos funksiyalar

$$f_i(p) = \frac{A}{2} \cdot \frac{C_{1i}\cos p + C_{2i}\sin p}{z_i(A, k) - E(k; p)}, \quad i = 1, 2$$

ko'rinishda bo'ladi.

Faraz qilaylik  $k = \pi$  bo'lsin. U holda  $H_A(\pi)$  operatorning spektri  $\sigma(H_A(\pi)) = \left\{\frac{A\pi}{2} - AS + 2, 2 - AS\right\}$  dan iborat.

## ADABIYOTLAR

1. A.T.Boltayev. "Svyazannie sostoyaniya operatora tipa Shredingera assotsiirovannogo s S-D obbennoy modeli" 4-son UzMJ 2015.
2. Reed M., Simon B.: Methods of modern mathematical physics. IV: Analysis of operators. Academic Press, N.Y., London 1978.

## ОБ АНАЛОГЕ ТЕОРЕМЫ БЛАНШЕТА ДЛЯ $\alpha$ – СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Абдикадиров С.М.

Каракалпакский Государственный Университет

E-mail: [subxan01102017@gmail.com](mailto:subxan01102017@gmail.com)

Пусть  $\alpha$  – произвольная замкнутая, строго положительная дифференциальная форма бистепени  $(n-1, n-1)$  в области  $D \subset \mathbb{C}^n$ :

$$\alpha = \left(\frac{i}{2}\right)^{n-1} \sum_{j,k=1}^n \alpha_{jk}(z) dz[j] \wedge d\bar{z}[k], \alpha_{jk}(z) \in C^1(D), d\alpha = 0,$$

где

$$dz[j] = dz_1 \wedge \dots \wedge dz_{j-1} \wedge dz_{j+1} \wedge \dots \wedge dz_n, d\bar{z}[k] = d\bar{z}_1 \wedge \dots \wedge d\bar{z}_{k-1} \wedge d\bar{z}_{k+1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}_n.$$

**Определение 1.** (см.[1]) Двжды гладкая в области  $D \subset \mathbb{C}^n$  функция  $u(z) \in C^2(D)$  называется  $\alpha$ -субгармонической, если  $dd^c u \wedge \alpha \geq 0$  в  $D$ .

**Определение 2.** (см.[2]) Функция  $u(z) \in L^1_{loc}(D)$  называется  $\alpha$ -субгармонической в области  $D \subset \mathbb{C}^n$ , если

1) она полунепрерывна сверху в  $D$ , т. е.  $u(z^0) \geq \overline{\lim}_{z \rightarrow z^0} u(z), \forall z^0 \in D$ ;

2) оператор  $dd^c u \wedge \alpha$  положителен в обобщенном смысле, то есть для обобщенной функции  $dd^c u(z) \wedge \alpha(z)(\varphi)$  выполняется

$$dd^c u(z) \wedge \alpha(z)(\varphi) = \int_D u(z) \alpha(z) \wedge dd^c \varphi(z) \geq 0, \forall \varphi \in F(D), \varphi \geq 0.$$

Класс  $\alpha$ -субгармонических функций обозначается через  $\alpha-sh(D)$ , причем для удобства, включаем в этот класс и функцию  $u(z) \equiv -\infty$ . Для  $\alpha = \beta^{n-1} = (dd^c |z|^2)^{n-1}$  мы будем иметь классические субгармонические функции. Заметим, что  $dd^c u \wedge \beta^{n-1} = (n-1)! \Delta u dV$ . При  $n=1$  на комплексной плоскости  $\alpha$ -субгармоничность функции эквивалентна обычной субгармоничности.

Теперь приведём основную теорему, которая обобщает теорему Бланшета (см. [3], стр. 312) об устранимых особенностях субгармонических функций.

**Теорема 2.** Пусть  $D$  область в  $\mathbb{C}^n$ ,  $n \geq 2$  и  $S$  гиперповерхность из класса  $C^1$  которая разделяет  $D$  на две подобласти  $D_1$  и  $D_2$ , а функция  $u \in C(D) \cap W_1^2(D_1 \cup D_2)$  является  $\alpha$ -субгармонической на  $D_1$  и  $D_2$ . Если на  $S$  для функции  $u_1 \equiv u|_{D_1}$  и  $u_2 \equiv u|_{D_2}$  почти всюду существуют нормальные производные  $\frac{\partial u_l(z)}{\partial \nu^k} \in L_1(S)$  ( $k, l = 1, 2$ ) и выполняется почти всюду неравенство

$$\frac{\partial u_2(z)}{\partial \nu^1} \geq \frac{\partial u_1(z)}{\partial \nu^1} \text{ или } \frac{\partial u_2(z)}{\partial \nu^2} \leq \frac{\partial u_1(z)}{\partial \nu^2},$$

где  $\nu^k = (\nu_1^k, \nu_2^k, \dots, \nu_{2n}^k)$  - единичная внешняя нормаль к границе  $D_k$  ( $k = 1, 2$ ), тогда функция  $u(z)$  является  $\alpha$ -субгармонической в  $D$ .

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ваисова М.Д. Теория потенциала в классе  $\alpha$ -субгармонических функций. // Узбекский математический журнал. Ташкент, 2016, № 3, с. 46-52.
2. Б.И. Абдуллаев, С.А. Имомкулов, Р.А. Шарипов.  $\alpha$ -субгармонические функции. // Современная математика. Фундаментальные направления. РУДН, том 67, № 4 (2021), с. 620-633.
3. Blanchet P. On removable singularities of subharmonic and plurisubharmonic functions. // Complex Variables, 26 (1995), pp. 311-322.

### ПРИНЦИП РАВНОМЕРНОЙ ОГРАНИЧЕННОСТИ MAX-PLUS-ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Актамов Ф.С.

Чирчикский Государственный педагогический институт, Чирчик, Узбекистан

E-mail: [feruzaktamov28@gmail.com](mailto:feruzaktamov28@gmail.com)

Известно, что теорема Банаха-Штейнгауза является одним из основных принципов функционального анализа. В настоящей заметке приводим вариант теоремы Банаха-Штейнгауза для max-plus-линейных операторов на пространствах с порядковой единицей.



Рассмотрим частично упорядоченные векторные пространства  $(E, \leq)$ ,  $(F, \leq)$ . Определим операции  $\oplus$  и  $\odot$  по правилам:  $x \oplus y = \max\{x, y\}$  и  $x \odot y = x + y$ ,  $\lambda \odot y = \lambda_E + y$ ,  $x, y \in E$ ,  $\lambda \in R$ , где  $\lambda_E = \lambda \cdot 1_E$ , а  $1_E$  – порядковая единица пространства  $E$ .

Отображение  $T: E \rightarrow F$  называется max-plus-линейным, если для произвольных элементов  $x, y \in E$  имеем

$$T(\alpha \odot x \oplus_E \beta \odot y) = \alpha \odot T(x) \oplus_F \beta \odot T(y).$$

**Предложение 1.** Если  $E$  и  $F$  – пространства с порядковой единицей, то всякий max-plus-линейный оператор  $T: E \rightarrow F$  непрерывен.

**Лемма 1.** Если max-plus-линейный оператор  $T: E \rightarrow F$  непрерывен в нуле  $0_E$ , то он непрерывен на всем  $E$ .

**Лемма 2.** Для любого max-plus-линейного оператора  $T: E \rightarrow F$  на пространствах с порядковой единицей имеет место  $T(1_E) < \infty$ .

**Предложение 2.** Всякий max-plus-линейный оператор  $T: E \rightarrow F$  пространств  $E$  и  $F$  с порядковой единицей ограничен.

**Следствие 1.** Всякий max-plus-линейный оператор на пространствах с порядковой единицей непрерывен (или, то же самое, ограничен).

Пусть  $E$  и  $F$  – пространства с порядковыми единицами  $1_E$  и  $1_F$ , соответственно, а  $H$  – некоторое семейство max-plus-линейных операторов  $T: E \rightarrow F$ . Назовем семейство  $H$  равностепенно непрерывным, если для любой окрестности нуля  $V$  в  $F$  существует окрестность  $U$  нуля в  $E$  такая, что  $T(U) \subset V$  для всех  $T \in H$ . Если семейство  $H$  состоит лишь одного max-plus-линейного оператора  $T$ , то семейство  $H$  равностепенно непрерывно, так как непрерывен  $T$ , и  $H$  равномерно ограничено в силу ограниченности  $T$ . Следующее утверждение показывает, что любое равностепенно непрерывное семейство max-plus-линейных операторов на пространствах с порядковой единицей равномерно ограничено.

**Предложение 3.** Пусть  $E$  и  $F$  – пространства с порядковой единицей,  $H$  – равностепенно непрерывное семейство max-plus-линейных операторов  $T: E \rightarrow F$ , а  $A$  – ограниченное подмножество в  $E$ . Тогда в  $F$  существует такое ограниченное множество  $B$ , что  $T(A) \subset B$  для любого  $T \in H$ .

Следующая теорема является вариантом теоремы Банаха-Штейнгауза для max-plus-линейных операторов.

**Теорема 1.** Пусть  $E$  и  $F$  – пространства с порядковой единицей,  $H$  – некоторое семейство max-plus-линейных операторов:  $T: E \rightarrow F$ , а  $A$  – множество всех таких точек  $x \in E$ , орбиты

$$H(x) = \{T(x) : T \in H\}$$

которых ограничены в  $F$ . Если  $A$  – множество второй категории, то  $A = E$  и семейство  $H$  равностепенно непрерывно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Заитов А. А. Слабо аддитивные функционалы на топологических пространствах. //Докторская диссертация, 2011.
2. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир. 1985. – 596 с.
3. Литвинов Г. Л., Маслов В. П., Шпиз Г. Б. Идемпотентный функциональный анализ. Алгебраический подход. //Математические заметки. 2001. Т. 69, № 5. Стр. 758-797.

## МНОЖЕСТВО ОСОБЕННОСТЕЙ СЕПАРАТНО-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

<sup>1</sup>Атамуратов А.А., <sup>2</sup>Расулов К.К.

<sup>1</sup>Институт Математики им. В.И. Романовского АН РУз,

<sup>2</sup>Ургенчский государственный университет

Известная теорема Хартогса[1] утверждает, что если функция  $f$  голоморфна в любой точке области  $D \subset \mathbb{C}^n$  по каждому из переменных  $z_\nu$ , то она голоморфна в  $D$  по совокупности переменных. Этот фундаментальный результат положил основу теории сепаратно-аналитических функций. Сепаратно-аналитические функции исследованы многими авторами. В частности, работах

М.Хукухара[2], И.Шимоды[3], Т.Терада[4], А.С.Садуллаева и С.А.Имомкулова[5], А.С.Садуллаева и Т.Т.Туйчиева[6] получены замечательные результаты.

Хукухара поставил следующую задачу: функция  $f(z, w)$  голоморфна или нет в области  $U \times V \subset \mathbb{C}_z \times \mathbb{C}_w$ , когда  $f(z, w)$  голоморфна по  $w$  для каждого фиксированного  $z \in U$  и голоморфна по  $z$  для каждой фиксированной точки  $w_m$  из счетного множества  $E$ , имеющее хотя бы одну предельную точку  $w_0 \in V$ .

В 1957 году Шимода[3] дал следующее решение проблемы.

**Теорема 1.** [3]. Пусть  $f(z, w)$  функция определена на поликруге  $U \times V = \{|z| < 1\} \times \{|w| < 1\} \subset \mathbb{C}^2$  и пусть  $E \subset V$  счетное подмножество имеющий хотя бы одну предельную точку принадлежащее  $V$ . Если

1. для каждого фиксированного  $z^0 \in U$ ,  $f(z^0, w) \in \mathcal{O}(V)$ ,

2. для каждого фиксированного  $w^0 \in E$ ,  $f(z, w^0) \in \mathcal{O}(U)$ ,

то существует нигде не плотное замкнутое множество  $S \subset U$  такое, что  $f(z, w) \in \mathcal{O}((U \setminus S) \times V)$ .

В данной работе мы построим важные примеры, описывающие вероятные структуры особых (исключительного множества  $S$ ) множеств для функций удовлетворяющие условиями сепаратно-аналитичности в задаче Хукухары.

Кроме того мы докажем следующее основное утверждение.

**Теорема 2.** Пусть  $f(z, w)$  определено в области  $U \times V = \{|z| < 1\} \times \{|w| < 1\} \subset \mathbb{C}_z^n \times \mathbb{C}_w$  и пусть  $\{w_j\}$  последовательность точек из  $V$  которые стремятся к нулю. Если существует полунепрерывная снизу на  $U$  функция  $r(z)$ , ( $r(z) > 0$ ), и выполняется следующие условия,

1. для каждого фиксированного  $z^0 \in U$ ,  $f(z^0, w) \in \mathcal{O}(|w| < r(z^0))$ ,

2. для каждого фиксированного  $j = 1, 2, \dots$ ,  $f(z, w_j) \in \mathcal{O}(U)$ .

Тогда существует нигде не плотное множество  $S$  на  $U$  и полунепрерывная снизу на  $U \setminus S$  функция  $R_*(z)$  такая, что  $f(z, w) \in \mathcal{O}((U \setminus S) \times \{|w| < R_*(z)\})$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. - М., Наука, 1985. Ч. 2.
2. Hukuhara M. L'extension du théorème d'Osgood et de Hartogs. Kansû-hôteisiki oyobi Ôyô-kaiseiki (1930), 48-49.
3. Shimoda I. Notes on the functions of two complex variables. J. Gakugei Tokushima Univ., 8 (1957), 1-3.
4. Terada T. Sur une certaine condition sous laquelle une fonction de plusieurs variables complexes est holomorphe, Publ. Res. Inst. Math. Sci., Kyoto Univ., Ser. A, 2 (1967) 383-396.
5. Sadullaev A.S., Imomkulov S.A. Extension of holomorphic and pluriharmonic functions with thin singularities on parallel sections. Proc. Steklov. Inst. Math. 253(2006). 144-159.
6. Садуллаев А.С., Туйчиев Т.Т. О продолжении рядов Хартогса, допускающих голоморфное продолжение на параллельные сечения, Уз. мат. журн. 2009. №1. с. 148-157.

## КРИТЕРИЙ ЦИКЛИЧЕСКОЙ КОМПАКТНОСТИ МНОЖЕСТВ В БАНАХОВЫХ МОДУЛЯХ

Бегижонов И. И.

Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан

Пусть  $X$  — банахов модуль над  $L^0$  [2–4] (считаем, что  $L^0 = L^0(\Omega, \Sigma, \mu)$ , где  $\mu$  — конечная полная счетно аддитивная мера на  $\Sigma$ ),  $B(\Omega)$  — полная булева алгебра всех идемпотентов из  $L^0$ .

Под разбиением единицы булевой алгебры  $B(\Omega)$  понимаются наборы  $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}} \subset B(\Omega)$  для которых  $\sup_{\alpha \in \mathcal{A}} e_\alpha = 1$  и  $e_\alpha e_\beta = 0$  при  $\alpha \neq \beta$ , при этом, не требуется, что  $e_\alpha \neq 0$  для всех  $\alpha \in \mathcal{A}$  (здесь:  $\mathbf{1}$  — единица в  $B(\Omega)$ ).

Пусть  $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}}$  — разбиение единицы в булевой алгебре  $B(\Omega)$  всех идемпотентов в  $L^0$ ,  $\{x_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}} \subset X$ . Элемент  $x \in X$  называется перемешиванием семейства  $\{x_\alpha\}$  относительно  $\{e_\alpha\}$ , если  $e_\alpha x = e_\alpha x_\alpha$  для всех  $\alpha \in \mathcal{A}$  ([1], п. 1.1.2). Перемешивание единственно ([1], п. 1.1.2) и обозначается через  $\sup_{\alpha \in \mathcal{A}} (e_\alpha x_\alpha)$ .

Используя (bo)-полноту банахова  $L^0$ -модуля  $X$ , получим, что  $\text{mix}_{\alpha \in \mathcal{A}} (e_\alpha x_\alpha)$  существует для любых  $\{x_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}} \subset X$  и разбиения единицы  $\{e_\alpha\} \subset B(\Omega)$ .

Множество всех перемешиваний  $\text{mix}_{\alpha \in \mathcal{A}}(e_\alpha x_\alpha)$ , где  $\{x_\alpha\} \subset E \subset X$ , называется циклической оболочкой подмножества  $E$  из  $X$  и обозначается через  $\text{mix}(E)$ . Если  $E = \text{mix}(E)$ , то говорят, что  $E$  — циклическое подмножество ([1], п. 1.1.2).

Ясно, что  $X = \text{mix}(X)$ . Кроме того, если  $U(r) = \{x \in X: \|\cdot\|_X \leq r\}$ , где  $0 \leq r \in L^0$ , то  $\text{mix}U(r) = U(r)$ .

Поскольку  $\mu$  — конечная мера на  $\Sigma$ , то  $B(\Omega)$  — полная булева алгебра счётного типа, и поэтому множество ненулевых элементов любого разбиения единицы в  $B(\Omega)$  не более чем счётно.

Напомним, что частично упорядоченное множество  $(\mathcal{A}, \leq)$  называется направлением, если для любых  $\alpha, \beta \in \mathcal{A}$  существует такое  $\gamma \in \mathcal{A}$ , что  $\alpha \leq \gamma$  и  $\beta \leq \gamma$ . Обозначим через  $P(\mathbb{N})$  множество всех счетных разбиений единицы в  $B(\Omega)$ , занумерованных натуральными числами  $n \in \mathbb{N}$ , т. е.

$$P(\mathbb{N}) = \left\{ a: \mathbb{N} \rightarrow B(\Omega) \mid a(n) \wedge a(m) = 0, n \neq m, \sup_{n \in \mathbb{N}} a(n) = \mathbf{1} \right\}.$$

Введем в  $P(\mathbb{N})$  частичный порядок, полагая для  $a, b \in P(\mathbb{N})$ , что  $a \leq b \Leftrightarrow \forall n, m \in \mathbb{N}$  из  $a(n) \wedge a(m) \neq 0$  следует  $n \leq m$ . В [1] показано, что введенное отношение  $a \leq b$  есть отношение частичного порядка на  $P(\mathbb{N})$ .

В [1] показано, частично упорядоченное множество  $(P(\mathbb{N}), \leq)$  является направлением.

Нам понадобится понятие подсети  $\{x_\beta\}_{\beta \in B}$  сети  $\{x_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}}$ . Подмножество  $B \subset (\mathcal{A}, \leq)$  называется конфинальным в  $\mathcal{A}$ , если для любого  $\alpha \in \mathcal{A}$  существует такое  $\beta \in B$ , что  $\alpha \leq \beta$ . Ясно, что конфинальное подмножество  $B$  в  $(\mathcal{A}, \leq)$  само является направленным множеством относительно частичного порядка, индуцированного из  $\mathcal{A}$ . Сеть  $\{x_\beta\}_{\beta \in B}$ , обычно, называют подсетью сети  $\{x_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}}$ , или конфинальной подсетью сети  $\{x_\alpha\}_{\alpha \in \mathcal{A}}$ .

Пусть  $(X, \|\cdot\|_X)$  — банахов  $L^0$ -модуль,  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  — последовательность из  $X$ . Для каждого  $a \in P(\mathbb{N})$  положим  $x_a = \text{mix}_{n \in \mathbb{N}}(a(n)x_n)$ . Появляется сеть  $\{x_a\}_{a \in P(\mathbb{N})}$ . Всякую подсеть сети  $\{x_a\}_{a \in P(\mathbb{N})}$  называют циклической подсетью исходной последовательности  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ .

**Определение.** Подмножество  $K \subset X$  называется циклически компактным, если  $K = \text{mix}(K)$  и всякая последовательность из  $K$  обладает циклической подсетью,  $(bo)$ -сходящейся к некоторому элементу из  $K$ .

Подмножество  $K \subset X$  называется относительно циклически компактным, если  $K$  содержится в некотором циклически компактном множестве из  $X$  [6].

Подмножество  $F \subseteq X$  называется  $(bo)$ -замкнутым, если из условий  $x_\alpha \xrightarrow{(bo)} x$ ,  $\{x_\alpha\} \subset F$  следует, что  $x \in F$ . Если булева алгебра  $\nabla$  является счетной, то подмножество  $F \subseteq X$   $(bo)$ -замкнуто тогда и только тогда, когда для любой последовательности  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset F$ ,  $x_n \xrightarrow{(bo)} x$  можно сделать вывод, что  $x \in F$  [5]. Следовательно, множество  $K \subset X$  является циклически компактным тогда и только тогда, когда  $K$  относительно циклически компактно и  $(bo)$ -замкнуто.

**Теорема.** Пусть  $(X, \|\cdot\|)$  — это конечномерный (соответственно, -конечномерный) банахов  $L^0$ -модуль, а  $K$  — циклическое множество в  $(X, \|\cdot\|)$ . Следующие условия являются эквивалентными:

- 1)  $K$  — относительно циклически компактное множество (соответственно, циклически компактное множество);
- 2)  $K$  —  $L^0$ -ограниченное множество (соответственно,  $L^0$ -ограниченное и  $(bo)$ -замкнутое множество).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кусраев А.Г. Мажорируемые операторы. М. «Наука», 2003.
2. Каримов Ж.А. Модули Капланского — Гильберта над алгеброй измеримых функций. Узбекский математический журнал, 2010, № 4, С.74–81.
3. Каримов Ж.А. Эквивалентность норм в конечномерных  $C_\infty(Q)$ -модулях. Вестник НУУз, 2017, № 2/1, С. 100–108.
4. Chilin V.I., Karimov J.A. Strictly homogeneous laterally complete modules. J. Phys. Conf. Ser., 2016, V. 697, 012002.
5. Vulikh B.Z. Introduction to the theory of partially ordered spaces. Wolters-Noordhoff Sci. Publ., Groningen, 1967.
6. Бегижонов И. Циклически компактные множества в банаховых модулях над  $L^0$ . Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции Теоретические основы и прикладные задачи современной математики», Андижан, 28 марта 2022 года, С.416–418.

## ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ СУММАМИ ФУРЬЕ–ЧЕБЫШЁВА В ПРОСТРАНСТВЕ $L_{2,\mu}$

**Бекназаров Дж.Х.**

*Худжандский государственный университет имени академика Б.Гафурова, Таджикистан*

В работе найдены точные значения верхних граней отклонения некоторых классов функций от их частных сумм рядов Фурье–Чебышёва в гильбертовом пространстве

$L_{2,\mu}[-1,1] := L_2(\mu(x);[-1,1])$  с весом Чебышёва  $\mu(x) = 1/\sqrt{1-x^2}$  суммируемых с квадратом функций  $f : [-1,1] \rightarrow \mathbf{R} := (-\infty, +\infty)$  и конечной нормой

$$\|f\|_{L_{2,\mu}[-1,1]} = \left( \int_{-1}^1 \mu(x) f^2(x) dx \right)^{1/2}.$$

Введём обозначения:  $\mathbf{N}$  – множество натуральных чисел,  $\mathbf{Z}_+ = \mathbf{N} \cup \{0\}$ ,  $\mathbf{R}_+ := (0, \infty)$  – множество всех положительных чисел. Следуя работы [1-4], в пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$  с помощью оператора обобщённого сдвига

$$F_h f(x) = \frac{1}{2} \left[ f\left(x \cosh h + \sqrt{1-x^2} \sinh h\right) + f\left(x \cosh h - \sqrt{1-x^2} \sinh h\right) \right],$$

определим обобщённый модуль непрерывности  $m$ -го порядка равенством

$$\Omega_m(f; t)_{L_{2,\mu}[-1,1]} = \sup \{ \|\Delta_h^m(f; \cdot)\|_{L_{2,\mu}[-1,1]} : |h| \leq t \},$$

где  $\Delta_h^m(f; x) = \Delta_h(\Delta_h^{m-1}(f; \cdot); x) = (F_h - I)^m f(x) = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} F_h^k f(x)$ ,

$F_h^0 f(x) \equiv f(x)$ ,  $F_h^k f(x) = F_h(F_h^{k-1} f(x))$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ ;  $m \in \mathbf{N}$  и  $I$  – единичный оператор в пространстве  $L_2$ .

Пусть далее

$$T_0(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}, \quad T_k(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(k \arccos x), \quad k = 1, 2, \dots, K$$

– ортонормированная система многочленов Чебышёва первого рода в пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$ . Тогда

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) T_k(x) \tag{1}$$

равенство есть ряд Фурье–Чебышёва функции  $f \in L_{2,\mu}[-1,1]$ , а

$$c_k(f) = \int_{-1}^1 \mu(x) f(x) T_k(x) dx$$

– коэффициенты Фурье–Чебышёва. Равенство в (1) понимается в смысле сходимости в пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$ .

Пусть теперь  $D = (1-x^2)\frac{d^2}{dx^2} - x\frac{d}{dx}$  – дифференциальный оператор второго порядка. Операторы высших порядков определим последовательно, полагая  $D^r = D(D^{r-1}f)$ , ( $r = 2, 3, \dots$ ).

**Теорема 1.** Пусть  $m, n \in \mathbf{N}, r \in \mathbf{Z}_+, f \in L_2^{(2r)}$  и  $0 < t \leq \pi/n$ . Тогда справедливы равенства

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f^{(r)} \neq \text{const}}} \frac{n^{2r} \|f - S_{n-1}(f)\|}{\left(\frac{1}{t} \int_0^t \Omega_m^{1/m}(D^r f; h) dh\right)^m} = \left(1 - \frac{\text{Si}(nh)}{nh}\right)^{-m}, \quad (2)$$

где

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du$$

– интегральный синус. Существует функция  $f_0 \in L_2^{(2r)}$ , реализующая в (2) верхнюю грань.

**Теорема 2.** Для произвольной  $t \in (0, \pi/n]$  справедливо неравенство

$$\frac{2^m}{n^{2r} (nt)^{2m}} \leq \sup_{f \in L_2^{(2r)}} \frac{E_{n-1}(f)_{2,\mu}}{\Omega_m(D^r f; t)_{2,\mu}} \leq \frac{2^m}{n^{2r}} \left(\frac{1}{(nt)^2} + \frac{1}{2}\right)^m. \quad (3)$$

Из (3), в частности, для константы Джексона–Стечкина имеет место двусторонняя оценка

$$\left(\frac{2}{\pi^2}\right)^m \cdot \frac{1}{n^{2r}} \leq \chi_{n,m,r}(\Omega_m; \pi/n)_{2,\mu} \leq \frac{2^m}{n^{2r}} \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{2}\right)^m.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шабозов М.Ш., Тухлиев К. К-функционалы и точные значения  $n$ -поперечников некоторых классов из  $L_2((1-x^2)^{-1/2}; [-1, 1])$ . // Изв. ТулГУ. Естест. науки. -2014. - вып.1. ч. 1. -С. 83-97.
2. Бекназаров Дж.Х. Верхние грани отклонения некоторых классов функций от их частных сумм рядов Фурье-Чебышёва в пространстве  $L_2$ . // Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. -2015. -1(158). -С. 20-32.

### С-СВОЙСТВО $\alpha$ –СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Гадаев С.

Ургенчский государственный университет

А.Картаном (см. [1]) доказан ёмкостный аналог С-свойства Лузина (см. [2]) для субгармонических функций: пусть  $u(x)$  субгармоническая функция в области  $G \subset \mathbb{R}^m$ , то для любого  $\varepsilon > 0$  существует открытое множество  $\mathcal{O}_\varepsilon \subset G$  с ньютоновской (логарфимической при  $m = 2$ ) ёмкостью  $\text{Cap}_{m-2}(\mathcal{O}_\varepsilon) < \varepsilon$  такое, что  $u(x)$  непрерывна в дополнении  $G \setminus \mathcal{O}_\varepsilon$ .

Пусть  $\alpha$  –произвольная замкнутая, строго положительная дифференциальная форма бистепени  $(n-1, n-1)$  в области  $D \subset \mathbb{C}^n$ :

$$\alpha = \left(\frac{i}{2}\right)^{n-1} \sum_{j,k=1}^n \alpha_{jk}(z) dz[j] \wedge d\bar{z}[k], \quad \alpha_{jk}(z) \in C^1(D), \quad d\alpha = 0,$$

где

$$dz[j] = dz_1 \wedge \dots \wedge dz_{j-1} \wedge dz_{j+1} \wedge \dots \wedge dz_n, \\ d\bar{z}[k] = d\bar{z}_1 \wedge \dots \wedge d\bar{z}_{k-1} \wedge d\bar{z}_{k+1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}_n.$$

**Определение.** (см. [3]) Функция  $u(z) \in L_{loc}^1(D)$  называется  $\alpha$  –субгармонической в области  $D \subset \mathbb{C}^n$ , если

1) она полунепрерывна сверху в  $D$ , т. е.  $u(z^0) \geq \overline{\lim}_{z \rightarrow z^0} u(z)$ ,  $\forall z^0 \in D$ ;

2) оператор  $dd^c u \wedge \alpha(z)(\varphi)$  положителен в обобщенном смысле, то есть для обобщенной функции  $dd^c u(z) \wedge \alpha(z)(\varphi)$  выполняется

$$dd^c u(z) \wedge \alpha(z)(\varphi) = \int_D u(z) \alpha(z) \wedge dd^c \varphi(z) \geq 0, \quad \forall \varphi \in F(D), \quad \varphi \geq 0.$$

Класс  $\alpha$ -субгармонических функций обозначается через  $\alpha$ -sh( $D$ ), причем для удобства, включаем в этот класс и функцию  $u(z) \equiv -\infty$ . Для  $\alpha = \beta^{n-1} = (dd^c |z|^2)^{n-1}$  мы будем иметь классические субгармонические функции. Заметим, что  $dd^c u \wedge \beta^{n-1} = (n-1)! \Delta u dV$ . При  $n = 1$  на комплексной плоскости  $\alpha$ -субгармоничность функции эквивалентно обычной субгармоничности.

Здесь мы получили следующий результат для класса  $\alpha$ -субгармонических функций.

**Теорема.** Пусть  $u(z)$   $\alpha$ -субгармоническая функция в области  $D \subset \mathbb{C}^n$ ,  $n > 1$ , то для любого  $\varepsilon > 0$  существует открытое множество  $\mathcal{O}_\varepsilon \subset D$  с ньютоновской ёмкостью  $Cap_{2n-2}(\mathcal{O}_\varepsilon) < \varepsilon$  такое, что  $u(z)$  является непрерывной в дополнении  $D \setminus \mathcal{O}_\varepsilon$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландкоф Н.С. Основы современной теории потенциала. – М.: Наука, 1966.–515с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.Б. Элементы теории функций и функционального анализа. – М: Наука, 1981.– 543 с.
3. Абдуллаев Б.И., Имомкулов С.А., Шарипов Р.А.  $\alpha$ -субгармонические функции. // Современная математика. Фундаментальные направления. РУДН, том 67, № 4 (2021), с. 620-633.

### ДИНАМИКА КВАДРАТИЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ С ВЫРОЖДЕННОЙ КОСОСИММЕТРИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕЙ

Ганиходжаев Р.Н., Эшмаматова Д.Б, Таджиева М.А.

ТГТУ, Ташкент, Узбекистан; 24dil@mail.ru.

Пусть  $S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, \dots, x_m) : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$  стандартный симплекс в  $\mathbb{R}^m$ , и

$A = (a_{ki})$ ,  $k, i = \overline{1, m}$  – кососимметрическая матрица при условии  $|a_{ki}| \leq 1$ . Отображение

$V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$  определяемое равенством

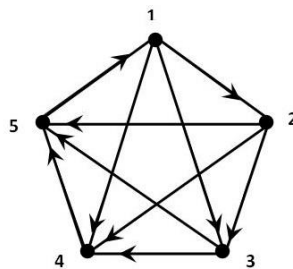
$$V : x'_k = x_k \left( 1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right), \quad k = 1, \dots, m, \quad (1)$$

называется дискретной динамической системой Лотки-Вольтерра [1]. Отображение вида (1) возникают в задачах популяционной генетики, описывающие эволюцию некоторой популяции во времени, причем время считается дискретным. Каждое отображение Лотки-Вольтерра связано некоторым полным или частично ориентированным графом [2].

**Определение.** Если хотя бы один главный минор четного порядка кососимметрической матрицы динамической системы (1) равен нулю, то такая матрица называется вырожденной.

Рассмотрим отображение Лотки-Вольтерра, действующее в

$S^4 = \{ x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^m, x_i \geq 0, \sum_{i=1}^5 x_i = 1 \}$ , с соответствующим однородным турниром  $T_5$ .



Отображение Лотки-Вольтерра, соответствующее этому турниру представляется равенствами:

$$V: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4 + a_{15}x_5), \\ \dot{x}_2 = x_2(1 + a_{12}x_1 - a_{23}x_3 - a_{24}x_4 - a_{25}x_5), \\ \dot{x}_3 = x_3(1 + a_{13}x_1 + a_{23}x_2 - a_{34}x_4 - a_{35}x_5), \\ \dot{x}_4 = x_4(1 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 - a_{45}x_5), \\ \dot{x}_5 = x_5(1 - a_{15}x_1 + a_{25}x_2 + a_{35}x_3 + a_{45}x_4). \end{cases} \quad (2)$$

Коэффициенты динамической системы (2) подберем так, что все главные миноры второго порядка кососимметрической матрицы отличны от нуля, а все главные миноры четвертого порядка равны нулю, при всех  $a_{ki} \neq 0$ . В таком случае на трех гранях существует по одной внутренней неподвижной точке это, грани –  $\Gamma_{125}, \Gamma_{135}, \Gamma_{145}$ , и тогда мы получаем подтурнир с вершинами в этих неподвижных точках.

Нами было изучено предельное поведение орбит внутренних точек относительно этого подтурнира.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ganikhodzhaev R.N. Quadratic stochastic operators, Lyapunov function and tournaments, Acad. Sci. Sb. Math., 76(2), (1993) pp.489-506.
2. Ganikhodzhaev R.N., Tadziewa M.A., Eshmatova D.B. Dynamical Properties of Quadratic Homeomorphisms of a Finite-Dimensional Simplex. Journal of Mathematical Sciences, 245(3). P.398-402.

## ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ МАКСИМАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ $L^2(\mathbb{R}^3)$ .

<sup>1</sup>Икромов И.А., <sup>2</sup>Баракаев А.М.

<sup>1</sup>Институт математики им. В.И. Романовский,

<sup>2</sup>Самаркандский государственный Университет.

E-mail: [ikromov1@rambler.ru](mailto:ikromov1@rambler.ru), [azamat1\\_9@mail.ru](mailto:azamat1_9@mail.ru)

В работе будем рассматривать проблему об ограниченности максимальных операторов, связанных с гиперповерхностями в пространстве квадратично суммируемых функций. В одном частном классе гиперповерхностей приведен критерий ограниченности максимальных операторов в пространстве  $L^2(\mathbb{R}^3)$ .

Пусть  $S$  гладкая гиперповерхность в  $\mathbb{R}^{n+1}$  и  $d\mu = \psi d\sigma$ , где  $d\sigma$ - индуцированная Лебегова мера на  $S$  и  $\psi$ - бесконечно-гладкая неотрицательная функция с компактным носителем в  $\mathbb{R}^{n+1}$  (т.е.  $\psi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$ ). Через  $\delta_t$  обозначим обычную гомотегию(дилатацию) заданную формулой  $\delta_t h(\xi) = \hat{h}(t\xi)$ . Рассмотрим следующий максимальный оператор

$$Mf(x) = \sup_{t>0} \left| \int_S f(x - ty)\psi(y)d\sigma(y) \right|. \quad (1)$$

**Определение 1.** Говорят, что максимальный оператор  $M$  ограничен в  $L^p$ , если существует положительное число  $C_p$  такое, что для любой функции  $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$ , выполняется неравенство:

$$\|Mf\|_{L^p} \leq C_p \|f\|_{L^p}, \quad (2)$$

где  $\|\cdot\|_{L^p}$  -естественная норма пространства  $L^p$ .

В работе [1] доказано что, если  $S$  выпуклая гиперповерхность конечного линейного типа и  $p \geq 2$ , то условие

$$d(x, H)^{-\frac{1}{p}} \in L_{loc}^1(S) \quad (3)$$

является необходимым и достаточным для ограниченности максимального оператора в  $L^p(\mathbb{R}^{n+1})$  т.е. удовлетворяют неравенству (2), где -любая гиперповерхность не проходящая через начало координат и  $d(x, H)$ -расстояния от  $x \in S$  до  $H$ . В работе [2] доказано, что если  $S \subset \mathbb{R}^3$  гладкая гиперповерхность, то при  $p > h(S) \geq 2$  (где  $h(S)$  высота гиперповерхности, введения в классической работе А.Н. Варченко[3]) то максимальный оператор ограничен. Из результатов С.Д. Согги [4] следует, что максимальный оператор ограничен в  $L^p$  при  $p > 2$ . Однако, вопрос об ограниченности максимального оператора при  $p = 2$  остается открытым. Полученный результат обобщают результат работы [1] для выпуклых функций, имеющих изолированный нуль в начале координат.

Пусть нам дана поверхность  $S = \{(x, y, z(x, y))\} \subset R^3$  и  $H$  её касательная плоскость в точке  $(0,0,0)$ . Обозначим через  $d(Y, H)$  расстояние от точки  $Y := (x, y, z(x, y))$  поверхности до ее касательной плоскости  $H$ . Более того пусть в некоторой окрестности начала координат поверхность  $S$  задана следующей формулой:

$$z := F(x, y) = x^2 b(x) + \varphi(y) + 1, \quad (4)$$

где  $b(0) \neq 0$  и  $\varphi(y)$  есть выпуклая функция, и производные всех порядков обращаются в нуль в точке  $0$ , то есть  $0 = \varphi(0) = \varphi'(0) = \dots = \varphi^n(0) = \dots$ . Кроме того пусть  $\varphi''(y) \geq 0$  для всех  $y \in U$ . Если существует  $y_1 > 0$  такое, что  $\varphi'(y_1) = 0$ , то при  $y \in [0, y_1]$  мы имеем:  $\varphi'(y) = 0$  и поэтому  $\varphi(y) \equiv 0$  на отрезке  $[0, y_1]$ . Тогда, легко показать, что максимальный оператор (1) неограничен в  $L^2$ . Аналогично если для некоторого  $y_2 < 0$   $\varphi'(y_2) = 0$  то максимальный оператор, определенный как (1) неограничен в  $L^2$ . Поэтому, можно считать, что при  $y > 0$   $\varphi'(y) > 0$  и  $\varphi'(y) < 0$  при  $y < 0$ . Отсюда следует, что  $\varphi$  на отрезке  $[0, \delta]$  (где  $\delta > 0$  некоторое положительное число) строго возрастает и на отрезке  $[-\delta, 0]$  строго убывает, в частности  $\varphi(y) > 0$  при  $y \neq 0$ . Таким образом для каждого  $u > 0$  имеем  $\varphi^{-1}(u) = \{z_1, z_2\}$  где  $z_2 > 0$  и  $z_1 < 0$ . Определим функцию  $\gamma$  по формуле  $\gamma(u) = z_2 - z_1 = |z_2| + |z_1|$ . Далее, пусть максимальный оператор определен как в (1), где  $\text{supp } \psi \subset U \subset S$ . Полученный результат мы сформулируем в виде следующий теореме.

**Теорема 1.** Если функция  $\varphi$  выпуклая и при любом  $u$ , отличном от нуля, положительна; то есть  $\varphi(y) > 0$  при  $y \neq 0$  и если, кроме этого  $\varphi^{(j)}(0) = 0$  для любого неотрицательного целого числа  $j$ , то для того чтобы максимальный оператор  $M$  был ограниченным в пространстве  $L^2(R^3)$  необходимо и достаточно выполнение условия:

$$\frac{1}{(d(Y, H))^{1/2}} \in L^1(S \cap U).$$

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. Iosevich~A., Sawyer~E. Maximal Averages over surfaces//Adv. in Math.,--1997.--132.--46.--P.119--187.
2. Ikromov I. A., Kempe M., Müller D. Estimates for maximal functions associated to hypersurfaces in  $R^3$  and related problems of harmonic analysis// Acta Math.,--2010.--204.--P.151-271
3. Варченко А.Н. Многогранники Ньютона и оценки осциллирующих интегралов.//Функциональный анализ и его прил.,--1976.10, No3.--Стр.13--38.
4. Sogge, C. D., Maximal operators associated to hypersurfaces with one nonvanishing principal curvature, in Fourier Analysis and Partial Differential Equations (Miraflores de la Sierra, 1992), Stud. Adv. Math., pp. 317–323. CRC, Boca Raton, FL, --1995.

### ОБ ОЦЕНКАХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ МЕР, СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НА ПОВЕРХНОСТЯХ, ИМЕЮЩИХ ОСОБЕННОСТЬ ТИПА $E_8$ .

Икромова Д. И.

*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*

Пусть  $S \subset R^3$  гладкая гиперповерхность и  $\varphi \in C_0^\infty(S)$  гладкая функция с компактным носителем. Рассмотрим заряд  $d\mu(X) := \varphi(X)dS$ , где -индуцированная лебегова мера на гиперповерхности  $S$ . В частности, если  $\varphi$  неотрицательная функция, то мы имеем дело с борелевской мерой. Преобразование Фурье заряда  $d\mu$  определяется следующим интегралом:

$$\widehat{d\mu}(\xi) := \int_S e^{i\chi\xi} d\mu(\chi)$$

Что соответствует преобразованию Фурье обобщенной функции, заданной зарядом  $d\mu$ , где  $\chi \cdot \xi$  – скалярное произведение векторов  $\chi$  и  $\xi$ . В настоящей работе **рассмотрим задачу: Найдите точную нижнюю грань  $p_S$  следующего множества**

$$\{p \in [1, \infty): \text{ для любого } \varphi \in C_0^\infty(S) \text{ имеет место включение: } \widehat{d\mu} \in L^p(R^{n+1})\},$$

где  $L^p(R^{n+1})$ -пространство интегрируемых функций со степенью  $p$  ( $1 < p < \infty$ ).

Число  $p_S$  называется точным показателем суммируемости преобразования Фурье заряда (меры)  $d\mu$ , сосредоточенной на гиперповерхности  $S$ . В этой работе мы рассмотрим случай гиперповерхностей в  $R^3$ , заданных в виде графика функции  $\phi$  т.е.  $S = \{x \in R^3: x_3 = \phi(x_1, x_2)\}$ , которая имеет особенность типа  $E_8$  в начале координат  $R^2$ , при этом носитель функции плотности  $\varphi$  находится в достаточно малой окрестности нуля. Отметим, что известные равномерные оценки



полученные в работе Дж.Дж. Дейстермата [1] дают оценки  $p_S \leq 3h(\phi)$ , где  $h(\phi)$  высота функции  $\phi$  введенная А.Н. Варченко [2]. В случае особенности типа  $E_8$  справедливо равенство:  $h_7 = \frac{15}{8}$ . Отметим, что оценка  $p_S \leq 3h(\phi)$  далека от точной. Из классических результатов следует, что равенство  $p_S = 3h(\phi)$  имеет место тогда и только тогда когда  $h(\phi) = 1$ , т.е.  $\phi$  имеет невырожденную критическую точку в начале координат. При этом носитель  $\phi$  находится в достаточно малой окрестности нуля.

Мы покажем, справедливость неравенства  $p_S \leq \frac{79}{24}$  в случаях, когда  $\phi$  имеет особенность типа  $E_8$  в начале координат. А также существует функция  $\phi$  имеющая особенность типа  $E_8$  такая, что  $p_S = \frac{79}{24}$ . Однако, имеется функция имеющая особенность типа  $E_8$  такая, что  $p_S = 3$ .

В этой работе мы предположим, что носитель плотности  $\phi$  находится в достаточно малой окрестности начала координат  $R^3$  а также, предполагается, что поверхность  $S$ , в достаточно малой окрестности начала координат, задана в виде графика гладкой функции:  $x_3 = \phi(x_1, x_2)$ , удовлетворяющей условиям:  $\phi(0) = 0$  и  $\nabla\phi(0) = 0$ . В данной статье рассматривается случай  $h(\phi) < 2$ . В этом случае эта функция диффеоморфна эквивалентна к функциям, имеющим особенности простого типа Арнольда [3]. Очевидно, что показатель суммируемости не зависит от линейного преобразования пространства  $R^2$ . Поэтому сначала приведем удобный вид этих функций относительно линейной замены переменных.

*Предложение.* Пусть  $\phi$  гладкая функция, удовлетворяющая условиям:

$$\phi(0,0) = 0, \nabla\phi(0,0) = 0, \frac{\partial^2\phi(0,0)}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\alpha_2}} = 0, \text{ при } (\alpha_1, \alpha_2) \in Z_2^+ \text{ с } \alpha_1 + \alpha_2 = 2, \text{ а также } h(\phi) < 2.$$

Тогда существует линейная система координат  $R^2$  такая, что эта функция  $\phi$  записывается в виде:

$$\phi(x_1, x_2) = b(x_1, x_2)(x_2 - \psi(x_1))^3 + x_2 b_1(x_1) + b_0(x_1),$$

где  $b, b_0, \psi$  гладкие функции, причем  $\psi(0) = \psi'(0) = 0$ , а также  $b(0,0) \neq 0$ , и  $b_1(x_1) = x_1^{k_1} \beta_1(x_1)$ ,  $b_0(x_1) = x_1^{k_0} \beta_0(x_1)$ . Здесь  $\beta_1, \beta_0$  гладкие функции, удовлетворяющие одному из взаимоисключающих условий:

- (i)  $k_0 = 4, k_1 \geq 4$ , а также  $\beta_0(0) \neq 0$  (особенность типа  $E_6$ );
- (ii)  $k_0 > 5, k_1 = 3$  а также  $\beta_1(0) \neq 0$  (особенность типа  $E_7$ );
- (iii)  $k_0 = 5, k_1 \geq 5$ , а также  $\beta_0(0) \neq 0$  (особенность типа  $E_8$ ).

Основные результаты работы содержатся в следующей теореме.

*Теорема.* Пусть  $S \subset R^3$  гладкая гиперповерхность, заданная в виде графика функции  $x_3 = \phi(x_1, x_2)$ , где  $\phi$  гладкая функция удовлетворяющая условиям: (i)  $\phi(0,0) = 0, \nabla\phi(0,0) = 0$ ; (ii)  $\phi$  имеет особенность типа  $E_8$ ; Тогда существует окрестность  $U$  начала координат такая, что при всех  $\phi \in C_0^\infty(U)$  справедливо включение:  $\widehat{\mu} \in L^{\frac{79}{24}+0}(R^3)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Duistermaat J.J. Oscillatory integrals, Lagrange immersions and Unfoldings of singularities. Comm. Pure Appl. Math., 1974, V. 27, No. 2, p. 207-281.
2. Варченко А.Н. О числе целых точек в семействах гомотетичных областей. Функц. анализ и его прил. 1983. Т. 17. Вып. 2. С. 1-6.
3. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений, ч. 1. Классификация критических точек каустик и волновых фронтов. М.: Наука, 1982.

### СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)$ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЧЕТЫРЬМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ.

<sup>1</sup>Мавлонов М., <sup>2</sup>Хасанов А.

<sup>1</sup>Термезский Государственный Университет, Термез, Узбекистан

[mansurmavlonov2709@gmail.com](mailto:mansurmavlonov2709@gmail.com)

<sup>2</sup>Институт математики, Ташкент, Ташкент, Узбекистан

[anvarhasanov@yahoo.com](mailto:anvarhasanov@yahoo.com)

Гипергеометрические функции занимают важное место в ряду специальных функций математической физики. В настоящий момент существует, по крайней мере, четыре подхода к

изучению свойств гипергеометрической функции многих переменных. Такие функции могут определяться как суммы степенных рядов определенного вида (так называемых гипергеометрические ряды), как интеграл типа Меллина-Барса, как решения систем дифференциальных уравнений.

Рассмотрим следующую гипергеометрическую функцию [1-4]:

$$F_{20}^{(4)} \left( \begin{matrix} a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \\ c_1, c_2, c_3; \end{matrix} x, y, z, t \right) = \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n+p} (a_2)_q (b_1)_{m+n} (b_2)_p (b_3)_q}{(c_1)_{m+q} (c_2)_n (c_3)_p} \frac{x^m y^n z^p t^q}{m! n! p! q!}, \quad (1)$$

$$\left\{ \sqrt{\frac{|x|}{1-|z|}} + \sqrt{\frac{|x|}{1-|z|}} < 1, |z| < 1, |t| < 1, \right\},$$

где  $(a)_m = \Gamma(a+m)/\Gamma(a)$  символ Похгаммера [5],  $\Gamma(a)$  гамма-функция Эйлера  $a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$  постоянные параметры.

**Теорема.**

Если

$$a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{C},$$

$c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{Z}_0^-$  ( $\mathbb{Z}_0^- := \mathbb{Z}^- \cup \{0\} = \{0, -1, -2, \dots\}$ ) то гипергеометрическая функция (1)

удовлетворяет следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx} - 2xuy_{xy} - xzu_{xz} + tu_{xt} - y^2u_{yy} - yzu_{yz} \\ + [c_1 - (a_1 + b_1 + 1)x]u_x - (a_1 + b_1 + 1)u_y - b_1zu_z - a_1b_1u = 0 \\ y(1-y)u_{yy} - x^2u_{xx} - 2xuy_{xy} - xzu_{xz} - yzu_{yz} \\ - (a_1 + b_1 + 1)xu_x + [c_2 - (a_1 + b_1 + 1)y]u_y - b_1zu_z - a_1b_1u = 0 \\ z(1-z)u_{zz} - xzu_{xz} - yzu_{yz} \\ - b_2xu_x - b_2yu_y + [c_3 - (a_1 + b_2 + 1)z]u_z - a_1b_2u = 0 \\ t(1-t)u_{tt} + xu_{xt} + [c_1 - (a_2 + b_3 + 1)t]u_t - a_2b_3u = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $u = F_{20}^{(4)} \left( \begin{matrix} a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \\ c_1, c_2, c_3; \end{matrix} x, y, z, t \right)$ .

Для доказательства теоремы используется формула дифференцирования

$$\frac{\partial^{i+j+k+l}}{\partial x^i \partial y^j \partial z^k \partial t^l} F_{20}^{(4)} \left( \begin{matrix} a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \\ c_1, c_2, c_3; \end{matrix} x, y, z, t \right) = \frac{(a_1)_{i+j+k} (a_2)_l (b_1)_{i+j} (b_2)_k (b_3)_l}{(c_1)_{i+k} (c_2)_j (c_3)_k} \times F_{20}^{(4)} \left( \begin{matrix} a_1 + i + j + k, a_2 + l, b_1 + i + j, b_2 + k, b_3 + l; \\ c_1 + i + k, c_2 + j, c_3 + k; \end{matrix} x, y, z, t \right). \quad (3)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. H. Exton, Certain hypergeometric functions of four variables, Bull. Soc. Math. Greece (N.S.) 13, 104–113, 1972.
2. H. Exton, Some integral representations and transformations of hypergeometric functions of four variables, Bull. Soc. Math. Greece (N.S.) 14, 132–140, 1973.
3. H. Exton, Multiple hypergeometric functions and applications, Ellis Horwood Ltd., John Wiley and Sons, London, New York, Sydney, Toronto, 1976.
4. C. Sharma, C. L. Parihar, Hypergeometric functions of four variables (I), J. Indian Acad. Math. 11 (2), 99–115, 1989.
5. A. Erd'elyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi, Higher Transcendental Functions, Vol. I, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.

# О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ В СРЕДНЕМ НА ВСЕЙ ОСИ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМАМИ С ВЕСОМ ЧЕБЫШЁВА-ЭРМИТА

**Маликов А.М.**

*Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова*

В этой работе используем обозначения, присущие в работе [1] и вычислим точные значения различных поперечников. Величины  $b_n(\mathfrak{R}, L_{2,\rho}), d^n(\mathfrak{R}, L_{2,\rho}), d_n(\mathfrak{R}, L_{2,\rho}), \delta_n(\mathfrak{R}, L_{2,\rho}), \Pi(\mathfrak{R}, L_{2,\rho})$  называют соответственно бернштейновским, гельфандовским, колмогоровским, линейным, проекционным  $n$ -поперечниками подмножества  $\mathfrak{R}$  в пространстве  $L_{2,\rho}$ .

Пусть  $h \in (0,1), 0 < p \leq 2, m, n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+$ . Обозначим через  $W_{2,\rho}^{r,p}(\tilde{\omega}_m, h)$  – класс функций  $f \in L_{2,\rho}^{(r)}$ , у которых производные  $r$ -го порядка  $f^{(r)}$  при  $n > r$ , удовлетворяют условию

$$\left( (n-r) \int_0^h \tilde{\omega}_m^p(f^{(r)}, t)_{2,\rho} t(1-t^2)^{\frac{n-r}{2}-1} dt \right)^{1/p} \leq 1.$$

Справедлива следующая

**Теорема 1.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, 0 < p \leq 2, 0 < h \leq 1$ . Тогда

$$\begin{aligned} \lambda_n(W_{2,\rho}^{r,p}(\tilde{\omega}_m, h); L_{2,\rho}) &= E_{n-1}(W_{2,\rho}^{r,p}(\tilde{\omega}_m, h); L_{2,\rho})_{2,\rho} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^r \alpha_{n,r}}} \left\{ \frac{mp+1}{[1 - (1-h^2)^{(n-r)/2}]^{mp+1}} \right\}^{1/p}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $E_{n-1}(\mathfrak{R})_{2,\rho} := \sup\{E_{n-1}(f)_{2,\rho} : f \in \mathfrak{R}\}$ , а  $\lambda_n(\cdot)$  – любой их вышеперечисленных  $n$ -поперечников. В частности, из (1) при  $p = \frac{1}{m}, m \in \mathbb{N}, h = \sqrt{2/(n-r)}, n > r, r \in \mathbb{Z}_+$ , получаем

$$\begin{aligned} \lambda_n\left(W_{2,\rho}^{r,1/m}\left(\tilde{\omega}_m, \sqrt{\frac{2}{n-r}}\right); L_{2,\rho}\right) &= E_{n-1}\left(W_{2,\rho}^{r,1/m}\left(\tilde{\omega}_m, \sqrt{\frac{2}{n-r}}\right)\right)_{2,\rho} = \\ &= \frac{2^{m-r/2}}{\sqrt{\alpha_{n,r}}} \left[ 1 - \left(1 - \frac{2}{n-r}\right)^{(n-r)/2} \right]^{-2m} \sim \frac{2^{m-r/2}}{\sqrt{\alpha_{n,r}}} (1 - e^{-1})^{-2m}. \end{aligned}$$

**Теорема 2.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, 0 < p \leq 2, 0 < h < 1$  и  $n \geq r$ . Тогда справедливо равенство

$$\sup\{|c_n(f)| : f \in W_{2,\rho}^{r,p}(\tilde{\omega}_m, h)\} = \frac{1}{\sqrt{2^r \alpha_{n,r}}} \left\{ \frac{mp+1}{[1 - (1-h^2)^{(n-r)/2}]^{mp+1}} \right\}^{1/p}.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тухлиев К., Маликов А.М. О приближении функций в среднем на всей оси алгебраическими полиномами с весом Чебышёва-Эрмита. – ДАН РТ. 2015, т.59, 7-8, с. 284-291.

## СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДВУХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА НА РЕШЕТКЕ

**Мамиров Б., Абдивохилов А., Бегимкулов Д.**

*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*

Двух фермионов на двумерной решетке  $\mathbb{Z}^2$  описывается гамильтонианом  $\hat{H}$  который действует в гильбертовом пространстве  $\ell_2^{as}(\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2) := \{f \in \ell_2(\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2) : f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -f(\mathbf{y}, \mathbf{x})\}$  по формуле

$$\hat{H} = -\frac{1}{2m} \Delta \otimes I - \frac{1}{2m} I \otimes \Delta - \hat{V}_2.$$

Взаимодействие двух частиц описывается оператором  $\hat{V}_2$  :

$$(\hat{V}_2 \hat{\psi})(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \hat{v}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \hat{\psi}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad \hat{\psi} \in \ell_2^{as}(\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2).$$

Всюду в дальнейшем относительно функции  $\hat{v}$  предполагается, что

$$\widehat{v}(\mathbf{x}) = \begin{cases} v_1, & \text{если } \mathbf{x} = 0 \\ v_2, & \text{если } |\mathbf{x}| = 1 \\ v_3, & \text{если } |\mathbf{x}| = 2 \\ 0, & \text{если } |\mathbf{x}| \geq 3. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $v_1 > v_2 > v_3 > 0$  и  $\mathbf{x} \in \mathbb{Z}^2$ ,  $|\mathbf{x}| = |x_1| + |x_2|$ .

Исследование связанных состояний гамильтониана  $\widehat{H}$  сводится к изучению собственных значений семейства операторов  $H(\mathbf{k})$   $\mathbf{k} \in \mathbb{T}^2$ ,  $(-\pi, \pi]^2$  действующих в гильбертовом пространстве  $L_2^o(\mathbb{T}^2) := \{f \in L_2(\mathbb{T}^2) : f(-\mathbf{q}) = -f(\mathbf{q})\}$  по формуле (см. [1-2])

$$(H(\mathbf{k})f)(\mathbf{q}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})f(\mathbf{q}) - \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}^2} v(\mathbf{q}-\mathbf{s})f(\mathbf{s})d\mathbf{s}. \quad \text{Заметим, что } L_2^o(\mathbb{T}^2) = L_2^+(\mathbb{T}^2) \oplus L_2^-(\mathbb{T}^2), \text{ где}$$

$$L_2^+(\mathbb{T}^2) = L_2^-(\mathbb{T}^2) \otimes L_2^+(\mathbb{T}^2) = \{f \in L_2(\mathbb{T}^2) : -f(p_1, p_2) = f(-p_1, p_2) = f(-p_1, -p_2)\},$$

$$L_2^-(\mathbb{T}^2) = L_2^+(\mathbb{T}^2) \otimes L_2^-(\mathbb{T}^2) = \{f \in L_2(\mathbb{T}^2) : -f(p_1, p_2) = f(p_1, -p_2) = f(-p_1, -p_2)\}.$$

**Лемма 1.** *Подпространства  $L_2^+(\mathbb{T}^2)$  и  $L_2^-(\mathbb{T}^2)$  являются инвариантными относительно оператора  $H(\mathbf{k})$ .*

Обозначим через  $H^+(k_1, k_2)$  и  $H^-(k_1, k_2)$  сужение оператора  $H(k_1, k_2)$

соответственно в инвариантных подпространствах  $L_2^+(\mathbb{T}^2)$  и  $L_2^-(\mathbb{T}^2)$ . Действие оператора  $H^+(k_1, k_2)$  на элемент  $f \in L_2^+(\mathbb{T}^2)$  имеет вид:

$$H^+(\mathbf{k})f(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})f(\mathbf{p}) - (V^+)(\mathbf{p}).$$

$$(V^+ f)(\mathbf{p}) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{\mathbb{T}^2} [v_2 \sin p_1 \sin q_1 + v_3 \sin 2p_1 \sin q_1 + 2v_3 \cos p_1 \cos q_1 \sin p_1 \sin q_1] f(\mathbf{q})d\mathbf{q}.$$

Для каждого  $n \in \mathbb{N}$  обозначим через

$$H_{n-1}^+(k_1, \pi) = [2I + H_0(k_1) - V_{n-1}^+] \otimes I^+, \quad H_n^+(k_1, \pi) = [2I + H_0(k_1) - V_n^+] \otimes I^-$$

сужение оператора  $H^-(k_1, \pi)$  и  $H^+(k_1, \pi)$  соответственно в инвариантных подпространствах  $\mathfrak{R}_{n-1}^+ = L_2^-(\mathbb{T}^2) \otimes L_2^+(n-1)$  и  $\mathfrak{R}_n^+ = L_2^+(\mathbb{T}^2) \otimes L_2^-(n-1)$ . Здесь  $I^+(I^-)$  — единичный оператор в  $L^+(n-1)(L^-(n))$ .  $H_{n-1}^-(k_1) = 2I + H_0(k_1) - V_{n-1}^-$  есть одномерный двухчастичный оператор, действующий в  $L_2^-(\mathbb{T})$  по формуле

$$(H_{n-1}^-(k_1)f)(p) = (4 - 2\cos p)f(p) - (V_{n-1}^-f)(p), \quad f \in L_2^-(\mathbb{T}).$$

Заметим, что  $V_{n-1}^- = V_n^+ = 0$ , если  $n \geq 3$ . Поэтому мы будем давать действия оператора

$$(V_0^- f)(\mathbf{p}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{T}} [v_2 \sin p \sin q + v_3 \sin 2p \sin 2q] f(q)dq.$$

Оператор  $H_0^-(k_1) = 2I + H_0(k_1) - V_0^-$  имеет две невырожденных собственные значения  $z_1^- = 2 - \beta$  и  $z_2^- = 2 - \gamma$ . Ясно, что  $H_{n-1}^-(-k_1) = H_{n-1}^-(k_1)$ , поэтому можно, считая  $k_1 \in [0, \pi]$ .

Обозначим через  $k_1 \in \pi - 2\varepsilon$ , тогда из условия  $k_1 \in [0, \pi]$ , вытекает что  $\varepsilon \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

**Теорема 1.** *Существует  $\delta > 0$  такое что, при всех  $\varepsilon \in (0, \delta)$  оператор  $H_0^-(\pi - 2\varepsilon)$  имеет два различных невырожденных собственных значения:*

$$E_1^-(\varepsilon) = z_1^- - \frac{1}{v_2 - v_3} \varepsilon^2 + O(\varepsilon^4), \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad E_2^-(\varepsilon) = z_2^- - \frac{2 + v_2}{v_3(v_3 - v_2)} \varepsilon^2 + O(\varepsilon^4), \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J.I. Abdullaev, B.U. Mamirov. Asymptotics behavior of eigenvalues of the two-particle discrete Schrodinger operator. Theor. Math. Phys. 176(2013), No.3, 1084-1193. ( № 40. ResearchGate. IF=0.984).

2. Ж.И. Абдуллаев, К.Д. Кулиев, Б.У. Мамиров. Бесконечность числа связанных состояний системы двух фермионов на двумерной решетке. Узбекский Математический Журнал, 4(2016), 3-15.

## ГОЛОМОРФНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ ОДНОЙ МАТРИЧНОЙ ОБЛАСТИ В $C^{pqn}$

<sup>1</sup>Нарекеев Б.М., <sup>1</sup>Мырзанова Д.Е., <sup>2</sup>Нарекеева А.Б.

<sup>1</sup>Нукусский государственный педагогический институт имени Ажинияза,

<sup>2</sup>Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

Пусть  $p > q > 0$  - целые числа. Будем рассматривать  $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$  как вектор, составленный из прямоугольных матриц  $Z_k$  порядка  $p \times q$  над полем комплексных чисел  $C$ . Можно считать, что  $Z$  - элемент пространства  $C^{pqn}$ . Введем в этом множестве векторов матричное «скалярное» произведение:  $\langle Z, W \rangle = Z_1 W_1^* + Z_2 W_2^* + \dots + Z_n W_n^*$ , где  $W_j^*$  есть матрица сопряженная и транспонированная для матрицы  $W_j$ .

Рассмотрим в пространстве  $C^{pqn}$  область  $D$

$$D = \{Z : E^{(p)} - \langle Z, Z \rangle > 0\}.$$

Остовом этой области назовем многообразие вида:

$$\Delta_D = \{Z : \langle Z, Z \rangle = E^{(p)}\}.$$

Область  $D$  обладает следующими свойствами: ограничена, полная круговая, инвариантна относительно унитарных преобразований.

Нас интересуют автоморфизмы области  $D$ , переводящие произвольную точку  $B \in D$  в начало координат.

Пусть  $A_{00} = A_{00}^{pp}$ ,  $A_{0k} = A_{0k}^{pq}$ ,  $A_{j0} = A_{j0}^{qp}$ ,  $A_{jk} = A_{jk}^{qq}$ ,  $j, k = 1, 2, \dots, n$ . Запись  $A = A^{pq}$  означает, что матрица  $A$  состоит из  $p$  - строк и  $q$  - столбцов.

Теорема. Отображение

$$z_k \rightarrow w_k = \omega_0^{-1} \omega_k = (A_{00} + \sum_{j=1}^n z_j A_{j0})^{-1} (A_{0k} + \sum_{j=1}^n z_j A_{jk})$$

является автоморфизмом области  $D$ , если коэффициенты  $A_{ij}, i, j = 0, 1, \dots, n$  удовлетворяет условию

$$A_{00} A_{00}^* - \sum_{s=1}^n A_{0s} A_{0s}^* = E^{(p)}, \quad A_{j0} A_{k0}^* = \sum_{s=1}^n A_{js} A_{ks}^*, \quad j \neq k, \quad j, k = \overline{0, n}$$

$$A_{j0} A_{j0}^* - \sum_{s=1}^n A_{js} A_{js}^* = -E^{(q)}, \quad j \geq 1.$$

Теорема. Пусть  $B \in D$ . Отображение

$$w_k = R^{-1} (E^{(p)} - \langle z, B \rangle)^{-1} \sum_{s=1}^n (z_s - B_s) Q_{sk}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

является автоморфизмом области  $D$ , переводящие  $B$  в нуль. Здесь  $R, Q_{sk}, sk = 1, 2, \dots, n$ , некоторые невырожденные квадратные матрицы порядка  $p$  и  $q$  соответственно.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Хуа Ло-Кен. Гармонический анализ функций многих комплексных переменных. М. Мир, 1959г. 163с.
2. Косбергенов С. Голоморфные автоморфизмы и интеграл Бергмана для матричного шара. Докл. АН. РУз. 1998. №1. С.7.
3. Косбергенов С., Нарекеев Б. О некоторых свойствах интеграла Пуассона для матричного шара. Узбекский математический журнал. 1999. №1

# ТЕОРЕМА МИТТАГ - ЛЕФФЛЕРА ДЛЯ $A(z)$ - АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИИ

Неъматиллаева М.Д.

Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан  
muhayuovrn@gmail.com

Настоящая работа посвящена аналитической теории решения уравнения Бельтрами

$$f_{\bar{z}}(z) = A(z)f_z(z), \quad (1)$$

имеющего непосредственное отношение к квазиконформным отображениям. Относительно функции  $A(z)$ , в общем случае предполагается, что она измерима и  $|A(z)| \leq C < 1$  почти всюду в рассматриваемой области  $D \subset \mathbb{C}$ . В литературе решения уравнения (1) принято говорить  $A$  – аналитическими функциями. В настоящей работе предполагается, что  $A(z)$  – антианалитическая,  $\partial A = 0$  в области  $D \subset \mathbb{C}$ .

**Теорема 1** (см. [3]) (Аналог теоремы Коши). Если  $f \in O_A(D) \cap C(\bar{D})$ , где  $D \subset \mathbb{C}$  – область со спрямляемой границей  $\partial D$ , то

$$\int_{\partial D} f(z)(dz + A(z)d\bar{z}) = 0.$$

**Теорема 2** (см. [4]) (Формула Коши). Пусть  $D \subset \mathbb{C}$  – выпуклая область и  $G \subset D$  – произвольная подобласть с кусочно гладкой границей  $\partial G$ . Тогда для любой функции  $f(z) \in O_A(G) \cap C(\bar{G})$  имеет место формула

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial G} \frac{f(\xi)}{z - \xi + \int_{\gamma(\xi, z)} A(\tau) d\tau} (d\xi + A(\xi)d\bar{\xi}), \quad z \in G. \quad (2)$$

**Определение 1.** Точка  $z = a$  называется нулем  $A(z)$  - аналитической функции  $f(z)$  порядка  $n$ , если в некоторой окрестности  $L(a, r)$  этой точки

$$f(z) = \psi^n(z, a) \cdot g(z), \quad (3)$$

где  $g(z) \in O_A(L(a, r))$  и  $g(a) \neq 0$ .

Через  $a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) мы будем обозначать полюсы мероморфной функции  $f$ , а через

$$g_n(z) = \sum_{v=1}^{p_n} \frac{C_{-v}^{(n)}}{\psi^v(z, a_n)} \quad (A)$$

Главную часть ее лорановского разложения в полюсе  $a_n$ .

**Теорема** (аналог теорема Миттаг-Леффлера). Каковы бы ни были последовательность точек  $a_n \in \mathbb{C}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$  и последовательность функций  $g_n$  вида (A), существует мероморфная функция  $f$ , которая имеет полюсы во всех точках  $a_n$  и только этих точках, причем главная часть  $f$  в каждом полюсе  $a_n$  совпадает с  $g_n$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ahlfors L. Lectures on quasiconformal mappings, Toronto-New York-London, 1966, 133 pp.
2. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции, М., «Наука», 1988, 512 с.
3. Жабборов Н.М., Отабоев Т.У. Теорема Коши для  $A(z)$ -аналитических функций, Узбекский математический журнал, 2014, №1, стр. 15-18.
4. Жабборов Н.М., Отабоев Т.У. Аналог интегральной формулы Коши для  $A$ -аналитических функций, Узбекский математический журнал, 2016, №4, стр. 50-59.

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТИПА ЭЙЛЕРА  
ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ  $F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)$  ОТ ЧЕТЫРЕХ  
ПЕРЕМЕННЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

**Нортожиева Н.**

*Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан  
[nortojiyevanilufar96@gmail.com](mailto:nortojiyevanilufar96@gmail.com)*

Как известно, многие задачи современной математики и теоретической физики приводят к исследованию гипергеометрических функций многих комплексных переменных. К ним относятся, например, задачи теории супер струн [1], аналитического продолжения интегралов типа Меллина-Бернса [2] и алгебраической геометрии [3]. Системы дифференциальных уравнений гипергеометрического типа широко используются в качестве нетривиальных модельных примеров при реализации и отладке алгоритмов для символьных вычислений, используемых в современных системах компьютерной алгебры [4].

Гипергеометрические функции многих переменных возникают в квантовой теории поля как решения уравнений Книжника-Замолодчикова [5]. Эти уравнения могут рассматриваться как обобщенные уравнения гипергеометрического типа, а их решения допускают интегральные представления, обобщающие классические интегралы Эйлера для гипергеометрических функций одной переменной. Такой подход позволяет связать специальные функции гипергеометрического типа и актуальные задачи теории представлений алгебр Ли и квантовых групп. В работах [6] – [7] изучены свойства гипергеометрических функций и эти свойства использованы при решении краевых задач для вырождающихся дифференциальных уравнений.

В этом докладе определены некоторые интегральные представления типа Эйлера для гипергеометрической функции  $F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)$

$$F_{20}^{(4)}\left(\begin{matrix} a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \\ c_1, c_2, c_3; \end{matrix} x, y, z, t\right) = \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n+p} (a_2)_q (b_1)_{m+n} (b_2)_p (b_3)_q}{(c_1)_{m+q} (c_2)_n (c_3)_p} \frac{x^m y^n z^p t^q}{m! n! p! q!}, \quad (1)$$

$$\left\{ \sqrt{\frac{|x|}{1-|z|}} + \sqrt{\frac{|x|}{1-|z|}} < 1, |z| < 1, |t| < 1 \right\},$$

где  $(a)_k = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} = a(a+1)(a+2)\dots(a+k-1)$ ,  $a \in \mathbb{C}$ ,  $k \in N_0 \equiv \{0, 1, \dots\}$  - обозначение

Похгаммера [8]. Имеет место несколько интегральные представления типа Эйлера. Например:

$$F_{20}^{(4)}(a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; c_1, c_2, c_3; x, y, z, t) = \frac{\Gamma(c_3)}{\Gamma(b_2)\Gamma(c_3-b_2)} \times \int_0^1 \xi^{b_2-1} (1-\xi)^{c_3-b_2-1} (1-z\xi)^{-a_1} F_{9a}\left(a_1, b_1, a_2, b_3; c_1, c_2; \frac{x}{1-z\xi}, \frac{y}{1-z\xi}, t\right) d\xi, \quad (2)$$

$\operatorname{Re} c_3 > \operatorname{Re} b_2 > 0$ ,

$$F_{20}^{(4)}(a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \delta_1 + \delta_2, c_2, c_3; x, y, z, t) = \frac{\Gamma(c_3)\Gamma(\delta_1 + \delta_2)}{\Gamma(b_2)\Gamma(c_3-b_2)\Gamma(\delta_1)\Gamma(\delta_2)} \int_0^1 \int_0^1 \xi^{b_2-1} \eta^{\delta_1-1} (1-\xi)^{c_3-b_2-1} (1-\eta)^{\delta_2-1} (1-z\xi)^{-a_1} \times F_4\left(a_1, b_1; \delta_1, c_2; \frac{x\eta}{1-z\xi}, \frac{y}{1-z\xi}\right) F(a_2, b_3; \delta_2; t(1-\eta)) d\xi d\eta, \quad (3)$$

$\operatorname{Re} c_3 > \operatorname{Re} b_2 > 0$ ,  $\operatorname{Re} \delta_1 > 0$ ,  $\operatorname{Re} \delta_2 > 0$ ,

где

$$F_{9a}(a_1, a_2, a_3, a_4; c_1, c_2; x, y, z) = \sum_{m, n, p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{m+n} (a_3)_p (a_4)_p}{(c_1)_m (c_2)_{n+p} m! n! p!} x^m y^n z^p, \quad (4)$$

$$\{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} < 1, |z| < 1\},$$

$$F_4(a, b; c_1, c_2; x, y) = \sum_{m, n=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n} (b)_{m+n}}{(c_1)_m (c_2)_n m! n!} x^m y^n, \quad \{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} < 1\}, \quad (5)$$

$$F(a, b; c; x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b)_m}{(c)_m m!} x^m, \quad \{|x| < 1\}. \quad (6)$$

Полученные интегральные представления доказываются разложением подынтегральных гипергеометрических функций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Candelas P., De la Ossa X., Greene P., Parkes L.* A pair of Calabi-Yau manifolds as an exactly soluble super conformal theory. Nucl. Phys. 1991. V. B539. P. 21-74.
2. *Horja R. P.* Hypergeometric functions and mirror symmetry in toric varieties. Preprint. 1999. math.AG/9912109. P. 1-103.
3. *Saito M., Sturmfels B., Takayama N.* Grobner Deformations of Hypergeometric Differential Equations. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. 1999.
4. *Virchenko A.* Multidimensional Hypergeometric Functions and Representation Theory of Lie Algebras and Quantum Groups. Advanced Series in Mathematical Physics 21. World Scientific. 1995.
5. *Passare M., Tsikh A., Zhdanov O.* A multidimensional Jordan residue lemma with an application to Mellin-Barnes integrals, Aspects Math. E. 26, 1994, pp. 233–241.
6. *Hasanov A.* Fundamental solutions of generalized bi-axially symmetric Helmholtz equation, Complex Variables and Elliptic Equations. 52 (8), 2007, pp. 673–683.
7. *Франкль Ф. И.* Избранные труды по газовой динамике. Москва, Наука, 1973.
8. *A. Erde'lyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi,* Higher Transcendental Functions, Vol. 1, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.

### УСКОРЕНИЕ СХОДИМОСТИ ИНТЕРВАЛЬНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ТИПА РУНГЕ

Пулатова М.И., Хамраева З.

Бухарский инженерно-технологический институт, Бухара, Узбекистан.

[pulatovamanzura1954@gmail.com](mailto:pulatovamanzura1954@gmail.com)

Широкое применение компьютерных технологий в различных областях науки и техники значительно изменило вопрос о точности расчета.

Мы вынуждены считаться с определенной длиной слова, неизменным количеством цифр в наших результатах и не можем во время счета подгонять конечные десятичные значения к условиям на практике.

Пробуют преодолеть эту трудность путем ввода достаточно большого количества запасных цифр, но и это не всегда приводит к желаемым результатам. Использование интервального анализа помогает нам в решении этой трудности.

Следует построить интервальный аналог итерационного метода типа Рунге, автоматически учитывающий и оценивающий все погрешности при реализации метода на компьютере.

Дальнейшее улучшение метода, состоит в следующем. Вместо интервалов  $b_1 = \left[-1, \frac{1}{3}\right], b_2 = \left[\frac{2}{3}, 3\right]$

можно взять числа

$$b_1 = \frac{1}{4}, b_2 = \frac{3}{4}.$$

$$j(\bar{x}_k) = \frac{1}{4} F'(\bar{x}_k) + \frac{3}{4} F'(\bar{x}_k - \frac{2}{3} (K_1(x_k, b) \cap x_k - \bar{x}_k))$$

Коробку  $k_1(x_k, b)$  вычисляем так:

$$K_1(x_k, b) = x_k - B_k F(x_k) + (E - B_k F'(x_k))(x_k - \bar{x}_k)$$

Для ограничения ошибок все вычисления проводим в интервальной арифметике. При этом скорость сходимости метода возрастает не менее, чем на два порядка.



Для нахождения всех действительных решений системы нелинейных уравнений при неубывании ширины интервала хотя бы по одной координате производим деление соответствующих промежуточных интервалов с последующим анализом каждого такого подинтервала.

Эффективность метода еще более возрастает, если вычисление  $j(x_k)$  проводить так:

$$j(\bar{x}_k) = \frac{1}{4}F'(x_k) + \frac{3}{4}F'\left(\bar{x}_k + \frac{2}{3}(\bar{x}_k - \bar{x}_k)\right).$$

Соответственно меняется и процедура вычисления матрицы  $C_k$ .

Значение обратных матриц  $B_k, C_k$  можно удерживать постоянным на протяжении ряда итераций и даже на протяжении всех вычислений. Однако, это уменьшает скорость сходимости.

Для определения комплексных решений рассматриваем представление этого метода в комплексной интервальной арифметике.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Алефельд, Ю.Херцбергер. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 2002, 353с.
2. П.С.Сеньо. Построение интервального метода типа Рунге. Львов, 2005, с.50-51.

### ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА R-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.

Садуллаев А.

Национальный университет Узбекистана

(Опубликована в Ann.Pol.Math, V. 128:1 (2022), pp. 87-97)

Доклад посвящается  $R$ -аналитическим (вещественно-аналитическим) функциям в пространстве  $\mathbb{R}^n$ . Напомним, что функция  $f(x)$ , определенная в области  $D \subset \mathbb{R}^n$  называется  $R$ -аналитической, если в некоторой окрестности каждой точки  $x^0 \in D$  функция  $f$  представляется как сумма сходящегося степенного ряда. Отсюда следует, что если  $\mathbb{R}_x^n$  вложено в комплексное пространство  $\mathbb{C}_z^n$ ,  $z = x + iy$ , то  $f(x)$  голоморфно продолжается в некоторую окрестность  $\hat{D} \subset \mathbb{C}_z^n$ ,  $\hat{D} \supset D$ , т.е.  $\exists \hat{f}(z) \in O(\hat{D}): \hat{f}(x) = f(x) \forall x \in D$ . Таким образом  $R$ -аналитические функции тесно связаны с голоморфными функциями в пространстве  $\mathbb{C}^n$ .

Однако, во многих вопросах сильно отличаются. К примеру, для голоморфных функций имеется Теорема Форелли [1], что если  $f(z)$  – бесконечно гладкая функция в точке  $0 \in \mathbb{C}^n$ , т.е. для нее есть формальный однородный степенной ряд

$$f \sim \sum_{m=0}^{\infty} c_m(z), \quad (1)$$

где  $c_m(z) = \sum_{|k|=m} c_k z^k$ ,  $|k| = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ ,  $|k| = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ ,  $z^k = z_1^{k_1} z_2^{k_2} \dots z_n^{k_n}$  – однородные полиномы, и сужения  $f|_l$  – голоморфны в круге  $U(0,1) = l \cap B(0,1)$  для всех комплексных прямых  $l \ni 0$ , то  $f$  голоморфно продолжается в шар  $B(0,1) \subset \mathbb{C}^n$ .

Пример функции  $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^{k+1}}{x_1^2 + (x_2 - 1)^2}$  показывает, что она вещественно-аналитическая в окрестности  $0 \in \mathbb{R}^2$ , сужение  $f|_l$  на любую прямую  $l: x_1 = \lambda_1 t, x_2 = \lambda_2 t, t \in \mathbb{R}$ , вещественно-аналитическая на всей прямой  $\mathbb{R}$ . Однако  $f$  не является вещественно-аналитической в точке  $(0,1)$ .

Тем не менее имеет место следующий основной результат работы.

**Теорема А.** Пусть функция  $f(x)$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , бесконечно гладкая в точке  $0 \in \mathbb{R}^n$ ,  $f(x) \in C^\infty \{0\}$  и пусть для любой вещественной прямой  $l: x = \lambda t$ ,  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in S(0,1) \subset \mathbb{R}^n$ ,  $t \in \mathbb{R}$  – параметр, сужение  $f|_l = f(\lambda t)$  является вещественно-аналитической ( $R$ -аналитической) в интервале  $t \in (-1,1)$ . Тогда существует замкнутое плюриполярное множество  $P \subset B(0,1)$  такое, что  $f(x)$  является  $R$ -аналитической в  $B(0,1) \setminus P$ , где  $B(0,1) \subset \mathbb{R}^n$  – единичный шар, а  $S(0,1) = \partial B(0,1)$  – единичная сфера.

Ниже мы неоднократно используем вложение  $\mathbb{R}_x^n \subset \mathbb{C}_z^n$ , полагая  $z = x + iy$  и используя терминологию, что множество  $P \subset \mathbb{R}_x^n$  является плюриполярным, если оно плюриполярное в  $\mathbb{C}_z^n$ . Заметим, что если  $P \subset \mathbb{R}_x^n$  – плюриполярное, то  $mes P = 0$ .

Отметим, что доказательство теоремы Форелли и дальнейшие ее обобщения основывается на свойствах сходимости однородного степенного ряда (1) в круговых областях. Однако, доказательство Теоремы А. существенно отличается от доказательства голоморфности функции комплексного аргумента. Если в случае голоморфности функции  $f(z)$  комплексного аргумента  $z \in \mathbb{C}^n$  мы смогли использовать сходимостью сужения формального степенного ряда (1)

$$f|_l(\xi) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m(w) \xi^m, \quad \xi \in l$$

в круге  $|\xi| < 1$ , то в случае  $R$ -аналитичности такое свойства формального ряда

$$f \sim \sum_{m=0}^{\infty} c_m(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (3)$$

не имеет место. Поэтому в доказательстве Теоремы А. используется другие методы: вложим пространство  $\mathbb{R}^n(x)$  в пространство  $\mathbb{C}^n(z)$ , полагая  $z = x + iy$ ; затем используя бесконечно гладкость функции  $f(x)$  в окрестности  $0 \in \mathbb{R}^n$  и используя обобщение Теоремы Форелли (работа автора [2]), мы докажем, что  $f(x)$  – голоморфно продолжается в некоторую окрестность  $0 \in U \subset \mathbb{C}^n$ ,  $\exists f(z) \in O(U): f(z)|_{\mathbb{R}^n \cap U} = f(x)$ ; далее, из  $R$ -аналитичности сужений  $f|_l$  в интервале  $(-1, +1)$  мы находим богатый набор эллипсов  $e_j: x + jy < 1$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , в которые  $f(z)$  голоморфно продолжается; используя опять одну теорему автора [2] о продолжении однородных рядов, мы построим открытое множество  $G^f: f(z) \in O(G^f)$  и такое, что  $G^f \supset B_x^n(0,1)$ . В доказательстве Теоремы существенно используются также методы теории плюрипотенциала, неравенство Бернштейна-Уолша и свойства непрерывности слева функции Грина.

Функции,  $R$ -аналитические на пучках прямых пожалуй, впервые изучены Й. Сичаком. В работах [5-7] (см. также [8]) им доказана, что если функция  $f(x)$ , бесконечно гладкая в области  $D \subset \mathbb{R}^n$ ,  $f \in C^\infty(D)$ , обладает тем свойством, что для любой вещественной прямой  $l: x = x^0 + \lambda t$ ,  $x^0 \in D$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}^n$ ,  $|\lambda| = 1$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , сужение  $f|_l$  – вещественно-аналитична по  $t$  в некоторой окрестности нуля, то  $f(x)$  является  $R$ -аналитической в  $D$ . В

работе [9] построен интересный пример функции  $f(x_1, x_2)$  двух переменных, сужение которой на любую аналитическую кривую является аналитической, однако  $f(x)$  не является даже непрерывной функцией в области.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. F. Forelli, Plurisubharmonicity in terms of harmonic slices, Math. Scand., V. 41, 1977, 358-364.
2. A. Sadullaev, Holomorphic continuation of a formal series along analytic curves, Complex Variables and Elliptic Equations, Published on: 22 Sep 2020, 1-10, permanent link: <https://doi.org/10.1080/17476933.2020.1818734>.
5. J. Siciak, A characterization of analytic functions of  $n$  variables, Studia Mathematica, 35 (1970), 293-297.
6. J. Siciak, Singular sets of separately analytic functions, Coll. Math. 60/61(1990), 281-290.
7. J. Siciak, On series of homogeneous polynomials and their partial sums, Ann. Pol. Math. 51 (1990), 289-302.
8. J. Bochnak, Analytic functions in Banach space, Studia Mathematica, 35 (1970), 273-292.
9. E. Bierstone, P.D. Milman, A. Parusiński, A function which is arc-analytic but not continuous, Proceedings of the American Mathematical society, 113:2 (1991), 419-423.

### НАИЛУЧШИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЧАСТИЧНЫМИ СУММАМИ РЯДОВ ФУРЬЕ-ЧЕБЫШЁВА

Туйчиев А.М.

*Худжандский государственный университет  
имени академика Б.Фафурова, Таджикистан*

Приведем ряд необходимых обозначений и вспомогательные факты из работ [1]. Пусть  $L_{2,\mu} := L_{2,\mu}[-1;1]$  – множество измеримых на отрезке  $[-1;1]$  функций  $f$  с весом  $\mu(x) := 1/\sqrt{1-x^2}$ , имеющих конечной нормой

$$\|f\|_{2,\mu} = \left( \int_{-1}^1 \mu(x) f^2(x) dx \right)^{1/2}.$$

В [1; 2] изучена задача отыскания точной константы в неравенстве типа Джексона-Стечкина между величиной наилучшего среднеквадратического приближения функций  $f \in L_{2,\mu}$  и обобщенного модуля непрерывности, порожденного оператором обобщенного сдвига

$$F_h f(x) = \frac{1}{2} [f(x \cosh h + \sqrt{1-x^2} \sin h) + f(x \cosh h - \sqrt{1-x^2} \sin h)]$$

и имеющего вид

$$\Omega_m^2(D^r; t)_{2,\mu} = \sup \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (1 - \cos kh)^{2m} k^{4r} c_k^2(f) : |h| \leq t \right\},$$

где  $D = (1-x^2) \frac{d^2}{dx^2} - x \frac{d}{dx}$  — дифференциальный оператор второго порядка Чебышева,  $D^r f = D(D^{r-1} f)$ ,  $r \geq 2$ ,  $r \in \mathbb{N}$ , множество алгебраических полиномов степени не более  $n$ ,

обозначим  $P_n$ . Пусть  $\varepsilon_{n-1}(f) = \inf \{ \|f - p_{n-1}\| : p_{n-1} \in P_{n-1} \}$

— наилучшее приближение функции  $f \in L_{2,\mu}$  элементами подпространства  $P_{n-1}$ .

Известно [1], что среди всех элементов  $p_{n-1} \in P_{n-1}$  частичная сумма  $S_{n-1}(f; x) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k(f) T_k(x)$

ряда Фурье-Чебышева  $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) T_k(x)$ ,  $c_k(f) = \int_{-1}^1 \mu(x) f(x) T_k(x) dx$ ,

$$T_k(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(k \arccos x), k = 1, 2, \dots$$

$$\varepsilon_{n-1}(f)_{2,\mu} = \|f - S_{n-1}(f)\|_{2,\mu} = \left(\sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f)\right)^{1/2}.$$

доставляет минимум величине (2). При этом

Через  $L_{2,\mu}^{(2r)} := L_{2,\mu}^{(2r)}[-1,1]$  обозначим множество функций  $f \in L_{2,\mu}$ , у которых производная  $D^r f \in L_{2,\mu}$ .

**Теорема 1.** При любых  $m, n \in \mathbb{N}$  справедливо экстремальное равенство

$$\sup_{f \in L_{2,\mu}} \frac{n^{2m} \cdot \Omega_m\left(f; \frac{2}{n}\right)_{2,\mu}}{\left\{ \sum_{k=0}^{n-1} [(k+1)^{4m} - k^{4m}] \cdot E_k^2(f)_{2,\mu} \right\}^{1/2}} = 2^m.$$

Через  $W^{(2r)}L_{2,\mu} := W^{(2r)}L_{2,\mu}[-1,1]$  обозначим класс функций  $f \in L_{2,\mu}^{(2r)}[-1,1]$ , у которых  $\|D^r f\|_{2,\mu} \leq 1$ . Положим  $\varepsilon_{n-1}(W^{(2r)}L_{2,\mu})_{2,\mu} = \sup\{\varepsilon_{n-1}(f)_{2,\mu} : f \in W^{(2r)}L_{2,\mu}\}$ .

**Теорема 2.** Для любых  $n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, n > r$ , справедливы равенства

$$E_{n-1}(W^{(2r)}L_{2,\mu})_{2,\mu} = \lambda_n(W^{(2r)}L_{2,\mu}, L_{2,\mu}) = n^{-2r},$$

где  $\lambda_n(\cdot)$  – различных  $n$  –поперечников [1-3].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тухлиев К. Точные верхние грани отклонения некоторых классов функций от их частных сумм ряда Фурье-Чебышева в пространстве  $L_2, I$ . // Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. -2013. -№4. -С.33-46.
2. Туйчиев А.М. О среднеквадратическом полиномиальном приближении функций суммами Фурье-Чебышёва. //ДАН РТ. -2020. Т. -№11. -С.517-527.
3. Тухлиев К., Туйчиев А.М. Среднеквадратическое приближение функций на всей оси с весом Чебышева-Эрмита алгебраическими полиномами. //Труды Института математики и механики УрО РАН. Т.26. -№2. -2020. -С. 270-277

### ТОЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ТИПА ДЖЕКSONА-СТЕЧКИНА В ПРОСТРАНСТВЕ

$$L_{2,\mu}[-1,1]$$

**Тухлиев К.**

*Худжданский государственный университет им. Б.Гафурова*

Пусть  $L_{2,\mu}[-1,1] := L_2(\mu(x); [-1,1]), \mu(x) = (1-x^2)^{-1/2}$  – пространство вещественных функций  $f$ , определённых на отрезке  $[-1,1]$ , для которых  $\mu^{1/2}f$  суммируемо с квадратом

$$\|f\|_{L_{2,\mu}} = \left( \int_{-1}^1 \mu(x) f^2(x) dx \right)^{1/2} < \infty.$$

Рассмотрим оператор

$$F_h f(x) = \frac{1}{2} \left[ f(x \cosh + \sqrt{1-x^2} \sinh) + f(x \cosh - \sqrt{1-x^2} \sinh) \right]$$

и введём конечные разности первого и высших порядков равенствами:

$$\Delta_h(f; x) = F_h f(x) - f(x) = (F_h - E)f(x),$$

$$\Delta_h^m(f; x) = \Delta_h(\Delta_h^{m-1}(f; \cdot); x) = (F_h - E)^m f(x) = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} F_h^k f(x),$$

где  $F_h^0 f(x) \equiv f(x), F_h^k f(x) = F_h(F_h^{k-1} f(x)), k = \overline{1, m}; m \in \mathbb{N}$  и  $E$  – единичный оператор в пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$ . Для произвольной

$f \in L_{2,\mu}[-1,1]$  введём обобщённый модуль непрерывности  $m$ -го порядка:

$$\Omega_m(f; t) = \sup \{ \|\Delta_h^m(f; \cdot)\|_{L_{2,\mu}} : |h| \leq t \}.$$

Пусть теперь  $D = (1 - x^2) \frac{d^2}{dx^2} - x \frac{d}{dx}$  – дифференциальный оператор второго порядка. Операторы высших порядков рекуррентно определим, полагая  $D^r f = D(D^{r-1}f)$ , ( $r = 2, 3, \dots$ ). Символом  $L_{2,\mu}^{(r)}[-1,1]$ ,  $r \in \mathbb{N}$  обозначим класс функций  $f \in L_{2,\mu}[-1,1]$ , которые имеют локально абсолютно непрерывные производные  $(2r - 1)$ -го порядка, таких, для которых  $D^r f \in L_{2,\mu}[-1,1]$ . Равенством

$$\mathcal{E}_{n-1}(f)_{2,\mu} := \inf \{ \|f - p_{n-1}\|_{L_{2,\mu}} : p_{n-1} \in P_{n-1} \}$$

определим наилучшее приближение функции  $f \in L_{2,\mu}[-1,1]$  множеством  $P_{n-1}$  – алгебраических полиномов степени  $n - 1$ .

Для компактного изложения получаемых результатов введём следующую экстремальную аппроксимационную характеристику

$$M_{n,m,r,p}(\varphi; h) = \sup_{f \in L_{2,\mu}^{(2r)}} \frac{\mathcal{E}_{n-1}(f)_{2,\mu}}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(D^r f; t)_{2,\mu} \varphi(t) dt \right)^{\frac{1}{p}}},$$

где  $n, m \in \mathbb{N}$ ;  $r \in \mathbb{Z}_+$ ;  $p \in \mathbb{R}_+$ ;  $0 < h \leq \pi$ ;  $\varphi(t) \geq 0$  – суммируемая на отрезке  $[0, h]$  не эквивалентная нулю функция.

**Теорема.** Пусть  $n, m \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $0 < p \leq 2$ ,  $0 < h \leq \pi$ ,  $\varphi(t) \geq 0$  – суммируемая не эквивалентная нулю на  $[0, h]$  функция. Тогда справедливы неравенства

$$\{\alpha_{n,m,r,p}(\varphi; h)\}^{-1} \leq M_{n,m,r,p}(\varphi; h) \leq \left\{ \inf_{n \leq k < \infty} \alpha_{k,m,r,p}(\varphi; h) \right\}^{-1},$$

где

$$\alpha_{k,m,r,p}(\varphi; h) = \left( k^{2rp} \int_0^h (1 - \cos kt)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}.$$

При этом, если

$$\inf_{n \leq k < \infty} \alpha_{k,m,r,p}(\varphi; h) = \alpha_{n,m,r,p}(\varphi; h),$$

то имеет место равенство

$$M_{n,m,r,p}(\varphi; h) = n^{-2r} \left( \int_0^h (1 - \cos nt)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{-1/p}.$$

Из теоремы сразу вытекает

**Следствие.** Пусть весовая функция  $\varphi(t)$ , заданная на отрезке  $[0, h]$ , является неотрицательной и непрерывно дифференцируемой на нём. Если при всех  $t \in [0, h]$  и  $0 < p \leq 2$ ,  $r \in \mathbb{N}$  выполнено неравенство

$$(2rp - 1)\varphi(t) - t\varphi'(t) \geq 0,$$

то справедливо равенство

$$\inf_{n \leq k < \infty} \alpha_{k,m,r,p}(\varphi; h) = \alpha_{n,m,r,p}(\varphi; h)$$

и имеет место соотношение

$$M_{n,m,r,p}(\varphi; h) = \{\alpha_{n,m,r,p}(\varphi; h)\}^{-1}.$$

Используя полученных результатов, найдены точные значения различных  $n$ -поперечников классов функций, определяемых модулем непрерывности  $\Omega_m$  см.[1-3]).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шабозов М. Ш., Тухлиев К. Неравенства Джексона - Стечкина с обобщёнными модулями непрерывности и поперечники некоторых классов функций. Труды института математики и механики УрО РАН, 2015, т.21, 4, С. 292-308.
2. Тухлиев К. Точные верхние грани отклонения некоторых классов функций от их частных сумм ряда Фурье-Чебышёва в пространстве  $L_2$ . II. Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2014, 1(154), С.22-32.
3. Шабозов М. Ш., Тухлиев К. К-функционалы и точные значения  $n$ -поперечников некоторых классов из  $L_2((\sqrt{1-x^2})^{-1}; [-1,1])$ . Известия ТулГУ, 2014, Вып.1, Ч.1, С. 83-97.

# НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ КОНСТАНТЫ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ В КРУГЕ ФУНКЦИЙ

Тухлиев Д.К., Муродов К.Н.

*Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова*

Будем рассматривать пространство  $\mathbf{B}_2 := \mathbf{B}_2(U)$  функций  $f$  аналитических в единичном круге  $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$  таких для которых норма

$$\|f\| := \|f\|_{\mathbf{B}_2} = \left( \frac{1}{\pi} \iint_{(U)} |f(z)|^2 d\sigma \right)^{1/2} < \infty,$$

где интеграл понимается в смысле Лебега,  $d\sigma$  - элемент площади.

Через  $\mathbf{P}^n$  обозначим совокупность комплексных алгебраических полиномов степени не выше  $n$ .

Хорошо известно [1, с.201-202], что среди всех полиномов  $p_{n-1} \in \mathbf{P}_{n-1}$  наилучшее квадратичное приближение функции  $f \in \mathbf{B}_2$  в области  $U$  доставляет частичная сумма  $(n-1)$ -го порядка

$$T_{n-1}(f, z) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k z^k$$

разложения функции  $f(z)$  в степенной ряд Тейлора  $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ .

При этом для величины наилучшей полиномиальной аппроксимации произвольной функции  $f \in \mathbf{B}_2$  имеем

$$E_{n-1}(f)_{\mathbf{B}_2} = \inf \left\{ \|f - p_{n-1}\|_2 : p_{n-1} \in \mathbf{P}_{n-1} \right\} = \|f - T_{n-1}(f)\|_2 = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k|^2}{k+1} \right\}^{1/2},$$

где  $c_k(f)$  - коэффициенты Тейлора функции  $f$ . Далее введем обозначение

$$\left\| \Delta_h^m f(\cdot) \right\|_{\mathbf{B}_2} := \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left| \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} c_k f(\rho e^{i(t+kh)}) \right|^2 d\rho dt \right\}^{1/2},$$

и равенством

$$\omega_m(f; t)_{\mathbf{B}_2} := 2^m \sup_{|h| \leq t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|c_k|^2}{k+1} \cdot (1 - \cos kh)^m.$$

определим модуль непрерывности  $m$ -го порядка функции  $f \in \mathbf{B}_2$ .

В работе сначала доказывается следующая

**Лемма.** Для произвольной функции  $f \in \mathbf{B}_2$  и любых  $m, n \in \mathbf{N}$  имеет место равенство

$$\frac{1}{n^{2m}} \cdot \sum_{k=0}^n k^{2m} \cdot \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} + \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} = \frac{1}{n^{2m}} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} [(k+1)^{2m} - k^{2m}] \cdot E_k^2(f).$$

Основными результатами данной работы являются следующие теоремы.

**Теорема 1.** Для произвольной функции  $f \in \mathbf{B}_2$ , при любых  $m, n \in \mathbf{N}$  справедливо точное неравенство

$$\omega_m^2\left(f; \frac{2}{n}\right) \leq \frac{2^{2m}}{n^{2m}} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} [(k+1)^{2m} - k^{2m}] \cdot E_k^2(f)_{\mathbf{B}_2}. \quad (1)$$

Существует функция  $f_0 \in \mathbf{B}_2$ , для которой неравенство (1) обращается в равенство.

**Теорема 2.** Для любой функции  $f \in \mathbf{B}_2$  и любого  $n \in \mathbf{N}$  имеет место точное неравенство

$$E_{n-1}(f)_{B_2} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{n}{2} \int_0^{\pi/n} \omega^2(f, t)_{B_2} \sin ntdt \right\}^{1/2}.$$

Константа  $1/\sqrt{2}$  при каждом  $n$  уменьшена быть не может.

**Теорема 3.** Для любой функции  $f \in B_2$  и любого  $n \in \mathbf{N}$  имеют место точные оценки

$$E_{n-1}(f) \leq \frac{1}{n} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^n (2k-1) E_{k-1}^2(f) \right\}^{1/2} = \|f - \sigma_{n-1}(f)\| < \frac{\sqrt{2}}{n} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^n k E_{k-1}^2(f) \right\}.$$

Константы 1 и  $\sqrt{2}$  не могут быть уменьшены.

#### ЛИТЕРАТУРА:

- Смирнов В.И., Лебедев Н.А. Конструктивная теория функций комплексного переменного. - М.- Л.: Наука, 1964, с.201-202.

### НАИЛУЧШИЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ИНТЕГРАЛОВ С ВЕСОМ ЯКОБИ

Хамдамов Ш.Дж.

Худжандский государственный университет имени академика Б.Гафурова, Таджикистан  
Рассматриваем квадратурную формулу вида

$$\int_a^b q(x) f(x) dx = \sum_{k=0}^n p_k f(x_k) + R_n(f), \quad (1)$$

в которой весовая функция  $q(x)$  неотрицательна на интервале  $(a, b)$  и интегрируема по Риману,  $X = \{x_k : a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b\}$  — некоторый вектор узлов,  $P = \{p_k\}_{k=0}^n$  — некоторый вектор коэффициентов, а  $R_n(f) := R_n(f; q, X, P)$  — погрешность квадратурной формулы (1) на функции  $f(x)$ .

Если  $M$  — некоторый класс функций  $\{f(x)\}$ , определенных на отрезке  $[a, b]$ , то через  $R_n(M; q, X, P) = \sup\{|R_n(f; q, X, P)| : f \in M\}$  обозначим погрешность квадратурной формулы (1) на классе функций  $M$ , и пусть  $P$  — множество векторов коэффициентов  $P = \{p_k\}_{k=0}^n$ , и векторов узлов  $X = \{x_k\}_{k=0}^n$ , для которых квадратурная формула (1) имеет смысл.

Требуется при заданной положительной весовой функции  $q(x)$  найти величину  $[1; 2]: \varepsilon_n(M; q, X) =$

$\inf\{R_n(M; q, X, P) : P \subset P\}$ . Если существует вектор коэффициентов  $P^\circ = \{p_k^\circ\} \subset P$  такой, для которого в (4) достигается нижняя грань, то есть если  $\varepsilon_n(M; q, X) = R_n(M; q, X, P^\circ)$ , то квадратурная формула (1) называется наилучшей по коэффициентам квадратурной формулой при

фиксированных узлах  $X = \{x_k\}_{k=0}^n$ , а вектор  $P^\circ = \{p_k^\circ\}_{k=0}^n$  — наилучший вектор коэффициентов для класса функций  $M$ .  $W^{(r)}L_p[a, b]$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ;  $W^{(0)}L_p[a, b] \equiv L_p[a, b]$ ) — класс функций  $f(x)$ , заданных и определенных на отрезке  $[a, b]$ , у которых производная  $f^{(r-1)}(x)$  абсолютно-непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , существует кусочно-непрерывная производная  $f^{(r)}(x) \in$

$$\|f^{(r)}\|_p := \|f^{(r)}\|_{L_p} = \left( \int_a^b |f^{(r)}(x)|^p dx \right)^{1/p} \leq 1$$

$L_p[a, b]$ , для которой

Настоящая работа посвящена отысканию наилучших квадратурных формул вида

$$\int_{-1}^1 q_{\alpha, \beta}(x) f(x) dx = \sum_{k=1}^n p_k f(x_k) + R_n(f).$$

с весом Якоби  $q_{\alpha, \beta}(x) = (1-x)^\alpha(1+x)^\beta$ ,  $\alpha, \beta > -1$  для классов функций малой гладкости  $W^1L[-1; 1]$ , то

$$\|f'\|_{L[-1; 1]} = \int_{-1}^1 |f'(x)| dx \leq 1$$

есть, для которых

Имеет место следующая

**Теорема.** Пусть  $\alpha, \beta > -1$ . Тогда среди всех квадратурных формул вида (7) наилучшей для класса  $W^{(1)}L[-1, 1]$  является квадратурная формула, вектор коэффициентов которой имеет вид

$$P = \left\{ p_k, p_k = 2^{\alpha+\beta+1} \frac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)} \cdot \frac{1}{n} \right\}_{k=1}^n,$$

где  $\Gamma(u)$  — гамма функция Эйлера, а узлы определяются из системы равенств

$$\int_{x_k}^1 q_{\alpha, \beta}(x) dx = 2^{\alpha+\beta+1} \cdot \frac{\Gamma(\alpha+1) \cdot \Gamma(\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)} \cdot \frac{2n-2k+1}{2n}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Для погрешности наилучшей квадратурной формулы на всем классе  $W^{(1)}L[-1, 1]$

$$\mathcal{E}_n(W^{(1)}L[-1, 1]; q_{\alpha, \beta}(x)) = 2^{\alpha+\beta+1} \cdot \frac{\Gamma(\alpha+1) \cdot \Gamma(\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)} \cdot \frac{1}{n}.$$

справедлива оценка

Из теоремы вытекают ряд следствий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хамдамов, Ш.Дж. Об оценке погрешности наилучших квадратурных формул на некоторых классах функций. / Хамдамов Ш.Дж. // ДАН РТ, -2010. -Т. 53. - №5. -С. 333-337.
2. Шабозов, М.Ш. Оптимизация некоторых весовых квадратурных формул в пространстве. / Шабозов М.Ш., Сабоиев Р.С., Хамдамов Ш.Дж. // ДАН РТ. -2009. -Т. 52. -№1. -С. 5-9.

### СОВМЕСТНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛОВ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ

Хамдамов И.М.

Национальный университет Узбекистана,

E-mail: [khamdamov.isakjan@gmail.com](mailto:khamdamov.isakjan@gmail.com)

Настоящая работа является продолжением работы [1,2] и посвящена изучению свойств выпуклых оболочек, порожденных равномерной выборкой на плоскости в многоугольнике. Напомним, что в работе [1,2] доказаны совместные предельные теоремы для числа вершин, площади и периметра выпуклой оболочки в случае, когда, выпуклая оболочка порождена от реализации однородного пуассоновского точечного процесса на плоскости в многоугольнике. Процесс исследования функционалов выпуклых оболочек условно разделен на два периода: до и после работы Groeneboom P.[3].

В работах Reny A. and Sulanke R [4], Efron B. [5] и Carnal H. [6] (до работы Groeneboom P.) основным прогрессом в этой области состоял лишь в изучении свойств средних значений основных функционалов, таких как число вершин, площадь и периметр выпуклой оболочки в различных случаях в исходном распределении. Основное достижение Groeneboom P. в [3] состоит в том, что он догадался использовать известное свойство однородных биномиальных точечных процессов, состоящее в том, что вблизи границы носителя такой процесс почти неотличим от однородного пуассоновского точечного процесса.

Метод доказательства центральной предельной теоремы для числа вершин выпуклой оболочки, предложенный Groeneboom P., получил развитие в работах учеников Groeneboom P. и в том числе в [1,2].

Пусть  $P_j, j = 1, 2, \dots, n$  — независимые наблюдения над случайным вектором, имеющим равномерное распределение в выпуклом  $r$ -угольнике  $A$  с площадью  $S_0$ . Обозначим через  $C_n = C_n(\mathbf{P}_n)$  выпуклую оболочку, порожденную векторами  $P_j, j = 1, 2, \dots, n$ . Нас интересует совместное предельное распределение следующих функционалов от  $C_n$ : общее число вершин  $v_n$ , площадь  $s_n$  и периметр  $l_n$ . Обозначим через  $\omega$  вектор, имеющий двумерное нормальное распределение с нулевым вектором средних значений, единичными дисперсиями и коэффициентом корреляции  $\sqrt{5/14}$ .

В наших условиях получены следующие результаты :

$$1) \quad (b_n(v_n - a_n), b_n^*(S_0 - s_n - a_n^*)) \xrightarrow{d} \omega \text{ при } n \rightarrow \infty;$$



2) случайная величина  $\sqrt{n/S_0}t_n^*$  при  $n \rightarrow \infty$  асимптотически независима от  $(V_n, S_n)$ .

Более того, она сходится по вероятности к случайной величине  $\zeta$ , представимой в виде суммы  $r$  независимых случайных величин,

где  $a_n, b_n, a_n^*$  и  $b_n^*$  определенным образом возрастающие последовательности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Formanov Sh.K., Khamdamov I.M., On joint probability distribution of the number of vertices and area of the convex hulls generated by a Poisson point process, *Statistics and Probability Letters* 169 (2021) 108966, 1-7.
2. Khamdamov I.M., Chay Z.S. Joint distribution of the number of vertices and the area of convex hulls generated by a uniform distribution in a convex polygon, *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, 2021, 14(2), p.232-243.
3. Groeneboom P. Limit theorems for convex hulls. *Probab. Theory Related Fields*. 79, 1988, 327-368.
4. Reny A. and Sulanke R., Uber die konvexe Hulle von zufalling gewahlten Punkte. *Z.Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb.* 2, 1963, 75-84.
5. Efron B. The convex hull of a random set of points. *Biometrika*, 52, 1965, 331-343.
6. Carnal H. Die konvexe Hulle von n rotations symmetrisch verteilte n Punkten. *Z.Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb.* 15, 1970, 168-176.

### ФОРМУЛА РАЗЛОЖЕНИЕ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ КАМПЕ ДЕ ФЕРИЕТ $F_{1;1;1}^{2;1;1}[x, y]$ ОТ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

<sup>1</sup>Хасанов А., <sup>2</sup>Холиёров Ш.

<sup>1</sup>Институт математики, Ташкент, [anvarhasanov@yahoo.com](mailto:anvarhasanov@yahoo.com)

<sup>2</sup>Термезский государственный университет, Термез  
[sharofiddinxoliyorov311@gmail.com](mailto:sharofiddinxoliyorov311@gmail.com)

Признано, что многие проблемы теоретической физики и современной математики приводят к изучению различных гипергеометрических функции нескольких комплексных переменных. К ним относятся, например; проблемы

теории супер струн [2], аналитического продолжения контурных интегралов типа Меллина-Барнса [3, 4] и алгебраической геометрии [5].

Гипергеометрические функции многих переменных возникают в квантовой теории поля как решения уравнения Книжника-Замолодчикова, в теории поля и описывающие поведение корреляционных функций в модели Весса-Зумино-Виттена. Дринфельд [6] подтвердил, что один из монодромии уравнения (ассоциатор Дринфельда) удовлетворяет пентагональному уравнению и является производящей функцией для значения гипергеометрических функций с несколькими аргументами в целых точках. Такой подход позволяет связать специальные функции гипергеометрического типа к актуальным задачам теории представлений алгебр Ли и квантовых групп, а также другие прикладные задачи [6 - 8]. Гипергеометрические функции также используются при решении краевых задач для вырождающихся дифференциальных уравнений. [10-11]. Некоторые формулы разложения для гипергеометрических функции доказаны в работах [13-16]. В этом докладе доказаны некоторые формулы разложения для гипергеометрической функции  $F_{1;1;1}^{2;1;1}[x, y]$  [1, 12]

$$F_{1;1;1}^{2;1;1} \left[ \begin{matrix} a_1, a_2; b; c; \\ d; e; f; \end{matrix} x, y \right] = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{m+n} (b)_m (c)_n}{(d)_{m+n} (e)_m (f)_n m!n!} x^m y^n, \quad (1)$$

где  $(a)_k = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} = a(a+1)(a+2)\dots(a+k-1)$ ,  $a \in \mathbb{C}$ ,  $k \in N_0 \equiv \{0, 1, \dots\}$  -

обозначение Похгаммера [1, 9, 12]. Имеет место следующие формулы разложения. Например:

$$F_{1;1;1}^{2;1;1} \left[ \begin{matrix} a_1, a_2; b; c; \\ d; e; f; \end{matrix} x, y \right] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(a_1)_i (a_2)_i (e-b)_i}{(d)_i (e)_i i!} (-1)^i x^i F_{1;0;1}^{2;0;1} \left[ \begin{matrix} a_1+i, a_2+i; -; c; \\ d+i; -; f; \end{matrix} x, y \right], \quad (2)$$

$$F_{1;1}^{2;1;1} \left[ \begin{matrix} a_1, a_2; b; c; \\ d; e; f; \end{matrix} ; x, y \right] = \sum_{i,j=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+j} (e-b)_i (f-c)_j (a_1)_{i+j} (a_2)_{i+j}}{(e)_i (f)_j (d)_{i+j} i! j!} x^i y^j F(a_1+i+j, a_2+i+j; d+i+j; x+y). \quad (3)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. P. Appell, J. Kamp'е de F'eriet. Fonctions hyperg'etriques et hypersphriques, polyn^omes d'Hermite, Gauthier-villars, Paris, 1926.
2. P. Candelas, X. C. De La Ossa, P. S. Green, L. Parkes. A pair of Calabi-Yau manifolds as an exactly soluble superconformal theory, Nucl. Phys. B 359 (1), 21–74, 1991.
3. M. Passare, A. Tsikh, A. A. Cheshel. Multiple Mellin-Barnes integrals as periods of Calabi-Yau manifolds with several moduli, Theor. Math. Phys. 109 (3), 1544–1555, 1996.
4. R. P. Horja. Hypergeometric functions and mirror symmetry in toric varieties, Preprint. math., AG/9912109, 1-103, 1999.
5. V. G. Drinfeld. Hamiltonian structures on Lie groups, Lie bialgebras, and the geometric meaning of the classical Yang-Baxter equations, Reports of the USSR Academy of Sciences 268 (2), 285–287, 1983.
6. L. Bers. Mathematical aspects of subsonic and transonic gas dynamics, John Wiley and Sons, 176, New York, 1958.
7. G. Lohofer. Theory of an electromagnetically levitated metal sphere 1: Absorbed power, SIAM J. Appl. Math. 49 (2), 567–581, 1989.
8. A. W. Niukkanen. Generalised hypergeometric series  $NF(x_1; \dots; x_N)$  arising in physical and quantum chemical applications, J. Phys. A: Math. Gen. 16, 1813–1825, 1983.
9. A. Erd'elyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi. Higher Transcendental Functions, Vol. I, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.
10. T. G. Ergashev, A. Hasanov. Fundamental solutions of the bi-axially symmetric Helmholtz equation, Uzbek Math. J. 1, 55–64, 2018.
11. A. Hasanov. Fundamental solutions of generalized bi-axially symmetric Helmholtz equation, Complex Var. Elliptic Equ. 52 (8), 673–683, 2007.
12. H. M. Srivastava, P. W. Karlsson. Multiple Gaussian hypergeometric series, Ellis Horwood Series: Mathematics and its Applications. Ellis Horwood Ltd., Chichester; Halsted Press [John Wiley & Sons, Inc.], New York, 1985.
13. A. Hasanov, H. M. Srivastava. Decomposition formulas associated with the Lauricella multivariable hypergeometric functions, Comput. Math. Appl. 53 (7), 1119–1128, (2007).
14. A. Hasanov, H. M. Srivastava. Some decomposition formulas associated with the Lauricella function  $F(r)$  and other multiple hypergeometric functions, Appl. Math. Lett. 19 (2), 113–121, 2006.
15. A. Hasanov, H. M. Srivastava, M. Turaev, Decomposition formulas for some triple hypergeometric functions, J. Math. Anal. Appl. 324 (2), 955–969, 2006.
16. J. Choi, A. Hasanov, Applications of the operator  $H(a;b)$  to the Humbert double hypergeometric functions, Comput. Math. Appl. 61, 663–671, 2011.

### СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ $A(z)$ – АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ Хусенов Б.

Бухарский Государственный Университет

Пусть  $A(z)$  – антианалитическая, т. е.  $\frac{\partial A}{\partial \bar{z}} = 0$ , в области  $D \subset \mathbb{C}$  такая, что  $|A| \leq C < 1$ ,  $C =$

const,  $\forall z \in D$ .

**Определение 1.** [3] Пусть  $f(z)$  – дифференцируемая функция в области  $D$ . Если для любого  $z \in D$  она удовлетворяет уравнение Белтьрами:

$$\overline{\partial}_A f(z) = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

то  $f(z)$  называется  $A(z)$ -аналитической функцией в области  $D$ . Класс  $A(z)$ -аналитических функций обозначим через  $O_A(D)$ .

Пусть выпуклая область  $D \subset \mathbb{C}$ . Рассмотрим в этой области функция  $\psi(z; a) = z - a + \int_{\gamma(a; z)} \overline{A(\tau)} d\tau$  является  $A(z)$ -аналитической функцией, где  $\gamma(a; z)$  – гладкая кривая или касательная путь, соединяющая точки  $a; z \in D$ . Множество

$$L(a; r) = \left\{ | \psi(z; a) | = \left| z - a + \int_{\gamma(a; z)} \overline{A(\tau)} d\tau \right| < r \right\},$$

представляет собой открытое множество в  $D$ . Для достаточно малых  $r$  оно компактно принадлежит  $L(a; r) \subset \subset D$  и содержит точку  $a$ . Это множество называется  $A(z)$ -лемниской, с центром в точке  $a$  и обозначается как  $L(a; r)$ . Эта лемниска является односвязным множеством.

Рассмотрим функцию  $f(z)$ ,  $A(z)$ -аналитическую внутри лемниската  $L(a; r)$ , и предположим её ограниченной; при этом мы не делаем а priori никакой гипотезы о существовании предельных значений функции для точек граница  $\partial L(a; r)$ . Предложение П. Фату состоит в следующем утверждении:

**Предложение.**  $A(z)$ -аналитическая функция  $f(z)$  ограничена в лемниске  $L(a; r)$ , стремится почти всюду на  $| \psi(\zeta; a) | = r$  к определённым значениям  $f(\zeta)$ , когда точка  $z$  приближается к точке  $\zeta$  по любому касательному пути  $\gamma(a; \zeta)$ :

$$f(\zeta) = \lim_{z \rightarrow \zeta} f(z), \text{ где } \zeta \in \partial L(a; r), z \in \gamma(a; \zeta).$$

Так как любой некасательный к граница  $\partial L(a; r)$  путь  $\gamma$ , принадлежащей лемниске  $L(a; r)$  и заканчивающийся в точке  $\zeta_0$ ,  $| \psi(\zeta_0; a) | = r$ , можно заключить внутри угла с вершиной  $\zeta_0$ , содержащегося в этом лемниске, то граничные значения по всем некасательным к границе путям лемниската  $L(a; r)$  можно характеризовать как угловые граничные значения.

Классическая утверждения приведено в работа [2].

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. Привалов И. И. Integral Cauchy, Саратов, Сов. графия, 1919, 96 с.
2. Привалов И. И. Граничные свойства аналитических функций, Москва-Ленинград, Государственное издательство Техничко-теоритической литературы, 1950, 338 с.
3. Sadullayev A., Jabborov N. M. On a class of A-analytic functions. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., Volume 9. Issue 3. 2016, 374-383 p.

### О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ СТРОГО ПОЛОЖИТЕЛЬНО ЗАВИСИМЫХ В КВАДРАНТЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.

Шарипов О.Ш. Кобилов У.Х.

Национальный Университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека

E-mail: [osharipov@yahoo.com](mailto:osharipov@yahoo.com), [kobilov.utkir25@gmail.com](mailto:kobilov.utkir25@gmail.com)

Пусть  $\{X_n, n \geq 1\}$  является последовательностью случайных величин. Обозначим через  $\rho_j$  и  $\bar{\rho}_j = 1 - \rho_j$  индикаторные функции событий  $\{X_j \leq x_j\}$  и  $\{X_j > x_j\}$

соответственно, где  $x_j \in R$ . Пусть  $\rho_A = \prod_{j \in A} \rho_j$ ,  $A \subset \{1, \dots, n\}$ .

Семейство  $\{X_1, \dots, X_n\}$  случайных величин называется строго положительно зависимым в квадранте (см.[1]-[2]), если для любых непересекающихся  $A, B \subset \{1, \dots, n\}$  и  $x_j \in R$  выполняются неравенства

$$\text{cov}(\rho_A, \rho_B) \geq 0, \text{cov}(\bar{\rho}_A, \bar{\rho}_B) \geq 0, \text{cov}(\rho_A, \bar{\rho}_B) \leq 0.$$

Бесконечное семейство случайных величин  $\{X_n, n \geq 1\}$  называется строго положительно зависимым в квадранте, если каждое ограниченное подсемейство будет строго положительно зависимым в квадранте.

Семейство случайных величин  $\{X_1, \dots, X_n\}$  называется ассоциированным, если выполняется неравенство

$$\text{Cov}(f(X_1, \dots, X_n), g(X_1, \dots, X_n)) \geq 0$$

для любых покоординатно неубывающих функций  $f, g: R^n \rightarrow R$  для которых существует ковариация. Бесконечное семейство с.в.  $\{X_n, n \geq 1\}$  называется ассоциированным, если каждое ограниченное подсемейство будет ассоциированным. Условие строго положительной зависимости в квадранте слабее чем условие ассоциированности.

В докладе будут приведены результаты о предельных распределениях экстремальных значений последовательности строго положительно зависимых в квадранте случайных величин.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. K. Joag-Dev. Independence via uncorrelatedness under certain dependence structures, Ann. Probab., 1983, 11, 1037-1041.
2. C.M. Newman. Asymptotic independence and limit theorems for positively and negatively dependent random variables. In :Inequalities in Statistics and Probability, Tong, Y.L. (ed.), 1984, 127-140, IMS, Hayward California.

### ДИНАМИКА КОМПОЗИЦИИ КВАДРАТИЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ДВУМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ СИЛЬНЫМ ТУРНИРАМ

Эшмаматова Д.Б.

ТГТУ, Ташкент, Узбекистан;

24dil@mail.ru.

Пусть  $S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, \dots, x_m) : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$   $(m-1)$ -мерный симплекс в  $\mathbb{R}^m$ , В работе

[1] было введено отображение Лотки-Вольтера  $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ , определяемое равенствами

$$V: x'_k = x_k \left( 1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right), k = 1, \dots, m, \quad (1)$$

где  $A = (a_{ki})$  – кососимметрическая матрица, при условии  $a_{ki} = -a_{ik}$ ,  $|a_{ki}| \leq 1$ .

**Теорема.** Отображение  $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ , определяемое (1) является гомеоморфизмом, а при условии  $|a_{ki}| < 1$  для всех  $k, i = \overline{1, m}$  будет диффеоморфизмом симплекса  $S^{m-1}$ .

Пусть отображения Лотки-Вольтера  $V_1 \circ V_2$ , действующие в  $S^2$  имеют следующий вид:

$$V_1: \begin{cases} x'_1 = x_1(1 - a_{12}x_2 + a_{13}x_3), \\ x'_2 = x_2(1 + a_{12}x_1 - a_{23}x_3), \\ x'_3 = x_3(1 - a_{13}x_1 + a_{23}x_2), \end{cases} \quad V_2: \begin{cases} x'_1 = x_1(1 + b_{12}x_2 - b_{13}x_3), \\ x'_2 = x_2(1 - b_{12}x_1 + b_{23}x_3), \\ x'_3 = x_3(1 + b_{13}x_1 - b_{23}x_2). \end{cases} \quad (2)$$

Так как отображения  $V_1$  и  $V_2$  есть автоморфизм  $S^2$  в себя [1], [2] тогда очевидно, что их композиция  $V_1 \circ V_2$  также является автоморфизмом, причем она представима в виде:

$$V_1 \circ V_2 : \begin{cases} x'_1 = x_1(1+b_{12}x_2-b_{13}x_3)(1-a_{12}x_2(1-b_{12}x_1+b_{23}x_3)+a_{13}x_3(1+b_{13}x_1-b_{23}x_2)), \\ x'_2 = x_2(1-b_{12}x_1+b_{23}x_3)(1+a_{12}x_1(1+b_{12}x_2-b_{13}x_3)-a_{23}x_3(1+b_{13}x_1-b_{23}x_2)), \\ x'_3 = x_3(1+b_{13}x_1-b_{23}x_2)(1-a_{13}x_1(1+b_{12}x_2-b_{13}x_3)+a_{23}x_2(1-b_{12}x_1+b_{23}x_3)). \end{cases}$$

Композиция отображений  $V_1 \circ V_2$  имеет следующие неподвижные точки:

1. Для каждого отображения  $V_1$  и  $V_2$  вершины симплексов являются неподвижными точками, в композиции отображений  $V_1 \circ V_2$  вершины  $e_1(1;0;0)$ ,  $e_2(0;1;0)$ ,  $e_3(0;0;1)$  также сохраняются как неподвижные точки.

2. На каждом ребре существует неподвижная точка:

$$M_1 \left( \frac{(b_{12}+2)\sqrt{a_{12}} - \sqrt{b_{12}(a_{12}b_{12}+4)}}{2b_{12}\sqrt{a_{12}}}; \frac{(b_{12}-2)\sqrt{a_{12}} + \sqrt{b_{12}(a_{12}b_{12}+4)}}{2b_{12}\sqrt{a_{12}}}; 0 \right) \in \Gamma_{12},$$

$$M_2 \left( \frac{a_{13}(b_{13}-2) - \sqrt{a_{13}b_{13}(a_{13}b_{13}+4)}}{2a_{13}b_{13}}; 0; \frac{a_{13}(b_{13}+2) - \sqrt{a_{13}b_{13}(a_{13}b_{13}+4)}}{2a_{13}b_{13}} \right) \in \Gamma_{13}$$

$$M_3 \left( 0; \frac{(b_{23}+2)\sqrt{a_{23}} - \sqrt{b_{23}(a_{23}b_{23}+4)}}{2b_{23}\sqrt{a_{23}}}; 0; \frac{(b_{23}-2)\sqrt{a_{23}} + \sqrt{b_{23}(a_{23}b_{23}+4)}}{2b_{23}\sqrt{a_{23}}} \right) \in \Gamma_{23}$$

Приведено полное изучение предельного поведения внутренних точек композиций отображения  $V_1 \circ V_2$ , а также спектра его неподвижных точек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ganikhodzhaev R.N., Eshmamatova D.B. Quadratic automorphisms of a simplex and the asymptotic behavior of their trajectories. Vladikavkaz. Mat. Zh., 2006, Volume 8, Number 2, 12-28.
2. Ganikhodzhaev R.N., Tadziewa M.A., Eshmamatova D.B. Dynamical Properties of Quadratic Homeomorphisms of a Finite-Dimensional Simplex. Journal of Mathematical Sciences, 245(3). P.398-402.

# II ШЎЪБА. АЛГЕБРА ВА ГЕОМЕТРИЯ. ALGEBRA AND GEOMETRY.

## RIMANNING DZETA FUNKSIYASINING NOLLARI HAQIDA

Abduraimov Y.

*Termiz davlat universiteti, Termiz, O'zbekiston*

Ma'lumki,  $\operatorname{Re} s = \sigma > 1$  bo'lganda Riman (Georg Fridrix Bergard Riman (1826-1866)-nemis matematigi)ning dzeta funksiyasi  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$ ,  $s = \sigma + it$  tenglik yordamida aniqlanadi. Bu ta'rifdan  $\zeta(s)$  ning  $\operatorname{Re} s > 1$  yarim tekislikda analitik ekanligi kelib chiqadi. Shuning uchun ham  $\zeta(s)$  tekis yaqinlashuvchi qatorning yig'indisi sifatida analitik funksiyani ifodalaydi. Uning haqiqiy o'qdagi  $s = -2, -4, -6, \dots$  nollariga *trivial nollari* deyiladi. Qolgan barcha nollari esa trivial bo'lmagan nollari deb yuritiladi.

Riman o'zining 1860 yilda yozgan mashhur memuarida [1] tub sonlar taqsimotini chuqur o'rganish uchun  $\zeta(s)$  funksiyani kompleks o'zgaruvchi  $s = \sigma + it$  ning funksiyasi sifatida o'rganish zarur ekanligini uqtirib o'tgan edi.

Riman isbotlagan ikki asosiy natijasi quyidagidan iborat: a)  $\zeta(s)$  funksiyani butun kompleks tekislikga analitik davom ettirish mumkin; b)  $\zeta(s)$  ushbu funksional tenglama

$$\pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{2}s\right) \zeta(s) = \pi^{-\frac{1}{2}(1-s)} \Gamma\left(\frac{1}{2}(1-s)\right) \zeta(1-s)$$

ni qanoatlantiradi. Bu yerda  $\Gamma(s)$  – Eylerning gamma funksiyasi.

Bu funksional tenglama  $\zeta(s)$  ning  $\sigma > 1$  dagi xossalaridan  $\sigma < 0$  dagi xossalarini keltirib chiqarish imkoniyatini beradi.

Agar  $\sigma > 1$  bo'lsa,  $\zeta(s) \neq 0$  va agar  $\sigma < 0$  bo'lsa,  $\zeta(s)$  funksiyasi trivial bo'lmagan nollarga ega emas ekanligi isbotlangan. Tekislikning qolgan qismi, ya'ni  $0 \leq \sigma \leq 1$  ga *kritik yo'lak* deb ataladi. Bulardan tashqari Riman  $\zeta(s)$  to'g'risida bir necha gipotezalarni ilgari suradi. Ulardan biri

$\zeta(s)$  ning barcha trivial bo'lmagan nollari  $\sigma = \frac{1}{2}$  kritik to'g'ri chiziqda yotadi – degan gipotezasi

hozirgacha to'la isbotlangan emas. 1914 yilda G. Xardi  $\sigma = \frac{1}{2}$  to'g'ri chiziqda  $\zeta(s)$  ning cheksiz ko'p

nollarining yotishini isbotladi. 1942 yilda A. Selberg esa bu nollarning  $\zeta(s)$  ning barcha nollari orasida musbat zichlikka ega ekanligini isbotladi [2]. Valle-Pussen va Adamarlar 1898 yilda bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda  $s = 1$  da  $\zeta(s) \neq 0$  ekanligini isbotladilar. Aniqroq qilib aytganda Valle-Pussen agar

$$\sigma > 1 - \frac{c_1}{\ln t}, \quad t \geq 2 \quad (1)$$

bo'lsa, u holda  $\zeta(s) \neq 0$  ekanligini ko'rsatishgan. Bu yerda  $c_1$  – qandaydir musbat doimiy son. 1948 yilda A. Selberg va P. Erdyoshlar bu natijaning elementar isbotini berdilar. Shundan keyin N. Chudakov agar

$$\sigma > 1 - \frac{C_2}{\left(\ln^{\frac{3}{4}} t\right) \left(\ln \ln t\right)^{\frac{3}{4}}}$$

bo'lsa,  $\zeta(s) \neq 0$  ekanligini isbot qildi. 1958 yilda I. M. Vinogradov va N. M. Korobovlar agar

$$\sigma > 1 - \frac{C(\alpha)}{(\ln t)^\alpha}, \quad \alpha > \frac{2}{3}$$

bo'lsa, u holda  $\zeta(s) \neq 0$  ekanligini ko'rsatishdi.

Hozirgi vaqtda  $\zeta(s)$  ning eng kichik ordinatali noli  $\beta = \frac{1}{2} + i 14, 134725$  ekanligi isbotlangan.

Shuningdek, kompyuterlar yordamida ordinatasi  $0 < t \leq 33 \cdot 10^9$  shartni qanoatlantiruvchi barcha nollari  $\sigma = \frac{1}{2}$  to'g'ri chiziq ustida yotishi isbotlangan. Shuning uchun ham bu sohadagi izlanishlar aktual hisoblanadi.

Ushbu ishda biz dzeta funksiyaning nollari haqidagi keyingi ma'lumotlar va [3] da foydalanilgan usul yordamida (1) da ishtirok etuvchi  $c_1$  son qiymatini aniqlashtirib  $c_1 = 0,0109$  deb olish mumkin ekanligi ko'rsatilgan.

#### ADABIYOTLAR

1. Karatsuba A.A. Osnovi analiticheskoy teorii chisel. -M.:Nauka,1983.-240 s.
2. Montgomery H.L., Vaughan R.C. Multiplicative number theory: I. Classical theory. Cambridge studies in advanced math. Cambridge. 2007. 552p.
3. Allakov I. Sonlar nazariyasining ba'zi bir additiv masalalarini analitik usullar bilan yechish. - Toshkent, «Ta'lim» 2012, 200bet

### ROBOTOTEXNIK MEXANIZMLARNING MAXSUSLIKLARINI IZLASHDA MATRITSAVIY USULNING QO'LLANISHI

**Barotov A. S., Abdullayev S. A.**

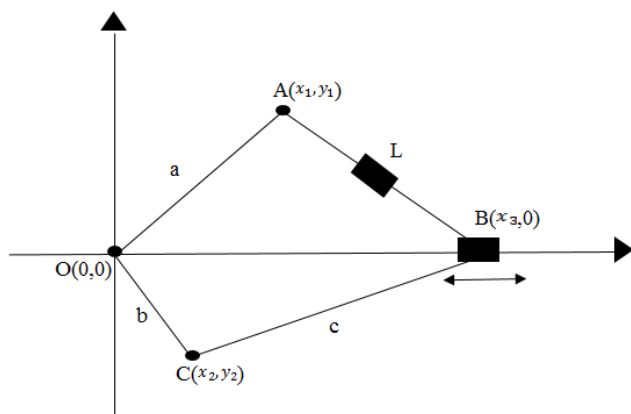
*Samarqand Davlat Universiteti, Samarqand, O'zbekiston*

Robototexnikaning ko'pgina mexanizmlari yuqori erkinlik darajasiga ega. Bu holat esa o'z navbatida mexanizmning harakatlanishi natijasida maxsus holatlarning paydo bo'lishiga olib keladi. O'rganilayotgan mexanizmlarning holat funksiyalari (bog'lanishlar tenglamalari) quyidagi nochiziqli algebraik tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalanadi [1-3]:

$$F_i(U, V) \stackrel{\text{def}}{=} F_i(x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n}) = 0, \quad i = \overline{1, m} \quad n \leq m \quad (1)$$

Bunda,  $U = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  va  $V = (x_{m+1}, \dots, x_{m+n})$  mos holda holat va boshqaruv koordinatalari,  $F_i$  esa ko'phadlar. Tenglamalar soni  $m$ , holat koordinatalar soni  $U$  bilan mos keladi,  $n$  esa mexanizmning erkinlik darajasi deb ataladi. Umumiy holda mexanizmning erkinlik darajasi  $n = k - m$  tenglik bilan topiladi, bu yerda  $k$ -tenglamalar sistemasidagi noma'lumlar soni. Har bir  $V$  boshqaruv koordinatalarning qiymatlariga (1) sistemani qanoatlantiruvchi  $U$  ning chekli sondagi qiymatlari mos keladi.  $U(V)$  ko'p qiymatli vector funksiya deb aytiladi, ya'ni  $x_i = x_i(x_{m+1}, \dots, x_{m+n})$ .

**Misol.** To'rtburchakli gidrosilindirlik mexanizimning maxsus nuqta atrofida asimtotik yechimini qaraylik. Bunda  $A, O, B, C$  nuqtalar quyidagi koordinatalarga ega:  $O(0,0)$ ,  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_3, 0)$ ,  $C(x_2, y_2)$ , va  $OA = a$ ,  $OC = b$ ,  $BC = c$  ( $b < a < c$ ) o'zgarmas kattaliklar,  $L$ - musbat o'zgaruvchi kattalik.



Qaralayotgan mexanizmning holat funksiyalarining bog'lanish tenglamalarini

$$\text{tuzamiz: } \begin{cases} g_1 \stackrel{\text{def}}{=} x_1^2 + y_1^2 = a^2 \\ g_2 \stackrel{\text{def}}{=} (x_1 - x_3)^2 + y_1^2 = L^2 \\ g_3 \stackrel{\text{def}}{=} (x_2 - x_3)^2 + y_2^2 = c^2 \\ g_4 \stackrel{\text{def}}{=} x_2^2 + y_2^2 = b^2 \end{cases} \quad (2)$$

**Teorema.** To'rtburchakli gidrosilindirlik mexanizm ikkinchi tur maxsuslikka

erishmaydi.

**Isbot.** Shartga ko'ra mexanizm ikkinchi tur maxsuslikka erishishi uchun  $\forall i$  lar uchun  $M_i = 0$  ( $i = \overline{1,10}$ ) sharti bajarilishi zarur. Lekin bunday holat yuz bermaydi, chunki aniqlanishiga ko'ra  $b \neq c$  va  $L > 0$

#### ADABIYOTLAR

1. Баротов А.С. Алгоритм вычисления особенностей алгебраических кривых возникающих в робототехнике // Узбекский математический журнал. -Ташкент, 2011. -№ 1.-С.11-20.

2. Брюно А.Д. Солеев А. Локальная униформизация ветвей пространственной кривой и многогранники Ньютона // Алгебра и анализ Т. 3, вып. 1, (1991), С. 67-102.  
 3. Брюно А.Д. Солеев А. Классификация особенностей функции положения механизмов // Проблемы машиностроения и надежности машин. № 1, 1994.С.102-109.

## TOPOLOGIK FAZOLARNING NASLIY XOSSALARI

**Beshimov R.B., Husenova D.**

*Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

$h \mathfrak{A}(X) = \sup\{f(Y): Y \subset X\}$  topologik fazolarning nasliy xossasi.

$\mathfrak{A} = \{d, wd, \chi, \pi\chi, t, \dots\}$  nasliy xossaga ega.

**Ta'rif.**  $(X, \tau)$  topologik fazo,  $X' \subset X$   $\tau = \{U: U \subset X\}$ ,  $U$  ochiq to'plam.  $\tau \cap X' = \{U \cap X': U \in \tau\} = \tau'$  - oila  $X'$  da topologiya hosil qiladi.

$(X', \tau')$  - topologik fazoda indusirlangan (nasliy) topologik fazo deyiladi.

(O1')  $\emptyset \cap X' = \emptyset \in \tau'$ ,  $X \cap X' = X' \in \tau'$

(O2')  $U'_1, U'_2 \in \tau' \Rightarrow U'_1 = X' \cap U_1, U'_2 = X' \cap U_2,$

$U'_1 \cap U'_2 = (X' \cap U_1) \cap (X' \cap U_2) = X' \cap (U_1 \cap U_2) \in \tau'$

(O3')  $A' \subset \tau' \Rightarrow \bigcup_{\alpha \in A'} U'_\alpha = \bigcup_{\alpha \in A'} (X' \cap U_\alpha) = X' \cap (\bigcup_{\alpha \in A'} U_\alpha) \in \tau'$

**Ta'rif.**  $X=[0,1)$  yarim intervalda topologiya kiritamiz,  $[\alpha, \beta)$ ,  $0 \leq \alpha < \beta \leq 1$  topologiyani bazasini tashkil qiladi. Berilgan topologik fazo  $X^*$  bilan belgilanadi.  $X^*$  P.S.Aleksandrov strelkasi deyiladi va quyidagi xossalarga ega.

- 1)  $X^*$  -  $T_1$ - fazo;
- 2)  $X^*$  - regulyar fazo;
- 3)  $X^*$  - sanoqlilikning birinchi aksiomasi;
- 4)  $X^*$  - separabel fazo;
- 5)  $X^*$  - nasliy finalniy kompakt;
- 6)  $X^*$  - normal fazo.

$\Pi^2 = X^* \times X^*$  - nasliy Lindelof emas.

$\Delta = \{(x, 1-x): x \in [0,1)\} \subset X^* \times X^*$

$|\Delta| = \mathbb{C}$  kontinum.

$A = \{(r, 1-r): r \in \mathbb{Q} \cap [0,1)\}$ ,

$B = \{(i, 1-i): i \in \mathbb{I} \cap [0,1)\}$ .

$A \cap B = \emptyset$ ,  $A, B$  - yopiq to'plam.

$O_\varepsilon(A) \cap O_\varepsilon(B) \neq \emptyset$ ,  $\varepsilon > 0$ .

$\Delta$  - finalniy kompakt emas, normal fazo emas, separabel fazo emas.

Teorema.  $\Pi^2 = X^* \times X^*$  - normal fazoni, final kompakti, separabel fazoni saqlamaydi.

### ADABIYOTLAR

1. А.В. Архангельский, В.И. Пономарев. ОСНОВЫ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ И УПРАЖНЕНИЯХ. Москва 1974
2. Р.Энгелькинг "Общая топология" Москва 1986
3. Ю.В.Садовничий, Р.Б.Бешимов, Т.Ф.Жураев. "Топология" Ташкент 2021

## DERIVATIONS OF SOME SIX-DIMENSIONAL 4-LIE ALGEBRAS

**Beshimova Sh.X.**

e-mail: [sh.beshimova96@gmail.com](mailto:sh.beshimova96@gmail.com)

*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

In this thesis, the derivation spaces of six-dimensional 4-Lie algebras are studied.

The study of  $n$ -Lie algebras has developed a new chapter in the study of Lie theory, attracting many researchers in different areas due largely to the close connections between  $n$ -Lie algebras and dynamics, geometries as well as string theory.

Filippov [1] introduced the concept of  $n$ -Lie algebra and classified  $(n+1)$ -dimensional  $n$ -Lie algebras over an algebraically closed field of characteristic zero. The structure of  $n$ -Lie algebras is very different from that of Lie algebras due to the  $n$ -ary multilinear operation. For example, up to isomorphism there is a unique finite-dimensional simple  $n$ -Lie algebra for  $n > 2$  over an algebraically



closed field of characteristic zero [3], which is the  $(n+1)$ - dimensional  $n$ -Lie algebra with a multiplication table

$$[e_1, \dots, \hat{e}_i, \dots, e_{n+1}] = (-1)^{i+1} e_i, \quad 1 \leq i \leq n+1$$

in a basis  $e_1, \dots, e_{n+1}$ , where symbol  $\hat{e}_i$  means that  $e_i$  is omitted in the bracket.

An  $n$ -Lie algebra is a vector space  $A$  over a field  $F$  ( $\text{char}(F) \neq 2$ ) equipped with an  $n$ -multilinear operation  $[x_1, \dots, x_n]$  satisfying

$$[x_1, \dots, x_n] = \text{sign}(\sigma)[x_{\sigma(1)}, \dots, x_{\sigma(n)}], \quad (1)$$

and

$$[[x_1, \dots, x_n], y_2, \dots, y_n] = \sum_{i=1}^n [x_1, \dots, [x_i, y_2, \dots, y_n], \dots, x_n] \quad (2)$$

for any  $x_1, \dots, x_n, y_2, \dots, y_n \in A$  and any permutation  $\sigma \in S_n$ .

A derivation of an  $n$ -Lie algebra  $A$  is a linear map  $D$  of  $A$  into itself satisfying

$$D([x_1, \dots, x_n]) = \sum_{i=1}^n [x_1, \dots, D(x_i), \dots, x_n]$$

for any  $x_1, \dots, x_n \in A$ . Let  $\text{Der}(A)$  be the set of all derivations of  $A$ . Then  $\text{Der}(A)$  is a Lie subalgebra of the general linear Lie algebra  $gl(A)$  and is called the derivation algebra of  $A$ . The map  $ad(x_1, \dots, x_{n-1}): A \rightarrow A$ , given by  $ad(x_1, \dots, x_{n-1})(x_n) = [x_1, \dots, x_n]$ , for  $x_n \in A$  is referred to as a left multiplication defined by elements  $x_1, \dots, x_{n-1} \in A$ . It follows from identity (2), that  $ad(x_1, \dots, x_{n-1})$  is a derivation. The set of all finite linear combinations of left multiplications is an ideal of  $\text{Der}(A)$ , which we denote by  $ad(A)$ . Every derivation in  $ad(A)$  is by definition an inner derivation.

If a subspace  $B$  of an  $n$ -Lie algebra  $A$  satisfying  $[x_1, \dots, x_n] \in B$  for any  $x_1, \dots, x_n \in B$ , then  $B$  is called a subalgebra of  $A$ . Let  $A_1, A_2, \dots, A_n$  be subalgebras of an  $n$ -Lie algebra  $A$ . Denote by  $[A_1, A_2, \dots, A_n]$  the subspace of  $A$  generated by all vectors  $[x_1, \dots, x_n]$ , where  $x_i \in A_i$  for  $i = 1, 2, \dots, n$ . The subalgebra  $A^1 = [A, A, \dots, A]$  is called the derived algebra of  $A$ . If  $A^1 = 0$ , then  $A$  is called an Abelian  $n$ -Lie algebra.

The subset  $Z(A) = \{x \in A \mid [x, y_1, \dots, y_{n-1}] = 0, \forall y_1, \dots, y_{n-1} \in A\}$  is called the center of  $A$ . It is clear that  $Z(A)$  is an Abelian ideal of  $A$ .

6-dimension 4-Lie algebras are classified in the following theorem.

**Theorem [2].** Let  $A$  be a six-dimensional 4-Lie algebra over  $F$  with a basis  $\{e_1, \dots, e_6\}$ . Then one and only one of the following possibilities holds up to isomorphism:

- (a) If  $\dim A^1 = 0$ ,  $A$  is Abelian.
- (b) If  $\dim A^1 = 1$  and let  $A^1 = Fe_1$ . Then we have
  - (b<sup>1</sup>): in the case that  $A^1 \subseteq Z(A)$ ,  $[e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1$ ;
  - (b<sup>2</sup>): in the case that  $A^1$  is not contained in  $Z(A)$ ,  $[e_1, e_2, e_3, e_4] = e_1$ .
- (c) If  $\dim A^1 = 2$  and  $A^1 = Fe_1 + Fe_2$ , then we have

$$(c^1): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1, \\ [e_1, e_3, e_4, e_5] = e_2, \end{cases} \quad (c^2): \begin{cases} [e_1, e_3, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1, \\ [e_1, e_4, e_5, e_6] = e_1, \\ [e_2, e_4, e_5, e_6] = e_2, \end{cases} \quad (c^3): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1 + \beta e_2, \\ [e_1, e_3, e_4, e_5] = e_2, \end{cases}$$

$$(c^4): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1 + \beta e_2, \\ [e_1, e_3, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_3, e_4, e_5, e_6] = e_1, \end{cases} \quad (c^5): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1 + \beta e_2, \\ [e_1, e_3, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_2, e_4, e_5, e_6] = e_2, \\ [e_1, e_4, e_5, e_6] = e_1, \end{cases} \quad (c^6): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1, \\ [e_3, e_4, e_5, e_6] = e_2, \end{cases}$$

$$(c^5): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1 + \beta e_2, \\ [e_1, e_3, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_2, e_4, e_5, e_6] = e_2, \\ [e_1, e_4, e_5, e_6] = e_1, \end{cases} \quad (c^6): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1, \\ [e_3, e_4, e_5, e_6] = e_2, \end{cases} \quad (c^7): \begin{cases} [e_2, e_3, e_4, e_5] = e_1, \\ [e_1, e_4, e_5, e_6] = e_1, \\ [e_2, e_4, e_5, e_6] = e_2, \end{cases} \quad \text{where}$$

$\beta \in F$  and  $\beta \neq 0$ .

**Proposition.** Any derivations of the algebras  $(b^1), (b^2), (c^1), (c^2), (c^3), (c^4), (c^5), (c^6)$  and  $(c^7)$

have the following matrix forms.

$$Der(b^1): \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix}, \text{ where } \delta_1 = a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55};$$

$$Der(b^2): \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{22} - a_{33} & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix},$$

$$Der(c^1): \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & -a_{33} - a_{44} & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix},$$

$$Der(c^2): \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & -a_{33} - a_{44} & a_{56} \\ a_{32} & a_{31} & a_{63} & 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix},$$

$$Der(c^3): \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & \delta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & -a_{33} - a_{44} & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix}, \text{ where } \delta_2 = a_{11} + \beta a_{12};$$

$$Der(c^4): \begin{pmatrix} \delta_3 & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & \delta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix},$$

where  $\delta_3 = a_{33} + a_{44} + a_{55} + a_{66} - a_{62}$ ,  $\delta_4 = \beta a_{12} + a_{11} + a_{33} + a_{44} + a_{55}$ ;

$$Der(c^5): \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & \delta_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{21} - a_{12} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{32} - \beta a_{31} & a_{31} & a_{63} & 0 & 0 & -a_{44} - a_{55} \end{pmatrix},$$

where  $\delta_5 = a_{11} + a_{33} + a_{44} + a_{55} + \beta a_{12}$ ;

$$Der(c^6): \begin{pmatrix} \delta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & \delta_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & -a_{21} & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix},$$

where  $\delta_6 = a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55}$ ,  $\delta_7 = a_{33} + a_{44} + a_{55} + a_{66}$ ;

$$Der(c^7): \begin{pmatrix} \delta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{31} & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix}, \text{ where } \delta_8 = a_{22} + a_{33} + a_{44} + a_{55}.$$

## REFERENCES

1. Flippov V. T.  $n$ -Lie algebras Sib.Mat.Zh. 26, 1985, 126-40.
2. Ruipu Bai, Guojie Song, The classification of six-dimensional 4-Lie algebras J.Phys. A: Math. 42 (2009) p. 17
3. Ling W. On the structure of  $n$ -Lie algebras. Dissertation, University-GHS-Siegen, Siegn, 1993.

|

# DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR PATHS, WHICH ARE EQUIVALENT WITH RESPECT TO THE ACTION OF THE GALILEAN-SYMPLECTIC GROUP

**Chilin V.I., Muminov K.K.**

*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

Let  $\mathbb{R}^{2n}$  be the  $2n$ -dimensional real linear space and let  $G(2n, \mathbb{R})$  be the group of all invertible linear transformations of  $\mathbb{R}^{2n}$ . Let

$Sp(2n, \mathbb{R}) = \{g \in GL(2n, \mathbb{R}) : \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = \langle \overrightarrow{gx}, \overrightarrow{gy} \rangle \text{ for all } \vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^{2n}\}$  be the symplectic subgroup in  $GL(2n, \mathbb{R})$ , where  $\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = x_1 y_2 - x_2 y_1 + \dots + x_{2n-1} y_{2n} - x_{2n} y_{2n-1}$ .

Denote by  $\vec{e}_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$  the canonical basis in  $\mathbb{R}^{2n}$ ,  $i = 1, \dots, 2n$ , and put  $U_{2n} = \{\alpha \cdot \vec{e}_1\}$ ,  $V_{2n} = \{\alpha \cdot \vec{e}_{2n}\}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $W_{2n} = \left\{ \sum_{i=2}^{2n-1} \alpha_i \cdot \vec{e}_i : \alpha_i \in \mathbb{R}, i = 2, \dots, 2n-1 \right\}$ . Consider the subgroup  $\Gamma_{Sp}(2n, \mathbb{R})$  in  $GL(2n, \mathbb{R})$  of all such  $g = (g_{ij})_{i,j=1}^{2n} \in GL(2n, \mathbb{R})$  for which  $g(U_{2n}) = U_{2n}$ ,  $g_{11} = \pm 1$ ,  $g(V_{2n}) = V_{2n}$ ,  $g_{2n,2n} = \pm 1$ ,  $g(W_{2n}) = W_{2n}$  and the restriction  $g|_{W_{2n}}$  of  $g$  to the subspace  $W_{2n}$  is an element of the symplectic group  $Sp(2(n-1), \mathbb{R})$ . The group  $\Gamma_{Sp}(2n, \mathbb{R})$  is called *Galilean-symplectic group*.

Denote by  $I$  the interval  $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$ . An  $I$ -path is a vector-function  $\vec{x}(t) = \{x_j(t)\}_{j=1}^{2n} \in \mathbb{R}^{2n}$ ,  $t \in I$ , such that the coordinate functions  $x_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, 2n$ , are  $C^\infty$ -differentiable. The  $r$ -th derivative of the  $I$ -path  $\vec{x}(t) = \{x_j(t)\}_{j=1}^{2n}$  is the vector-function  $\vec{x}^{(r)}(t) = \{x_j^{(r)}(t)\}_{j=1}^{2n}$ , where  $x_j^{(r)}(t)$  is the  $r$ -th derivative of the coordinate function  $x_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, 2n$ ,  $r = 1, 2, \dots$

Let  $M(\vec{x})(t)$  (respectively,  $M^{(1)}(\vec{x})(t)$ ) be the matrix  $(x_i^{(j-1)}(t))_{i,j=1}^{2n}$  (respectively, the matrix  $(x_i^{(j)}(t))_{i,j=1}^{2n}$ ), where  $x_i^{(0)}(t) = x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 2n$ . A path  $\vec{x}(t)$  is called *strongly regular* if the determinate  $\det M(\vec{x})(t)$  is not equal to zero for all  $t \in I$ . We say that the strongly regular  $I$ -path  $\vec{x}(t) = \{x_j(t)\}_{j=1}^{2n}$  is a *Galilean  $I$ -path* if  $|x_1^{(1)}(t)| + |x_{2n}^{(1)}(t)| \neq 0$  and  $\det M_{2n-2}(\vec{x}(t)) \neq 0$  for all  $t \in I$ , where  $M_{2n-2}(\vec{x}(t)) = (x_j^{(i)}(t))_{i=0,1,\dots,2n-3, j=2,\dots,2n-1}$ ,  $x_j^{(0)}(t) = x_j(t)$ .  $I$ -paths  $\vec{x}(t)$  and  $\vec{y}(t)$  are called  $\Gamma_{Sp}(2n, \mathbb{R})$ -*equivalent* if there exists  $g \in \Gamma_{Sp}(2n, \mathbb{R})$  such that  $\vec{y}(t) = g\vec{x}(t)$  for all  $t \in I$ . Denote by  $J$  the matrix  $(J_{i,j})_{i,j=1}^{2n}$  such that  $J_{j,j+1} = 1$ ,  $J_{j+1,j} = -1$ , if  $j = 1, \dots, 2n-1$ , and  $J_{i,j} = 0$ , for the rest of index numbers. The following theorem gives a criterion for the  $\Gamma_{Sp}(2n, \mathbb{R})$ -equivalence of Galilean  $I$ -paths.

**Theorem 1.** *Two Galilean  $I$ -paths  $\vec{x}(t)$  and  $\vec{y}(t)$  are  $\Gamma_{Sp}(2n, \mathbb{R})$ -equivalent if and only if*

$$(M(\vec{x}))^{-1}(t)M^{(1)}(\vec{x})(t) = (M(\vec{y}))^{-1}(t)M^{(1)}(\vec{y})(t);$$

$$M^T(\vec{x})(t)JM(\vec{x})(t) = M^T(\vec{y})(t)JM(\vec{y})(t)$$

for all  $t \in I$ , where  $M^T(\vec{x})(t)$  is the transposed matrix to the matrix  $M(\vec{x})(t)$ .

Let  $A(t) = (M(\vec{x}))^{-1}(t)M^{(1)}(\vec{x})(t) = (a_{ij}(t))_{i,j=1}^{2n}$ . A direct calculation of the elements  $a_{ij}(t)$  of the matrix  $A(t)$  shows that

$$\begin{aligned} \{a_{1j}(t)\}_{j=1}^{2n} &= \{0, 0, 0, \dots, 0, a_{1n}(t)\}, \{a_{2j}(t)\}_{j=1}^{2n} = \{1, 0, 0, \dots, 0, a_{2n}(t)\}, \\ \{a_{3j}(t)\}_{j=1}^{2n} &= \{0, 1, 0, \dots, 0, a_{3n}(t)\}, \dots, \{a_{nj}(t)\}_{j=1}^{2n} = \{0, 0, 0, \dots, 1, a_{nn}(t)\}, \end{aligned} \quad (1)$$

where  $a_{jn}(t)$  are infinitely differentiable functions,  $t \in I$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

In addition,  $B(t) = M^T(\vec{x}(t))JM(\vec{x}(t))$ , is an invertible symmetric  $n \times n$ -matrix for which we have

$$B^{(1)}(t) = A^T(t)B(t) + B(t)A(t) \text{ for all } t \in I. \quad (2)$$

Consider the following system of matrix differential equations

$$\begin{cases} X^{(1)}(t) = X(t)A(t) \\ X^T(t)JX(t) = B(t), \end{cases} \quad (3)$$

where the matrix  $X(t) = (x_{jk}(t))_{j,k=1}^n$  is unknown,  $X^{(1)}(t) = (x_{jk}^{(1)}(t))_{j,k=1}^n$ , in addition, the matrix  $A(t)$  has the form (1), and the matrix  $B(t)$  is an invertible symmetric matrix satisfying equation (2). A solution  $X(t)$  of the system (3) will be called *nondegenerate* if the determinant of the matrix  $X(t)$  does not vanish for all  $t \in I$ . We say that two solutions  $X(t)$  and  $Y(t)$  of the system (3) are  $\Gamma_{sp}(2n, \mathbb{R})$ -equivalent if there exists an element  $g \in \Gamma_{sp}(2n, \mathbb{R})$  such that  $Y(t) = gX(t)$  for all  $t \in I$ .

**Theorem 2.** *Let the matrix  $A(t)$  have the form (1), and let the matrix  $B(t)$  be an invertible symmetric  $n \times n$ -matrix satisfying equation (2). Then*

*The system (3) has a nondegenerate solution  $X(t)$ . In addition, if  $Y(t)$  is another solution of the system (3), then  $X(t)$  and  $Y(t)$  are  $\Gamma_{sp}(2n, \mathbb{R})$ -equivalent;*

*There is only one Galilean  $I$ -path  $\bar{x}(t)$ , up to  $\Gamma_{sp}(2n, \mathbb{R})$ -equivalence, such that the matrix  $M(\bar{x}(t))$  is a solution of the system (3).*

## GIPERBOLOIDNING EGRILIK CHIZIQLARI

**Ergashova M. M.**

*O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

Biz kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ko'rinishda bolgan bir pallali giperboloidni

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos u \cdot \operatorname{ch} v \\ y = b \cdot \sin u \cdot \operatorname{ch} v, -\pi \leq u < \pi; & -\infty < v < +\infty, \\ z = c \cdot \operatorname{sh} v \end{cases}$$

parametrik ko'rinishda yozib olamiz va uning egrilik chiziqlarini topamiz.

**Ta'rif :** Sirt ustida yotgan chiziqning har bir nuqtasidagi urinmasi sirtning shu nuqtadagi bosh yo'nalishlardan biri bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, bunday chiziq sirtning **egrilik chizig'i** deyiladi.

Malumki egrilik chiziqlari

$$(MG - FN) \frac{dv^2}{du} + (LG - EN) \frac{dv}{du} + (LF - ME) = 0$$

Differensial tenglama yordamida aniqlanadi. Bu tenglamada  $E, F, G$  birinchi kvadratik forma koeffitsientlari,  $L, M, N$  lar esa ikkinchi kvadratik forma koeffitsientlaridir.

Hisoblash natijasida birinchi kvadratik formani koeffitsientlarni topamiz.

$$E = x_u^2 + y_u^2 + z_u^2 = ch^2 v (a^2 \sin^2 u + b^2 \cos^2 u)$$

$$F = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v = \frac{1}{2} \sin 2u \operatorname{sh} v \operatorname{ch} v (b^2 - a^2)$$

$$G = x_v^2 + y_v^2 + z_v^2 = sh^2 v (a^2 \cos^2 u + b^2 \sin^2 u) + c^2 ch^2 v$$

Endi ikkinchikvadratik formani topishi uchun uning koeffitsientlarini topamiz.

$$L = \frac{-abcch^2 v}{\sqrt{a^2 b^2 sh^2 v + a^2 c^2 \sin^2 u ch^2 v + b^2 c^2 \cos^2 u ch^2 v}}$$

$$M = 0$$

Bu ifodalarni

$$(MG - FN) \frac{dv^2}{du} + (LG - EN) \frac{dv}{du} + (LF - ME) = 0$$

tenglamaga

quyib

quyidagi

differensial

tenglamani

olaviz.

$$\left(\frac{1}{2} \sin 2u \operatorname{sh} v \operatorname{ch} v (b^2 - a^2) abc\right) \left(\frac{dv}{du}\right)^2 + (-abcch^2 v (a^2 \cos^2 u \operatorname{sh}^2 v + b^2 \sin^2 u \operatorname{sh}^2 v + c^2 ch^2 v) - ch^2 v (a^2 \sin^2 u + b^2 \cos^2 u) abc) \frac{dv}{du} - abcch^2 v \frac{1}{2} \sin 2u \operatorname{sh} v \operatorname{ch} v (b^2 - a^2) = 0$$

tenglamani olamiz

Bu yerda  $a, b, c$  ni teng deb olsak  $-2a^5 shv \frac{dv}{du} = 0$  hosil bo'ladi. bu yerda  $a, b, c, shv, chv$  lar 0 dan farqli shu uchun

$$dudv = 0$$

$$du = 0 \text{ bo'lsa, } \begin{cases} u = u_0 \\ v = v_0 + t \end{cases} \quad dv = 0 \text{ bo'lsa } \begin{cases} u = u_0 + t \\ v = v_0 \end{cases}$$

Natijada biz koordinata chiziqlari egrilik chiziqlari ekanlini korsatdik.

## PSEVDORIMAN KO'PXILLIKLARIDA LORENS ALMASHTIRISHLARI

**Homidov A.R.**

*Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

Agar  $A: R_1^{n+1} \rightarrow R_1^{n+1}$  chiziqli akslantirishda  $\chi \in R_1^{n+1}$  vektorning skalyar ko'paytmasini saqlasa, ya'ni barcha  $\chi \in R_1^{n+1}$  vektorlar uchun  $\langle A\chi, A\chi \rangle = \langle \chi, \chi \rangle$  shart bajarilsa, bu chiziqli akslantirishga Lorens akslantirishi deyiladi.

**1-lemma.** Agar  $A$  – Lorens akslantirishi bo'lsa, u holda  $A - \forall \tilde{e}_0, \tilde{e}_1 \in R_1^{n+1}$  vektorlarning skalyar ko'paytmasini saqlaydi, ya'ni  $\langle A\tilde{e}_0, A\tilde{e}_1 \rangle = \langle \tilde{e}_0, \tilde{e}_1 \rangle$ .

**2-lemma.**  $A: R_1^2 \rightarrow R_1^2$  – Lorens akslantirish bo'lsin. U holda  $R_1^2$  dagi  $(e_0, e_1)$  ortonormal bazisda  $\tilde{A}$  matritsa  $\begin{pmatrix} \pm ch\theta & \pm sh\theta \\ \pm sh\theta & \pm ch\theta \end{pmatrix}$  ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda  $\theta \geq 0$  – o'zgarmas.

Bundan tashqari, agar  $\det \tilde{A} > 0$  va  $e$  vektor yurug'lik koordinatasi bo'lmasa, u holda,  $Ae$  va  $e$  vektorlar orasidagi burchak  $ch\theta$  ga teng bo'ladi.

**Teorema.** Ushbu  $\{\tilde{e}_0, \tilde{e}_1\} - R_1^2$  dagi  $\tilde{e}_0 = \frac{e_1 - e_0}{\sqrt{2}}$ ,  $\tilde{e}_1 = \frac{-e_1 - e_0}{\sqrt{2}}$  yurug'lik koordinatlaridan

tashkil topgan bazis bo'lsin.  $\{\tilde{e}_0, \tilde{e}_1\}$  bazisda har bir  $A: R_1^2 \rightarrow R_1^2$  Lorens akslantirishi  $\begin{pmatrix} \pm e^{-\theta} & 0 \\ 0 & \pm e^{\theta} \end{pmatrix}$

yoki  $\begin{pmatrix} 0 & \pm e^{-\theta} \\ \pm e^{\theta} & 0 \end{pmatrix}$  ko'rinishga ega bo'ladi. Bu yerda  $\theta$  – giperbolik burilish burchagi.

**1-misol.**  $\chi_0 \in R_1^3$  – vaqt koordinatli fazo bo'lib,  $A\chi_0 = \chi_0$  bo'lsin. Faraz qilamizki,  $\Pi_0 \in R_1^3$  tekislikda  $\chi_0$  ortogonal vektorga  $\{\chi_1, \chi_2\}$  ortonormallangan bazis mavjud. Ma'lumki,  $\Pi_0$  tekislik nuqtalari fazoviy. Bizda  $\langle A\chi_i, \chi_0 \rangle = \langle A\chi_i, A\chi_0 \rangle = \langle \chi_i, \chi_0 \rangle$ ,  $i=1,2$  munosabatlar mavjud. Bundan ko'rinadiki,  $A(\Pi_0) = \Pi_0$  va  $\{\chi_0, \chi_1, \chi_2\}$  bazisda  $\tilde{A}$  matritsa quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}, \quad \varphi \in R^1.$$

Shunday qilib,  $\tilde{A}$  akslantirish  $L = \chi_0 t$  o'qi atrofida  $\varphi$  giperbolik burchakka burishdan iborat ekan.

**2-misol.** Bizda  $R_1^3$  fazoda  $Ae = e, |e|^2 = 1$  munosabatlar o'rinli bo'ladigan  $e$  vektor berilgan bo'lsin. Qaralayotgan  $e$  vektorlarga ortogonal bo'lgan vaqt koordinatalar tekisligida berilgan  $\{\tilde{e}_0, \tilde{e}_1\}$  bazisda  $\tilde{A}$  matritsa quyidagicha

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \pm ch\theta & \pm sh\theta & 0 \\ \pm sh\theta & \pm ch\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ko'rinishda bo'ladi:

**Natija:**  $R_1^3$  dagi  $\left( e, \frac{e_1 - e_0}{\sqrt{2}}, \frac{-e_0 - e_1}{\sqrt{2}} \right)$  bazisda  $A$  matritsa

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \pm e^{-\theta} & 0 & 0 \\ 0 & \pm e^{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ yoki } \begin{pmatrix} 0 & \pm e^{-\theta} & 0 \\ \pm e^{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

#### ADABIYOT

1. J.O. Aslonov, A.R. Homidov. Ikki o'lvohli psevdoriman ko'pxilligida almashtirishlar gruppasi. "Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari va amaliy masalalari" nomli konfrensiya materiallari. Andijon. 2022. 330-333.
2. A.Ya. Narmanov. Differensial geometriya. Universitet, Toshkent. 2003.
3. Ю.Д.Бурого, В.А.Залгаллер. Введение в риманову геометрию. Российская академия наук. 1994.
4. В.М.Миклюков, А.А.Клячин, В.А.Клячин. Максимальные поверхности в пространстве-времени Минковского. Волгоград. 2011.

## RELATION BETWEEN GEODESIC MAPPING AND DUAL MAPPING IN ISOTROPIC SPACE

Ismoilov Sh. Sh.

National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

E-mail: ismoilovsh94@mail.ru

When studying the geometry of pseudo-Euclidean spaces, singularities arise associated with isotropic vectors of a space. Often these features form a whole subspace. One such subspace is the isotropic space  $R_3^2$ . An isotropic space is the subspace  $M(x, y, z, z) \in^1 R_4$ . But the geometry of such subspaces has been little studied.

In this paper, we determine and study the properties of a shortest curve on a surface and in its dual image. It is proved that the dual mapping is geodesic and also that it is conformal.

Let there be given a three-dimensional affine space  $A_3$ , set by an affine coordinate system  $Oxyz$ .

**Definition 1.** If the dot scalar product of vectors  $X\{x_1, y_1, z_1\}$  and  $Y\{x_2, y_2, z_2\}$  is given by the formula

$$\begin{cases} (X, Y)_1 = x_1 x_2 + y_1 y_2 & \text{if } (X, Y)_1 \neq 0 \\ (X, Y)_2 = z_1 z_2 & \text{if } (X, Y)_1 = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

then the space is said to be an isotropic space and denoted by  $R_3^2$  [3].

Let the regular surface  $F$ , given by the equation  $z = f(x, y)$ , be contained inside the sphere, and its boundary is the intersection of the sphere with a plane  $\alpha$ .

**Definition 2.** The surface  $F^*$  is said to be the surface dual to the surface  $F$  with respect to the isotropic sphere [1].

When  $F$  is regular and belongs to the class  $C^2$ , the dual surface has the following equation

$$F^* : \left\{ \frac{\partial f(u, v)}{\partial u}; \frac{\partial f(u, v)}{\partial v}; u \cdot \frac{\partial f(u, v)}{\partial u} + v \cdot \frac{\partial f(u, v)}{\partial v} - f(u, v) \right\}. \quad (2)$$

**Theorem 1.** If  $F$  is a minimal surface, then the dual mapping will be conformal.

**Corollary 1.** If the translation surface satisfies the condition  $f_{xx} = f_{yy}$ , then its dual mapping will be conformal.

The shortest curve on the surface of an isotropic space has some properties of the Euclidean shortest curve on the surface, but it also has its own characteristics. For example, the shortest curve on a convex polyhedron can pass through its vertex. It is known that the shortest curve on a polyhedron of the Euclidean space does not pass through the vertex of the polyhedron [].

This can be seen from the fact that through the vertex of a polyhedral angle, which is uniquely projected onto the plane, one can always draw a plane parallel to the axis. Obviously, for points on the

section lying on different sides of the vertices of the polyhedral angle, the shortest path passes through the vertex.

**Definition 3.** A geodesic curve on a surface is a continuous curve that is shortest on any sufficiently small segment of itself.

The curvature of a shortest curve is equal to zero.

**Theorem 2.** If a surface  $F$  is convex, then its dual mapping is a geodesic mapping.

#### REFERENCES

1. Artykbaev A, Ismoilov Sh., The dual surfaces of an isotropic space. Bull. Inst. Math., 2021, Volume 4, Issue 1, pp. 1-8.
2. Lone M.S., Karacan M.K., Dual translation surfaces in the three dimensional simply isotropic space, Tam.j.math. Vol-49, Issue 1, 67-77, 2018.
3. Strubecker K., Differential geometry of isotropic space I; Math.Z. vol-47, 743-777, 1942.
4. Aydin M.E., Classification of surfaces in isotropic and pseudo-isotropic spaces, Ukrainian Mathematical Journal, 2020, Volume-72(3), pp. 329-347.
5. Mikes J., Differential geometry of special mappings. Palacky Univ. Press, Olomouc, 2019.

## MUHANDISLIK VA KOMPYUTER GRAFIKASI FANI O'QUV MASHG'ULOTLARIDA TO'RT POG'ONALI TA'LIM USULINI QO'LLASHNING AXAMIYATI.

**Kayumov X. A.**

*Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

Oliy o'quv yurtlarida talabalar o'zi tanlagan yo'nalishi mutaxassisligi bo'yicha ilmiy ko'nikmalarini shakllantirish imkoniyatiga ega bo'lishlarida "To'rt pog'onali o'qitish usuli"ni eng samarali usullardan biri deb hisoblayman. **"To'rt pog'onali" metod** – amaliy bilim, ko'nikma va malakalarni o'zlashtirish jarayonining to'rt pog'ona doirasida kechadigan metodidir.

Bu metod ta'lim oluvchilarga bir xilda takrorlanadigan qo'l (qo'lda chizma chizish) ko'nikmalarini tez va mukammal o'rganib olishlariga yordam beradi. Usul qo'llanilganda, ta'lim oluvchi iloji boricha oddiy talablar bilan tanishtiriladi, so'ng uni takrorlaydi va to mukammal o'zlashtirmaguncha mashq qiladi. Fan o'qituvchisi talabalarga avval bajariladigan kichikroq bir ishni tushuntirib beradi, so'ngra qanday tartibda bajarilishini chizib ko'rsatadi. Keyin talaba chizmani ko'rsatilgan tarzda qaytarishi (immitatsiya) kerak. Talaba chizmani qaytarib chizayotgan paytda amaliyot o'qituvchisi uning xatolarini to'g'irlab turadi. Talaba ushbu mashqni bir necha marotaba qaytarishi kerak. Misol tariqasida, Oliy o'quv yurtining umumkasbiy fanlarini barcha ta'lim yo'nalishlari uchun o'tiladigan "Muhandislik grafikasi" moduli bo'yicha mashg'ulotlarining o'tkazilishini ko'rib chiqamiz.

"To'rt pog'onali" metodning bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. "Tushuntirish" bosqichida o'qituvchi ta'lim oluvchilarga avval belgilangan shakl va fakturaning oddiy detalning loyihalash bosqichini tushuntirib beradi. Detallarning unsurlari turli konstruktiv usulda bajarilishi mumkin, lekin uning tuzilishi qanday bo'lsa shunday bo'lib qoladi. Loyihalashda mukammallik tizimi tushunchasi qismlarning bir - biri bilan tabiiy tutashib, yaxlitlik taassurotini belgilaydi, bunda qismlarning o'lchamlari, ularning mutanosibligi, turli qismlardagi detallarning birikishi hisobga olinadi.

2. "Nima qilish kerakligini ko'rsatib berish" bosqichida o'qituvchi talabalarga topshiriqni qanday bajarish kerakligini amalda ko'rsatib beradi.

3. Uchinchi bosqichda ta'lim oluvchilar muhandis-pedagog ko'rsatgan ish harakatlarini takrorlaydi. Muhandis-pedagog ta'lim oluvchilar bajarayotgan harakatlar yuzasidan o'z fikrini bildirib, loyihaning bajarilishi chuqur va har tomonlama — xomaki yechimdan tortib, ayrim qism va bo'laklarning ishchi chizmalarini bajarishgacha nazorat qilib, xatolarini to'g'rilab turadi.

4. "Mashq qilish" bosqichida ta'lim oluvchilarning hatti-harakati muhandis-pedagog tomonidan nazorat qilib boriladi. Ta'lim oluvchilar ish amallarini mukammal o'zlashtirganlaridan so'ng, uni mustaqil bajaradilar.

"To'rt pog'onali" ta'lim metodining asosiy belgisi - ta'lim oluvchilarning harakatlari muhandis-pedagog ko'rsatib bergan harakatlar doirasi bilan cheklanganligidir.

"To'rt pog'onali" metodning afzalliklari, ta'lim oluvchilarda amaliy ko'nikmalarni shakllantirishda yordam berishi, vaqtdan unumli foydalanish imkoniyatining mavjudligi, oddiy ish bosqichlarini o'zlashtirish darajasi yuqori bo'lishidan shakllanadi.

"To'rt pog'onali" metodning kamchiliklariga esa, ta'lim oluvchilarning harakatlari ta'lim beruvchi ko'rsatib bergan harakatlar doirasi bilan cheklanib qolishi, ta'lim oluvchilar yakka tartibda o'rganishga



yo'naltiriladilar, lekin mustaqil fikrlash imkoniyatlari chegaralangan bo'lishi, ish bosqichlarini amalga oshirishda hech qanday yangicha yondashuvlarga yo'l qo'yilmasligini kiritish mumkin.

Ta'lim oluvchining izlanuvchanlik qobiliyati, uning muloqot qila olish qobiliyatini, ta'lim olish madaniyatini, ta'lim jarayonining barcha bosqichlarida samaradorlik va sifatni oshirishdagi istiqbolli natijalarni qo'lga kiritishni kafolatlaydi. Buning uchun ta'limda innovatsion texnologiyalarni keng joriy etishga to'g'ri keladi va uning natijasida faol ta'lim jarayonini amalga oshirish mumkin bo'ladi. Faol ta'lim sharoitida o'zlashtirilgan bilim va harakat usullari mazmunan mukammal tizimli, mantiqan tugal va turli ishlab chiqarish vaziyatlarida qo'llanishga yaroqli bo'ladi. "To'rt pog'onali" o'qitish usuli ham shunday faol ta'lim usullaridan birining vakili sifatida namoyon bo'ladi.

## ACTING OF COVARIANT FUNCTORS ON SOME CLASSES OF CONTINUOUS MAPPINGS

**Mamadaliyev N.K., Toshbuvayev B.M.**

*National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek*

[nodir\\_-88@bk.ru](mailto:nodir_-88@bk.ru), [toshbuvayevboburmirzo@gmail.com](mailto:toshbuvayevboburmirzo@gmail.com)

In this thesis we discuss the action of the hyperspace functor to some classes of continuous mappings.

The set of all non-empty closed subsets of a topological space  $X$  is denoted by  $\exp X$ . This family of all sets of the form

$$O\langle U_1, \dots, U_n \rangle = \left\{ F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^n U_i, F \cap U_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, n \right\}$$

where  $U_1, U_2, \dots, U_n$  are open subsets of  $X$ , generates a base of the topology on the set  $\exp X$ . This topology is called the *Vietoris topology*. The set  $\exp X$  with the Vietoris topology is called *exponential space* or the *hyperspace of a space  $X$* . Put  $\exp_n X = \{F \in \exp X : |F| \leq n\}$  for a natural  $n$ .

For compact spaces  $X$  and  $Y$  define a mapping  $\exp_n f : \exp_n X \rightarrow \exp_n Y$  with the following way:

$$(\exp_n f)(C) = f(C)$$

for every  $C \in \exp_n X$ . Clearly, this mapping is well defined and continuous.

**Definition. [1]** A mapping  $f$  is called almost-open, if for each  $y \in Y$  there exists  $x \in f^{-1}(y)$  such that  $f(U)$  is a neighborhood of  $y$  for each neighborhood  $U$  of  $x$ .

**Theorem.** The mapping  $\exp_n f$  is almost-open for every almost open mapping  $f : X \rightarrow Y$

**Definition. [2]** A mapping  $f$  is called pseudo-open if for each  $y \in Y$  and each neighborhood  $U$  of  $x \in f^{-1}(y)$  in  $X$ ,  $f(U)$  is a neighborhood of  $y$  in  $Y$ .

**Theorem:** If  $f : X \rightarrow Y$  is a pseudo-open mapping,  $\exp_n f$  is a pseudo-open mapping.

## REFERENCES

1. Fedorchuk V.V., Filippov V.V. General topology. The basic constructions. Moscow, 2014.
2. Ge Y. Weak forms of open mappings and strong forms of sequence-covering mappings, *Matematicheski Vesnik* **59** (2007), 1–8.

## TO'G'RI CHIZIQLI SILINDRIK SIRTLARNING TURLARI VA UNING ZARURLI HOLLARI.

**Mamurov I., Mamurova F., Adilov Sh.**

*Toshkent davlat transport universiteti. Toshkent, O'zbekiston*

Silindrik sirtlar haqida umumiy ta'rif:

Berilgan to'g'ri chiziqqa parallel chiziqnlarni ma'lum bir ixtiyoriy chiziqdan o'tishidan hosil bo'lgan sirtga *silindrik sirt* deyish mumkin.

Berilgan yo'naltiruvchi chiziq aylana, ellips, giperbola, parabola, sikloida, arximed spirali va boshqalari berilishi mumkin.

Ishlab chiqarishda turli silindroid sirtlar katta ahamiyatga ega. Masalan: parabolik silindr yig'uvchi xususiyati bo'lib ma'lum ishlarda ishlatish mumkin. Masalan: parabolik oynani silindrni quyoshga yo'naltirganda uni fokus nuqtasiga quyosh nuri yig'ilib turli ishlarni bajarish mumkin bo'ladi. Ishning quvvati yoki xajmi silindrik sirt parabolani kattaligiga va silindrni uzunligiga bog'liqdir.

Ikki parallel chiziqni matematik bog'lanishi quyidagicha:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \end{cases}$$

Ushbu chiziqlar parallel bo'lishi uchun quyidagi shart bajariladi:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Agar ular o'zaro teng bo'lsa hajmi silindrik sirt parabolani kattaligiga va sirt uzunligiga bog'liqdir.

Silindr yasovchisi to'g'ri chiziq  $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$  ni yo'naltiruvchisi to'g'ri chiziq

$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$  lar orasida nisbiylik  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  bog'liq bo'lish shart.

Harqanday yasovchi to'g'ri chiziq tenglamasi

$$\begin{cases} x_i = (x_2 - x_1)t + x_1 \\ y_i = (y_2 - y_1)t + y_1 \\ z_i = (z_2 - z_1)t + z_1 \end{cases}$$

Shu ko'rinishda bo'lib  $A_i(x_2, y_2, z_2)$  yo'naltiruvchi va  $B_i(x_1, y_1, z_1)$  lar hisoblanadi.

Silindrik sirtlarni fazodagi ko'rinishi  $A_i$  va  $B_i$  boshqaruvchilar grafik va matematik munosabatiga bog'liqdir.

Masalan: Arximed spiral chizig'i olinsa grafikaviy ko'rinishi chiroyli silindrik sirt bo'lib bunday silindrni xususiyatlari behisob bo'ladi. Sirtlar matematik ishlanib fizikaviy xossalari etiborga olingan va olinmoqda.

## ADABIYOTLAR

1. A.B.Pogorelov "Analiticheskoe geometriya" M.1968

## A SYSTEM OF $d$ -GENERATORS OF THE $d$ -FIELD OF INVARIANT $d$ -RATIONAL FUNCTIONS WITH RESPECT TO THE ACTION OF UNITARY-SYMPLECTIC GROUP

<sup>1</sup>Muminov K.K., <sup>2</sup>Juraboyev S. S.

<sup>1</sup>National university of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup>Fergana State University, Fergana, Uzbekistan

Let  $V = \mathbb{C}^{2n}$  be a  $2n$  dimensional linear space over the field of complex numbers. We obtain the elements of the space  $V$  as row-vectors of the form  $\vec{x} = \{x_i\}_{i=1}^{2n}$ , where  $x_i \in \mathbb{C}$ . Denoted by  $GL(2n, \mathbb{C})$  the group of  $2n \times 2n$  matrices with a complex element corresponding to all invertible linear transformations of the space  $V$ . Also, we consider the action of the subgroup  $G \subset GL(2n, \mathbb{C})$  on the space  $V$  as the multiplication of the matrix  $g \in G$  by the vector  $\vec{x} \in V$  (from the right), i.e.  $(g, \vec{x}) \rightarrow \vec{x}g$ .

Let Hermitic  $\Omega_1(\vec{x}, \vec{y})$  and symmetric  $\Omega_j(\vec{x}, \vec{y})$  bilinear forms in  $V$  be given in the forms

$\Omega_1(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=1}^{2n} x_i \bar{y}_i$ ,  $\Omega_j(\vec{x}, \vec{y}) = \sum x_l y_{l+1} - x_{l+1} y_l$ ,  $l = 1, 3, \dots, 2n-1$ , where  $\vec{x}, \vec{y} \in V$ ,  $\bar{y}_i$  is a complex conjugate of  $y_i$ .

It is well known that set of the linear transformations  $\sigma: V \rightarrow V$  that invariantly preserve the bilinear forms  $\Omega_1(\vec{x}, \vec{y})$  and  $\Omega_j(\vec{x}, \vec{y})$  is a group under the operation of superposition and is called a *unitary symplectic group*. It is easy to check that for the matrix  $g \in GL(2n, \mathbb{C})$  corresponding to unitary-symplectic transformations of the space  $V$ , satisfies the conditions  $g\bar{g}^T = \bar{g}^T g = E$ ,  $gIg^T = g^T Ig = I$ , where  $\bar{g}^T$  is the complex conjugate transposed of matrix  $g$ ,  $E$  is unity matrix  $2n \times 2n$ , also matrix  $I$  defined in the following form:

$$I = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Usually such a group is denoted as  $USp(2n, \mathbb{C})$ .

We fix a natural number  $2n \in \mathbb{N}$  and consider the ring of polynomials of countable number of variables

$$x_1, \dots, x_{2n}, x_1^{(1)}, \dots, x_{2n}^{(1)}, \dots, x_1^{(r)}, \dots, x_{2n}^{(r)}, \dots$$

of the form

$$\mathbb{C} \left[ x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{2n}^{(0)}, x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_{2n}^{(1)}, \dots, x_1^{(r)}, x_2^{(r)}, \dots, x_{2n}^{(r)}, \dots \right]$$

with coefficients from the field of complex numbers  $\mathbb{C}$ ; we denote this ring by  $\mathbb{C}\{\bar{x}\}$  (we assume that  $x_i = x_i^{(0)}$ ,  $i = \overline{1, 2n}$ ). We set  $d(x_i^{(r)}) = x_i^{(r+1)}$ ,  $d(c) = 0$ ,  $c \in \mathbb{C}$ , for all  $i = \overline{1, 2n}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_0^+$ . The mapping  $d$  can be uniquely extended to a differentiation  $\hat{d}$  in the ring  $\mathbb{C}\{\bar{x}\}$ . Then this ring becomes a *differential ring*, its elements are called *d-polynomials*; denote them as  $f\{\bar{x}\}$ , where  $\bar{x} \in V$ . Also, the differentiation  $\hat{d}$  can be naturally extended from the ring  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle$ . Then this field becomes a *d-field*, and elements of the *d-field*  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle$  are called *d-rational functions*; denote them as  $f\langle\bar{x}\rangle$ .

Let  $G$  be subgroup of the group  $GL(2n, \mathbb{C})$ .

**Definition.** A *d-polynomial*  $f\{\bar{x}\}$  (respectively, a *d-rational function*  $f\langle\bar{x}\rangle$ ) is said to be *G-invariant* if  $f\{\bar{x}g\} = f\{\bar{x}\}$  ( $f\langle\bar{x}g\rangle = f\langle\bar{x}\rangle$ ) for all  $g \in G$ .

The set of all *G-invariant d-polynomials* (respectively, *G-invariant d-rational functions*) is denoted by  $\mathbb{C}\{\bar{x}\}^G$  (respectively,  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G$ ). It is known that  $\mathbb{C}\{\bar{x}\}^G \subset \mathbb{C}\{\bar{x}\}$ , (respectively,  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G \subset \mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle$ ). Let the set  $\Sigma = \{\varepsilon_l\}_{l \in L}$  is consisted from elements of  $\mathbb{C}\{\bar{x}\}^G$ , where  $L$  is a set in finite number, the ordered of natural number. A subset  $\Sigma$  of  $\mathbb{C}\{\bar{x}\}^G$  is called a *generating system* of the *d-field*  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G$  if an arbitrary element  $f\langle\bar{x}\rangle$  of  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G$  can be generating by applying a finite number of operations of the field  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G$  to the elements of  $\Sigma$ , and the elements of  $\Sigma$  are called *d-generators* of the *d-field*  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G$ . We consider the following *problem constructing a finite system of d-generators of the d-field*  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^G$  in case  $G = USp(2n, \mathbb{C})$ .

**Theorem 1.** Any  $USp(2n, \mathbb{C})$ -invariant *d-polynomial* is expressed an integrally rational manner by the elements of the system  $\Omega_\alpha(\bar{x}^{(l)}, \bar{x}^{(m)})$ ,  $\alpha \in \{1, j\}$ ,  $l, m \in \mathbb{Z}_0^+$ .

**Theorem 2.** A system of *d-generators* of the field  $\mathbb{C}\langle\bar{x}\rangle^{USp(2n, \mathbb{C})}$  is formed be polynomials

$$\Omega_1(\bar{x}, \bar{x}), \quad \Omega_1(\bar{x}^{(r)}, \bar{x}^{(r+1)}), \quad \Omega_j(\bar{x}^{(r)}, \bar{x}^{(r+1)}), \quad r = \overline{0, n-1}.$$

# ON THE GEOMETRY OF THE ORBITS OF KILLING VECTOR FIELDS

Narmanov A., Aslonov J.

National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

[jasurbek05@mail.ru](mailto:jasurbek05@mail.ru)

In this paper full classification of the foliation generated by orbits a family of Killing vector fields on three dimensional Euclidean space is obtained.

Let  $M$  be a smooth connected Riemannian manifold of dimension  $n$ ,  $X$  a smooth vector field and  $X^t(x)$  an integral curve passing through  $x$  for  $t = 0$ .

**Theorem 1.** Each integral curve of a smooth Killing vector fields on the two-dimensional circular cylinder is geodesic.

Let  $M$  be a smooth manifold of dimension  $n$ ,  $D$  a family of smooth vector fields defined on the manifold  $M$ . The family  $D$  can contain a finite or an infinite number of smooth vector fields.

**Theorem 2.** Let  $D$  be a family of smooth Killing vector fields on  $M$ . We assume that the dimension of the orbit family  $D$  smaller than  $n$ . Then the decomposition of the manifold to the orbit is a singular Riemannian foliation.

The following theorem gives a complete classification of geometries of orbits of Killing vector fields in three-dimensional Euclidean space.

**Theorem 3.** Let  $D$  is a family of Killing vector fields in  $R^3$ . Then the orbits of this family generate a foliation  $F$ , which is one of the following seven types:

- 1) the foliation  $F$  consists of parallel straight lines;
- 2) the foliation  $F$  consists of concentric circles, lying on the parallel planes and centers of these concentric circles.
- 3) the foliation  $F$  consists of a helical, lines lying on concentric circular cylinders, one of which is the axis of these cylinders;
- 4) the foliation  $F$  consists of parallel planes;
- 5) the foliation  $F$  consists of concentric spheres and a point (the center of spheres);
- 6) the foliation  $F$  consists of concentric circular cylinders and straight line (the axis of cylinders);
- 7) the foliation  $F$  has only one leaf  $R^3$ .

In the proof of the theorem 4, we will use the following lemma, which was proved in the paper [4].

It is known that on the two-dimensional torus  $T^2$  every constant vector field is a Killing vector field.

**Theorem 4.** Let  $M$  be a smooth complete Riemannian manifold with Riemannian metric  $g$ , and for each vector field  $X \in A(D)$

$$Xg(Y, Z) = g([X, Y], Z) + g(Y, [X, Z])$$

where  $Y, Z \in V(M)$ . Then, if some orbit is compact, then all orbits are mutually diffeomorphic. In particular, all orbits are compact.

## REFERENCES

1. Azamov A., Narmanov A. Ya. On the limit sets of orbits of systems of vector fields. Differential equations no. 2, pp. 271--275, 2004.
2. Berestovskii V.N., Nikonorov Yu.G. Killing vector fields of constant length on Riemannian manifolds. Siber. Math. J., 49(3), 395–407 (2008).
3. Molino P. Riemannian foliations// Progress in Mathematics, Vol. 73, - Birkhuser Boston Inc. In 1988.
4. Narmanov A. On the transversal structure of controllability sets of symmetric control systems// Differential Equations, vol.32, 6, 1996. Translated from Differentsialnye Uravneniya, v. 32, 6, In 1996. pp. 780-783.
5. Narmanov, A. Ya., Saitova, S. S. On the geometry of orbits of Killing vector fields. Differ. Equations. 50(2014), no. 12, 1584–1591. (2014), MR3369197, 1584-1591 pp.

# MUNTAZAM IKOSAEDR HAMDA DODEKAEDRLARNING SFERIK TASVIRLARI.

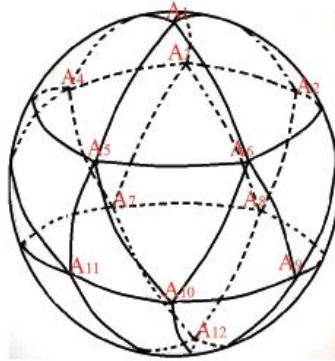
<sup>1</sup>Qurbonov E.Q., <sup>2</sup>Pardayeva Z.A.

<sup>1</sup>JizPI, Jizzax, O'zbekiston.

<sup>2</sup>JDPI, Jizzax, O'zbekiston.

## 1. Ikosaedrning sferik tasviri.

Ikosaedr muntazam ko'pyoqli sirt bo'lganligi uchun uning simmetriya markazidan uchlarigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng bo'ladi. Bundan esa, ikosaedrga tashqi sfera chizish mumkinligi kelib chiqadi. Ikosaedrning sferik tasvirini aniqlashda markaziy proyeksiyalash usulidan foydalanamiz. Proyeksiyalash markazi sifatida birlik sfera markazini olamiz. Ikosaedr yoqlari 20 ta muntazam uchburchaklardan iborat bo'lganligi uchun uning qirralari markaziy proyeksiyalashda sferaning katta aylanalari ga akislanadi va sferani 20 ta muntazam sferik uchburchaklarga ajratadi.



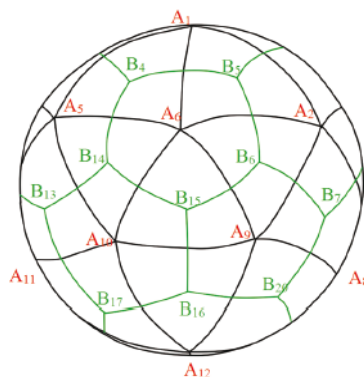
1 - chizma.

**1-teorema.** Ikosaedrning sferik tasviridagi sferik uchburchaklar ichki burchaklarining har biri  $0,4\pi$  ga va yuzasi  $0,2\pi$  ga teng.

Isbot. Sfera sirtining yuzasi  $S = 4\pi$  ga, sferik uchburchak yuzasi  $S = \alpha + \beta + \gamma - \pi$  ga teng ekanligini etiborga olsak,  $\alpha = \beta = \gamma = 0,4\pi, \frac{4\pi}{20} = 0,2\pi$  kelib chiqadi.

## 2. Dodekaedrning sferik tasviri.

Dodekaedr ham muntazam ko'pyoqli sirt bo'lganligi uchun unga tashqi sfera chizish mumkin. Dodekaedr yoqlari 12 ta muntazam beshburchaklardan iborat bo'lganligi uchun markaziy proyeksiyalashda muntazam beshburchaklar sferik beshburchaklarga akslanadi. Chizmada ulardan biri  $(B_4 B_3 B_5 B_{15} B_{14})$  ko'rsatilgan.



2- chizma.

**2- teorema.** Dodekaedrning sferik tasviridagi muntazam sferik beshburchaklar ichki burchaklarining har biri  $\frac{2\pi}{3}$  ga va yuzasi  $\frac{\pi}{3}$  ga teng.

Isbot. Markaziy proyeksiyalashda sfera sirtining yuzasi 12 ta muntazam beshburchaklarga bo'linadi.

Bundan hamda beshburchaklarni uchburchaklarga ajratish usulidan foydalansak  $\frac{S}{12} = \frac{\pi}{3}$ ,

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \frac{2\pi}{3}$  kelib chiqadi.

#### ADABIYOTLAR

1. Vasileva V.N. Zolotoye secheniya i zolotoye pryamougolniki pri postroyenie ikosaedra i dodekaedra. Vestnik-yujno-uralskiy universitet. №4.2020.-st.54.
2. Vasileva M. N. “ Mnogogranniki Keplera – Puanso, vpisannie v dodekaedr i ikosaedr ”. RGPU im. A. I. Gersina, 2015.

### ABELIANITY OF RICKART C\*-ALGEBRA.

Raxmonova N. V.

Andijon Davlat universiteti, Andijon, O'zbekiston  
rahmonovanilufar406@gmail.com

**Definition 1** [1]. A C\*-algebra is a complex Banach \*-algebra whose norm satisfies the identity  $\|x^*x\| = \|x\|^2$ .

Let  $A$  be a \*-ring with unity. Recall that, an element  $e \in A$  is called a *projection* if it is selfadjoint ( $e^* = e$ ) and idempotent ( $e^2 = e$ ). Let  $w$  be a partial isometry in  $A$ , i.e.  $w = ww^*w$ . If  $e = w^*w$  it results from  $w = ww^*w$  that  $wy = 0$  iff  $ey = 0$  iff  $(1-e)y = y$  iff  $y \in (1-e)A$ , thus the elements that right-annihilate  $w$  form a principal right ideal generated by a projection. The idea of a Rickart \*-ring (defined below) is that such a projection exists for every element  $w$  (not just the partial isometries).

**Definition 2** [2]. Let  $A$  be a ring and let  $S$  be a nonempty subset of  $A$ . The sets  $R(S) = \{x \in A : sx = 0, \text{ for all } s \in S\}$

and

$L(S) = \{x \in A : xs = 0, \text{ for all } s \in S\}$

are called the *right-annihilator* of  $S$  (the *left-annihilator* of  $S$ , respectively).

**Definition 3** [2]. A Rickart \*-ring is a \*-ring  $A$  such that, for each  $x \in A$ ,  $R(\{x\}) = eA$  with  $e$  a projection. Note that such a projection  $e$  is unique. It follows that  $L(\{x\}) = (R(\{x^*\}))^* = (hA)^* = Ah$  for a suitable projection  $h$ .

**Definition 4** [2]. A C\*-algebra  $A$  that is a Rickart \*-ring will be called a *Rickart C\*-algebra*.  $A$  is said to be *abelian* if every projection in  $A$  is central.

The main result of the paper is the following theorem.

**Theorem.** Let  $A$  be a Rickart C\*-algebra. Then the following conditions are equivalent:

- (a)  $A$  is abelian;
- (b) every idempotent in  $A$  is central;
- (c) all idempotents of  $A$  commute with each other.

#### REFERENCES

1. Sakai S. C\*-algebras and W\*-algebras. Springer, Berlin 1971
2. Berberian S.K. Baer \*-rings. Springer-Verlag, Berlin. Heidelberg N.Y. 1972.
3. Pedersen G. K. Analysis now. Graduate texts in Math. No. 118, Springer 1995.
4. Williams D. P. A (very) short course on C\*-Algebras. Hanover, 2020

### ON THE PROPERTIES OF CYLINDRICAL IMAGE

<sup>1</sup>Sharipov A.S., <sup>2</sup> Topvoldiyev F.F.

<sup>1</sup> National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan  
[asharipov@inbox.ru](mailto:asharipov@inbox.ru)

<sup>2</sup> Fergana State University, Fergana, Uzbekistan  
[ftopvoldiev87@mail.ru](mailto:ftopvoldiev87@mail.ru)

In modern differential geometry, one of the main problems is the restoration of surfaces according to given geometric characteristics. The geometric characteristics can be intrinsic curvature, extrinsic or Gaussian curvatures, and other features associated with the surface. The problem of restoring the surface

by geometric characteristics of the geometry “in large” is considered in the works of A.D.Aleksandrov, A.V.Pogorelov and their students [1].

As a result of seminal studies on geometry “in large” a number of topical problems have been solved in recent years, in particular, the following series of results has been obtained: the existence and uniqueness theorems for pointwise slant immersions of Riemannian manifolds  $M^n$  into a complex space form  $\tilde{M}^n(c)$  of constant holomorphic sectional curvature have been established, new invariants such as arc-length, curvature and torsion with a fractional-order have been introduced, and the problem of reconstruction of the curve in terms of the new invariants has been solved, the geometric invariant properties of a normal curve on a smooth immersed surface under conformal transformation have been established [2].

In this paper we are studied the linear transformation of the space is considered invariant group. The transformation matrix is neither symmetric nor orthogonal. However, the determinant is equal to one.

In three-dimensional Euclidean  $R^3$  space, consider the surface  $F$  and the non-zero vector  $\vec{e}$ , the surface  $F$  is intersected by all possible planes  $\pi^j$  perpendicular to the vector  $\vec{e}$ . The set of cross-section points is denoted by  $\gamma^j = F \cap \pi^j$ . The class of surfaces for which the section  $\gamma^j$  is homeomorphic to a segment, a straight line or a circle, we denote by  $W\{\vec{e}\}$  [3].

**Definition.** Let some set  $M$  be selected on a convex surface  $F$ . Let's take the unit sphere, the center which is at the origin. Let's draw through each point of the set  $M$  all possible reference planes to the surface  $F$ , we will postpone the unit vectors of the outer normals to these planes from the center of the sphere. The locus of ends of these normals is called the spherical image set  $M^*$ . Denote by the spherical image of the set  $M$  through  $M^*$ .

Consider a cylinder whose guide circle is

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

and the generators are parallel to the vector  $\vec{i}$ . With the help of central projection, we will project area  $M^*$  onto a cylinder. The central projection of the set  $M^*$  on the cylinder is called the cylindrical image of the set  $M$  and denoted by  $M'$  [5].

We give the following property of the cylindrical image of the surface:

**Theorem 1.** Cylindrical image of the surface monotonically increasing function with respect to  $h$ .

**Theorem 2.** The area of a cylindrical image is a completely additive function of a set on a convex surface  $F \in W\{\vec{e}\}$ , defined for all Boral sets.

## REFERENCES

1. Artykbaev A., Sokolov D. D. Geometry as a whole in flat space-time. Tashkent, FAN, 1990.
2. Sharipov A. S., Topvoldiyev F. F. On invariants of surfaces with isometric on sections, Mathematics and statistics. Vol. 10, No. 2, 2022.
3. Sharipov A. S., Topvoldiyev F. F. On some properties of surfaces with isometric on sections, Bulletin of Institute of Mathematical. Vol. 4, pp. 11-15. 2021.

## CHEBISHEV FUNKSIYALARI UCHUN BA'ZI BAHOLAR

Shodmonova Sh.

Termiz davlat universiteti, Termiz, O'zbekiston

Faraz qilaylik  $p$ -tub son va  $x$ -haqiqiy sonlari berilgan bo'lsin. Ma'lumki (natural qatordagi) tub sonlar soni cheksiz ko'p. Shuning uchun ham agar biz  $\pi(x)$  orqali  $x$  dan katta bo'lmagan tub sonlar sonini belgilasak, ya'ni  $\pi(x) = \sum_{p \leq x} 1$  deb olsak, u holda  $x \rightarrow \infty$  da  $\pi(x) \rightarrow \infty$  ekanligi kelib chiqadi.

$\pi(x)$  funksiya bilan birga

$$\vartheta(x) = \sum_{p \leq x} \ln p, \quad \psi(x) = \sum_{p^m \leq x} \ln p$$

tengliklar bilan aniqlanuvchi  $\mathcal{G}(x)$  va  $\psi(x)$  funksiyalari sonlar nazariyasida muhim ahamiyatga ega [1]. Bu funksiyalar birinchi marta rus matematigi P.L.Chebichev (1821 – 1894йй.) tomonidan fanga kiritilgan. Shuning uchun ham ularni Chebishev funksiyalari deb ataladi [2].  $\psi(x) = \sum_{p^m \leq x} \ln p$  yig'indi

barcha  $p^m \leq x$  shartni qanoatlantiruvchi  $p$  va  $m$  lar bo'yicha olinadi. Masalan:

$$\mathcal{G}(10) = \sum_{p \leq 10} \ln p = \ln 2 + \ln 3 + \ln 5 + \ln 7 = \ln(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7) = \ln 210$$

$$\psi(10) = \sum_{p^m \leq 10} \ln p = (\ln 2 + \ln 2 + \ln 2) + (\ln 3 + \ln 3) + \ln 5 + \ln 7 =$$

$$3 \ln 2 + 2 \ln 3 + \ln 5 + \ln 7 = \ln(8 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 7).$$

Biz ushbu ishda Chebishev funksiyalari orasidagi munosabatlar va ular yordamida funksiyalardan biri uchun olingan bahodan foydalanib boshqalari uchun ham baho olish mumkin ekanligini ko'rsatamiz. Ma'lumki, [3] Mangoldt funksiyasi  $\Lambda(n)$  ushbu

$$\Lambda(n) = \begin{cases} \ln p, & n = p^m \\ 0, & n \neq p \end{cases}$$

tenglik bilan aniqlanadi.  $\mathcal{G}(x)$ ,  $\psi(x)$  va  $\Lambda(n)$  funksiyalari ta'riflaridan quyidagi munosabatlarning o'rinli ekanligi kelib chiqadi:

$$\psi(x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n), \quad e^{\mathcal{G}(x)} = e^{\sum_{p \leq x} \ln p} = \prod_{p \leq x} p, \quad e^{\psi(x)} = e^{\sum_{p^m \leq x} \ln p} = \prod_{p^m \leq x} p = \mathcal{E}KVK(2, 3, 4, \dots, n), \quad n \leq x.$$

Tushunarliki agar  $p^m \leq x$  bo'lsa,  $p \leq x^{\frac{1}{m}}$  bo'ladi va aksincha. U holda

$$\psi(x) = \sum_{p^m \leq x} \ln p = \sum_{p \leq x} \ln p + \sum_{p \leq x^{\frac{1}{2}}} \ln p + \dots = \mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x^{\frac{1}{2}}) + \mathcal{G}(x^{\frac{1}{4}}) + \dots$$

va bu qator albatta chekli bo'adi, chunki agar  $x < 2$  bo'lsa,  $\mathcal{G}(x) = 0$ . Agar  $x$  ushbu  $p^m \leq x < p^{m+1}$

oraligida bo'lsa  $\psi(x) = \sum_{p^m \leq x} \ln p$  formuladagi  $\ln p$   $m$ -marta olinadi. Bu holda  $m = \left\lfloor \frac{\ln x}{\ln p} \right\rfloor$  bo'lgani

uchun  $\psi(x) = \sum_{p \leq x} \left\lfloor \frac{\ln x}{\ln p} \right\rfloor \ln p$  ko'rinishda yoza olamiz. Bu yerda  $[x]$  bilan  $x$  ning butun qismi belgilangan.  $\pi(x)$ ,  $\mathcal{G}(x)$ ,  $\psi(x)$  funksiyalari ta'riflaridan quyidagi munosabatlar kelib chiqadi:  $\mathcal{G}(x) \leq \psi(x)$ ,

$$\psi(x) \leq \sum_{p \leq x} \frac{\ln x}{\ln p} \ln p = \ln x \sum_{p \leq x} 1 = \pi(x) \ln x.$$

Keyingi ikki munosabatdan  $\mathcal{G}(x) \leq \psi(x) \leq \pi(x) \ln x$  ga ega bo'lamiz. Endi

$L = \overline{\lim}_{x \rightarrow \infty} \frac{\mathcal{G}(x)}{x} \leq 4 \ln 2$  tengsizlikni isbotlaymiz. Ushbu binomial koeffitsenti

$$C_{2n}^n = N = \frac{(n+1)(n+2)\dots(2n)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}$$
 quyidagi xossalarga ega:

- 1)  $N$  butun va  $(1+1)^{2n}$  ning yoyilmasidagi eng katta had. Bu yoyilmada  $2n+1$  ta had bo'lgani uchun  $N < 2^{2n}$  ba  $2^{2n} < (2n+1)N$  (1)
- 2)  $N$   $n < p \leq 2n$  shartni qanoatlantiruvchi barcha tub  $p$  sonlariga bo'linadi, chunki bu sonlar  $N$  ning suratiga kiradi, lekin maxrajiga kirmaydi.



2) – xossadan  $N \geq \prod_{n < p \leq 2n} p$  va demak  $\ln N \geq \sum_{n < p \leq 2n} \ln p = \mathcal{G}(2n) - \mathcal{G}(n)$ . (1) dan

$\ln N < 2n \ln 2$ . Buni e'tiborga olsak,

$$\mathcal{G}(2n) - \mathcal{G}(n) < 2n \ln 2. \quad (2)$$

Agar biz (2) da  $n=1, 2, 2^2, \dots, 2^{m-1}$  deb olib hosil bo'lgan tengsizliklarni hadlab qo'shsak

$$\mathcal{G}(2^m) - \mathcal{G}(1) < (2 + 2^2 + \dots + 2^m) \ln 2 = \frac{2^{m+1} - 2}{2 - 1} \ln 2 < 2^{m+1} \ln 2. \text{ Bu yerda } \mathcal{G}(1) = 0 \text{ bo'lgani uchun}$$

$$\mathcal{G}(2^m) < 2^{m+1} \ln 2 \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

Faraz etaylik  $x > 1$  ushbu  $2^{m-1} \leq x < 2^m$  shartni qanoatlantirsin. U holda  $\mathcal{G}(x)$  o'suvchi (kamaymaydigan) bo'lgani uchun  $\mathcal{G}(x) \leq \mathcal{G}(2^m) < 2^{m+1} \ln 2 \leq 4x \ln 2$ . Bundan isbotlanishi talab etilgan tengsizlik kelib chiqadi:

$$\frac{\mathcal{G}(x)}{x} < 4 \ln 2 \quad \text{va demak,} \quad L = \overline{\lim}_{x \rightarrow \infty} \frac{\mathcal{G}(x)}{x} \leq 4 \ln 2.$$

Ishda  $\ell = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\psi(x)}{x} \geq \ln 2$  tengsizlik ham isbotlangan.

#### ADABIYOTLAR

1. *Montgomery H.L., Vaughan R.C.* Multiplicative number theory: I. Classical theory. Cambridge studies in advanced math. Cambridge, 2007. 552p.
2. *Nesterenko Y.V.* Teoriya chisel. –M.: Izdatelskiy sentr “Akademiya”, 2008, 272c.
3. *Allakov I.* Sonlar nazariyasidan misol va masalalar yechish. –T.: «Innovation rivojlanish nashriyot matbaa uyi», 2020. 348bet.

### BEHAVIORS OF SOUSLIN AND SHANIN NUMBERS UNDER CONTINUOUS MAPPINGS

**Sodikkujaeva Sh.Kh.**

*National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek*

*str. Universitet 4, 100174 Tashkent, Uzbekistan*

[shahnoz2019@gmail.com](mailto:shahnoz2019@gmail.com)

**Definition 1.[1].** Let  $(X, \tau)$  and  $(Y, \tau')$  be two topological spaces; a mapping  $f$  of  $X$  to  $Y$  is called continuous if  $f^{-1}(U) \in \tau$  for any  $U \in \tau'$ , i.e., if the inverse image of any open subset of  $Y$  is open in  $X$ . The fact that  $f$  is a continuous mapping of  $X$  to  $Y$  will be often written in symbols as  $f: X \rightarrow Y$ .

**Definition 2.[2].**  $C \subset \tau(X \setminus \{\emptyset\})$  is called a cellular family if the members of  $C$  are pairwise disjoint.

$$c(X) = \sup\{|C|: C \text{ cellular in } X\} + w.$$

$c(X)$  is called the cellularity of  $X$ .

**Definition 3. [3].** A cardinal  $\tau \geq \aleph_0$  is said to be a caliber of the space  $X$  if for any family  $\mu = \{U_\alpha: \alpha \in A\}$  of nonempty open in  $X$  sets such that  $|A| = \tau$ , there exists  $B \subset A$ , for which  $|B| = \tau$ , and  $\bigcap \{U_\alpha: \alpha \in B\} \neq \emptyset$ . Set  $k(X) = \{\tau: \tau \text{ is a caliber of the space } X\}$ .

**Definition 4.[3].** The cardinal number  $\min\{\tau: \tau^+ \text{ is a caliber of } X\}$  is called the Shanin number of  $X$  and is denoted by  $sh(X)$ , where  $\tau^+$  is the least cardinal number from all cardinals strictly greater than  $\tau$ .

**Theorem 1.** Let  $f: X \rightarrow Y$  continuous mapping topological space  $X$  onto topological space  $Y$ . Then  $c(Y) \leq c(X)$ .

**Theorem 2.** Let  $f: X \rightarrow Y$  continuous mapping topological space  $X$  into topological space  $Y$ . Then  $sh(X) = sh(Y)$ .

Example 1. Let  $f: S \rightarrow R$  is continuous, where  $S$  – Sorgenfrey line and  $R$  – real line with standard topology

As standard topology on the real line metrizable the cardinal invariants of it are remained the same,  $c(R) = sh(R) = \aleph_0$ .

The cardinal invariants of Sorgenfrey line are  $c(S) = \aleph_0, sh(S) = \aleph_0$ .

Since the  $f$  is continuous mapping from Sorgenfrey line to standard topology, then we have the following results:

- a)  $c(S) = c(R)$ .
- b)  $sh(S) = sh(R)$ .

#### REFERENCES:

1. Ryszard Engelking, General Topology, Mir, Moscow, PWN, Warszawa, first edition, 1977.
2. I. Juhász, Cardinal functions in topology -ten years later, Mathematisch centrum, Amsterdam, 1980.
3. F.G. Mukhamadiev, N.K. Mamadaliev, "Cardinal properties of Hattori spaces on the real lines and their superextensions", International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2014.

## GORIZONTAL CONFORMAL SUBMERSIYA Temirova M.

*O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

**Ta'rif 1.**  $(M, g)$  va  $(B, g')$  mos ravishda  $m$  va  $n$  o'lchamli va  $C^\infty$  – Riman ko'p xillik bo'lsin. Suryektiv  $C^\infty$  – akslantirish  $M$  ning istalgan nuqtasida maksimal rankga ega bo'lsa,  $\pi: M \rightarrow B$ ,  $\dim M = n$ ,  $\dim B = m$  akslantirish submersiya deyiladi.

Oshkormas funksiya haqidagi teoremasiga ko'ra har qanday  $x \in B$  uchun  $\pi^{-1}(x) - M$  ning yopiq  $r = m - n$  o'lchovli qism ko'pxilligi bo'ladi. Har bir  $p \in M$  uchun  $v_p = \ker \pi_*$  deb  $M$  dagi  $\pi$  akslantirish bilan berilgan qatlamaga mos keladigan  $v$  – integrallanuvchi taqsimotni olamiz, bu yerda har bir  $v_p, \pi^{-1}(x)$  ning  $\pi(p) = x$  dagi urinma fazosiga mos keladi. Bu yerda  $\pi_* - \pi$  ning differensial.

Unda  $v_p = T_p \pi^{-1}(x)$ , mos ravishda  $v_p$  ning  $T_p M$  dagi ortogonal to'ldiruvchisini  $H_p$  deb belgilaymiz.  $v_p$  va  $H_p$  larning elementlarini mos ravishda vertikal va gorizontalar vektorlardir.

**Tarif 2.**  $\pi: (M, g) \rightarrow (B, g')$  – submersiya Riman submersiyasi deyiladi, agar  $\pi_{*p}$  ning har bir  $p$  nuqtasida gorizontalar vektorlarning uzunligini saqlab qolsa:

$$g_p(u, v) = g'_{\pi(p)}(\pi_{*p}u, \pi_{*p}v), \quad u, v \in H_p, \quad p \in M \quad (1)$$

Bizga  $\psi: (M^m, g) \rightarrow (N^n, h)$  yarim Riman ko'pxilliklari o'rtasidagi silliq akslantirish berilgan bo'lsin.  $C_\psi = \{x \in M, \text{rank}(d\psi_x) < n\}$  hamda  $\psi$  ning regulyar nuqtalar to'plamini  $M^*$  bilan belgilaymiz, ya'ni  $M^* = M \setminus C_\psi$ . Har bir regulyar  $x \in M$  nuqtasi uchun vertikal va gorizontalar taqsimotlar mos ravishda  $v_x = \ker(d\psi)_x$  va  $H_x = (v_x)^\perp$  bilan aniqlanadi.

**Tarif 3.**  $\psi$  akslantirish gorizontalar konformal submersiya deyiladi, agar  $x \in M$  nuqtada  $(d\psi)_x \neq 0$  va  $v_x$  xosmas,  $(d\psi)_x$  ning  $H_x$  ga toraytmasi konformal, ya'ni  $\exists \lambda(x) \in R^*$  uchun:

$$h(d\psi(X), d\psi(Y)) = \lambda(x)g(X, Y), \quad \forall X, Y \in H_x \quad (2)$$

shartlar bajarilsa.

Kengaytirilgan  $\lambda: M \rightarrow R$  funksiya uchun  $(d\psi)_x = 0$  yoki  $v_x$  xosmas bo'lsa  $\lambda(x) = 0$  bo'lib  $\psi$  ning kengayishi deyiladi. Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, Riman ko'pxilliklari uchun  $\lambda$  – manfiy bo'lmagan funksiyadir, lekin yarim Riman ko'pxillik uchun u manfiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

**Tarif 4.**  $\psi: (M^m, g) \rightarrow (N^n, h)$ ,  $m > n \geq 2$  gorizontalar konformal submersiya gravitatsiya bilan juftlashgan deyiladi, agar  $\psi$  va  $g$  lar  $\rho - \frac{\tau}{2}g = \gamma S_\psi$  (3)

shartni qanoatlantirsa. Bu yerda,  $\rho$  – Ricci-tenzor maydoni;  $\tau$  –  $(M, g)$  ning skalyar egriligi;  $\gamma \neq 0$  ulanish doimiyligi;  $S_\psi$  – kuchlanish energiyasi tenzori.

M. Mustafu [1] ixcham Riman manifoldlarida va ayrim yarim Riman kollektorlarida tortishish kuchiga qo'shilgan gorizontalar konformal submersiya qurish uchun ba'zi shart-sharoitlarni beradi.

**Teorema.** Kosmologik modelda gravitatsiya bilan juftlashgan [2] har qanday gorizontalar konformal submersiya garmonik morfizm bo'ladi.

### Adabiyotlar:

1. Mustafa, M.T. Applications of harmonic morphisms to gravity J. Math. Phys., 41, n. 10, 6918-6929.
2. M.Baird, P., Wood, J.C.. Harmonic morphisms between Riemannian manifolds. London Math. Soc., Monographs, Oxford University press.

## BA'ZI BIR NILPOTENT ZINBIEL ALGEBRALARIDA ROTA – BAXTER OPERATORLARI

Tojiboyev E.

*Andijon davlat universiteti, Andijon, O'zbekiston*

Rota–Baxter algebra ehtimollar nazariyasidagi ba'zi bir masalalarni yechishdan kelib chiqqan bo'lib, matematika va fizikaning ko'plab sohalarida o'z tadbiriga ega, jumladan sonlar nazariyasi, kvazisimmetrik funksiyalar, Li algebralari va Yang–Baxter tenglamalari. Rota–Baxter operatorlari Baxter tomonidan ehtimollar nazariyasidagi [3] analitik formulani yechish uchun kiritilgan. Bu operatorlar, matematika va matematik fizikaning boshqa sohalariga ham aloqador [4]. [1] ishda 3-o'lchamli nilpotent assotsiativ algebralari uchun Rota–Baxter, Reynold va Nijenhuis operatorlari tasnif qilingan.

$F$  maydon ustida  $A$  assotsiativ algebraning Rota – Baxter operatori deb quyidagi tenglikni qanoatlantiruvchi  $P: A \rightarrow A$  chiziqli akslantirishga aytiladi:

$$P(x)P(y) = P(xP(y) + P(x)y + \lambda xy), \quad \forall x, y \in A, \quad \lambda \in F$$

Takidlab o'tish kerakki, agar  $P - \lambda \neq 0$  vaznga ega Rota – Baxter operatori bo'lsa, u holda  $\lambda^{-1} P -$  vazni 1 ga teng Rota – Baxter operatori.

Ushbu ishda biz 4 – o'lchamli nilpotent Zinbiel algebralaridan birida Rota–Baxter operatorlarini tasnifladik.

$$P \text{ operatorning matritsasi} - \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$\lambda=0 \text{ bo'lgan xol: } P(x)P(y) = P(xP(y) + P(x)y)$$

Quyida 4 – o'lchamli nilpotent Zinbiel algebralaridan biri [2] keltirilgan:

$$\beta: \quad e_1 \circ e_1 = e_2, e_1 \circ e_2 = e_3, e_2 \circ e_1 = 2e_3, \quad e_1 \circ e_3 = e_4, \quad e_2 \circ e_2 = 3e_4, \\ e_3 \circ e_1 = 3e_4;$$

**Teorema.** 4 – o'lchamli  $\beta$  nilpotent Zinbiel algebrasida Rota – Baxter operatori matritsalarini quyidagicha bo'ladi:

Algebra	Rota Baxter operatorlari $\lambda=0$ bo'lgan xol	Cheklovlar
$\beta$	$P_1: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = 0,$ $a_{34} = a_{44} = 0 \quad a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{41}, a_{42}, a_{43} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} = 0;$ $a_{21} = 0;$ $a_{44} = 0.$
$\beta$	$P_2: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = 0;$ $a_{31} = a_{32} = a_{33} = a_{34} = 0 \quad a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} = 0;$ $a_{21} = 0;$ $a_{44} \neq 0.$
	$P_3: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = a_{33} = 0,$ $a_{34} = a_{44} = 0, \quad a_{43} = a_{21}, \quad a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{41}, a_{42} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} = 0;$ $a_{21} \neq 0.$
	$P_4: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{23} = a_{24} = 0,$ $a_{31} = a_{32} = a_{33} = a_{34} = a_{43} = 0; \quad a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ $a_{22}, a_{41}, a_{42} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} \neq 0;$ $a_{33} = 0;$ $a_{21} = 0.$
	$P_5: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{33} = a_{34} = 0; \quad a_{31} = -\frac{3a_{21}^2}{a_{22}},$ $a_{32} = -3a_{21}, \quad a_{43} = 3a_{21}, \quad a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ $a_{21}, a_{22}, a_{41}, a_{42} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} \neq 0;$ $a_{33} = 0;$ $a_{21} \neq 0.$
	$P_6: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{32} = 0,$ $a_{34} = a_{42} = a_{43} = 0; \quad a_{11} = 3a_{33}, \quad a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ $a_{22}, a_{33}, a_{41} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} \neq 0;$ $a_{33} \neq 0;$ $a_{21} = 0;$ $a_{31} = 0.$
	$P_7: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{32} = a_{34} = a_{43} = 0; \quad a_{11} = 3a_{33},$ $a_{42} = \frac{3}{2}a_{31}, \quad a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ $a_{22}, a_{31}, a_{33}, a_{41} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} \neq 0;$ $a_{33} \neq 0;$ $a_{21} = 0;$ $a_{31} \neq 0.$
	$P_8: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{34} = a_{42} = 0;$ $a_{11} = 3a_{33}, \quad a_{32} = a_{43} = a_{21}, \quad a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ $a_{21}, a_{22}, a_{33}, a_{41} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} \neq 0;$ $a_{33} \neq 0;$ $a_{21} \neq 0;$ $a_{31} = 0.$
	$P_9: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{34} = 0; \quad a_{11} = 3a_{33},$ $a_{32} = a_{43} = a_{21}, \quad a_{42} = \frac{3}{2}a_{31}, \quad a_{44} = \frac{1}{2}a_{22}; \quad a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{33}, a_{41} -$ lar, cheklovlarga bog'liq holda ihtiyoriy.	$a_{22} \neq 0;$ $a_{33} \neq 0;$ $a_{21} \neq 0;$ $a_{31} \neq 0.$

#### ADABIYOTLAR

1. N.G.Abdujabborov, I.A.Karimjanov and M.A.Kodirova. Rota–type operators on 3–dimensional nilpotent associative algebras. Communications in Mathematics 29(2021)227–241

2. *J.Q.Adashev, B.A.Omirov and A.Kh.Khudoyberdiyev.* Classifications of some classes of Zinbiel algebras. Journal of Generalized Lie Theory and Applications Vol. 4 (2010), Article ID S090601, 10 pages
3. *G. Baxter.* An analytic problem whose solution follows from a simple algebraic identity. Pac.J.Math.10(1960) 731–742.
4. *X. Tang, Y. Zhang, and Q. Sun.* Rota-Baxter operators on 4-dimensional complex simple associative algebras. Appl. Math. Comput. 229 (2014) 173–186.

## VON NEYMANN ALGEBRALARI MARKAZIY KENGAYTMALARI IZOMORFIZMLARI

**Turdibaeva N. M.**

*Qoraqalpoq davlat universiteti, Nukus, Uzbekistan*

Mayli  $\mathcal{M}$  von Neumann algebrasi va  $S(\mathcal{M})$  (mos holda  $LS(\mathcal{M})$ )  $\mathcal{M}$  da aniqlangan barcha o'lichamli (mos holda lokal o'lichamli) operatorlarning  $*$  algebrasi bo'lsin (qarang [1-3]).

Mayli  $x, y \in S(\mathcal{M})$  bo'lsin. Bizga ma'lum,  $x + y$  va  $xy$  operatorlar zich aniqlangan operatorlar. Shuningdek,  $x + y$ ,  $xy$  va  $x^*$  operatorlari  $S(\mathcal{M})$  ning ichida joylashgan. Bunday amallar aniqlangan  $S(\mathcal{M}) \subset \mathbb{C}$  kompleks sonlar maydonida unital  $*$  algebra bo'ladi.  $\mathcal{M}$  ning  $S(\mathcal{M})$  ga  $*$  qism algebra ekanligi ma'lum. Agar  $\mathcal{M}$  von Neuman algebrasi chegaralangan bo'lsa,  $\mathcal{M}$  da aniqlangan barcha o'lichamli operatorlar algebrasi  $S(\mathcal{M})$   $\mathcal{M}$  da aniqlangan Murray-von Neumann algebrasi deyiladi.

Mayli  $\mathcal{M}$  von Neumann algebrasi bo'lsin.  $S(\mathcal{M})$  ning  $*$  qism algebrasi  $\mathcal{A}$  regulyar deyiladi, agar von Neuman ma'nosida regulyar xalqa bo'lsa, ya'ni har bir  $a \in \mathcal{A}$  element uchun,  $b \in \mathcal{A}$  elementi mavjud bo'lib,  $aba = a$  tenglik bajarilsa.

Agar  $\mathcal{A}$  va  $\mathcal{B}$   $*$ -algebralar bo'lib,  $\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  bieksiya

- additiv va multiplikativ bo'lsa, u holda xalqa izomorfizmi
- haqiqiy xalqa izomorfizmi bo'lsa, haqiqiy algebra izomorfizmi
- algebra izomorfizmi bo'lsa, kompleks chiziqli xalqa izomorfizmi
- haqiqiy  $*$ -izomorfizm haqiqiy algebra izomorfizmi va barcha  $x \in \mathcal{A}$  uchun  $\Phi(x^*) = \Phi(x)^*$

tenglik bajariladi

- $*$ -izomorfizm kompleks chiziqli haqiqiy  $*$ -izomorfizm deyiladi.

**1-Teorema.** Mayli  $\mathcal{M}$  va  $\mathcal{N}$  tipi  $II_1$  von Neumann algebralari,  $E(\mathcal{M})$  va  $E(\mathcal{N})$  ularning markaziy kengaytmalari bo'lsin. U holda  $E(\mathcal{M})$  ni  $E(\mathcal{N})$  ga o'tkazuvchi xalqa izomorfizmi haqiqiy algebra izomorfizmi bo'ladi.

### ADABIYOTLAR

1. *S. Albeverio, Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov, R. Djumamuratov,* Automorphisms of central extensions of type I von Neumann algebras, Stud. Math. 207 (2011) 1–17.
2. *Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov* Ring isomorphisms of Murray–von Neumann algebras. J. Funct. Anal. 280 (2021) no 5, 108891, 28 pp.
3. *M. Mori,* Lattice isomorphisms between projection lattices of von Neumann algebras, Forum Math. Sigma 8 (e49) (2020) 1–19.

## ISOMORPHISMS OF COMMUTATIVE REGULAR ALGEBRAS

<sup>1</sup>Turdibaeva N.M., <sup>2</sup>Maxmudova D.M.

<sup>1</sup>Karakalpak State University, Nukus, Uzbekistan

<sup>2</sup>Urgench State University, Urgench, Uzbekistan

A ring  $\mathbb{A}$  is said to be regular in the sense of von Neumann if, for every  $a \in \mathbb{A}$ , the equation  $axa = a$  has a solution in  $\mathbb{A}$ . An algebra  $\mathbb{A}$  is said to be regular, if  $\mathbb{A}$  is a regular ring in the sense of von Neumann.

Let  $\mathbb{A}$  be a commutative unital regular algebra with a unity 1 over an algebraically closed field  $F$  of characteristic 0 and let  $\nabla = \nabla(\mathbb{A})$  denote the set of idempotent elements of  $\mathbb{A}$ . On the set  $\nabla$  a partial order is defined as follows:  $e \leq f$  if and only if  $ef = e$ . Then  $\nabla$  becomes a Boolean algebra with the greatest element 1; where the complement  $Ce$  of an element  $e$  is  $1 - e$ . A nonzero element  $q \in \nabla$  is called an atom if

the relations  $0 \neq e \leq q$  and  $e \in \nabla$  imply the equality  $e = q$ . For every  $a \in \mathfrak{A}$ , let  $i(a)$  denote the partial inverse of  $a$ , i.e.,  $i(a)$  is the solution of the equations  $axa = a$  and  $xax = x$ : It is clear that  $i(ab) = i(a)i(b)$ ,  $i(i(a)) = a$ ,  $i(e) = e$  for all  $a, b \in \mathfrak{A}$  and  $e \in \nabla$ . The element  $s(a) = ai(a)$  is called the support of  $a$ . As is known,  $s(a)$  is the least idempotent  $e \in \nabla$  with  $ea = a$  (see [1]).

An element  $a \in \mathfrak{A}$  is called finitely valued, if

$$a = \sum_{k=1}^n \lambda_k e_k$$

where  $\lambda_k \in F, e_k \in \nabla, e_k e_j = 0 \quad k \neq j, k, j = 1, \dots, n,$   
 $n \in \mathbb{N}$ ; •countably valued, if

$$a = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k e_k$$

where  $\lambda_k \in F, e_k \in \nabla, e_k e_j = 0 \quad k \neq j, k, j = 1, \dots, n,$

$n \in \mathbb{N}$ ; (in the second case the convergence of series is understood with respect to the metric  $p$ )

Denote by  $F(\nabla)$  (respectively,  $F_c(\nabla)$ ) the set of all nitely valued (respectively, countably valued) elements in  $\mathfrak{A}$ . Then,

$$\nabla \subset F(\nabla) \subset F_c(\nabla)$$

and  $F(\nabla); F_c(\nabla)$  are regular subalgebras in  $\mathfrak{A}$  (see [4]). We assume that  $\mathcal{B}$  is a subalgebra in  $\mathfrak{A}$  such that  $\nabla \subset \mathcal{B}$ .

Recall that two elements  $x; y \in \mathfrak{A}$  are said to be orthogonal (notation  $x \perp y$ ), if  $s(x)s(y) = 0$ .

A linear mapping  $\phi: \mathcal{B} \rightarrow \mathfrak{A}$  is said to be band preserving, if

$$x \perp y \Rightarrow \phi(x) \perp y$$

(see for details [2,3]). Since  $x \perp 1 - s(x)$ , we see that  $\phi$  is band preserving iff

$$s(\phi(x)) \leq s(x) \tag{1}$$

for all  $x \in \mathfrak{A}$ .

**Theorem 1.1** Let  $\mathfrak{A}$  be a commutative unital regular algebra over an algebraically closed field  $F$  of characteristic zero such that

1. there exists a finite strictly positive countable-additive measure on the Boolean algebra  $\nabla$  of all idempotents in  $\mathfrak{A}$ ;
2.  $\mathfrak{A}$  is a complete with respect the metric  $\rho(a; b) = \mu(s(a-b))$ ,  $a, b \in \mathfrak{A}$ .

Let  $\mathcal{B}$  be a subalgebra of  $\mathfrak{A}$  such that  $\mathcal{B} \supset \nabla$ . Then for any band preserving monomorphism  $\phi: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$  there exists a band preserving monomorphism  $\Psi: \mathfrak{A} \rightarrow \mathfrak{A}$  such that  $\Psi|_{\mathcal{B}} = \phi$ .

**Theorem 1.2.** Let  $\mathfrak{A}$  be a commutative unital regular algebra as in Theorem 1.1.

Then there is a non trivial band preserving monomorphism on  $\mathfrak{A}$  into itself if and only if

$F_c(\Delta) \neq \mathfrak{A}$ . Let  $\mathcal{M}$  be a maximal algebraically independent subset of  $\mathfrak{A}$  Set

$$s(\mathcal{M}) = \{s(a) : a \in \mathcal{M}\} \subset \nabla,$$

and for  $e \in s(\mathcal{M})$  set  $M_e = \{a \in \mathcal{M} : s(a) = e\}$ . S It is clear that  $\mathcal{M} = \cup_{e \in s(\mathcal{M})} M_e$ .

We denote by  $G(\mathcal{M}; \mathfrak{A})$  the set of all mappings  $g : \mathcal{M} \rightarrow \mathfrak{A}$  such that  $s(g(a)) = s(a)$  for all  $a \in \mathcal{M}$ ;  $g(\mathcal{M}) = \{g(x) : x \in \mathcal{M}\}$   $g$  is also a maximal algebraically independent subset of  $\mathfrak{A}$ . A permutation of  $\mathcal{M}$  is a bijection from  $\mathcal{M}$  onto  $\mathcal{M}$ : A group of all permutations of

$\mathcal{M}$ , denoted by  $\text{Sym}(\mathcal{M})$ : Let  $F_c(\nabla)$  be the group of all invertible elements from  $F_c(\nabla)$ :

For a commutative unital regular algebra  $\mathfrak{A}$  denote by  $\text{Aut}_{\nabla}(\mathfrak{A})$  the group of all band preserving automorphisms of  $\mathfrak{A}$ :

**Theorem 1.3** Let  $\mathfrak{A}$  be a commutative unital regular algebra as in Theorem 1.1. Then

there is an injective mapping

$$g \in G(\mathcal{M}; \mathfrak{A}) \rightarrow \phi_g \in \text{Aut}_{\nabla}(\mathfrak{A}). \tag{2}$$

In particular, the group  $\text{Aut}_{\nabla}(\mathfrak{A})$  contains a subgroup isomorphic to the group

$$\prod_{e \in s(\mathcal{M})} \text{Sym}(\mathcal{M}_e) \times (F_c(e\nabla))^{|e\mathcal{M}|}$$

Now using Theorem 1.3 we obtain the following strengthening of Theorem 1.2 **Corollary 1.4** Let  $\mathfrak{A}$  be a commutative unital regular algebra as in Theorem 1.1. Then

there are non trivial band preserving automorphisms on  $\mathfrak{A}$  if and only if  $F_c(\nabla) \neq \mathfrak{A}$ .

## REFERENCES

- [1] S. K. Berberian, Baer -rings, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 195, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1972.
- [2] A. G. Kusraev, Dominated Operators, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.

[3] A. G. Kusraev, Automorphisms and derivations on a universally complete complex f-algebra, Siberian Math. J. 47 (1) (2006) 77–85.

[4] A. F. Ber, V. I. Chilin and F. A. Sukochev, Non-trivial derivations on commutative regular algebras, Extracta Math. 21 (2006) 107–147.

## GEOMETRIK MASALANI TURLI YECHISH USULLARI YORDAMIDA O'QUVCHILARNING IJODIY FIKRLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISH

<sup>1</sup>Xusanov J., <sup>1</sup>Shamsiddinov N.B., <sup>2</sup>Shoimqulova D., <sup>2</sup>Norqulova Z.

<sup>1</sup>TDU akademik litseyi, Toshkent, O'zbekiston

<sup>2</sup>NavDPI, Navoiy, O'zbekiston

Matematika olamni, dunyoni bilishning asosi bo'lib, tevarak atrofigimizdagi voqea va hodisalarning o'ziga xos qonuniyatlarini ochib berishda juda katta ahamiyatga egaki, matematik bilimlarsiz ishlab chiqarish va fanning rivojlanishini tassavur qilib bo'lmaydi. Shuning uchun ham matematik madaniyat—umuminsoniy madaniyatning tarkibiy qismi hisoblanadi.

Ma'lumki, matematika fani inson aqlini charxlaydi, diqqatini rivojlantiradi, ko'zlangan maqsadga erishish uchun qat'iyat va irodani tarbiyalaydi, algoritmik tarzda tartib-intizomlilikka o'rgatadi va eng muhimi mulohaza yuritishga chorlaydi hamda tafakkurni kengaytiradi.

Hisoblashga doir geometrik masalalarga berilgan geometrik shaklning yoki shakllar jamlanmasining bazi elementlari o'lchamlari elementlar orasidagi nisbat agar shakllar ko'p bo'lsa shakllar orasidagi nisbat aniq bo'lganda qaysidir elementini yoki elementlarning bir biriga bo'lgan nisbatini topish kerak bo'lgan masalalar kiradi. Masalani tahlil qilish asosida uning sxematik yozuvini, shu jumladan masala obyektini chizamiz. So'ngra kerak bo'lgan elementlarni yoki nisbatni topish uchun formulalarni yozamiz va ko'ramizki bizga ma'lum narsalar orqali bu formulalar bilan kerakli elementlarni topish mumkinmi yoki yoqmi. Agar bo'lmasa, biz masalani ba'zi segmentlarni yoki burchaklarni topishga harakat qilamiz. Bunday holda, ushbu qidirilayotgan elementlarning ma'lumotlar bilan bir xil shakllarga kirishini ta'minlash kerak.

Agar bunday bo'lmasa maqsadimizga yetishga yordam beradigan qo'shimcha elementlarni va shakllarni kiritamiz.

Buni tushunish uchun masalani yechish jarayonini yaqindan ko'rib chiqishimiz, ya'ni oddiy masalalarning yechimlarini ko'rib chiqamiz va shu bilan birga ushbu yechimlarni eng batafsil tarzda yozamiz.

**Masala.**  $ABCD$  trapetsiyaning  $AB$  yon tomoni,  $BC$  asosi va  $BD$  diagonalini 5 ga teng,  $CD$  yon tomoni 2 ga teng bo'lsa,  $AC$  diagonalini toping.

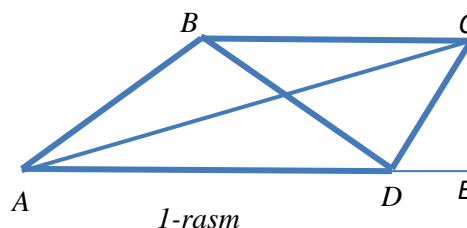
### Masalaning tahlili:

1) Masala obyektini trapetsiya tashkil etadi: trapetsiyaning diagonalini ikkita teng yonli uchburchakka ajratadi;

2) Berilgan elementlar: trapetsiyaning uchta tomoni va bir diagonalini;

3) Topish kerak: trapetsiyaning diagonalini;

4) Berilgan nisbat: teng yonli uchburchak.



Masalaning sxematik yozuvi (1-rasm):

Berilgan:  $AB = BC = BD = 5$ ;  $CD = 2$ .

Topish kerak:  $AC$  diagonal.

**Yechish: I usul.** Masalada  $AC$  diagonalni topish uchun  $BDC$  uchburchakning  $D$  uchining balandligi tushurib, Pifagor teoremasidan foydalanamiz;

**II usul.** Masala yechimi kosinuslar teoremasida foydalanib topamiz. Bunda  $BDC$  uchburchakda  $\cos B$  ni topamiz va  $\angle ABC = 180^\circ - \alpha$  bo'lgani uchun kosinuslar teoremasidan foydalanib  $AC$  diagonalni uzunligini aniqlaymiz;

**III usul.** Masalani Dekart koordinatalar sistemasi yordamida hal etamiz. Buning uchun trapetsiyaning  $A$  uchini koordinata boshiga joylashtiramiz. Kesma uzunligini topish formulasi yordamida  $C$  uchining kordinatalarini topamiz;

**IV usul.** Masalani vektor yordamida hal etamiz. Buning uchun trapetsiyaning A uchini koordinata boshiga joylashtiramiz.  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{BD}| = 5$ ;  $|\overline{CD}| = 2$  qiymatlardan foydalanib  $|\overline{AC}|$  vektorni hisoblaymiz.

Geometriyaga oid ijodiy masalalardan foydalanish o'quvchining biror sohadagi bilim darajasini aniqlashga, ya'ni o'quvchi tushunish, esda saqlash tanish bo'lgan vaziyatlarda ma'lum namuna yoki formula bo'yicha bilimlarni qo'llay bilish va nihoyat, yangi notanish vaziyatlarda bilimlarni qo'llay olish yoki qo'llay olmasligini aniqlash imkonini beradi.

Geometriya darslarida o'quvchilarni ma'lum sondagi masalalarni esda saqlashga emas, balki ularni mustaqil izlash va ularni tushuntirish yo'llarini topish, masalani yechish usulini esda saqlash emas, balki o'z bilimlariga tayangan holda ularni kashf qilishga o'rgatish muhim. Matematika darslarini tashkil qilishda o'quvchilarga tayyor o'quv materiallarini berishga asoslangan yondashuvdan ma'lum darajada voz kechish talab qilinadi. O'quvchilarda kichik tadqiqotchilik ko'nikmalarini shakllantirishda kuzatish, tajriba, o'lchashlar, analiz (tahlil) va sintez, induksiya va deduksiya, taqqoslash va analogiya kabi ilmiy izlanish metodlaridan o'rnida foydalanish talab etiladi. O'quvchilarda bilim va ko'nikmalarni shunchaki shakllantirib qolmasdan, ularni hayotiy vaziyatlarda qo'llay olish kompetensiyalarini ham tarkib toptirish muhim ahamiyat kasb etadi.

Hulosa qilib aytganda, o'quvchiga bir nechta masalani bir uzulda yechimi o'rgatgandan ko'ra, bir masalani bir necha uzul bilan yechishga o'rgatish o'quvchida fikr yuritish, muammoni hal etishning qulay uzullari topish ko'nikmasini rivojlantiradi.

#### ADABIYOTLAR

1. Л.М.Фридман Е.Н.Турецкий. “Как научиться решать задачи”, Москва «Просвещение», 1989.
2. Хусанов Д.Х., Шамсиддинов Н.Б. “Ёшларнинг мустақил ижодий фикрлаш фаолиятини ривожлантиришда геометрик масалаларнинг ўрни”. “Халқ таълими” илмий-методик журнал. 2020 йил. 5-сон.

### LOCAL DERIVATIONS ON MAXIMAL SOLVABLE LIE ALGEBRAS WHOSE NILRADICAL IS A FILIFORM LIE ALGEBRAS

<sup>1,2</sup>Yusupov B. B., <sup>2</sup>Nurullayeva M.M.

<sup>1</sup>V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences,  
Tashkent, Uzbekistan,  
baxtiyor\_yusupov\_93@mail.ru;

<sup>2</sup>Department of Physics and Mathematics, Urgench State University, Urgench, Uzbekistan

Investigation of local derivations on Lie algebras was initiated in paper in [1]. Sh.A.Ayupov and K.K.Kudaybergenov have proved that every local derivation on semi-simple Lie algebras is a derivation and gave examples of nilpotent finite-dimensional Lie algebras with local derivations which are not derivations. In [2] local derivations and automorphism of complex finite-dimensional simple Leibniz algebras are investigated, and it is proved that all local derivations on a finite-dimensional complex simple Leibniz algebras are automatically derivations and it is shown that filiform Leibniz algebras admit local derivations which are not derivations.

**Definition 1.** An algebra  $(L, [-, -])$  over a field  $\mathbb{F}$  is called Lie algebra if for any  $x, y, z \in L$  the following identities

$$\begin{aligned} [x, [y, z]] + [y, [z, x]] + [z, [x, y]] &= 0 \\ [x, x] &= 0 \end{aligned}$$

hold.

A derivation on a Leibniz algebra  $\mathcal{L}$  is a linear map  $D: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$  which satisfies the Leibniz rule:

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)] \quad \text{for any } x, y \in \mathcal{L}.$$

**Definition 2.** A linear operator  $\Delta$  is called a local derivation if for any  $x \in \mathcal{L}$ , there exists a derivation  $D_x: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$  (depending on  $x$ ) such that  $\Delta(x) = D_x(x)$ .

For an arbitrary Lie algebra  $L$  we define the *derived* and *central series* as follows:

$$\begin{aligned} L^{[1]} &= L, \quad L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}], \quad s \geq 1, \\ L^1 &= L, \quad L^{k+1} = [L^k, L], \quad k \geq 1. \end{aligned}$$

An  $n$ -dimensional Lie algebra  $L$  is called *solvable (nilpotent)* if there exists  $s \in \mathbb{N}$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) such that  $L^{[s]} = 0$  ( $L^k = 0$ ). Such minimal number is called *index of solvability (nilpotency)*.

The maximal nilpotent ideal of a Lie algebra is said to be the nilradical of the algebra.

An  $n$ -dimensional Lie algebra  $L$  is said to be *filiform* if  $\dim L^i = n - i$ , for  $2 \leq i \leq n$ .

It is well known that there are two types of naturally graded filiform Lie algebras. In fact, the second type will appear only in the case when the dimension of the algebra is even.

Any naturally graded filiform Lie algebra is isomorphic to one of the following non isomorphic algebras:

$$n_{n,1} : \{ [e_i, e_1] = -[e_1, e_i] = e_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n - 1. \\ Q_{2n} : \begin{cases} [e_i, e_1] = -[e_1, e_i] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq 2n - 2, \\ [e_i, e_{2n+1-i}] = -[e_{2n+1-i}, e_i] = (-1)^i e_{2n}, & 2 \leq i \leq n. \end{cases}$$

All solvable Lie algebras whose nilradical is the naturally graded filiform Lie algebra  $n_{n,1}$  are classified in [4]. Further solvable Lie algebras whose nilradical is the naturally graded filiform Lie algebra  $Q_{2n}$  are classified in [3]. It is proved that the dimension of a solvable Lie algebra whose nilradical is isomorphic to an  $n$ -dimensional naturally graded filiform Lie algebra is not greater than  $n + 2$ . Here we give the list of such solvable Lie algebras. We denote by  $\mathfrak{s}_{n,2}$  solvable Lie algebras with nilradical  $n_{n,1}$  and codimension two. Similarly, for the solvable Lie algebras with nilradical  $Q_{2n}$  we use notations  $\tau_{2n,2}$ :

$$\mathfrak{s}_{n,2} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n - 1, \\ [e_1, x] = e_1, \\ [e_i, x] = (i - 2)e_i, & 3 \leq i \leq n, \\ [e_i, y] = e_i, & 2 \leq i \leq n. \end{cases} \quad \tau_{2n,2} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq 2n - 2, \\ [e_i, e_{2n+1-i}] = (-1)^i e_{2n}, & 2 \leq i \leq n, \\ [e_i, x] = ie_i, & 1 \leq i \leq 2n - 1, \\ [e_{2n}, x] = (2n + 1)e_{2n}, \\ [e_i, y] = e_i, & 1 \leq i \leq 2n - 1, \\ [e_{2n}, y] = -[y, e_{2n}] = 2e_{2n}. \end{cases}$$

The following theorem is the main result of this note.

**Theorem 1.** *Let  $\mathfrak{s}_{n,2}$  and  $\tau_{2n,2}$  be solvable Lie algebras. Then any local derivation of  $\mathfrak{s}_{n,2}$  and  $\tau_{2n,2}$  is a derivation.*

## REFERENCES

1. Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., Local derivations on finite-dimensional Lie algebras. // Linear and Multilinear Algebra, 2016, Vol.493, p. 381–388.
2. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Omirov B. A., Local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras. // Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 43, 2020, pp.2199–2234.
3. Ancochea Bermúdez J. M., Campoamor-Stursberg R., Garca Vergnolle L. Solvable Lie algebras with naturally graded nilradicals and their invariants, J. Phys. A, 39(6) (2006), 1339–1355.
4. Šnobl L. Winternitz P., A class of solvable Lie algebras and their Casimir invariants, Journal of Physics A, 38 (2005), 2687–2700.

## GEOMETRY OF CONFORMAL SUBMERSIONS

Zoyidov A.N.

National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent 100174, Uzbekistan.

e-mail: a.zoyidov@nuu.uz

Submersions play important role in modern mathematics. A submersion is a differentiable map between differentiable manifolds whose differential is everywhere surjective. This is a basic concept in differential topology. The notion of a submersion is dual to the notion of an immersion.

Let  $(M, g), (B, g_B)$  be smooth Riemannian manifolds of dimension  $n, m$  correspondingly, and let  $\pi : (M, g) \rightarrow (B, g_B)$  be a smooth mapping of maximal rank.



**Definition 1[1]** Differentiable mapping  $\pi : M \rightarrow B$  of maximal rank is called submersion if  $n > m$ .

**Definition 2[2]** Let  $(M, \langle \cdot, \cdot \rangle), (B, \langle \cdot, \cdot \rangle_B)$  be smooth Riemannian manifolds. A differentiable mapping  $\pi : (M, \langle \cdot, \cdot \rangle) \rightarrow (B, \langle \cdot, \cdot \rangle_B)$  is called a conformal (or: horizontally conformal) submersion if:

1.  $\pi$  is a submersion, i.e. it is surjective and has maximal rank,
2.  $\pi_*$  restricted to horizontal distribution of  $\pi$  is a conformal mapping.

With the notation introduced earlier on, the second condition in the above definition can be written in a following way:

$$\exists f \in C^\infty(M) \forall p \in M \forall X, Y \in \mathcal{H}_p \langle X, Y \rangle = e^{2f} \langle \pi_* X, \pi_* Y \rangle_B$$

The function  $f$  will be called the *dilation* of submersion  $\pi$  or the associated function of the conformal submersion  $\pi$ .

A conformal submersion with  $f = 0$  is called a *Riemannian submersion* [1].

Let  $\pi : (M, G_x^f) \rightarrow (B, g)$  be conformal submersion.

**Lemma 1[2]**  $\pi : (M, g) \rightarrow (B, g_B)$  is a conformal submersion if and only if there exists a function  $f \in C^\infty(M)$ , uniquely associated to  $\pi$ , such that for every  $x \in M$  and for every horizontal vectors  $X, Y \in T_x M$  one has:

$$G_x^f(X, Y) = e^{2f(x)} g_x(\pi_* X, \pi_* Y).$$

One easily deduces:

**Lemma 2[2]** If  $f$  is the associated function of  $\pi$ , then the metric  $G$

$$G = e^{-2f} G^f$$

is the unique metric on  $M$ , conformal with  $G$ , with the property that

$$p : (M, G) \rightarrow (B, g),$$

where  $p$  is defined by  $p(x) = \pi(x)$ ,  $x \in M$ , is a Riemannian submersion.

**Lemma 3** Let  $\pi : (M, g) \rightarrow (B, g_B)$  be a submersion and  $\dim B = 1$ . Then  $\pi$  is a conformal mapping.

## REFERENCES

1. B. O'Neill The fundamental equations of a submersion Mich. Math. J., 13 (1966), pp. 459-469
2. T. Zawadzki. Existence conditions for conformal submersions with totally umbilical fibers Differ. Geom. Appl., 35 (2014), pp. 69-85
3. Narmanov A. Ya., Zoyidov A. N. On the group of diffeomorphisms of foliated manifolds. Vestnik Udmurtskogo Universiteta: Matematika, Mekhanika, Komp'yuternye Nauki, 30:1, 49 - 58, 2020.

## ТЎҒРИ ЧИЗИҚ КЕСМАСИНИНГ ҲАҚИҚИЙ УЗУНЛИГИНИ АНИҚЛАШ

**Алимов Ф.Х., Рахматов М.И., Эгамшукуров П.С.**

*Тошкент давлат транспорт университети, Тошкент, Ўзбекистон*

Чизма геометрия масалаларида асосан позицион ва метрик масалалар ўз ечимини топадилар.

Бу масалалардан бири – тўғри чизик кесмасининг ҳақиқий узунлигини аниқлаш.

Кесманинг ҳақиқий узунлиги - бу икки нуқта орасидаги энг қисқа масофадир.

Чизма геометрияда икки нуқта орасидаги энг қисқа масофани турли усулларда аниқлаш мумкин.

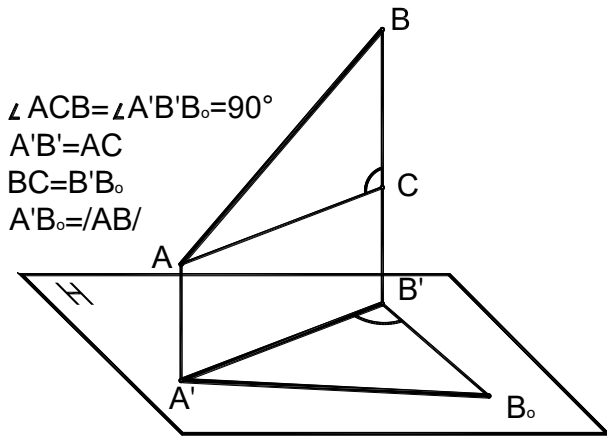
Бу усуллар:

- тўғри бурчакли учбурчак усули;
- Монж усули;
- чизмани қайта тузиш орқали – проекциялар текисликларини алмаштириш усули;
- айлантириш усули, текис-параллел кўчириш усули ва бошқалар.

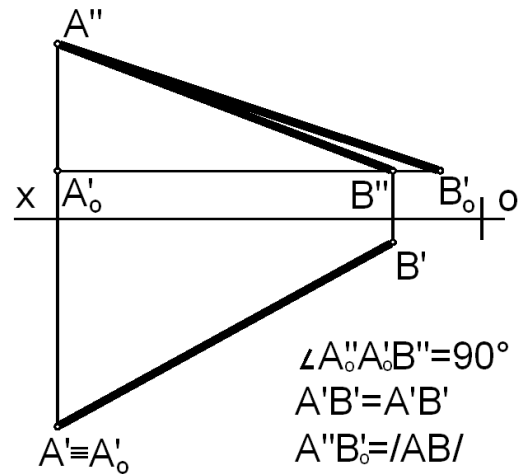
Тўғри бурчакли учбурчак усулида тўғри чизик кесмасини ҳақиқий узунлиги қуйидаги аниқланади (1-расм).

АВ кесмаси ва унинг Н текислигига А'В' проекцияси берилган. Кесманинг А учидан А'В' проекцияга параллел АС чизик ўтказилади. Натижада тўғри бурчак ҳосил бўлади. Бу учбурчакнинг АС катети А'В' проекциясига тенг.

BC катети эса В ва А нукталарининг  $\Delta Z=BB'-AA'=Z_B-Z_A$ . АВ – гипотенуза кесманинг хақиқий узунлиги.



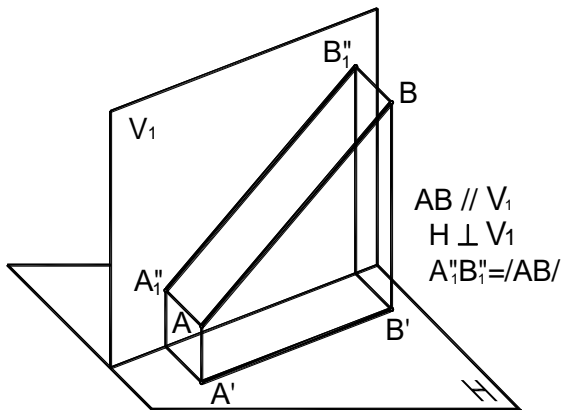
1-расм.



2-расм.

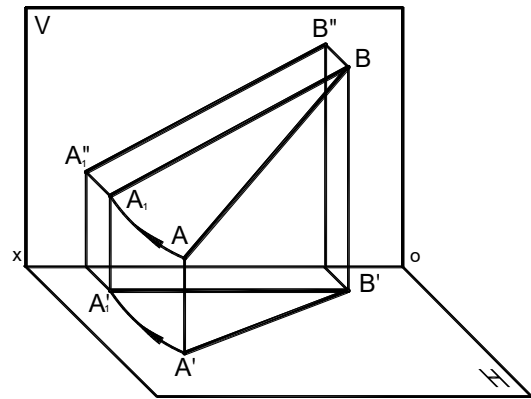
Худди ушбу учбурчакни  $A'B'$  проекцияга асосланиб курамиз. Бу ерда  $A'B' = AC$ -катетининг бири.  $B'C' = BC = \Delta Z$ -иккинчи катети.  $A'B''$ -гипотенуза АВ кесманинг хақиқий катталиги.

Монж усулида масофа масаласи икки проекция текислигидан фойдаланиб ечилган (2-расм). Бунда АВ кесмани горизонтал проекциясидаги узунлиги  $A'B'$  иккинчи проекция текислигига Ох ўқиға параллел вазиятда  $A''_0, B''_0$  ва  $A'', B''$ -гипотенуза чизилади. Ушбу гипотенуза АВ кесманинг хақиқий узунлиги тенг бўлади.

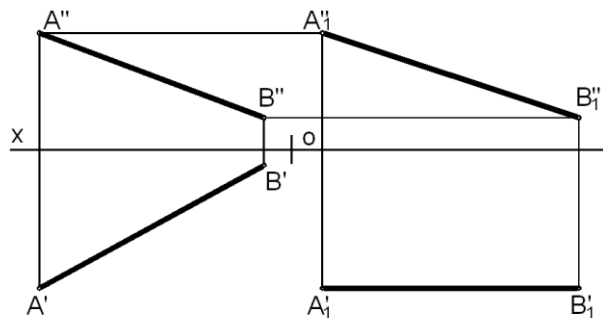


3-расм.

Чизмани қайта тузиш усулларидан проекциялар текисликларини алмаштириш орқали - янги фронтал проекциялар текислиги  $V_1$  горизонтал проекциялар текислигига перпендикуляр ( $H \perp V_1$ ), АВ тўғри чизигига эса параллел вазиятда олинади. Янги проекциялар  $V_1H$  тизимида АВ кесма фронтал чизиги вазиятини эгаллайди. АВ тўғри чизигининг  $V_1$  даги проекцияси эса АВ кесма узунлигига тенг бўлади (3-расм).



4-расм.



5-расм.

Агарда чизмани қайта тузиш усулларидан яна бири айлантириш усулини кўриб чиқсак, у ҳолда, АВ кесмани бирор учи атрофида айлантириб, фронтал ёки горизонтал проекциялар текислигига параллел вазиятга келтирилади. (4-расм). Текис – параллел харакатлан-тириш усулида АВ тўғри чизик кесмасини бирор проекциясини проекция ўқиға параллел вазиятда жойлаштирсак, иккинчи проекцияси шу тўғри чизик кесмасининг хақиқий узунлигига тенг бўлади (5-расм).

Чизма геометрияда исталган тўғри чизик кесмасининг ҳақиқий узунлигини юқорида келтирилган усуллардан бирини қўллаб аниқлаш мумкин.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Ш.Муродов, Л.Хақимов, М.Жумаев ва бошқалар. “Чизма геометрия курси” – Т.: Илм зиё, 2008.
2. Р.Хорунов “Чизма геометрия курси” – Т.: Ўқитувчи, 1997

### О КОЛИЧЕСТВЕ ГОЛЬДБАХОВЫХ ЧИСЕЛ В АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

Аллаков И., Сафаров А.Ш.

Термезкий госуниверситет, Термез, Узбекистан.

Пусть  $X$  – достаточно большое действительное число,  $n$  – натуральное,  $p, p_1, p_2$  – простые числа,  $E(X)$  – количество четных натуральных чисел  $n \leq X$ , которые (возможно) не представимы в виде суммы двух простых, т.е. в виде

$$n = p_1 + p_2. \quad (1)$$

Далее, пусть  $M(D, X)$  – множество четных натуральных чисел  $n \leq X$ , которые (возможно) не представимы в виде суммы двух простых чисел, когда простые числа  $p_1$  и  $p_2$  берутся, соответственно, из арифметических прогрессий  $p_1 \equiv l_1 \pmod{D}$  и  $p_2 \equiv l_2 \pmod{D}$ , т.е. в виде

$$n = p_1 + p_2, \quad p_1 \equiv l_1 \pmod{D}, \quad p_2 \equiv l_2 \pmod{D}. \quad (2)$$

Здесь  $l_1$  и  $l_2$  произвольные фиксированные целые числа, удовлетворяющие условиям:  $1 \leq l_1, l_2 < D$ ,  $(l_1, D) = 1, (l_2, D) = 1$ . Обозначим:  $E(D, X) = \text{card } M(D, X)$ ;  $R(n, D)$  – число представлений  $n$  в виде (2);  $c_j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) – некоторые положительные постоянные,  $\varphi(a)$  – функция Эйлера.

Числа, которые представимы в виде (1) будем называть гольдбаховыми числами [1], а числа, которые представимы в виде (2), будем называть гольдбаховыми числами в арифметической прогрессии.

После известных работ И.М.Виноградова и Хуа Ло Кена, Ван дер Корпут, А.Г.Чудаков и Т.Эстерман применили круговой метод Харди-Литтлвуда [2] к решению бинарной проблемы Гольдбаха и доказали, что почти все четные числа представимы в виде суммы двух нечетных простых чисел. Точнее говоря, они доказали, что если обозначить через  $E(X)$  – число четных чисел  $n, n \leq X$ , которые возможно не представимы в виде суммы двух простых чисел, тогда  $E(X) \ll X / \ln^A X$ . А.Ф.Лаврик получил асимптотическую формулу для  $R(n, D)$ , которая справедлива для всех  $n, n \leq X$ , за исключением  $E(D, X) \ll X / \ln^A X$  значений из них (где  $A > 0$  – некоторое число,  $\ll$  – символ Виноградова, запись  $f \ll g$  – означает, что  $|f| \leq c_1 g$ , (т.е. это символ “O”), где  $c_1$  – постоянное число).

Затем Р.Вон, Г.Монтгомери и улучшили эту оценку, показав, что  $E(X) < X \exp(-c_2 \sqrt{\ln X})$  и  $E(X) < X^{1-\delta}$ , соответственно. Здесь  $X$  – достаточно большое,  $\delta$  – малое действительные числа,  $c_2$  – абсолютное постоянное. И.Аллаков, реализовав идею Б.М.Бредихина, получил оценку снизу для  $R(n)$ , справедливую для всех  $n, n \leq X$ , за исключением  $E(X) < X^{1-\delta}$  значений из них. Здесь  $R(n)$  – числа представления данного натурального числа  $n$  в виде (1). В настоящей работе доказано:

**Теорема.** При достаточно большом  $X$  и достаточно малом  $\delta > 0$  при  $D < X^{\delta_1}$  ( $10\delta_1 < \delta$ ) справедливы оценки:  $E(D, X) \leq c_3 X^{1-\delta} \varphi^{-1}(D)$

$$\text{и для } n \notin M(D, X), \quad n \leq X \quad R(n, D) \geq c_4 \frac{n^{1-\frac{7}{8}\delta}}{\varphi(D) \ln^2 n} \left( n^{\frac{\delta}{8}} - 1 \right).$$

**Замечание 1.** При доказательстве теоремы мы исключаем из рассмотрения некоторые  $n \leq X$ , которые не можем получить, используя наши методы, подходящих оценок. Совокупность всех этих исключаемых  $n$  составляет так называемое исключительное множество рассматриваемой задачи.

**Замечание 2.** Словосочетание «возможно непредставимые в виде...» здесь означает, что для таких  $n$  также могут существовать такие представления, но их количество  $R(n, D)$  для данного  $n$  уже не будет, удовлетворять неравенство (3), указанное в теореме, а будет

удовлетворять обратное неравенство, т.е.  $R(n, D) < c_4 \frac{n^{1-\frac{7}{8}\delta}}{\varphi(D) \ln^2 n} \left( n^{\frac{\delta}{8}} - 1 \right)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аллаков И. О гольдбаховых числах //Чебышевский сборник.9(1),13-17 (2008).
2. Vaughan R.C. The Hardi-Littlewood method. Second edition. Cambridge University Press. 232 (1997).

#### БУ ҲАМ НОЕВКЛИД

**Артикбаев А.**

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан.*

*E-mail: [aartykbaev@mail.ru](mailto:aartykbaev@mail.ru)*

Маълумки, ноевклид геометриялардан ҳисобланган Риман геометриси физика, механика, квант механикаси ва бошқа аниқ фанларда ўз тадбиқини топган ва кўплаб масалаларни ҳал қилишда аҳамиятга эга усул ҳисобланади. Умуман айтганда ҳар қандай риман геометриясини катта ўлчовга эга бўлган евклид фазосидаги сирт деб қараш мумкин [1].

Замонавий геометрияда псевдоевклид яъни мусбат аниқланмаган метрикали фазоларнинг қисм фазолари сифатида аниқланадиган ярим евклид фазолар мавжуд.

Ярим евклид фазоларни ноевклид фазоларнинг содда вакили деб ҳисоблаш мумкин, чунки у фазоларда икки нукта орасидаги масофани аниқлаш бу тушунчанинг евклид ҳолидан тубдан фарқ қилади. Шунингдек, бу киритилган масофа, метрик фазолардаги масофа талабига жавоб бермайди. Аммо бу киритилган масофа ёрдамида, евклид геометрияси учун янгича бўлган масалаларни кўйиш ва улардан умуман фарқ қиладиган ечимларни олиш мумкин [2].

Ярим евклид фазоларни худди евклид фазоси сингари, аффин фазода икки векторнинг скаляр кўпайтмаси ёрдамида аниқлаш мумкин. Шунингдек, “Геометрик формализм” усулидан фойдаланиб, евклид ва ярим евклид фазо геометрик шакллари орасидаги ўхшашлик ва фарқни аниқлаш мумкин [3].

Уч ўлчовли ярим евклид фазолари бу изотроп ва галилей фазоларидир. Ўлчов учдан катта бўлган ҳолларда эса ярим евклид фазолари ўлчовларига боғлиқ ҳолда хилма-хил бўлади [4].

Аслида ярим евклид фазони мос ўлчовли евклид фазосидаги қатламлар деб ҳисоблаш мумкин. Бундан ярим евклид фазо геометриясини ўрганишни қатламлар назарияси геометрияларини ўрганишга тенг бўлган изланишдир деб ҳисобласа бўлади [5].

Ярим евклид фазолар билан боғлиқ бўлган баъзи илмий муаммоларни келтирамиз.

1. Ярим евклид фазолар геометрияси билан риман геометрияси орасидаги боғлиқларни аниқлаш.

2. Ярим евклид фазосига проектив кўшма фазо ҳам ярим евклид фазоси бўлишидан фойдаланиб, кўшмалик бўйича бир-бирига мос келувчи кўшма масалаларни аниқлаш ва уларни ўрганиш.

3. Юқори ўлчовли ярим евклид фазоларда “Тўла геометрия” масалаларни ечиш.

#### АДАБИЁТЛАР

1. А.В.Погорелов. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей. М: Наука, с 760. 1969 г.

2. Артикбаев А. О восстановлении выпуклых поверхностей по внешней кривизне в галилеевом пространстве. Математический сборник АН СССР, 1982., т.119 (161) №2 (10) С-204-222.

3. Артикбаев А., Соколов Д. Д. Геометрия в целом в плоском пространстве – времени. - Ташкент: “Фан”, 1991 г.

4. Artikbaye A., Sultanov B.M. Research of parabolic Surface points in Galilean space. Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences. Volume 2. Issue . 11-22-2019, pp. 231-245

5. Нарманов А.Я., Шарипов А.С. О группе диффеоморфизмов слоеных многообразий, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 2020, том 181, 74-83.

## РЕЗКО-ОЧЕРЧЕННЫЕ ПАРЫ $(F(X), \eta_F(X))$ КОМПАКТОВ ВИДА $F(X)$

Аюпов Ш.А., Жураев Т.Ф.

[sh\\_ayupov@mail.ru](mailto:sh_ayupov@mail.ru), [tursunzhuraev@mail.ru](mailto:tursunzhuraev@mail.ru)

В данной работе изучая расположенности компактов друг в друге рассматривается резко-очерченные (сс-пары) пары  $(P(X), \eta_P(X))$  для функтора  $P: \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ -вероятностных мер в категории компактов и непрерывных отображений в себя.

Доказывается, что для любого замкнутого подмножества  $A \subset X$  отличного от  $X$ , подпространства вида  $P(A), \eta_{P_f}(X)$  и  $\eta_{P_{f,n}}(X)$  составляют резко очерченных пар компакта  $P(X)$ . т.е. пары  $(P_f(X), \eta_{P_f}(X))$  и  $(P_{f,n}(X), \eta_{P_{f,n}}(X))$  являются резко-очерченными (коротко, сс-парами) компакта  $P(X)$ . Кроме того выделено гомотопически плотные подпространства  $P(X)$  всех вероятностных мер определенных в бесконечном компакте  $X$ . А так же показано, что для любого бесконечного выпуклого компакта  $X$ , пара  $(P(X), \eta_P(X))$  является резко-очерченной парой. Пространством  $P(X)$  всех вероятностных мер компакта  $X$  называется множество всех регулярных борелевских вероятностных мер на  $X$  [1], снабженное слабой топологией, для которых непрерывен каждый функционал  $f_u: C(X) \rightarrow \mathbb{R}$ , переводящий меру  $\mu$  в  $\mu(U)$  ( $U$  – открытое в  $X$  множество). Известно, что пространство  $P(X)$  вероятностных мер любого бесконечного метрического компакта  $X$  гомеоморфно гильбертовому кубу  $Q = I^{\aleph_0}$ ; Известно, так же, что для любой  $\aleph_1$  – степени не одноточечного компакта  $K$  пространство вероятностных мер  $P(K^{\aleph_1})$  гомеоморфно тихоновскому кубу  $I^{\aleph_1}$ .  $P(K^{\aleph_1}) \cong I^{\aleph_1}$ ,  $I$  – отрезок  $[0,1]$ . Отметим, в частности, что все эти пространства являются топологически однородными. А для пространств  $P(K^{\aleph})$  при  $\tau > \aleph_1$  ситуация иная.

Пусть  $X$  топологическое пространство и  $A \subset X$  его некоторое подпространство. Пара  $(X, A)$  называется (Clean-cut) резко-очерченным (коротко, сс-парой)[2], если  $X$  метризуемое,  $A$  замкнуто в  $X$ ,  $A$  является сильным деформационным ретрактом для  $X$  и  $X \setminus A$  является абсолютным окрестностным ретрактом (коротко,  $ANR$  пространством).

Топологическое пространство  $X$  называется многообразием [3], моделированным на пространстве  $Y$ , или  $Y$  – многообразием, если всякая точка пространства  $X$  имеет окрестность, гомеоморфную открытому подмножеству пространства  $Y$ . Замкнутое множество  $A$  пространства  $X$  называется  $Z$ -множеством в  $X$  если тождественное отображение  $id_X$  пространства  $X$  может быть сколь угодно близко аппроксимировано отображениями  $f: X \rightarrow X \setminus A$  [3]. Множество  $A \subset X$  называется гомотопически плотным в  $X$ , если существует гомотопия  $h(x, t): X \times [0, 1] \rightarrow X$  такая, что  $h(x, 0) = id_X$  и  $h(X \times (0, 1]) \subset A$  [3].

**Теорема 1.** Для любого бесконечного компакта  $X$  и любого замкнутого подмножества  $A \subset X$  отличного от самого  $X$ , тогда пара  $(P(X), P(A))$  является сс-парой.

**Теорема 2.** Для любого бесконечного компакта  $X$  и любого непустого замкнутого подмножества  $A \subset X$  отличного от самого компакта  $X$ , пара  $(S_p(A), P(A))$  есть сс-парой.

**Теорема 3.** Для бесконечного метрического  $ANR$  компакта  $X$  пара  $(P_f(X), \delta(X))$  является сс-парой.

Если мы рассматриваем подфунктор  $P_f$  [4] функтора  $P$  вероятностных мер, то имеет место следующая.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. М. Из-во, МГУ, 1988. 252 с.
2. Kruse A.H., Leibniz P.W. An application of family homotopy extension theorem to the spaces Pacific. J.Math. 1966, V.16, №2, pp.331-336.
3. Banakh T., Radul T., Zarichny M. Absorbing sets in infinite – dimensional Manifolds, Math Studies Monogh. Ser. V.1. VNTL Publishers, 1996.
4. Жураев Т.Ф. Некоторые основные свойства функтора  $P_f$ . Вестник МГУ, сер. мех-мат. №6, 1988, с. 29-33.

## РЕШЕНИЕ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Жаббаров А.Э., Ахмедов Н.О., Ахмедова З.О.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

e-mail: : [nuraliakhmedov1974@gmail.com](mailto:nuraliakhmedov1974@gmail.com)

Постановка задачи.

Найдите горизонтальные и фронтальные следы плоскости заданные  $\triangle ABC$ . [2]

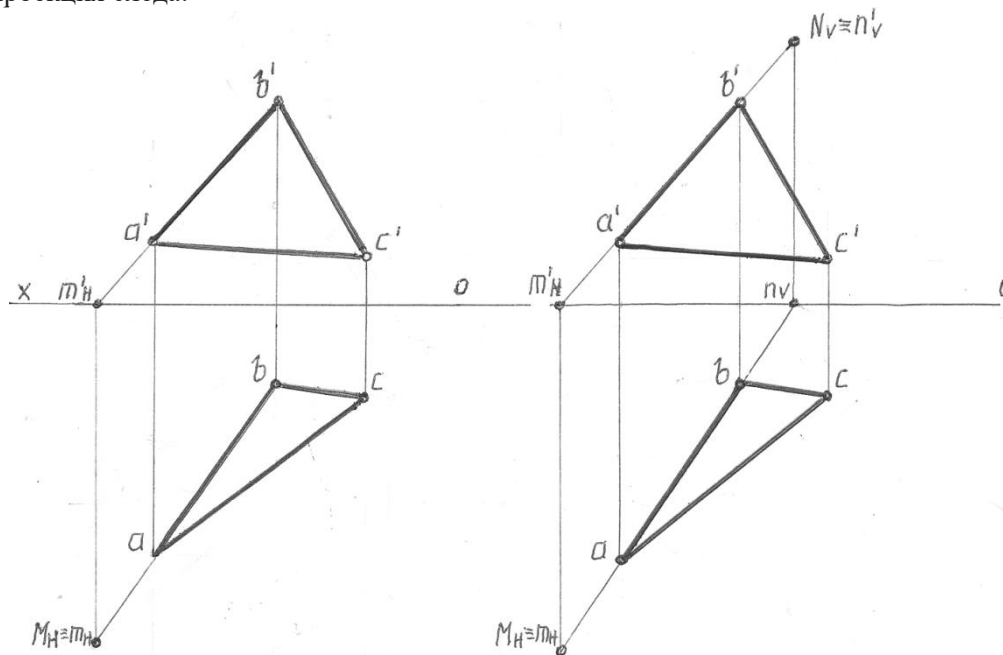
Дано:  $P(D ABC)$

Найти:  $P(PH, PV)$ -?

Алгоритм выполнения эпилоры следующем порядке:

1. Прямая  $(AB)$  пересекает плоскость горизонтальных проекций  $(H)$  и образует точку  $M$  ( $MH$ ). Точка  $MH$   $AB$  — горизонтальный след прямой,  $mH$  — горизонтальная проекция следа,  $m'H$  — фронтальная проекция следа.

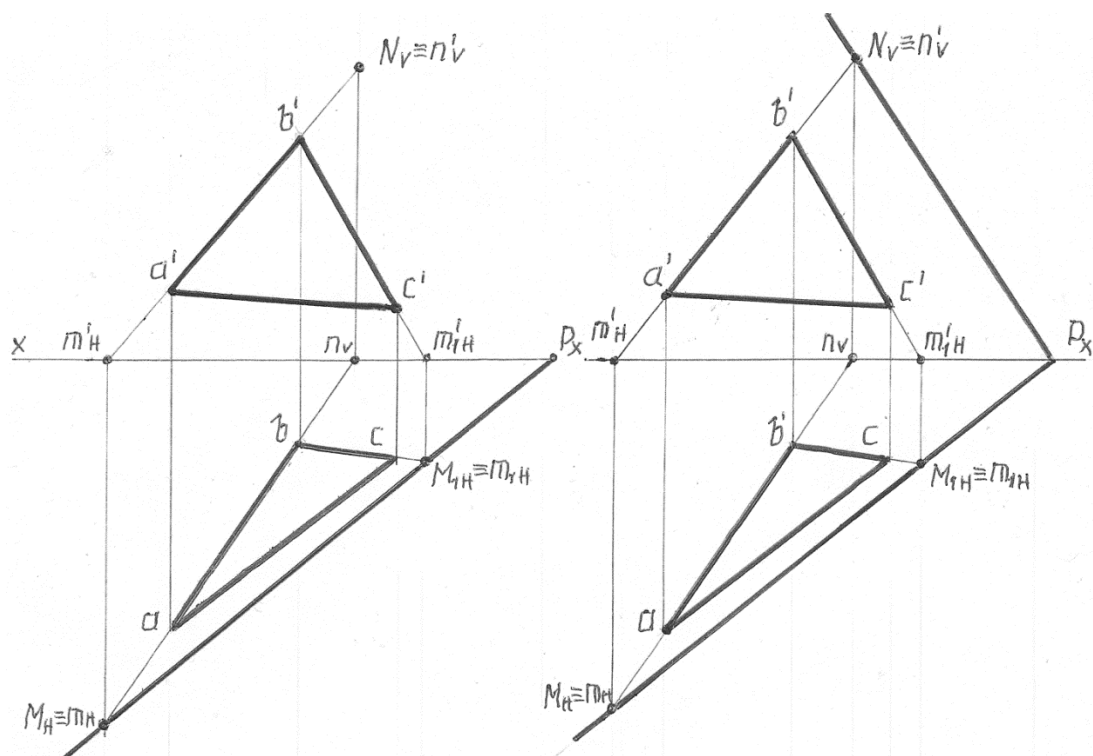
1. Прямая  $AB$  ( $AB$ ) пересекает плоскость фронтальных проекций  $(V)$  и образует точку  $N$  ( $NV$ ). Точка  $NV$   $AB$  — фронтальный след прямой,  $nv$  — горизонтальная проекция следа,  $n'v$  — фронтальная проекция следа.



2. Прямая  $BC$  ( $BC$ ) пересекает плоскость горизонтальных проекций  $(H)$  и образует точку  $M1$  ( $M1H$ ). Точка  $M1H$   $BC$  — горизонтальный след прямой, а  $m1H$ ,  $m1'H$  — горизонтальная и фронтальная проекции следа.

3. Соединив точки  $MH$  и  $M1H$ , являющиеся горизонтальными следами образующие  $AB$  и  $BC$  плоскости  $DABC$ , создадим горизонтальный след  $(PH)$  плоскости  $MH \cup M1H$  (объединение).

4. Создаем точку  $P_x$ , фронтальный след прямой  $AB$  ( $NV \cup NV$ ), фронтальный след плоскости.



1.  $(AB) \cap H = M_H (m_H, m'_H)$
2.  $(AB) \cap V = N_V (n_V, n'_V)$
3.  $(BC) \cap H = M_{1H} (m_{1H}, m'_{1H})$
4.  $M_H \cup M_{1H} = P_H$
5.  $P_H \cap [OX] = P_X$
6.  $P_X \cup N_V = P_V$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.А.Аскарлов, А.Э.Жаббаров, А.А.Ибрагимов, Х.М.Шадиметов, С.С.Сайдалиев. Чизма геометрия ва компьютер графикаси. (Учебник), 2019 г.
2. Р.Х.Хорунов. Чизма геометриядан масалалар ва уларни ечиш усуллари. (Учебное пособие), 1995 г.

## ГОМОТОПИЧЕСКИ ПЛОТНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА ГИПЕРПРОСТРАНСТВА $\text{exp}[0,1]$ .

Жувонов К.Р., Баракаева М.И., Атамуродова Д.Р.

e-mail: [gamariddin.j@mail.ru](mailto:gamariddin.j@mail.ru)

В данной статье рассматривается гомотопически плотные подмножества гиперпространства  $\text{exp}[0,1]$  для отрезка  $[0,1]$ . Доказывается что, для любого непустого подмножества  $A$  отличного от самого отрезка  $[0,1]$ , подмножество всех подмножеств  $S_{\text{exp}}(A)$  пространства  $\text{exp}[0,1]$  пересекающихся с множеством  $A$  является гомотопически плотным в  $\text{exp}[0,1]$ . А также выделены ряд подмножеств пространства  $\text{exp}[0,1]$  являющихся  $A(N)R$  подпространствами и бесконечномерными многообразиями. Следовательно, для любого непустого замкнутого подмножества  $A$  компакта  $[0,1]$  подпространство  $S_{\text{exp}}(A)$  является гильбертовым пространством.

Пусть  $X$  топологическое пространство. Гиперпространство  $\text{exp} X$  пространства  $X$  состоит из всех непустых замкнутых компактных подмножеств пространства  $X$  с топологией Вьеториса [1], базу которую составляют множества вида:  $\langle V_1, V_2, \dots, V_n \rangle = \{A \in \text{exp} X : A \subset \bigcup_{i=1}^n V_i$  и

$A \cap V_i \neq \emptyset$  для каждого  $i$ ; где,  $\text{exp} X = \{A \subseteq X : \bar{A} = A, A \neq \emptyset\}$ .

Если  $d$  есть метрика на пространстве  $X$ , то на гиперпространстве  $\text{exp} X$  с Вьеторисовской топологией вводится метрика Хаусдорфа  $d_H$  следующим образом[2]:

$$d_H(A, C) = \inf\{\varepsilon > 0 : A \subset B_\varepsilon(C) \text{ и } C \subset B_\varepsilon(A)\} \text{ где, } B_\varepsilon(C) = \{x \in X : \rho(x, C) < \varepsilon\}.$$

1.  $F_V(X) = F(X) \setminus \eta_f(X)$ ,  $\eta_{\text{exp}} : X \rightarrow \text{exp} X$  естественное вложение [1].

2. Для натурального числа  $n > 1$  положим:  $\text{exp}_n(X) = \{F \in \text{exp } X : |F| \leq n\}$ .

Топологическое пространство  $X$  называется многообразием [2], моделированным на пространстве  $Y$ , или  $Y$ -многообразием, если всякая точка пространства  $X$  имеет окрестность, гомеоморфную открытому подмножеству пространства  $Y$ .

Замкнутое множество  $A$  пространства  $X$  называется  $Z$ -множеством в  $X$  [2], если тождественное отображение  $id_X$  пространства  $X$  может быть сколь угодно близко аппроксимировано отображениями  $f : X \rightarrow X \setminus A$ .

Пусть  $X$  топологическое пространство. Множество  $A \subset X$  называется гомотопически плотным в  $X$  [2], если существует гомотопия  $h(x,t) : X \times [0,1] \rightarrow X$  такая, что  $h(x,0) = id_X$  и  $h(X \times (0,1]) \subset A$ . А множество  $A \subset X$  гомотопически пренебрежимо в  $X$ , если  $X \setminus A$  гомотопически плотно в  $X$ .

**Предложение 1.** Для компакта  $X$  и  $A \subset X$ ,  $A \neq X$  имеет место:

$$\text{exp}(X \setminus A) = \text{exp } X \setminus S_{\text{exp}}(A) \quad (1), \quad \text{exp } X \setminus \text{exp } A = S_{\text{exp}}(X \setminus A) \quad (2)$$

где  $S_{\text{exp}}(A) = \{B \subset \text{exp} : B \cap A \neq \emptyset\}$ .

**Предложение 2.** Для любого бесконечного отрезка  $[0,1]$  и любого его непустого подмножества  $A$  отличного от самого отрезка  $[0,1]$ , подпространство  $S_{\text{exp}}(A)$  всюду плотно в  $\text{exp } [0,1]$ .

**Предложение 3.** Для любого замкнутого подмножества  $A \subset [0,1]$  отрезка  $[0,1]$ , отличного от самого  $[0,1]$ , подпространство  $S_{\text{exp}}(A)$  гомотопически плотно в  $\text{exp } [0,1]$ .

**Теорема 1.** Для любого замкнутого подмножества  $A \subset [0,1]$  отличного от  $[0,1]$  подпространство  $S_{\text{exp}}(A)$  является гильбертовым многообразием.

**Теорема 2.** Для любого  $n \in \mathbb{N}$  пространство  $\text{exp}[0,1] \setminus \text{exp}_n[0,1]$  является  $\mathcal{Q}$ -многообразием.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. М. Из-во, МГУ, 1988. 252 с.
2. Banach, T. Radul T, Zarichny M. Absorbing sets in infinite-dimensional Manifolds, Math Studies Monogh. Ser. V.1. VNTL Publishers, 1996, p.232.

### КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ И ГРУППА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРОСТРАНСТВА ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР

<sup>1</sup>Жумаев Д. И., <sup>2</sup>Зайтов А. А.

<sup>1</sup>Ташкентский архитектурно-строительный институт,

<sup>2</sup>Нукусский государственный педагогический институт.

В работе [1] было установлено, что группа топологических преобразований компакта  $X$  индуцирует группу топологических преобразований в пространстве  $P(X)$  вероятностных мер. Пусть  $f : X \rightarrow Y$  – непрерывное отображение компактов,  $\mu \in P(X)$ . Для каждой  $\varphi \in C(X)$  полагая  $P(f)(\mu)(\varphi) = \mu(\varphi \circ f)$ , определяется непрерывное отображение  $P(f) : P(X) \rightarrow P(Y)$ . Если  $f : X \rightarrow Y$  – эквивариантное отображение одного  $G$ -пространства в другое, то  $P(f) : P(X) \rightarrow P(Y)$  также – эквивариантное отображение  $\text{exp } G$ -пространств [1]. Через  $N_G(e)$  обозначают [2] систему открытых окрестностей нейтрального элемента  $e$  группы  $G$  в топологии пространства  $G$ . При этом, если  $O \in N_G(e)$ , то  $Ox = \{g(x) : g \in O\}$ .

**Предложение 1.** Если отображение  $f : X \rightarrow Y$  открыто ( $d$ -открыто), то  $P(f)$  также открыто ( $d$ -открыто).

**Лемма 1.** Если  $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; A\}$  – согласованная система непрерывных на  $X$  отображений, то семейство  $P(L) = \{P(f_\alpha), P(f_{\beta\alpha}); A\}$  – также согласованная система непрерывных на  $P(X)$  отображений.

**Лемма 2.** Если  $L$  открыта ( $d$ -открыта), то  $P(L)$  открыта ( $d$ -открыта).

**Лемма 3.** Если  $L$  эквивариантна, то  $P(L)$  также эквивариантна.

**Лемма 4.** Если  $L$   $w$ -мультипликативна, то  $P(L)$   $w$ -мультипликативна.

**Лемма 5.** Если  $L$  –  $\mu$ -система, то  $P(L)$  –  $\mu$ -система.

**Лемма 6.** Если  $X$  –  $od(d)$ -пространство, то  $P(X)$  –  $od(d)$ -пространство.



**Предложение 2.** Для  $d$ -пространств ( $od$ -пространств)  $X_s, s \in S$ , сумма  $\bigoplus_{s \in S} P(X_s)$  является  $d$ -пространством (соответственно  $od$ -пространством).

Пусть действие  $\alpha$  группы  $G$  на  $X$  слабо  $d$ -открыто, а семейство  $\mathcal{O} \subset N_G(e)$  таково, что:

- (A) для любых  $O, U \in \mathcal{O}$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $V \subset O \cap U$ ;
- (B) для любого  $O \in \mathcal{O}$  существует  $U \in \mathcal{O}$  такое, что  $U^2 \subset O$  и  $U^{-1} \subset O$ ;
- (C) для любых  $O \in \mathcal{O}$  и  $g \in G$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $gVg^{-1} \subset O$ .

**Предложение 3.** Пусть  $X$  –  $G$ -пространство со слабо  $d$ -открытым действием, удовлетворяющим следующему свойству:

- для любых точки  $x$  и ее окрестности  $W$  существует такое (счетное) семейство  $\mathcal{O}_{xW} \subset N_G(e)$ ,
- (s) удовлетворяющее условиям (A), B, (C), для которого существует  $O \in \mathcal{O}_{xW}$  и  $St(x, \gamma_O) \cap (X \setminus W) = \emptyset$ .

Тогда для  $P(\mathcal{F})$  эквивариантных факторотображений  $P(X)$  семейство

$$P(L) = \{P(f) \in P(\mathcal{F}); P(p_{fh}), P(f), P(h) \in P(\mathcal{F}), P(f) \geq P(h); P(\mathcal{F})\}$$

является согласованной слабо мультипликативной эквивариантной системой (соответственно  $\mu$ -системой) отображений на  $P(X)$ .

Свойство (s) рассматривается с условием счетности.

**Теорема 1.** Пусть  $X$  является  $G$ -пространством с открытым действием, удовлетворяющим свойству (s). Тогда  $P(X)$  является  $od$ -пространством с согласованной слабо мультипликативной эквивариантной открытой  $\mu$ -системой отображений. Если при этом  $X$  – компакт, то  $P(X)$  – компакт Дугунджи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Мадиримов, А. А. Заитов, Эквивариантные отображения пространств на вероятностных мер, Бюлл. инс. мат., 2021, том 4, № 3, стр. 66-74.
2. К. Л. Козлов, В. А. Чатырко, Топологические группы преобразований и бикомпакты Дугунджи, Матем. сб., 2010, том 201, 1, стр. 103-128.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИОФОНТОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЕ С ДВУМЯ ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ И КВАДРАТА ПРОСТОГО ЧИСЛА.

Имамов О.Ш., Бахриддинова Ю.Б.

Термезский государственный университет, Термиз, Узбекистан

В статье исследуем диофантова задачу с двумя простым числом и квадратами простых чисел. Цель состоит в том, чтобы действительное число  $N$  приблизить с определенной точности значением выражение.  $\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \lambda_3 p_3^2$  где  $p_1, p_2, p_3$  - простые числа, а коэффициенты  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  ненулевые действительные числа, удовлетворяющие некоторым заданным условиям. В работе доказано следующая теорема.

**Теорема.** Предположим, что  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  -ненулевые действительные числа, которое не все одного знака. Пусть  $N$  любое действительное число. Тогда для  $\gamma = \frac{1}{3}$  и любого  $\varepsilon > 0$  неравенство

$$|\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \lambda_3 p_3^2 - N| \leq (\max\{p_j\})^{-\gamma+\varepsilon} \quad (j=1, 2, 3). \quad (1)$$

имеет бесконечно много решений в простых переменных  $p_1, p_2, p_3$ . На протяжении всей статьи используем стандартные обозначения в теории чисел. В частности,  $\varepsilon$  пусть достаточно малое положительное число и  $c$  абсолютная константа, не обязательно одинаковую во всех случаях. Для удобства используем обозначение  $L = \log X$  где  $X$  -достаточно большой число. При  $\eta > 0$  и

$\alpha \neq 0$  определим функция  $K(\alpha, \eta) = \left(\frac{\sin \pi \eta \alpha}{\pi \alpha}\right)^2$  и из непрерывности находим  $K(0, \eta) = \eta^2$ .

Тогда имеем  $K(\alpha, \eta) \ll \min(\eta^2, |\alpha|^{-2})$ . Пусть  $\hat{K}(t, \eta)$  - преобразование Фурье  $K(\alpha, \eta)$ , т.е.

$\hat{K}(t, \eta) = \int_{\mathbb{R}} K(\alpha, \eta) e(t\alpha) d\alpha$  где  $e(\alpha) = e^{2\pi i \alpha}$ . Известно, что, для таких преобразований имеем

$\hat{K}(\alpha, \eta) = \max(0, \eta - |t|)$  (см.[1]). Определим интервалы  $I_1, I_2$  таких что, все лежит в  $[\tau, 1+\tau]$

т.е. положим

$$I_1 = \left[ \frac{X}{3}, X \right], I_2 = \left[ \left( \frac{X}{3} \right)^{\frac{1}{2}}, X^{\frac{1}{2}} \right].$$

Кроме того, обозначим (см.[1]).

$$S_1(\alpha) = \sum_{p_1 \in I_1} \log p_1 e(p_1 \alpha), \quad S_2(\alpha) = \sum_{p_2 \in I_2} \log p_2 e(p_2^2 \alpha), \quad S_3(\alpha) = \sum_{p_3 \in I_3} \log p_3 e(p_3^2 \alpha).$$

Для любого измеримого множества  $R$  пусть (см.[2]).

$$I(\eta, N, R) = \int_R S_1(\lambda_1 \alpha) S_2(\lambda_2 \alpha) S_3(\lambda_3 \alpha) K(\alpha, \eta) e(-N\alpha) d\alpha \text{ тогда}$$

$$I(\eta, N, R) = \sum_{\substack{p_1, p_2 \in I_1 \\ p_3 \in I_2}} \log p_1 \log p_2 \log p_3 \int_R K(\alpha, \eta) e\left(\left(\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \lambda_3 p_3^2 - N\right)\alpha\right) d\alpha =$$

$$= \sum_{\substack{p_1, p_2 \in I_1 \\ p_3 \in I_2}} \log p_1 \log p_2 \log p_3 \max\left(0, \eta - \left|\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^k - N\right|\right).$$

Отметим, что  $\eta = X^{\frac{1}{2} + \varepsilon}$  и  $\max_j p_j \leq X$ , ( $j=1, 2, 3$ )

Следовательно мы имеем  $I(\eta, N, R) = \eta L^3 N(X)$ , где  $N(X)$  - обозначает количества решений неравенства (1) при  $\gamma = \frac{1}{3}$  и  $p_1, p_2 \in I_1, p_3 \in I_2$ . Таким образом, достаточно установить

положительную нижнюю оценку для  $I(\eta, N, R)$ . Чтобы оценить интеграл, разделим вещественную прямую на большую дугу  $M$ , малую дугу  $m$  и тривиальную дугу  $t$ . Определяем

$$M = \left[ -\frac{P}{X}, \frac{P}{X} \right], m = \left( -\mathfrak{R}, -\frac{P}{X} \right) \cup \left( \frac{P}{X}, \mathfrak{R} \right), t \in R \setminus (M \cup m),$$

где  $P = X^{\frac{2}{3} + \varepsilon}$   $\mathfrak{R} = \eta^{-2} X^{2\varepsilon}$ . Таким образом (см.[3])

$$I(\eta, N, R) = I(\eta, N, M) + I(\eta, N, m) + I(\eta, N, t). \quad (2)$$

Далее, оценивая каждое слагаемое правой части равенства (2) получим утверждение теоремы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аллаков И. Оценка тригонометрических сумм и их приложения к решению некоторых аддитивных задач теории чисел. "Сурхан нашр" 2021г.160 стр
2. Cook R.J, Fox A. The values of ternary quadratic forms at prime arguments, *Mathematika* 48 (2003) 137–149
3. Harman G., Kumchev A.V. On sums of squares of primes II, *J. Number Theory* 130 (9) (2010) 1969–2002.

## 2-ЛОКАЛЬНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ АЛГЕБР АРЕНСА

Каландаров Т.С.

*Каракалтакский государственный университет имени Бердаха, Нукус, Узбекистан*

В 1997 году Шемрлом [1] было введено понятие 2-локального автоморфизма, и он показал, что каждый 2-локальный автоморфизм алгебры всех ограниченных линейных операторов в бесконечномерном сепарабельном гильбертовом пространстве, является автоморфизмом. В работе [2], было показано, что каждый 2-локальный автоморфизм на алгебре всех ограниченных линейных операторов на произвольном гильбертовом пространстве, является автоморфизмом. В работе [3] были рассмотрены 2-локальные автоморфизмы на  $AW^*$ -алгебрах. При этом используя технику матричных алгебр над унитарными банаховыми алгебрами, было доказано, что произвольный 2-локальный автоморфизм  $AW^*$ -алгебры без прямых слагаемых конечного типа I, является автоморфизмом.

Одним из важных классов неограниченных операторных алгебр являются алгебры Аренса, которые впервые в коммутативном случае были рассмотрены Аренсом [4]. Некоммутативные алгебры Аренса были изучены Иноуи в работе [5].

Пусть  $\mathcal{A}$  – некоторая  $*$ -алгебра.

**Определение.** Биективный линейный оператор  $\phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$  алгебры  $\mathcal{A}$  называется  $*$ -автоморфизмом, если  $\phi(xy) = \phi(x)\phi(y)$  и  $\phi(x^*) = \phi(x)^*$  при всех  $x, y \in \mathcal{A}$ .

Отображение  $\Phi$  из алгебры  $\mathcal{A}$  в себя называется 2-локальным  $*$ -автоморфизмом, если для каждого  $x, y \in \mathcal{A}$ , существует  $*$ -автоморфизм  $\phi_{x,y}: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$  такой, что  $\phi_{x,y}(x) = \phi(x)$  и  $\phi_{x,y}(y) = \phi(y)$ .

Пусть  $S(M, \tau)$  – алгебра всех  $\tau$ -измеримых операторов присоединенных к алгебре фон Неймана  $M$ .

Для  $p \geq 1$  положим  $L^p(M, \tau) = \{x \in S(M, \tau) : \tau(|x|^p) < \infty\}$ .

Тогда  $L^p(M, \tau)$  – банахово пространство, относительно нормы

$$\|x\|_p = \left(\tau(|x|^p)\right)^{1/p}, \quad x \in L^p(M, \tau).$$

Рассмотрим множество

$$L^\omega(M, \tau) = \bigcap_{p \geq 1} L^p(M, \tau).$$

В работе Абдуллаева [6] показано, что  $L^\omega(M, \tau)$  является полной локально выпуклой метризуемой  $*$ -алгеброй относительно топологии  $t$ , порожденной системой норм  $\{\|\cdot\|_p\}_{p \geq 1}$ .

Алгебра  $L^\omega(M, \tau)$  называется *некоммутативной алгеброй Аренса*.

Имеет место следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $M$  алгебра фон Неймана с точным нормальным полуконечным следом  $\tau$ . Тогда всякий 2-локальный  $Z$ -однородный  $*$ -автоморфизм  $\Phi$  алгебры  $L^\omega(M, \tau)$  является внутренним автоморфизмом, т.е. существует унитарный элемент  $a \in L^\omega(M, \tau)$  такой, что

$$\Phi(x) = axa^*$$

при всех  $x \in L^\omega(M, \tau)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. P. Šemrl, Local automorphisms and derivations on  $B(H)$ , Proc. Amer. Math. Soc. 125, 2677-2680 (1997).
2. Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov, 2-local derivations and automorphisms on  $B(H)$ , J. Math. Anal. Appl. 395, no. 1, 15-18 (2012).
3. Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov, T. Kalandarov, 2-Local Automorphisms on  $AW^*$ -algebras, in book Positivity and Noncommutative Analysis, Springer Nature Switzerland AG, 1-13 (2019)
4. R. Arens, The space  $L^\omega$  and convex topological rings, Bull. Amer. Math. Soc. – 1946. – V. 92. – P.931-935.
5. A. Inoue, On a class of unbounded operator algebras II. Pacific J. Math. – 1976. – V. 66. – 2. – P.411-431.
6. P.З. Абдуллаев, Пространства сопряженные к коммутативным алгебрам Аренса, Узб.мат.журнал. 1997.2. с.3-7.

### УНИВЕРСАЛЬНАЯ И ЭКЗИСТЕНЦИАЛЬНАЯ ОПРЕДЕЛИМОСТЬ НЕГАТИВНЫХ СИСТЕМ

Каримова Н. Р.

Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан  
[nodirakarimova@bk.ru](mailto:nodirakarimova@bk.ru)

Под структурой данных понимается многосортная модель, обладающая эффективной реализацией. Это понятие является фундаментальным в теоретической информатике (см. обзоры [1, 2]).

С неопределяемыми понятиями можно ознакомиться в книгах [3, 4, 5, 6].

**Определение 1.** Алгоритмическим представлением (нумерацией) счетной системы  $\mathfrak{M} = \langle M; \Sigma \rangle$  эффективной многосортной сигнатуры  $\Sigma$  называется всякое такое семейство  $\mu = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} \mu_\lambda$  сюръективных отображений, где  $\mu_\lambda : \omega_\lambda \rightarrow M_\lambda$  ( $\lambda \in \Lambda$ ),

для которого существует эффективное семейство  $F_{comp}$  вычислимых функций, представляющих  $\Sigma$ -операции системы  $\mathfrak{M}$  в нумерации  $\mu$ , т.е. всякая операция  $\sigma \in \Sigma$  типа  $\langle \lambda_1, \dots, \lambda_n \rightarrow \lambda \rangle$  представляется соответствующей ей такой вычислимой функцией

$$f_\sigma \in F_{comp} : \omega_{\lambda_1} \times \dots \times \omega_{\lambda_n} \rightarrow \omega_\lambda,$$

что имеет место следующая коммутативная диаграмма:

$$\forall x_1 \in \omega_{\lambda_1} \dots \forall x_n \in \omega_{\lambda_n} [\sigma(\mu_{\lambda_1} x_1, \dots, \mu_{\lambda_n} x_n) = \mu_\lambda f_\sigma(x_1, \dots, x_n)].$$

**Определение 2.** Если  $\mu$  – алгоритмическое представление системы  $\mathfrak{M}$ , то пара  $(\mathfrak{M}, \mu)$  называется нумерованной системой, а семейство нумерационных эквивалентностей  $ker(\mu) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} \{\langle x, y \rangle \mid \mu_\lambda x = \mu_\lambda y\}$  – ядром представления.

Все рассматриваемые нами гомоморфизмы нумерованных систем являются вычислимыми, т.е. поддерживаются вычислимыми на номерах функциями в следующем смысле ([6]).

Пусть  $\mathfrak{M}$  – система сигнатуры  $\Sigma$  и  $\mu$  – ее нумерация.

**Определение 5.** Система  $\mathfrak{M}_\mu$  называется универсально (экзистенциально,  $\exists\forall$ -,  $\forall\exists$ - и т.д.) определимой, если существует такое вычислимо перечислимое множество  $\Phi$  универсальных (экзистенциальных,  $\exists\forall$ -,  $\forall\exists$ - и т.д.) предложений сигнатуры  $\Sigma \cup C$ , что  $\mathfrak{M}_\mu \models \Phi$  и для всякой  $\Phi$ -системы ее подсистема, порожденная константами либо изоморфна  $\mathfrak{M}_\mu$ , либо не является  $\Phi$ -системой.

**Предложение 1.** Всякая вычислимо представимая модель универсально (экзистенциально) определима.

**Предложение 2.** Существует экзистенциально определимая негативно представимая система, не имеющая позитивных представлений.

**Предложение 3.** Существует экзистенциально определимая позитивно представимая система, не имеющая негативных представлений.

**Теорема 1.** Для любой негативно представимой системы существует ее экзистенциально определимое обогащение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Касымов Н.Х., Морозов А.С. Логические аспекты теории абстрактных типов данных, Вычислительные системы, ИМ СО АН СССР 122 73–96 (1987)
2. Касымов Н.Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры, Успехи мат. наук. 51 (3) 145–176 (1996)
3. Гончаров С.С., Ершов Ю.Л. Конструктивные модели (Новосибирск, Научная книга 1999)
4. Мальцев А.И. Алгебраические системы, М. Наука 1970
5. Соар И.Р. Вычислимо перечислимые множества и степени (Казанское математическое общество, Казань 2000)
6. Ершов Ю.Л. Теория нумераций (М. Наука 1977)

## ПРОСТРАНСТВО ПОЛУАДДИТИВНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ И КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ

**Курбанов Х. Х.**

*Академия Вооруженных Сил Республики Узбекистан, Ташкент, Узбекистан*

Все понятия, встречающиеся в заметке, можно найти в [1].

**Теорема 1.** Если  $f: X \rightarrow Y$  – эквивариантное отображение одного  $\mathcal{O}S$ -пространства в другое, то  $\mathcal{O}S(f): \mathcal{O}S(X) \rightarrow \mathcal{O}S(Y)$  также – эквивариантное отображение  $\mathcal{O}S(G, \cdot)$ -пространств.

**Предложение 1.** Действие  $\mathcal{O}S(\alpha): \mathcal{O}S(G, X) \times \mathcal{O}S(X) \rightarrow \mathcal{O}S(X)$  открыто ( $d$ -открыто, слабо - открыто).

Для действия  $\mathcal{O}S(\alpha): \mathcal{O}S(G, X) \times \mathcal{O}S(X) \rightarrow \mathcal{O}S(X)$  и полуаддитивного функционала  $\mu \in \mathcal{O}S(X)$  определим отображение  $\mathcal{O}S(\alpha)_\mu: \mathcal{O}S(G, X) \rightarrow \mathcal{O}S(X)$ ,  $\mu \in \mathcal{O}S(X)$  стандартным образом, т. е.

$OS(\alpha)_\mu(\Phi) = \Phi(\mu), \Phi \in OS(G, X).$

**Предложение 2.** Открытость ( $d$ -открытость) непрерывного действия  $OS(\alpha): OS(G, X) \times OS(X) \rightarrow OS(X)$  эквивалентна открытости ( $d$ -открытости) отображений  $OS(\alpha)_\mu: OS(G, X) \rightarrow OS(X), \mu \in OS(X).$

**Предложение 3.** Для открытого ( $d$ -открытого) отображения  $f: X \rightarrow Y$  отображение  $OS(f): OS(X) \rightarrow OS(Y)$  также открыто ( $d$ -открыто).

**Теорема 2.** Пусть  $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; A\}$  – система непрерывных на  $X$  отображений,  $OS(L) = \{OS(f_\alpha), OS(f_{\beta\alpha}); A\}$  – индуцированная система непрерывных отображений на  $OS(X)$ . Тогда:

а) если  $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; A\}$  – согласованная система, то  $OS(L) = \{OS(f_\alpha), OS(f_{\beta\alpha}); A\}$  – также согласованная система;

б) если  $L$  открыта ( $d$ -открыта), то  $OS(L)$  также открыта ( $d$ -открыта);

в) если  $L$  эквивариантна, то  $OS(L)$  также эквивариантна;

г) если  $L$  слабо мультипликативна, то  $OS(L)$  слабо мультипликативна;

д) если  $L$  –  $\mu$ -система, то  $OS(L)$  также –  $\mu$ -система;

е) если  $X$  является  $d$ -пространством ( $d$ -пространством), то  $OS(X)$  также является  $od$ -пространством ( $d$ -пространством).

Пусть действие  $\alpha$  группы  $G$  на пространстве  $X$  слабо -открыто, а семейство  $\mathcal{O} \subset N_G(e)$  таково, что:

(A) для любых  $O, U \in \mathcal{O}$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $V \subset O \cap U$ ;

(B) для любого  $O \in \mathcal{O}$  существует  $U \in \mathcal{O}$  такое, что  $U^2 \subset O$  и  $U^{-1} \subset O$ ;

(C) для любых  $O \in \mathcal{O}$  и  $g \in G$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $gVg^{-1} \subset O$ .

**Предложение 4.** Пусть  $X$  –  $G$ -пространство со слабо -открытым действием, удовлетворяющим следующему свойству:

(s) для любых точки  $x$  и ее окрестности  $W$  существует такое (счетное) семейство  $\mathcal{O}_{xW} \subset N_G(e)$ , удовлетворяющее условиям (A), (B), (C), для которого существует  $O \in \mathcal{O}_{xW}$  и  $St(x, \gamma_O) \cap (X \setminus W) = \emptyset$ .

Тогда для  $OS(\mathcal{F})$  эквивариантных факторотображений  $OS(X)$  семейство  $OS(L) = \{OS(f); OS(p_{fn}), OS(f), OS(f) \geq OS(h); OS(\mathcal{F})\}$  – согласованная слабо мультипликативная эквивариантная система (соответственно, -система) отображений.

Свойство (s) рассматривается с условием счетности.

**Теорема 3.** Пусть  $X$  является  $d$ -пространством с открытым действием, удовлетворяющим свойству (s). Тогда  $OS(X)$  является  $od$ -пространством с согласованной слабо мультипликативной эквивариантной открытой  $\mu$ -системой отображений. Если, при этом  $X$  – компакт, то  $OS(X)$  – компакт Дугунджи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. A. Zaitov, Kh. X. Kurbanov, On a normal subgroup of the group of homeomorphisms of the space of semi-additive functionals, Uzbek Mathematical Journal, 2022 (Submitted).

2. К. Л. Козлов, В. А. Чатырко, Топологические группы преобразований и бикомпакты Дугунджи, Матем. сб., 2010, том 201, номер 1, 103-128.

## ПРОЕКЦИЯ КРУГА - НЕ ОВАЛЬНАЯ ЛИНИЯ, А МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ ЭЛЛИПСА

**Мамуров И., Ахмедов Н.**

*Ташкентский государственный транспортный Университет, Ташкент, Узбекистан*

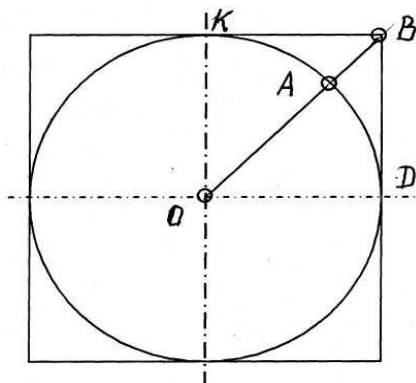
*e-mail: [nuraliakhmedov1974@gmail.com](mailto:nuraliakhmedov1974@gmail.com)*

Инженеры используют очень сложные методы построения аксонометрических проекций деталей. Аксонометрические изменения в системе координат особенно сложно построить в круговой проекции. Диметрия или косоугольные углы создают сложные моменты в аксонометрической проекции

В инженерном деле студент или специалисты тратит много времени на построение эллипса при построении аксонометрического изображения круглой детали[1].

Построение проекции круга – метод Омара Хайяма очень полезен в простейшей и наиболее приближенной форме построения эллипса. В этом случае освоение метода Омара Хайяма и использование его в разделе «Аксонометрические проекции» предмета «Начертательная геометрия и инженерная графика» сэкономит массу времени.

У Омара Хайяма есть четыре книги по математике, одна из которых содержит следующее описание:



«Точка А данного круга делит  $\frac{2}{3}$  диагональ (OB) квадрата, проведенного вне этого круга».

Следовательно,  $OB = AB + 2 \cdot AB = 3AB$

Докажем : мы чертим единичную окружность, равную  $OA = 1$ . Итак,  $OD = 1$ , и согласно теореме Пифагора  $OB^2 = OD^2 + DB^2$ .

Это дает  $DB = OK = 1$ . На основе:

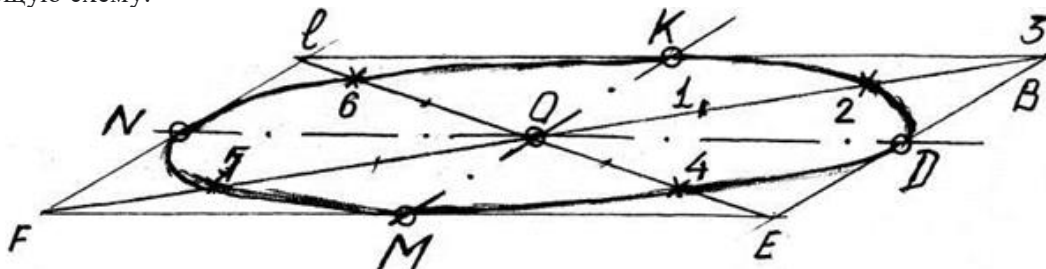
$$OB^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \quad OB = \sqrt{2} \approx 1,4142$$

Данная окружность делит диагональ внешнего квадрата на три равные части и проходит через вторую относительно центра.

По словам Омара Хайяма :  $OA = \frac{OB}{3} * 2 = \frac{\sqrt{2}}{3} * 2 = 0,9428 \approx 1$

При этом ошибка 0,06. Потому что  $OA = OD = 1$

В разделе аксонометрии предмета «Начертательной геометрии и инженерной графики» эта теория очень полезна для рисования приблизительного построения эллипса. Например, см. следующую схему:



Чтобы найти А, делим OB на 3 части на глаз и получаем 2 (X). Сделаем то же самое для OE, OF и OL и найдем 4,5,6.

Таким образом, достаточно соединить переходную часть окружности с эллипсом K2 D4 M5 N6K. Это экономит много времени, особенно при чертежи эскиза детали.[2].

#### ЛИТЕРАТУРА

2. Р.Х.Хорунов. Чизма геометрия курси. Тошкент, “Укитувчи”, 1994 г.
3. И.Рахмонов “Чизмаларни чизиш ва укиш”.

## УСЛОВИЯ АССОЦИАТИВНОСТИ И АЛЬТЕРНАТИВНОСТИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГЕБР

Муминов У.Р.

ФерГУ, Фергана, Узбекистан

В популяционный генетике часто точки симплекса

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, \dots, x_m) : \sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0 \right\} \subset R^m$$

рассматривается как состояние некоторой биологической системы. Пусть набор чисел  $\{P_{ij,k}\}, i, j, k = \overline{1, m}$  удовлетворяют условиям

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0 \text{ и } \sum_{i=1}^m x_i = 1. \quad (1)$$

Тогда эволюционный оператор  $V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$  определяет закон эволюции системы по формулам

$$x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, k = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где  $V(x) = (x'_1, \dots, x'_m)$ , т.е., если  $x = (x_1, \dots, x_m)$  данное состояние системы, то  $V(x) = (x'_1, \dots, x'_m)$  следующее состояние системы. Очевидно, равенство

$$x \circ y = \frac{1}{4}(V(x+y) - V(x-y)) \quad (3)$$

определяет закон умножения. Следовательно, получаем генетическую алгебру. Очевидно, генетические алгебры в силу симметрии  $P_{ij,k} = P_{ji,k}$  являются коммутативным. Представляет интерес нахождения условий при которых генетическая алгебра является ассоциативной, альтернативной и т.д.

**Теорема1.** Генетическая алгебра всегда дистрибутивна относительно векторных операций и умножения (3).

**Теорема2.** Если условие  $\sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} \left( z_j \sum_{fq=1}^m P_{fq,i} x_f y_q - x_i \sum_{fq=1}^m P_{fq,j} y_f z_q \right) = 0, k = \overline{1, m}$  выполнено

для всех  $x, y, z \in S^{m-1}$ , то генетическая алгебра  $(R^n, \circ)$  является ассоциативной алгеброй.

**Теорема3.** Если условие  $\sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} \left( y_j \sum_{fq=1}^n P_{fq,i} x_f x_q - x_i \sum_{fq=1}^n P_{fq,j} x_f y_q \right) = 0, k = \overline{1, n}$  выполнено

то генетическая алгебра  $(R^n, \circ)$  становится альтернативной алгеброй. Нами получено полное описание этих условий в случае малых размерностей.

Пусть  $\{e_1, e_2\}$  базис в  $(R^n, \circ)$  и  $x = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2, y = \mu_1 e_1 + \mu_2 e_2$ , где  $e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)$  и  $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2 \in R$ .

Множество элементов, удовлетворяющих равенству  $x^2 = tx$ , где  $x = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$  является одномерной подалгеброй. Отсюда получим следующее равенство:  $(\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2)^2 = (a\lambda_1^2 + 2b\lambda_1\lambda_2 + c\lambda_2^2)e_1 + ((1-a)\lambda_1^2 + 2(1-b)\lambda_1\lambda_2 + (1-c)\lambda_2^2)e_2 = t\lambda_1 e_1 + t\lambda_2 e_2$ .

Отсюда

$$\begin{cases} a\lambda_1^2 + 2b\lambda_1\lambda_2 + c\lambda_2^2 = t\lambda_1 \\ (1-a)\lambda_1^2 + 2(1-b)\lambda_1\lambda_2 + (1-c)\lambda_2^2 = t\lambda_2. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , получаем три различных класса параметрических одномерных подалгебр  $A = \langle x \rangle$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ганиходжаев Р.Н. Исследования по теории квадратичных стохастических операторов, Дисс. на соис. уч. ст. докт. наук, Ташкент, 1994.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. «Наука», М., 1967.

## ВЕЩЕСТВЕННЫЕ Т-ФАКТОРЫ.

**Рахимов А.А., Ризоев У.Р.**

*Национальный университет Узбекистана им.М.Улугбека, Ташкент, Узбекистан*

[rakhimov@ktu.edu.tr](mailto:rakhimov@ktu.edu.tr), [umidjonrizoev55@gmail.com](mailto:umidjonrizoev55@gmail.com)

Т-группы впервые были рассмотрены в работе Д.Каждана [1]. В начале 1980-х годов в работе А.Конна и В.Джонса [2] рассмотрены операторные аналоги Т-групп, т.е. факторы со свойством Т.

Пусть  $G$  - локально компактная группа. Дуальным пространством группы  $G$  называется множество унитарных неприводимых представлений этой группы с определенной топологией. Опишем эту топологию. Пусть дано представление  $\rho : g \rightarrow T(g)$  в линейном пространстве  $L$ . Пусть  $\varepsilon > 0$  и выберем вектор  $\xi \in L$ , компакт  $K \subset G$ . Скажем, что представление  $g \rightarrow T'(g)$  действующее в пространстве  $L'$  лежит в  $(\xi, K, \varepsilon)$ -окрестности  $T(g)$ , если существует вектор  $\eta \in L'$  такой, что

$$|(T(g)\xi, \xi) - (T'(g)\eta, \eta)| < \varepsilon \quad \forall g \in K.$$

Обозначим через  $\hat{G}$  множество всех унитарных представлений с такой же топологией.

**Определение 1.** [1]. Говорят, что группа  $G$  обладает свойством Т, если тривиальное представление является открытым множеством в  $\hat{G}$ .

Пусть  $H$  - (комплексное) Гильбертово пространство,  $B(H)$  - \*-алгебра всех ограниченных линейных операторов, действующих в  $H$ . Слабо замкнутая \*-подалгебра  $M \subset B(H)$ , содержащая единицу  $\mathbf{1}$ , называется *W\*-алгеброй*. Напомним, что положительный линейный функционал  $\tau$  на  $M$  с  $\tau(xx^*) = \tau(x^*x)$  ( $\forall x \in M$ ) и  $\tau(\mathbf{1}) = 1$  называется *нормальным следом* на W\*-алгебре  $M$ . Пусть  $\tilde{M}$ - алгебра, сопряженная

к алгебре  $M$ , т.е. она совпадает с  $M$  как кольцо, а операция  $(\lambda, x) = \lambda x$  заменяется на  $(\lambda, x) = \bar{\lambda}x$   $\lambda \in \mathbb{C}, x \in M$ . *Гильбертовым M-бимодулем* называется гильбертово пространство  $H$ , в котором действует нормальные представления  $\rho$  и  $\rho^*$  алгебр  $M$

и  $\tilde{M}$  соответственно, причем образы этих представлений коммутируют.  $M$ -бимодуль  $(H, \rho, \rho^*)$  называется *тривиальным*, если  $\rho$  - точное представление, обладающее циклическим центральным вектором  $\zeta \in H$ , т.е. линейное пространство  $\rho(M)\zeta$  плотно в  $H$  и  $\rho(x)\zeta = \rho^*(x^*)\zeta$ ,  $x \in M$ . Нетрудно проверить, что в этом случае функционал  $\phi(x) = (\rho(x)\zeta, \zeta)$  ( $x \in M$ ) является точным нормальным конечным следом на  $M$ .

Таким образом, существует единственный, с точностью до унитарной эквивалентности, тривиальный  $M$ -бимодуль

$$id_M = (H_0, \rho_0, \rho_0^*)$$

задаваемый как

$$H_0 = L^2(M, \tau), \quad \rho_0(x) = x, \quad \rho_0^*(x) = JxJ, \quad x \in M$$

где  $J$  - унитарная инволюция в  $L^2(M, \tau)$ , соответствующая следу  $\tau$ .

На множестве классов унитарных эквивалентности  $M$ -бимодулей можно ввести топологию, если определить для каждого  $M$ -бимодуля  $(H_0, \rho_0, \rho_0^*)$  предбазу его системы окрестностей:

$$U(\varepsilon, \zeta, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) = \left\{ (K, \sigma, \sigma^*): \exists v \in K, \right. \\ \left. |(\sigma(x_i)\sigma^*(y_i)v, v) - (\rho(x_i)\rho^*(y_i)\xi, \xi)| < \varepsilon, \right. \\ \left. 1 \leq i, j \leq n, \forall \varepsilon > 0, \xi \in H, x_i, y_i \in M \right\}$$

**Определение 2.** [2]. Говорят, что алгебра  $M$  обладает *свойством Т*, если существует окрестность  $U$  тривиального  $M$ -бимодуля  $id_M$  такая, что все  $M$ -бимодуля из  $U$  содержат  $id_M$  в качестве прямого слагаемого.

Вещественная \*-подалгебра  $R \subset B(H)$  называется *вещественной W\*-алгеброй*, если она слаба замкнута и  $R \cap iR = \{0\}$ ,  $\mathbf{1} \in R$ . Аналогично определяется понятие свойства Т для вещественных W\*-алгебр. Будем говорить, что  $R$ -бимодуль  $(H, \rho, \rho^*)$  *слабо содержит* тривиальный  $R$ -бимодуль, если существует направленность  $\{\xi_\alpha\}$  векторов из  $H$  такая, что

$$\lim_{\alpha} (\rho(x)\rho^*(x)\xi_\alpha, \xi_\alpha) = \tau(xx^*), \quad x \in R.$$

Основным результатом работы является следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $R$  - вещественный фактор типа  $\text{II}_1$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

1.  $R$  обладает свойством Т;
2. каждая  $R$ -бимодуль, слаба содержащая тривиальный, содержит ее сильно, т.е. в качестве прямого слагаемого.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Каждан Д.А. О связи дуального пространства группы со строением её замкнутых подгрупп. Функциональный анализ и его приложения. N1, Вып.1, 1967, 71-74.
2. Connes A., Jones V. Property T for von Neumann algebras. Bull. London Math. Soc. 17, 1985, 57-62.



## О СЛАБО ПОЧТИ СОВЕРШЕННЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ СУПЕРПАРАКОМПАКТНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Тиллабаев И.Н.

*Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан*

Всюду ниже под пространством понимается топологическое пространство. Фроликом [1] и Бурбаки [2] доказано важное утверждение, которое демонстрирует, что совершенные отображения среди всех непрерывных отображений играют роль, сходную с ролью бикомпактов среди всех топологических пространств. Напомним [3], что непрерывное отображение  $f: X \rightarrow Y$  называется совершенным, если  $X$  – хаусдорфово пространство,  $f$  – замкнутое отображение и все прообразы  $f^{-1}y$  точек  $y \in Y$  являются бикомпактными подмножествами в  $X$ . Помимо совершенных отображений рассматривается и более широкий класс почти совершенных [3] отображений, которые определяются следующим образом:

**Определение 1.** Непрерывное отображение  $f: X \rightarrow Y$  называется почти совершенным, если  $f$  замкнуто и все прообразы  $f^{-1}y$  точек  $y \in Y$  – бикомпактные подмножества пространства  $X$ .

Следовательно, совершенные отображения – это в точности почти совершенные отображения, определенные на хаусдорфовых пространствах.

**Определение 2.** а) открытое покрытие пространства  $X$  называется конечнокомпонентным, если все его компоненты сцепленности конечны; б) пространство  $X$  называется суперпаракомпактным [4], если в любое его открытое покрытие можно вписать конечнокомпонентное покрытие;

**Определение 3.** а) Непрерывное отображение  $f: X \rightarrow Y$  называется слабо совершенным, если  $X$  – хаусдорфово пространство,  $f$  – замкнутое отображение и все прообразы  $f^{-1}y$  точек  $y \in Y$  являются (О-С)-конечными в  $X$ ; б) Непрерывное отображение  $f: X \rightarrow Y$  называется слабо почти совершенным, если  $f$  – замкнутое отображение и все прообразы  $f^{-1}y$  точек  $y \in Y$  являются (О-С)-конечными в  $X$ . [5]

**Теорема 1.** а) Если  $f: X \rightarrow Y$  – слабо почти совершенное отображение суперпаракомпактного пространства  $X$  в  $T_1$ -пространства  $Y$ , то отображение  $f$  – почти совершенно; б) Если  $f: X \rightarrow Y$  – слабо совершенное отображение суперпаракомпактного пространства  $X$  в  $T_1$ -пространства  $Y$ , то отображение  $f$  – совершенно.

**Теорема 2.** Если  $f: X \rightarrow Y$  есть слабо почти совершенное отображение пространства  $X$  на суперпаракомпактное пространство  $Y$  и  $g: Y \rightarrow Z$  есть слабо почти совершенное отображение пространства  $Y$  на  $T_1$ -пространство  $Z$ , то отображение  $\varphi = g \cdot f: X \rightarrow Z$  слабо почти совершенно.

**Следствие 1.** Если  $f$  есть слабо совершенное отображение суперпаракомпактного пространства  $X$  на  $T_1$ -пространство  $Y$ , то для каждого бикомпактного подпространства  $B \subset Y$  его прообраз  $f^{-1}B$  является бикомпактом.

### ЛИТЕРАТУРА

1. П.Энгелькинг. Общая топология. М.: Мир, 1986.
2. D.K.Musaev. Siberian Mathematical Journal, 2005, v.46, № 4, p.675-680.
3. D.K.Musaev. Siberian Advances in Mathematics. 2006, v.16, p.108-120.
4. Мусаев Д.К., Тиллабаев И.Н. Суперпаракомпактные перистые пространства. Вестник КРСУ, 2010, том10, №9, 32-34
5. I.N. Tillaboev On some characterization of superparacompactness, strong paracompactness and complete paracompactness. The 4th Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS) Baku, Azerbaijan, 1-3 July, 2011.

## СВОЙСТВА ТИПА ПРОДУКТИВНОСТИ

Ходжамуратова И.А.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан

Как обычно, всюду определенная функция, действующая из множества натуральных чисел  $\omega$  в  $\omega$  называется вычислимой, если существует вычисляющий ее алгоритм ([2]). Подмножество  $\alpha \subseteq \omega$  называется вычислимым (вычислимо перечислимым, коперечислимым), если его характеристическая функция вычислима ( $\alpha$  есть область значений подходящей вычислимой функции,  $\alpha$  является дополнением вычислимо перечислимого множества).

**Определение 1.** Множество  $\alpha \subseteq \omega$  называется полупродуктивным, если существует такая вычисляемая частичная функция  $\psi$ , что для всякого  $W_x \subseteq \alpha$  значение  $\psi(x)$  определено и  $W_x \subseteq W_{\psi(x)} \subseteq \alpha \wedge W_{\psi(x)} \setminus W_x \neq \emptyset$ . Хорошо известно, что класс полупродуктивных множеств является собственным расширением класса продуктивных множеств ([2]).

Как обычно, через  $W_x$  ( $R_x$ ,  $\Gamma_x$ ) обозначается перечислимое множество (разрешимое множество, конечное множество) с номером  $x$  в постовской нумерации перечислимых множеств (клиниевской нумерации частичных вычислимых функций, стандартной нумерации конечных множеств). Отметим, что далеко не для всякого  $x$  функция  $R_x$  является характеристической для некоторого множества.

**Определение 2.** Множество  $\alpha$  называется вычислимо-продуктивным, если существует такая вычисляемая частичная функция  $\psi$ , что для всякого разрешимого множества  $R_x \subseteq \alpha$ , заданного своим характеристическим индексом  $x$ , значение  $\psi(x)$  определено и  $\psi(x) \in \alpha \setminus R_x$ .

Функцию  $\psi$  из определения 2 назовем вычислимо-продуктивной для  $\alpha$ .

**Предложение 1.** Всякое полупродуктивное множество является вычислимо-продуктивным.

**Предложение 2.** Всякое перечислимое неразрешимое множество является вычислимо-продуктивным.

**Следствие 1.** Класс вычислимо-продуктивных множеств является собственным расширением класса полупродуктивных множеств.

Напомним, что множество называется эффективно бесконечным, если оно бесконечно и не иммунно.

Обозначим через  $Prod, Semi - Prod, Comp - Prod, Eff - Inf$  классы продуктивных, полупродуктивных, вычислимо-продуктивных и эффективно бесконечных множеств соответственно.

**Теорема 1.**  $Prod \subset Semi - Prod \subset Comp - Prod \subset Eff - Inf$ . Все включения собственные.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Соар Р.И. Вычислимо перечислимые множества и степени: Изучение вычислимых функций и вычислимо перечислимых множеств. Перевод с английского, под ред. М.М. Арсланова, Казанское математическое общество, Казань, 2000, 576 с.
2. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. Перевод с английского, под ред. В.А. Успенского, М., "Мир", 1972, 624 с.
3. Ершов Ю.Л. Теория нумераций, М., Наука, 1977, 416 с.
4. Гончаров С.С., Ершов Ю.Л. Конструктивные модели, Новосибирск, Научная книга, 1999, 360 с.
5. Касымов Н.Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // Успехи математических наук, 51 (1996), No 3, 145-176.

## КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ И ПРОСТРАНСТВО ИДЕМПОТЕНТНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР

<sup>1</sup>Холтураев Х.Ф., <sup>2</sup>Ишметов А.Я.

<sup>1</sup>Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства», Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Ташкентский архитектурно-строительный институт, Ташкент, Узбекистан

В работе [1] было установлено, что группа топологических преобразований компакта  $X$  индуцирует группу топологических преобразований в пространстве  $I(X)$  идемпотентных вероятностных мер. Пусть  $f : X \rightarrow Y$  – непрерывное отображение компактов,  $\mu \in I(X)$ . Пологая  $I(f)(\mu)(\varphi) = \mu(\varphi \circ f)$ , определяется непрерывное отображение  $I(f) : I(X) \rightarrow I(Y)$ . Если

$f: X \rightarrow Y$  – эквивариантное отображение одного  $G$ -пространства в другое, то  $I(f): I(X) \rightarrow I(Y)$  также – эквивариантное отображение  $I(G)$ -пространств [1]. Через  $N_G(e)$  обозначим систему открытых окрестностей нейтрального элемента  $e$  группы  $G$  в топологии пространства  $G$ . При этом, если  $O \in N_G(e)$ , то  $O_x = \{g(x) : g \in O\}$ .

**Предложение 1.** Если отображение  $f: X \rightarrow Y$  открыто ( $d$ -открыто), то  $I(f)$  также открыто ( $d$ -открыто).

**Лемма 1.** Если  $L = \{f_\alpha; f_{\beta\alpha}; A\}$  – согласованная система непрерывных отображений на  $X$ , то семейство  $I(L) = \{I(f_\alpha); I(f_{\beta\alpha}); A\}$  – также согласованная система непрерывных отображений на  $I(X)$ .

**Лемма 2.** Если  $L$  открыта ( $d$ -открыта), то  $I(L)$  открыта ( $d$ -открыта).

**Лемма 3.** Если  $L$  эквивариантна, то  $I(L)$  также эквивариантна.

**Лемма 4.** Если  $L$  слабо мультипликативна, то  $I(L)$  также такая.

**Лемма 5.** Если  $L$  –  $\mu$ -система, то  $I(L)$  –  $\mu$ -система.

**Лемма 6.** Для  $od(d)$ -пространства  $X$   $I(X)$  –  $od(d)$ -пространство.

**Предложение 2.** Для  $d(od)$ -пространств  $X_s, s \in S$ , сумма  $\bigoplus_{s \in S} I(X_s)$  является  $d$  (соответственно  $od$ )-пространством.

Пусть действие на  $X$  слабо  $d$ -открыто, семейство  $\mathcal{O} \subset N_G(e)$  таково, что:

(A) для любых  $O, U \in \mathcal{O}$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $V \subset O \cap U$ ;

(B) для любого  $O \in \mathcal{O}$  существует  $U \in \mathcal{O}$  такое, что  $U^2 \subset O$  и  $U^{-1} \subset O$ ;

(C) для любых  $O \in \mathcal{O}$  и  $g \in G$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $gVg^{-1} \subset O$ .

**Предложение 3.** Пусть  $X$  –  $G$ -пространство со слабо  $d$ -открытым действием, удовлетворяющим следующему свойству:

(s) для любых точки  $x$  и ее окрестности  $W$  существует такое (счетное) семейство  $\mathcal{O}_{xW} \subset N_G(e)$ , удовлетворяющее условиям (A), (B), (C), для которого существует  $O \in \mathcal{O}_{xW}$  и  $St(x, \gamma_O) \cap (X \setminus W) = \emptyset$ .

Тогда для семейства  $I(F)$  эквивариантных факторотображений  $I(X)$  семейство  $I(L) = \{I(f) \in I(F); I(p_{f_h}); I(f), I(h) \in I(F); I(f) \geq I(h); I(F)\}$  является согласованной слабо мультипликативной эквивариантной системой (соответственно  $\mu$ -системой) отображений на  $I(X)$ .

Свойство (s) рассматривается с условием счетности.

**Теорема 1.** Пусть  $X$  –  $G$ -пространством с открытым действием, удовлетворяющим (s). Тогда  $I(X)$  –  $od$ -пространство с согласованной слабо мультипликативной эквивариантной открытой  $\mu$ -системой отображений. Если при этом  $X$  – компакт, то  $I(X)$  – компакт Дугунджи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Kh.Kholturaev and Kh.Kurbanov*, Equivalence of spaces of idempotent probability measures, Siberian electronic mathematical reports, 2022 (Submitted).
2. *К.Л.Козлов, В.А.Чатырко*, Топологические группы преобразований и бикомпакты Дугунджи, Матем. сб., 2010, том 201, № 1, 103-128.

#### АБЕЛ КОСАЭРМИТ ҚИСМЛИ ҲАҚИҚИЙ $W^*$ -АЛГЕБРАЛАРНИНГ ИЗОМОРФЛИК ШАРТЛАРИ

Шарипова С.А.

Бухоро давлат университети, Бухоро, Ўзбекистон

Niso\_9696@mail.ru

$B(H)$  –  $H$  Гильберт фазосида аниқланган чизикли чегараланган операторлар алгебраси бўлсин ва  $\mathbf{1} - B(H)$  нинг бирлик элементи ва  $M - B(H)$  нинг  $*$ -қисм алгебраси бўлсин.

$$M' = \{a \in B(H) : ba = ab, \forall b \in M\}$$

тўплам  $M$  нинг *коммутант* дейилади. Агар  $M = M''$  ( $M'' = (M')'$ ) бўлса, у ҳолда  $M$  – *фон Нейман алгебраси* дейилади. Маълумки, бикоммутант теоремасига кўра,  $M$  – фон Нейман алгебраси бўлиши учун  $M$  –  $W^*$ -алгебра, яъни  $M$  – кучсиз ёпиқ ва  $\mathbf{1} \in M$  бўлиши зарур ва етарли.  $M$  нинг ҳамма элементлари билан ўрин алмашувчи  $Z(M)$  тўплагга  $M$  алгебранинг *маркази* дейилади. Таърифга кўра,

$$Z(M) = \{x \in M \mid xy = yx, \forall y \in M\}.$$

$M$  алгебранинг ҳамма марказий элементлари  $\lambda \cdot \mathbf{1}$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$  кўринишда бўлса, у ҳолда  $M$  *фактор* дейилади. Агар  $\alpha : M \rightarrow M$  чизиқли акслантириш ва  $\forall x, y \in M$  учун  $\alpha(x^*) = \alpha(x)^*$  ва  $\alpha(xy) = \alpha(x)\alpha(y)$  (мос равишда  $\alpha(xy) = \alpha(y)\alpha(x)$ ) тенгликлар бажарилса, у ҳолда бу акслантириш

*\*-автоморфизм* (мос равишда *\*-анти автоморфизм*) дейилади, шунингдек, агар  $\forall x \in M$  учун  $\alpha^2(x) = \alpha(\alpha(x)) = x$  тенглик ўринли бўлса, у ҳолда бундай  $\alpha$  *инволютив* дейилади. Агар  $R \subset B(H)$  – ҳақиқий  $W^*$ -қисм алгебра бўлса, у ҳолда  $R$  да коммутант комплекс ҳолдагига ўхшаш аникланади ва бунинг учун  $(R + iR)' = R' + iR'$  тенглик ўринли бўлади. Агар  $R = R''$  бўлса, у ҳолда  $R$  *ҳақиқий фон Нейман алгебраси* дейилади.

$R$  – ҳақиқий  $W^*$ -алгебра бўлсин.  $R$  ни ўзида сақловчи энг кичик  $W^*$ -алгебра  $U(R)$ ,  $R$  нинг *қамровчи  $W^*$ -алгебраси* дейилади. У ҳолда,  $U(R) = R + iR$ . Бундан ташқари, ихтиёрий  $R$  ҳақиқий  $W^*$ -алгебра қамровчи  $W^*$ -алгебранинг  $\alpha_R$  инволютив  $W^*$ -антиавтоморфизмини ҳосил қилади, яъни  $\alpha_R(x + iy) = x^* + iy^*$ , бу ерда  $x + iy \in U(R)$ ,  $x, y \in R$  ва аксинча, агар  $W^*$ -алгебра  $U$  да  $\alpha$ -инволютив  $W^*$ -антиавтоморфизм берилган бўлса, у ҳолда  $\{x \in U : \alpha(x) = x^*\}$  тўплам ҳақиқий  $W^*$ -алгебра бўлади. Агар  $R$  – ҳақиқий  $W^*$ -алгебранинг маркази  $1 \cdot \mathbb{R} = \{\lambda \mathbf{1}, \lambda \in \mathbb{R}\}$  билан устма-уст тушса, у ҳолда  $R$  *ҳақиқий фактор* дейилади;  $R$  алгебранинг қамровчи  $W^*$ -алгебра  $I_n, I_\infty, II_1, II_\infty$  ёки *III* типли бўлса, у ҳолда мос равишда, бу типлар  $R$  нинг ҳам типли бўлади.

Фараз қилайлик,  $M$  – чекли фактор,  $\alpha$  –  $M$  алгебранинг инволютив  $W^*$ -антиавтоморфизми ва  $\tau$  –  $M$  алгебрада ягона  $\alpha$ -инвариантли аниқ нормал чекли из бўлсин.  $L^2(M)$  орқали  $M$  алгебранинг  $\|x\|_2 = \tau(x^*x)^{1/2}$  нормага нисбатан тўлдирувчисини белгилаймиз.

Худди шундай,  $L^2(M, \alpha)$  орқали  $(M, \alpha)$  ҳақиқий факторнинг тўлдирувчисини белгилаймиз. У ҳолда,  $L^2(M)$  Гильберт фазоси бўлади ва бунинг учун  $L^2(M) = L^2(M, \alpha) + iL^2(M, \alpha)$  тенглик ўринли. Худди шу каби,  $B(L^2(M))$  алгебра  $B(L^2(M)) = B_r(L^2(M, \alpha)) + iB_r(L^2(M, \alpha))$  тенгликка эга. Ҳар бир  $x \in M$  учун куйидаги акслантиришни қараймиз:  $\lambda(x)y = xy$ ,  $\forall y \in M$ .  $\|\lambda(x)y\|_2 \leq \|x\| \cdot \|y\|_2$  тенгсизликка кўра,  $\lambda$  акслантириш  $L^2(M)$  да чизиқли чегараланган оператор бўладиган ягона давомга эга ва уни яна  $\lambda(x)$  орқали белгилаймиз. У ҳолда,  $M$  алгебранинг  $(\lambda, L^2(M))$  аниқ  $W^*$ -тасвирига эга бўламиз. Худди шундай,  $\lambda_r$  акслантиришни  $\lambda_r(x)y = xy$  ( $\forall x, y \in (M, \alpha)$ ) тенглик билан аниқлаб,  $(M, \alpha)$  алгебранинг  $(\lambda_r, L^2(M, \alpha))$  аниқ  $W^*$ -тасвирини ҳосил қиламиз [1, 6-б].

Ли Бинг-Реннинг (Li Bing-Ren) ишидан куйидаги теоремани исботсиз келтирамиз [2].

**Теорема 1** ([2, 250-б]).  $R$  ҳақиқий сепарабель гильберт фазосида берилган ҳақиқий абел  $W^*$ -алгебра бўлсин.  $R$  куйида берилган алгебраларнинг тўғридан тўғри йигиндисига изоморф бўлади:

(i)  $L_{\mathbb{R}}^\infty(\Omega, \nu)$ ;

(ii)  $L_{\mathbb{C}}^\infty(\Omega, \nu)$ ,

ва бу алгебралар бир бирига  $W^*$ -изоморф эмас, бу ерда  $\Omega$  -  $\nu$  Радон ўлчовли гиперстоун компактдир.

Бу ерда  $L_{\mathbb{R}}^{\infty}(\Omega, \nu)$  ва  $L_{\mathbb{C}}^{\infty}(\Omega, \nu)$  [ алгебралар -  $\Omega$  да мос равишда чегараланган ҳақиқий ва комплекс  $\nu$  ўлчовли функциялар алгебрасидир.

Маълумки,  $R$  даги косоэрмит элементлар қуйидаги  $R_k = \{x \in R : x^* = -x\}$  тўплам орқали белгиланади ва  $y [x, y] = xy - yx$  каммутаторга нисбатан Ли алгебраси ҳисобланади. Биз қуйидаги теоремада абел косоэрмит қисмли  $R_k$  тўпламли  $R$  – ҳақиқий  $W^*$ -алгебрани тасвирлаймиз, яъни ҳар қандай  $x, y \in R_k$  учун  $[x, y] = 0$  бўлади.

**Теорема 2.**  $R - R_k$  абел косоэрмит тўпламли ҳақиқий  $W^*$ -алгебра бўлсин. У ҳолда  $R$  қуйида берилган алгебраларнинг тўғридан тўғри йигиндисига изоморф бўлади:

- (i)  $L_{\mathbb{R}}^{\infty}(\Omega, \nu)$ ;
- (ii)  $L_{\mathbb{C}}^{\infty}(\Omega, \nu)$ ;
- (iii)  $L_{M_2(\mathbb{R})}^{\infty}(\Omega, \nu) = L_{\mathbb{R}}^{\infty}(\Omega, \nu) \otimes M_2(\mathbb{R})$ ,

бу ерда  $M_2(\mathbb{R}) - 2 \times 2$  ҳақиқий матрицалар алгебрасидир.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Albeverio S., Ayupov Sh. A., Rakhimov A. A., Dadakhodjaev R. A. On Jones' Index for Real  $W^*$ -algebras. Eurasian Math. J., 1:4 (2010), 5-19
2. Li Bing-Ren. Introduction to Operator Algebras. World Sci. Singapore., 1992. pp. 237-256.

### ДИОФОНТОВА ПРИБЛИЖЕНИЕ С ПРОСТЫМ ЧИСЛОМ, КВАДРАТА И К-ОЙ СТЕПЕНИ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Эрдонов Б.Х.

Термезский государственный университет, Термиз, Узбекистан

В статье исследуем диофантова задачу с простым числом, квадрата и  $k$ -ой степени простых чисел. Цель состоит в том, чтобы действительное число  $\theta$  приблизить выражением вида

$$\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^k$$

где  $p_1, p_2, p_3$  - простые числа, а коэффициенты  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  - ненулевые действительные числа, удовлетворяющие некоторым заданным условиям. Мы докажем следующую теорему.

**Теорема.** Предположим, что  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  - ненулевые действительные числа, которое не все одного знака. Пусть  $\theta$  любое действительное число. Тогда для  $\gamma = \frac{1}{3}$  и любого  $\varepsilon > 0$  неравенство

$$|\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^k - \theta| \leq (\max\{p_j\})^{-\gamma+\varepsilon} \quad j=1, 2, 3. \quad (1)$$

имеет бесконечно много решений в простых переменных  $p_1, p_2, p_3$ . На протяжении всей статьи используем стандартные обозначения в теории чисел. В частности,  $\varepsilon$  пусть достаточно малое положительное число и  $c$  абсолютная константа, не обязательно одинаковую во всех случаях. Для удобства используем обозначение  $L = \log X$  где  $X$  - достаточно большое число.

При  $\eta > 0$  и  $\alpha \neq 0$  определим функция  $K(\alpha, \eta) = \left(\frac{\sin \pi \eta \alpha}{\pi \alpha}\right)^2$  и из непрерывности находим  $K(0, \eta) = \eta^2$ . Тогда имеем  $K(\alpha, \eta) \ll \min(\eta^2, |\alpha|^{-2})$ . Пусть  $\hat{K}(t, \eta)$  - преобразование Фурье  $K(\alpha, \eta)$ , т.е.  $\hat{K}(t, \eta) = \int_R K(\alpha, \eta) e(t\alpha) d\alpha$  где  $e(\alpha) = e^{2\pi i \alpha}$ . Известно, что, для таких преобразований имеем  $\hat{K}(\alpha, \eta) = \max(0, \eta - |t|)$  (см.[1]). Определим интервалы  $I_1, I_2, I_3$  таких что, все лежит в  $[\tau, 1+\tau]$  т.е. положим

$$I_1 = \left[ \frac{X}{3}, X \right], I_2 = \left[ \left( \frac{X}{3} \right)^{\frac{1}{2}}, X^{\frac{1}{2}} \right], I_3 = \left[ \left( \frac{X}{3} \right)^{\frac{1}{k}}, X^{\frac{1}{k}} \right].$$

Кроме того, обозначим

$$S_1(\alpha) = \sum_{p_1 \in I_1} \log p_1 e(p_1 \alpha), \quad S_2(\alpha) = \sum_{p_2 \in I_2} \log p_2 e(p_2^2 \alpha), \quad S_k(\alpha) = \sum_{p_3 \in I_3} \log p_3 e(p_3^k \alpha),$$

Мы приблизим  $S_k(\alpha)$  (см.[2]). Для любого измеримого множества  $R$  пусть

$$I(\eta, \theta, R) = \int_R S_1(\lambda_1 \alpha) S_2(\lambda_2 \alpha) S_k(\lambda_k \alpha) K(\alpha, \eta) e(-\theta \alpha) d\alpha \text{ тогда}$$

$$I(\eta, \theta, R) = \sum_{\substack{p_1 \in I_1 \\ p_2 \in I_2 \\ p_3 \in I_3}} \log p_1 \log p_2 \log p_3 \int_R K(\alpha, \eta) e((\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^k - \theta) \alpha) d\alpha =$$

$$= \sum_{\substack{p_1 \in I_1 \\ p_2 \in I_2 \\ p_3 \in I_3}} \log p_1 \log p_2 \log p_3 \max(0, \eta - |\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^k - \theta|).$$

Отметим, что  $\eta = X^{-\frac{1}{2} + \varepsilon}$  и  $\max_j p_j \leq X$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Следовательно мы имеем  $I(\eta, \theta, R) = \eta L^3 N(X)$ , где  $N(X)$  - обозначает количества решений

неравенства (1) при  $\gamma = \frac{1}{3}$  и  $p_1 \in I_1, p_2 \in I_2, p_3 \in I_3$ . Таким образом, достаточно установить

положительную нижнюю оценку для  $I(\eta, \theta, R)$ . Чтобы оценить интеграл, разделим вещественную прямую на большую дугу  $M$ , малую дугу  $m$  и тривиальную дугу  $t$ . Определяем

$$M = \left[ -\frac{P}{X}, \frac{P}{X} \right], m = \left( -\mathfrak{R}, -\frac{P}{X} \right) \cup \left( \frac{P}{X}, \mathfrak{R} \right), t \in R \setminus (M \cup m),$$

где  $P = X^{\frac{2}{3} + \varepsilon}$   $R = \eta^{-2} X^{2\varepsilon}$ . Таким образом (см.[3])

$$I(\eta, \theta, R) = I(\eta, \theta, M) + I(\eta, \theta, m) + I(\eta, \theta, t). \quad (2)$$

Далее, оценивая правую часть (2), используя схемы работы [1,2], каждое получим утверждение теоремы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. The values of ternary quadratic forms at prime arguments, *Mathematika* 48 (2003) 137–149.
2. Аллаков И. Оценка тригонометрических сумм и их приложения к решению некоторых аддитивных задач теории чисел. “Сурхан нашр” 2021 г. 160 стр

## О НОВОЙ СИСТЕМЕ ПСЕВДОМЕТРИК, ПОРОЖДАЮЩЕЙ РАВНОМЕРНОСТЬ НА ГИПЕРПРОСТРАНСТВЕ

Эшкобилова Д.Т.

*Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан*

Пусть  $\mathcal{P}$  – семейство псевдометрик на множестве  $X$ . Для  $d \in \mathcal{P}$  и  $r > 0$  определим множество  $U_d(r) = \{(x, y) \in X \times X: d(x, y) < r\}$ . Семейство  $\{U_d(r): d \in \mathcal{P}, r > 0\}$  образует предбазу некоторой равномерности на  $X$ . Полученная равномерность обозначают через  $\mathcal{U}_{\mathcal{P}}$  [1]. Для заданной последовательности  $\{V_n: n \in \mathbb{N}\}$  окружности диагоналей, такой, что  $V_0 = X^2$  и  $V_{n+1}^3 \subseteq V_n$  для всех  $n$ , можно найти псевдометрику  $d$  на  $X$  такую, что

$$U_d(2^{-n}) \subseteq V_n \subseteq \{(x, y): d(y, x) \leq 2^{-n}\}$$

для каждого  $n$ . Таким образом, каждая равномерная структура может быть определена семейством псевдометрик. Семейство всех псевдометрик  $d$ , таких, что для каждого  $r > 0$  существует  $d$  такая, что  $U_d(r) \in \mathcal{U}$  обозначается через  $\mathcal{P}_{\mathcal{U}}$ . Семейство  $\mathcal{P}_{\mathcal{U}}$  удовлетворяет следующим условиям:

(P1) если  $d, e \in \mathcal{P}_{\mathcal{U}}$  then  $d \vee e \in \mathcal{P}_{\mathcal{U}}$ ;

(P2) если  $e$  – псевдометрика и для каждого  $\varepsilon > 0$  существуют  $d \in \mathcal{P}_{\mathcal{U}}$  и  $\delta > 0$  такие, что всякий раз из  $d(p, q) < \delta$  вытекает  $e(p, q) < \varepsilon$ , то  $e \in \mathcal{P}_{\mathcal{U}}$ .

Семейство  $\mathcal{P}_U$  псевдометрик с этими свойствами называется псевдометрической равномерностью; она удовлетворяет равенство  $\mathcal{P}_{U,\rho} = \mathcal{P}$ .

Рассмотрим метрическое пространство  $(X, \rho)$ . На произведении гиперпространства  $\text{exp } X$  компактных подмножеств  $X$  определим [2] функцию

$$\rho_Z(F, \Phi) = \inf\{\sup\{\rho(x, y) : (x, y) \in M\} : M \subset X^2, \pi_1(M) = F, \pi_2(M) = \Phi\},$$

где  $F, \Phi \in \text{exp } X$ ,  $\pi_i: X^2 \rightarrow X_i$  – проектирования на  $i$ ый сомножитель,  $i = 1, 2$ .

Отметим, что функция  $\rho_Z: \text{exp } X \times \text{exp } X \rightarrow \mathbb{R}$  является [2] метрикой на  $\text{exp } X$ . При этом сужение  $\rho_Z|_{X \times X}$  совпадает с метрикой  $\rho$  на  $X$ . Кроме того, для метрического пространства  $(X, \rho)$  метрика  $\rho_Z$  на  $\text{exp } X$  порождает [2] топологию Вьеториса на  $\text{exp } X$ .

Стоит отметить, что метрика  $\rho_Z$  на  $\text{exp } X$  отличается от классической метрики  $\rho_H$ , называемой метрикой Хаусдорфа.

В данной заметке объявляем полученные нами следующие достижения.

**Теорема 1.** Для псевдометрического пространства  $(X, \rho)$  функция  $\rho_Z: \text{exp } X \times \text{exp } X \rightarrow \mathbb{R}$  является псевдометрикой на  $\text{exp } X$ .

**Теорема 2.** Если семейство  $\{\rho^i\}$  псевдометрик на  $X$  разделяет точки  $X$ , то семейство  $\{\rho_Z^i\}$  псевдометрик на  $\text{exp } X$  разделяет точки  $\text{exp } X$ .

**Теорема 3.** Если семейство  $\{\rho^i\}$  – псевдометрик на  $X$  порождает равномерность на  $X$ , то семейство  $\{\rho_Z^i\}$  порождает равномерность на  $\text{exp } X$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. K. P. Hart, J. Nagata and J. E. Vaughan, editors, Uniform Spaces, I, in: Encyclopedia of General Topology, Elsevier Science Ltd., 259-263(2004).
2. A. A. Zaitov, On a metric on the space of idempotent probability measures, Applied General Topology, 2020, Vol 21, No 1, p. 35-51.

## ЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ МЕТАБЕЛЕВЫХ ФИЛИФОРМНЫХ АЛГЕБР ЛИ

Юлдашев И.Г.

*Нукус государственный педагогический институт, Нукус, Узбекистан*

[i.yuldashev1990@mail.ru](mailto:i.yuldashev1990@mail.ru)

Пусть  $\mathcal{A}$ -алгебра (не обязательно ассоциативная). Напомним, что линейное отображение  $D: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$  называется дифференцированием, если  $D(xy) = D(x)y + xD(y)$  для всех  $x, y \in \mathcal{A}$ . Линейное отображение  $\Delta$  называется локальным дифференцированием, если для каждого  $x \in \mathcal{A}$  существует дифференцирование  $D_x$  на  $\mathcal{A}$  (зависящее от  $x$ ) такое, что  $\Delta(x) = D_x(x)$ .

Это понятие было введено и исследовано независимо Р.В. Кэдисоном [1] и Д.Р. Ларсоном и А.Р. Суруром [2]. Эти работы породили серию работ, посвященных описанию отображений, близких к автоморфизмам и дифференцированиям  $C^*$ -алгебр и операторных алгебр. Р. В. Кэдисон изложил программу изучения локальных карт в [1], предполагая, что локальные дифференцирования могут оказаться полезными при построении дифференцирования с определенными свойствами. Р.В. Кэдисон в [1, Теорема А] доказал, что каждое непрерывное локальное дифференцирование алгебры фон Неймана  $M$  в дуальный банахов  $M$ -бимодуль является дифференцированием. Эта теорема уступила место исследованиям выводов на  $C^*$ -алгебрах, кульминацией которых стал результат Б.Е.Джонсона, который утверждает, что каждое локальное дифференцирование  $C^*$ -алгебры  $A$  в банахов  $A$ -бимодуль автоматически непрерывно и, следовательно, является дифференцированием [3, теорема 5.3].

Алгебры Ли с филиформным нильрадикалом, а именно с так называемой матабелевой фили из радикала Ли.

Неабелева алгебра Ли  $\mathcal{L}$  называется матабелевой, если  $[\mathcal{L}, \mathcal{L}]$  она абелева, т. е.  $\mathcal{L}^{(2)} = 0$ .

Мы будем рассматривать матабелеву филиформную алгебру Ли  $\mathcal{L}$  размерности  $n \geq 7$  с таким базисом  $\{e_1, \dots, e_n\}$ , что

$$\begin{aligned} [e_1, e_i] &= e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_2, e_i] &= e_{i+2} + e_{i+3}, & 3 \leq i \leq n-3, \\ [e_2, e_{n-2}] &= e_n \end{aligned}$$

По [4.Предложение 3.2.5], любой вывод  $D$  на  $\mathcal{L}$  имеет строго нижнюю треугольную матрицу  $(d_{i,j})$  такую, что:

$$\begin{aligned} d_{2,1} &= 0, \\ d_{i+1,i} &= d_{3,2}, & 3 \leq i < n \\ d_{ij} &= d_{i-j+2,2} - d_{i-j+1,1} - d_{i-j,1} & 3 \leq j < i-1 < n \end{aligned}$$

Обратите внимание, что числа  $d_{i,j}$  ( $3 \leq i, j \leq n$ ) полностью определяются  $d_{k,1}, d_{k,2}$  ( $k = 3, \dots, n$ ) а пространство всех производных  $\text{Der}(\mathcal{L})$  имеет размерность  $2n - 4$ .

**Теорема.** Линейное отображение  $\Delta$  на  $\mathcal{L}$  является локальным дифференцированием тогда и только тогда, когда оно имеет строго нижнюю треугольную матрицу  $(\delta_{i,j})$  с  $\delta_{2,1} = 0$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R.V. Kadison, Local derivations, J. Algebra, 130 (1990) 494-509.
2. D. R. Larson, A. R. Sourour, Local derivations and  $B(X)$ , Proc. Sympos. Pure Math., 51 (1990) 187-194.
3. B.E. Johnson, Local derivations on  $C^*$ -algebras are derivations, Transactions of the American Mathematical Society, 353 (2001) 313–325.
4. B. Verbeke, Almost-inner derivations of Lie algebras, Master dissertation, KU Leuven Faculty of Science, 2016.



# III ШЎЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА МАТЕМАТИК ФИЗИКА. DIFFERENTIAL EQUATIONS AND MATHEMATICAL PHYSICS.

## KUCHLI TA'SIRLASHUVDA BO'LGAN UCH ZARRACHALI SISTEMANING BOG'LANGAN HOLATLARI

<sup>1</sup>Abdullayev J.I., <sup>2</sup>Toshturdiyev A.M.

<sup>1,2</sup>Sharof Rashidov Nomidagi Samarqand davlat universiteti

e-mail<sup>1</sup>: [jabdullaev@mail.ru](mailto:jabdullaev@mail.ru), e-mail<sup>2</sup>: [atoshturdiyev@mail.ru](mailto:atoshturdiyev@mail.ru)

Kvant mexanikasidan ma'lumki [1] agar zarracha spini Plank doimiysining yarim butun soniga teng bo'lsa, bunday zarrachalar holati antisimmetrik funksiyalar orqali ifodalanadi. Antisimmetrik funksiyalar bilan tavsiflangan zarrachalar Ferma-Dirak taqsimotiga buysunadi va fermionlar deb yuritiladi.

Bu ishda bir o'lchamli panjarada harakatlanayotgan uch zarrachali (ikki fermion ularning massalarini 1 deb, boshqa tabiiatli zarracha uning massasini esa  $m = 1/\gamma$  deb faraz qilamiz) sistemaga mos energiya operatori  $\hat{H}_\mu$  Hilbert fazosi  $\ell_2^{as}(\mathbb{Z}^3)$  da o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida aniqlanadi. Bunda fermionlar boshqa tabiiatli zarracha bilan kontakt ta'sirlashadi deb faraz qilinadi. Ma'lumki, [2-3] bunda fermionlar kontakt ta'sirlashuvga ega emas.

$\hat{H}_\mu$  operatorning koordinat tasviridan impuls tasviriga o'tish standart Fur'ye almashtirishi orqali amalga oshiriladi. Uch zarrachali sistema energiyasiga mos operator  $H_\mu$  impuls tasvirda  $H_\mu(K)$ ,  $K \in \mathbb{T} = [-\pi, \pi]$  operatorlarning to'g'ri integraliga yoyiladi [2-4].

Demak,  $\hat{H}_\mu$  operatorning bog'langan holatlarini o'rganish  $H_\mu(K)$  operatorning xos qiymat va xos funksiyalarini o'rganishga keltiriladi [3].  $H_\mu(K)$  operator  $L_2^{as}(\mathbb{T}^2)$  Hilbert fazosida quyidagicha aniqlanadi:

$$H_\mu(K) = H_0(K) - \mu(V_1 + V_2)$$

bu yerda

$$(H_0(K)f)(p, q) = E_K(p, q)f(p, q), \quad E_K(p, q) = \varepsilon(p) + \varepsilon(q) + \gamma\varepsilon(K - p - q), \\ \varepsilon(p) = 1 - \cos p, \quad (V_1 f)(p, q) = \int_{\mathbb{T}} f(p, s) ds, \quad (V_2 f)(p, q) = \int_{\mathbb{T}} f(s, q) ds.$$

Uch zarrachali sistemaning ikki zarrachali qism (fermion va boshqa tabiiatli zarracha) sistemasiga mos energiya operatori  $h_\mu(k)$  esa  $L_2(\mathbb{T})$  fazoda quyidagi formula orqali beriladi:

$$(h_\mu(k)f)(p) = (\varepsilon(p) + \gamma\varepsilon(k - p))f(p) - \mu \int_{\mathbb{T}} f(s) ds.$$

**1-lemma.** Barcha  $\mu > 0, \gamma > 0, k \in \mathbb{T}$  lar uchun  $h_\mu(k)$  operator yagona oddiy  $z_\mu(k) = 1 + \gamma - \sqrt{1 + 2\gamma\cos k + \gamma^2 + \mu^2}$  xos qiymatga ega.

Bu yerda  $z_\mu(k)$  xos qiymat  $h_\mu(k)$  operatorga mos Fredholm determinanti  $\Delta(k, z) = 1 -$

$$\mu \int_{\mathbb{T}} \frac{dq}{\varepsilon_k(q) - z}$$

ning noli sifatida aniqlanadi.

$H_\mu(K)$  operatorning muhim spektri  $E_K(p, q)$  va  $\lambda_K(p) = z_\mu(K - p) + \varepsilon(p)$  funksiyalarning qiymatlar sohasidan iborat bo'ladi, ya'ni  $\sigma_{ess}(H_\mu(K)) = ImE_K \cup Im\lambda_K$ . Muhim spektrning birinchi qismi  $ImE_K$ ,  $H_\mu(K)$  operator muhim spektrining uch zarrachali shoxchasi deyiladi va u  $\mu$  parametrdan bog'liq emas, ikkinchi qismi  $Im\lambda_K$ , esa  $H_\mu(K)$  operator muhim spektrining ikki zarrachali shoxchasi deyiladi va u  $\mu$  parametrdan ortishi bilan  $-\infty$  ga qarab siljiydi.

**Teorema.** Agar  $\gamma > \gamma_0$  bo'lsa, u holda shunday  $\mu_0 > 0$  mavjud bo'lib, barcha  $\mu > \mu_0$  va  $K \in \mathbb{T}$  larda  $H_\mu(K)$  operator muhim spektrdan chapda yagona oddiy xos qiymatga ega bo'ladi.

### ADABIYOTLAR

1. M.M. Musaxanov, A.S. Rahmatov. Kvant mexanikasi. Darslik. T. Tafakkur bo'stoni, 2011. - 352 b.
2. Минлос Р.А. Система трех квантовых частиц, взаимодействующих поточечно, УМН. Т. 69. 3. 2014. С. 145-172.
3. J.I. Abdullaev, A.M. Khalkhuzhaev. The existence of eigenvalues of Schrodinger operator on a lattice in the gap of the essential spectrum, Journal of Physics.: Conf. Ser. 2070 012017. 2021. 12 p.

# IKKI FERMIONLI SISTEMAGA MOS DISKRET SCHRÖDINGER OPERATORI XOS QIYMATLARINING MAVJUDLIGI

<sup>1</sup>Abduxakimov S.X., <sup>1</sup>Vahobov M.A., <sup>2</sup>Samatov B.A.

<sup>1</sup>Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O'zbekiston

<sup>2</sup>Jizzax davlat pedagogika inistituti, Jizzax, O'zbekiston

[abduxakimov93@mail.ru](mailto:abduxakimov93@mail.ru)

Ushbu ishida bir o'lchamli torda ikki qadamda tasirlashuvchi ikki fermionli sistema gamiltonianiga mos  $h_\mu(k)$ ,  $k \in \mathbb{T}$  – ikki zarrachali diskret Schrödinger operatori uchun ko'paytirish funksiyasi aynimagan minimumga ega bo'lgan holda zarrachalar ta'sir energiyasi  $\mu > 0$  va kvaziimpul's  $k \in \mathbb{T}$  dan bog'liq holda  $h_\mu(k)$  operatorning muhim spektrdan chapda yagona xos qiymatga ega yoki ega emasligi ko'rsatilgan.

$L_2(\mathbb{T}) - \mathbb{T} = (-\pi, \pi]$  bir o'lchamli torda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar Hilbert fazosi.

$$L_2^t(\mathbb{T}) = \{f \in L_2(\mathbb{T}) : f(-t) = -f(t)\}$$

orqali,  $L_2(\mathbb{T})$  ning toq funksiyalardan iborat fazosini belgilaymiz.  $L_2^t(\mathbb{T})$  Hilbert fazosida quyidagicha aniqlangan  $h_\mu(k)$ ,  $k \in \mathbb{T}$  operatorni qaraymiz.

$$h_\mu(k) = h_0(k) - \mu v.$$

Qo'zg'almas  $h_0(k)$  operator  $\varepsilon_k$  funksiyaga ko'paytirish operatoridir, ya'ni

$$(h_0(k)f)(q) = \varepsilon_k(q)f(q), f \in L_2^t(\mathbb{T}),$$

bunda

$$\varepsilon_k(q) = 2 - 2 \cos \frac{k}{2} \cos 2q.$$

Ta'sir operatori(qo'zg'alish operatori)  $v - L_2^t(\mathbb{T})$  Hilbert fazosida quyidagicha aniqlanadi:

$$(vf)(q) = \int_{\mathbb{T}} \sin 2q \sin 2t f(t) dt.$$

$\mu$  – musbat son bo'lib zarrachalar ta'sir energiyasini ifodalaydi.

Ravshanki,  $v$  – integral operator bo'lib, rangi birdan oshmaydi. Muhim spektr turg'unligi haqidagi Veyl teoremasiga ko'ra  $h_\mu(k)$  operatorning muhim spektri  $\sigma_{ess}(h_\mu(k))$  berilgan  $\mu > 0$  parametrdan bog'liq emas va  $h_0(k)$  operatorning spektri bilan ustma-ust tushadi. Shunday qilib

$$\sigma_{ess}(h_\mu(k)) = \sigma_{ess}(h_0(k)) = \sigma(h_0(k)) = [\varepsilon_{min}(k), \varepsilon_{max}(k)]$$

$h_\mu(k)$  operatorning spektrini kvaziimpul's qiymatlariga bog'liq ravishda o'rganish uchun quyidagi to'plamlarni kiritamiz

$$S_<(\mu) = \left\{ k \in (-\pi, \pi) : \frac{1}{\pi} \cos \frac{k}{2} < \mu \right\},$$

$$S_=(\mu) = \left\{ k \in (-\pi, \pi) : \frac{1}{\pi} \cos \frac{k}{2} = \mu \right\},$$

$$S_>(\mu) = \left\{ k \in (-\pi, \pi) : \frac{1}{\pi} \cos \frac{k}{2} > \mu \right\}.$$

**Teorema 1.** a) Agar  $k \in S_=(\mu)$ , yoki  $k \in S_>(\mu)$  bo'lsa,  $h_\mu(k)$  operatorning muhim spektrdan chapda xos qiymati mavjud emas.

b)  $k \in S_<(\mu)$  bo'lganda  $h_\mu(k)$  operatorning muhim spektrdan chapda yagona  $z_\mu(k)$  xos qiymatga ega.

**Teorema 2.**

$$\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{z_\mu(k)}{\mu} = -\pi$$

ya'ni  $\mu \rightarrow +\infty$  da  $z_\mu(k)$  ning  $-\infty$  ga intilish tezliklari bir xil bo'ladi.

## ADABIYOTLAR

1. Albeverio S., Lakaev S.N., Makarov K.A., Muminov Z.I.: The threshold effects for the two-particle hamiltonians on lattices, Comm.Math.Phys. **262**(2006), 91-115.
2. Lakaev S.N., Abdukhakimov S.Kh. Threshold effects in a two-fermion system on an optical lattice. Theoretical and Mathematical Physics, 2020. – Vol.203. – №2. – P. 251-268.

# REDUCTIONAL METHOD IN PERTURBATION THEORY OF SPECTRAL PROBLEM

**Ahmadjonova D.D.**

*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

*e-mail: [durdonova98@yandex.ru](mailto:durdonova98@yandex.ru)*

Let  $E_1, E_2$  be Banach spaces  $E_1 \subset E_2 \subset H$  with dense embeddings,  $H$  be a Hilbert space and

$$(B^* - A^*(\lambda_0, 0))\Psi \equiv \begin{pmatrix} B^* & -A(\lambda_0) \\ -A^*(\lambda_0) & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix} = \sum_{i+j \geq 1} \mu^i \varepsilon^j \begin{pmatrix} 0 & A_{ij} \\ A_{ij}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix}$$

$B \in L(E_1, E_2)$  be closed linear operator. Let  $\lambda_0 \in R$ -be  $n$ -multiple Fredholmian point of the following E. Schmidt unperturbed spectral problem, analytically dependent on E. Schmidt spectral parameter  $\lambda \in R$ , with relevant E. Schmidt eigenelements  $(\varphi_{i_0}, \psi_{i_0})^T$

$$B\varphi_{i_0} = A(\lambda_0)\psi_{i_0} \quad (1)$$

$$B^*\psi_{i_0} = A^*(\lambda_0)\varphi_{i_0} \quad (2)$$

Here it is considered the following perturbed E. Schmidt's spectral problem:

$$B\varphi = A(\lambda, \varepsilon)\psi, \quad (3)$$

$$B^*\psi = A^*(\lambda, \varepsilon)\varphi, \quad (4)$$

where  $\mu = \lambda - \lambda_0, \varepsilon \in R, |\varepsilon| < \rho_0$  - small parameter, and  $A(\lambda, \varepsilon)\psi = \sum_{i+j \geq 0} A_{ij} \mu^i \varepsilon^j \psi$ . it is required to

determine the perturbed eigenvalues with relevant eigenvectors  $(\varphi(\varepsilon), \psi(\varepsilon))^T$  in the form of series on small parameter  $\varepsilon$  degrees. In the direct sum  $H = H \oplus H$  with scalar product

$$\langle\langle \Phi, \Psi \rangle\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \right\rangle = \langle \varphi_1, \psi_1 \rangle + \langle \varphi_2, \psi_2 \rangle$$

the stated problem can be rewritten in the following matrix form

$$\begin{aligned} (B - A(\lambda_0, 0))\Psi &\equiv \begin{pmatrix} B & -A(\lambda_0) \\ -A^*(\lambda_0) & B^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(\varepsilon) \\ \psi(\varepsilon) \end{pmatrix} = \\ &= \sum_{i+j \geq 1} \mu^i \varepsilon^j \begin{pmatrix} 0 & A_{ij} \\ A_{ij}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(\varepsilon) \\ \psi(\varepsilon) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

E. Schmidts eigenelements of the adjoint perturbation problem corresponding to the same eigenvalues are determined analogously

$$\begin{aligned} (B^* - A^*(\lambda_0, 0))\Psi &\equiv \begin{pmatrix} B^* & -A(\lambda_0) \\ -A^*(\lambda_0) & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix} = \\ &= \sum_{i+j \geq 1} \mu^i \varepsilon^j \begin{pmatrix} 0 & A_{ij} \\ A_{ij}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

In this article at the usage of the reduction method suggested in the articles [1,2] the investigation of perturbation of multiple eigenvalues is reduced to the investigation of perturbation of simple ones.

As application of the obtained results the problem about boundary perturbation for the system of two Sturm-Liouville problem with E. Schmidts spectral parameter is considered.

## REFERENCES

1. *Rakhimov D. G.* On the perturbations of Fredholm eigenvalues of linear operators. Middle Volga Mathematical Society Journal (MVS Journal). Vol. 17. No 3, 2015, p 37-43.
2. *Rakhimov D. G.* On the perturbations of Fredholm eigenvalues of linear operators. Journal of Differential Equations. Minsk. (submitted to print).

# DYNAMICS OF PT-SYMMETRIC SOLITONS IN DISCRETE NETWORKS

<sup>1</sup>Akramov M., <sup>2</sup>Matrasulov D.

<sup>1</sup> National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup> Turin Polytechnic University in Tashkent, Uzbekistan

PT-symmetric nonlocal nonlinear Schrodinger (NNLS) equation was introduced first by Ablowitz and Muslimani in [1]. In [2] discrete version of NNLS equation has been considered and its integrability was shown.

Consider the following discrete nonlocal nonlinear Schrodinger (DNNLS) equation which is written on the each bond of the star graph with six bonds:

$$i \frac{dQ_{\pm j, n}}{dt} = Q_{\pm j, n+1} - 2Q_{\pm j, n} + Q_{\pm j, n-1} + \sqrt{\beta_j \beta_{-j}} Q_{\pm j, n} Q_{\mp j, -n}^* (Q_{\pm j, n+1} + Q_{\pm j, n-1}) \quad (1)$$

We denote individual lattice sites as  $(\pm j, n)$ , where  $\pm j = \pm 1, \pm 2, \pm 3$  are the bond's number and  $n$  corresponds to a lattice site on each bond. For the left handed  $-j = -1, -2, -3$  bonds  $n \in b_{-j} = \{0, -1, -2, \dots\}$ , where  $(-j, 0)$  means the branching point. For the right handed  $j = 1, 2, 3$  bonds  $n \in b_j = \{1, 2, 3, \dots\}$ , where  $(j, 1)$  stand for the points nearest to the vertex.

Using the above  $Q_{\pm j, n}$  at the virtual sites we can write the Eq.(1) at the vertex and nearest points of the vertex. The solution of DNNLS equation on a line is solved in the Ref.[2], and the solution in the case of the star graph can be construct as follows

$$Q_{\pm j, n} = \frac{-1 (z_1 \bar{z}_1)^{-1} (z_1^2 - \bar{z}_1^2) e^{i\bar{\varphi}_1} e^{-2i\bar{\omega}_1 t} \bar{z}_1^{2n}}{\sqrt{\beta_{\pm j}} \mathbf{1} + e^{i(\varphi_1 + \bar{\varphi}_1)} e^{2i(\omega_1 - \bar{\omega}_1)t} z_1^{-2n} \bar{z}_1^{2n}}, \quad (2)$$

where,  $z_1 > 0, 0 < \bar{z}_1 < 1, \omega_1 = \frac{z_1 - z_1^{-1}}{2}, \bar{\omega}_1 = \frac{\bar{z}_1 - \bar{z}_1^{-1}}{2}$  and  $\varphi_1, \bar{\varphi}_1$  are arbitrary constants. Numerical results are obtained by using the finite difference method. Initial conditions are chosen from the analytic solution. In Fig.1 contour plot of breathing soliton solution is shown. We studied dynamics of solitons described by PT-symmetric discrete nonlocal nonlinear Schrodinger equation on networks by

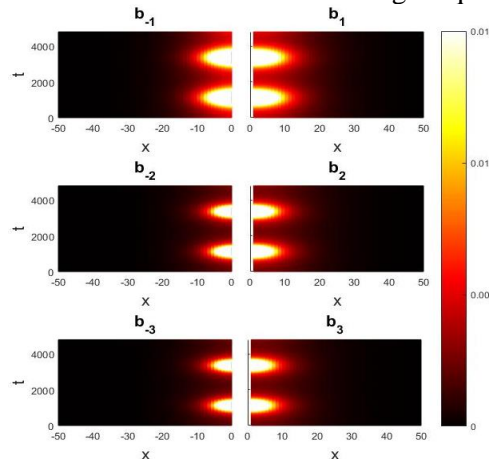


Fig.1. Numerical solution of Eq.(1). The nonlinearity coefficients are chosen the following:  $\beta_{-1} = 1,$

$$\beta_1 = 1.15, \beta_{-2} = 2.19, \beta_2 = 1.92, \beta_{-3} = 2.42, \beta_3 = 2.09$$

modeling these latter in terms of the discrete metric graphs. The model proposed in the paper can be used for describing soliton dynamics in discrete waveguide networks such as, e.g., branched Hirota lattices, discrete optical fiber arrays networks, where each branch has self-induced gain-loss.

## REFERENCES

1. M.J. Ablowitz, Z.H. Muslimani, Phys. Rev. Lett. **110**, 064105 (2013).
2. M.J. Ablowitz, Z.H. Muslimani, Phys. Rev. E **90**, 032912 (2014).

## ASYMPTOTICS OF EIGENVALUES OF THE THREE-PARTICLE HAMILTONIAN ON A ONE-DIMENSIONAL LATTICE

Aliev N.M.

National University of Uzbekistan, Uzbek-Israel Joint Faculty, 100174, University street 4, Tashkent, Uzbekistan

**Introduction.** In [1], [2] the authors considered a system of three arbitrary particles on a one-dimensional lattice and they showed the number of eigenvalues of the Schrödinger operator is infinite, if the masses of two particles in a three-particle system are infinite. In the present article, we establish asymptotics for these eigenvalues.

To our best knowledge, such a result is not published yet in the continuous case.

### 1. Three-particle discrete Schrödinger operator on the lattice $\mathbb{Z}^1$

The operator  $H(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}$  has form

$$H(K) = H_0(K) - V_1 - V_2 - V_3.$$

Here, the operators  $H_0(K)$  and  $V_\alpha$  are defined on the Hilbert space  $L_2((\mathbb{T})^2)$  by

$$(H_0(K)f)(p, q) = E(K; p, q)f(p, q), \quad f \in L_2((\mathbb{T})^2), \quad (1)$$

with

$$E(K; p, q) = \varepsilon_1(p) + \varepsilon_2(q) + \varepsilon_3(K - p - q).$$

and

$$\begin{aligned} (V_1 f)(p) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} f(p, s) ds, & (V_2 f)(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} f(s, q) ds, \\ (V_3 f)(p, q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} f(s, x + y - s) ds, & f &\in L_2((\mathbb{T})^2). \end{aligned} \quad (2)$$

The real-valued continuous function

$$\varepsilon_\alpha(p) = \frac{1}{m_\alpha} \varepsilon(p), \quad \varepsilon(p) = 1 - \cos p, \quad p \in \mathbb{T},$$

is called the *dispersion relation of the  $\alpha$ -th normal mode* associated with the free particle  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ).

Under these conditions the operator  $H(K)$  is a bounded self-adjoint operator in its domain.

**2. The discrete spectrum of  $H(K)$  for  $m_1 = m_2 = \infty$  If we assume  $m_1 = \infty$ ,  $m_2 = \infty$ ,  $m_3 < \infty$ , then**

$$E(K; p, q) = \varepsilon_3(K - p - q), \quad E_{\min}(K) = \min_{p, q \in \mathbb{T}} \varepsilon_3(K - p - q) = 0$$

and

$$E_{\max}(K) = \max_{p, q \in \mathbb{T}} \varepsilon_3(K - p - q) = \frac{4}{m_3}.$$

Set

$$d_k(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{iks}}{\varepsilon_3(s) - z} ds, \quad k \in \mathbb{Z}, z \in \mathbb{C} \setminus \left[0, \frac{4}{m_3}\right]$$

and

$$\Delta_\alpha(z) = 1 - \frac{\mu_\alpha}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{ds}{\varepsilon_\alpha(s) - z}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \left[0, \frac{4}{m_3}\right], \quad \alpha = 1, 2.$$

The following assertion is proven by elementary methods, as in [3].

**Theorem 4.2 (a)** Let  $(\mu_1, \mu_2) \in G_1$ .

(a1) If  $\mu_1 \neq \mu_2$ . Then

$$z_k \approx 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{u_k} + u_k \right), \quad (3)$$

where

$$u_k = u_{\min} - \frac{\mu_1 \mu_2 u_{\min}^{2k+1}}{(u_{\min} + \mu_1)(\mu_1 - \mu_2) + 2\mu_1 \mu_2 (k+1) u_{\min}^{2k}} \quad (4)$$

(a1) If  $\mu_1 = \mu_2$ . Then

$$z_k \approx 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{u_k} + u_k \right), \quad (5)$$

where

$$u_k = u_{\min} - \frac{u_{\min}}{2(k+1)} \quad (6)$$

(b) Let  $(\mu_1, \mu_2) \in G_2$ .

(b1) If  $\mu_1 < \mu_2$ . Then

$$\zeta_k \approx 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{u_k} + u_k \right), \quad (7)$$

where

$$u_k = u_{\max} - \frac{\mu_1 \mu_2 u_{\max}^{2k+1}}{(u_{\max} + \mu_2)(\mu_2 - \mu_1) + 2\mu_1 \mu_2 (k+1) u_{\max}^{2k}} \quad (8)$$

(b1) If  $\mu_1 = \mu_2$ . Then

$$z_k \approx 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{u_k} + u_k \right), \quad (9)$$

where

$$u_k = u_{\max} - \frac{u_{\max}}{2(k+1)} \quad (10)$$

### REFERENCES

1. Muminov M.I., Aliev N. M. O spektre trexchastichnogo operatora Shredingera na odnomernoy reshetke. *Theoret. and Math. Phys.* **2012**, 171:3, 754–768.
2. Aliev N.M., Muminov M.E. Spektre gamil’toniana trex chastis na odnomernoy reshetke. *Siberian Adv. Math.* **2015**, 17 (3), 3–22.
3. Albeverio, S., Lakaev, S., Muminov, Z. Schrödinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics. *Ann. Inst. H. Poincaré Phys. Theor.* **2004**, 5, 743–772.

## KASR DIFFUZIYA TENGLAMASI UCHUN TESKARI MASALA

**Amrilloeva K.S., Subhonova Z.A., Elmurodova H.B.**

*Buxoro davlat universitet, Buxoro, O'zbekiston,*

Klassik issiqlik almashinish tenglamasiga qaraganda kasr diffuziya tenglamasi anomal jarayonni aniqroq ifodalaydi [1]. Shuning uchun, bu yo'nalishda olib borilayotga ilmiy izlanishlar matematik olimlar va muhandislarning qiziqishiga sabab bo'lmoqda.

Ushbu ish yuqoridagi yo'nalishning bir qismi bo'lib, unda muhitni xarakterini ifodalaydigan funksiyalarni aniqlash, ya'ni teskari masala o'rganilgan.

$\Omega = \{(x, t): 0 < x < 1, 0 < t \leq T\}$  sohada quyidagi bir jinsli bo'lmagan

$$\begin{cases} u_t(x, t) + \partial_t^\alpha u(x, t) - ku_{xx} + q(t)u(x, t) = f(x, t) \\ t > 0, x \in [0, 1] \end{cases} \quad (1)$$

kasr-tartibli differensial tenglamani va

$$u(x, 0) = a(x), \quad x \in [0, 1] \quad (2)$$

$$u(0, t) = u(1, t), \quad u_x(1; t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

boshlang'ich-chegaraviy shartlarni, hamda

$$\int_0^1 u(x, t) dx = g(t) \quad (4)$$

integral shartni qanoatlantiruvchi  $\{u(x, t), q(t)\}$  funksiyalarni va  $k$  o'zgarmasni aniqlash ishning asosiy maqsadi hisoblanadi. Bu yerda  $\partial_t^\alpha$  -  $0 < \alpha < 1$  tartibli Gerasimov-Kaputo ma'nosidagi kasr hosila va  $u, v(t) \in AC[0, T]$  lar uchun quyidagicha aniqlangan [2]:

$$\partial_t^\alpha v(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{v'(s)}{(t-s)^\alpha} ds.$$

Undan tashqari,  $f(x, t), a(x), g(t)$  –berilgan funksiyalar.

(1)-(4) teskari masalaning yechimga ega bo'lishligi bi-ortogonal sistema qurishga asoslanadi.

### ADABIYOTLAR

1. Cheng, J., Nakagawa, J., Yamamoto, M. and Yamazaki, T. *Uniqueness in an inverse problem for a one-dimensional fractional diffusion equation*. Inverse problems, 2009, 25(11), 115002.
2. A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier, (2006) 523 p.

# ON THE CAUCHY PROBLEM FOR A BOUSSINESQ TYPE TIME-FRACTIONAL EQUATIONS WITH HILFER DERIVATIVE

<sup>1</sup>Ashurov R.R., <sup>2</sup>Fayziev Yu.E., <sup>3</sup>Tokhtaeva N., <sup>4</sup>Kenjaeva G.

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics, the Academy of Sciences of the Uzbekistan, University street, 4, Tashkent, 100174, Uzbekistan*

<sup>2,3,4</sup>*National University of Uzbekistan, Tashkent, Student Town str. 100174, Uzbekistan*

E-mail: <sup>1</sup>[ashurovr@gmail.com](mailto:ashurovr@gmail.com), <sup>2</sup>[fayziev.yusuf@mail.ru](mailto:fayziev.yusuf@mail.ru), <sup>3</sup>[nozimatoytayeva3715@gmail.com](mailto:nozimatoytayeva3715@gmail.com), <sup>4</sup>[gulnigorkenjayeva0419@gmail.com](mailto:gulnigorkenjayeva0419@gmail.com)

Let  $H$  be a separable Hilbert space and  $A: H \rightarrow H$  be an arbitrary unbounded positive selfadjoint operator in  $H$ .

Let  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\beta \in [0, 1]$  and a function  $h(t)$  be defined on  $[0, \infty)$ . The the Riemann-Liouville fractional integrals [1] of order  $\gamma$  function  $h(t)$  has the form

$$J_{a+}^{\gamma} h(t) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_a^t (t-\tau)^{\beta-1} h(\tau) d\tau.$$

The Hilfer derivative [2] defined as

$$D^{\alpha, \beta} f(t) = J^{\beta(1-\alpha)} \frac{d}{dt} J^{(1-\beta)(1-\alpha)} f(t).$$

Consider the following problem

$$\begin{cases} D_t^{\alpha, \beta} u(t) + D_t^{\alpha, \beta} (Au(t)) + Au(t) = f, & 0 < t \leq T; \\ \lim_{t \rightarrow 0+} J_t^{(1-\beta)(1-\alpha)} u(t) = \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

where  $\varphi, f \in H$ . These problems are also called *the forward problems*.

In this paper, we prove the existence and uniqueness of a solution to the direct problem (1). Moreover, inverse problem of finding the function  $f$  is studied, and the solution of the inverse problem is also the existence and uniqueness is shown.

## REFERENCES

1. A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier (2006).
2. R. Hilfer, Applications of Fractional Calculus in Physics. Singapore: World Scientific (2000).
3. R. Hilfer, Yu. Luchko, Z. Tomovski, Operational method for the solution of fractional differential equations with generalized Riemann-Liouville fractional derivatives, Fractional Calculus and Applied analysis, V. 12, No 3 (2009)

## INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A TIME-FRACTIONAL SUBDIFFUSION EQUATION WITH AN ARBITRARY ELLIPTIC DIFFERENTIAL OPERATOR

<sup>1</sup>Ashurov.R.R., <sup>2</sup>Mukhiddinova O.T.

<sup>1,2</sup>*Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky, the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, University street, 4, Tashkent, 100174, Uzbekistan*

E-mail: <sup>1</sup>[ashurovr@gmail.com](mailto:ashurovr@gmail.com), <sup>2</sup>[ooqila1992@mail.ru](mailto:ooqila1992@mail.ru)

Let  $A(x, D) = \sum_{|\alpha| \leq m} a_{\alpha}(x) D^{\alpha}$  be an arbitrary positive formally selfadjoint (symmetric) elliptic

differential operator of order  $m = 2l$  with sufficiently smooth coefficients  $a_{\alpha}(x)$  in  $\Omega$ , where

$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$  - multi-index and  $D = (D_1, D_2, \dots, D_N)$ ,  $D_j = \frac{\partial}{\partial x_j}$ . The fractional integration

of order  $\rho < 0$  of a function  $f$  defined on  $[0, \infty)$  in the Riemann - Liouville sense is defined by the formula

$$\partial_t^{\rho} f(t) = \frac{1}{\Gamma(-\rho)} \int_0^t \frac{f(\xi)}{(t-\xi)^{\rho+1}} d\xi, \quad t > 0,$$

provided the right-hand side exists. Here  $\Gamma(\rho)$  is Euler's gamma function. Using this definition one can define the Riemann - Liouville fractional derivative of order  $\rho$ ,  $0 < \rho \leq 1$ , as

$$\partial_t^\rho f(t) = \frac{d}{dt} \partial_t^{\rho-1} f(t).$$

**Problem.** Let  $\rho \in (0,1]$  be a constant number. Consider the differential equation

$$\partial_t^\rho u(x,t) + A(x,D)u(x,t) = f(x,t), \quad x \in \Omega, \quad t > 0; \quad (1.1)$$

with initial

$$\lim_{t \rightarrow 0} \partial_t^{\rho-1} u(x,t) = \varphi(x), \quad x \in \Omega; \quad (1.2)$$

and boundary

$$B_j u(x,t) = \sum_{|\alpha| \leq m_j} b_{\alpha,j}(x) D^\alpha u(x,t) = 0, \quad 0 \leq m_j \leq m-1, \quad j = 1, 2, \dots, l; \quad x \in \partial\Omega; \quad (1.3)$$

conditions, where  $f(x,t), \varphi(x)$  and coefficients  $b_{\alpha,j}(x)$  are given functions

Uniqueness and existence of the classical solution of the (1.1)-(1.3) problem are proved by the classical Fourier method. Sufficient conditions for the initial function  $\varphi(x)$  and right-hand side  $f(x,t)$  of the equation are indicated, under which the corresponding Fourier series converge absolutely and uniformly. These results are published in papers [1]-[2]. A similar problem, in the case when the fractional derivative is taken in the sense of Caputo, is considered in the paper of the author [3]. But it should be noted, that the conditions on functions  $f(x,t)$  and  $\varphi(x)$  found in this talk is less restrictive than the analogous condition found in [3]. This is due to the fact that the estimate for the Mittag-Leffler function  $E_{\rho,\rho}(-t)$ ,  $t > 0$  is much better than the estimate for the Mittag-Leffler function  $E_{\rho,1}(-t)$ ,  $t > 0$ .

#### REFERENCES

1. R. R. Ashurov, O.T. Muhiddinova. Initial-boundary value problem for a time-fractional subdiffusion equation with an arbitrary elliptic differential operator, // «Lobachevski Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42, No. 3, pp. 517–525.». (Impact factor 0.53)
2. R. Ashurov, O. Muhiddinova, Initial-boundary value problem for a time-fractional subdiffusion equation on the torus, Uzbek Mathematical Journal 2021, Volume 65, Issue 3, pp.17-24 DOI: 10.29229/uzmj.2021-3-2
3. O.T. Mukhiddinova, Initial-boundary value problem for a subdiffusion equation with the caputo derivative, 2021, International Journal of Applied Mathematics Volume 35 No. 1, 2022, 135-146 ISSN: 1311-1728 (printed version); ISSN: 1314-8060 (online version) doi: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v35i1.10>

### TIME-DEPENDENT SOURCE IDENTIFICATION PROBLEM FOR A FRACTIONAL SCHRÖDINGER EQUATION WITH THE RIEMANN-LIOUVILLE DERIVATIVE

<sup>1</sup>Ashurov.R.R., <sup>2</sup>Shakarova.M.D.

<sup>1</sup>Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky, the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, University street, 4, Tashkent, 100174, Uzbekistan

<sup>2</sup>National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, Student Town str.100174, Uzbekistan

E-mail: [1ashurovr@gmail.com](mailto:1ashurovr@gmail.com), [2shakarova2104@gmail.com](mailto:2shakarova2104@gmail.com)

Let  $\partial_t^\rho h(t)$  be the Riemann-Liouville fractional derivative of order  $\rho > 0$ , and  $J_t^{\rho-1} h$  the fractional integral of function  $h(t)$  defined on  $[0, \infty)$ .

**Problem.** Let  $\rho \in (0,1)$  be a fixed number and  $\Omega = (0, \pi) \times (0, T]$ . Consider the following initial-boundary value problem for the Schrödinger equation

$$\begin{cases} i\partial_t^\rho u(x,t) - u_{xx}(x,t) = p(t)q(x) + f(x,t), & (x,t) \in \Omega; \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0, & 0 \leq t \leq T; \\ \lim_{t \rightarrow 0} J_t^{\rho-1} u(x,t) = \varphi(x), & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} \quad (1)$$



where  $t^{1-\rho}p(t)$ ,  $t^{1-\rho}f(x,t)$  and  $\varphi(x), q(x)$  are continuous functions in the closed domain  $\bar{\Omega}$ . The purpose of this paper is not only to find a solution  $u(x,t)$ , but also to determine the time-dependent part  $p(t)$  of the source function. To solve this time-dependent source identification problem one needs an extra condition. Following the papers of A. Ashyralyev et al. [1] we consider the additional condition in a rather general form:

$$B[u(\cdot, t)] = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

where  $B: C[0, \pi] \rightarrow \mathcal{R}$  is a given bounded linear functional.

We call the initial-boundary value problem (1) together with additional condition (2) *the inverse problem*.

In this talk we prove the uniqueness and existence of the inverse problem's solution.

We also note that the similar inverse problem for the equation in (1) with the Caputo fractional derivative was considered in [2].

#### REFERENCES

1. A. Ashyralyev, M. Urun, "Time-dependent source identification problem for the Schrödinger equation with nonlocal boundary conditions," In: AIP Conf. Proc 2183, Art. 070016 (2019).
2. R. R. Ashurov, M. D. Shakarova, "Time-dependent source identification problem for fractional Schrödinger type equations," Lobachevskii Journal of Mathematics, Vol.43, No.5, pp 1053-1064, 2022.

### ISSIQLIK TARQALISHI TENGLAMASI UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALA.

<sup>1</sup>Ashurov.R.R., <sup>2</sup>Fayziyev Yu. E., <sup>3</sup>Maxmasoatov M.G

<sup>1</sup>O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining Matematika instituti, Toshkent, O'zbekiston.

<sup>2,3</sup>Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston.

e-mail: [ashurovr@gmail.com](mailto:ashurovr@gmail.com), [fayziev.yusuf@mail.ru](mailto:fayziev.yusuf@mail.ru), [m.makhmasoatov@q.nsu.ru](mailto:m.makhmasoatov@q.nsu.ru)

Ushbu tezida issiqlik tarqalishi tenglamasi uchun nolokal chegaraviy masala o'rganilgan.

Aytaylik,  $H$  separabl Hilbert fazosi bo'lib,  $(\cdot, \cdot)$  va  $\|\cdot\|$  lar mos ravishda shu fazoda aniqlangan skalyar ko'paytma va norma bo'lsin.  $A: H \rightarrow H$  operator  $H$  da aniqlangan, musbat, o'z-o'ziga qo'shma chegaralanmagan ixtiyoriy operator bo'lib, uning teskarisi kompakt operatoridan iborat bo'lsin. Aytaylik,  $H$  fazodagi  $\{v_k\}$  to'la ortonormal sistema  $A$  operatorning  $\{\lambda_k\}$  sanoqli musbat xos sonlariga mos xos funksiyalari bo'lsin. Qulaylik uchun  $\{\lambda_k\}$  xos sonlar ketma – ketligi limit nuqtaga ega emas va qayta nomerlash orqali  $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \dots \rightarrow +\infty$  ko'rinishda yozib olamiz.  $A$  operator quyidagicha aniqlanadi:  $Ah = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k h_k v_k$  bu yerda,  $h_k = (h, v_k)$  lar  $h \in H$  elementning Furye koeffitsiyentlari.

Quyidagi masalani qaraylik:

$$\begin{cases} u'(t) + Au(t) = f(t), & 0 < t \leq T; \\ u(\xi) = \alpha u(0) + \varphi, & 0 < \xi \leq T, \end{cases} \quad (1)$$

bu yerda,  $\alpha = const$ ,  $f, \varphi \in H$ ,  $\xi$  – fiksirlangan nuqta.

Ushbu ishda (1) masalaning yechimi mavjudligi va yagonaligi ko'rsatiladi. Shu bilan birga  $f$  va  $\varphi$  larni topish bo'yicha teskari masalalar ham o'rganib, teskari masalaning yechimi ham mavjud va yagonaligi ko'rsatilgan. Bundan tashqari coercitiv tipdagi baholashlar olingan.

Eslatib o'tamiz, ushbu masala  $\alpha = 0$  va  $\xi = T$  bo'lsa, qaytish (backward) masalasi deb ataladi. Vaqt bo'yicha hosila Gerasimov-Caputo ma'nosidagi kasr tartibli hosila bo'lgan hol uchun [1] ishda, Riemann-Liouville ma'nosidagi kasr tartibli hosila bo'lgan hol uchun [2] ishda o'rganilgan.  $\alpha = 1$  bo'lan hol uchun [3] ishda o'rganilgan.

#### ADABIYOTLAR

1. Sakamoto K., Yamamoto M. Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and applications to some inverse problems, J. Math. Anal. pp., 382, 2011, 426-447.
2. Alimov Sh.A., Ashurov R.R. On the backward problems in time for time-fractional subdiffusion equations, 2020, <https://www.researchgate.net/publication/351575279>

3. Ashyralyev A. O., Hanalyev A. Sobolevskii P. E. Coercive solvability of non-local boundary value problem for parabolic equations, Abstract and Applied Analysis 6 (1), 2001, 53–61.ного типа.// Монография. Ташкент.2021г, с.176.

## ON THE NON-LOCAL PROBLEMS FOR A BOUSSINESQ TYPE TIME-FRACTIONAL SUBDIFFUSION EQUATIONS

Ashurov R.R.<sup>1</sup>, Fayziev Yu.E.<sup>2</sup>, Nosirova D.<sup>3</sup>, Amrullaeva D.<sup>4</sup>, Latipova Sh.<sup>5</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics, the Academy of Sciences of the Uzbekistan, University street, 4, Tashkent, 100174, Uzbekistan*

<sup>2,3,4,5</sup>*National University of Uzbekistan, Tashkent, Student Town str. 100174, Uzbekistan*

Let  $H$  be a separable Hilbert space with the scalar product  $(\cdot, \cdot)$  and the norm  $\|\cdot\|$  and  $A: H \rightarrow H$  be an arbitrary unbounded positive selfadjoint operator in  $H$ . Suppose that  $A$  has a complete in  $H$  system of orthonormal eigenfunctions  $\{v_k\}$  and a countable set of positive eigenvalues  $\lambda_k$ . It is convenient to assume that the eigenvalues do not decrease as their number increases, i.e.  $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \rightarrow +\infty$ . Let  $C((a, b); H)$  stand for a set of continuous functions  $u(t)$  of  $t \in (a, b)$  with values in  $H$ .

Consider the following problem

$$\begin{cases} d_t^\rho u(t) + d_t^\rho (Au(t)) + Au(t) = f, & 0 < t \leq T; \\ u(\xi) = \alpha u(0) + \varphi, & 0 < \xi \leq T \end{cases} \quad (1)$$

where  $\varphi, f \in H$  and  $\alpha$  is a constant,  $\xi$  – fixed point,  $d_t^\rho$  – the Gerasimov-Caputo derivative or the Riemann-Liouville derivative of order  $\rho$ ,  $0 < \rho < 1$  [1]. These problems are also called *the forward problems*.

Note, in the case of the Riemann - Liouville derivatives, the non-local boundary condition has the following form:  $J_t^{\rho-1} u(t) \Big|_{t=\xi} = \alpha \lim_{t \rightarrow +0} J_t^{\rho-1} u(t) + \varphi$ .

**Definition 1.1** A function  $u(t) \in C((0, T]; H)$  with the properties  $D_t^\rho u(t), D_t^\rho (Au(t)), Au(t) \in C((0, T]; H)$  and satisfying conditions (1) is called *the solution of the non-local problem* (1).

In this paper, we prove the existence and uniqueness of a solution to the direct problem (1). Moreover, inverse problems of finding the functions  $f$  and  $\varphi$  are studied, and the solution of the inverse problem is also the existence and uniqueness is shown. In addition, an estimate of the coercive type is obtained.

### References

[1] A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier (2006).

## IKKITA BUZILISH CHIZIG‘IGA EGA BO‘LGAN ARALASH TIPDAGI TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA

**Axmedov O.S.**

*Buxoro davlat univeristeti, Buxoro, O‘zbekiston,  
axmedov.olimjon70@gmail.com*

Ushbu maqolada  $\Omega$  sohasida ikkita perpendikulyar buzilish chizig‘iga ega

$$\begin{aligned} |xy|^m (U_{xx} + \operatorname{sgny} U_{yy}) + 2qyU_x + 2pxU_y &= 0, \\ 2|q| < 1, 2|p| < 1, m = \operatorname{const} > 0 \end{aligned}$$

tenglama uchun quyidagi chegaraviy masala o‘rganilgan:  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3$ , bunda  $\Omega_1$  sohasi  $y > 0$  joylashgan bo‘lib, uchlari  $O(0,0)$  va  $A(1,0)$  nuqtalarda bo‘lgan silliq  $\Gamma$  chiziq va  $Ox$  o‘qining  $OA$  kesmasi,  $\Omega_2$  sohasi  $y < 0$  da joylashgan bo‘lib,  $OA$  kesmasi,  $x + y = 0$  ( $OD$  ning tenglamasi),  $0 \leq x \leq 0,5$  va  $x - y = 1$  ( $DA$  ning tenglamasi)  $0,5 \leq x \leq 1$ ,  $\Omega_3$  sohasi  $y < 0$  da joylashgan bo‘lib,  $OD$ ,  $x - y = 1$  ( $CD$  ning tenglamasi)  $0 \leq x \leq 0,5$  chizig‘i va  $Oy$  o‘qidagi  $OC$  kesmasi  $-1 \leq y \leq 0$  bilan chegaralangan.

**Chegaraviy masala:** (1) tenglamani quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi regulyar yechimini toping:

$$U|_{\Gamma} = \varphi(s), 0 \leq s \leq L,$$

$L$  : –  $\Gamma$  egri chizig‘ining  $A$  nuqtadan boshlab o‘lchangan uzunligi;  
birikish shartlari:

$$U(x, +0) = U(x, -0), 0 \leq x \leq 1, \lim_{y \rightarrow +0} x^{2p} U_y = a(x) \lim_{y \rightarrow -0} (-x)^{2p} U_y + b(x), 0 < x < 1, \lim_{\xi \rightarrow -0} U(\xi, \eta) = A(\eta) \lim_{\xi \rightarrow +0} U(\xi, \eta) + B(\eta),$$

$$\lim_{\xi \rightarrow -0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-\eta}^{\xi} (\xi - t)^{-\lambda} U(t, \eta) dt = C(\eta) \lim_{\xi \rightarrow +0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-\eta}^{\xi} (\xi - t)^{-\lambda} U(t, \eta) dt + D(\eta),$$

bu yerda  $\xi = x + y$ ,  $\eta = x - y$ ,  $0 < \eta < 1$ ,  $0 < \lambda < 1$ ,  $a(x)$ ,  $b(x)$ ,  $A(\eta)$ ,  $B(\eta)$ ,  $C(\eta)$ ,  $D(\eta)$  – yopiq oraliqda birinchi tartibli uzluksiz hosilaga ega funksiyalar.

Chegaraviy masala birikish shartlaridan foydalanilib [1-2], singulyar integral tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Karleman-Vekua usuli yordamida integral tenglamalar sistemasiga regularizatsiya qilinib, Fredgol'm integral tenglamalar sistemasiga olib kelinadi. Berilgan  $\varphi(s)$ ,  $\tau(y)$ ,  $a(x)$ ,  $b(x)$ ,  $A(\eta)$ ,  $B(\eta)$ ,  $C(\eta)$ ,  $D(\eta)$  funksiyalarga aniq shartlar qo‘yilib, chegaraviy masala yagona yechimga ega bo‘lishi isbotlanadi [3-7].

### ADABIYOTLAR

1. *Расулов Х.Р., Ахмедов О.С.* Об одной краевой задаче для нелинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // Математика-нинг замонавий масалалари: муаммолар ва ечимлар, республика микёсидаги илмий онлайн конференция материаллари тўплами, Термиз, 2020, с.152-153.
2. *Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р.* (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН Республики Узбекистан, №4, с.3-7.
3. *Расулов Х.Р.* (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.
4. *Rasulov H.* Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Центр научных публикаций (buxdu.uz) 5:5 (2021).
5. *Rasulov X.R.* Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021, Fergana, p. 149.
6. *Xaydar R. Rasulov.* On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.
7. *Rasulov X.R.* (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Uzbek Mathematical Journal, №3, pp.117-125.

## O‘ZGARUVCHAN KOEFFITSIYENTLI ELASTIK-YOPISHQOQ TENGLAMASI UCHUN TESKARI MASALA

<sup>1</sup>Bozorov Z.R., <sup>2</sup>Davlatova D. S.

O‘zFA V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, Toshkent, O‘zbekiston  
*BuxDU, Buxoro, O‘zbekiston*

Gorizontal o‘q bo‘yicha kuchsiz maxsuslikka ega bo‘lgan muhitda integro-differensial to‘lqin tenglamasidan integral hadining yadrosini aniqlash bo‘yicha quyidagi teskari masalani tadqiq qilamiz:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = Lu + \int_0^t k(x, \tau) Lu(x, z, t - \tau) d\tau \quad (1)$$

$$u|_{t < 0} \equiv 0, \quad u_z|_{z=0} = \delta(x) \cdot \delta'(t) \quad (2)$$

$$u|_{z=0} = g(x, t) \quad (3)$$

bu yerda  $(x, z, t) \in R_+^3 := \{(x, z, t) : x \in R, t > 0, z > 0\}$ ,  $\delta(x)$ ,  $\delta'(t)$  – mos ravishda Dirakning delta funksiyasi va uning hosilasi,

$$Lu = \mu(z)(u_{xx} + u_{zz} + u_z),$$

$\mu(z) > 0$  –Lame koefitsiyenti.

Dastlab (1) tenglamani

$$y = \int_0^z \frac{d\xi}{\sqrt{\mu(\xi)}} \quad (4)$$

almashtirish yordamida qayta yozib,

$$u(x, l(y)t) =: U(x, y, t); \quad \tilde{\mu}(y) = \mu(l(y))$$

belgilashlar kiritamiz: bu yerda  $l(y)$  funksiya  $y$  va  $z$  o'rtasidagi bog'lanish.

Almashtirishlarni (1) tenglamaga keltirib qo'yish natijada, (1) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \tilde{\mu}(y) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - a(y) \frac{\partial U}{\partial y} = \int_0^t k(x, \tau) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \tilde{\mu}(y) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - a(y) \frac{\partial U}{\partial y} \right) d\tau \quad (5)$$

bu yerda  $a(y) = \frac{2\tilde{\mu}(y) + \tilde{\mu}'(y)}{2\tilde{\mu}^2(y)}$  ga teng.

Faraz qilaylik, noma'lum  $k(x, t)$  yadro  $x$  o'zgaruvchiga kuchsiz bog'liq bo'lsin, ya'ni:

$$k(x, t) = k_0(t) + \varepsilon x k_1(t) + \dots \quad (6)$$

bu yerda  $\varepsilon$  –kichik parametr.

Ushbu ishda biz  $k_0(t)$  funksiyani topish bilan shug'ullanamiz. Buning uchun (1), (2) masala yechimini

$$U(x, y, t) = U_0(x, y, t) + \varepsilon U_1(x, y, t) + \dots \quad (7)$$

va  $g(x, y, t)$  ni

$$g(x, y, t) = g_0(x, y, t) + \varepsilon g_1(x, y, t) + \dots \quad (8)$$

ko'rinishda yozamiz.

Ishning asosiy maqsadi (3) qo'shimcha shart asosida (1)-(2) masaladan  $U_0$  va  $k_0$  funksiyalarni topish talab etiladi.

$U_0$  va  $k_0$  funksiyaning  $\varepsilon$  bo'yicha yoyilmalarini (1), (5) tenglamalarga qo'yiladi va natijada bir xil darajali  $\varepsilon$  lar oldidagi koeffitsiyentlarni tenglashtirish natijasida  $U_0$ ,  $k_0$  funksiyalarga nisbatan quyidagi masalaga kelamiz:

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2} = \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \tilde{\mu}(y) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a(y) \frac{\partial}{\partial y} \right) \left[ U_0 + \int_0^t k_0(\tau) U_0(x, y, t - \tau) d\tau \right] \quad (9)$$

$$U_0|_{t < 0} \equiv 0, \quad (10)$$

$$U_{0y}|_{y=0} = \sqrt{\tilde{\mu}(0)} \delta(x) \cdot \delta'(t) \quad (11)$$

$$U_0|_{y=0} = g_0(x, t) \quad (12)$$

(9)-(12) masalani  $D_T = \{(x, y, t): x \in R, 0 \leq y \leq t \leq T - y\}$  sohada qaraymiz.

Quyidagi teorema o'rinli:

**Teorema.** Faraz qilaylik,  $g_0(t) = -\sqrt{\tilde{\mu}(0)} \delta(t) + \theta(t) g_{00}(t)$  bo'lib  $\tilde{\mu}(y) \in C^3 \left[ 0, \frac{T}{2} \right]$  sinfdan

bo'lsin, bu yerda  $g_{00}(t) \in C^2[0, T]$  –ma'lum funksiya va  $\theta(t)$  – Xevisayde funksiyasi bo'lib,  $\delta(t) = \frac{d\theta}{dt}$ .

$U$  holda ixtiyoriy tayinlangan  $T > 0$  lar uchun (9)–(12) teskari masalaning  $k(t) \in C^2[0, T]$  sinfga tegishli yagona yechimi mavjud, bu yerda

$$g_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^m g_m(x, t) dx, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

## O'ZGARUVCHAN KOFFITSIYENTLI ELASTIK YOPIHQOQLIK TENGLAMASIDAGI INTEGRAL HAD YADROSINI ANIQLASH.

<sup>1</sup>Bozorov Z.R., <sup>2</sup>Avezov B.A.

*V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, Toshkent, O'zbekiston*

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Gorizontal o'q bo'yicha kuchsiz maxsuslikka ega bo'lgan muhitda integro-differensial to'liq tenglamasidan integral hadining yadrosini aniqlash bo'yicha quyidagi teskari masalani tadqiq qilamiz.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mu(z) \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right] + \int_0^t k(x, \tau) \mu(\tau) \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right] (x, z, t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

$$U|_{t < 0} \equiv 0, \quad U_z|_{z=0} = \delta(x) \cdot \delta'(t) \quad (2)$$

$$U|_{z=0} = f(x, t) \quad (3)$$

bu yerda  $(x, z, t) \in R^3_T := \{(x, z, t): x \in R, t > 0, z > 0\}$ ,  $\delta(x), \delta'(t)$  – Dirakning delta funksiyasi va uning hosilasi. Faraz qilaylik, noma'lum  $k(x, t)$  yadro  $x$  o'zgaruvchiga kuchsiz bog'liq bo'lsin, ya'ni:

$$k(x, t) = k_0(t) + \varepsilon x k_1(t) + \dots, \quad (4)$$

bu yerda  $\varepsilon$  –kichik parametr. Ushbu ishda biz  $\{k_2, k_1\}$  funksiyalarni topish bilan shug'ullanamiz. Buning uchun (1), (2) yechimni

$$U(x, z, t) = U_0(x, z, t) + \varepsilon U_1(x, z, t) + \dots \quad (5)$$

ko‘rinishda yozamiz.  $U$  va  $k$  funksiyalarning  $\varepsilon$  bo‘yicha yoyilmalarini (1), (5) tenglamalarga qo‘yiladi va bir xil darajali  $\varepsilon$  lar oldidagi koeffitsiyentlarni tenglashtirish natijasida  $U_n$  funksiyalarga nisbatan

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} = \mu(z) \left[ \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_n}{\partial z^2} \right] + \int_0^t \sum_{j=0}^n k_j(t-\tau) \left[ \mu(z) \frac{\partial}{\partial x} (x^j U_{(n-j)x}) + \mu(z) \frac{\partial}{\partial z} (x^j U_{(n-j)z}) \right] d\tau, \quad (6)$$

$$U_n|_{t<0} \equiv 0, \quad (7)$$

$$U_{nz}|_{z=0} = \delta_{n0} \delta(x) \cdot \delta'(t) \quad (8)$$

$$U_n|_{z=0} = f_n(x, t), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

masalalar olinadi, bu yerda  $\delta_{n0}$  – Kroneker simvoli  $\delta_{ij} = 1, i = j, \delta_{ij} = \xi, i \neq j$ . (6)–(9) tenglamalarning har ikkala tomonini  $x^m$  ga ko‘paytirib, natijani  $x$  bo‘yicha minus cheksizlikdan plus cheksizlikgacha oraliqda integrallab, quyidagi tenglikga ega bo‘lamiz

$$(U_{n,m})_{tt} = \mu(z) [m(m-1)U_{n,m-2} + (U_{n,m})_{zz}] + \int_0^t \sum_{j=0}^n k_j(1-t) [\mu m(m+j-1)U_{n-j,m+j-2} + \mu (U_{n-j,m+j})_{zz}] d\tau \quad (10)$$

(10) da  $U_{n,m}$  orqali  $U_n$  funksiyaning  $m$ -momentlari belgilanadi.

$$U_{n,m}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^m U_n(x, z, t) dn \quad (11)$$

(10) tenglamani olishda ixtiyoriy chekli  $t$  lar uchun  $U_n$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) funksiyalar chekli tartibli singulyar umumlashgan va regulyar funksiyalarning yig‘indisi ko‘rinishida tasvirlanishi, hamda  $U_n$  ning tashuvchisi chegaralanganligidan foydalanildi:  $U_{n,m}$  quyidagi boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi.

$$U_{n,m}|_{t<0} \equiv 0, \quad U_{n,mz}|_{z=0} = \delta_{n0} \delta_{m0} \delta'(t). \quad (12)$$

Faraz qilaylik

$$U_{n,mz}|_{z=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f_n(x, t) dx = f_n(t), \quad (13)$$

bo‘lsin, bu yerda  $f_n(t)$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) berilgan yetarlicha silliq funksiyalar.

Ishning asosiy maqsadi  $k_0$  funksiyani topishdan iborat. Buning uchun  $n = m = 0$  holni qaraymiz. U holda (10)-(12) lar yordamida  $k_0, U_0$  larni aniqlash uchun quyidagi tenglamalar

$$\frac{\partial^2 U_{00}}{\partial t^2} = \mu(z) \frac{\partial^2 U_{00}}{\partial t^2} + \int_0^t k_0(t-\tau) \mu \frac{\partial^2 U_{00}}{\partial t^2}(z, \tau) d\tau \quad (14)$$

va

$$U_{00}|_{t<0} \equiv 0, \quad U_{00z}|_{z=0} = \delta'(t), \quad (15)$$

$$U_{00}|_{z=0} = f_0(x, t), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

boshlang‘ich chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi masalani hosil qilamiz.

Yangi o‘zgaruvchi  $y$  ni quyidagi formula bilan kiritamiz

$$y = \int_0^z \frac{d\xi}{\sqrt{\mu(\xi)}}. \quad (17)$$

$l(y)$  orqali  $y$  va  $z$  o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘lanish va  $\tilde{\mu}(y) = \mu(l(y))$  belgilashni kiritamiz (13)-(15) masalani  $D_T := \{(y, t): 0 \leq y \leq t \leq T - y\}$  sohada qaraymiz. Quyidagi teorema o‘rinli.

**Teorema 1.**  $f_0(t) = -\delta(t) + \theta(t)f_{00}(t)$  bo‘lib  $\tilde{\mu}(y) \in C^3 \left[ \xi; \frac{\tau}{2} \right]$  sinfdan bo‘lsin, bu yerda  $f_{00}(t) \in C^2 \left[ 0; \frac{\tau}{2} \right]$ ,

$\theta(t)$  – Hevisayde funksiyasi va  $\delta(t) = \frac{d\theta}{dt}$ . U holda ixtiyoriy tayinlangan  $T > 0$  lar uchun (13)–(16)

teskari masalaning  $k(t) \in C^2[0, \tau]$  sinfga tegishli yechimi mavjud.

## CONSTANT SIGN GREEN'S FUCTIONS

Cabada A

CITMaga, 15782 Santiago de Compostela, Galicia, Spain.

Departamento de Estadística, Análise Matemática e Optimización,  
Facultade de Matemáticas, Universidade de Santiago de Compostela,  
Galicia, Spain.

In the study of nonlinear boundary value problems, a classical and fruitful method to ensure the existence of solutions consists on the construction of a related integral operator, whose fixed points coincide with the solutions of the considered problem. The kernel of the integral operator is known as the Green's function related to the linear part of the equation. To ensure the existence of solutions that have the same (or opposite) sign than the external force, we need to ensure that the Green's function has constant sign on its square of definition. Such property is equivalent to warrant comparison principles and to develop monotone iterative techniques, lower and upper solutions method or to ensure the existence of solutions in suitable cones.

In this talk we will make a survey concerning the main properties of the Green's functions and its parameter dependence. Moreover, we present some results in which it is proven a spectral characterization of the optimal values on the parameter for which the Green's function has constant sign. Thus, some results proven in [1,2,3] and references therein are showed.

### REFERENCES

1. A. Cabada, Green's functions in the theory of ordinary differential equations, SpringerBriefs in Mathematics. Springer, New York, 2014.
2. A. Cabada, L. Saavedra, The eigenvalue characterization for the constant sign Green's functions of  $(k, n - k)$  problems. Bound. Value Probl. 2017, 2016, Paper No. 44, 35 pp.
3. A. Cabada, L. Saavedra, Characterization of constant sign Green's function for a two-point boundary-value problem by means of spectral theory. Electron. J. Differential Equations 2017, Paper No. 146, 96 pp.

## INVERSE PROBLEM FOR VISCOELASTIC SYSTEM IN A VERTICALLY LAYERED MEDIUM

Durdiev D. K. Boltaev A. A.

V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan

E-mail: [d.durdiev@mathinst.uz](mailto:d.durdiev@mathinst.uz), [asliddinboltayev@mail.ru](mailto:asliddinboltayev@mail.ru)

**A perfectly elastic material does not exist in nature; in fact, inelasticity is always present. This inelasticity results in energy dissipation or damping. Therefore, for a wide class of materials, it is not enough to use an elastic model to study their mechanical behavior. Therefore, viscoelastic foundational models have often been used to model the behavior of polymeric materials with respect to time variable.**

Let be  $\mathbf{x} = (x_1; x_2; x_3) \in R^3$ . Let us denote by  $\sigma_{ij}$  the projection onto the  $x_i$  axis of the stress acting on the area with the normal parallel to the  $x_j$  axis, and  $u_i$  are the projection onto the  $x_i$  axis of the vector particle displacement. According to Hooke's law for viscoelastic media, stresses and deformations are related by the formulas ([1], ch.3):

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + \int_0^t K_{ij}(t - \tau) \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] (x, \tau) d\tau, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

here  $\mu = \mu(x_3)$ ,  $\lambda = \lambda(x_3)$  are Lamé coefficients,  $\delta_{ij}$  is Kronecker symbol,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = (u_1(\mathbf{x}, t), u_2(\mathbf{x}, t), u_3(\mathbf{x}, t))$  is displacement vector,  $K_{ij}(t)$  are functions responsible for the viscosity of the medium and  $K_{ij} = K_{ji}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ .

In this work, it is required to unique determine the relaxation kernels, if some components on the lateral boundaries of the region under consideration are given.

### REFERENCES

1. Galin L. A. Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity // Moscow: Nauka, 1980, (In Russian).

# INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE KERNEL IN AN INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION OF PARABOLIC TYPE WITH NONLOCAL CONDITION

<sup>1</sup>Durdiev D.K., <sup>1</sup>Jumaev J.J., <sup>2</sup>Atoev D.D.

*V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan,*

<sup>2</sup>*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

Let  $T > 0$  be fixed number and  $D_T = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t \leq T\}$ . Consider the inverse problem of determining of functions  $u(x, t), k(t)$  such that it satisfies the equation

$$u_t - u_{xx} = \int_0^t k(t - \tau)u(x, \tau)d\tau, \quad (x, t) \in D_T, \quad (1)$$

with the nonlocal initial condition

$$u(x, 0) + \delta u(x, T) = \varphi(x), \quad x \in [0, l], \quad \delta = const, \quad (2)$$

the boundary conditions

$$u|_{x=0} = u|_{x=l} = 0, \quad \varphi(0) = \varphi(l) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

and the additional condition

$$\int_0^1 \omega(x)u(x, t)dx = h(t), \quad (4)$$

Here  $\delta \geq 0$  is given number,  $\varphi(x)$ ,  $\omega(x)$ ,  $h(t)$  are given functions of  $x \in [0, l]$  and  $t \in [0, T]$ .

Let  $C^m(0; l)$  be the class of  $m$  times continuously differentiable with all derivatives up to the  $m$ -th order (inclusive) in  $(0; l)$  functions. In the case  $m = 0$  this space coincides with the class of continuous functions.

**Theorem.** *Let conditions  $(\varphi(x), \omega(x)) \in C^2(0, l)$ ,  $h(t) \in C^2[0, T]$ ,  $\int_0^l \omega(x)u(x)dx = h(0) + \delta h(T)$ ,  $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$ ,  $h_0 = h(0) \neq 0$ ,  $\delta \geq 0$ ,  $\omega(0) = \omega(l) = 0$  be satisfied. Then there exists sufficiently small number  $T^* \in (0, T)$  that the solution to the problem (1) – (4) in the class of functions  $u(x, t) \in C^{2,1}(D_{T^*})$ ,  $k(t) \in C^1[0; T^*]$  exist and unique, where  $D_{T^*} = \{(x, t) | x \in (0, l), t \in [0, T^*]\}$  ( $C^{m,k}(D_T)$ ) is the class of  $m$  times continuously differentiable with respect to  $x$  and  $k$  times continuously differentiable with respect to  $t$  all derivatives in the domain  $D_T$  functions)*

In this work, the solvability of a nonlinear inverse problem for integro-differential heat equation with nonlocal conditions was studied. Firstly we investigated solvability direct problem, Therefore (1) – (3) problem replaced equivalent of integral equation by Fourier method. Then used to approximation series method, existence and uniqueness theorem of direct problem solution is proven. The inverse problem was considered for determining the kernel  $k(t)$  included in the equation (1) with integral observation (4) of the solution of this system with the initial and boundary conditions (2), (3). Conditions for given functions are obtained, under which the inverse problem have unique solutions for a sufficiently small time interval.

## REFERENCES

1. Z. S. Aliev, Y. T. Mehraliev, An inverse boundary value problem for a second-order hyperbolic equation with nonclassical boundary conditions, Dokl. Math. 90(2014), No. 1, p. 513-517
2. E. I. Azizbayov, Y. T. Mehraliyev, Solvability of nonlocal inverse boundary value problem for a second-order parabolic equation with integral conditions, Electron. J. Differential Equations 2017, No. 125, pp. 1-14.
3. D. G. Gordeziani, G. A. Avalishvili, On the constructing of solutions of the nonlocal initial boundary value problems for one-dimensional medium oscillation equations (in Russian), Mat. Model. 12(2000), No. 1, 94 -103.

## A MULTI-DIMENSIONAL DIFFUSION COEFFICIENT DETERMINATION PROBLEM FOR THE TIME-FRACTIONAL EQUATION

<sup>1</sup>Durdiev D.K., <sup>2</sup>Rahmonov A.A., <sup>3</sup>Mirzaev B.R.

<sup>1</sup>*Bukhara Branch of the Institute of Mathematics at the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Bukhara, Uzbekistan,*

<sup>2</sup>*V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan*

<sup>3</sup>*Jizzakh State Pedagogical Institute, Jizzakh, Uzbekistan.*

In this paper, we consider a multi-dimensional inverse problem for a fractional diffusion equation. The inverse problem is reduced to the equivalent integral equation. For solving this equation, the Schauder principle is applied. The local existence and uniqueness results are obtained.

Consider the  $n \geq 2$ -dimensional fractional diffusion equation defined by

$$({}^C D_t^\alpha u)(x, t) - \Delta u + q(x)u = f(x, t), \quad \text{in } R_T^n \quad (1)$$

where  $0 < \alpha < 1$ ,  $({}^C D_t^\alpha u)(x, t)$  is the Gerasimov-Caputo fractional derivative, defined by:

$$({}^C D_t^\alpha u)(x, t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{u_\tau(x, \tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau,$$

$\Delta$ -Laplacian respect to the variable  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $R_T^n = \{(x, t): x \in R^n, 0 < t \leq T\}$  and  $f(x, t)$  is given function.

It is natural from the physical point of view to consider a usual Cauchy problem, with the initial condition

$$u(x, 0) = \Phi(x), \quad \text{on } R^n \quad (2)$$

where  $\Phi(x)$  is given.

Our main problem is formulated as follows:

**Inverse problem.** Find the function  $q(x)$ ,  $x \in R^n$  in (1), if the solution to Cauchy problem (1), (2) satisfies

$$\int_0^T u(x, t)\chi(t)dt = g(x), \quad x \in R^n, \quad (3)$$

where  $\chi(t), g(x)$  are given.

In the present paper, we establish sufficient condition under which the solution of the inverse problem (1) - (3) exists and is unique. For the case  $\alpha = 1$ , closely related results were obtained in [1].

#### REFERENCES

1. V.L. Kamynin. *The inverse problem of determining the lower-order coefficient in parabolic equations with integral observation*, Mathematical Notes, 2013, vol. 94, 2, pp. 205-213.

### AN EXISTENCE THEOREM FOR AN INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE EQUATION OF FORCED VIBRATIONS OF A BEAM WITH A BASE STIFFNESS COEFFICIENT

**Durdiev U.D.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

We consider the following beam oscillation equation:

$$u_{tt} + a^2 u_{xxxx} + L(x)u = G(x, t), \quad (1)$$

where  $L(x)$  – bad coefficient,  $G(x, t)$  – external force,  $u(x, t) \in C_{x,t}^{4,2}(\bar{D})$ .

Equation (1) is considered in the rectangular domain  $D = \{(x, t): 0 < x < l, 0 < t < T\}$ , where  $l$  is beam length,  $T$  is time interval, with initial

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x), \quad x \in [0, l] \quad (2)$$

and boundary conditions

$$\begin{aligned} u(0, t) = u_x(0, t) = 0, & \quad (\text{seal}), \\ u_{xx}(l, t) = u_{xxx}(l, t) = 0, & \quad (\text{free end}) \quad 0 \leq t \leq T. \end{aligned} \quad (3)$$

The purpose of this paper is to prove the existence of a solution  $u(x, t) \in C^{4,2}(D)$ , satisfying equalities (1)-(4) for given numbers  $a, l, T$  and sufficiently smooth functions  $L(x), G(x, t), \varphi(x), \psi(x)$ .

**Lemma 1.** If the functions  $\varphi(x), \psi(x), G(x, t)$  satisfy conditions

$$\begin{aligned} \varphi(x) \in C^6[0, l], \quad \varphi(0) = \varphi'(0) = \varphi''(l) = \varphi'''(l) = \varphi^{IV}(0) = \varphi^V(0) = 0, \\ \psi(x) \in C^4[0, l], \quad \psi(0) = \psi'(0) = \psi''(l) = \psi'''(l) = 0, \end{aligned}$$

$$G(x, t) \in C(\bar{D}) \cap C_x^4(D), \quad G(0, t) = G'(0, t) = G''(l, t) = G'''(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

then the following representations hold:

$$\varphi_n = \frac{\varphi_n^{(6)}}{a_n^6}, \quad \psi_n = \frac{\psi_n^{(4)}}{a_n^4}, \quad g_n(t) = \frac{g_n^{(4)}(t)}{a_n^4}, \quad (4)$$

where

$$\begin{aligned} \varphi_n^{(6)} = \begin{cases} \frac{1}{\|X_n\|} \int_0^l \varphi_n^{(6)}(x) \left( a_n \operatorname{ch} d_n \left( x - \frac{l}{2} \right) + b_n \operatorname{sh} d_n \left( x - \frac{l}{2} \right) \right) dx, & n = 2k - 1, \\ \frac{1}{\|X_n\|} \int_0^l \varphi_n^{(6)}(x) \left( c_n \operatorname{sh} d_n \left( x - \frac{l}{2} \right) - f_n \operatorname{cos} d_n \left( x - \frac{l}{2} \right) \right) dx, & n = 2k, \end{cases} \\ \psi_n^{(4)} = \int_0^l \psi^{(4)} Y_n(x) dx, \quad g_n^{(4)}(t) = \int_0^l G^{(4)}(x, t) Y_n(x) dx. \end{aligned}$$

**Theorem 1.** If the functions  $\varphi(x), \psi(x), G(x, t)$  satisfy the conditions of the lemma 1, then there exists a unique solution to the problem (1)–(3) and it is determined by the sum of the series:



$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \varphi_n \cos ad_n^2 t + \frac{\psi_n}{ad_n^2} \sin ad_n^2 t \right) Y_n(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y_n(x)}{ad_n^2} \int_0^l \sin ad_n^2(t-s) \int_0^l G(\xi, s) d\xi ds - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y_n(x)}{ad_n^2} \int_0^l \sin ad_n^2(t-s) \int_0^l L(\xi) u(\xi, s) d\xi ds.$$

where

$$\varphi_n = \int_0^t \varphi(x) Y_n(x) dx, \quad \psi_n = \int_0^l \psi(x) Y_n(x) dx,$$

$$X_n(x) = \begin{cases} a_n ch d_n \left(x - \frac{l}{2}\right) + b_n \sin d_n \left(x - \frac{l}{2}\right), & n = 2k - 1, \\ c_n sh d_n \left(x - \frac{l}{2}\right) + f_n \cos d_n \left(x - \frac{l}{2}\right), & n = 2k, \end{cases}$$

where  $d_n = \frac{\pi}{l} \left(n - \frac{1}{2} + (-1)^n \Theta_n\right)$ ,  $\Theta_n = O\left(\frac{1}{n^2}\right)$ ,  
 $a_n = sh^{-1}\left(\frac{d_n l}{2}\right)$ ,  $b_n = \cos^{-1}\left(\frac{d_n l}{2}\right)$ ,  $c_n = -ch^{-1}\left(\frac{d_n l}{2}\right)$ ,  $f_n = \sin^{-1}\left(\frac{d_n l}{2}\right)$ .

Normalizing the system of functions  $X(x)$ , we gets

$$Y_n(x) = \frac{X(x)}{\|X(x)\|}, \quad \|X(x)\| = \begin{cases} \sqrt{l} ct h\left(\frac{d_n l}{2}\right), & n = 2k - 1, \\ \sqrt{l} th\left(\frac{d_n l}{2}\right), & n = 2k, \end{cases}$$

Note that system  $Y_n(x)$  is orthonormal and full in the space  $L_2[0, l]$  and forms an orthonormal basis therein.

#### REFERENCES

1. Krylov A.N. Vibratsiya sudov (Ship Vibration). - Leningrad, Moscow, 1936. - 442 pp.

### MULTIDIMENSIONAL KERNEL DETERMINATION PROBLEMS FROM HEAT EQUATIONS WITH MEMORY

<sup>1</sup>Durdiyev D.K., <sup>2</sup>Nuriddinov J.Z., <sup>3</sup>Qarshiboyeva Sh.Q.

<sup>1</sup>V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup>Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

<sup>3</sup>Jizzakh State Pedagogical Institute, Jizzakh, Uzbekistan

In the work we study inverse problem to determine a time and spatially varying kernel  $k(x, t)$ ,  $x \in R^n$ ,  $t > 0$  in a parabolic integro-differential equations governing the heat flow in materials with memory. Problems of identification of memory kernels in parabolic and hyperbolic equations have been intensively studied starting at the end of the last century [1]-[3].

Consider Cauchy problem for the  $n$ -dimensional parabolic integro-differential equation with a time-variable coefficient of thermal conductivity

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c(t) \Delta_x u = \int_0^t k(x, t - \tau) u(x, y, \tau) d\tau, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n, \quad t \in (0, T], \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \phi(x, y), \quad (2)$$

where  $c(t)$  is an enough smooth positive function,  $\Delta_x$  is Laplacian on the variables  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$  is a parameter of problem,  $T$  is a fixed positive number.

We investigate the following problem:

**Inverse problem:** when  $c(t) = 1$  find a kernel  $k(x, t)$  of the integral term in (1), if a solution to the Cauchy problem (1) and (2) is known on  $x = y$  for all  $y \in R^n$  and  $t \in [0, T]$ :

$$u(y, y, t) = \psi(y, t), \quad \psi(y, 0) = \phi(y, y) \quad (3)$$

We assume that the function  $k(x, t)$  with derivatives  $k_{x_i x_j}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ,  $k_t$  belongs to  $B(D_T)$ ,  $(D_T) = \{(x, t) : x \in R^n, 0 \leq t \leq T\}$  for any fixed  $T > 0$  and the function  $\phi(x, y)$  is in  $B^4(R^n \times R^n)$ . Here  $B^m(Q)$  be the class of  $m$  times continuously differentiable with respect to all

variables and bounded together with all derivatives up to the order of  $m$  in the domain  $Q$  functions. When  $B^0(Q) = B(Q)$  and this is usual space of continuous and bounded functions.

Besides, let the function  $k(x, t)$  have the separable form, i.e. it can be expressed as the sum of a finite number  $N$  of terms, each of which is the product of a function of  $x$  only and a function of  $t$  only:

$$k(x, t) = \sum_{i=0}^n a_i(x)b_i(t), \quad a_i(x) \in B^2(R^2), \quad b_i(t) \in C^1(R), \quad (4)$$

where  $C^1(R)$  is the class of continuously differentiable in  $R$  functions. The functions  $a_i(x)$  can be assumed to be linearly independent, otherwise the number of terms in relation (4) can be reduced.

**Theorem.** Suppose that the all assumptions about function  $\phi(x, y)$  are fulfilled. Besides, the function  $\psi(y, t)$  together with derivatives  $\psi_t, \psi_u$  and  $\psi_{y_i y_i}, i=1, 2, \dots, n$  belong to the class  $B(D_T)$  for any fixed  $T > 0$  and

$$\inf_{y \in R^n} |\psi(y, t)| = \mu(t) \geq \mu_0 > 0 \quad (5)$$

where  $\mu_0$  is a known numbers, then any function  $k(x, t)$  having the form (4) is uniquely determined by the information (3) in domain  $D_T$ .

We proved the uniqueness theorems for the definition of the convolution kernel in a parabolic integro-differential equation describing thermal processes with memory.

#### REFERENCES

1. A. Lorenzi, E. Sinestrari, An inverse problem in theory of materials with memory, *Nonlinear Anal. TMA*, 12, 1988, p.411- 423.
2. D.K. Durdiev, An inverse problem for a three-dimensional wave equation in the medium with memory, *Math. Anal. and Disc.math.*, Novosibirsk, NGU. 1989, p. 19 - 26. (in Russian)
3. M. Grasselli, An identification problem for a linear integro-differential equation occurring in heat flow, *Math.Meth. Appl. Sci.*, 15, 1992, p. 167- 186.

### KASR TARTIBLI DIFFUZIYA TENGLAMASIDAN MANBANI ANIQLASH TESKARI MASALASI MASALASI

<sup>1</sup>Durdiyev D.K., <sup>2</sup>Isayev S.U.

<sup>1</sup>V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, Toshkent, O'zbekiston

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

Ushbu maqolada vaqt o'zgaruvchisi bo'yicha kasr tartibli

$$D_{0+,t}^\alpha u - a^2 u_{xx} = f(x)p(t), \quad x \in R, \quad t > 0 \quad (1)$$

diffuziya tenglamasi uchun qo'yilgan

$$I_{0+,t}^{1-\alpha} u \Big|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in R \quad (2)$$

(1) va (2) masalaning yechimi ma'lum bo'lganda

$$u \Big|_{x=0} = g(t) \quad (3)$$

qo'shimcha shart yordamida  $p(t)$  funksiyani topish teskari masalasini qaraymiz. Bu yerda  $D_{0+,t}^\alpha$  va  $I_{0+,t}^{1-\alpha}$  — mos ravishda Rimann-Liuvill kasr differensial operatori va kasr integrali [1].

Quyidagi teorema o'rinli.

**Teorema.** Agar  $(x) \in C_b^2(R), f(x) \in C_b^2(R), g(t) \in AC[0, T]$  bo'lib,  $f(0) \neq 0$  va  $g(t) \geq g_0 > 0$  bo'lsa,  $u$  holda (1)-(3) teskari masalaning yagona uzluksiz yechimi mavjud.

#### ADABIYOTLAR

1. Anatoliya Kilbas, Hari M.Srivastava, Theory and applications of fractional differential equations, *Belarusian State University, Minsk, Belarus(2006) 347-360.*

# KERNEL DETERMINATION PROBLEM FOR A PARABOLIC INTEGRO-- DIFFERENTIAL EQUATION WITH A VARIABLE THERMAL CONDUCTIVITY

<sup>1</sup>Durdiyev D.K., <sup>2</sup>Nuriddinov J.Z., <sup>2</sup>Ochilova Z.Sh.

<sup>1</sup> V.I. Romanovsky at the Academy of sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup> Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

The constitutive relations for a linear non-homogeneous heat propagation and diffusion processes in medium with memory contain a time- and space-dependent kernel in an integral term of time variable convolution type [1]-[2]. Often, in practical applications these kernels are unknown functions and it is required to determine them. Kernel determination inverse problems in parabolic integro differential equations were the object of studying since the end of last century. In literature are most often found the linear inverse source and nonlinear inverse coefficient problems with different type of over determination conditions (see, for example [1]-[4] and references there).

Consider the problem of determining functions  $u(x,t)$ ,  $k(x,t)$ ,  $x = (x', x_n) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $t > 0$  from the equations

$$u_t = a(t)\Delta u - \int_0^t k(x', t - \tau)a(\tau)\Delta u(x, \tau)d\tau, \quad (x, t) \in \mathbb{R}_T^n, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (2)$$

$$u(x', 0, t) = f(x', t), \quad (x', t) \in \mathbb{R}_T^{n-1}. \quad (3)$$

Where  $\Delta$  is the Laplace operator with respect to spatial variables  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\mathbb{R}_T^n = \{(x, t) | x = (x', x_n) \in \mathbb{R}^n, 0 < t \leq T\}$  is a strip with thickness  $T, T > 0$  is an arbitrary fixed number,  $a(t) \in C^2[0, T], 0 < a_0 \leq a(t) \leq a_1 < \infty$ .  $a_0$  and  $a_1$  are given numbers.

In these works authors discussed the unique solvability for posed problem. Our main result of this work is following theorem:

**Theorem.** Suppose  $a(t) > 0$  is a sufficiently smooth function,  $\varphi(x) \in H^{l+8}(\mathbb{R}^n)$ ,  $f(x', t) \in H^{l+6, (l+6)/2}(\overline{\mathbb{R}_T^{n-1}})$  belongs to the class of functions,  $f(x', 0) = \varphi(x', 0)$  and  $\varphi_{x_n x_n}(x', 0) = \frac{1}{a(0)} f_t(x', 0) - \sum_{i=1}^{n-1} f_{x_i x_i}(x', 0)$ . matching conditions hold, and let  $|f_t(x', 0)| > f_0 = \text{const} > 0$ . Then, there is a sufficiently small positive number  $T_0 > 0$  such that  $T \in (0, T_0]$ , the inverse problem (1)-(3) has only one solution  $u(x, t) \in H^{l+2, (l+2)/2}(\overline{\mathbb{R}_T^n})$ , for  $l \in (0, 1)$ .

To prove this theorem, the considering problem reduces to an auxiliary problem which is more convenient for further consideration. Then the auxiliary problem is replaced by an equivalent system of Volterra-type integral equations with respect to unknown functions. Finally, applying the method of contraction mappings to this system in the Holder class of functions, it is proved the main result of the work representing a local existence and uniqueness theorem.

## REFERENCES

4. F. Colombo, A inverse problem for a parabolic integro-differential model in the theory of combustion, Physica D: Nonlinear Phenomena, 236:2 (2007), 81--89. [https://DOI: 10.1016/j.physd.2007.07.012](https://doi.org/10.1016/j.physd.2007.07.012).
5. M. Grasselli, An identification problem for a linear integro-differential equation occurring in heat flow, Math.Meth. Appl. Sci., 15, 1992, p. 167- 186.
6. P.Podio-Guidugli, A virtual power format for thermomechanics}, Continuum Mech. Thermodyn., 20: 8(2009), 479--487. [https://DOI: 10.1007/s00161-009-0093-5](https://doi.org/10.1007/s00161-009-0093-5).
7. D.K. Durdiev, An inverse problem for a three-dimensional wave equation in the medium with memory, Math. Anal. and Disc.math., Novosibirsk, NGU. 1989, p. 19 - 26. (in Russian)

## INTEGRO-DIFFERENSIAL ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASIDAN YADRONI ANIQLASH TESKARI MASALASI

**Ergasheva N.Sh.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O`zbekiston*

$(x, y, t) = \mathbb{R}_T^2 \{(x, y, t) | x, y \in \mathbb{R}^2, 0 \leq t < T\}$  sohada quyidagi masaladan  $u(x, y, t)$ , funksiyani aniqlash masalasini qaraymiz [1]:

$$u_t - \Delta u + h(x)u(x, y, t) = \int_0^t k(x, \tau)u(x, y, t - \tau)d\tau, \quad (x, y, t) \in \mathbb{R}_T^2, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad (2)$$

bu yerda  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  - Laplas operatori.

Teskari maslada  $u(x, y, t)$  funksiyadan farqli ravishda (1) integro-differensial tenglamadan  $k(x, t)$  funksiyani topish masalasi qaramiz. Buning uchun quyidagi qo'shimcha shart kiritamiz [3], [4]:

$$u|_{y=0} = f(x, t), \quad (3)$$

bu yerda  $f(x, t) \in H^{l+4, (l+4)/2}(\overline{\mathbb{R}}_T)$  berilgan funksiya,  $\overline{\mathbb{R}}_T = \{(x, t) | x \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq T\}$ . (1)-(3) masaladan  $u(x, y, t)$  va  $k(x, t)$  funksiyalarni topish masalasiga teskari masala deb ataladi.

Quyidagi shart bajarilsin.

$$f(x, 0) = \varphi(x, 0). \quad (x, t) \in \overline{\mathbb{R}}_T$$

$\vartheta(x, y, t) = u_{yy}(x, y, t)$  formula yordamida yangi funksiya kiritamiz, u holda (1), (2) masala quyidagicha ko'rinishni oladi:

$$\vartheta_t - \Delta\vartheta + h(x)\vartheta(x, y, t) = \int_0^t k(x, \tau)\vartheta(x, t - \tau)d\tau, \quad (4)$$

$$\vartheta|_{t=0} = \varphi_{yy}(x, y). \quad (5)$$

$\vartheta(x, y, t)$  funksiya uchun qo'shimcha shartni  $y = 0$  bo'lganda (1) tenglamadagi  $\Delta u$  hadini  $u_{yy}$  ga ajratib (3) dan foydalanib hosil qilamiz:

$$\vartheta|_{y=0} = f_t(x, t) + h(x)f(x, t) - f_{xx}(x, t) - \int_0^t k(x, \tau)f(x, t - \tau)d\tau. \quad (6)$$

(5) va (6) tengliklardan quyidagi kelishuvchanlik sharti kelib chiqadi:

$$\varphi_{yy}(x, 0) = f_t(x, t)|_{t=0} + h(x)f(x, 0) - f_{xx}(x, 0).$$

Endi (4)-(6) masalada  $\vartheta_t(x, y, t) = \omega(x, y, t)$  belgilashni kiritsak, quyidagi masalani olamiz:

$$\omega_t - \Delta\omega + h(x)\omega(x, y, t) = k(x, t)\varphi_{yy}(x, y) + \int_0^t k(x, \tau)\omega(x, y, t - \tau)d\tau, \quad (7)$$

$$\omega|_{t=0} = \Delta\varphi_{yy}(x, y) - h(x)\varphi_{yy}(x, y), \quad (8)$$

$$\omega|_{y=0} = f_{tt}(x, t) + h(x)f_t(x, t) - f_{xxt}(x, t) - k(x, t)\varphi(x, 0) - \int_0^t k(x, \tau)f_t(x, t - \tau)d\tau. \quad (9)$$

**Teorema.** Faraz qilaylik  $\varphi(x, y) \in H^{l+6}(\mathbb{R}^2)$ ,  $f(x, t) \in H^{l+4, (l+4)/2}(\overline{\mathbb{R}}_T)$  shartlar bajarilsin. Bundan tashqari  $f(x, 0) = \varphi(x, 0)$ ,  $\varphi_{yy}(x, 0) = f_t(x, t)|_{t=0} + h(x)f(x, 0) - f_{xx}(x, 0)$  kelishuvchanlik shartlari bajarilsin. U holda yetarlicha kichik musbat  $T > 0$  lar uchun (7) - (9) teskari masalaning  $k(x, t) \in H^{l, l/2}(\overline{\mathbb{R}}_T)$  sinfga tegishli yagona yechimi mavjud.

#### ADABIYOTLAR

1. Durdiev D.K. On the uniqueness of kernel determination in the integrodifferential equation of parabolic type // J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.. 2015. vol. 19. no. 4. pp. 658-666. (In Russian).
2. Дурдиев Д.К. Обратные задачи для сред с последствием. - Ташкент: "Turon-Iqbol", 2014. с. 240
3. Durdiev D.K., Zhumaev Zh.Zh. The problem of determining the thermal memory of a medium // Uzbek Mathematical Journal, 2020. no.1. pp. 36-51.
4. Durdiev D.K, Nuriddinov J.Z., On investigation of the inverse problem for a parabolic integrodifferential equation with a variable coefficient of thermal Conductivity / Vestnik Udmurtskogo Universiteta. 2020, vol. 30, i4, pp. 572-584.

### HADAMARD KASR TARTIBLI HOSILALI TENGLAMALAR UCHUN KOSHI MASALASI

Fayziyev Yu. E., Sulaymonov I.A.

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston.

*e-mail:* [fayziyev.yusuf@mail.ru](mailto:fayziyev.yusuf@mail.ru), [ilyosxojasulaymonov@gmail.com](mailto:ilyosxojasulaymonov@gmail.com)

Aytaylik,  $H$  separabl Hilbert fazosi bo'lib,  $(\cdot, \cdot)$  va  $\|\cdot\|$  lar mos ravishda shu fazoda aniqlangan skalyar ko'paytma va norma bo'lsin.  $A: H \rightarrow H$  operator  $H$  da aniqlangan, musbat, o'z-o'ziga qo'shma chegaralanmagan ixtiyoriy operator bo'lib, uning teskarisi kompakt operatoridan iborat bo'lsin.

Aytaylik,  $\delta = x \frac{d}{dx}$  va  $n-1 < \alpha < n$  bo'lsin. Hadamardning  $\alpha$  - kasr tartibli hosilasi deb quyidagiga ifodaga aytiladi:

$$D^\alpha y(x) := \delta^n (I^{n-\alpha} y(x)) = \left(x \frac{d}{dx}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^x \log\left(\frac{x}{\xi}\right)^{n-\alpha-1} \frac{y(\xi)d\xi}{\xi}, \quad (a < x < b).$$

Quyidagi masalani qaraylik:

$$\begin{cases} D_t^\rho u(t) + Au(t) = f(t), & 0 < t \leq T; \\ \lim_{t \rightarrow 0} D_t^{\rho-1} u(t) = \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

bu yerda  $f, \varphi \in H$ .

Ushbu ishda (1) masalaning yechimi mavjudligi va yagonaligi ko'rsatiladi. Shu bilan birga  $f$  va  $\varphi$  larni topish bo'yicha teskari masalalar ham o'rganib, teskari masalaning yechimi ham mavjud va yagonaligi ko'rsatilgan.

#### ADABIYOTLAR

1. A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, J. J. Trujillo, *Theory and applications of fractional differential equations*, (Elsevier, North-Holland, Mathematics studies, 2006).

### RIMANN-LIUVILL KASR OPERATORLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN DYUAMEL PRINSIPI

Isayev S.U.

Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston.

saidbukharii@gmail.com

Ma'lumki, bir jinsli bo'lmagan klassik matematik fizika tenglamalari uchun qo'yilgan Koshi masalasini yechining samarali usullaridan biri bu Dyamel metodidir. Bir jinsli bo'lmagan tenglamani yechishda bu prinsip bilan ishlash bizga klassik adabiyotlardan ma'lum. Ammo, hozirgi texnologiya asrida, tabiiy fanlar, jumladan matematikaning bir qancha yangi sohalari paydo bo'lib bormoqda. Bunga yaqqol misol sifatida kasr tartibli differensial tenglamalarni keltirish mumkin.

Bir jinsli bo'lmagan kasr tartibli differensial operator uchun qo'yilgan Koshi masalasini yechishda umumlashgan Dyamel prinsipi birinchilardan bo'lib S.R. Umarov, E.M. Saydamatov [1] lar tomonidan qo'llanilgan. Kaputo differensial operatori qatnashgan masalalar uchun o'xshash natija Y. Wen, X.-F. Zhou, J. Wang [2] tomonidan olingan.

Ushbu maqola vaqt o'zgaruvchisi bo'yicha kasr tartibli

$$D_{0+,t}^\alpha u - a^2 u_{xx} = f(x,t), \quad x \in R, t > 0 \quad (1)$$

diffuziya tenglamasi uchun qo'yilgan

$$I_{0+,t}^{1-\alpha} u \Big|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in R \quad (2)$$

Koshi masalasini Dyamel prinsipi yordamida yechishga bag'ishlanadi, bu yerda  $f(x,t), \varphi(x)$  –berilgan funksiyalar bo'lib,  $0 < \alpha < 1$ ,  $D_t^\alpha$  – Rimann-Liuvial differensial operatori va u

$$D_{0+,t}^\alpha v(t) = \frac{\partial}{\partial t} I_{0+,t}^{1-\alpha} v = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} v(s) ds$$

va

$$I_{0+,t}^{1-\alpha} v(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{1-\alpha} v(s) ds$$

ko'rinishda aniqlangan.

Dastlab (1) –(2) Koshi masalasini tadbiiq etamiz, buning uchun (1) –(2) masalaga mos bir jinsli tenglamasi

$$\begin{cases} D_{0+,t}^\alpha u - a^2 u_{xx} = 0, & x \in R, t > 0 \\ I_{0+,t}^{1-\alpha} u \Big|_{t=0} = \varphi(x), & x \in R \end{cases} \quad (3)$$

Koshi sharti bilan birgalikda qaraymiz.

Quyidagi teoremlar o'rinli:

**Teorema 1.** Faraz qilaylik  $\varphi \in C_b(R)$  bo'sin, u holda (3) masala yagona klassik yechimga ega bo'lib, bu yechim

$$u(x,t) = \int_R G(x-y,t) \varphi(y) dy, \quad t > 0, x \in R \quad (4)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda

$$G(x,t) = \frac{t^{\alpha-1}}{2\pi} \int_R e^{-i\xi x} E_{\alpha,\alpha}(-a^2 \xi^2 t^\alpha) d\xi \quad t > 0, x \in R$$

$E_{\alpha,\alpha}$  – ikki parametrlil Mittag-Leffler funksiyasi va u

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \beta)}, \quad z, \alpha, \beta \in \mathbb{C}, \quad \operatorname{Re}(\alpha) > 0.$$

**Teorema 2.** Faraz qilaylik  $f(x, t) \in C_b(R \times (0; \infty))$  bo'lsin. U holda

$$D_{\tau+,t}^{\alpha} w(x, t, \tau) - a^2 w_{xx}(x, t, \tau) = 0, \quad 0 < \alpha < 1, t > \tau, \quad x \in R, \quad (5)$$

tenglama

$$I_{0+,t}^{1-\alpha} w(x, t, \tau) \Big|_{t=\tau} = f(x, \tau) \quad (6)$$

shartni qanoatlantiruvchi yagona yechimi

$$w(x, t, \tau) = \int_R G(x - y, t - \tau) \varphi(y, \tau) dy \quad (7)$$

bu yerda

$$D_{\tau+,t}^{\alpha} w(x, t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} w(x, s) ds.$$

Quyidagi

$$D_{0+,t}^{\alpha} u(x, t) - a^2 u_{xx}(x, t) = F(x, t), \quad t > 0, \quad x \in R, \quad (8)$$

$$I_{0+,t}^{1-\alpha} u \Big|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in R \quad (9)$$

Masalaning yechimi uchun quyidagi teorema o'rinni:

**Teorema 3.** Faraz qilaylik  $F(x, t) \in C_b(R \times (0; +\infty))$  U holda (24),(25) masalaning klassik yechimi  $u(x, t) = \int_0^t w(x, t, \tau) d\tau$  formula orqali topiladi.

Bu yerda  $w(x, t, \tau)$  (22) (23) masalaning klassik yechimi

**Teorema 4.** Agar  $\varphi \in C_b(R)$ ,  $f(x, t) \in C_b(R \times [0, \infty))$  bo'lsa, u holda (1)-(2) masalaning klassik yechimi

$$u(x, t) = \int_R G(x - y, t) \varphi(y) dy + \int_0^t \int_R G(x - y, t - \tau) f(y) p(\tau) dy d\tau.$$

ko'rinishda bo'ladi.

#### ADABIYOTLAR

1. S.R. Umarov, E.M. Saydamatov, A generalization of the Duhamel principle for fractional order differential equations, Dokl. Ac. Sci. Russia 412 (4) (2007) 463–465.
2. Y. Wen, X.-F. Zhou, J. Wang. Stability and boundness of solutions of the initial value problem for a class of time-fractional diffusion equations, Adv. Difference Equ. 230 (2017).

### BURGERS TIPIDAGI RIEMAN SISTEMASI UCHUN GEPIRBOLIK TENGLAMA

<sup>1</sup>Jo'raev D.A., <sup>2</sup>Maxmasoatov M.G'., <sup>3</sup>Maxmasoatov Sh.G'.

<sup>1</sup>O'zbekiston Respublikasi oliy harbiy aviatsiya bilim yurti, Qarshi, O'zbekiston.

<sup>2</sup>Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston.

<sup>3</sup>Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti, Toshkent, O'zbekiston.

e-mail: [juraevdavron12@gmail.com](mailto:juraevdavron12@gmail.com), [m.makhmasoatov@q.nsu.ru](mailto:m.makhmasoatov@q.nsu.ru), [shmaxmasoatov@mail.ru](mailto:shmaxmasoatov@mail.ru)

Ushbu tezisdagi Burgers tipidagi Rieman sistemasi uchun gepirbolik tenglama o'rganildi.

Burgers tipidagi tenglamalar sistemasining umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \eta_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b(u - v) + F, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \eta_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + b \frac{\rho_2}{\rho_1} (u - v) + F. \end{cases} \quad (1)$$

Og'irlik kuchi  $-F = 0$ , bo'lganda ushbu tenglamani quyidagi kurinishda ifodalash mumkin:

$$\begin{cases} u_t + uu_x = \eta_1 u_{xx} - b(u - v), \\ v_t + vv_x = \eta_2 v_{xx} + \tilde{b}(u - v). \end{cases} \quad (2)$$

(2) tenglamalar sistemasini, Burgers tipidagi Rieman sistemasini deb ataladi.

Bu yerda,  $u$  va  $v$  zichliklari  $\rho_1$  va  $\rho_2$  bo'lgan sistemaning tezliklari va  $\rho = \rho_1 + \rho_2$ , tenglik o'rinni.  $\tilde{b} = \frac{\rho_1}{\rho_2} b$ ,  $b$  yopishqoqlik koeffisienti,  $\eta_1$  va  $\eta_2$  konstantalar, ikki fazodagi suyuqliklarni ifodalaydi.

(2) tenglamalar sistemasining yechimini  $x$  o'zgaruvchi bo'yicha garmonik tebranuvchi funksiyalar orqali izlaymiz.

$$\begin{cases} u = U(t) \cos(\varphi_0 + \omega x), & 0 < \omega \leq 2\pi, \\ v = V(t) \sin(\varphi_0 + \omega x). \end{cases} \quad (3)$$

Ushbu ishning maqsadi, (2) sistema uchun, ikki suyuq muhit modelining tenglamalar sistemasini soddalashtirishdir va bu tenglama, boshqa tenglamalar sistemasidan og'irlik kuchining yo'qligi bilan farq

qiladi .Shuning uchun bu tipdagi tenglamalar sistemasini bazan bosimsiz ikki tezlikli gidrodinamika deb ham ataladi. Ushbu ishda, Burgers tipidagi Rieman sistemasini uchun gepirbolik tenglama ko'rib chiqildi va natijaga erishildi.

#### ADABIYOTLAR

1. *A.S.Monin, A.M.Yaglom*. "Статическая гидромеханика". – М.: Наука, ч. 1, 1965 год.
2. *Hopf.E*. "The partial differential equation  $u_t + uu_x = \mu u_{xx}$  // Comm". Pure Appl. Math. 1950 year, No. 3, pp. 201–230.
3. *G.S.Vasilev, X.X.Imomnazarov, B.J.Mamasoliev*. "On one system of the Burgers equations arising in the two-velocity hydrodynamics" // Journal of Physics: Conference Series (JPCS), 2016 year, v. 697, 012024.

### INTEGRO-DIFFERENTIAL MAKSVELL TENGLAMASIDAN LAME KOEFFITSENTINI ANIQLASH MASALASI

**Jumaboyeva O. B.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Maksvell tenglamalar sistemasini qaraymiz [1], [2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_2}{\partial t} - \frac{\partial H_1}{\partial x_3} + \sigma E_2 + \int_0^t \varphi_2(\tau) \frac{\partial}{\partial t} E_2(x_3, t - \tau) d\tau + J_2(x_3, t) = 0, \\ \mu \frac{\partial H_1}{\partial t} - \frac{\partial E_2}{\partial x_3} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Qulaylik uchun keying ishlarda  $\varphi_2(t)$  funksiyani  $\varphi(t)$  deb olamiz. Yangi o'zgaruvchi kiritib  $E_2(y, t) = \exp\left\{-\frac{\sigma + \varphi(0)}{2}t\right\} u(y, t)$ ,  $y \equiv x_3$ ,  $z = z(y) = \sqrt{\mu}y$ ,  $v(z, t) = u\left(\frac{z}{\sqrt{\mu}}, t\right)$  ba'zi almashtirishlardan so'ng (1) tenglamalar sistemasidan integro-differensial Maksvell tenglamasini olimiz:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + q(z)v(z, t) = \int_0^t k(\tau)v(z, t - \tau) d\tau + F_1(z, t) \quad (2)$$

bunda  $k(t) = \exp\left\{-\frac{\sigma + \varphi(0)}{2}t\right\} \varphi''(t)$ ,  $Y(y) = \varphi'(t)_{t=0} - \frac{(\sigma(y) + \varphi(0))^2}{4}$ ,  $F(y, t) = \exp\left\{\frac{\sigma + \varphi(0)}{2}t\right\} \frac{\partial}{\partial t} J_2(y, t)$ ,  $q(z) = Y\left(\frac{z}{\sqrt{\mu}}\right)$ ,  $F_1(z, t) = F\left(\frac{z}{\sqrt{\mu}}, t\right)$ .

Shunday qilib, biz integro - differensial Maksvell tenglamalar sistemasidan (3.1.11) ko'rinishdagi bir o'chamli ikkinchi tartibli integro - differensial tenglamani hosil qildik. Endi (2) integro - differensial Maksvell tenglamasi uchun to'g'ri va teskari masalalarni qaraymiz.

$D := \{(z, t) | z \in R, t > 0\}$  sohada (2) integro – differensial tenglama uchun quyidagi Koshi masalasini qaraylik [3]:

$$v(z, t)|_{t=0} = \mu(z), \quad v_t(z, t)|_{t=0} = v(z). \quad (3)$$

**Teskari masala.** (2)- (3) masala yechimi va

$$v(z, t)|_{z=0} = f(t), \quad v_z(z, t)|_{z=0} = g(t) \quad (4)$$

shartlar yordamida  $q(z) \in C(R)$  funksiyani topish masalasiga teskari masala deyiladi.

Qo'shimcha berilgan shartlar uchun  $f_1(t) \in C^2([z_0, t_0])$ ,  $g(t) \in C^1([z_0, t_0])$  shartlar va quyidagi kelushuvchanlik sharti bajarilsin [4], [5]:

$$\mu(z_0) = f(0), \quad \mu'(z_0) = g(0), \quad v(z_0) = f'(0), \quad v'(z_0) = g'(0). \quad (5)$$

**Teorema 3.2.1.** Berilgan funksiyalar  $\mu(z) \in C^2[z_0 - t_0, z_0 + t_0]$ ,  $k(t) \in C[0, t_0]$ ,  $F_1(z, t) \in C^{0,1}(D(z_0, t_0))$ ,  $v(z) \in C^1[z_0 - t_0, z_0 + t_0]$ ,  $g(t) \in C^1([z_0, t_0])$   $f(t) \in C^2([z_0, t_0])$ , sinflardan,  $|\mu(z)| \geq \alpha > 0$ ,  $z \in [z_0 - t_0, z_0 + t_0]$  shart va kelushuvchanlik sharti (5) bajarilsin. U holda yetarlicha kichik  $h > 0$  soni uchun (2) – (4) teskari masalaning  $[z_0 - h, z_0 + h]$  kesmadagi  $C[z_0 - h, z_0 + h]$  sinfga tegishli  $q(z)$  yechimi mavjud va yagona bo'ladi.

#### ADABIYOTLAR

1. *Durdiev D.K.* Обратные задачи для сред с последствием. - Ташкент: "Turon-Iqbol", 2014. с. 240
2. *Романов В. Г.* Обратные задачи математической физики. М.: Наука. 1984. с. 264.
3. *Кабанихин С. И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, 2009. с. 457.
4. *Durdiev D. K.* Some multidimensional inverse problems of memory determination in hyperbolic equations// Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom., 2007, Volume 3, № 4, pp. 411-423.
5. *Durdiev D.K.* Global solvability of an inverse problem for an integro-differential equation of electrodynamics// Diff. Equ., Volume 44, No. 7, 2008, pp. 893-899

## TWO-DIMENSIONAL INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE KERNEL OF THE INTEGRO-DIFFERENTIAL HEAT EQUATION

**Jumaev J. J., Ibragimova Sh.E.**

*Bukhara branch of the institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy, Tashkent, Uzbekistan  
BSU, Bukhara, Uzbekistan*

Consider the problem of determining the unknown functions  $u(x, y, t)$  and  $k(t)$  in the space  $D_T = \{(x, y, t) | x \in (0, p), y \in (0, q), t \in (0, T), 0 < T < +\infty\}$  such that the pair  $u, k$  satisfies the following integro-differential equation for parabolic type of second order

$$u_t - a^2 \Delta u = \int_0^t k(\tau) u(x, y, t - \tau) d\tau, (x, y, t) \in D_T, \quad (1)$$

with the initial condition

$$u|_{t=0} = \varphi(x, y), x \in [0, p], y \in [0, q] \quad (2)$$

the boundary conditions

$$u|_{x=0} = 0, u|_{x=p} = 0, u|_{y=0} = 0, u|_{y=q} = 0, \quad (3)$$

and additional condition

$$\int_0^p \int_0^q u(x, y, t) dy dx = f(t), \quad (4)$$

in which  $a$  is a positive constant,  $p, q$  and  $T$  are arbitrary positive numbers and  $\varphi(x, y), f(t)$  are given functions.

**Lemma.** *Problem (1)-(4) are equivalent to the auxiliary problem of determining the functions  $\omega(x, y, t), k(t)$  from the following equations:*

$$\omega_t - a^2 \Delta \omega = k(t) \varphi(x, y) + \int_0^t k(\tau) \omega(x, y, t - \tau) d\tau, \quad (5)$$

$$\omega|_{t=0} = a^2 \Delta \varphi(x, y), \quad (6)$$

$$\omega|_{x=0} = 0, \omega|_{x=p} = 0, \omega|_{y=0} = 0, \omega|_{y=q} = 0, \quad (7)$$

$$\int_0^p \int_0^q \omega(x, y, t) dy dx = f'(t). \quad (8)$$

where  $u_t(x, y, t) = \omega(x, y, t)$

**Theorem 1.** *Assume the conditions  $f(t) \in C^2[0, T], \varphi(x, y) \in C^2([0, p] \times [0, q]), \Delta \varphi(0, 0) = 0, \varphi_0 \neq 0, \varphi(0, y) = \varphi(x, 0) = \varphi(p, y) = \varphi(x, q) = 0, \int_0^p \int_0^q \varphi(x, y) dy dx = f(0), a^2 \int_0^p \int_0^q \Delta \varphi(x, y) dy dx = f'(0), \Delta \varphi(0, y) = \Delta \varphi(x, 0) = \Delta \varphi(p, y) = \Delta \varphi(x, q) = 0$  are hold. Then there exists sufficiently small number  $T^* \in (0, T)$  that the solution to the problem (5)- (8) in the class of functions  $\omega(x, y, t) \in C^{2,1}(D_{T^*}), k(t) \in C[0; T^*]$  exist and unique.*

In the work, the solvability of inverse problem for integro-differential second-order parabolic equation with initial-boundary conditions was studied. The considered problem was reduced to an auxiliary problem in a certain sense and its equivalence to the original problem was shown. Then the auxiliary problem was reduced to an equivalent closed system of Volterra-type integral equations with respect to unknown functions. Applying the method of contraction mappings to this system in the continuous class of functions with weighted norms, we proved the main result of the article, which is a global existence and uniqueness theorem of inverse problem solutions.

### REFERENCES

1. Romanov V.G. Inverse Problems of Mathematical Physics, Moscow: Nauka, 1984(in Russian).
2. Durdiev D. K., Zhumaev Zh. Zh. One-dimensional inverse problems of finding the kernel of the integro-differential heat equation in a bounded domain. *Ukrains'kyi Matematychnyi Zhurnal*, 11(73),2021, pp. 1492-1506.
3. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. Equations of Mathematical Physics, Moscow: Nauka, 1977(in Russian).

## INTEGRAL REPRESENTATIONS FOR MATRIX FACTORIZATIONS OF THE HELMHOLTZ EQUATIONS

**Juraev D. A.**

*Post Doctoral Fellow*

*Department of Mathematics,*

*Anand International College of Engineering,*

*Near Kanota, Agra Road, Jaipur-303012, Rajasthan, India*

*e-mail: [juraevdavron12@gmail.com](mailto:juraevdavron12@gmail.com)*

In this paper, we are talking about an integral formula for matrix factorizations of the Helmholtz equations in a multidimensional bounded domain.



Let  $\mathbb{R}^m$  be a  $m$ -dimensional real Euclidean space,  $x = (x_1, \dots, x_m) \in R^m$ ,  $y = (y_1, \dots, y_m) \in R^m$ ,  $x' = (x_1, \dots, x_{m-1}) \in R^{m-1}$  and  $y' = (y_1, \dots, y_{m-1}) \in R^{m-1}$ .

$G_\rho \subset R^m$  be a bounded simply-connected domain, the boundary of which consists of the surface of the cone  $\partial G_\rho$  and a smooth piece of the surface  $S$ , lying in the cone  $G_\rho$ , i.e.,  $\partial G_\rho = S \cup T$ ,  $T = \partial G_\rho \setminus S$ . Let  $(0, 0, \dots, x_m) \in G_\rho$ ,  $x_m > 0$ .

Let  $D(\xi^T)$  be a  $(n \times n)$ -dimensional matrix with elements consisting of a set of linear functions with constant coefficients of the complex plane for which the following condition is satisfied:

$$D^*(\xi^T)D(\xi^T) = E(|\xi|^2 + \lambda^2)u^0,$$

where  $D^*(\xi^T)$  is the Hermitian conjugate matrix  $D(\xi^T)$ ,  $\lambda$  – is a real number.

We consider a system of differential equations in the region  $G_\rho$

$$D(\partial_x)U(x) = 0, \quad (1)$$

where  $D(\partial_x)$  is the matrix of first-order differential operators.

We denote by  $A(G_\rho)$  the class of vector functions in the domain  $G_\rho$  continuous on  $\bar{G}_\rho = G_\rho \cup \partial G_\rho$  and satisfying system (1).

If  $U(y) \in A(G_\rho)$ , then the following integral formula of Cauchy type is valid

$$U(x) = \int_{\partial G_\rho} N_\sigma(y, x; \lambda) U(y) ds_y, \quad x \in G,$$

where

$$N_\sigma(y, x; \lambda) = \left( E \left( \Phi_\sigma(y, x; \lambda) u^0 \right) D^*(\partial_x) \right) D(t^T),$$

$$\Phi_\sigma(y, x; \lambda) = \frac{E_\rho(\sigma^{1/\rho} \gamma)}{c_m} \frac{\partial^{k-1}}{\partial s^{k-1}} \int_0^\infty \operatorname{Im} \left[ \frac{E_\rho(\sigma^{1/\rho} w)}{w - x_m} \right] \frac{\psi(\lambda u)}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du,$$

Here

$$\psi(\lambda u) = \begin{cases} u I_0(\lambda u), & m = 2k, k \geq 1, \\ \cos(\lambda u), & m = 2k + 1, k \geq 1. \end{cases}$$

$$c_m = \begin{cases} (-1)^{k-1} (k-1)! (m-2) \omega_m, & m = 2k, k \geq 1, \\ (-1)^k 2^{-k} (2k-1)! (m-2) \pi \omega_m, & m = 2k + 1, k \geq 1. \end{cases}$$

$t = (t_1, \dots, t_m)$  – is the unit exterior normal, drawn at a point  $y$ , the surface  $\partial G_\rho$ ,  $\omega_m$  – area of a unit sphere in space  $R^m$ ,  $I_0(\lambda u) = J_0(i\lambda u)$  – is the Bessel function of the first kind of zero order,

$E_\rho(\sigma^{1/\rho} w)$  – is the entire Mittag-Leffler function (see [1]-[4]).

#### REFERENCES:

1. Juraev D.A. On the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a bounded domain. Siberian Electronic Mathematical Reports, 15, 11-20, (2018).
2. Juraev D.A. On the solution of the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in a multidimensional spatial domain. Global and Stochastic Analysis, 9(2), 1-17, (2022).
3. Dzharbashyan M.M. Integral transformations and representations of functions in complex domain. Nauka, Moscow, 1966.
4. Tarkhanov N.N. The Cauchy problem for solutions of elliptic equations, V. 7, Akad. Verl., Berlin, (1995).

# NON-LOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE SPACE-DEGENERATE PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

<sup>1,2</sup>Karimov E.T., <sup>2</sup>Toshtemirov B. H.

<sup>1</sup>Fergana State University, Fergana, Uzbekistan

[erkinjon@gmail.com](mailto:erkinjon@gmail.com)

<sup>2</sup>V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan

[toshtemirovbh@gmail.com](mailto:toshtemirovbh@gmail.com)

Modeling the phenomena in physics or engineering often requires to study fractional order partial differential equations. Proposing the methods to solve these problems sometimes depends on the type of the equation and the fractional differential operators used in it. Finding an effective and convenient methods for solving the fractional partial differential equations (PDEs) is also an interesting part of the research among its applications. For example, the method of separation variables is often used to solve PDEs with any arbitrary order of derivatives and in this problem, it can be divided into two problems of solving ordinary differential equations.

In physics, fractional order of Langevin equation plays an important role as a more detailed description of Brownian motion [1]. When we consider the concept of the diffusion process which is associated with the random motion of particles in the space despite several other applications, it can be said that the Langevin equation itself is attractive and many various differential equations related to it have been considered so far. This paper is further development and generalization of [2] which was key motivation to investigate the present work

In  $\Omega = \{(x, t) : -1 < x < 1, 0 < t \leq T\}$  domain, we are concerned with investigating the following space-degenerate partial fractional differential equation

$$D_{0+}^{(\alpha_1, \beta_1)\mu_1} \left( D_{0+}^{(\alpha_2, \beta_2)\mu_2} u(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1-x^2) u_x(x, t) \right] \right) = f(x, t) \quad (1)$$

where  $D_{0+}^{(\alpha_j, \beta_j)\mu_j}$  stands for bi-ordinal Hilfer fractional derivative [2],  $0 < \alpha_j, \beta_j < 1, 0 \leq \mu_j \leq 1$ . The equation (1) is generated by considering the fractional Langevin equation in the case of PDE.

**Problem.** It is required to find a solution of Eq.(1) satisfying the following regularity conditions

$$t^{1-\gamma_2} u, t^{1-\gamma_2} D_{0+}^{(\alpha_2, \beta_2)\mu_2} u \in C(\overline{\Omega}), \quad I_{0+}^{1-\gamma_1} D_{0+}^{(\alpha_2, \beta_2)\mu_2} u \in C^1(\Omega), \quad u_{xx} \in C(\Omega)$$

and initial conditions

$$\lim_{t \rightarrow 0+} I_{0+}^{1-\gamma_2} u(x, t) = \psi(x), \quad -1 \leq x \leq 1$$

and also subject to non-local condition in time

$$u(x, T) = \sum_{i=1}^m p_i I_{0+}^{q_i} D_{0+}^{\delta_2 + \gamma_1} u(x, \tau_i), \quad -1 < x < 1,$$

moreover,  $u(x, t), u_x(x, t)$  are bounded at  $x = \pm 1$ , where  $\psi(x), f(x, t)$  are given functions,  $q_i > 0, p_i \in \mathbb{R}, \gamma_j = \beta_j + \mu_j(1 - \beta_j), \delta_j = \beta_j + \mu_j(\alpha_j - \beta_j), j = 1, 2, 0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_m \leq T$  and also we assume  $\gamma_1 \geq \gamma_2 - \delta_2$ .

In this paper, we investigate the unique solvability of the non-local problem for the space-degenerate partial differential equation with bi-ordinal Hilfer fractional derivative. By using certain aspects of the equation and the properties of the Legendre polynomials the unique solution is constructed with help of the method of separation variables. The distinctive side of this work is that the uniqueness of the solution depends on the way of choosing the points in the non-local condition. Also, the conditions for given data are more specific than the considering general operator. Moreover, this work quite generalizes the Langevin-type equations with space variable and it might have some physical implementations.

## REFERENCES

1. *F. Reif*. Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, Mc-Graw Hill New York, 1965.
2. *N. Al-Salti, E. Karimov*. Inverse source problems for degenerate time-fractional PDE. Progr. Fract. Differ. Appl. 8 (1), (2022), 39-52.

**VAQT BO`YICHA O`ZGARUVCHI KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN TESKARI MASALA**

**Karimov T.E., Jumayev J.A.**

*Farg'ona davlat universiteti, Farg'ona, O'zbekiston*

$\Omega = \{(x, t), 0 < x < 1, 0 < t < T\}$  quyidagi differensial tenglamani qaraylik:

$$D_{0t}^{\alpha(t)} u(t, x) - u_{xx}(t, x) = g(t, x), \quad (1)$$

bu yerda  $0 < \alpha(t) \leq 1$ ,  $g(t, x)$  – berilgan funksiya,  $D_{0t}^{\alpha(t)} f(t)$  Kaputo Fabritsio integro-differensial operatorining [1] o`zgaruvchi tartibli variant bo`lib,

$$D_{0t}^{\alpha(t)} f(t) = \frac{B(\alpha(t))}{1 - \alpha(t)} \int_0^t e^{\frac{\alpha(t)}{1 - \alpha(t)}(t-s)} f'(s) ds \quad (2)$$

(1) tenglama uchun teskari masalani tadqiq etishda  $g(t, x) = a(t)f(t, x)$  ko`rinishda yozib olib,  $f(t, x)$  noma`lum funksiya deb  $a(t)$  noma`lum funksiyani topishga harakat qilamiz.

**Masala.** Shunday  $\{u(t, x), a(t)\}$  funksiyalar jufti topilsinki, ular  $\Omega$  sohada

$$D_{0t}^{\alpha(t)} u(t, x) - u_{xx}(t, x) = a(t)f(t, x) \quad (3)$$

tenglamani ushbu

$$u(t, 0) = u(t, 1) = 0, 0 < t < T \quad (4)$$

chegaraviy va

$$u(0, x) = \varphi(x), 0 \leq x \leq 1 \quad (5)$$

boshlang`ich shartni qanoatlantirsin. Shuningdek quyidagi  $u(t, x) \in C(\bar{\Omega}), u_t(t, x) \in L_1[0, T], u_{xx}(t, x) \in C[0, 1], a(t) \in C[0, T]$  regulyar shartlarini ham qanoatlantirsin. Bu yerda  $f(t, x)$  va  $\varphi(x)$  funksiyalar berilgan yetarlicha silliq funksiyalar bo`lib,  $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$

$$\int_0^1 u(t, x) dx = E(t), t \in [0, T] \quad (6)$$

Izlanayotgan funksiyalarni

$$u(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} V_k(t) \sin \pi kx, \quad f(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(t) \sin \pi kx \quad (7)$$

ko`rinishida qidiramiz. (3) tenglama va (5) boshlang`ich shartdan quyidagi tenglamani olamiz:

$$\begin{cases} D_{0t}^{\alpha(t)} V_k(t) + (k\pi)^2 V_k(t) = f_k(t)a(t) \\ V_k(0) = \varphi_k \end{cases}, \quad (8)$$

bu yerda  $\varphi_k = 2 \int_0^1 \varphi(x) \sin(k\pi x) dx$ ,  $f_k = 2 \int_0^1 f(x) \sin(k\pi x) dx$ . (8) masala  $f_k(0) = (k\pi)^2 \varphi_k$  shart bo`yicha integral tenglamaga keltiriladi:

$$V_k(t) + \int_0^t V_k(s) K(t, s) ds = b_k(t) \quad (9)$$

Bu yerda  $b_k(t) = \frac{1 - \alpha(t)}{B(\alpha(t)) + (k\pi)^2(1 - \alpha(t))} \left[ f_k(t)\alpha(t) + \frac{B(\alpha(t))}{1 - \alpha(t)} e^{\frac{\alpha(t)}{1 - \alpha(t)}(t-s)} \varphi_k \right]$  va

$$K(t, s) = \alpha(t) B(\alpha(t)) e^{\frac{\alpha(t)}{1 - \alpha(t)}(t-s)} \left\{ (1 - \alpha(t)) [B(\alpha(t)) + (k\pi)^2(1 - \alpha(t))] \right\}^{-1}.$$

Berilganlarga ma`lum shartlar qo`yish asnosida (9) tenglama yechimini topamiz va uni (7) ga qo`yib, (6) shartdan foydalanamiz va quyidagi  $a(t) - \int_0^t a(s)\tilde{K}(t,s)ds = \tilde{E}(t)$  ko`rinishdagi 2-tur Volterra integral tenglamasiga kelamiz. Bu yerda

$$\tilde{K}(t,s) = \left( \int_0^t f(t,x)dx + \frac{(1-\alpha(t))f_{2k+1}(t)}{B(\alpha(t)) + (k\pi)^2(1-\alpha(t))} \right) \times \frac{(1-\alpha(t))f_{2k+1}(s)}{B(\alpha(s)) + (k\pi)^2(1-\alpha(t))} R(t,s)$$

$$\tilde{E}(t) = \left( D_{0t}^{\alpha(t)} E(t) + \int_0^t \frac{B(\alpha(s))\varphi_{2k+1}}{B(\alpha(s)) + (k\pi)^2(1-\alpha(t))} R(t,s) \right) \times \left( \int_0^1 f(t,x)dx + \frac{(1-\alpha(t))f_{2k+1}(t)}{B(\alpha(t)) + (k\pi)^2(1-\alpha(t))} \right)^{-1}$$

Bu tenglamaning yadrosi va o`ng tomoni uzluksiz ekanligidan tenglama yechimini rezolventa orqali ifodalash mumkin.

#### ADABIYOTLAR

1. Caputo M, Fabrizio M. A new definition of fractional derivative without singular kernel. Prog.Freet.Differ.Appl 2015,№1,p.1-15
2. Zheng X, Wong H, Fu H. Well-posedness of fractional differential equations with variable-order Caputo Fabrizio derivative, Chaos, Solitons and fractals, 2020 №138,109966, 7-pages.

### THRESHOLD ANALYSIS OF THE ONE-RANK PERTURBATION NON-LOCAL DISCRETE LAPLACIAN

<sup>1</sup>Kurbonov O.I., <sup>2</sup>Axralov H.Z., <sup>3</sup>Aktamova V.U

<sup>1</sup>*Institute of mathematics named after V.I. Romanovsky, Tashkent, Uzbekistan*  
oybekq330@gmail.com

<sup>2</sup>*Tashkent state technical university, Tashkent, Uzbekistan*  
axralovh@mail.ru

<sup>3</sup>*Samarkand Institute of Veterinary Medicine, Samarkand, Uzbekistan*  
vaktamova@mail.ru

Let  $T^d = [-\pi; \pi]^d$  be the  $d$ -dimensional torus  $d = (1, 2, \dots)$ ,  $L^2(T^d)$  be the Hilbert space of  $L^2$ -functions on  $T^d$ .

In this paper, for a given strictly increasing continuous function  $\Psi \in C(0; \infty)$ , we define a momentum representation of the non-local discrete Laplacian  $\Psi(-\Delta)$  as a multiplication operator by  $\Psi(e(p))$ :

$$h_0 f(p) = \Psi(e(p)) f(p), \quad f \in L^2(T^d)$$

where

$$e(p) = \sum_{i=1}^n (1 - \cos p_i), \quad p \in T^d,$$

$V$  is a rank one integral operator:

$$(Vf)(p) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_{T^d} f(q) dq, \quad f \in L^2(T^d) \quad (1)$$

The momentum representation of the non-local discrete Schrödinger operator acts in the space  $L^2(T^d)$  as

$$h_\mu = h_0 - \mu V, \quad \mu \in R \quad (2)$$

In order to take the main results we make the following hypothesis.

**Hypothesis 1. Suppose**

$$C_1 |x - e(0)|^\alpha \leq |\Psi(x) - \Psi(e(0))| \leq C_2 |x - e(0)|^\alpha$$

for some  $0 < \alpha \leq 1$ , where

$$C_1 = \liminf_{x \rightarrow 0^+} \frac{\Psi(x) - \Psi(e(0))}{|x|^\alpha}, \quad C_2 = \limsup_{x \rightarrow 0^-} \frac{\Psi(x) - \Psi(e(0))}{|x|^\alpha}$$

and  $0 < C_1 < C_2$ .

We define the number:

$$\mu_0 = (2\pi)^d \left( \int_{T^d} \frac{dq}{\Psi(e(q)) - \Psi(e(0))} \right)^{-1}. \quad (3)$$

**Definition 1.** Let the a measurable (non-trivial) function  $f$  in  $T^d$  be solution of the equation  $h_\mu f = \Psi(e(0))f$ .

a) If  $f \in L^2(T^d)$  we say that the number  $\Psi(e(0))$  is a lower threshold eigenvalue of the operator  $h_\mu$ .

b) If  $f \in L^1(T^d) \setminus L^2(T^d)$  we say that the number  $\Psi(e(0))$  is a lower threshold resonance of the operator  $h_\mu$ .

c) If  $f \in L^\varepsilon(T^d) \setminus L^1(T^d)$  for any  $\varepsilon$  ( $0 < \varepsilon < 1$ ) we say that number  $\Psi(e(0))$  is a lower super threshold resonance of operator  $h_\mu$ .

d) If  $h_\mu f = \Psi(e(0))f$  equation has only trivial solution, the number  $\Psi(e(0))$  is a regular point of operator  $h_\mu$ .

**Theorem 1.** a) If  $\alpha < d/4$  the number  $\Psi(e(0))$  is the threshold eigenvalue of  $h_\mu$ .

b) If  $d/4 \leq \alpha < d/2$  the number  $\Psi(e(0))$  is the threshold resonance of  $h_\mu$ .

c) If  $\alpha \geq d/2$  the number  $\Psi(e(0))$  is the regular point of the operator  $h_\mu$ .

**Theorem 2.** Let  $\mu_0$  be given by (3) and  $z(\mu)$  be an eigenvalue. The function  $\mu: (\mu_0; \infty) \rightarrow z(\mu)$  is real-analytic strictly decreasing convex in  $(\mu_0; \infty)$  and satisfies

$$\lim_{\mu \rightarrow \mu_0 + 0} z(\mu) = \Psi(e(0))$$

and

$$\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{z(\mu)}{\mu} = -(2\pi)^d.$$

### 3 O'LCHOVLI FAZODA ELLIPTIK TIPLI TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN KOSHI MASALASINING REGULYARIZATSIYASI

<sup>1</sup>Malikov Z., <sup>2</sup>Otajonova S.Sh.

Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O'zbekiston.

Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston.

Bu ishda 3 o'lchovli chegaralangan sohada elliptik tipli tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasining regulyarizatsiyasi oshkor ko'rinishda keltirilgan.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz. Faraz qilaylik,  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $y = (y_1, y_2, y_3) \in R^3$  dan olingan nuqtalardan iborat bo'lsin:

$$r = |y - x| = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + (y_3 - x_3)^2}$$

$$\alpha^2 = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2; \quad \alpha^2 = S; \quad w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3; \quad u \geq 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)^T; \quad u(x) = (u_1(x), u_2(x), \dots, u_n(x))^T$$

$$u^0 = (1, 1, \dots, 1) \in T^n; \quad n \geq 3 \quad E(x) - \text{diagonal matritsa.}$$

$A_{n \times l}(x)$  ( $n, l \geq 3$ ) - orqali shunday  $D(x^T)$  matritsalar to'plamini belgilaymiz, buning elementlari ko'effitsiyentlari kompleks sonlar maydonidan olingan chiziqqli ifodalar bo'lib, quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

$$D^*(x^T) \cdot D(x^T) = E(|x|^2 \cdot u^0),$$

bu yerda,  $D^*(x^T)$  matritsa  $D(x^T)$  ga ermitli qo'shma bo'lgan matritsadan iboratdir.

$G$  sohada  $R^3$  dan olingan chegaralangan soha bo'lib, uning chegarasi  $y_3 > 0$  yarim fazoda joylashgan  $S$  sirtidan va  $y_3 = 0$  tekislikning bir qismidan iborat bo'lgan soha bo'lsin.

$G$  sohada quyidagi tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = 0, \quad x \in G, \quad (1)$$

bu yerda,  $D(x^T)$  xarakteristik matritsa  $A_{\text{inv}}(x)$  dan matritsalaridan iborat bo'lsin.

Agar  $u(x) \in C'(G) \cap C(\bar{D})$  sinfdan olingan vektor funksiya bo'lib (1) sistemani qanoatlantirsa, u holda quyidagi integral formula o'rinlidir. [1]

$$u(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y, x) u(y) dS_y, \quad x \in G, \quad (2)$$

bu yerda,  $N_\sigma(y, x)$  quyidagicha aniqlanadi.

$$N_\sigma(y, x) = \left( E(\phi_\sigma(y, x) \cdot u^0) D^*\left(\frac{\partial}{\partial y}\right) D(t') \right),$$

bunda  $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  tashqi birlik normal vektordir.

Koshi masalasi (1) sistema uchun quyidagicha qo'yiladi.  $G$  sohada shunday  $u(x)$  – vektor funksiyasini topish lozimki, u  $u(x) \in C'(G) \cap C(\bar{G})$  sinfdan olingan bo'lib, (1) sistemani qanoatlantirib,

$$u(y)|_S = f(y). \quad (3)$$

(3) shartdan foydalanib  $u(y)$  165arama funksiyani  $G$  sohada aniqlashga (1) sistema uchun Koshi masalasi deyiladi. [2]

$\phi_\sigma(y, x)$  quyidagicha aniqlanadi:

$$\phi_\sigma(y, x) = \frac{1}{4\pi \exp(-\sigma x_3^2)} \int_0^\infty J_m \frac{\exp\left(-\sigma\left(\sqrt{u^2 + \alpha^2}i + y_3\right)\right)}{\left(i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3 \cdot x_3\right)\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du,$$

bunda  $\sigma$  – 165arameter.

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$u_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y, x) u(y) dS_y, \quad x \in G \quad (4)$$

**Teorema.** Agar  $u(x) \in C'(G) \cap C(\bar{G})$  bo'lib, (1) sistemani qanoatlantirsa va

$|u(y)| \leq 1, y \in \partial G \setminus S$  shart bajarilsa, u holda

$$|u(x) - u_\sigma(x)| \leq C(x) \sigma \exp(-\sigma x^2), \quad x \in G$$

tengsizlik o'rinlidir.

#### ADABIYOTLAR

1. *H. H. Tarxanov* «Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа». АН. СССР Красноярск 1980 с. 147-160.
2. *М. М. Лаврентьев* «О некоторых некорректных задачах математического физик». Изд. СОАИ СССР Новосибирск 1962 г.
3. *Ш. Ярмухаммедов* «О продолжением решения уравнения Гельмгольца». ДАН СССР. 1977. Т 357, с. 320-323.

# ON PERIODIC SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATION WITH CONSTANT ARGUMENT

**Muminov M.I., Radjabov T.A.**

*Samarkand state university*

mmuminov@mail.ru, radjabovtirkash@yandex.com

Functional differential equations with deviated argument provide a mathematical model for systems where the changes of state depend upon its past history or its future [1]. For a survey of work on ordinary and partial differential equations with piecewise constant arguments (DEPCA) we refer the reader to [2], [3]. DEPCA also arises in the process of replacing some terms of a differential equation by their piecewise constant approximations. This point of view has applications in impulsive or loaded differential equations of control theory, and stabilization of systems with discrete (sample) control [3],[4].

In this paper, we consider a linear differential equations with piecewise constant argument of the form

$$T'(t) + a(t)T(t) + b(t)T([t]) = 0, \quad t > 0, \quad (1)$$

with

$$T(0) = v, \quad (2)$$

where nonzero functions  $a(t), b(t)$  are 1-periodic and continuous on  $R_+ = [0, \infty)$ .

**Definition.** A function  $T(t)$  is called a solution of (1, 2) if the following conditions are satisfied:

- (i)  $T(t)$  is continuous on  $R_+$ ;
- (ii)  $T'(t)$  exists and is continuous in  $R_+$ , with possible exception at points  $[t] \in R_+$ , where one-sided derivatives exist;
- (iii)  $T(t)$  satisfies Eq. (1, 2) in  $R_+$ , with the possible exception at the points  $[t] \in R_+$ .

The solution of (1) is well defined for all  $t \geq 0$  and given by

$$T(t) = T(0) \prod_{i=0}^{n-1} (M(i, i+1)) M(n, t) \quad \text{for } t \in [n, n+1), \quad n = 1, 2, \dots$$

where

$$M(i, t) = e^{\int_i^t a(m) dm} \left( 1 - \int_i^t b(s) e^{\int_i^s a(r) dr} ds \right)$$

**Theorem.** Let  $a(t)$  and  $b(t)$  be 1-periodic continuous functions. Then the solution for (1, 2) is  $n$ -periodic iff

$$\prod_{i=0}^{n-1} M(i, i+1) = 1.$$

**Example.** Let  $a(t) = 1$  va  $b(t) = \beta \sin 2\pi t$ , where  $\beta$  is the root of

$$\left(1 - \frac{\beta}{1 + 4\pi^2} (1 - e)\right) \left(1 - \frac{\beta e}{1 + 4\pi^2} (1 - e)\right) \left(1 - \frac{\beta e^2}{1 + 4\pi^2} (1 - e)\right) - e^3 = 0.$$

For this case the solution for (1, 2) is unique 3-periodic solution defined as

$$T(t) = T(0) e^{-2} \prod_{i=0}^1 \left(1 - \frac{\beta e^i}{1 + 4\pi^2} (1 - e)\right) e^{-(t-2)} \left(1 - \frac{\beta e^2}{1 + 4\pi^2} (1 + e^{t-2} (\sin 2\pi t - \cos 2\pi t))\right),$$

$$t \in [n, n+1), n = 0, 1, 2.$$

## REFERENCES

1. Hale, JK, V. Lunel, SM: *Introduction to Functional Differential Equations*. Springer, New York, 1993.
2. K. L. Cooke and J. Wiener, *A survey of differential equations with piecewise continuous arguments*, Delay Differential Equations and Dynamical Systems, vol. 1475 (1991), 1–15, Springer, Berlin, Germany.
3. Wiener, J., *Generalized Solutions of Functional Differential Equations*, World Scientific, Singapore, 1993.
4. Veloz and M. Pinto. *Existence, computability and stability for solutions of the diffusion equation with general piecewise constant argument*. J. Math. Anal. Appl. 426(1): 330-339, 2015.

# THE PROBLEM OF INTEGRAL GEOMETRY IN THREE-DIMENSIONAL SPACE WITH A WEIGHT FUNCTION OF A SPECIAL FORM

**Muminov M.I., Ochilov Z.Kh.**

*Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan.*

Integral geometry problems naturally arise in the study of many mathematical models in such widely applied areas as seismic exploration, interpretation of geophysical and aerospace observations, various processes described by kinetic equations, etc.

Some questions of integral geometry as the problems of restoring a function on some linear space from the set of values of this function on a given family of manifolds embedded in this space are studied [1, 2].

In [3], new classes of the integral geometry problem were studied, new approaches were introduced to the study of problems of recovering a function from weight functions with a singularity.

In this paper we consider problems of integral geometry in three-dimensional space with a weight function of a special form. Under some natural conditions we prove the existence, uniqueness theorem for the considering problem. For a certain class of weight functions and a family of given functions, an exact solution of the problem is found.

We introduce the following notations

$$(x, y, z) \in R^3, (\xi, \eta, \zeta) \in R^3, \Omega = \{(x, y, z) : x \in R^1, y \in R^1, z \in (0, h), h < \infty\}.$$

A family of cones  $S(x, y, z)$  is considered on  $\Omega$ , which are uniquely parameterized using the coordinates of their vertices  $(x, y, z) \in \Omega$ :

$$S(x, y, z) = \{(\xi, \eta, \zeta) : (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = (z - \zeta)^2, \xi \in R, \eta \in R, 0 \leq \zeta \leq z - r, 0 < r < z\}.$$

**Problem A.** Determine a function of three variables  $u(x, y, z)$ , if the integrals of the function  $u(x, y, z)$  over a family of cones  $S(x, y, z)$  are known for all  $(x, y, z) \in \Omega$ :

$$\iint_{S(x, y, z)} g(x - \xi, y - \eta) u(\xi, \eta, \zeta) ds = f(x, y, z) \quad (1)$$

where  $g$  is the weight function on  $R^2$  and  $f$  is the function defined on  $\Omega$ .

**Theorem 1. (Existence)** Let the function  $g(\cdot, \cdot)$  be differentiable function in  $R^2$  with  $g(0, 0) \neq 0$  and  $f \in L_2(\Omega)$  be a continuous function in  $(x, y, z) \in \Omega$  and have continuous partial derivatives with respect to the variable  $z$  with  $\frac{\partial}{\partial z} f \in L_2(\Omega)$ ,  $f(x, y, 0) = 0$  and  $\frac{\partial}{\partial z} f(x, y, 0) \neq 0$ .

Then the solution to Problem A is unique.

The following theorem provides a more precise solution to the problem of some given weight functions  $g(x - \xi, y - \eta)$ .

**Theorem 2.** Let  $f \in L_2(\Omega)$  be a continuous function in  $(x, y, z) \in \Omega$  and have continuous partial derivatives up to the second order with respect to the variable  $z$  with  $\frac{\partial}{\partial z} f, \frac{\partial^2}{\partial z^2} f \in L_2(\Omega)$ ,

$$f(x, y, 0) = 0, \text{ and } \frac{\partial}{\partial z} f(x, y, 0) = 0.$$

Let

$$g(x - \xi, y - \eta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2, \quad (2)$$

where then the function

$$u(x, y, z) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^z \frac{\frac{\partial}{\partial \rho} f(\rho, x, y, z)}{\rho^3} d\rho \quad (3)$$

is unique solution of the Problem A.

## REFERENCES

1. *M.M. Lavrentyev, L.Ya. Savelyev.* Operator theory and ill-posed problems. Publishing house of the Institute of Mathematics. Moscow. 2010.



2. S.I. Kabanikhin. Inverse and ill-posed problems. Siberian Scientific Publishing House, 2009.  
 3. Z.Kh. Ochilov, M.I. Muminov. On the problem of restoring a function in three-dimensional space by the family of cones. Advances in Mathematics: Scientific Journal. №10 (11). 2021. 3505 - 3513.

## ON THE DISCRETE SPECTRUM OF THE THREE-PARTICLE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A TWO-DIMENSIONAL LATTICE

<sup>1,2</sup>Muminov Z.I., <sup>3</sup>Radjabov T.A.

<sup>1</sup> National University of Uzbekistan, Uzbek-Israel Joint Faculty, Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup> Uzbekistan Academy of Sciences, V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, , Tashkent, Uzbekistan <sup>1,2</sup> zimuminov@gmail.com

<sup>3</sup> Kattakurgan branch of Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan <sup>3</sup> radjabovtirkash@yandex.com

In the present article, we consider two-dimensional counterpart of the operator In [4], and we show that there are similar properties of these operators.

The operator  $H(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$  has form

$$H(K) = H_0(K) - V_1 - V_2 - V_3.$$

Here, the operators  $H_0(K)$  and  $V_\alpha$  are defined on the Hilbert space  $L_2((\mathbb{T}^2)^2)$  by

$$(H_0(K)f)(p, q) = E(K; p, q)f(p, q), \quad f \in L_2((\mathbb{T}^2)^2), \quad (1)$$

with

$$E(K; p, q) = \varepsilon_1(p) + \varepsilon_2(q) + \varepsilon_3(K - p - q).$$

and

$$\begin{aligned} (V_1 f)(p) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{T}^2} f(p, s) ds, & (V_2 f)(q) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{T}^2} f(s, q) ds, \\ (V_3 f)(p, q) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{T}^2} f(s, x + y - s) ds, & f &\in L_2((\mathbb{T}^2)^2). \end{aligned} \quad (2)$$

The real-valued continuous function

$$\varepsilon_\alpha(p) = \frac{1}{m_\alpha} \varepsilon(p), \quad \varepsilon(p) = 2 - \cos p^{(1)} - \cos p^{(2)}, \quad p = (p^{(1)}, p^{(2)}) \in \mathbb{T}^2,$$

is called the *dispersion relation of the  $\alpha$ -th normal mode* associated with the free particle  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ).

The following assertion is proven by elementary methods, as in [3].

**Lemma 2.1** For all  $\mu_\alpha > 0$ ,  $\alpha = 1, 2$  there exists a unique simple zero  $z = z_\alpha(\mu_\alpha)$  of  $\Delta_\alpha(z)$  in the interval  $(-\infty, E_{\min}(K))$ , i.e.  $\Delta_\alpha(z_\alpha(\mu_\alpha)) = 0$ .

**Lemma 3.1** A number  $z \in C \setminus \sigma_{\text{ess}}(H^1)$  is an eigenvalue of the operator  $H^1$  if and only if for some  $n \in \mathbb{Z}^2$  the relation

$$D_n(z) = 1 - (\mu_1 + \mu_2)d_0(z) + \mu_1\mu_2(d_0^2(z) - d_k^2(z)) = 0$$

holds.

Using the method of integral equations, we show that there exist an infinite set of distinct eigenvalues and find the corresponding eigenfunctions.

**Theorem 3.1** Let  $z_{\min} = \inf\{z_1, z_2\}$  and let  $z_{\max} = \sup\{z_1, z_2\}$ . Fix arbitrary  $\mu_1, \mu_2$  and  $\mu_3$ . Then, there exist infinite sets of eigenvalues  $z_n \in (-\infty, z_{\min})$  and  $\xi_n \in (z_{\max}, E_{\min}(K))$ ,  $n \in \mathbb{Z}^2$ , of  $H(K)$  such that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = z_{\min} \quad \text{and} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \xi_n = z_{\max}.$$

### REFERENCES

1. Lakaev, S. The Efimov effect of a system of three identical quantum lattice particles. Funkcional. Anal. Prilozhen. **1993**, 27, 15–28. Translation in Funct. Anal. Appl.
2. Yafaev, D. Scattering Theory: Some Old and New Problems. Lecture Notes in Mathematics **1735**. Springer-Verlag, Berlin, 2000.
3. Albeverio, S., Lakaev, S., Muminov, Z. Schrödinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics. Ann. Inst. H. Poincaré Phys. Theor. **2004**, 5, 743–772.
4. Muminov M.I., Aliev N. M. O spektre trexchastichnogo operatora Shredingera na odnomernoy reshetke. Theoret. and Math. Phys. **2012**, 171:3, 754–768.

## IKKINCHI TARTIBLI BIR JINSLI CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING YECHIMINI TEKSHIRISH

<sup>1</sup>Muxtarov Ya., <sup>2</sup>Xudoyberdiyev S.

<sup>1</sup>SamDU, Samarqand, O'zbekiston

<sup>2</sup>BuxDu, Buxoro, O'zbekiston

$$x^2(\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2) y'' + x(\beta_0 + x\beta_1 + \beta_2 x^2) y' + (\gamma_0 + \gamma_1 x + \gamma_2 x^2) y = 0 \quad (1)$$

ko'rinishdagi bir jinsli chiziqli differensial tenglama berilgan bo'lsin, bunda  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) o'zgarmas sonlar. Tenglamaning xususiy hollari Eyler, Bessel va Laguerre tenglamalari bo'ladi.

(1) tenglama yechimini Frobenius [1] usuliga ko'ra cheksiz qator

$$y = x^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

ko'rinishga olamiz, bunda  $a_n$  o'zgarmas sonlar.

Quyidagi tasdiq o'rinli.

**Teorema.**

$$L[y] = x^2(\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2) y'' + x(\beta_0 + x\beta_1 + \beta_2 x^2) y' + (\gamma_0 + \gamma_1 x + \gamma_2 x^2) y$$

differensial ifoda berilgan bo'lib

$$p_0(r) = \alpha_0 r \cdot (r - 1) + \beta_0 r + \gamma_0, \quad p_1(r) = \alpha_1 r \cdot (r - 1) + \beta_1 r + \gamma_1,$$

$$p_2(r) = \alpha_2 r \cdot (r - 1) + \beta_2 r + \gamma_2$$

bo'lsin. Agar

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}$$

qator  $(0, \rho)$  oraliqda yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda

$$L[y] = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^{n+r}$$

qator ham shu oraliqda yaqinlashuvchi bo'ladi, bunda

$$b_0 = p_0(r) a_0, \quad b_1 = p_0(r + 1) a_1 + p_1(r) a_0,$$

$$b_n = p_0(r + n) a_n + p_1(r + n - 1) a_{n-1} + p_2(r + n - 2) a_{n-2}, \quad n \geq 2.$$

**ADABIYOT.**

1. Ordinary Differential Equations and Dynamical systems-Providence: American Math. Sos., 2012.

## CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHDA OPERATOR USULINI QO'LLASH

**Muxtorov Ya., O'roqov N.**

O'zgarmas koeffitsientli bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamaning yechimini topishda operator usulini qo'llaymiz

$$M[D]y \equiv \sum_{k=0}^n a_k D^{n-k} y = f(x) \quad (1)$$

$n$ -chi tartibli chiziqli tenglama berilgan bunda,  $D^k y = y^{(k)}$  - operator va  $a_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) o'zgarmas sonlar.

(1) tenglamani yechimini topish uchun  $M[D]$  chiziqli operatorga teskari

$\frac{1}{M[D]}$  operatorini topish kerak bo'ladi. (1) tenglamaning xarakteristik ko'phadi

$$M(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} (\lambda - \lambda_2)^{m_2} \dots (\lambda - \lambda_k)^{m_k}$$

bo'lsa, bu holda

$$\frac{1}{M[\lambda]} = \sum_{s=1}^k \sum_{r=1}^{m_s} \frac{A_{sr}}{(\lambda - \lambda_s)^r}$$

bo'ladi, bunda  $m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$ ,  $A_{sr}$  - o'zgarmas sonlar.

Bundan  $\frac{1}{M[D]}$  teskari operator  $\frac{1}{(D-\lambda)}$  operatorlarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo'lishi kelib chiqadi:

$$\frac{1}{M[D]} = \sum_{s=1}^k \sum_{r=1}^{m_s} \frac{A_{sr}}{(D-\lambda_s)^r}$$

Natijada (1) tenglamaning yechimi

$$y = \sum_{s=1}^k \sum_{r=1}^{m_s} \frac{A_{sr}}{(D-\lambda_s)^r} f(x)$$

ko'rinishida bo'ladi.

**ADABIYOTLAR**

## SOHA CHEGARASIDA BUZILUVCHI GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALALAR

**Nomanjonova D., Alimjonova G.**

*Farg`ona politexnika instituti, Farg`ona, O`zbekistan*

$$(-y)^m U_{xx} - x^n U_{yy} = 0, \quad m, n = \text{const} > 0. \quad (1)$$

tenglamani  $\Omega$  sohada ko`ramiz.

Bu yerda  $\Omega$  - (1.1) tenglamaning  $A(0,0)$ ,  $B(h_1,0)$  nuqtadan chiquvchi xarakteristikalari

$$AC: \frac{1}{q} x^q - \frac{1}{p} (-y)^p = 0, \quad BC: \frac{1}{q} x^q + \frac{1}{p} (-y)^p = 1$$

va  $y=0$  to`g`ri chiziqning  $AB$  kesmasi bilan chegaralangan bir bog`lamli soha.

bu yerda  $2p = m + 2$ ,  $2q = n + 2$ ,  $h_1 = q^{\frac{1}{q}}$

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$J = \{(x, y): 0 < x < h_1, y = 0\},$$

$$\theta(x) = \left[ \frac{x^q}{2} \right]^{\frac{1}{q}} - i \left[ \frac{p \cdot x^q}{q \cdot 2} \right]^{\frac{1}{p}}, \quad (2)$$

$$2\alpha = n/(n+2), \quad 2\beta = m/(m+2)$$

bu yerda  $\theta(x)$ -(1.1)

**1. Masala.** Quyidagi hossalarga ega bo`lgan  $U(x, y)$  funksiya topilsin.

1)  $U(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega \cup J)$ ,

$$\int_0^1 |U_y(x^{1/q}, 0)| [x(1-x)]^{-\beta} dx < \infty;$$

2)  $U(x, y)$  (1.1) tenglamaning  $\Omega$  sohadagi regulyar yechimi;

3)  $U(x, y)$  quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$U(x, 0) = \tau(x), \quad x \in \bar{J}, \quad (3)$$

$$D_{0x^{2q}}^l (x^{2q})^{l_2} u[\theta(x)] = a_1(x)u_y(x, 0) + b_1(x), \quad x \in J, \quad (4)$$

bu yerda  $l_1$  va  $l_2$ -haqiqiy sonlar;  $\tau(x)$ ,  $a_1(x)$  va  $b_1(x)$ -berilgan funksiyalar.

**1. Teorema.** Quyidagi shartlar bajarilganda masala yagona yechimga ega bo`ladi:

1.  $l_1 < 1 - \beta$ ,  $l_2 > \max \left\{ \frac{\alpha + \beta - 2}{2}, l_1 + \frac{2\beta - 1}{2} \right\}$ ;

2.  $a_1(x) \neq 0$ ,  $\forall x \in \bar{J}$ ,  $a_1(x), b_1(x) \in C^1(\bar{J})$ ;

3.  $\tau(x) \in C^{K_8}(\bar{J}) \cap C^{K_8+2}(J)$ ,  $K_8 = \max \{0, K_7 + 1\}$ , ( $K_7 - l_1 - \beta$  ning butun qismi).

### ADABIYOTLAR

1. Симко С, Г, А,А, Маричева.и Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Наука и техника 1987, 888 с.
2. Прудников А.П, Бригков Н.А, Маричов О.И Интегралы и ряды. Дополнительные главы. М.Наука. 1986, 800 с.
3. Маричев О.И Метод вычисления интегралов от специальных функций. Минск: Наука и технике.1978, 312 с.
4. Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М:ГИФМЛ. 1959, 232 с.

# NONLOCAL PROBLEM FOR THE DEGENERATING MIXED TYPE EQUATION

**Ochilova N.K.**

*Tashkent financial institute, Tashkent, Uzbekistan,  
Tashkent Transport University, Tashkent, Uzbekistan.*

We consider equation:

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - {}_c D_{0y}^\alpha u, & \text{at } y > 0, \\ (-y)^m u_{xx} - x^n u_{yy}, & \text{at } y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

where  ${}_c D_{0y}^\alpha u = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^y (y-t)^{-\alpha} u_t(x,t) dt, \quad 0 < \alpha < 1, \quad m > n > 0.$

Let's  $\Omega$  domain, bounded with segments:  $A_1A_2 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < h_2\},$

$B_1B_2 = \{(x, y) : x = h_1, 0 < y < h_2\}, A_2B_2 = \{(x, y) : y = h_2, 0 < x < h_1\}$  at the  $y > 0,$

and by the characteristics:  $A_1C : \frac{1}{q} x^q - \frac{1}{p} (-y)^p = 0, \quad B_1C : \frac{1}{q} x^q + \frac{1}{p} (-y)^p = \frac{1}{q};$  of equation (1) at

$y < 0,$  where  $A_1(0;0), A_2(0;h_2), B_1(h_1;0), B_2(h_1;h_2)$  and  $C\left(\left(\frac{q}{2}\right)^{1/q}, -\left(\frac{p}{2}\right)^{1/p}\right).$  Here

$$2q = n + 2, \quad 2p = m + 2, \quad h_1 = q^{1/q}, \quad h_2 > 0$$

Introduce designations:  $2\alpha_1 = n/(n+2), \quad 2\beta_1 = m/(m+2), \quad 0 < \alpha_1 < \beta_1 < \frac{1}{2},$

$$\Omega^+ = \Omega \cap (y > 0), \quad \Omega^- = \Omega \cap (y < 0), \quad I_1 = \{y : 0 < y < h_2\}, \quad I_2 = \{x : 0 < x < h_1\}.$$

For the equation (1), we consider the following problem:

Find a solution  $u(x, y)$  of equation (1) from the following class of functions:

$$\Delta = \left\{ u(x, y) : u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega^-), \quad u_{xx} \in C(\Omega^+), \quad {}_c D_{0y}^\alpha u \in C(\Omega^+) \right\}$$

boundary conditions:

$$\begin{aligned} u(x, y) \Big|_{A_1A_2} &= \varphi_1(y), & u(x, y) \Big|_{B_1B_2} &= \varphi_2(y), \quad y \in \bar{I}_1, \\ a(x) (x^{2q})^{\frac{1-\alpha+\beta}{2}} \frac{d}{dx^{2q}} (x^{2q})^{\frac{1-\alpha-\beta}{2}} F_{0x} \left[ \begin{matrix} \alpha+\beta-1, \alpha+\beta \\ 2, 2 \end{matrix} \right] (x^{2q})^{\frac{2\alpha-1}{2}} u[\theta_0(x)] + \\ &+ b(x) (1-x^{2q})^{-\beta} D_{x^{2q_1}}^\alpha (x^q+1)^{\alpha-\beta} D_{x^{q_1}}^{1-\alpha-\beta} u[\theta_1(x)] + \\ &+ \delta(x) u_y(x, 0) = g(x), \quad x \in I_2, \end{aligned}$$

and gluing condition:  $\lim_{y \rightarrow +0} y^{1-\alpha} u_y(x, y) = u_y(x, -0), (x, 0) \in I_2,$  where  $a(x), b(x), \delta(x), g(x)$  and

$\varphi_i(y), (i=1, 2)$  are given functions, and that,  $a^2(x) + b^2(x) + \delta^2(x) \neq 0,$

$$\theta_0(x) = \left( \left( \frac{x^q}{2} \right)^{1/q}; - \left( \frac{px^q}{2q} \right)^{1/p} \right), \quad \theta_1(x) = \left( \left( \frac{1+x^q}{2} \right)^{1/q}; - \left( \frac{p(1-x^q)}{q \cdot 2} \right)^{1/p} \right).$$

Unique solvability of the formulated problem is proved for the following classes the given functions:  $a(x), b(x) \in C(\bar{I}_2) \cap C^2(I_2), \quad \delta(x) \in C(\bar{I}_2) \cap C^2(I_2), \quad g(x) \in C^2(I_2),$

$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C(\bar{I}_1) \cap C^1(I_1).$

# A QUASILINEAR DIFFUSIVE LOGISTIC EQUATION WITH FREE BOUNDARY

Rasulov M.S, Norov A.Q.

*Institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy, Tashkent, Uzbekistan*

[rasulovms@bk.ru](mailto:rasulovms@bk.ru), [norov@mathinst.uz](mailto:norov@mathinst.uz)

Systems in the form of reaction-diffusion equations are mostly used in modeling a variety of biological, ecological and epidemic problems. One of the well-known examples is the following diffusive logistic equation

$$u_t - du_{xx} = u(a - bu) \quad (1)$$

where  $u(t, x)$  represents the population density, the coefficient  $a$  represents the intrinsic growth rate,  $b$  measures its intraspecific competition, and  $d$  is the diffusion rate.

In this article, we study the free boundary problem for a quasilinear diffusive logistic equation:

$$k(u)u_t - du_{xx} - m_x u_x = u \left( m(x) - e^{\frac{m}{d}} u \right), \quad 0 < t \leq T, \quad 0 < x < s(t), \quad (2)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0 = s(0), \quad (3)$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad u(t, s(t)) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

$$s'(t) = -\mu u_x(t, s(t)), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

where  $x = s(t)$  is the free boundary to be determined.  $m(x) \in C^1([0, \infty))$ ,  $k(u) \geq k_0 > 0$  for any  $u > 0$ ;  $s_0, \mu, d, k_0$  are given positive constants. The initial function  $u_0(x)$  satisfies  $u_0 \in C^2([0, s_0])$ ,  $u_0' = u_0'(s_0) = 0$ , and  $u_0 > 0$  in  $[0, s_0)$ .

In 2010 year, Du and Lin [1] first introduced free boundary problem for the equation (1), which describes the expansion of biological populations.

In this article proved some aprior bounds of the solution of problem (2)-(5) by using the theory of nonlinear parabolic equation, then the global existence and uniqueness are obtained. And we prove the spreading-vanishing dichotomy and give its criterion by the method of eigenvalue problems and constructing the upper and lower solution.

**Theorem.** Let  $(u(t, x), s(t))$  be the solution of (2)-(5). Then following holds.

(i) Vanishing:  $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = s_\infty \leq L$  and  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|u(t, \cdot)\|_{C([0, s(t)])} = 0$ .

(ii) Spreading:  $s_\infty = \infty$  and  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t, x) = U(x)$  uniformly for  $x$  in any bounded set of  $[0, \infty)$ ,

where  $U(x)$  is the unique positive solution of the following problem

$$\begin{cases} -du_{xx} - m_x u_x = u \left( m(x) - e^{\frac{m}{d}} u \right), & 0 < x < \infty, \\ u_x(0) = 0. \end{cases}$$

## REFERENCES

1. Du Y.H, Lin Z.G. Spreading-vanishing dichotomy in the diffusive logistic model with a free boundary. SIAM J. Math. Anal. 2010, Vol. 42, pp. 377-405.

## BUZILISH CHIZIG'IGA EGA KVAZICHIZIQLI ELLIPTIK TENGLAMA UCHUN

### DIRIXLE-NEYMAN MASALASI

Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh.

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O`zbekiston.*

[xrasulov71@mail.ru](mailto:xrasulov71@mail.ru), [sshahlo0309@mail.ru](mailto:sshahlo0309@mail.ru)

$$y^m U_{xx} + x^m U_{yy} = f(x, y, U, U_x, U_y), \quad (1)$$

tenglamani qaraymiz, bu yerda  $m > 0$ .

$\Omega$  – soha  $x > 0$  va  $y > 0$  da  $A(1, 0)$  va  $B(0, 1)$  nuqtalarni tutashtiruvchi  $\sigma_0: x^{2p} + y^{2p} = 1$  normal egri chiziq hamda  $y = 0$  o'qidagi  $OA$  va  $x = 0$  o'qidagi  $OB$  kesma bilan chegaralangan. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$P = \{(x, y, U, U_x, U_y) : (x, y) \in \bar{\Omega}_0, -\infty < U, U_x, U_y < +\infty\},$$

$$I_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}, I_2 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\},$$

**Ta'rif.**  $\Omega$  sohada (1) tenglamaning regulyar yechimi deb (1) tenglamani qanoatlantiruvchi  $U(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$ ,  $O(0, 0)$  va  $A(1, 0), B(0, 1)$  nuqtalardan tashqari  $\partial\Omega$  da birinchi tartibli uzluksiz hosilaga ega funksiyaga aytiladi,  $O(0, 0)$  va  $A(1, 0), B(0, 1)$  nuqtalarda esa birdan kichik tartibli cheksizlikka intilishi mumkin [1].

**Dirixle-Neyman masalasi.**  $\Omega$  sohada (1) tenglamani quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi regulyar yechimini toping:

$$U(x, y) = \varphi(x, y), \quad (x, y) \in \sigma_0,$$

$$U|_{OA} = \tau(x), \quad (x, 0) \in \bar{I}_1, \quad \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\partial U}{\partial x} = \nu(y), \quad (0, y) \in I_2,$$

bu yerda  $\varphi(x, y), \tau(x), \nu(y)$  – berilgan uzluksiz funksiyalar,  $\nu(y)$  funksiya  $O(0, 0)$  va  $B(0, 1)$  nuqtalarda birdan kichik tartibli cheksizlikka intilishi mumkin.

Faraz qilamiz  $f(x, y, U, U_x, U_y) = (xy)^{2p+1} f_1(x, y, U, U_x, U_y)$ ,  $f_U(x, y, U, U_x, U_y) \geq 0$  bo'lib,  $f_1(x, y, U, U_x, U_y)$  – funksiya  $P$  da uzluksiz va barcha argumentlari bo'yicha uzluksiz hosilaga,  $\sigma_0$  da  $1 + \gamma$  ( $\gamma$  – yetarlicha musbat kichik son) tartibli nolga aylansin va  $N = \max \left\{ |f_1|, |f_{1U}|, |f_{1U_x}|, |f_{1U_y}| \right\}$   $P$  da chegaralangan bo'lsin. Qo'yidagi teorema o'rinli.

**Teorema.** Agar  $f(x, y, U, U_x, U_y)$  funksiya yuqoridagi shartlarni qanoatlantirsa va  $N < C^{-1}$  bo'lsa, Dirixle-Neyman masalasi yagona yechimga ega bo'ladi, bu yerda  $C$  – berilganlarga bog'liq aniq son.

Aytish lozimki, ikkinchi tartibli ikkita buzilish chizig'iga ega bo'lgan elliptik va giperbolik tenglamalar uchun turli chegaraviy masalalar [2-6] da o'rganilgan.

#### ADABIYOTLAR

1. *Rasulov X.R.* (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // *Uzbek Mathematical Journal*, №3, pp.117-125.
2. *Расулов Х.Р.* (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // *ДАН Республики Узбекистан*, №12, с.12-16.
3. *Rasulov X.R.* Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // *Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021*, november, 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 149.
4. *Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р.* (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // *ДАН Республики Узбекистан*, №4, с.3-7.
5. *Расулов Х.Р.* Краевые задачи для квазилинейных уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения, Бухара, «Дурдона», 2020 г., 96 с.
6. *Расулов Х.Р.* Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // *XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019*, с

## IKKITA BUZILISH CHIZIG'IGA EGA GIPERBOLIK TIPDAGI KVAZICHIZIQLI TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI

**Raupova M.X.**

*Chirchiq davlat pedagogika instituti, Chirchiq, O'zbekiston,*

*e-mail: [r.mokhinur@gmail.com](mailto:r.mokhinur@gmail.com)*

Buzilish chizig'iga ega giperbolik tipdagi tenglamalar deb masala qaralayotgan sohaning ichida tenglama giperbolik tipga, soha chegarasining bir qismi yoki chegaraning o'zida boshqa tipga tegishli tenglamaga aytiladi. Tip o'zgaradigan chiziqqa buzilish chizig'i deyiladi. Bu chiziqda tenglama parabolik tipga tegishli yoki aniqlanmagan bo'lishi mumkin. Differensial tenglamalar nazariyasida buzilish chizig'iga ega va singulyar koeffitsientli kvazichizikli giperbolik tipdagi tenglamalar muhim rol o'ynaydi.

Ushbu maqolada  $y = 0$  o'qining  $OA$  kesmasi va  $OD: x + y = 0$ ,  $DA: x^p + (-y)^p = 1$  xarakteristikalar bilan chegaralangan  $\Omega$  sohada

$$-(-y)^m U_{xx} + x^m U_{yy} + \frac{\alpha}{y} U_y = f(x, y, U)$$

tenglamani qaraymiz, bu yerda  $\alpha, m = \text{const} > 0, 2p = m + 2$ .

**Ta'rif:** Berilgan tenglamani qanoatlantiruvchi  $U(x, y) \in C[\bar{\Omega}] \cap C^2[\Omega]$  funksiyaga tenglamaning regulyar yechimi deb ataladi.

**Koshi masalasi:** tenglamani quyidagi boshlang'ich shartlarni

$$U(x, 0) = \tau(x), 0 \leq x \leq 1,$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} (-y)^\alpha U_y(x, y) = \nu(x), 0 < x < 1$$

qanoatlantiruvchi regulyar yechimini toping,  $\tau(x)$  va  $\nu(x)$  – berilgan funksiyalar, bunda  $\tau(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1)$ ,  $\nu(x) \in C(0,1] \cap C^2(0,1)$  va  $\nu(x) = O(0,0)$  nuqtada  $2/(m+2)$  tartibli ikkinchi tur uzilishga ega bo'lishi mumkin.

Kvazichiziqli giperbolik tipdagi tenglamalar uchun o'rganilgan chegaraviy masalalarda tenglamaning o'ng tomoni  $f(x, y, U, U_x, U_y)$  funksiyaga shartlar qo'yilib, masala yechimining yagonaligi va mavjudligi isbotlangan [1-4]. Yechimning mavjudligini isbotlashda asosan ketma-ket yaqinlashish usuli qo'llanilgan. Qaralgan tenglamalarda singulyar, ya'ni  $\alpha/\nu$  koeffisientli hadlar qatnashmagan.

Mazkur ishda tenglamaning yechimi mavjudligini isbotlashda yuqoridagi ishlardan farqli o'laroq, Shauder prinsipidan foydalaniladi. Natijada, o'ng tomondagi  $f(x, y, U)$  funksiyaning sinfi kengaytirilib, o'zi va  $U$  argument bo'yicha hosilasining absolyut qiymatlari chegaralangan bo'lishi yetarli ekanligi ko'rsatilgan.

$\beta, m$  o'zgarmlar va  $f(x, y, U)$  funksiyaga ma'lum shartlar qo'yilib, Koshi masalasi yagona yechimga ega bo'lishi isbotlangan.

#### ADABIYOTLAR

1. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
2. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче для уравнения гиперболического типа // «Комплексный анализ, математическая Физика и нелинейные уравнения» Международная научная конференция Сборник тезисов Башкортостан РФ (оз. Банное, 18 – 22 марта 2019 г.), с.65-66.
3. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче со смещением для линейного уравнения гиперболического типа // Академик Тошмухаммад Ниёзович Кори-Ниёзийнинг хаёти ва ижоди, чет эл олимлари иштирокида илмий-амалий конференция тезислари тўплами, Тошкент, 2017, 84-85 б.
4. Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р. (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН Республики Узбекистан, №4, с.3-7.

### ON AN INVERSE PROBLEM FOR AN INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION IN A CIRCLE

Safarov J.Sh.

[j.safarov65@mail.ru](mailto:j.safarov65@mail.ru)

*Institute of Mathematics of the AS of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

We consider the integro-differential equation

$$u_{tt} - \Delta u = \int_0^t k(\alpha) u(x, y, t - \alpha) d\alpha + f(\sqrt{x^2 + y^2}, t), \quad (1)$$

in the area  $D_{RT} = \{(x, y, t) : x^2 + y^2 < R^2, 0 < t \leq T\}$ ,

with initial and boundary conditions

$$u|_{t=0} = \varphi(\sqrt{x^2 + y^2}), \quad u_t|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq R \quad (2)$$

$$(x, y) \nabla u|_{x=y=0} = 0, \quad u|_{x^2+y^2=R^2} = 0. \quad (3)$$

Finding a function  $u(x, y, t)$  with a known  $k(t)$ , one is called a direct problem.

The inverse problem is to determine the unknown coefficient  $k(t), t > 0$ , if there is additional information

$$u(x_0, y_0, t) = h(t), \quad (x_0, y_0) \in \{x, y : x^2 + y^2 < R, \} \quad (4)$$

where  $h(t)$  is the given function.

Inverse problems on determining the right side or initial function in initial-boundary value problems for equations of mixed parabolic-hyperbolic type in a rectangular domain were considered in

[1]-[2]. In them, on the basis of the spectral method, uniqueness and existence theorems for solutions of inverse problems are proved. In this paper, we study the inverse problem of determining the kernel of the integral term of an inhomogeneous integro-differential equation in a cylindrical region.

First, we study the direct problem. In this case, the transition to the polar coordinate system is carried out. Based on the method of separation of variables, the direct problem is reduced to solving ordinary differential equations with respect to the expansion coefficients in Fourier-Bessel series of unknown functions. Further, using additional information, we obtain the Volterra integral equation of the second kind with respect to  $k(t)$ .

$$k(t) = \frac{1}{\beta} \left[ h'''(t) - F_0'''(t) - \int_0^t P'''[k](t-\tau)k(\tau)d\tau \right], \quad (5)$$

$$\text{where } \beta := \sum_{n=1}^{\infty} J_0(\lambda_n \rho_0) \varphi_n,$$

$$P[k](t-\tau) := \int_{\tau}^t \sum_{n=1}^{\infty} J_0(\lambda_n \rho_0) \frac{1}{\lambda_n} u_n(\alpha-\tau) \sin \lambda_n(t-\alpha) d\alpha,$$

$$F_n(t) := \varphi_n \cos \lambda_n t + \frac{1}{\lambda_n} \int_0^t \sin \lambda_n(t-\alpha) f_n(\alpha) d\alpha,$$

where  $J_0(\lambda_n \rho_0)$  – zero-order Bessel function of the first kind,  $u_n(t)$ ,  $f_n(t)$ ,  $\varphi_n$  – coefficients of expansions in the Fourier-Bessel series of functions  $u(\rho, t)$ ,  $f(\rho, t)$ ,  $\varphi(\rho)$ , respectively. The main result of this paper is the following theorem on the global, unique solvability of the inverse problem.

**Theorem.** Let  $f(\rho, \varphi) \in C^4(D_{RT})$ ,  $\varphi(\rho) \in C^4(0, R)$  and the conditions

$$\varphi^{(m)}(0) = 0, \quad m = \overline{0, 3}; \quad \varphi^{(m)}(R) = 0, \quad m = \overline{0, 2};$$

are satisfied. Moreover,  $h(0) = F_0(0)$ ,  $h'(0) = 0$ ,  $h''(0) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n (f_n(0) - \lambda_n^2)$ .

Then there is a unique solution of the inverse problem (1) – (4), satisfying equation (5), where  $\varphi^{(m)}$  – the  $m^{\text{th}}$ -derivatives of the functions  $\varphi$ .

#### REFERENCES

1. K. B. Sabitov, Nonlocal problem for an inhomogeneous equation of parabolic-hyperbolic type in a rectangular domain, \\\ Mat. notes. 2011. V. 89. No. 4. 596-602.
2. K. B. Sabitov and E. M. Safin, Inverse problem for an equation of mixed parabolic-hyperbolic type, \\\ Mat. notes. 2010. V. 87. No. 6. 907-918.

#### ON THE DIFFERENTIAL GAME OF $l$ -CATCH FOR GRONWALL TYPE CONSTRAINT

<sup>1</sup>Samatov B.T., <sup>2</sup>Akbarov A.Kh., <sup>1</sup>Turgunboeva M.A.

<sup>1</sup>Namangan State University, Namangan, Uzbekistan

<sup>2</sup>Andijan State University, Andijan, Uzbekistan

At the moment, we introduce the concepts of the first type of Gronwall constraint [4] for the control  $u(\cdot)$ , (for the control  $v(\cdot)$ ) as following form

$$\left| u(t) \right|^2 \leq \rho^2 + 2k \int_0^t |u(s)|^2 ds, \quad \left( \left| v(t) \right|^2 \leq \sigma^2 + 2k \int_0^t |v(s)|^2 ds \quad (2) \right), \quad (1)$$

where  $\rho, \sigma$  and  $k$  are positive numbers.

Suppose that in the space  $\mathbf{R}^n$ , the controlled player  $\mathbf{P}$  (the Pursuer), comes after another player  $\mathbf{E}$  (the Evader). Let  $x$  and  $y$  are the locations of the Pusuer and the Evader respectevily.  $x_0, y_0$  are their initial locations of the players for which it is assumed that  $|x_0 - y_0| > l$ ,  $l > 0$ . The motions of the players are described by the equations



$$\mathbf{P}: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (3)$$

$$\mathbf{E}: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (4)$$

respectively, where  $x, y, u, v \in \mathbf{R}^n$ ,  $n \geq 2$ .

$u$  and  $v$  are control parameters, which function as the velocity vectors, of the Pursuer and the Evader. Therefore, their temporal variations must be measurable functions  $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$  and  $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$  correspondingly. We denote by  $U_{Gr}$  ( $V_{Gr}$ ) the sets of all the measurable functions  $u(\cdot)$  ( $v(\cdot)$ ) satisfying the Gronwall constraint (1) (the constraint (2)) (briefly  $Gr$ -constraints).

By virtue of the equations (3), (4), each pair  $(x_0, u(\cdot))$  and  $(y_0, v(\cdot))$  generates the trajectories, i.e.,  $x(t) = x_0 + \int_0^t u(s)ds$  and  $y(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds$ , of the players respectively for each  $t \geq 0$ .

**The main goal of the pursuer** is to converge the Evader at the distance  $l > 0$  ( **$l$ -capture problem**), i.e., to attain the relation  $|x(\eta) - y(\eta)| \leq l$  at some finite time  $\eta > 0$ .

**Lemma. (of Gronwall [3])** If  $|w(t)|^2 \leq \alpha^2 + 2l \int_0^t |w(s)|^2 ds$ , then  $|w(t)| \leq \alpha e^{lt}$ , where  $w(t)$  is a measurable function and  $\alpha, l$  are non-negative numbers.

**Definition.** For the case  $\rho > \sigma$ , we term the function

$$u(z_0, v) = v - \lambda(z_0, v) \left( (\rho e^{kt} z_0 + vl) / (\rho e^{kt} + \lambda(z_0, v)l) \right) \quad (5)$$

a convergence strategy of the Pursuer or  $\Pi_{Gr}$ -strategy in the  $Gr$ -game (1)-(4), where

$$\lambda(z_0, v) = \frac{1}{|z_0|^2 - l^2} \left[ \langle v, z_0 \rangle + \rho e^{kt} l + \sqrt{(\langle v, z_0 \rangle + \rho e^{kt} l)^2 + (|z_0| - l)^2 (\rho^2 e^{2kt} l^2 - |v|^2)} \right],$$

$$z_0 = x_0 - y_0.$$

**Theorem.** If  $\rho > \sigma$  is valid, then the  $\Pi_{Gr}$ -strategy guarantees  $l$ -capture on the time interval  $[0, T_{Gr}]$  in the  $Gr$ -game (1)-(4), where  $T_{Gr} = \frac{1}{k} \ln \left( 1 + \frac{(|z_0| - l)k}{\rho - \sigma} \right)$ .

Note that we call the number  $T_{Gr}$  a guaranteed  $l$ -capture time.

## REFERENCES

1. Isaacs R. Differential games. New York: John Wiley and Sons, 1965.
2. Pontryagin L.S. Izbrannyye trudy [Selected Works]. M.: MAKSS Press, 2004.
3. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Annals of Mathematics Second Series, 1919. 4(20). pp. 292–296.
4. Samatov B.T., Ibragimov G.I., Hodjibayeva I.V. Pursuit-evasion differential games with the Gronwall type constraints on controls, Ural Mathematical Journal. 2020. Vol.6. No. 2. pp. 95–107.

## ON THE CONTINUATION OF THE SOLUTIONS OF A GENERALIZED CAUCHY-RIEMANN SYSTEM

**Sattorov E.N., Ermamatova Fotima E.**

*Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan*

*Sattorov-e@rambler.ru*

In this paper, we propose an explicit formula for the reconstruction of a generalized potential vector in the domain by its known values on a part of the boundary, i.e., we present an explicit formula for the continuation of the solution of the Cauchy problem for a generalized Cauchy–Riemann system [1].

Let  $x = (x_1, x_2, x_3)$  and  $y = (y_1, y_2, y_3)$  be points of the real three dimensional Euclidean space  $R^3$ ,  $\Omega$  is a part of a ball  $B = B(0, R)$  with center at the origin and radius  $R > 0$ . Let  $S$  be a smooth closed surface in  $B$  which does not meet  $x = 0$  and divides  $B$  into two domains. Denote by  $\Omega$  the closed domain that does not contain the origin. Its boundary  $\partial\Omega$  consists of simply connected domain in  $R^3$ , with piecewise-smooth boundary consisting of  $S$  and a part of the sphere  $\partial B$  in  $R^3$ .

Suppose that vector function  $U = (u_1, u_2, u_3)$  satisfied in  $D$  the system equations [1]

$$\sum_{k=1}^3 \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + a_k u_k \right) = 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_j} - b_k u_j + b_j u_k = 0 \quad (k, j = 1, 2, 3). \quad (1)$$

**Statement of the problem.** Find a regular solution  $U$  of system (1) in the domain  $D$  using its Cauchy data on the surface  $S$ :

$$U(y) = f(y), \quad y \in S, \quad (2)$$

where  $f(y)$  is a given continuous vector function on  $S$ .

Using results from [2], [3],[4] on solving the Cauchy problem, we construct the Carleman matrix for the Laplace and Helmholtz equations in explicit form and, on its basis, the regularized solution of the Cauchy problem for system (1). By using the continuation formula we found necessary and sufficient for the extendibility of functions given an a part of a boundary to the domain as a solution of the system (1). We prove the Fock-Kyni theorem fore this one. This result were proofed in [5]-[7] of the another domain  $\Omega$  three-dimensional Euclidean space.

#### REFERENCES

1. *E. I. Obolashvili*, "The spatial analog of generalized analytic functions, "Soobshch. AN GSSR 73(1), 20–24 (1974).
2. *Lavrent'ev M.M.* Some Ill-Posed Problems of Mathematical Physics, Novosib., 1962, 92 pp.
3. *Yarmukhamedov Sh.* // Dokl. Akad.Nauk SSSR, 235(2), 281-283(1977).
4. *Yarmukhamedov Sh.* // Dokl. Ross. Akad.Nauk 357(3), 320-323 (1997)
5. *Sattorov E.*// Differentsial'nye Uravneniya 44(8), 1100-1110 (2008).
6. *Sattorov E.*// Mathematical Notes 85(5), 733-745 (2009).
7. *Sattorov E.*// Izv.Vyssh.Uchebn.Zaved.Mat., №1,32-45(2011)

### BUZILISH CHIZIG'IGA EGA ELLIPTIK TENGLAMA UCHUN $ND_1$ CHEGARAVIY MASALASINING GRIN FUNKSIYASI HAQIDA

**Sayfullayeva Sh.Sh.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O`zbekiston.*

[sshahlo0309@mail.ru](mailto:sshahlo0309@mail.ru)

$\Omega$  – soha  $x > 0$  va  $y > 0$  da  $A(1, 0)$  va  $B(0, 1)$  nuqtalarni tutashtiruvchi  $\sigma_0: x^{2p} + y^{2p} = 1$  normal egri chiziq,  $y = 0$  o'qidagi  $OA$  va  $x = 0$  o'qidagi  $OB$  kesmalar bilan chegaralangan bo'lsin. [1] ilmiy izlanishda

$$y^m U_{xx} + x^m U_{yy} = f(x, y), \quad m = const > 0 \quad (1)$$

tenglama uchun  $ND_1$  chegaraviy masalasining regulyar yechimi topilgan:

$$U(x, y) = - \iint_{\Omega} f(\xi, \eta) G_3(\xi, \eta; x, y) d\xi d\eta,$$

$G_3(\xi, \eta; x, y) - ND_1$  chegaraviy masalasi uchun Grin funktsiyasi [2].

$ND_1$  chegaraviy masalasining Grin funktsiyasi murakkab bo'lib, o'zi va hosilalarini bahosi (1) tenglamaning kvazichiziqli holi uchun qo'yilgan chegaraviy masalalarni o'rganishda muhim ahamiyat kasb etadi.

**Lemma 2.** Grin funktsiyasi va uning hosilalari uchun quyidagi baholar o'rinli:

$$|G_3(\xi, \eta; x, y)| \leq C |\ln s| / (r_1^{2\beta} r_2^{2\beta}), \quad |G_{3x}(\xi, \eta; x, y)| \leq C / (r_1^{2\beta} r_4), \\ |G_{3y}(\xi, \eta; x, y)| \leq C / (r_2^{2\beta} r_4),$$

bunda  $C = const$  va berilgan funktsiyaga bog'liq aniq son.

**Izoh 1.** Lemmani isboti davomida  $C$  – ning qiymati aniq yozib ko'rsatilgan.

**Izoh 2.** Grin funktsiyasining ushbu baholari yordamida (1) tenglamaning kvazichiziqli holi uchun qo'yilgan chegaraviy masalalarni ketma-ket yaqinlashish usuli bilan yechish mumkin.

Lemmani isbotlashda [3-7] ilmiy maqolalardan foydalanildi.

Kelgusida olingan nazariy natijalarning amaliyotda tadbirlarini rivojlantirishga e'tibor qaratisla, maqsadga muvofiq bo'lar edi.

#### ADABIYOTLAR

1. *Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh.* Ikkita buzilish chizig'iga ega elliptik tenglama uchun chegaraviy masalaning yechimi haqida // Models and methods for increasing the efficiency of innovative research, Germany, 10 (2022), p. 184-186.

2. Менгзияев Б. некоторые краевые задачи для уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения // Дисс. канд. физ.-мат. наук (Библиотека Математического института АН Республики Узбекистан). Ташкент, 1978.
3. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Buzilish chizig'iga ega bo'lgan elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladigan chegaraviy masalalar haqida // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), p.46-54.
4. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.
5. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1-11.
6. Rasulov Kh.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Analysis of Some Boundary Value Problems for Mixed-Type Equations with Two Lines of Degeneracy // Irish Interdisciplinary Journal of Science & Research (IJSR), 6:2 (2022), p. 8-14.
7. Rasulov X.R. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021, november, 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 149. . 197-199.

## KASR TARTIBLI REAKTIV-DIFFUZIYA TENGLAMASI UCHUN BIR CHEGARAVIY MASALA HAQIDA

**Sobirjonov A.Q.**

*M.Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston  
avazbeksobirjonov1998@gmail.com*

Quyidagi tenglamani qaraylik

$$0 = \begin{cases} \gamma u_{xx} - {}_c D_{0t}^\alpha u + \beta u(1-u), & t > 0 \\ u_{xx} - u_{tt} & , \quad t < 0 \end{cases} \quad (1)$$

bu yerda  ${}_c D_{0t}^\alpha u$  - Kaputo operatori bo'lib quyidagicha aniqlanadi [1]:

$${}_c D_{0t}^\alpha u = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} u_s(x,s) ds,$$

$\alpha, \gamma, \beta = const > 0, 0 < \alpha < 1$ .

Faraz qilaylik  $\Omega$ -bir bog'lamli chekli soha bo'lib,  $t > 0$  da

$$A_1 A_2 = \{(x,t) : x=1, 0 < t < h\}, B_1 B_2 = \{(x,t) : x=0, 0 < t < h\},$$

$$B_2 A_2 = \{(x,t) : t=h, 0 < x < 1\}$$

chiziqlar bilan chegaralangan,  $t < 0$  da esa (1) tenglamaning  $A_1 C : x-t=1$ ,

$B_1 C : x+t=0$  xarakteristikalari bilan chegaralangan. Bu yerda  $A_1 = (1;0)$ ,  $A_2 = (1;h)$ ,

$B_1 = (0;0)$ ,  $B_2 = (0;h)$  va  $C = (1/2; -1/2)$ .

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:  $\Omega^+ = \Omega \cap (t > 0)$ ,  $\Omega^- = \Omega \cap (t < 0)$ ,

$$I = \{x : 0 < x < 1\}, I_1 = \{x : 0 < x < 1/2\}, I_2 = \{x : 1/2 < x < 1\}.$$

**Masala.** (1) tenglamaning quyidagi xossalarga ega bo'ladigan  $u(x,t)$  yechimi topilsin:

1.  $u(x,t)$  funksiya quyidagi  $V = \{u(x,t) : u(x,t) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega^-), u_t \in C(\Omega^- \cup I), u_x \in C(\Omega^+ \cup A_1 A_2), u_{xx} \in C(\Omega^+), {}_c D_{0t}^\alpha u \in C(\Omega^+ \cup I)\}$  sinfga tegishli bo'lsin;

2.  $u(x,t)$  funksiya ushbu :

$$\begin{aligned} u_x(0,t) &= \psi_1(t), & 0 \leq t \leq h; & & u(1,t) &= \psi_2(t), & 0 \leq t < h, \\ u(x,-x) &= \varphi(x), & 0 \leq x \leq 1/2 & & & & \end{aligned} \quad (2)$$

chegaraviy va  $\lim_{t \rightarrow +0} t^{1-\alpha} u_t(x,t) = \lambda(x) u_t(x,-0)$  ulash shartini qanoatlantirsin, bu yerda

$\varphi(x), \psi_1(x), \psi_2(x)$  va  $\lambda(x)$  -berilgan funksiyalar bo'lib,  $\lambda(x) \neq 0$ .

(1) tenglamaning  $\Omega^-$  sohada

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad u_t(x, -0) = v^-(x) \quad (3)$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi Koshi masalasining yechimidan va

(2) shartdan foydalanib, quyidagi funksional munosabatni olamiz

$$v^-(x) = \tau'(x) - \varphi'(x/2).$$

(1) tenglamada  $t \rightarrow +0$  da limitga o'tsak hamda (3) va  $\lim_{t \rightarrow +0} {}_c D_{0t}^\alpha u(x, t) = v^+(x)$  hisobga olsak quyidagi tenglamaga kelamiz

$$\gamma \tau''(x) - \Gamma(\alpha) \lambda(x) \tau'(x) + \beta \tau(x) = \beta \tau^2(x) - \Gamma(\alpha) \lambda(x) \varphi'(x/2).$$

Bu tenglama  $\psi_1(0) = \psi_2(0) = \varphi(0) = 0$  va  $\tau(0) = \tau'(0) = 0$  shartlarni hisobga olib, Volterra tipidagi chiziqsiz integral tenglamaga keltiriladi. Hosil bo'lgan tenglamani ketma-ket yaqinlashish usuli yordamida yechiladi.

#### ADABIYOTLAR

1. *I. Podlubny. Fractional Differential Equations.// Academic Press. P.366. 1999.*

### INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A TIME FRACTIONAL HEAT EQUATION ON A METRIC GRAPH

<sup>1,2</sup>Sobirov Z. A., <sup>2</sup>Abdullaev O. Kh., <sup>2</sup>Khujakulov J. R.

<sup>1</sup>University of Geological Sciences, Tashkent, Uzbekistan,

e-mail: [sobirovzar@gmail.com](mailto:sobirovzar@gmail.com)

<sup>2</sup>V. I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan,

e-mail: [obidjon.mth@gmail.com](mailto:obidjon.mth@gmail.com), [jonibek.16@mail.ru](mailto:jonibek.16@mail.ru)

We consider simple star graph  $\Gamma$  with  $n$  finite bonds connected at the point  $v_0 = v_0(0, 0)$ . The point  $v_0$  is the vertex of the graph  $\Gamma$ .

Therefore, each bond  $B_k$ ,  $k = \overline{1, n}$  is parameterised by an interval  $x_k \in (0, L_k)$  (Figure 1). Further we will use  $x$  instead of  $x_k$ .

We consider the following Initial boundary value problem (IBVP) for the time-fractional diffusion equation on the each bond of metric graph  $\Gamma$ .

$$D_{0t}^\alpha u^{(k)}(x, t) = b^{(k)}(t) D_{0t}^\alpha u^{(k)}(x, t) + u^{(k)}(x, t) + f^{(k)}(x, t),$$

$$(x_k, t) \in (B_k \times [0, T]), \quad (1)$$

where

$$D_{0t}^\alpha u(x, t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{u(x, \tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau$$

is the Riemann–Liouville fractional derivative of order  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$  (see[1]).  $f^{(k)}(x, t)$  and  $b^{(k)}(t)$  are given functions,  $k = \overline{1, n}$ .

**Problem.** To find functions  $u^{(k)}(x, t)$  in the domain  $B_k \times (0, T)$ , satisfy an equation (1) with the following conditions:  
initial conditions

$$D_{0t}^{\alpha-1} u^{(k)}(x, 0) = \varphi^{(k)}(x), \quad x \in B_k, \quad (2)$$

vertex conditions (Kirchoff conditions)

$$u^{(1)}(0, t) = u^{(k)}(0, t), \quad t \in [0, T], \quad k = \overline{1, n}, \quad (3)$$

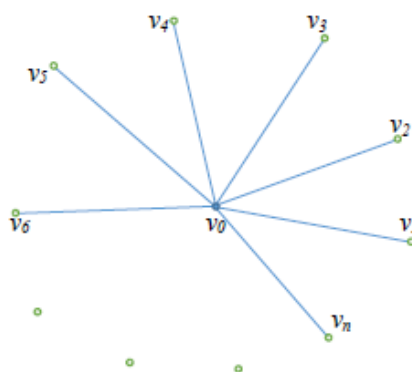


Figure 1.

$$\sum_{k=1}^n u_x^{(k)}(0, t) = 0, t \in [0, T], \quad k = \overline{1, n} \quad (4)$$

and boundary conditions

$$u^{(k)}(L_k, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad k = \overline{1, n}, \quad (5)$$

where  $\varphi^{(k)}(x)$  are sufficiently smooth given functions.

We use by the method of separation of variables for the homogeneous of equation (1). By using properties of the Mittag-Leffler function, we prove the uniform convergence of the obtained Fourier series [2]. The uniqueness of the solution of the problem is proved using by A-prior estimation (see, [3]).

#### REFERENCES

1. A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, J. J. Trujillo, Theory and applications of fractional differential equations. // in North-Holland Mathematics Studies, Vol. 204, Elsevier Science. B.V., Amsterdam. 2006.
2. O. KH. Abdullaev, J. R. Khujakulov. On a problem for the time-fractional diffusion equation on a metric graphs. Uzbek Mathematical Journal. No.4, pp. 3-12, 2017.
3. M. Kh. Beshtokov. Local and Nonlocal Boundary Value Problems for Degenerating and Nondegenerating Pseudoparabolic Equations with a Riemann–Liouville Fractional Derivative.// Differential Equations, 2018, Vol. 54, No. 6, pp. 758–774. DOI: 10.1134/S0012266118060058.

### STRUCTURE OF ESSENTIAL SPECTRA AND DISCRETE SPECTRUM OF ENERGY OPERATOR OF FOUR-ELECTRON SYSTEMS IN THE IMPURITY HUBBARD MODEL. FIRST TRIPLET STATE. TWO- AND THREE-DIMENSIONAL CASE

Tashpulatov S.M., Parmanova R.T.

INP AS RUz., Tashkent, Uzbekistan.

[sadullatashpulatov@yandex.com](mailto:sadullatashpulatov@yandex.com), [toshpul@mail.ru](mailto:toshpul@mail.ru), [toshpul@inp.uz](mailto:toshpul@inp.uz)

We consider of the energy operator of four electron systems in the impurity Hubbard model and investigated the structure of essential spectra and discrete spectrum of the system for the first triplet state in the three-dimensional lattice. Hamiltonian of considering system has the form

$$H = A \sum_{m, \gamma} a_{m, \gamma}^+ a_{m, \gamma} + B \sum_{m, \tau, \gamma} a_{m, \gamma}^+ a_{m+\tau, \gamma} + U \sum_m \sum_{\sigma} a_{m, \uparrow}^+ a_{m, \uparrow} a_{m, \downarrow}^+ a_{m, \downarrow} + (A_0 - A) \times \\ \times \sum_{\gamma} a_{0, \gamma}^+ a_{0, \gamma} + (B_0 - B) \sum_{m, \tau} (a_{0, \gamma}^+ a_{\tau, \gamma} + a_{\tau, \gamma}^+ a_{0, \gamma}) + (U_0 - U) a_{0, \uparrow}^+ a_{0, \uparrow} a_{0, \downarrow}^+ a_{0, \downarrow}. \quad (1)$$

Here  $A (A_0)$  is the electron energy at a regular (impurity) lattice site,  $B (B_0)$  is the transfer integral between (between electron and impurities) neighboring sites (we assume that  $B > 0 (B_0 > 0)$  for convenience),  $\tau = \pm e_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \nu$ , where  $e_j$  are unit mutually orthogonal vectors, which means that summation is taken over the nearest neighbors,  $U (U_0)$  is the parameter of the on-site Coulomb interaction of two electrons in the regular (impurity) sites,  $\gamma$  is the spin index,  $\gamma = \uparrow$  or  $\gamma = \downarrow$ , and  $a_{m, \gamma}^+$  and  $a_{m, \gamma}$  are the respective electron creation and annihilation operators. In the four electron systems have a quintet state, and two type singlet states, and three type triplet states. The energy of the system depends on its total spin  $S$ . Hamiltonian (1) commutes with all components of the total spin operator  $S = (S^+, S^-, S^z)$ , and the structure of eigenfunctions and eigenvalues of the system therefore depends on  $S$ . The Hamiltonian  $H$  acts in the antisymmetric Fock space  $\mathcal{H}_{as}$ . Let  $\varphi_0$  vacuum vector in the space  $\mathcal{H}_{as}$ . The first triplet state corresponds to the free motion of four electrons over the lattice and their interactions, with the basic function  ${}^1t_{m, n, k, l \in Z^\nu}^1 = a_{m, \uparrow}^+ a_{n, \uparrow}^+ a_{k, \uparrow}^+ a_{l, \downarrow}^+ \varphi_0$ . The subspace  ${}^1\mathcal{H}_1^t$ , corresponding to the first triplet state is the set of all vectors of the form  ${}^1\psi_1^t = \sum_{m, n, k, l \in Z^\nu} f(m, n, k, l) {}^1t_{m, n, k, l \in Z^\nu}^1$ ,  $f \in l_2^{as}$ , where  $l_2^{as}$  is the subspace of antisymmetric functions in the space  $l_2((Z^\nu)^4)$ . We denote by  ${}^1H_1^t$  the restriction of operator  $H$  to the subspace  ${}^1\mathcal{H}_1^t$ . We let  $\varepsilon_1 = A_0 - A$ ,  $\varepsilon_2 = B_0 - B$ ,  $\varepsilon_3 = U_0 - U$ .

**Theorem.** Let  $\nu = 3$ . Then

a). If  $\varepsilon_2 = -B$  and  $\varepsilon_1 < -6B$  (respectively,  $\varepsilon_2 = -B$  and  $\varepsilon_1 > 6B$ ), then the essential spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$  is consists of the union of eight segments:

$$\sigma_{ess}({}^1\tilde{H}_1^t) = [4A - 24B, 4A + 24B] \cup [3A - 18B + z, 3A + 18B + z] \cup [2A - 12B + 2z, 2A + 12B + 2z] \cup [A - 6B + 3z, A + 6B + 3z] \cup [2A - 12B + z_3, A + 12B + z_3] \cup \\ [3A - 18B + z + z_3, 3A + 18B + z + z_3] \cup [2A - 12B + z_4, 2A + 12B + z_4] \cup [3A - 18B + z + z_4, 3A + 18B + z + z_4],$$

and discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$  is consists of a three eigenvalues:  $\sigma_{disc}({}^1\tilde{H}_1^t) = \{4z, 2z + z_3, 2z + z_4\}$ , where  $z = A + \varepsilon_1$ , lying the below (respectively, above) of the essential spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$ .

b). If  $\varepsilon_2 = -B$  and  $-6B \leq \varepsilon_1 < -2B$  (respectively,  $\varepsilon_2 = -B$  and  $2B < \varepsilon_1 \leq 6B$ ), then the essential spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$  is consists of the union of three segments:

$$\sigma_{ess}({}^1\tilde{H}_1^t) = [4A - 24B, 4A + 24B] \cup [2A - 12B + z_3, 2A + 12B + z_3] \cup [2A - 12B + z_4, 2A + 12B + z_4],$$

and discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$  is empty set:  $\sigma_{disc}({}^1\tilde{H}_1^t) = \emptyset$ .

c). If  $\varepsilon_1 < 0$  and  $\varepsilon_2 = -2B$  or  $\varepsilon_2 = 0$  and  $\varepsilon_1 < -\frac{6B}{W}$  (respectively,  $\varepsilon_1 > 0$  and  $\varepsilon_2 = -2B$  or  $\varepsilon_2 = 0$  and  $\varepsilon_1 > \frac{6B}{W}$ ), then the essential spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$  is consists of the union of eight segments:

$$\sigma_{ess}({}^1\tilde{H}_1^t) = [4A - 24B, 4A + 24B] \cup [3A - 18B + z, 3A + 18B + z] \cup [2A - 12B + 2z, 2A + 12B + z] \cup [A - 6B + 3z, A + 6B + 3z] \cup [2A - 12B + z_3, 2A + 12B + z_3] \cup [3A - 18B + z + z_3, 3A + 18B + z + z_3] \cup [2A - 12B + z_4, 2A + 12B + z_4] \cup [3A - 18B + z + z_4, 3A + 18B + z + z_4],$$

and discrete spectrum of the operator  ${}^1\tilde{H}_1^t$  is consists of a three eigenvalues:  $\sigma_{disc}({}^1\tilde{H}_1^t) = \{4z, 2z + z_3, 2z + z_4\}$ .

## NOLOKAL SHARTLI KASR TARTIBLI DIFFUZIYA TENGLAMASINING YECHIMI HAQIDA

<sup>1</sup>Toshmatov D.Sh., <sup>2</sup>Rahmonov A.A.

<sup>1</sup>Jizzax davlat pedagogika instituti magistranti

<sup>2</sup>O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining Matematika instituti, Toshkent, O'zbekiston.

Ushbu maqola  $Q_T = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t \leq T\}$  sohada  $0 < \alpha < 1$  tartibli

$$\partial_{0t}^\alpha u - a^2 u_{xx} = F(x, t) \quad (1)$$

diffuziya tenglamasini va

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, 1], \quad (2)$$

$$u(0, 1) = u(1, t), \quad u_x(1, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

boshlang'ich-chegaraviy (nolokal) shartlarni qanoatlantiruvchi  $u = u(x, t)$  yechimni topish bilan shug'ullanamiz, bu yerda  $\partial_{0t}^\alpha$  – Kaputo differensial operatori bo'lib  $v(t) \in AC[0, T]$  lar uchun

$$\partial_{0t}^\alpha v(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{v'(\tau) d\tau}{(t-\tau)^\alpha}$$

ko'rinishda aniqlangan. Shuningdek, ishda  $F, y$  – berilgan, yetarlicha silliq funksiyalar.

Qaralayotgan (1)-(3) masalaga mos Shturm-Linvill masalasi o'z-o'ziga qo'shma emas va bu spektral masalaning xos funksiyalar sistemasi  $L_2(0, 1)$  da to'la sistemani tashkil etmaydi. Shuning uchun bu sistemani  $L_2(0, 1)$  da to'ldirish uchun bi-ortogonal sistemani qurish metodidan foydalanamiz.

O'z-o'ziga qo'shma bo'lmagan

$$X''(x) = -\lambda X(x), \quad x \in (0, 1) \\ X(0) = X(1), \quad X'(1) = 0$$

Shturm-Liuvill masalasining xos sonlari  $\lambda_0 = 0, \lambda_n = (2\pi n)^2, n \geq 1$  bo'lib, bu xos sonlarga mos biortogonal sistema quyidagicha bo'ladi:

$$X_0(x) = 2; \quad X_{2n-1}(x) = 4 \cos(2\pi nx); \quad X_{2n}(x) = 4(1-x) \sin(2\pi nx); \\ Y_0(x) = x; \quad Y_{2n-1}(x) = x \cos(2\pi nx); \quad Y_{2n}(x) = \sin(2\pi nx);$$

va bu sistema  $L_2(0, 1)$  da Riss bazisini tashkil etadi ([1] ga qarang). (1) – (3) masalaning yechimi uchun quyidagi teorema o'rinli.

**Teorema.** Faraz qilaylik  $\varphi(x) \in C[0, 1]$  va  $F(x, t) \in C[0, T] \cap C_y[0, T]$  bo'lsin.

Agar  $\varphi'(1) = 0, \varphi(0) = \varphi(1)$  bo'lsa,  $u$  holda (1) – (3) masala  $C_y^\alpha[0, T] \cap C[0, 1] \cap C^2(0, 1)$  sinfiga qarashli yagona yechimga ega bo'lib, bu yechim

$$u(x, t) = u_0(t) \cdot X_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} u_{2n-1}(t) X_{2n-1}(x) + \sum_{n=1}^{\infty} u_{2n}(t) X_{2n}(x)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda

$$u_0(t) = \varphi_0 + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f_0(\tau) d\tau;$$

$$u_{2n}(t) = \varphi_{2n} E_\alpha(-(\lambda_n a)^2 t^\alpha) + \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-(\lambda_n a)^2) (t-\tau)^\alpha f_{2n}(\tau) d\tau;$$

$$u_{2n-1}(t) = \varphi_{2n-1} E_\alpha(-(\lambda_n a)^2 t^\alpha) + \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-(\lambda_n a)^2) (t-\tau)^\alpha f_{2n-1}(\tau) d\tau$$

$$- 4\pi n a^2 \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-(\lambda_n a)^2) (t-\tau)^\alpha u_{2n}(\tau) d\tau,$$

va

$$\varphi_j = (\varphi(x), Y_j(x)) = \int_0^1 \varphi(x) Y_j(x) dx \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

$$f_j(t) = (F(x, t), Y_j(x)) = \int_0^1 F(x, t) Y_j(x) dx \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

Teoremda ishtirok etayotgan funksional fazolar [2] adabiyotda batafsil keltirilgan.

#### ADABIYOTLAR

1. Il'in, V. (1997). *How to express basis conditions and conditions for the equiconvergence with trigonometric series of expansions related to non-self-adjoint differential operators*, Computers & Mathematics with Applications 34(5-6): 641–647.
2. A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier, (2006) 523 p.

### SHREDINGER OPERATORINING SPEKTRI HAQIDA ON THE SPECTRUM OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR

**Xalmuxamedov A., Bakirov S.**

*Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;*  
[khalmukhamedov@gmail.com](mailto:khalmukhamedov@gmail.com), [bakirov5815@gmail.com](mailto:bakirov5815@gmail.com)

Ushbu ishda biz  $L_2(R^{3N})$  da ushbu

$$H_N = -\sum_{j=1}^N (\Delta_j + \alpha(x_j)) ZV(x_j) + \sum_{j<k} V(x_j - x_k), \quad Z > 0$$

ko'rinishda berilgan operatorlar spektrining quyi chegarasini tavsiflaymiz, bu yerda  $H_N$  relyativistik bo'lmagan kvant sistemasi (masalan, agar  $\alpha(t) \equiv 1$  va potensial Kulon potentsiali bo'lsa, u holda  $N$  - elektronli atom) ning Gamiltonianidir.

Faraz qilaylik,  $\alpha(t) \in C^\infty([0, +\infty))$  funksiya

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1, & \text{agar } t < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{agar } t > 1 \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan,  $0 \leq \alpha(t) \leq 1$ ,  $t \in [0, +\infty)$  va

$$V(x) = \frac{b(|x|)}{|x|} \quad x \in R^3 \quad x \neq 0 \quad (1)$$

bu yerda  $b$  musbat, kamaymaydigan bo'lib,  $|x|$  o'sganda,  $V(x)$  monoton kamayvchi funksiya bo'lsin.

Deylik  $H_N$  operatorining eng kichik xos qiymati  $E_N = E_N(Z)$  bo'lsin. Kulon potentsiali ( $b = const$ ) holida ([2]) dan yaxshi ma'lumki,  $E_N > E_{N+1}$  va shunday bir kritik nomer  $N_{\max}$  mavjudki,  $N \geq N_{\max}$  bo'lganida  $E_N = E_{N_{\max}}$  bo'ladi. Fizik nuqtai nazardan bu  $Z$  zaryadli yadro  $N_{\max}$  elektronlardan ko'prog'ini ushlab tutolmasligini anglatadi ([3–5]). Ushbu natijani biz qarayotgan

operatorlar uchun ham o'rinli bo'lishini ko'rsatamiz.

**Teorema 1.** Faraz qilaylik  $b''(r) \leq 0$  bo'lsin. U holda  $N_{\max} < 2Z + 1$  tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Teorema 1 ning isboti Sh.A. Alimovning ([1])da qo'llanilgan va  $a(t) = 1$  holiga mos keluvchi metodga asoslangan.

**Lemma 1.**  $q(x) \in C^2(\mathbb{R}^3)$ ,  $q > 0$  bo'lsin. U holda har qanday  $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^3)$  uchun tenglik bajariladi

$$\int_{\mathbb{R}^3} q(x)f(x)(-\Delta f(x)) = \int_{\mathbb{R}^3} q^{-1}|\nabla(qf)|^2 dx + \int_{\mathbb{R}^3} |f(x)|^{20} \left[ \frac{1}{2} \Delta q - q^{-1}(\nabla q)^2 \right] dx.$$

Lemma 1 ning isboti bevosita Grin formulasidan kelib chiqadi.

#### ADABIYOTLAR

1. Alimov Sh.A., 1992, On the spectrum of the Schrödinger operator for some many-particle systems, *J.PhysA : Math. Gen.* 25 615-616.
2. Simon B., et al, 1987, Schrödinger Operators, (Berlin: Springer).
3. Ruskai M. B., 1982, Absence of discrete spectrum in highly negative ions, *Commun. Math. Phys.* 82 457-69.
4. Sigal I. M., 1982, Geometric methods in the quantum many-body problem. Non-existence of very negative ions, *Commun. Math. Phys.* 85 309-24.
5. Lieb E., 1984, Bound on the maximum negative ionization of atoms and molecules, *Phys. Rev. A* 29 3018-28.

### INTEGRAL TURDAGI MOSLANLANGAN MANBALI YUKLANGAN MODIFITSIRLANGAN KORTEVEG-DE FRIZ TENGLAMASI UCHUN QO'YILGAN KOSHI MASALASINI YECHISH

Xoitmetov U.A., Sobirov Sh.Q.

*Urganch davlat universiteti, Urganch, O'zbekiston*

*x\_umid@mail.ru, shehzod6285@mail.ru.*

Mazkur ishda tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integral turdagi moslangan manbaga ega yuklangan modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasi uchun qo'yilgan Koshi masalasini qaraymiz. Bizga quyidagi

$$u_t + \beta(t)u(x_0, t)(6u^2 u_x + u_{xxx}) + \gamma(t)u(x_1, t)u_x = i \int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi_1^2 - \varphi_2^2) d\eta, \quad (1)$$

$$L(t)\varphi = \eta\varphi, \quad x \in \mathbb{R}$$

tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin. Bunda  $L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x, t) \\ -u(x, t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$  operator,  $\beta(t)$  va  $\gamma(t)$

berilgan uzluksiz differensiallanuvchi funksiyalar bo'lib,  $\varphi = (\varphi_1(x, \eta, t), \varphi_2(x, \eta, t))^T$  esa  $x \rightarrow \infty$  da quyidagi asimptotikaga ega

$$\varphi \rightarrow \begin{pmatrix} A(\eta, t)e^{-i\eta x} \\ A(\eta, t)e^{i\eta x} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

vektor-funksiyadir. Bu yerda  $A(\eta, t) = A(-\eta, t)$  uzluksiz funksiya bo'lib, quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |A(\eta, t)|^2 d\eta < \infty, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Berilgan (1) tenglamalar sistemasini quyidagi boshlang'ich shart bilan qaraymiz:

$$u(x, 0) = u_0(x). \quad (4)$$

Bu yerda boshlang'ich shartdagi  $u_0(x)$  ( $-\infty < x < \infty$ ) funksiya quyidagi xossalarga ega:



$$1) \int_{-\infty}^{+\infty} (1+|x|)|u_0(x)|dx < \infty; \quad (5)$$

$$2) L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix} \text{ operator spektral maxsusliklarga ega emas va yuqori kompleks yarim}$$

tekislikda  $N$  ta  $\xi_1(0), \xi_2(0), \dots, \xi_N(0)$  oddiy xos qiymatlarga ega.

**Faraz qilaylik,  $u(x, t)$  funksiya yetarlicha silliq bo'lib,  $x \rightarrow \pm\infty$  da yetarlicha tez nolga intilsin, ya'ni quyidagi shartni qanoatlantirsin**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( (1+|x|)|u(x, t)| + \sum_{k=1}^3 \left| \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial x^k} \right| \right) dx < \infty, \quad k = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Bu ishning asosiy maqsadi (1)-(6) masalaning  $u(x, t)$ ,  $\varphi_1(x, \eta, t)$ ,  $\varphi_2(x, \eta, t)$  yechimini  $L(t)$  operator uchun sochilish nazariyasining teskari masalalar usuli yordamida topishdan iborat.

**Mazkur ishning asosiy natijasi quyidagi teoremadan iborat.**

**Teorema.** Agar  $u(x, t)$ ,  $\varphi_1(x, \eta, t)$ ,  $\varphi_2(x, \eta, t)$  funksiyalar (1)-(6), masalaning yechimi bo'lsa, u holda  $u(x, t)$  potentsialli  $L(t)$  operator sochilish nazariyasining berilganlari  $t$  bo'yicha quyidagicha o'zgaradi:

$$\frac{d\xi_n}{dt} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

$$\frac{dr^+}{dt} = \left( 8i\xi_n^3 \beta(t)u(x_0, t) - 2i\xi_n \gamma(t)u(x_1, t) + \text{v.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2A^2(\eta, t)}{\eta + \xi} d\eta - 2i\pi A^2(\xi, t) \right) r^+$$

$$\frac{dC_n}{dt} = \left( 8i\xi_n^3 \beta(t)u(x_0, t) - 2i\xi_n \gamma(t)u(x_1, t) + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A^2(\eta, t)}{(1+r(\eta)r(-\eta))(\eta + \xi_n)} d\eta \right) C_n(t)$$

#### ADABIYOTLAR

1. Lax P.D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves // Comm. Pure and Appl. Math. 1968. V.21, N 5. P. 467–490.
2. Хасанов А.Б., Мамедов К.А. О модифицированном уравнении Кортевега-де Фриза с самосогласованным источником интегрального типа соответствующего кратным собственным значениям. Uzbek mathematical Journal, 2007, N.4, p.81-93.
3. Уразбоев Г.У., Хоитметов У.А., Бабаджанова А.К. Интегрирование матричного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза с источником интегрального типа // ТМФ, 2020, Т. 203, № 3, С.351–364.
4. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A., On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions, The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2021, Volume 38, 19–35.

#### CHEGARAVIY MASALALI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN RITS METODI

**Xudoyberdiyev A.A.**

*O`zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O`zbekiston*

[abdusalomxudoyberdiyev1995@gamil.com](mailto:abdusalomxudoyberdiyev1995@gamil.com)

$H$  Gilbert fazosidan olingan  $n$  ta chiziqli erkli  $g_1, g_2, \dots, g_n$  sistema va ular ustiga qurilgan

$$g_1, g_2, \dots, g_n$$

chiziqli qobiq va shu qism fazoda aniqlangan  $A$  - o'z-o'ziga qo'shma operator berilgan bo'lsin. Ixtiyoriy  $u \in H$  elementni quyidagicha

$$u = \sum_{k=1}^n \alpha_k g_k \quad (1)$$

yoziş mumkin bo'lsin. Ixtiyoriy  $x \in D(A)$  va  $y \in D(A)$  elementlar uchun energetik skalyar ko'paytmani quyidagicha aniqlaymiz:

$$(x, y)_A = (Ax, y).$$

Quyidagi tenglamani qaraymiz

$$Au = f \quad (2)$$

(1) ni (2) ga qo'ysak tenglamani yechish uchun  $\alpha_k$  - koefsentlarni topish talab etiladi.

Quyidagi differensial tenglamani qaraymiz

$$-\frac{d}{dx} \left[ p(x) \frac{du(x)}{dx} \right] + q(x)u(x) = f(x) \quad (3)$$

bu yerda  $0 < x < 1$ , chegaraviy shart:  $u(0) = u(1) = 0$ , bundan tashqari

$$p(x) \geq c_0 > 0.$$

Tegishli operatorni  $A$  bilan belgilaymiz. Agar

$$D(A) = \{u \in W_2^2[0,1] : u(0) = u(1) = 0\}$$

bo'lsa  $u$  holda  $A$  operator o'z - o'ziga qo'shma operator bo'ladi.  $H_A$  fazoda ixtiyoriy  $n$  uchun  $H_A^*$  qism fazolarni qaraymiz va bunda quyidagi funksiyani tuzamiz

$$\varphi_k(x) = \max\{0, 1 - |nx - k|\}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Boshqacha qilib aytganda  $H_n^*$  fazo elementi quyidagi ko'rinishida bo'ladi

$$u(x) = \sum_{k=1}^{n-1} \alpha_k \varphi_k(x), \quad x \in [0,1]. \quad (4)$$

(4) ifodaning o'ng tomonini (3) ga qo'ysak va tenglamaning har ikkala tomonini  $\varphi_m(x)$  ga ko'paytirib quyidagi natijani olamiz

$$-h^{-1}[\alpha_{k-1}p_k - \alpha_k(p_k + p_{k+1}) + \alpha_{k+1}p_{k+1}] + h[\alpha_{k-1}q_{k-1,k} + \alpha_k q_{kk} + \alpha_{k+1}q_{k+1,k}] = hf_k$$

bu yerda  $p_k = h^{-1} \int_{kh-h}^{kh} p(x)dx$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ,  $q_{km} = h^{-1} \int_0^1 q(x)\varphi_k(x)\varphi_m(x)dx$ ;

$$f_k = h^{-1} \int_0^1 f(x)\varphi_k(x)dx, \quad (\varphi_k, \varphi_k)_A = h^{-1}(p_k + p_{k+1}), \quad (\varphi_{k-1}, \varphi_k)_A = h^{-1}p_k,$$

$$(\varphi_{k+1}, \varphi_k)_A = h^{-1}p_{k+1}.$$

Bulardan quyidagi ifodani hosil qilamiz

$$\alpha_{k-1}(hq_{k-1,k} - h^{-1}p_k) + \alpha_k(hq_{k,k} + h^{-1}(p_k + p_{k+1})) + \alpha_{k+1}(hq_{k+1,k} - h^{-1}p_{k+1}) = hf_k$$

$$k = 1, 2, \dots, n-1, \quad \alpha_0 = \alpha_n = 0$$

Biz bu ifodani har bir  $k$  uchun yozib chiqsak  $\alpha_k$  lar noma'lum bo'lgan tenglamalar sistemasiga keladi. Sistemani yechib (3) tenglamaning yechimini topamiz.

#### ADABIYOTLAR

1. Alimov Sh.A. Rits usuli, Ma'ruza matnidan.

2. Mixlin S.G. "Вариационные методы в математической физике юМосквва-1970.Т1,№2.С.69-72.

## MATHEMATICAL BEHAVIOR OF SOLUTIONS FOR A HYPERBOLIC-TYPE EQUATION WITH DELAY

Yüksekkaya. H, Pişkin. E.

Department of Mathematics, University of Dicle, Diyarbakır, Turkey

[hazally.kaya@gmail.com](mailto:hazally.kaya@gmail.com), [episkin@dicle.edu.tr](mailto:episkin@dicle.edu.tr)

**Abstract.** Controlling the behavior of solutions for partial differential equations with time delay effects has become an active research area. Generally, delay effects occur in many applications and

practical problems such as physical, chemical, biological, thermal and economics. In many cases, delay is a source of instability, even an arbitrarily small delay may destabilize a system which is uniformly asymptotically stable in the absence of delay unless additional conditions or control terms have been used. In this paper, we deal with a hyperbolic-type equation with delay. Under suitable conditions, we establish the mathematical behavior of solutions like existence, blow up, decay.. etc.

**Keywords:** Delay, Hyperbolic-type equation, Mathematical behavior of solutions.

#### REFERENCES

1. S. Antontsev, J. Ferreira, E. Piskin, H. Yükksekaya and M. Shahrouzi, Blow up and asymptotic behavior of solutions for a  $p(x)$ -Laplacian equation with delay term and variable exponents, Electron. J. Differ. Equ, 1-20, 2021.
2. M. Kafini and S.A. Messaoudi, Local existence and blow-up of positive-initial-energy solutions of a nonlinear wave equation with delay, Nonlinear Stud., 27(3), 865-877, 2020.
3. S. Nicaise and C. Pignotti, Stability and instability results of the wave equation with a delay term in the boundary or internal feedbacks, SIAM J. Control Optim, 45(5), 1561-1585, 2006.
4. E. Pişkin and H. Yükksekaya, Nonexistence of global solutions of a delayed wave equation with variable-exponents, Miskolc Math. Notes, 22 (2), 841–859, 2021.
5. H. Yükksekaya, E. Pişkin, S. M., Boulaaras and B. B. Cherif, (2021). Existence, Decay, and Blow-Up of Solutions for a Higher-Order Kirchhoff-Type Equation with Delay Term. Journal of Function Spaces, 2021.

### ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ НАГРУЗКОЙ

Абдуллаев О. Х.

Институт Математики имени В.И.Романовского, Ташкент, Узбекистан  
obidjon.mth@gmail.com

В данной работе рассматривается парабола-гиперболическое уравнение

$$f(x)e^{\beta t} = \begin{cases} u_{xx} - c D_{0t}^{\alpha} u + p_1(x, t; u(x, 0)), & \text{при } x > 0, t > 0 \\ u_{xx} - u_{tt} + p_2(x, t; u(x, 0)), & \text{при } x > 0, t < 0 \end{cases} \quad (1)$$

с дифференциальным оператором Капуто

$${}_c D_{0t}^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-z)^{-\alpha} f'(z) dz, \quad 0 < \alpha < 1,$$

где  $\beta = const$ ,  $p_i(x, t; u(x, 0)), (i = 1, 2)$  – заданные достаточно гладкие функции, а

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & 0 \leq x \leq \frac{l}{2}, \\ f_2(x), & \frac{l}{2} \leq x \leq l, \end{cases} \quad \text{неизвестная функция которое требуется определить.}$$

Рассмотрим уравнение (1) в конечной области  $\Omega \subset R^2$ , ограниченной отрезками:  $A_1 A_2 = \{(x, t) : x = l, 0 < t < h\}$ ,  $B_1 B_2 = \{(x, t) : x = 0, 0 < t < h\}$ ,  $B_2 A_2 = \{(x, t) : t = h, 0 < x < l\}$  при  $t > 0$ , и характеристиками:  $A_1 C : x - t = l$ ,  $B_1 C : x + t = 0$  уравнения (1) при  $t < 0$ , где  $A_1(l; 0)$ ,  $A_2(l; h)$ ,  $B_1(0; 0)$ ,  $B_2(0; h)$ , и  $C\left(\frac{l}{2}; \frac{-l}{2}\right)$ .

Введем обозначения:  $\Omega_1 = \Omega \cap (t > 0)$ ,  $\Omega_2 = \Omega \cap (t < 0)$ ,  $I_1 = \left\{0 < x < \frac{l}{2}\right\}$ ,  $I_2 = \left\{\frac{l}{2} < x < l\right\}$ .

**Задача IP.** Требуется найти функцию пару функций  $\{f(x), u(x, t)\}$  со следующими свойствами:

1.  $f(x) \in C(0, l) \cap L_1[0, l]$ ;
2.  $u(x, t) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\bar{\Omega}_2 \setminus A_1 B_1) \cap C^2(\Omega_2)$ ,  $u_{xx}, {}_c D_{0t}^{\alpha} u \in C(\Omega_1)$ ,  $u_x \in C(\Omega_1 \cup A_1 A_2 \cup B_1 B_2)$ ,

3. пара функций  $\{f(x), u(x, t)\}$  удовлетворяют уравнение (1) в областях  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ,  
 4.  $u(x, y)$  удовлетворяющие краевым условиям:

$$u_x(x, t)|_{A_1 A_2} = \varphi_1(t), \quad u_x(x, t)|_{B_1 B_2} = \varphi_2(t), \quad 0 \leq t < h,$$

$$u(x, -x) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{l}{2},$$

$$u_n(x, t)|_{B_1 C} = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{l}{2}; \quad u_n(x, t)|_{A_1 C} = \psi_2(x), \quad \frac{l}{2} \leq x \leq l,$$

и нелинейному условию склеивания:

$$\lim_{t \rightarrow +0} t^{1-\alpha} u_t(x, t) = \lambda_1(x) u_t(x, -0) + \lambda_2(x) r(t, u(t, 0)) + \lambda_3(x), \quad 0 < x < l$$

где  $\varphi_i(y)$ ,  $\psi(x)$ ,  $\psi_i(x)$  ( $i=1, 2$ ),  $\lambda_k(x)$  ( $k=\overline{1, 3}$ ) заданные функции, причем

$$\varphi_i(t) \in C[0, h] \cap C^1(0, h); \quad \psi(x) \in C(\overline{I_1}) \cap C^2(\overline{I_1}); \quad \psi_i(x) \in C^1(\overline{I_i}), \quad (i=1; 2), \quad (2)$$

$$p_i(x, y, u(x, 0)) \in C(\overline{\Omega_i}) \quad (i=1, 2); \quad \lambda_j(x) \in C(\overline{I}) \cap C^1(I), \quad (j=1; 3), \quad (3)$$

и  $\psi_1\left(\frac{l}{2}\right) = \psi_2\left(\frac{l}{2}\right), \psi_1'\left(\frac{l}{2}\right) = -\psi_2'\left(\frac{l}{2}\right), \sum_{k=1}^2 \lambda_k^2(x) \neq 0.$

Пусть имеет место классы (2), (3) и условие

$$|p_i(x, 0; z_1) - p_i(x, 0; z_2)| \leq L_i \cdot |z_1 - z_2|, \quad L_i = \text{const} > 0, \quad (i=1, 2)$$

тогда при определенных условиях на  $\beta, l$  и  $L_i$ , методом интегральных уравнений доказывается однозначная разрешимость поставленной задачи.

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОБЩИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА

**Абдурасулова З.Б.**

*Денауский институт предпринимательства и педагогики, Термез, Узбекистан*

Рассмотрим уравнение

$$\text{sign } y |y|^m u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad m > 0. \quad (1)$$

Пусть  $\Omega$  – конечная односвязная область комплексной плоскости  $z = x + iy$  ограниченная при  $y > 0$  нормальной кривой  $\sigma_0 : x^2 + 4(m+2)^{-2} y^{m+2} = 1$  с концами в точках  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$  а при  $y < 0$  характеристиками  $AC$  и  $BC$  уравнения (1).

Обозначим через  $\Omega^+$  и  $\Omega^-$  части области  $\Omega$  лежащие, соответственно, в полуплоскостях  $y > 0$  и  $y < 0$ , а через  $C_0$  и  $C_1$ , соответственно точки пересечения характеристик  $AC$  и  $BC$  с характеристиками исходящих из точки  $E(c, 0)$ , где  $c \in I = (-1, 1)$  - интервал оси  $y = 0$ .

Пусть  $p(x) = \delta - kx$  – линейная функция отображает множества точек отрезка  $[-1, c]$  на множество точек отрезка  $[c, 1]$ , причем  $p(-1) = 1, p(c) = c$ , где  $k = (1-c)/(1+c)$ ,  $\delta = 2c/(1+c)$ .

В работах В.И.Жегалова и А.М.Нахушева [1] условие смещения задавались на граничных характеристиках  $AC$  и  $BC$ .

В настоящей работе исследуется корректность задачи, где условие смещения задается на внутренних характеристиках  $EC_0$  и  $EC_1$ , и дополнительно к этому на отрезке вырождения  $AB$  задается локальное условие смещения, на кривой  $\sigma_0$  условие Дирихле заменено условием Бицадзе-Самарского связывающее значения искомой функции на  $\sigma_0$  и  $AB$ .

**Задача А.** Требуется найти в области  $\Omega$  функцию  $u(x, y)$  удовлетворяющую следующим условиям:

- 1)  $u(x, y)$  непрерывна в каждой из замкнутых областей  $\overline{\Omega}^+$  и  $\overline{\Omega}^-$ ;
- 2)  $u(x, y) \in C^2(\Omega^+)$  и удовлетворяет уравнению (1) в области  $\Omega^+$ ;

3)  $u(x, y)$  является обобщенным решением класса  $R_1$  уравнения (1) в области  $\Omega^-$ ;

4) на отрезке  $AB$  линии параболического вырождения уравнения (1) выполняются общие условия склеивания:

$$u(x, -0) = u(x, +0) + a_0(x), \quad x \in \bar{I}, \quad \lim_{y \rightarrow -0} \frac{\partial u}{\partial y} = b(x) \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial u}{\partial y} + b_0(x), \quad x \in I \setminus \{c\}, \quad (2)$$

эти пределы при  $x \rightarrow \pm 1, x \rightarrow c$  могут иметь особенности порядка ниже  $1 - 2\beta$  где  $\beta = m/2(m+2)$ ;

5) выполняются условия

$$u(x, \sigma_0(x)) = c_0(x)u(x, +0) + \phi_0(x), \quad x \in \bar{I}, \quad (3)$$

$$u[\theta_1^*(x)] - \mu u[\theta_0^*(p(x))] = \psi_0(x), \quad x \in [-1, c], \quad (4)$$

$$u(p(x), -0) - u(x, +0) = f_0(x), \quad x \in [-1, c], \quad (5)$$

где  $\theta_1^*(x_0)$  и  $\theta_0^*(p(x_0))$  – аффиксы точек пересечения характеристик  $EC_0$  и  $EC_1$  с характеристиками исходящей соответственно из точек  $M(x_0, 0)$  и  $M(p(x_0), 0)$   $x_0 \in [-1, c], p(x_0) \in [c, 1]$ .

Заданные функции  $\phi_0(x), c_0(x), \psi_0(x), a_0(x), b(x), f_0(x), b_0(x)$  непрерывно-дифференцируемые в замыкании множества их определения.

- Условие (3) является условием Бицадзе-Самарского заданное на  $\sigma_0$  и  $AB$ ;

- Условие (4) является условием смещения на внутренних характеристиках  $EC_0$  и  $EC_1$ ;

- Условие (5) является локальным условием смещения связывающим значения искомой функции соответственно на верхнем и нижнем краях разрезка вдоль отрезков  $[-1, c]$  и  $[c, 1]$ .

Введем обозначения

$$u(x, -0) = \tau^-(x), \quad x \in \bar{I}, \quad \lim_{y \rightarrow -0} \frac{\partial u}{\partial y} = \nu^-(x), \quad x \in I,$$

$$u(x, +0) = \tau(x), \quad x \in \bar{I}, \quad \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial u}{\partial y} = \nu(x), \quad x \in I. \quad (6)$$

В силу обозначений (6) общие условия склеивания (2) запишем в виде

$$\tau^-(x) = \tau(x) + a_0(x), \quad x \in \bar{I}, \quad \nu^-(x) = b(x)\nu(x) + b_0(x), \quad x \in I \setminus \{c\} \quad (7)$$

а условие локального смещения (6), с учетом (7) примет вид

$$\tau(p(x)) = \tau(x) + f(x), \quad x \in [-1, c], \quad (8)$$

где  $f(x) = f_0(x) - a_0(p(x))$ .

Решение видоизмененной задачи Коши с данными (6) для уравнения (1) в области  $\Omega^-$  дается формулой Дарбу из краевого условия (4) имеем

$$b(x)\nu(x) - \mu k^{1-2\beta} b(p(x))\nu(p(x)) = \gamma(1-\mu)D_{x,c}^{1-2\beta} \tau(x) + \psi_1(x), \quad x \in (-1, c) \quad (9)$$

$$\text{где } \psi_1(x) = 2 \left( \frac{m+2}{4} \right)^{2\beta} \frac{\Gamma(1-\beta)}{\Gamma(1-2\beta)} (c-x)^\beta D_{x,c}^{1-\beta} \psi_0(x) - \gamma \mu D_{x,c}^{1-\beta} f(x) +$$

$+\mu b_0(p(x))k^{1-2\beta} - b_0(x)$  - известная функция.

Равенства (9) является первым функциональным соотношением между неизвестными функциями  $\tau(x)$  и  $\nu(x)$  привнесенным на интервал  $(-1, c)$  из области  $\Omega^-$ .

**Теорема.** Решение  $u(x, y)$  задачи А, при выполнении условий  $a_0(x) \equiv 0, b_0(x) \equiv 0, \phi_0(x) \equiv 0, \psi_0(x) \equiv 0, f_0(x) \equiv 0$  и

$$\mu < 0, \quad 0 \leq c_0(x) < 1, \quad b(x) > 0 \quad (10)$$

в замкнутой области  $\bar{\Omega}$  тождественно равно нулю.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нахушев А.М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа. Дифференц.уравнения. т.5, №1, с.44-59.(1969).

# УСТОЙЧИВОСТЬ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПРИ СОВМЕСТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НАГРЕВА И ВНЕШНИХ НАГРУЗОК

Акбаров У.Й., Сулаймонов М.М.

*Коканд ДПИИ, Фергана, Узбекистан*

Рассмотрим задачу о поперечных колебаниях шарнирно опертого вязкоупругого стержня под действием внезапно подведенных к поверхности стержня теплового потока и продольной силы  $P(t)$ . Предположим, что стержень имеет начальный прогиб  $u_0(x)$ . Связь между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $\varepsilon$  примем в виде

$$\sigma = E(1 - R^*)(\varepsilon + \gamma\varepsilon^3 - \alpha_T T), \quad (1)$$

а геометрическую зависимость зададим уравнением

$$\varepsilon = -\frac{\partial^2(u - u_0)}{\partial x^2} \quad (2)$$

здесь  $u = u(x, t)$  - поперечный прогиб стержня[3]. Тогда математическая модель этой задачи опишется уравнением

$$\begin{aligned} EJ(1 - R^*) \frac{\partial^4(u - u_0)}{\partial x^4} + P(t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = q - 3\gamma EJ_1(1 - R^*) \times \\ \times \left[ 2 \frac{\partial^2(u - u_0)}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2(u - u_0)}{\partial x^3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2(u - u_0)}{\partial x^2} \right)^2 \frac{\partial^4(u - u_0)}{\partial x^4} \right] - \\ - \frac{12EJ\alpha_T}{h^3} (1 - R^*) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-h/2}^{h/2} zT dz; \end{aligned} \quad (3)$$

где  $EJ$  - жесткость стержня при изгибе;  $m_0$  - масса стержня, отнесенная к единице длины;  $h$  - высота поперечного сечения стержня;  $q$  - дополнительная статическая нагрузка.

Уравнение (3) рассмотрим совместно с выражением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

где,  $\alpha_T$  - коэффициент температуропроводности.

Предположим, что тепловой поток  $q_T$  подводится к поверхности стержня  $z = h/2$ . Поверхность стержня  $z = -h/2$  теплоизолирована, а ее концы  $x = 0$ ,  $x = l$  подвергаются воздействию постоянной температуры  $T = 0$ .

Для решения уравнения (4) применяется синус – преобразование Фурье по координатам  $x$  и косинус-преобразование Фурье по координате  $z$  [1,2].

Подставив решение уравнения (4) в (3) и выполнив процедуру Бубнова – Галеркина[3], после введения безразмерных величин для определения  $u_j(t^*)$  получим систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{s^*} u_j - j^2 [t^* - j^2(1 - R^*)] u_j = j^4(1 - R^*) u_{oj} + \frac{4\alpha_j}{j\pi} q - [ ] \\ - \gamma \sum_{i,r,s=n_0}^N \alpha_{jirs} (1 - R^*) (u_i - u_{oi})(u_r - u_{or})(u_s - u_{os}) + \\ + \frac{192\alpha_T}{\pi^5} j \alpha_j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{k^2} (1 - R^*) (1 - \exp(-\alpha_T [(\lambda j\pi)^2 + (k\pi)^2] \sqrt{s^*} t^*)), \end{aligned} \quad (5)$$

$$u_j(0) = u_{oj}, \quad u_j(l) = u_{oj}, \quad j = \overline{n_0, N}$$

где  $\lambda = h/l$ ; остальные обозначения приняты из [3].

При ядре Колтунова – Ржаницына  $R(t) = At^{\alpha-1} \exp(-\beta t)$  решение системы (5) найдем с помощью численного метода, основанного на использовании квадратурных формул [4]. В

качестве критерия, определяющего критическое время, вместе с тем и критическую нагрузку, принято условие, что стрела прогиба не должна превышать радиус инерции сечения стержня [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа. 1967. 599 с.
2. Коваленко А.Д. Термоупругость. Киев: Вища школа. 1975. 216 с.
3. Акбаров У.Й., Бадалов Ф.Б., Эшматов Х. Прикладная механика и техническая физика. 1992. №4. С. 153-157.
4. Бадалов Ф.Б. Методы решение интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат. 1987. 270 с.
5. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: 1967. 984 с.

### РЕШЕНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА

<sup>1</sup>Апаков Ю.П., <sup>2</sup>Умаров Р.А.

<sup>1</sup>Институт математики им. В.И. Романовского АН РУз,

<sup>1,2</sup>Наманганский инженерно-строительный институт.

В области  $D = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$  рассмотрим следующее уравнения третьего порядка вида

$$L(u) = U_{xxx} - U_{yy} + A_1 U_{xx} + A_2 U_x + A_3 U_y + A_4 U = g_1(x, y), \quad (1)$$

где  $A_i, p, q \in R, i = 1, 2, 3, 4.$ ,  $g_1(x, y)$  заданная, достаточно гладкая функция.

Заменой  $U(x, y) = \exp\left[-\frac{A_1}{3}x + \frac{A_3}{2}y\right]u(x, y)$ , уравнение (1) можно привести к виду

$$u_{xxx} - u_{yy} + a_1 u_x + a_2 u = g(x, y), \quad (2)$$

где

$$a_1 = -\frac{A_1^2}{3} + A_2, \quad a_2 = \frac{2A_1^3}{27} + \frac{A_3^2}{2} - \frac{A_1 A_2}{3} + A_4, \quad g(x, y) = \exp\left[\frac{A_1}{3}x - \frac{A_3}{2}y\right]g_1(x, y).$$

**Задача А.** Найти функцию  $u(x, y)$  из класса  $C_{x,y}^{3,2}(D) \cap C_{x,y}^{2,1}(\bar{D})$ , удовлетворяющую уравнению (2) и следующим краевым условиям:

$$u(x, 0) = 0, \quad u_y(x, q) = 0, \quad 0 \leq x \leq p,$$

$$u(p, y) = \psi_2(y), \quad u_x(p, y) = \psi_3(y), \quad u_{xx}(0, y) = \psi_1(y), \quad 0 \leq y \leq q,$$

где  $\psi_i(y), i = \overline{1, 3}$ ,  $g(x, y)$  заданные достаточно гладкие функции, причём выполняются следующие условия согласования

$$\psi_i(0) = \psi_i'(q) = \psi_i''(0) = 0, \quad g(x, 0) = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Отметим, что в работе [1-2] рассмотрена случае  $a_1 = a_2 = 0$ .

**Теорема 1.** Если задача А имеет решение, то при выполнении условий  $a_1 \leq 0, a_2 \geq 0$  оно единственно.

**Теорема существования.** Если выполняется следующее условие:

$$1. \quad \psi_i(y) \in C^3[0, q], i = \overline{1, 3};$$

$$2. \quad \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x \partial y} \in C[0, q];$$

$$3. \quad 0 \leq C < \frac{\lambda_1^2}{Mp(\lambda_1 + 1)},$$

то решению задачи  $A$  существует. Здесь  $C = \max\{|a_1|, |a_2|\}$ ,  $\lambda_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{3\pi}{2q}\right)^2}$ ,

$$M = \frac{16}{3} \left(1 - \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}\right)\right)^{-1}.$$

Получено решение задачи  $A$  в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) = & \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^3 \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right) \int_0^p G_n(x, \xi) f_n(\xi) d\xi + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^3 \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right) \left( \int_0^p R_n(x, \xi) \int_0^p G_n(x, s) f_n(s) ds d\xi \right) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \psi_{2n} - \psi_{3n} p + \frac{\psi_{1n}}{2} p^2 + (\psi_{3n} - \psi_{1n} p) x + \frac{\psi_{1n}}{2} x^2 \right) \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right). \end{aligned}$$

Здесь

$$R_n(x, \xi) = \bar{G}_{1n}(x, \xi) + \sum_{m=2}^{\infty} \bar{G}_{mn}(x, \xi), \quad g_n(x) = \frac{2}{q} \int_0^q g(x, \eta) \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right) d\eta$$

$$\bar{G}_{mn}(x, \xi) = \int_0^p \bar{G}_{1n}(x, s) \bar{G}_{(m-1)n}(s, \xi) ds, \quad m = 2, 3, \dots,$$

а  $G_n(x, \xi)$  функция Грина.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Apakov Y.P., Rutkauskas S.* On a boundary problem to third order PDE with multiple characteristics // *Nonlinear Analysis: Modeling and Control.* -Vilnius, 2011. - Vol. 16. -№ 3. - pp. 255-269.
2. *Апаков Ю.П.* О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // *Украинский математический журнал.* -Киев. 2012. Т.64. № 1. С. 1-11.

### О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

<sup>1</sup>Апаков Ю.П., <sup>2</sup>Мирзаев О.М.

<sup>1</sup>Наманганский инженерно-строительный институт, Узбекистан

<sup>2</sup>Наманганский государственный университет, Узбекистан

В области  $D = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ , рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^5 u}{\partial x^5} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu^2 u = 0, \quad (1)$$

где  $\mu \in \mathbb{R}$ .

**Задача А.** Найти регулярное решение уравнения (1) в области  $D$  из класса  $C_{x,y}^{5,2}(D) \cap C_{x,y}^{4,1}(\bar{D})$ , удовлетворяющее краевым условиям

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u_y(x, 1) = 0, \quad (2)$$

$$u(0, y) = \varphi_1(y), \quad u_x(0, y) = \varphi_2(y), \quad u_{xx}(0, y) = \varphi_3(y), \quad (3)$$

$$u(1, y) = \varphi_4(y), \quad u_x(1, y) = \varphi_5(y),$$

где  $\varphi_i(y) (i = \overline{1,5})$  – заданные достаточно гладкие функции.

**Теорема.** Если задача  $A$  имеет решение, то оно единственно.



**Доказательство.** Пусть задача  $A$  имеет два решения  $u_1(x, y)$  и  $u_2(x, y)$ , тогда  $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$  удовлетворяет уравнению (1) и однородным краевым условиям. Докажем, что  $u(x, y) \equiv 0$  в  $\bar{D}$ .

В области  $D$  справедливо тождество

$$u(u_{xxxx} - u_{yy} + \mu^2 u) \equiv 0,$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( uu_{xxxx} - u_x u_{xxx} + \frac{1}{2} u_{xx}^2 \right) - \frac{\partial}{\partial y} (uu_y) + u_y^2 + \mu^2 u^2 \equiv 0. \quad (4)$$

Интегрируя тождество (4) по области  $D$ , учитывая однородные краевые условия задачи  $A$ , получим

$$\frac{1}{2} \int_0^1 u_{xx}^2(1, y) dy + \iint_D u_y^2 dx dy + \mu^2 \iint_D u^2 dx dy \equiv 0. \quad (5)$$

Отсюда следует, что если  $\mu \neq 0$  то  $u(x, y) \equiv 0$ .

Если  $\mu = 0$ , тогда  $u_y(x, y) = 0$ , отсюда  $u(x, y) = f(x)$ .

Тогда из уравнения (1) имеем  $f^{(v)}(x) = 0$ , отсюда решение этого уравнения имеет вид

$$f(x) = C_1 x^4 + C_2 x^3 + C_3 x^2 + C_4 x + C_5.$$

Учитывая краевые условия, получим  $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 0$ , то есть  $f(x) \equiv 0$ . Тогда  $u(x, y) \equiv 0$ . Теорема доказана.

Решение задачи  $A$  построено в виде

$$u(x, y) = X_0(x)Y_0(y) + \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x)Y_n(y), \quad (6)$$

где

$$X_n(x) = C_{1n}(\tau_n) e^{-\tau_n x} + e^{\tau_n \alpha_2 x} (C_{2n}(\tau_n) \cos(\tau_n \beta_2 x) + C_{3n}(\tau_n) \sin(\tau_n \beta_2 x)) + e^{\tau_n \alpha_4 x} (C_{4n}(\tau_n) \cos(\tau_n \beta_1 x) + C_{5n}(\tau_n) \sin(\tau_n \beta_1 x)),$$

$$\theta = \frac{\pi}{5}, \alpha_1 = \cos \theta, \beta_1 = \sin \theta, \alpha_2 = \cos 3\theta, \beta_2 = \sin 3\theta,$$

$C_{in}$  ( $i = \overline{1,5}$ ) - произвольные постоянные,  $n = 0, 1, 2, \dots$

$$Y_n(y) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ \sqrt{2} \cos \pi n y, & n \in N. \end{cases}$$

Доказана, что ряд (6) и ряды  $\frac{\partial^5 u}{\partial x^5}$  и  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  сходятся равномерно в  $\bar{D}$ .

## ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

<sup>1</sup>Ахматов А.А., <sup>2</sup>Бердияров А.Ш.

<sup>1</sup>Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан

[aziko7957700@gmail.com](mailto:aziko7957700@gmail.com)

<sup>2</sup>Джизакский политехнический институт, Джиззах, Узбекистан

[berdiyrov1957@mail.ru](mailto:berdiyrov1957@mail.ru)

В докладе излагается решение задачи об отслеживании траектории голономной механической системы ступенчатым импульсным управлением.

Исследуемая задача может быть описана уравнениями Лагранжа с нестационарными голономными связями

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q + U, \quad (1)$$

где  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)'$  – вектор обобщенных координат,  $T$  – кинетическая энергия,  $Q = Q(t, q, \dot{q})$  и  $U$  – обобщенные внешние и управляющие силы соответственно,  $T = T_2 + T_1 + T_0$ ,  $2T_2 = \dot{q}'A(t, q)\dot{q}$ ,  $\dot{q}'A(t, q)\dot{q} \geq \alpha\|\dot{q}\|^2$ ,  $\alpha = \text{const} > 0$ ,  $T_1 = B'(t, q)\dot{q}$ ,  $T_0 = T_0(t, q)$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^n$ ,  $T_0$  – соответствующая составляющая кинетической энергии,  $(\cdot)'$  – операция транспонирования,  $\|q\|^2 = q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2$ .

При условиях

$$\frac{\partial T_0}{\partial q}(t, 0) - \frac{\partial B}{\partial t}(t, 0) + Q(t, 0, 0) = 0, U = 0 \quad (2)$$

система (1) имеет решение  $\dot{q} = q = 0$ , которое принимается за соответствующее заданной траектории рассматриваемой системы.

Исследована задача нахождения управления, при котором решение  $\dot{q} = q = 0$  системы (1) при условии (2) является равномерно асимптотически устойчивым, в том числе, глобально.

Показано, что задача об отслеживании траектории системы (1) может быть решена посредством импульсного ступенчатого управления

$$U = U(q(t_k), \dot{q}(t_k)) = -k\dot{q}(t_k) - \frac{\partial F}{\partial q}(q(t_k)), \\ 0 < \mu_0 \leq t_{k+1} - t_k \leq h(t_k) \leq h_0, k = 1, 2, \dots,$$

где  $F$  – нелинейная функция, такая, что

$$\frac{\partial F}{\partial q}(0) = 0, F(q) \geq \alpha_0\|q\|^2, \alpha_0 = \text{const} > 0.$$

Решение достигается преобразованием выражения для  $U$ . Например, в частном случае

$$U = -k\dot{q}(t) - \frac{\partial F}{\partial q}(q(t_k)) = -k\dot{q}(t) - \frac{\partial F}{\partial q}(q(t)) + \int_{t_k}^t \frac{\partial^2 F(q(\tau))}{\partial q^2} \dot{q}(\tau) d\tau$$

при  $t_k \leq t < t_{k+1}$ ,  $k = 1, 2, \dots$

При таком преобразовании система (1) сводится к системе функционально-дифференциальных уравнений, для исследования устойчивости которой применяются соответствующие теоремы из [1].

В качестве решения конкретной задачи построено цифровое управление пятизвенным манипулятором. Полученные результаты развивают и дополняют работы [2, 3].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хусанов Д.Х. К конструктивной и качественной теории функционально-дифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 2002.
2. Akhmatov A., Buranov J., Khusanov J., Peregudova O. On Semi-Global Output Position Feedback Trajectory Tracking Control of a Multi-Link Revolute Joined Robotic Manipulator // Proceedings of the 25th International Conference on System Theory, Control and Computing, Iasi, Romania, October 20-23, 2021. P. 290-295, doi: 10.1109/ICSTCC52150.2021.9607158.
3. Khusanov J., Akhmatov A., Yusupova Z. On the Motion Control of a Five-Link Manipulator. (In press).

## ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОСТИ В СЛАБО ГОРИЗОНТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Ахматов З.А., Тотиева Ж.Д.

Южный математический институт – филиал ВНИИ РАН, Владикавказ, Россия

Представлена двумерная обратная задача последовательного определения двух неизвестных (ядра интегрального оператора и двумерной скорости распространения волн) для системы уравнений вязкоупругости в слабо горизонтально-неоднородной среде. Восстановление неизвестных характеристик для сред с последствием, несомненно, является актуальной задачей с точки зрения приложений, так как становится возможным проводить анализ влияния памяти среды на ее характеристики. Для практических приложений более интересным является случай, когда характеристики среды зависят от двух и более переменных. В работе [1] рассмотрена одна модельная задача определения двумерного ядра интегро-дифференциального уравнения в среде со слабо горизонтальной неоднородностью, в которой развиты методы решения обратных задач из работы [2]. Рассмотрим при  $x = (x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,  $x_3 > 0$  интегро-дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{j=2}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \int_0^t k(t - \tau) \sum_{j=2}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) (x, \tau) d\tau \quad (1)$$

при следующих начальных и граничных условиях

$$u|_{t<0} \equiv 0, \quad (2)$$

$$a(x_2, 0) \left[ \frac{\partial u}{\partial x_3}(x, t) + \int_0^t k(t-\tau) \frac{\partial u}{\partial x_3}(x, \tau) d\tau \right] |_{x_3=+0} = -\delta(x_2) \delta'(t), \quad (3)$$

$u(x, t)$  – функция смещения,  $a(x)$  – коэффициент, описывающий скорость распространения волн в среде,  $k(t)$  – функция памяти, учитывающая вязкие свойства среды;  $\delta(\cdot)$  – дельта-функция Дирака,  $\delta'(\cdot)$  – производная  $\delta(\cdot)$ .

**Прямая задача** заключается в отыскании функции  $u(x, t)$  из уравнения (1) при соответствующих начальных и граничных условиях (2), (3). **Обратная задача:** определить коэффициент  $a(x)$  и ядро интегрального оператора  $k(t)$ ,  $t > 0$ , входящих в (1), если относительно решения задачи (1)–(3) известна дополнительная информация

$$F_{x_2}[u](x_3, t, \nu)|_{x_3=+0} = g(t, \nu), \quad t > 0, \nu \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

$g(t, \nu)$  – заданная функция,  $F_{x_2}[u](x_3, t, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{-i\nu x_2} dx_2$  – образ Фурье функции  $u(x, t)$  по переменной  $x_2$  (здесь и далее  $i$  – мнимая единица).

**Определение.** Пара функций  $a(x) \in C^1(\mathbb{R} \times [0, \infty))$ ,  $k(t) \in C([0, \infty))$  называется решением обратной задачи (1.1)–(1.3), если соответствующее ей решение прямой задачи (1.1)–(1.3)  $u(x, t)$  из класса обобщенных функций  $D'(\mathbb{R}_+^3 \times \mathbb{R})$  удовлетворяет (1.4) для  $g(t, \nu)$ , принадлежащей классу  $D'([0, \infty))$  для ненулевого фиксированного значения  $\nu$ .

Предполагаем, что  $a(x)$  слабо зависит от горизонтальной переменной  $x_2$ :

$$a(x_2, x_3) = a_0(x_3) + \varepsilon x_2 a_1(x_3) + O(\varepsilon^2), \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  – малый параметр, в равенстве (5)  $a_0(x_3)$  – заданная величина. В работе построен метод нахождения  $k(t)$  и  $a_1(x_3)$  с точностью до величины  $O(\varepsilon^2)$ . Для этого оказалось достаточным задание функции  $g(t, \nu)$  для одного ненулевого фиксированного значения преобразования  $\nu$ . Результатами исследования являются теоремы глобальной однозначной разрешимости и устойчивости решения обратной задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дурдиев Д. К., Бозоров З. Р. Задача определения ядра интегро-дифференциального волнового уравнения со слабо горизонтальной однородностью // Дальневосточный математический журнал. 2013. Т. 13, N 2. С. 209–221.
2. Благоевский А. С., Федоренко Д. А. Уравнения акустики в слабо горизонтально-неоднородной среде // Записки научных семинаров ПОМИ. 2008. Т. 354. С. 81–99.

### КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ

<sup>1</sup>Ашуров Р.Р., <sup>2</sup>Мурзамбетова М.Б.

<sup>1</sup>Институт Математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан, г.Ташкент.

<sup>2</sup>Нукусский государственный педагогический институт имени Ажинияза.

E-mail: [1ashurovr@gmail.com](mailto:1ashurovr@gmail.com), [2mehri\\_8282@mail.ru](mailto:2mehri_8282@mail.ru).

Пусть  $A(x, D) = \sum_{|\alpha| \leq m} a_\alpha(x) D^\alpha$  – произвольный положительный формально самосопряженный

эллиптический дифференциальный оператор порядка  $m = 2l$  с достаточно гладкими коэффициентами  $a_\alpha(x)$ , где  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$  – мультииндекс и

$$D = (D_1, D_2, \dots, D_N), \quad D_j = \frac{\partial}{\partial x_j}.$$

В настоящей работе рассматривается краевая задача для уравнения смешанного типа с эллиптическим оператором определенным в произвольной  $N$  мерной области  $\Omega$  (с достаточно гладкой границей), т.е. рассматривается уравнение

$$A(x, D)u(x, t) + \text{sgnt} \frac{\partial u}{\partial t} = f(x, t), \quad x \in \Omega, \quad t \in [-T, T], \quad T \equiv \text{const} > 0 \quad (1) \quad \text{с условиями}$$

склеивания

$$u_t(x, +0) = u_t(x, -0) \quad (2)$$

и с краевыми условиями

$$B_j u(x, t) = \sum_{|\alpha| \leq m_j} b_{\alpha, j}(x) D^\alpha u(x, t) = 0, \quad 0 \leq m_j \leq m-1, \quad j = 1, 2, \dots, l; \quad x \in \partial\Omega. \quad (3) \quad \text{Здесь}$$

$f(x, t)$  и коэффициенты  $b_{\alpha, j}(x)$  - заданные функции.

Обзор некоторых результатов, относящихся к задачам типа (1)-(3) можно найти в работе (1), где изучены обратные задачи для многомерного уравнения смешанного типа первого рода. В работе [2] исследуется 2-параболическое уравнение четвертого порядка смешанного типа со спектральным параметром в прямоугольной области.

Решением задачи (1)-(3) является функция  $u(x, t)$  которая непрерывная в области  $\bar{\Omega} \times [-T, T]$  вместе с производными, входящими в уравнение (1) и удовлетворяющая всем условиям задачи в обычном классическом смысле.

В работе найдены достаточные условия на коэффициенты операторов  $A$  и  $B_j$ , на границу области  $\Omega$  и на функцию  $f$ , при выполнении которых решение задачи (1)-(3) существует и единственно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Джамалов С.З., Ашууров Р.Р. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода второго порядка, Изв. вузов. Матем., 2019, №6. С. 11-22.
2. Мурзамбетова М.Б. Краевая задача для уравнения смешанного типа четвертого порядка со спектральным параметром. УзМЖ. 2013. №2. С.60-71.

### СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА ШРЕДИНГЕРА, АССОЦИИРОВАННОГО С $s-d$ ОБМЕННОЙ МОДЕЛЬЮ НА РЕШЕТКЕ

<sup>1</sup>Болтаев А.Т., <sup>2</sup>Хамдамова Ч.А.

<sup>1</sup>Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз Самаркандского отделения, Самарканд, Узбекистан,  
atboltaev@mail.ru

<sup>2</sup>Самаркандский Государственный Университет, Самарканд, Узбекистан,  
xatdamovacharos97@gmail.com

Пусть  $Z^2$  - двумерная кубическая решетка и  $\ell^2(Z^2)$  - гильбертово пространство квадратично-суммируемых функций определенных на  $Z^2$  и  $T^2 = (-\pi, \pi]^2$  - двумерный тор.

В работе рассматривается двухчастичный оператор  $H_A(k)$ ,  $k \in T^2$ , отвечающий оператору энергии  $s-d$  обменной модели, которая содержит спин-спиновое взаимодействие между локализованными спинами и электронами проводимости с константой связи  $s-d$  (обменным параметром)  $A > 0$ . Данная обменная модель, которая является решетчатым аналогом модели Ли - простейшей модели в квантовой теории поля [1], на строгом математическом уровне описана в [2], а в [3] обсуждены физические результаты вытекающие из этой модели.

Дискретный оператор  $H_A(k)$ ,  $k \in T^2$ , системы двух частиц, ассоциированный с  $s-d$  обменной моделью, при фиксированном квазиимпульсе действует в  $\ell^2(Z^2)$  по формуле

$$H_A(k) = H_0(k) + \frac{A}{2}V, \quad k \in Z^2, \text{ где } H_0(k), k \in Z^2, \text{ оператор типа свертки, задающийся как}$$

$$(H_0(k)f)(x) = \sum_{y \in \mathbb{Z}^d} \varepsilon_k(x-y)f(y), \quad f \in \ell^2(Z^2), \text{ где } \varepsilon_k(x) = \frac{1}{e} \varepsilon(x) + \frac{1}{m} e^{-i(k,x)} \varepsilon(-x) - AS\delta_{x0}. \text{ Здесь}$$

$e > 0$  и  $m > 0$  массы электрона и магнона ( $e \neq m$ ),  $S > 0$  и  $\delta_{x0}$  - символ Кронекера,

$$(k, x) = \sum_{i=1}^d k_i x_i, \quad k \in T^2, x \in Z^2 \text{ и } \varepsilon(x) = \begin{cases} 4, & \text{если } x = 0 \\ -1, & \text{если } |x|=1, \quad |x|=|x_1|+|x_2| \\ 0, & \text{если } |x|>1 \end{cases}$$

Оператор  $V$  определяется как  $(Vf)(x) = v(x)f(x)$ ,  $f \in \ell^2(Z^2)$ , где  $v(x) = \delta_{x0}$ .

Оператор возмущения  $V$  компактный, тогда из теоремы Г. Вейля [4] существенный спектр оператора  $H_A(k)$  совпадает с существенным спектром оператора  $H_0(k)$ , т.е.

$$\sigma_{ess}(H_A(k)) = \sigma_{ess}(H_0(k)) = \sigma(H_A(k)) = [\hat{\varepsilon}_{min}(k), \hat{\varepsilon}_{max}(k)],$$

где

$$\hat{\varepsilon}_{min}(k) := \min_{q \in \mathbb{T}^d} \hat{\varepsilon}_k(q) = 2 \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{e+m}{em} - \frac{1}{em} \sqrt{e^2 + m^2 + 2em \cos k_i} \right] - AS,$$

$$\hat{\varepsilon}_{max}(k) := \max_{q \in \mathbb{T}^d} \hat{\varepsilon}_k(q) = 2 \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{e+m}{em} + \frac{1}{em} \sqrt{e^2 + m^2 + 2em \cos k_i} \right] - AS.$$

Здесь функция  $\hat{\varepsilon}_k(\cdot)$  является преобразованием Фурье функции  $\varepsilon_k(\cdot)$ .

**Теорема.** Для любых  $A > 0$  и  $k \in T^2$  оператор  $H_A(k)$  имеет единственное собственное значение  $E_A(k)$  на полуоси  $(\hat{\varepsilon}_{max}(k), +\infty)$ .

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.И.Базь, Я.Б.Зельдович, А. М.Переломов. "Наука", 1971.
2. Mogilner A.: Hamiltonians in solid state physics as multi-particle discrete Schrödinger operators: Problems and results. Advances in Soviet Mathematics **5**, 139-194 (1991).
3. Нагаев Э.Л. Физика магнитных полупроводников, Москва, изд. "Наука" 1979 г. 432 стр.
4. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.4. Анализ операторов. М.: Мир. 1982.

## УСТОЙЧИВОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ПРОСТРАНСТВОМ

<sup>1</sup>Буранов Ж.И., <sup>2</sup>Соатов У.А., <sup>2</sup>Хусанов Д.Х.

Академический лицей имени И.Каримова

[juventus88.60.94@mail.ru](mailto:juventus88.60.94@mail.ru),

Джизакский политехнический институт

[ulugbeksoatov595@gmail.com](mailto:ulugbeksoatov595@gmail.com),

[d.khusanov1952@mail.ru](mailto:d.khusanov1952@mail.ru)

Рассматривается функционально-дифференциальное уравнение

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t), \quad (1)$$

где  $t \in R$ ,  $x \in R^n$ ,  $R^n$  –  $n$ -мерное действительное пространство с некоторой нормой  $|x|$ ,  $\dot{x}(t)$  – верхняя правосторонняя производная непрерывной функции  $x = x(t)$ ,  $f: R \times C_n \rightarrow R^n$  – непрерывная функция,  $C_n$  – банахово пространство непрерывных функций  $\varphi: [-h, 0] \rightarrow R^n$ , определенных на отрезке  $[-h, 0]$  ( $h = \text{const} > 0$ ), с нормой  $\|\varphi\| = \sup(|\varphi(s)|, -h \leq s \leq 0)$ , для непрерывного отображения  $x: R \rightarrow R^n$  функция  $x_t \in C_n$  определяется равенством  $x_t(s) = x(t+s), -h \leq s \leq 0$ .

Предполагается, что правая часть уравнения (1)  $f = f(t, \varphi)$  удовлетворяет условиям

$$|f(t, \varphi)| \leq m(H), \quad |f(t, \varphi^{(2)}) - f(t, \varphi^{(1)})| \leq L(H) \|\varphi^{(2)} - \varphi^{(1)}\| \quad (2)$$

для всех  $(t, \varphi), (t, \varphi^{(1)}), (t, \varphi^{(2)}) \in R \times \{\|\varphi\| \leq H\}$  при каждом  $H = \text{const} > 0$ .

При условии (2) для каждой точки  $(\alpha, \varphi) \in R \times C_n$  существует единственное решение  $x = x(t, \alpha, \varphi)$  уравнения (1), удовлетворяющее условию  $x_\alpha(\alpha, \varphi) = \varphi$  и определенное при  $t \in [\alpha - h, \beta]$ ,  $\beta > \alpha$  (здесь  $x_\alpha(\alpha, \varphi) = x(\alpha + s, \alpha, \varphi), -h \leq s \leq 0$ ) [1].

Следуя [2], можно построить функциональное пространство  $G$  функций  $g: R \times C_n \rightarrow R^n$  с метризуемой сходимостью, в котором семейство сдвигов  $F = \{f_\tau: f_\tau(t, \varphi) = f(\tau + t, \varphi)\}$  будет предкомпактно. Отсюда для уравнения (1) можно определить семейство предельных уравнений [3-5]

$$\dot{x}(t) = f^*(t, x_t), \quad f^* \in F \subset G, \quad f^*(t, \varphi) = \frac{d}{dt} \lim_{t_k \rightarrow \infty} \int_0^t f(t_k + \tau, \varphi) d\tau.$$

Предположим также, что функция  $f$  является периодической таким образом, что:

$$x = (y, z)', \quad \varphi = (\psi, \theta)', \quad y \in R^m, \quad z \in R^l, \quad \psi \in C_m, \quad \theta \in C_l,$$

$$|x| = |y| + |z|, \quad \|\varphi\| = \|\psi\| + \|\theta\|,$$

$$f(t, \psi, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{j-1}, \theta_j + 2\pi, \theta_{j+1}, \dots, \theta_l) = f(t, \psi, \theta) \quad (j = 1, 2, \dots, l).$$

Решение  $x = x(t, \alpha, \psi, \theta)$  уравнения (1) можно рассматривать в цилиндрическом фазовом пространстве  $R^m \times P^l$ ,  $P^l = \{z \in R^l: -\pi \leq z_j \leq \pi, j = 1, 2, \dots, l\}$  [6]. Аналогично [6] вводится определение положительного предельного множества  $\Omega^+(x(t, \alpha, \varphi)) \subset R^m \times P^l$  решения  $x = x(t, \alpha, \psi, \theta)$  уравнения (1).

Доказана следующая теорема о локализации  $\Omega^+(x(t, \alpha, \varphi))$  на основе функционала Ляпунова  $V \in C(R^+ \times C_n \rightarrow R)$ , имеющего верхнюю правостороннюю производную  $\dot{V}(t, \varphi)$  в силу уравнения (1) [1].

**Теорема.** Пусть для уравнения (1) найдется функционал  $V = V(t, \varphi)$ , такой, что:

$$V(t, \varphi) \geq m_1(H), \quad \forall (t, \varphi) \in R^+ \times \{\|\psi\| \leq H\};$$

$$V(t, \varphi) \rightarrow \infty \text{ при } \|\psi\| \rightarrow \infty; \quad \dot{V}(t, \varphi) \leq -W(\varphi(0)) \leq 0, W \in C(R^m \times P^l \rightarrow R^+).$$

Тогда каждое решение  $x(t, \alpha, \varphi) \in R^m \times P^l$  уравнения (1) определено  $\forall t \geq \alpha$ , а его положительное предельное множество  $\Omega^+(x(t, \alpha, \varphi)) \subset L^+ \subset R^m \times P^l$ , где  $L^+$  - максимальное квазиинвариантное относительно семейства предельных уравнений (2) подмножество множества  $\{W(x) = 0\}$ .

В работе доказывается также соответствующая теорема о локализации  $\Omega^+(x(t, \alpha, \varphi))$  на основе функции Ляпунова-Разумихина.

Полученные результаты представляют собой модификацию соответствующих теорем из [3, 4] для уравнения (1) с цилиндрическим фазовым пространством.

#### ЛИТЕРАТУРА

4. Hale J.K. Theory of Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1977.
5. Wakeman D.R. An application of topological dynamics to obtain a new invariance property of nonautonomous ordinary differential equations // J. Differ. Equat. 1975. Vol. 17, N 2. P. 259-295.
6. Andreev A.S., Khusanov D.Kh. Limit equations in the problem of the stability of a functional-differential equation // Differential Equations. 1998. Vol. 34, No 4. P. 431-436.
7. Хусанов Д.Х. К конструктивной и качественной теории функционально-дифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 2002, с. 252.
8. Андреев А. С. Метод функционалов Ляпунова в задаче об устойчивости функционально-дифференциальных уравнений // Автоматика и телемеханика. 2009. Вып. 9. С. 4–55.
9. Khusanov D.Kh., Buranov J.I. On stability with respect to the part of variables of a non-autonomous system in a cylindrical phase space // Zhurnal Srednevolzhskogo Matematicheskogo Obshchestva. Middle Volga Mathematical Society Journal. Scientific Journal. 2021. Vol. 23, No. 3. P. 273-284.

### ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТРЁХТОЧЕЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

<sup>1</sup>Джамалов С. З., <sup>2</sup>Худойкулов Ш. Ш., <sup>3</sup>Маъруфов А., <sup>4</sup>Камолдинов М.

<sup>1,2</sup> Институт математики имени В. И. Романовского АНРУз, Ташкент,

<sup>3,4</sup> Ферганский Государственный Университет, Фергана, Узбекистан

В работе [1] впервые предложены математические модели, возникающие при изучении ряда прикладных задач и приводящие к рассмотрению нелокальных краевых задач. Как известно, нетрудно установить связь между нелокальными краевыми задачами и трёхточечными обратными задачами [1,2]. С этой целью мы изучаем корректность по Адамару некоторых линейных трёхточечных обратных задач (Л.Т.О.З.) для уравнение теплопроводности.

В области  $Q = (0, T) \times (0, 1) \times (0, l) = Q_1 \times (0, l) \subset R^3$  рассмотрим уравнение теплопроводности

$$Lu = u_t - \Delta u + c(x, t)u = g(x, t, y) + \sum_{k=1}^3 h_k(x, t) f_k(x, t, y), \quad (1)$$

где  $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$ ,  $g(x, t, y)$ , и  $f_k(x, t, y)$ ,  $k = 1, 2, 3$ -заданные функции. Будем предполагать, что все коэффициенты уравнения (1), встречающиеся в тезисе, вещественнозначные и достаточно гладкие функции.

Л.Т.О.З. Найти функции  $(u, h_1, h_2, h_3)$ , удовлетворяющие уравнению (1) в области  $Q$ , такие, что функция  $u(x, t, y)$  удовлетворяет краевым условиям

$$\gamma u|_{t=0} = u|_{t=T}, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad (3)$$

$$u|_{y=0} = u|_{y=l} = 0, \quad (4)$$

с дополнительными условиями

$$u|_{y=\ell_k} = \varphi_k(x, t), \quad (5)$$

где  $k = 1, 2, 3$ ; и  $0 < \ell_1 < \ell_2 < \ell_3 < \ell < +\infty$ , и принадлежит классу  $U = \{(u, h_k, k = 1, 2, 3) \in W_2^{2,1}(Q), D_y^3(u_t, u_x, u_{xx}) \in L_2(Q), D_y^4 u \in L_2(Q); h_k \in W_2^2(Q_1)\}$ .

Введем обозначения. Пусть  $g_i(x, t) = g(x, t, l_i)$ ,  $f_{ij}(x, t) = f_i(x, t, l_j)$ ,  $\forall i, j = 1, 2, 3$  Тогда через  $F = \{f_{ij}\}_{i,j=1}^3$  определим квадратную матрицу порядка три.

**Теорема.** Пусть выполнены вышеуказанные условия для коэффициентов уравнения (1), кроме того, пусть  $\lambda c - c_t \geq \delta > 0$ , для всех  $(x, t) \in \bar{Q}$ , где  $\lambda = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ ,  $|\gamma| > 1$ ,

$$|\det F| \geq \varepsilon > 0; \quad \varphi_i, \varphi_{it}, \varphi_{ixx} \in W_2^2(Q_1); \quad \gamma \varphi_i|_{t=0} = \varphi_i|_{t=T}; \quad \varphi|_{x=0} = \varphi|_{x=1} = 0; \quad g_i \in W_2^2(Q_1);$$

$$f_{ij} \in W_2^2(Q_1); \quad \forall i, j = 1, 2, 3 \text{ и} \quad \text{пусть} \quad \beta \equiv M \sum_{k=1}^3 \|(1 + D_y^3) f_k\|_{W_2^1(Q_1)}^2 < 1, \quad \text{где}$$

$M = \text{const}(\text{mes}(Q_1), \det F)$ . Тогда для любых функций  $g$  и  $f_i$  таких, что  $(1 + D_y^3) f_i \in W_2^2(Q)$ ;  $f_i|_{x=0} = f_i|_{x=1} = 0$ ,  $\forall i = 1, 2, 3$ ,  $(1 + D_y^3) g \in W_2^2(Q)$ ;  $g|_{x=0} = g|_{x=1} = 0$ , существует единственное решение задачи (1)-(5) из указанного класса  $U$ .

**Замечание 1.** Для уравнения (1) аналогично изучаются Л.Т.О.З. с условием Коши, то есть в этом случае вместо условия (2) предлагается начальное условие  $u|_{t=0} = u_0(x)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. О нелокальных краевых задачах. // ДАН СССР. 1989. Т. 277,
2. Джамалов С.З. О корректности некоторых линейных многоточечных задач управления для волнового уравнения и уравнения Пуассона // ДАН РУз. 1992. 4-5, С. 5-7.

### ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТРЁХТОЧЕЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

<sup>1</sup> Джамалов С. З., <sup>2</sup> Худойкулов Ш. Ш., <sup>3</sup> Маъруфов А., <sup>4</sup> Камолдинов М.

<sup>1,2</sup> Институт математики имени В. И. Романовского АНРУз, Ташкент,

<sup>3,4</sup> Ферганский Государственный Университет, Фергана, Узбекистан.

Как известно, нетрудно установить связь между нелокальными краевыми задачами и трёхточечными обратными задачами [1,2]. С этой целью мы изучаем однозначную разрешимость некоторой линейной трёхточечной обратной задачи (Л.Т.О.З.) для волнового уравнения.

В области  $Q = (0, T) \times (0, 1) \times (0, l) = Q_1 \times (0, l) \subset R^3$  рассмотрим волновое уравнения.

$$\square u = u_{tt} - \Delta u + c(x, t)u = g(x, t, y) + \sum_{k=1}^3 h_k(x, t) \cdot f_k(x, t, y), \quad (1)$$

где  $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$ ,  $g(x, t, y)$ , и  $f_k(x, t, y)$ ,  $k = 1, 2, 3$ -заданные функции. Будем предполагать, что все коэффициенты уравнения (1), встречающиеся в тезисе, вещественнозначные и достаточно гладкие функции.

**Л.Т.О.З.** Найти функции  $(u, h_1, h_2, h_3)$  удовлетворяющие уравнению (1) в области  $Q$ , такие, что функция  $u(x, t, y)$  удовлетворяет нелокальным краевым условиям

$$\gamma D_t^q u|_{t=0} = D_t^q u|_{t=T}, \quad q = 0, 1; \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad (3)$$

$$u|_{y=0} = u|_{y=l} = 0, \quad (4)$$

с дополнительными условиями

$$u|_{y=l_k} = \varphi_k(x, t), \quad (5)$$

где  $k = 1, 2, 3$ ; и  $0 < l_1 < l_2 < l_3 < l < +\infty$ , и принадлежит классу

$$U = \{(u, h_k, k = 1, 2, 3); u \in W_2^2(Q), D_y^3(u_{xx}, u_{xx}, u_{xx}) \in L_2(Q), D_y^4 u \in L_2(Q); h_k \in W_2^2(Q_1)\}.$$

Введем обозначения. Пусть  $g_i(x, t) = g(x, t, l_i)$ ,  $f_{ij}(x, t) = f_i(x, t, l_j)$ ,  $\forall i, j = 1, 2, 3$ .

Тогда через  $F = \{f_{ij}\}_{i,j=1}^3$  определим квадратную матрицу порядка три.

**Теорема.** Пусть выполнены вышеуказанные условия для коэффициентов уравнения (1), кроме того, пусть  $\lambda c - c_t \geq \delta > 0$ , для всех  $(x, t) \in \bar{Q}$ , где  $\lambda = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ ,  $|\gamma| > 1$ ,

$$|\det F| \geq \varepsilon > 0; \quad \varphi_i, \varphi_{it}, \varphi_{ixx} \in W_2^2(Q_1); \quad \gamma \varphi_i|_{t=0} = \varphi_i|_{t=T}; \quad \varphi|_{x=0} = \varphi|_{x=1} = 0; \quad g_i \in W_2^2(Q_1);$$

$$f_{ij} \in W_2^2(Q_1); \quad \forall_{i,j} = 1, 2, 3 \text{ и } \text{ пусть } \beta \equiv M \sum_{k=1}^3 \|(1 + D_y^3) f_k\|_{W_2^1(Q_1)}^2 < 1, \quad \text{где}$$

$M = \text{const}(\text{mes}(Q_1), \det F)$ . Тогда для любых функций  $f_i$ , и  $g$  таких, что  $(1 + D_y^3) f_i \in W_2^2(Q)$ ;  $f_i|_{x=0} = f_i|_{x=1} = 0$ ,  $\forall i = 1, 2, 3$ ,  $(1 + D_y^3) g \in W_2^2(Q)$ ;  $g|_{x=0} = g|_{x=1} = 0$ , существует единственное решение задачи (1)-(5) из указанного класса  $U$ .

**Замечание 1.** Для уравнения (1) аналогично изучаются Л.Т.О.З. с условием Коши, то есть в этом случае вместо условия (2) предлагается начальное условие  $u|_{t=0} = u_0(x), u_t|_{t=0} = u_1(x)$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. О нелокальных краевых задачах. // ДАН СССР. 1989. Т. 277, 1, С. 17 – 19.
2. Джамалов С.З. О корректности некоторых линейных многоточечных задач управления для волнового уравнения и уравнения Пуассона // ДАН РУз. 1992. 6–7, С. 9 – 11.

### ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

<sup>1</sup>Джамалов С. З., <sup>2</sup>Сипатдинова Б.К., <sup>3</sup> Исломова. Д.

1,2. Институт Математики АН РУз, Ташкент, Узбекистан;

3. Бухарский государственный Университет

<sup>1</sup>[siroi63@mail.ru](mailto:siroi63@mail.ru), <sup>2</sup>[sbiybinaz@mail.ru](mailto:sbiybinaz@mail.ru), <sup>3</sup>[dildoraislomova01101995@gmail.com](mailto:dildoraislomova01101995@gmail.com)

В данной работе с использованием результатов работ [1] изучаются однозначная разрешимость и гладкость обобщенного решения одной полупериодической краевой задаче для трехмерного уравнения смешанного типа второго рода в неограниченном параллелепипеде.

В области

$$G = (0, 1) \times (0, T) \times R = Q \times R = \{(x, t, z); x \in (0, 1), 0 < t < T < +\infty, z \in R\},$$

рассмотрим трехмерные уравнения смешанного типа второго рода:

$$Lu = K(t)u_{tt} - \Delta u + a(x, t)u_t + c(x, t)u = f(x, t, z), \quad (1)$$

где  $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$  - оператор Лапласа и пусть  $K(0) \leq 0 \leq K(T)$ . Уравнение (1) относится к уравнениям смешанного типа второго рода, так как на знак функции  $K(t)$  по переменной  $t$  внутри области  $G$  не налагается никаких ограничений [2]. Пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в области  $Q$ .

**Полупериодическая краевая задача.** Найти обобщённое решение  $u(x, t, z)$  уравнения (1) из пространства  $W_2^2(G)$ , удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma u|_{t=0} = u|_{t=T}, \quad (2)$$



$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0 \quad (3)$$

где  $\gamma$  – некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

**Теорема 1.** Пусть выполнены указанные выше условия для коэффициентов уравнения (1), кроме того, пусть  $2\alpha - |K_t| + \lambda K \geq \delta_1 > 0$ ,  $\lambda c(x,t) - c_t(x,t) \geq \delta_2 > 0$ , для всех  $(x,t) \in \bar{Q}$ , где  $\lambda = \frac{2}{T} \ln|\gamma| > 0$  и  $|\gamma| > 1$ ,  $\alpha(x,0) = \alpha(x,T)$ ,  $c(x,0) = c(x,T)$ , для всех для всех  $x \in [0,1]$ .

Тогда для любой функции  $f \in W_2^{1,3}(G)$ , такой, что  $\gamma \cdot f(x,0,z) = f(x,T,z)$ , существует единственное обобщенное решение задачи (1)-(3) из пространства  $W_2^{2,3}(G)$ , и для решения задачи (1)-(3) справедливы следующие оценки:

$$I) \|u\|_{W_2^{1,3}(G)}^2 \leq c_1 \|f\|_{W_2^{0,3}(G)}^2 \quad II) \|u\|_{W_2^{2,3}(G)}^2 \leq c_2 \|f\|_{W_2^{1,3}(G)}^2$$

где  $c_i$  – обозначено положительное, вообще говоря, разные постоянные числа, отличные от нуля.

Через  $W_2^{l,s}(G)$  обозначено пространство Банаха с нормой

$$\|u\|_{W_2^{l,s}(G)}^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1+|\lambda|^2)^s \cdot \|\hat{u}(x,t,\lambda)\|_{W_2^l(Q)}^2 d\lambda, \quad (A)$$

где  $s, l$  – любые конечные положительные целые числа, а норма в пространстве Соболева

$W_2^l(Q)$ , определяется следующим образом  $\|\vartheta\|_{W_2^l(Q)}^2 = \sum_{|\alpha| \leq l} \int_Q |D^\alpha \vartheta|^2 dxdt$ ,  $\alpha$  – это мультииндекс,

$D^\alpha$  – есть обобщённая производная по переменным  $x$  и  $t$ . Через  $\hat{u}(x,t,\lambda)$  обозначено преобразование Фурье, функции  $u(x,t,z)$  по переменным  $z$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Джамалов С.З. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа.// Монография. Ташкент.2021г, с.176.
2. Врагов В.Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск: НГУ,1983.

### ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ПОЛУНЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ПЕРВОГО РОДА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА.

<sup>1</sup>Джамалов С.З., <sup>2</sup>Курбанов. О, <sup>3</sup>Дехканов Х.

<sup>1,2</sup>Институт Математики АН РУз, Ташкент, Узбекистан;

<sup>1</sup>[siroj63@mail.ru](mailto:siroj63@mail.ru), <sup>2</sup>[odul69@indox.ru](mailto:odul69@indox.ru)

<sup>3</sup>Наманганский Государственный Университет; <sup>3</sup>[dhusanboy89@mail.ru](mailto:dhusanboy89@mail.ru).

Как известно нелокальные краевые задачи для уравнения смешанного типа первого рода второго порядка изучены в работах в Т.Ш.Кальменова [1], Б.Н.Цыбикова [2] и С.З.Джамалова [3].

В данной работе, используя результат работ [3] изучается однозначная разрешимость обобщенного решения одной полунелокальной краевой задачи для смешанного типа первого рода четвертого порядка.

В области  $Q = (-1,1) \times (0,T)$  рассмотрим уравнения смешанного типа первого рода четвертого порядка.

$$L_1 u = \sum_{i=1}^4 K_i(x,t) D_t^i u - u_{xxxx} + u_{xxtt} + u_{xx} + c(x,t)u = f(x,t) \quad (1)$$

где  $K_4(x,t) = K_4(x)$ , такое, что  $xK_4(x) > 0, x \in (-1,1)$ ;  $D_t^i u = \frac{\partial^i u}{\partial t^i}$  ( $i = 0,1,2,3,4$ ),  $D_t^0 u = u$  и пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в  $Q$ .

**Полунелокальная краевая задача:** Найти обобщённое решение  $u(x,t)$  уравнения (1) из пространства Соболева  $W_2^2(G)$ , удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma D_t^p u|_{t=0} = D_t^p u|_{t=T}; \quad p = 0, 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$u|_{x=-1} = u|_{x=1} = 0 \quad (3)$$

$$u_{xx}|_{x=-1} = u_{xx}|_{x=1} = 0 \quad (4)$$

где  $\gamma$  – отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

**Теорема.** Пусть выполнены следующие условия  $-(2K_3 + 3\lambda K_4) \geq \delta_3 > 0$ ;

$$2K_1 - K_{2t} + \lambda K_2 \geq \delta_2 > 0, \quad \lambda K_0 - K_{0t} \geq \delta_0 > 0, \quad \text{для любых } (x,t) \in \bar{Q}, \quad \text{где}$$

$$\lambda = \frac{2}{T} \ln|\gamma| > 0, \quad |\gamma| > 1; \quad \text{для любых } (x,t) \in \bar{Q}, \quad \text{где } \lambda = \frac{2}{T} \ln|\gamma| > 0, \quad |\gamma| > 1;$$

$K_3(x,0) = K_3(x,T); \quad K_2(x,0) = K_2(x,T); \quad K_0(x,0) = K_0(x,T)$  для всех  $x \in [0,1]$ . Тогда для любого  $f(x,t) \in L_2(Q)$ , существует единственное решение  $u(x,t)$  из пространства Соболева  $W_2^2(Q)$ , и для нее справедливо следующая оценка

$$\|u\|_{W_2^2(Q)}^2 \leq c \|f\|_0^2.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Кальменов Т.Ш.* О полупериодической задаче для многомерного уравнения смешанного типа // Дифференциальные уравнения. 1978. т.14, №3, с.546-548.
2. *Цыбиков Б.Н.* О корректности периодической задачи для многомерного уравнения смешанного типа. // В. кн: Неклассические уравнения математической физики. Новосибирск, 1986, с.201-206
3. *Джамалов С.З.* Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа

### ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ПОЛУНЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА.

<sup>1</sup>Джамалов С.З., <sup>2</sup>Курбанов О., <sup>3</sup>Арзикулов З.

<sup>1,2</sup>Институт Математики АН РУз, Ташкент, Узбекистан

<sup>3</sup>Ферганский политехнический институт;

<sup>1</sup>[siroj63@mail.ru](mailto:siroj63@mail.ru); <sup>2</sup>[одил69@indox.ru](mailto:одил69@indox.ru) <sup>3</sup>[zafarbekarziqulov1984@gmail.ru](mailto:zafarbekarziqulov1984@gmail.ru).

Как известно нелокальные краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка изучены в работах С.Н. Глазатова [1], М.Г. Каратопакраклиевой [2] и С.З. Джамалова [3].

В данной работе, используя результаты работ [3], изучается однозначная разрешимость обобщенного решения одной полунелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго рода четвертого порядка.

В области  $Q = (0,1) \times (0,T)$  рассмотрим уравнения смешанного типа второго рода четвертого порядка.

$$L_2 u = \sum_{i=0}^4 K_i(x,t) D_t^i u - u_{xxxx} + u_{xxt} + u_{xx} = f(x,t) \quad (1)$$

где  $K_4(x,0) = K_4(x,T) = 0$   $D_t^i u = \frac{\partial^i u}{\partial t^i}$  ( $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ),  $D_t^0 u = u$  и пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в  $Q$ .

**Полунелокальная краевая задача:** Найти обобщённое решение  $u(x,t)$  уравнения (1) из пространства Соболева  $W_2^2(G)$ , удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma D_t^p u|_{t=0} = D_t^p u|_{t=T}; \quad p = 0, 1, 2 \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0 \quad (3)$$

$$u_{xx}|_{x=0} = u_{xx}|_{x=1} = 0 \quad (4)$$

где  $\gamma$  – отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

**Теорема.** Пусть выполнены следующие условия  $-(2K_3 - 3K_{4t} - 3\lambda K_4) \geq \delta_3 > 0$ ;

$2K_1 - K_{2t} + \lambda K_2 \geq \delta_2 > 0$ ,  $\lambda K_0 - K_{0t} \geq \delta_0 > 0$ , для любых  $(x, t) \in \bar{Q}$ , где

$\lambda = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ ,  $|\gamma| > 1$ ;  $K_{4t}(x, T) = K_{4t}(x, 0) = 0$ ,  $K_3(x, 0) = K_3(x, T)$ ;  $K_0(x, 0) = K_0(x, T)$  для

всех  $x \in [0, 1]$ . Тогда для любого  $f(x, t) \in L_2(Q)$ , существует единственное  $u(x, t)$  из пространства Соболева  $W_2^2(Q)$  и для нее справедливо следующая оценка.

$$\|u\|_{W_2^2(Q)}^2 \leq c \|f\|_0^2.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глазатов С.Н. Нелокальные краевые задачи для уравнений смешанного типа в прямоугольнике // Сиб. мат. журн., 1985, Т26, №6, с. 162–164.
2. Каратопраклиева М.Г. Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного типа // Дифференциальные уравнения, 1991, Т.27, №1, с.68-79.
3. Джамалов С.З. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа. // Монография. Ташкент. 2021г, с.176.

### ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПЛОСКОСТИ

<sup>1</sup>Джамалов С.З., <sup>2</sup>Сипатдинова Б.К., <sup>3</sup>Абдуганиев Н. О.

<sup>1,2</sup> Институт Математики АН РУз, Ташкент, Узбекистан

<sup>1</sup> [siroj63@mail.ru](mailto:siroj63@mail.ru), <sup>2</sup> [sbiybinaz@mail.ru](mailto:sbiybinaz@mail.ru).

<sup>3</sup> Ферганский Государственный Университет, Фергана, Узбекистан

<sup>3</sup> [annurmatjon@gmail.com](mailto:annurmatjon@gmail.com)

В данной работе, используя результаты работ [1, 2], изучено однозначная разрешимость обобщенного решения задачи Коши для вырождающегося гиперболо-параболического уравнения в плоскости.

В области  $Q = (0, 1) \times (0, T) = \{(x, t); x \in (0, 1), t \in (0, T)\}$  рассмотрим модельное вырождающееся гиперболо-параболическое уравнение :

$$Lu = k(t)u_{tt} - u_{xx} + a(x, t)u_t + c(x, t)u = f(x, t), \quad (1)$$

где  $k(t) > 0$  при  $t \in [0, T]$ ,  $k(0) = 0$  и пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в  $Q$ .

#### Задача Коши.

Найти обобщённое решение  $u(x, t)$  уравнения (1) из пространства  $W_2^2(Q)$ , удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad (2)$$

$$u_t|_{t=0} = u_1(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0. \quad (4)$$

**Определение 1.** Обобщенным решением задачи (1)–(4) будем называть функцию  $u(x, t) \in W_2^2(Q)$ , удовлетворяющую уравнению (1) почти всюду в области  $Q$ , с условиями (2)–(4).

**Теорема-1.** Пусть выполнены указанные выше условия для коэффициентов уравнения (1), кроме того, пусть  $2\alpha - k_t + \lambda k > \delta_1 > 0$ , где  $\lambda - const > 0$ ,  $\lambda c(x, t) - c_t(x, t) \geq \delta_2 > 0$ , для всех

$(x, t) \in \bar{Q}$ ,  $c(x, 0) > 0, c(x, T) \geq 0$ , для всех  $x \in [0, 1]$ ,  $u_0(x), u_1(x) \in L_2(0, 1)$ . Тогда для любой функции  $f(x, t) \in L_2(Q)$ , существует, причем единственное, решение задачи (1)–(4) из пространства Соболева  $W_2^1(Q)$ .

**Теорема-2.** Пусть выполнены указанные выше условия для коэффициентов уравнения (1), кроме того, пусть  $2\alpha - k_t + \lambda k > \delta_1 > 0$ , где  $\lambda - const > 0$ ,  $\lambda c(x, t) - c_t(x, t) \geq \delta_2 > 0$ , для всех  $(x, t) \in \bar{Q}$ ,  $c(x, 0) > 0, c(x, T) \geq 0$ , для всех  $x \in [0, 1]$ ,  $u_0(x) \in W_2^2(0, 1)$ ,  $u_1(x) \in L_2(0, 1)$ . Тогда для любой функции  $f(x, t), f_t(x, t) \in L_2(Q)$ , удовлетворяющие условию согласования  $f(x, 0) = u_0'' - c(x, 0)u_0 - \alpha(x, 0)u_1$ , существует, причем единственное, решение задачи (1)–(4) из пространства Соболева  $W_2^2(Q)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Врагов В.Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск: НГУ, 1983.
2. С.З. Джамалов. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа. // Монография. Ташкент. 2021г, с.176.

### ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ В СОСТОЯНИИ ПОКОЯ

<sup>1</sup>Дурдиев Д.К., <sup>2</sup>Суяров Т.Р.

<sup>1</sup>Бухарский филиал Института Математики Академии наук Республики Узбекистан, Бухара, Узбекистан,

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Рассмотрим двумерную интегро-дифференциальную систему уравнений для несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости в состоянии покоя [1]

$$\begin{cases} u_x + v_y = 0 \\ \frac{du}{dt} + \nabla p = \frac{1}{\text{Re}} \text{div} \Pi \\ \frac{da_{11}}{dt} - 2A_1 u_x - 2a_{12} u_y + K_I a_{11} + \beta \|\sigma_1\|^2 = 0 \\ \frac{da_{12}}{dt} - A_1 v_x - A_2 u_y + K_I a_{12} + \beta(\sigma_1, \sigma_2) = 0 \\ \frac{da_{22}}{dt} - 2A_1 v_y - 2a_{12} v_x + K_I a_{22} + \beta \|\sigma_2\|^2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $t$  – время  $u, v$  – компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}$  декартовой системе координат  $x, y$ ;  $p$  – давление;  $a_{ij}, i, j = 1, 2$  – компоненты симметрического тензора анизотропии  $\Pi$  второго ранга;  $\sigma_1, \sigma_2$  – столбцы симметрической матрицы;

$$\Pi = a_{ij} = (\sigma_1, \sigma_2), \|\sigma_i\|^2 = (\sigma_i, \sigma_i),$$

$$K_I = W^{-1} + \frac{\bar{k}}{3} I, I = a_{11} + a_{22}, \bar{k} = k - \beta, A_i = W^{-1} + a_{ii}, i = 1, 2.$$

Уравнение (1) будем рассматривать с интегральными членами типа свертки на правая сторона: [2, с. 140-149]:

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t} U + A_1 \frac{\partial}{\partial y} U + A_2 \frac{\partial}{\partial x} U + A_3 U + F_0 = \int_0^t \Psi(t - \tau) U(x, y, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $U = (u, v, \alpha_{11}, \alpha_{22})^T$  – вектор – столбец  $\Psi = \text{diag}(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$  – диагональная матрица.

Теперь, применяя преобразование Фурье по переменной  $x$ , перепишем эту систему в виде:

$$\tilde{U}_t + A_1 \tilde{U}_y + B_1 \tilde{U} = \int_0^t \Psi(t - \tau) \tilde{U}(y, \tau) d\tau - \tilde{F}_0(y, t), \quad 0 < y < 1, \quad (3)$$

Систему (3) приведем к каноническому виду. Как известно, из линейной алгебры [3], в рассматриваемом случае существует такая невырожденная матрица  $T$ , что  $T^{-1}A_1T = \Lambda$ , где  $\Lambda$  - диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы  $A_1$ . Введем в уравнении (5) новую функцию с помощью равенства  $\tilde{U} = TV$  и умножим это уравнение слева на матрицу  $T^{-1}$ .

$$\left(I_4 \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial}{\partial y} + C\right)V = \int_0^t R(t-\tau)V(y,\tau)d\tau + F, \quad (4)$$

где  $\Lambda = \text{diag}(\kappa_0, -\kappa_0, \sqrt{2}\kappa_0, -\sqrt{2}\kappa_0)$ ,  $C = T^{-1}B_1T$ ,  $F = -T^{-1}\tilde{F}_0(y,t)$ .

*Прямая задача.* Определить в области  $D = \{(y,t) : 0 < y < 1, t > 0\}$  вектор функции  $V(y,t)$  удовлетворяющую уравнению (4) при следующих начальных и граничных условиях [2]

$$V_i(y,t)|_{t=0} = \varphi_i(y), i = \overline{1,4}; \quad (5)$$

$$V_i(y,t)|_{y=0} = g_i(t), i = 1,3; V_i(y,t)|_{y=1} = g_i(t), i = 2,4; \quad (6)$$

где  $\varphi(y) = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)(y)$ ,  $g(t) = (g_1, g_2, g_3, g_4)(t)$  заданные функции.

*Обратная задача.* Найти функции  $R(t), t > 0$ , если относительно решения задачи (4)-(7) известны дополнительные условия

$$V_i|_{y=1} = h_i(t), i = 1,3; V_i|_{y=0} = h_i(t), i = 2,4. \quad (7)$$

При этом числовая матрица  $R(0)$ , считается известной.

Пусть выполнены условия

$$\varphi_i(1) = g_i(0), i = 1,3; \varphi_i(0) = g_i(0), i = 2,4; \quad (8)$$

$$\left[\frac{d}{dt} h_i(t)\right]_{t=0} = F_i(1,0) - \lambda_i \left[\frac{\partial}{\partial y} \varphi_i(y)\right]_{y=1} - \sum_{j=1}^4 c_{ij} \varphi_j(1), i = 1,3; \quad (9)$$

$$\left[\frac{d}{dt} h_i(t)\right]_{t=0} = F_i(0,0) - \lambda_i \left[\frac{\partial}{\partial y} \varphi_i(y)\right]_{y=0} - \sum_{j=1}^4 c_{ij} \varphi_j(0), i = 2,4.$$

Основным результатом настоящей работы является следующее утверждение:

**Теорема 1.** Пусть,  $\varphi(y) \in C^2[0,1]$ ,  $g(t) \in C^2[0,T]$ , выполнены условие  $\varphi_1(0)\varphi_1(1) \neq \varphi_2(0)\varphi_2(1)$ ,  $\varphi_3(0)\varphi_3(1) \neq \varphi_4(0)\varphi_4(1)$  и условия согласования (8),(9). Тогда на отрезке  $[0,1]$  существует единственное решение обратной задачи (4)-(7), из класса  $\Psi(t) \in C[0,1]$ , и каждая компонента  $\psi_i(t) \in C[0,1]$ , определяется заданием  $\psi_i(t)$  для  $t \in [0,1]$ ,  $i = \overline{1,4}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Блохин, Н. В. Бамбаева, Стационарные решения уравнений несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости, Журн. вычисл. мат. и мат. физ, 2014 Т. 54, № 5. С. 55–69..
2. V. G. Romanov, “Inverse problems for equation with a memory”, Eurasian Jour. of Math. and Computer Applications, 2:4 (2014), 51–80.
3. Дурдиев Д. К., Турдиев Х. Х. Обратная задача для гиперболической системы первого порядка с памятью // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. N: 12. С. 1666-1675

### ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЯДЕР В СИСТЕМЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ АКУСТИКИ

<sup>1</sup>Дурдиев Д.К., <sup>2</sup>Турдиев Х.Х.

<sup>1</sup>Бухарский филиал Института Математики Академии наук Республики Узбекистан, Бухара, Узбекистан,

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан,

Рассмотрим трёхмерную систему уравнений акустики [1]

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) = \int_0^t k_1(t-\tau) \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) d\tau \\ \rho \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_1} = \int_0^t k_2(t-\tau) \frac{\partial p}{\partial x_1} d\tau, \\ \rho \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_2} = \int_0^t k_3(t-\tau) \frac{\partial p}{\partial x_2} d\tau, \\ \rho \frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_3} = \int_0^t k_3(t-\tau) \frac{\partial p}{\partial x_3} d\tau. \end{cases} \quad (1)$$

где  $u = (u_1; u_2; u_3)^*$  – скорость возмущенной среды,  $p$  – давление в этой среде,  $K(t) = \text{diag}(k_1(t); k_2(t); k_3(t); k_4(t))$  – представляющая память.  $\rho, c$  — плотность среды в состоянии термодинамического равновесия и скорость звука, зависящими только от координаты  $x_1$ , \* – символ транспонирования.

Запишем систему (1) в виде симметрической гиперболической системы [1]:

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t} U + \sum_{j=1}^3 A_j \frac{\partial}{\partial x_j} U = \int_0^t K(t-\tau) \sum_{j=1}^3 A_j \frac{\partial}{\partial x_j} U(x, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $U = (p, u, v)^*$  – вектор – столбец  $\Phi = \text{diag}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  диагональная матрица,  $A_0$  Положительно определена  $A_j, j = 0, 1, 2$  симметрические матрицы.

Умножая слева на обратную матрицу  $A_0^{-1}(x_1)$  уравнение (2), несложных преобразований получим

$$E_4 \frac{\partial}{\partial t} U + \sum_{j=1}^3 B_j \frac{\partial}{\partial x_j} U = \int_0^t K(t-\tau) \sum_{j=1}^3 B_j \frac{\partial}{\partial x_j} U(x, \tau) d\tau, \quad (3)$$

здесь  $E_4$ - единичная матрица порядка 4,  $B_j(x_1) = A_0^{-1}(x_1) A_j$ .

Из общей теории интегральных уравнений [3] следует, что решение уравнения (3) выражается равенством

$$\sum_{j=1}^3 B_j \frac{\partial}{\partial x_j} U = -E_4 \frac{\partial}{\partial t} U - \int_0^t \bar{K}(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} U(x, \tau) d\tau, \quad (4)$$

где ядра  $\bar{K}(t) = K(t) + \int_0^t \bar{K}(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} K(\tau) d\tau$ .

Продифференцировав (4) по  $t$  и вводя обозначение  $\bar{U}(x; t) = \frac{\partial}{\partial t} U(x; t)$ , получаем

$$E_4 \frac{\partial}{\partial t} \bar{U} + \sum_{j=1}^3 B_j \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{U} = K(0) \bar{U} + \int_0^t \hat{K}(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \bar{U}(x, \tau) d\tau, \quad (5)$$

где  $\hat{K}(t) = \frac{d}{dt} \bar{K}(t)$ . Из линейной алгебры [4], [5] в рассматриваемом случае существует такая невырожденная матрица  $T$ , что  $T^{-1} A_1 T = \Lambda$ , где  $\Lambda$  - диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы  $A_1$ . Введем в уравнении (5) новую функцию с помощью равенства  $U = TV$  и умножим это уравнение слева на матрицу  $T^{-1}$ .

$$\left( E_4 \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial}{\partial y} + \sum_{j=2}^3 D_j \frac{\partial}{\partial x_j} + D \right) V = \int_0^t R(t-\tau) V(y, x_2, x_3, \tau) d\tau, \quad (6)$$

где  $D_j = T^{-1} B_j T, j = 2, 3, \Lambda = \text{diag}(1, -1, 0, 0), D = T^{-1} B_1 \frac{\partial}{\partial y} T + T^{-1} K(0) T, R(t) = T^{-1} \hat{K}(t) T$ .

*Прямая задача.* Определить в области  $D = \{(y; x_2; x_3; t) : 0 < y < L, t > 0, x_2; x_3 \in \mathbb{R}^2\}$  вектор функции  $V(y, x_2, x_3, t)$  удовлетворяющую уравнению (6) при следующих начальных и граничных условиях [4]

$$V_i(y, x_2, x_3, t)|_{t=0} = \psi_i(y, x_2, x_3), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (7)$$

$$V_1|_{y=0} = g_1(x_2, x_3, t), \quad V_2|_{y=L} = g_2(x_2, x_3, t), \quad (8)$$

где  $\psi(y, x_2, x_3), g(x_2, x_3, t)$  – заданные функции.

*Обратная задача.* Найти функции  $R(t), t > 0$ , если относительно решения задачи (6)-(9) известны дополнительные условия

$$V_1|_{y=L} = h_1(x_2, x_3, t), \quad V_j|_{y=0} = h_j(x_2, x_3, t), \quad j = 2, 3, 4. \quad (9)$$

При этом числовая матрица  $R(0)$  считается известной.

Пусть функции  $\psi(y, x_2, x_3), g(x_2, x_3, t)$  входящие в данные (7), (8) финитны по  $x_2, x_3$  при каждом фиксированном  $y, t$ . Обозначим  $\hat{V}(y, \eta, \mu, t) = \int_{\mathbb{R}} V(y, x_2, x_3, t) e^{i\eta x_2 + i\mu x_3} dx_2 dx_3$ . Фиксируем  $\eta, \mu$  и для сокращения записи, введем обозначение  $\hat{V}(y, \eta, \mu, t) = \hat{V}(y, t)$ . В терминах функции  $\hat{V}$  задачу (6)-(9) запишем в виде [5]

$$\left( E_4 \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial}{\partial y} + C \right) \hat{V} = \int_0^t R(t-\tau) \hat{V}(y, \tau) d\tau, \quad (10)$$

$$\hat{V}_i(y, t)|_{t=0} = \hat{\psi}_i(y), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (11)$$

$$\hat{V}_1(y, t)|_{y=0} = \hat{g}_1(t), \quad \hat{V}_2(y, t)|_{x=L} = \hat{g}_2(t). \quad (12)$$

$$V_1(y, t)|_{y=L} = h_1(t), \quad V_j(y, t)|_{y=0} = h_j(t), j = 2, 3, 4. \quad (13)$$

Пусть выполнены условия

$$\hat{\psi}_1(0) = \hat{g}_1(0), \quad \hat{\psi}_2(L) = \hat{g}_2(0), \quad (14)$$

$$\frac{d}{dy} \hat{\psi}_1(y)|_{y=0} - \sum_{j=1}^4 c_{1j}(0) \hat{\psi}_j(0) = \frac{d}{dt} \hat{g}_1(t)|_{t=0},$$

$$\frac{d}{dy} \hat{\psi}_1(y)|_{y=L} - \sum_{j=1}^4 c_{1j}(L) \hat{\psi}_j(L) = \frac{d}{dt} \hat{g}_1(t)|_{t=0}, \quad (15)$$

$$\frac{d}{dy} \hat{\psi}_1(y)|_{y=L} - \sum_{j=1}^4 c_{1j}(L) \hat{\psi}_j(L) = \frac{d}{dt} \hat{h}_1(t)|_{t=0}$$

$$\frac{d}{dy} \hat{\psi}_i(y)|_{y=0} - \sum_{j=1}^4 c_{ij}(0) \hat{\psi}_j(0) = \frac{d}{dt} \hat{h}_i(t)|_{t=0}, i = 2, 3, 4. \quad (16)$$

**Теорема.** Пусть выполнены включения  $\hat{\psi}(y) \in C^2[0, L]$ ,  $\hat{g}(t) \in C^2[0, T]$ ,  $\hat{h}(t) \in C^2[0, T]$  и выполнены условия  $\hat{\psi}_1(0)\hat{\psi}_1(L) \neq \hat{\psi}_2(0)\hat{\psi}_2(L)$ ,  $\hat{\psi}_j(0) \neq 0, j = 3, 4$ , условия согласования (14) - (16). Тогда для любого  $L > 0$  на отрезке  $[0, L]$  существует единственное решение обратной задачи (10)-(13) из класса  $K(t) \in C^2[0, L]$ .

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. К. Годунов, Уравнения математической физики (2-е изд.), Наука, М, 1979.
2. Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., М, 1988.
3. А. А. Килбас, Интегральные уравнения: курс лекций, Минск, 2005.
4. V. G. Romanov, "Inverse problems for equation with a memory", Eurasian Jour. of Math. and Computer Applications, 2:4 (2014), 51–80.
5. Д. К. Дурдиев, Х. Х. Турдиев, "Обратная задача для гиперболической системы первого порядка с памятью", Дифференциальные уравнения, 56:12 (2020), 1666–1675.
6. D. K. Durdiev, Kh. Kh. Turdiev, "The problem of finding the kernels in the system of integro-differential Maxwell's equations", Sib. Zh. Ind. Math., 24:2 (2021), 38–61

### О РЕШЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Жураев А. Х., Абдуфаттохов И. А.

Наманганский инженерно-строительный институт

В области  $D = \{(x, y) : 0 < x, y < 1\}$  рассмотрим уравнения

$$\mathcal{G}_{xxx} + \mathcal{G}_{yy} + a\mathcal{G}_y + \lambda\mathcal{G} = 0, \quad (1)$$

следующими краевыми условиями:

$$\mathcal{G}(x, 0) = \mathcal{G}(x, 1) = 0 \quad (2)$$

$$\mathcal{G}(0, y) = \mathcal{G}_x(0, y) = \mathcal{G}(1, y) = 0, \quad (3)$$

Краевые задачи для уравнения (1) в случае  $a = \lambda = 0$  рассмотрены в работе [1].

**Задача  $A_\lambda$ .** Найти значения  $\lambda \in \mathbb{R}$ , при которых задачи (1)-(3) имеет нетривиальное решение. Интегрируем тождество

$$\mathcal{G}(\mathcal{G}_{xxx} + \mathcal{G}_{yy} + a\mathcal{G}_y + \lambda\mathcal{G}) = 0$$

в области  $D$  и учитывая однородные краевые условия (2) и (3), приходим

$$\frac{1}{2} \int_0^1 \mathcal{G}_x^2(1, y) dy + \iint_D \mathcal{G}_y^2 dx dy - \lambda \iint_D \mathcal{G}^2 dx dy = 0$$

При  $\lambda \leq 0$  это равенство возможно только при  $\mathcal{G}(x, y) \equiv 0$ . Отсюда заключаем что, спектр задачи  $A_\lambda$  существует только при  $\lambda > 0$ .

Решение задача  $A_\lambda$  будем искать в виде

$$u(x, y) = X(x) \cdot Y(y). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) приходим к следующим задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений

$$X''' + \mu X = 0, \quad X(0) = X'(0) = X(1) = 0, \quad (5)$$

$$Y'' + aY' + \eta Y = 0, \quad Y(0) = Y(1) = 0, \quad (6)$$

при этом  $\lambda = \mu + \eta > 0$ .

Нетривиальное решение задачи (6) являются

$$Y_n^*(y) = C_n e^{-\frac{a}{2}y} \sin \pi n y, \quad \eta_n = \frac{a^2}{4} + n^2 \pi^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Общее решение уравнения (5) имеет вид.

$$X(x) = C_1 e^{-kx} + e^{\frac{1}{2}kx} \left( C_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} kx + C_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} kx \right), \quad (7)$$

где  $C_{in}$  произвольные постоянные.

Таким образом, собственные функции задачи  $A_\lambda$ , соответствующие ее собственными значениям, согласно (4), имеют вид:

$$\mathcal{G}_{mn}(x, y) = \left[ e^{-k_m x} + 2e^{\frac{1}{2}k_m x} \sin \left( \frac{\sqrt{3}}{2} k_m x - \frac{\pi}{6} \right) \right] e^{-\frac{a}{2}y} \sin \pi n y.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Иргашев. Ю. Апаков Ю.П. Первой краевой задача для уравнения третьего порядка псевдоэллиптического типа. Уз.МЖ.2006. №2 стр. 44-51

### ЗАДАЧИ ДЛЯ СМЕШАННОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

**Жураев Ф.М, Аслонова М.А.**

*БухГУ, Бухара, Узбекистан*

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - x^p u_y - \mu_1 u(x, 0), & x > 0, y > 0 \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy} + \mu_2 u(x, 0), & x > 0, y < 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $m, p, \mu_0, \mu_1, \mu_2$  - любые действительные числа, причем

$$m < 0, p > 0, \mu_1 > 0, \mu_2 < 0. \quad (2)$$

Пусть  $\Omega_1$  - область, ограниченная отрезками  $AB, BB_0, AA_0, A_0B_0$  прямых  $y = 0, x = 1, x = 0, y = h$  соответственно, при  $x > 0, y > 0$ ;  $\Omega_2$  - характеристический треугольник, ограниченная отрезком  $AB$  оси  $Ox$  и двумя характеристиками

$$AC: x - \frac{2}{2-m} (-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, \quad BC: x + \frac{2}{2-m} (-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1$$

уравнения при  $x > 0, y < 0$ .

Введем следующие обозначения:

$$I = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup I, \quad 2\beta = \frac{2}{m-2}$$

причем

$$0 < \beta < \frac{1}{2} \quad (3)$$

В области  $\Omega$  для уравнения (1) исследуются аналоги задачи Трикоми.

**Задача AT.** Найти функцию  $u(x, y)$ , обладающую следующими свойствами:

- 1)  $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C_{x,y}^{2,1}(\Omega_1) \cap C^2(\Omega_2)$ ;
- 2)  $u_y(x, y) \in C(\Omega)$ , причем  $u_y(x, 0)$  может обращаться бесконечность порядка меньше  $1 - 2\beta$  при  $x \rightarrow 0$ , а при  $x \rightarrow 1$  ограничена;
- 3)  $u(x, y)$  является регулярным решением уравнения (1) в областях  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ;



4)  $u(x, y)$  удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{AA_0} = \varphi_1(y), u|_{BB_0} = \varphi_2(y), 0 \leq y \leq h \quad (4)$$

$$u|_{AC} = \psi(x), 0 < x < \frac{1}{2} \quad (5)$$

где  $\varphi_1(y), \psi(x)$  - заданные функции, причем  $\varphi_1(0) = \psi(0)$ ,

$$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (6)$$

$$\psi(x) \in C^1[0, \frac{1}{2}] \cap C^3(0, \frac{1}{2}), \quad (7)$$

**Теорема.** Если выполнены условия, (2), (3), (6), (7), то в области  $\Omega$  существует единственное решение задачи  $AT$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Исломов Б., Курьязов Д.М.* Краевые задачи для смешанного нагруженного уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа. //«Узбекский математический журнал». 2000. №2. С. 29-35.
2. *Смирнов М.М.* Уравнения смешанного типа. Москва: «Высшая школа» 1985. 304с.
3. *Терсенов С.А.* Первая краевая задача для уравнения параболического типа с меняющимся направлением времени. Новосибирск. 1978. 54с.

## ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА ГИПЕРПРОСТРАНСТВЕ И КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ

<sup>1</sup>Зайтов А. А., <sup>2</sup>Бешимова Д. Р.

<sup>1</sup>Ташкентский архитектурно-строительный институт, Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

В работе [1] было установлено, что группа топологических преобразований компакта  $X$  индуцирует группу топологических преобразований в гиперпространстве  $\exp X$ . Для непрерывного отображения  $f: X \rightarrow Y$  компактов, полагая  $(\exp f)(F) = f(F)$ ,  $F \in \exp X$ , определяется отображение  $\exp f: \exp X \rightarrow \exp Y$ . Если  $f: X \rightarrow Y$  – эквивариантное отображение  $G$ -пространств, то  $\exp(f): \exp X \rightarrow \exp Y$  также – эквивариантное отображение  $\exp G$ -пространств ([1], Теорема 3). Через  $N_G(e)$  обозначим систему открытых окрестностей нейтрального элемента  $e$  группы  $G$  в топологии пространства  $G$ . При этом, если  $O \in N_G(e)$ , то  $Ox = \{g(x): g \in O\}$ .

**Определение 1**[2]. Действие  $\alpha: G \times X \rightarrow X$  называется:

- *открытым*, если для любых  $x \in X$  и  $O \in N_G(e)$  имеем  $x \in \text{int}(Ox)$ ;
- *d-открытым*, если для любых  $x \in X$  и  $O \in N_G(e)$  имеем  $x \in \text{int}(cl(Ox))$ ;
- *слабо d-открытым*, если для любых  $x \in X$  и  $O \in N_G(e)$  существует точка  $y \in X$  такая, что  $x \in \text{int}(cl(Oy))$ .

**Предложение 1.** Если отображение  $f: X \rightarrow Y$  открыто ( $d$ -открыто), то  $\exp(f)$  также открыто ( $d$ -открыто).

Для пространства  $X$  система  $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; A\}$ , состоящая из частично упорядоченного множества  $A$ , непрерывных сюръективных отображений  $f_\alpha$  пространства  $X$ ,  $\alpha \in A$ , и отображений  $f_{\beta\alpha}: f_\beta(X) \rightarrow f_\alpha(X)$ ,  $\alpha, \beta \in A$ ,  $\alpha < \beta$ , называется согласованной системой непрерывных отображений на  $X$ , если:

- (i) диагональное произведение  $\Delta_{\alpha \in A} f_\alpha: X \rightarrow \prod_{\alpha \in A} f_\alpha(X)$  является вложением;
- (ii)  $f_\alpha = f_{\beta\alpha} \circ f_\beta$ ,  $\alpha, \beta \in A$ ,  $\alpha < \beta$ .

Согласованная система отображений  $L$  называется:

- *открытой (d-открытой)*, если все  $f_\alpha$ ,  $\alpha \in A$ , открыты ( $d$ -открыты);
- *эквивариантной*, если  $X$  –  $G$ -пространство и  $f_\alpha$  эквивариантно  $\alpha \in A$ ;
- *слабо мультипликативной*, если для любого  $B \subset A$  существует  $\beta = \sup B$  в  $A$  такое, что диагональное произведение  $\Delta\{f_{\beta\alpha}: \alpha \in B\}$  инъективно;
- $\mu$ -системой, если  $\Delta\{f_\alpha \in L: f_\alpha(X) \text{ субметризуемо}\}$  – вложение.

**Определение 2**[2]. Топологическое пространство  $X$  называется  $od$ -пространством ( $d$ -пространством), если существует согласованная открытая (соответственно,  $d$ -открытая) слабо мультипликативная  $\mu$ -система непрерывных отображений на пространстве  $X$ .

**Лемма 1.** Если  $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; A\}$  – согласованная система непрерывных отображений на  $X$ , то семейство  $\text{exp}(L) = \{\text{exp}(f_\alpha), \text{exp}(f_{\beta\alpha}); A\}$  – также согласованная система непрерывных отображений на  $\text{exp} X$ .

**Лемма 2.** Если согласованная на  $X$  система  $L$  непрерывных отображений открыта ( $d$ -открыта), то  $\text{exp}(L)$  также открыта ( $d$ -открыта).

**Лемма 3.** Если согласованная на  $X$  система  $L$  непрерывных отображений эквивариантна, то  $\text{exp}(L)$  также эквивариантна.

**Лемма 4.** Если система  $L$  непрерывных отображений слабо мультипликативна на  $X$ , то  $\text{exp}(L)$  также слабо мультипликативна на  $\text{exp} X$ .

**Лемма 5.** Если  $L$  является  $\mu$ -системой на  $X$ , то  $\text{exp}(L)$  является  $\mu$ -системой на  $\text{exp} X$ .

**Лемма 6.** Если  $X$  является  $od$ -пространством ( $d$ -пространством), то  $\text{exp} X$  также является  $od$ -пространством ( $d$ -пространством).

**Предложение 2.** Для  $d$ -пространств ( $od$ -пространств)  $X_s, s \in S$ , сумма  $\bigoplus_{s \in S} \text{exp} X_s$  является  $d$ -пространством (соответственно  $od$ -пространством).

Пусть действие на  $X$  слабо  $d$ -открыто, а семейство  $\mathcal{O} \subset N_G(e)$  таково, что:

(A) для любых  $O, U \in \mathcal{O}$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $V \subset O \cap U$ ;

(B) для любого  $O \in \mathcal{O}$  существует  $U \in \mathcal{O}$  такое, что  $U^2 \subset O$  и  $U^{-1} \subset O$ ;

(C) для любых  $O \in \mathcal{O}$  и  $g \in G$  существует  $V \in \mathcal{O}$  такое, что  $gVg^{-1} \subset O$ .

**Предложение 3.** Пусть  $X$  –  $G$ -пространство со слабо  $d$ -открытым действием, удовлетворяющим следующему свойству:

(s) для любых точки  $x$  и ее окрестности  $W$  существует такое (счетное) семейство  $\mathcal{O}_{xW} \subset N_G(e)$ , удовлетворяющее условиям (A), (B), (C), для которого существует  $O \in \mathcal{O}_{xW}$  и  $St(x, \gamma_O) \cap (X \setminus W) = \emptyset$ .

Тогда для семейства  $\text{exp}(\mathcal{F})$  эквивариантных факторотображений  $\text{exp} X$  семейство  $\text{exp}(L) = \{\text{exp}(f) \in \text{exp}(\mathcal{F}); \text{exp}(p_{fh}), \text{exp}(f), \text{exp}(h) \in \text{exp}(\mathcal{F}), \text{exp}(f) \geq \text{exp}(h); \text{exp}(\mathcal{F})\}$  является согласованной слабо мультипликативной эквивариантной системой (соответственно  $\mu$ -системой) отображений на  $\text{exp} X$ .

Свойство (s) рассматривается с условием счетности.

**Теорема 1.** Пусть  $X$  является  $G$ -пространством с открытым действием, удовлетворяющим свойству (s). Тогда  $\text{exp} X$  является  $od$ -пространством с согласованной слабо мультипликативной эквивариантной открытой  $\mu$ -системой отображений. Если при этом  $X$  – компакт, то  $\text{exp} X$  – компакт Дугунджи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. D. I. Jumaev, D. R. Beshimova, Equivariant maps of hyperspaces, Bull. Inst. Math., 2022, Vol. 5, No 1, pp. 37-43 [In Russian].
2. К. Л. Козлов, В. А. Чатырко, Топологические группы преобразований и бикомпакты Дугунджи, Матем. сб., 2010, том 201, № 1, стр. 103-128.

## ОДНОМЕРНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТИПА ХОПФА

<sup>1</sup>Имомназаров Х.Х., <sup>2</sup>Мукимов А.Х., <sup>3</sup>Салаев Д. К.

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СОРАН

<sup>2</sup>Каршинский государственный университет, Карши, Узбекистан

<sup>3</sup>Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

Современные теории механики сплошной среды [1-3] предполагают влияние на движение среды ее прошлого, причем в общем случае материал может иметь сколь угодно длинную "память". Однако долгая память порождает значительные трудности, преодолеть которые можно двумя путями: во-первых, рассматривать специальные классы движений, в которых память – какова бы она ни была – не имеет возможности существенно проявиться (например, вискозиметрические течения вязких жидкостей [4, гл. V]), во-вторых, выделять классы сред или материалов, в которых на напряжения в любой точке влияет лишь предыстория движения на

произвольно малом интервале времени. Материалы такого типа называются материалами с инфинитезимальной памятью.

Система уравнений двухскоростной гидродинамики в случае постоянства насыщенности фаз является обобщением системы Навье-Стокса для двухфазной среды, соответственно. Подклассом системы двухскоростной гидродинамики, в случае постоянства насыщенности фаз, в диссипативном случае являются системы уравнений типа Хопфа. В одномерном случае в отсутствие массовых сил данная система имеет вид [5-7]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = -b(t)(u_1 - u_2) + f(x)g(t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} = \varepsilon b(t)(u_1 - u_2) + f(x)g(t), \quad (2)$$

где  $u_1$  и  $u_2$  -- скорости подсистем с соответствующими парциальными плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ ,  $f(x)g(t)$  -- источник возбуждения сигнала,  $b(t)$  -- функция отвечающая за трение в системе

(аналог функция Дарси),  $\varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_2}$  -- безразмерная положительная постоянная.

В работе, доказана следующая теорема

**Теорема.** Пусть  $Y = (-\varepsilon, \varepsilon)$ ,  $f(x), u_1^0(x), u_2^0(x) \in C^\omega(Y)$  -- класс вещественно аналитических функций,  $f(x) \neq 0$  и  $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) \neq 0$ . Тогда существуют функции  $u_1(x, t), u_2(x, t), b(t), g(t)$  решение обратной задачи (9)-(12), удовлетворяющие в некоторой окрестности нуля, такие, что в ней  $u_1(x, t), u_2(x, t), b(t), g(t) \in C^\omega$ . При этом неизвестные функции  $b(t), g(t)$  определяются по формуле

$$\begin{pmatrix} b(t) \\ g(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta(t)} \begin{pmatrix} (\varphi_{1t}(t) + \varphi_1(t)u_{1x}(t, 0) - \varphi_{2t}(t) - \varphi_2(t)u_{2x}(t, 0))f(0) \\ (\varphi_{1t}(t) + \varphi_1(t)u_{1x}(t, 0) + \varepsilon(\varphi_{2t}(t) + \varphi_2(t)u_{2x}(t, 0)))(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \end{pmatrix},$$

где  $\Delta(t) = (\varepsilon + 1)(\varphi_1(t) - \varphi_2(t))f(0)$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 21-51-15002).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М.: Мир, 1975. - 592 с.
2. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. - 256 с.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. т.2. М.: Наука, 1973, - 584 с.
4. Урев М.В., Имомназаров Х.Х., Жуан-Ган Тан Краевая задача для одной переопределенной стационарной системы, возникающей в двухскоростной гидродинамике // СибЖВМ, 2017, т. 20, No. 4, С. 425-437.
5. Турдиев У.К., Имомназаров Х.Х. Система уравнений типа Римана, возникающая в двухжидкостной среде // Тезисы Межд. конфер. «Обратные и некорректные задачи» 2-4 октября 2019 г. Самарканд, Узбекистан, с. 119-120.
6. Эркинова Д.А., Имомназаров Б.Х., Имомназаров Х.Х. Одномерная система уравнений типа Хопфа // Региональная научно-практ. конф. «ТОГУ-Старт: фундаментальные и прикладные исследования молодых», 12-16 апреля 2021 г., Хабаровск, с. 61-69.
7. Salaev D.K. On solvability of the Cauchy problem for a one-dimensional system of the Hopf type equations // Bull. Nov. Comp. Center, 2021, v. 23, pp. 18-24.

## ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТИПА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Иргашев Б.Ю.

Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан  
Институт Математики им.В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

В области  $\Omega = \{(x, y) : -\infty < x < \infty, 0 < y \leq T\}$ , для следующего уравнения с дробной производной рассмотрим задачу с начальным условиям типа задачи Коши.

**Задача Коши.** Найти решение задачи

$$\begin{cases} D_{0y}^{\alpha,\beta} u(x, y) - (-1)^{n-1} \frac{\partial^{2n} u(x, y)}{\partial x^{2n}} = 0, n \in N, \\ \lim_{y \rightarrow +0} \left( y^{(1-\beta)(1-\alpha)} u(x, y) \right) = \varphi(x), \end{cases}$$

где

$$D_{0y}^{\alpha,\beta} u(x, y), \frac{\partial^{2n} u(x, y)}{\partial x^{2n}} \in C(D), y^{(1-\beta)(1-\alpha)} u(x, y) \in C(\bar{D});$$

$$\varphi(x) \in C(R), |\varphi(x)| \leq M, 0 < M - const; 0 < \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1;$$

$D_{0y}^{\alpha,\beta}$  - оператор дробного дифференцирования в смысле Хилфера [1]:

$$D_{0y}^{\alpha,\beta} u(x, y) = I_{0y}^{\beta(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial y} \left( I_{0y}^{(1-\beta)(1-\alpha)} u(x, y) \right),$$

или

$$D_{0y}^{\alpha,\beta} u(x, y) = D_{0y}^{-\beta(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{0y}^{-(1-\beta)(1-\alpha)} u(x, y) \right),$$

здесь

$$D_{0t}^{\gamma} \varphi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\gamma)} \int_0^t \frac{\varphi(\tau) d\tau}{|t-\tau|^{\gamma+1}}, \gamma < 0, \\ \varphi(t), \gamma = 0, \\ \frac{d^{[\gamma]+1}}{dt^{[\gamma]+1}} D_{0t}^{\gamma-[\gamma]-1} \varphi(t), \gamma > 0 \end{cases}$$

дробная производная Римана-Лиувилля [2].

**Теорема.** Решением задачи Коши является функция вида :

$$u(x, y) = \Gamma(1 - (1-\beta)(1-\alpha)) \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_b(x - \xi, y) \varphi(\xi) d\xi,$$

где

$$b = -\frac{\alpha}{2n} - (1-\beta)(1-\alpha),$$

$$\Gamma_b(x - \xi, y) = \frac{y^b}{2n} \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k \phi \left( -\frac{\alpha}{2n}, b+1; -\lambda_k |x - \xi| y^{-\frac{\alpha}{2n}} \right),$$

$$\lambda_k^{2n} = (-1)^{n-1},$$

$$\lambda_k = e^{\frac{2k-n+1}{2n} i\pi}, k = \overline{0, n-1},$$

$$\phi(-a, b; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k! \Gamma(-ak + b)}, a < 1, z \in C$$

функция Райта.

Отметим, что при  $\beta = 0$  мы получим результаты из работы [3], а при  $\beta = 0, \alpha = 1, n = 1$  получим формулу Пуассона представления решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hilfer R. Applications of Fractional Calculus in Physics. // World Scientific, Singapore (2000).
2. Нахушев А. М. Дробное исчисление и его применение. // Москва, Изд. Физматлит (2003).
3. Карашева Л. Л. Задача Коши для параболического уравнения высокого четного порядка с дробной производной по временной переменной. // Сиб. электрон.матем. изв., 2018, том 15, 696–706.

## О СУЩЕСТВОВАНИЕ БОРЕЛЕВСКОГО ИЗМЕРИМОГО СЕЧЕНИЯ МНОГОЗНАЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Исканаджиев И.

Ташкентский химико-технологический институт, Ташкент, Узбекистан  
e-mail: iskan1960@mail.ru

В настоящем сообщении излагается один результат необходимости в котором возникла в связи нуждами теории оптимального управления и теории дифференциальных игр.

Используем следующие обозначения: отрезок на числовой ось обозначим через  $I$ , а  $\Delta$  – подотрезок  $I$ ,  $\Delta \subset I$ . Совокупность всех непустых компактных (замкнутых) подмножеств  $R^d$  обозначим через  $K^d$  (соответственно  $C^d$ ), а  $coK^d$  (соответственно  $coC^d$ ) – совокупность всех непустых выпуклых компактных (выпуклых замкнутых) подмножеств  $R^d$ .

Отображение  $A(\cdot): \Delta \rightarrow C^d(K^d)$  называется замкнутозначным (компактнозначным) отображением.

Отображение  $A(\cdot): \Delta \rightarrow C^d(K^d)$  называется измеримым, если для любого  $B \in C^d$  множество  $\{t \in \Delta \mid A(t) \cap B \neq \emptyset\}$  - измеримо.

Отображение  $a(\cdot): \Delta \rightarrow R^d$  называется однозначным сечением (селектором) многозначного отображения  $A(t)$ , если  $a(t) \in A(t)$  п.в. на отрезке  $\Delta$ .

Пусть отображение  $R: I \times Q \rightarrow coK^d$  измеримо по  $t \in I$  при фиксированном  $v \in Q$ ,  $Q \in coK^d$ , непрерывно по  $v$  при фиксированном  $t$  и функция  $g: I \times R^d \rightarrow R^d$  непрерывна, а функция  $\xi: I \rightarrow R^d$  измерима. Рассмотрим отображение  $E(t, v) = \{r \in R(t, v) \mid g(t, r) = \xi(t)\}$ .

**Теорема.** Существует множество  $S, S \subset I$  меры ноль такое, что сужение отображения  $E(t, v)$  на множество  $G^0 = \{(t, v) \mid t \in I \setminus S, v \in Q\}$  имеет борелевское сечение.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Аркин В.И., Левин В.Л. Выпуклость значений векторных интегралов, теоремы змеримого выбора и вариационные задачи // УМН – 1972. – том 27, вып.3 – С.21-77
2. Левин В.Л. Измеримые селекторы многозначных отображений // Труды ММО -1992. – Т.54. – С.3-28.

## СИЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ И ВОЛЬТЕРРОВОСТЬ АНАЛОГА ЗАДАЧИ ТРИКОМИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОПЕРАТОРОМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА ГЕРАСИМОВА-КАПУТО

Исломов Б.И., Ахмадов И.А.

Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, г. Ташкент,  
[islomovbozor@yandex.com](mailto:islomovbozor@yandex.com), [ahmadov.ilhom@mail.ru](mailto:ahmadov.ilhom@mail.ru)

В работах[1-3] исследованы регулярные разрешимость аналога задачи Трикоми для уравнения смешанного типа с оператором Капуто.

В настоящей работа посвящена сильная разрешимость и вольтерровость аналога задачи Трикоми для уравнений смешанного парабола-гиперболического типа с оператором дробного порядка Герасимова-Капуто.

Пусть  $\Omega \in R^2$ - конечная область, ограниченная при  $y > 0$  отрезками  $AA_0$ ,  $A_0B_0$ ,  $B_0B$  прямых  $x=0$ ,  $y=1$ ,  $x=1$  соответственно, а при  $y < 0$  характеристиками  $AC: x+y=0$  и  $BC: x-y=1$  уравнения

$$Lu = \begin{cases} {}_c D_{0x}^\alpha u - u_{yy}, & y \geq 0 \\ u_{xx} - u_{yy}, & y < 0 \end{cases} = f(x; y), \quad (1)$$

где

$${}_c D_{0x}^\alpha g = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^x (x-z)^{-\alpha} g^{(1)}(z) dz, \quad 0 < \operatorname{Re} \alpha < 1, \quad x > 0 \quad (2)$$

-интегральный оператор дробного порядка  $\alpha$  в смысле Герасимова-Капуто[4].

Введем обозначения:  $I = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$ ,  $\Omega_1 = \Omega \cap \{y > 0\}$ ,  $\Omega_2 = \Omega \cap \{y < 0\}$ .

Через  $W_2^l(\Omega) = H^l(\Omega)$  обозначим пространство С. Л. Соболева с нормой  $\|\cdot\|_l$ ,  $W_2^0(\Omega) = L_2(\Omega)$ ,  $L_2(\Omega)$  – пространство квадратично суммируемых функций в области  $\Omega$ .

Рассмотрим следующую локальную краевую задачу, являющуюся обобщением аналога задачи Трикоми для уравнения (1).

**Задача  $T_1$ .** Найти решения уравнения (1), удовлетворяющей условия

$$u|_{AA_0} = 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad u|_{A_0B_0} = 0, \quad (x, 0) \in \bar{I} \quad (3)$$

$$u|_{AC} = 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (4)$$

и на линии изменения типа удовлетворяет условию сопряжения

$$\lim_{y \rightarrow +0} u(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u(x, y), \quad (x, 0) \in \bar{I}, \quad \lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in I. \quad (5)$$

**Определение 1.** Классическим решением задачи  $T_1$  назовем функцию из класса  $P_1 = \{u(x, y) : u(x, y) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C_y^2(\Omega_1) \cap C_{x,y}^{2,2}(\Omega_2)\}$ , удовлетворяющую краевым условиям (3), (4) и (5) задачи  $T_1$  и обращающую уравнение (1) в тождество.

Заметим, что из класса  $u(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$  с учетом (2) следует  ${}_c D_{0x}^\alpha u \in C(\bar{\Omega}_1)$ .

**Определение 2.** Функцию  $u \in L_2(\Omega)$  назовем *сильным решением задачи*

$T_1$ , если существует последовательность функций  $\{u_n(x)\}$ ,  $\{u_n(x)\} u_n \in P_1$ , удовлетворяющих краевым условиям (3), (4) задачи  $T_1$ , такая, что последовательности  $u_n$  и  $Lu_n$  сходятся в  $L_2(\Omega)$  к функциям  $u$  и  $f$  соответственно.

**Доказаны следующие теоремы.**

**Теорема 1.** Для любой функции  $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$  существует единственное классическое решение задачи  $T_1$ .

**Теорема 2.** Для любой функции  $f \in L_2(\Omega)$  существует единственно сильное решение  $u(x, y)$  задачи  $T_1$ . Это решение принадлежит классу  $P_2 = \{u(x, y) : u(x, y) \in W_2^1(\Omega) \cap W_{2x,y}^{1,2}(\Omega_1) \cap C(\bar{\Omega})\}$ , удовлетворяет неравенству

$$\|u\|_1 \leq C \|f\|_0, \quad (6)$$

и может быть представлено в виде

$$u(x, y) = \iint_{\Omega} K(x, y; x_1, y_1) f(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \equiv L_1^{-1} f, \quad (7)$$

где  $K(x, y; x_1, y_1) \in L_2(\Omega \times \Omega)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Салахитдинов М.С., Каримов Э.Т. Об одной нелокальной задаче с условиями сопряжения интегрального вида для парабола-гиперболического с оператором Капуто. // «Доклады АН РУз». 2014. № 4. С.6-9.

2. E.T.Karimov, J.S.Akhatov. A boundary problem with integral gluing condition for a parabolic-hyperbolic equation involving the Caputo fractional derivative. // «Electronic Journal of Differential Equations». Vol. **2014** (2014). №. 14. P. 1-6.
3. Исломов Б. И., Убайдуллаев У. Ш. Краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с оператором дробного порядка в смысле Капуто в прямоугольной области. // «Научный вестник. Математика». 2017. №5. С. 25-30
4. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника. 1987. 688 с.

**КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ, КОГДА НАГРУЖЕННОЙ ЧАСТЬ УРАВНЕНИЯ СОДЕРЖИТ СЛЕД ОПЕРАТОРА ДРОБНОГО ПОРЯДКА**

**Исломов Б.И., Рузиева Т.Ж.**

*Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан  
islomovbozor@yandex.com; ruziyevatuxtagul2498@gmail.com*

Рассмотрим уравнение смешанного типа

$$Lu = u_{xx} + \operatorname{sign} u_{yy} - \rho^2 u(x, y) + \mu(y) D_{0x}^\alpha u(x, 0) = 0 \quad (1)$$

в прямоугольной области  $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < 1, -p < y < q\}$ , где  $\rho, \mu, p > 0, q > 0$  — заданные действительные числа,  $\mu(y) = \mu_1(y)$  при  $y \geq 0$ ,  $\mu(y) = \mu_2(y)$  при  $y \leq 0$ , а  $D_{0x}^\gamma [\cdot]$  — оператор дробного порядка  $\gamma$  в смысле Римана-Лиувилля.

Введем обозначения:  $J = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$ ,

$$D_1 = D \cap \{(x, y) : x > 0, y > 0\}, \quad D_2 = D \cap \{(x, y) : x > 0, y < 0\},$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup J.$$

**Задача Дирихле.** Найти в области  $D$  функцию  $u(x, y)$ , удовлетворяющую следующим условиям:

$$u(x, y) \in C^1(\bar{D}) \cap C^2(D_1 \cup D_2), \quad D_{0x}^\alpha u(x, 0) \in C(D_1 \cup D_2); \quad (2)$$

$$Lu(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_1 \cup D_2; \quad (3)$$

$$u(0, y) = 0, \quad u(1, y) = 0, \quad -p \leq y \leq q, \quad (4)$$

$$u(x, q) = \varphi(x), \quad u(x, -p) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (5)$$

где  $\varphi(x), \psi(x)$  — заданные достаточно гладкие функции, причем

$$\varphi(0) = \varphi(1) = \psi(0) = \psi(1) = 0. \quad (7)$$

Отметим, что в работе [1] для нагруженного параболо-гиперболического уравнения в прямоугольной области изучена начально-граничная задача, в которой методом спектральных разложений установлен критерий единственности решения этой задачи и само решение построено в виде суммы ряда по собственным функциям соответствующей одномерной задачи на собственные значения. Задача Дирихле для уравнения (1) при  $\mu(y) = 0$  изучалась в работах [2]–[3], а при  $\alpha = 0$  — в работе [4].

В данной работе при всех  $\rho \geq 0, -1 < \alpha < 0$  установлены необходимые и достаточные условия единственности решения задачи (1)–(5) в прямоугольной области и само решение построено в виде суммы ряда Фурье. Показана устойчивость решения от граничных функций.

**Доказаны следующие теоремы.**

**Теорема 1.** Если существует решение  $u(x, y)$  задачи Дирихле, то оно единственно только тогда, когда выполнено условие

$$\Delta_{pq}(n) \equiv \cos \lambda_n p \operatorname{ch} \lambda_n q + \sin \lambda_n p \operatorname{sh} \lambda_n q \neq 0 \quad \text{при всех } n \in N, \quad \lambda_n^2 = \rho^2 + \pi^2 n^2.$$

**Теорема 2.** Пусть функции  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  удовлетворяют условиям  $\varphi(x) \in C^3[0,1]$ ,  $\varphi(0) = \varphi(1) = \varphi'(0) = \varphi'(1) = 0$  и  $\psi(x) \in C^3[0,1]$ ,  $\psi(0) = \psi(1) = 0$ ,  $\psi'(0) = \psi'(1) = 0$  и выполнены оценка  $|\Delta_{pq}(n)| \geq C_0 e^{\pi n q} > 0$  при всех  $n > n_0$ . Тогда если  $\Delta_{pq}(n) \neq 0$  при всех  $n = \overline{1, n_0}$ , то задача (1)–(5) имеет единственное решение, которое определяется рядом  $u(x, y) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{+\infty} u_n(y) \sin \pi n x$ ; если  $\Delta_{pq}(n) = 0$  при  $n = n_1, n_2, \dots, n_\theta \leq n_0$ , то задача (1)–(5) разрешима тогда, когда выполнены условия  $\varphi_l = \psi_l = 0$ ,  $l = n_1, n_2, \dots, n_\theta$  и решение в этом случае определяется рядом  $u(x, y) = \sqrt{2} \left[ \sum_{n=1}^{n_1-1} + \sum_{n=n_1+1}^{n_2-1} + \dots + \sum_{n=n_\theta+1}^{+\infty} \right] u_n(y) \sin \pi n x + \sum_l A_l u_n(y) \sin \pi n x$ ,  $A_l = const$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сабитов К.Б. Начально-граничная задача для нагруженного уравнения параболического типа. // Докл. АМАН. 2009. **11** (1). С. 66–73.
2. Хачев М.М. Задача Дирихле для обобщенного уравнения Лаврентьева–Бицадзе в прямоугольной области. // Дифференц. уравнения. 1978. **14** (1). С.136–139.
3. Сабитов К.Б. Задача Дирихле для уравнения смешанного типа в прямо-угольной области. // Докл. РАН. 2007. **413** (1). С.23–26.
4. Сабитов К. Б., Мелишева Е. П. Задача Дирихле для нагруженного уравнения смешанного типа в прямоугольной области. // Изв. вузов. Матем. 2013. № 7. С. 62–76.

### К ВОПРОСУ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗНОСТНЫМИ СХЕМАМИ В ЗАДАЧАХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Клово А.Г., Куповых Г.В.

**Введение.** В работе [1] сформулированы условия управляемости и единственности оптимального управления в граничных условиях колебаниями однородной струны. В различных функциональных пространствах найдено оптимальное управления подобных задач в работе [2]. В работах [3, 4] доказано, что при использовании стандартного минимизируемого функционала найденное оптимальное управление не является всюду оптимальным. Показана также роль выбора такого функционала для обеспечения возможности синтеза оптимального управления. Построен функционал, для которого возможна его поточечная минимизация, что приводит к построению всюду оптимального управления в явном виде. В работе исследуется вопрос оптимального управления для неоднородной струны. При анализе приближенного решения используется техника применения разностных схем, построенная в работе [5].

**1. Постановка задачи.** Рассматривается задача свободных колебаний неоднородной струны в соответствии с уравнением:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

в области  $x \in [0; l]$  с соответствующими начальными и граничными условиями, среди которых есть условие  $u|_{x=l} = p(t)$  управления струной на правом конце. Поиск оптимального управления связан с использованием энергетического тождества

$$\int_0^l \left( \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) \Big|_{t=t_2} dx =$$



$$= \int_0^l \left( \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) dx + 2 \int_{t_1}^{t_2} k(l) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} \cdot \frac{dp}{dt} dt$$

Для выполнения условий всюду оптимальности управления рекомендуется использовать минимизируемый функционал:

$$J(p) = \int_0^l \left( \left( \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=\tau} \right)^2 + \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{t=\tau} \right)^2 \right) dx.$$

**2. Использование и оптимизация разностных схем.** При построении разностных схем найдены разностные аналоги функционала  $J(p)$ , которые также остаются постоянными при отсутствии внешнего, в частности, управляющего воздействия на струну. Полученный функционал имеет физический смысл и его можно назвать разностной энергией неоднородной струны. Такая ситуация позволяет строить управление, допускающее поточечную минимизацию разностных аналогов энергии струны. Проведены соответствующие численные эксперименты, подтвердившие правильность заложенных алгоритмов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Латтес Р., Лионс Ж.-Л. Метод квазиобращения и его приложения. Москва, «Мир», 1970.
2. Ильин В. А., Мусеев Е. И., Оптимизация граничных управлений колебаниями струны, УМН, **60**:6(366) (2005), 89–114;
3. Клово А.Г., Куповых Г.В., Ляпунова И.А. Математическая задача об оптимальном управлении струной // Известия ЮФУ. Технические науки. № 4, 2020. С.178-191.
4. Куповых Г.В., Клово А.Г. Некоторые математические вопросы для задач оптимального управления // X Всероссийская научная конференция «Системный синтез и прикладная синергетика»: Сб. научных трудов. Ростов-на-Дону - Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2021. С.79-85
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983.

#### БЎЛАКЛИ - СИЛЛИҚ РАДИАЛ-СИММЕТРИК ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ШРЁДИНГЕР ОПЕРАТОРИНИНГ ХОС ФУНКЦИЯЛАРИ БЎЙИЧА СПЕКТРАЛ ЁЙИЛМАЛАРИ ҲАҚИДА Кўчқоров Э.И., Турғунов К.Т.

$$L_2(\Omega) \text{ фазода, аниқланиш соҳаси } D(L) = C_0^\infty(\Omega) \text{ бўлган} \\ L(x, D) = -\Delta + q(x) \quad (1)$$

кўринишдаги Шрёдингер операторини қараймиз, бу ерда  $\Omega \subset R^2$  ихтиёрий чегараланган ва чегараси силлиқ соҳа,  $q(x)$  - эса ҳақиқий қийматли ва

$$\sup_{x \in R^2} \int_{|y-x| \leq R} |q(y)| \ln |x-y|^{-1} dy < \infty, \quad (2)$$

шартни қаноатлантирувчи, номанфий функция.

Маълумки агар  $q(x)$  функция (2) шартни қаноатлантирса бу функция Като синфига қарашли бўлади. Бундан  $L$  операторнинг қуйидан чегараланганлиги келиб чиқади. У ҳолда К.Фридрихс теоремасига асосан  $L$  ўз-ўзига қўшма кенгайтмага эга. Биз бундай кенгайтмалардан ихтиёрий биттасини  $A$  орқали белгилаймиз. Спектрал теоремага асосан  $A$  операторни

$$A = \int_0^\infty \lambda dE_\lambda$$

кўринишда ифодалаш мумкин, бу интегралдаги  $\{E_\lambda\}$  операторлар бирнинг ёйилмаси дейилади.

$E_\lambda$  - ортопроекторларнинг ҳар бири Л.Гординг теоремасига асосан интеграл оператор бўлади ва

$$E_\lambda f(x) = \int_{\Omega} \Theta(x, y, \lambda) f(y) dy \quad (3)$$

кўринишга эга. Бу интеграл операторларнинг ядроси бўлган  $\Theta(x, y, \lambda)$  функциялар  $A$  операторнинг спектрал функцияси деб аталади. Маълумки агар  $L_2(\Omega)$  бўлса куйидаги яқинлашиш ўринли:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \|E_\lambda f(x) - f(x)\|_{L_2(\Omega)} = 0.$$

Ушбу ишда бўлакли-силлик ва радиал симметрик функцияларнинг  $A$  операторга мос спектрал ёйилмаларининг нуқтада яқинлашиши ўрганилган.

Бўлакли-силлик функцияларнинг коэффициенлари силлик бўлган эллиптик дифференциал операторларга мос спектрал ёйилмаларининг яқинлашиши бўйича кўплаб натижалар олинган. Батафсил шарҳларни Ш.А.Алимовнинг [1-3], М.Пиский [5-6] ишларида берилган.

**Теорема.** Радиал симметрик бўлган  $q(x)$  потенциал (2) шартни қаноатлантирсин.  $f(x)$  ихтиёрий бўлакли-силлик ва радиал симметрик функция,  $S$  эса  $f(x)$  функциянинг узилиш нуқталари бўлсин. У ҳолда исталган  $x \in \Omega \setminus S$  нуқтада

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} E_\lambda f(x) = f(x)$$

бўлади.

#### АДАБИЁТЛАР

1. *Alimov Sh.A.* On the eigenfunctions expansion of a piecewise smooth function // The Journal of Fourier Analysis and Applications. -2003. -№1(9).-P.67-76.
2. *Alimov Sh.A.* Sets of uniform convergence of Fourier expansion of a piecewise smooth function // The Journal of Fourier Analysis and Applications. -2004.-№6 (10). -P.635-644.
3. *Alimov, S.A.* On Spectral Expansions of Piecewise Smooth Functions Depending on the Geodesic Distance, Differential Equations, 2010, Vol. 46, No. 6, pp. 827–839.
4. *Brandoli L. and Colzani L.* Localization and convergence of eigenfunctions // Journal of Fourier Analysis and Applications. -1999.-№5 (5). -P.431-447.
5. *Pinsky M.A.* Fourier inversion for piecewise smooth functions in several variables // Proc.A.M.S.-1993.-№118.-P.903-910.
6. *Pinsky, M.A. and Bray, W.O.* Eigenfunction Expansions on Geodesic Balls and Rank One Symmetric Spaces of Compact Type, Ann. Global Anal. Geom., 2000, vol. 18, pp. 347–369.

### О РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

**Мамажонов С. М.**

*Институт Математика им. В. И. Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан*  
sanjarbekmamajonov@gmail.com

Для уравнения

$$L[u] = u_{xxxx}(x, y) + a_1 u_{xx}(x, y) + a_2 u_x(x, y) + a_3 u(x, y) - u_{yy}(x, y) = f(x, y), \quad (1)$$

в области  $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$ , изучим следующую задачу.

**Задача А.** Найти функцию  $u(x, y)$  из класса  $C_{x,y}^{4,2}(\Omega) \cap C_{x,y}^{3,1}(\bar{\Omega})$ , удовлетворяющую уравнению (1) в области  $\Omega$  и следующим краевым условиям:

$$u_y(x, 0) = u(x, q) = 0, 0 \leq x \leq p,$$

$$u(0, y) = \psi_1(y), u(p, y) = \psi_2(y), u_{xx}(0, y) = \psi_3(y), u_{xx}(p, y) = \psi_4(y), 0 \leq y \leq q,$$

где  $\psi_i(y)$ ,  $i = \overline{1, 4}$ ,  $f(x, y)$  заданные достаточно гладкие функции, причем выполняются условия согласования

$$\psi_i(q) = \psi_i'(0) = \psi_i''(q) = 0, i = \overline{1, 4}, f(x, q) = 0.$$

Отметим, что в работе [1] рассмотрен случай  $a_1 = a_2 = 0$ ,  $a_3 \neq 0$ , а в работах [2-4] исследованы краевые задачи для уравнений четвертого порядка спектральном методом. В работе

[5], метод Фурье используется для решения краевой задачи для модельного уравнения произвольного четного порядка.

**Теорема 1.** Если задача  $A$  имеет решение, то при выполнении условий  $a_1 \leq 0$ ,  $a_3 \geq 0$  оно единственно.

**Теорема 2.** Если выполняются следующие условия:

$$1) \psi_i(y) \in C^3[0, q], \quad i = \overline{1, 4};$$

$$2) \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} \in C(\overline{\Omega});$$

$$3) C < \frac{\mu_1^3 (1 - e^{-2\mu_1 p})^2}{p(2\mu_1^2 + 3\mu_1(1 + e^{-4\mu_1 p}) + 3)},$$

то решение задачи  $A$  существует. Здесь,  $C = \max\{|a_i|, i = \overline{1, 3}\}$ ,  $\mu_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2q}}$ .

Единственность решения поставленной задачи доказана методом интегралов энергии. Решение выписано через построенную функцию Грина.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аманов Д., Мурзамбетова М. Б. Краевая задача для уравнения четвертого порядка с младшим членом, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 2013, выпуск 1, 3–10.
2. Аманов Д., Бекиев А.Б., Отарова Ж.А. Об одной краевой задаче для уравнения четвертого порядка // УзМЖ. 2015. -№4. -с.11-18.
3. Сабитов К.Б., Фадеева О.В. Начально-граничная задача для уравнения вынужденных колебаний консольной балки // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 25:1 (2021), 51–66.
4. Urinov A.K., Azizov M.S. Boundary Value Problems for a Fourth Order partial Equation with an Unknown Right – hand Part // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42 №3 pp.632-640.
5. Б. Ю. Иргашев, Краевая задача для уравнения высокого четного порядка, Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, Мат. Физ., 2016, выпуск 3(34), 6–18

### ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ

Меликузиева Д.М.

Наманганский инженерно-строительный институт

Краевые задачи для уравнения четвертого порядка изучены многими авторами [1-3] и другие.

#### 1. Постановка задачи.

В области  $D = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$  рассмотрим уравнение

$$u_{xxxx} - u_{yy} + a_1 u_y + a_2 u_x = 0 \quad (1)$$

где  $a_1, a_2 \in R$

**Задача А.** Найти решение уравнения (1) в области  $D$  из класса  $u(x, y) \in C_{x,y}^{4,3}(D) \cap C_{x,y}^{3,2}(\overline{D})$ , удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$u(0, y) = u(p, y) = u_{xx}(0, y) = u_{xx}(p, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq q. \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \psi_1(x), \quad u(x, q) = \psi_2(x), \quad u_y(x, 0) = \psi_3(x), \quad 0 \leq x \leq p \quad (3)$$

где  $\psi_i(x) \in C^5[0, p]$ ,  $i = 1, 2$  ва  $\psi_3(x) \in C^4[0, p]$  заданные функции, причем

$$\psi_i(0) = \psi_i(p) = \psi_i''(0) = \psi_i''(p) = \psi_i^{(4)}(0) = \psi_i^{(4)}(p) = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

**Теорема.** Если задача  $A$  имеет решение, то при выполнении условий  $a_1 \leq 0$  оно единственно.

**Доказательство.** Пусть задача  $A$  имеет два решения  $u_1(x, y)$  и  $u_2(x, y)$ . Тогда функция  $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$  удовлетворяет уравнению (1) и однородным краевым условиям. Докажем, что  $u(x, y) \equiv 0$  в  $\bar{D}$ .

В области  $D$  справедливо тождество

$$uL[u] \equiv \frac{\partial}{\partial x}(uu_{xxx} - u_x u_{xx}) - \frac{\partial}{\partial y}\left(uu_{yy} - \frac{1}{2}u_y^2 - a_1(uu_y) - \frac{1}{2}a_2u^2\right) + u_{xx}^2 - a_1u_y^2 = 0 \quad (5)$$

Интегрируя тождество (5) по области  $D$ , имеем

$$\begin{aligned} & \int_0^p \int_0^q \frac{\partial}{\partial x}[u \cdot u_{xxx} - u_x \cdot u_{xx}] dx dy - \int_0^p \int_0^q \frac{\partial}{\partial y}\left[u \cdot u_{yy} - \frac{1}{2}u_y^2 - a_1(uu_y) - \frac{1}{2}a_2u^2\right] dx dy + \\ & + \int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - a_1 \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy = 0, \\ & \int_0^q [u(p, y)u_{xxx}(p, y) - u(0, y)u_{xxx}(0, y)] dy - \\ & - \int_0^q [u_x(p, y)u_{xx}(p, y) - u_x(0, y)u_{xx}(0, y)] dy - \\ & - \int_0^p [u(x, q)u_{yy}(x, q) - u(x, 0)u_{yy}(x, 0)] dx + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^p [u_y^2(x, q) - u_y^2(x, 0)] dx + a_1 \int_0^p [u(x, q)u_y(x, q) - u(x, 0)u_y(x, 0)] dx + \\ & + \frac{1}{2} a_2 \int_0^p [u^2(x, q) - u^2(x, 0)] dx + \int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - a_1 \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy = 0. \end{aligned}$$

Учитывая однородные краевые условия, получим

$$\frac{1}{2} \int_0^p u_y^2(x, q) dx + \int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - a_1 \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy = 0. \quad (6)$$

Если  $a_1 = 0$ , откуда следует, что  $u_{xx} = 0 \Rightarrow u(x, y) = x \cdot f_1(y) + f_2(y)$ ,  $(x, y) \in D$ .

Полагая здесь  $x = 0$  и учитывая  $u(0, y) = f_2(y) = 0$ .

Полагая  $x = p$ ,  $u(p, y) = p \cdot f_1(y) = 0 \Rightarrow p \neq 0 \Rightarrow f_1(y) = 0$ . Следовательно,

$u(x, y) \equiv 0$ ,  $(x, y) \in \bar{D}$ .

Если  $a_1 \neq 0$ ,  $u_y = 0 \Rightarrow u(x, y) \equiv f(x)$ ,  $u(x, 0) \equiv 0$  то  $f(x) = 0$ . Следовательно  $u(x, y) \equiv 0$ . Теорема доказана.

Используя метода Фурье решение задача  $A$  построена в виде бесконечного ряда. Доказана, что это ряд и его производные  $u_{xxx}$ ,  $u_{yyy}$ ,  $u_{yy}$ ,  $u_y$  сходится абсолютно и равномерно.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Аманов Д., Отарова Ж.А. Краевая задача для уравнения смешанного типа четвертого порядка. // УзМЖ, 2008, №3 с.13-22.
2. Аманов Д., Бекиев А.Б. Краевая задача для уравнения четвертого порядка, содержащего парабола-эллиптический оператор. // УзМЖ.2009, №3 с.11-17.
3. Аманов Д., Бекиев А.Б., Отарова Ж.А. Об одной краевой задаче для уравнения четвертого порядка. // УзМЖ.2015. №4. с.11-18.

# ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

**Нарманов О., Ражабов Э.**

В этой работе мы изучаем решения двумерного уравнения тепло-проводности без источника, инвариантные относительно некоторой группы преобразований. Одним из преимуществ знания группы симметрий диф-ференциальных уравнений состоит в том, что если нам известно решение, то у нас есть возможность построить целое семейство решений, подвергая известное решение действию всевозможных элементов группы.

Методы группового анализа широко используются для исследования уравнений в частных производных. Нахождению групп симметрий дифференциальных уравнений и их применениям для исследований посвящены многочисленные исследования [1-3]. В работе [4] разработан вычислительный метод, явно определяющий полную группу симметрий произвольного дифференциального уравнения в частных производных.

Рассмотрим двумерное уравнение теплопроводности

$$u_t = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k_i(u) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + Q(u) \quad (1)$$

где  $u = u(x_1, x_2, t) \geq 0$  – температурная функция,  $k_i(u) \geq 0$ ,  $Q(u)$  – функция температуры  $u$ . Функция  $Q(u)$  описывает процесс тепловыделения при  $Q(u) > 0$  и процесс теплопоглощения при  $Q(u) < 0$ .

Рассмотрим случай  $k_1(u) = k_2(u) = u^{-1}$ ,  $Q(u) = 0$ . В этом случае уравнение (1) имеет следующую форму

$$u_t = u^{-1} \Delta u - u^{-1} (\nabla u)^2 \quad (2)$$

где  $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$  – оператор Лапласа,  $\nabla u = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} \right\}$  – градиент функции  $u$ .

Как показано в работе [3] следующие векторные поля являются инфини-тезимальными образующими группы симметрий для уравнения (2):

$$X_1 = x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - 2u \frac{\partial}{\partial u}, \quad X_2 = t \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial u}. \quad (3)$$

Потоки этих векторных полей  $X_1, X_2$  порождают следующие группы преобразований

$$(t, x_1, x_2, u) \rightarrow (t, x_1 e^s, x_2 e^s, u e^{-2s}), \quad s \in \mathbb{R} \quad (4)$$

$$(t, x_1, x_2, u) \rightarrow (t e^s, x_1, x_2, u e^s), \quad s \in \mathbb{R} \quad (5)$$

**Теорема.** Инвариантными решениями уравнения (2) относительно группы преобразований (4),(5) является функция

$$u(t, x_1, x_2) = \frac{t}{x_1^2} V(\xi)$$

где  $\xi = \frac{x_2}{x_1}$ , а функция  $V(\xi)$  является общим решением следующего дифференциального уравнения второго порядка

$$\xi^2 V V'' - \xi^2 V'^2 + 2\xi V V' + 2V^2 - V = 0.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. O. Narmanov. Invarinat solutions of two dimensional heat equation // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2019, 7, 1488-1497 <https://doi.org/10.-4236/jamp.2019.77100>
2. О.Нарманов. Инвариантные решение двумерного уравнения теплопро-водности//Вестник удмуртского университета., математика, механика, компьютерные науки. 2019 г., Том 29., Выпуск 1 ISSN 1994-9197 <https://-www.vst.ics.org.ru>

3. В. Дородницын, И. Князева, С. Свирщевский. Групповые свойства уравнения теплопроводности с источником в двумерном и трехмерном случаях. Дифференциальные уравнения, 1983, том 19, 7, С. 1215--1223.
4. P. Olver. Applications of Lie Groups to Differential Equations. Springer, 2019

## О РЕШЕНИИ ВОЗМУЩЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РЕДУКЦИИ

**Рахимов Д.Г., Ахмаджонова Д.Д.**

*Филиал Российского государственного университета нефти и газа  
им. И.М. Губкина в городе Ташкенте, Ташкент, Узбекистан*  
[davranaka@yandex.com](mailto:davranaka@yandex.com)

Пусть  $E_1, E_2$  – банаховы пространства,  $A(\varepsilon) \in L(E_1, E_2)$  – аналитическая относительно малого параметра  $\varepsilon \in \mathbb{C}$  оператор-функция, причем  $A(0) = B$  – фредгольмовый оператор с  $\text{Ker}(B) = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$ ,  $\text{Ker}(B^*) = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\}$  с неполным ОЖН  $\{\varphi_j^{(s)}\}_{j=1, n}^{s=1, p_j}$ .

Пусть  $\{\gamma_i\}_{i=1, n}$  – биортогональные к  $\{\varphi_i\}_{i=1, n}$ ,  $\{z_i\}_{i=1, n}$  – биортогональные к  $\{\psi_i\}_{i=1, n}$  системы.

Для каждого  $i = 1, 2, \dots, n$  введем оператор  $B_j = B + \sum_{j \neq i} \langle \cdot, \gamma_j \rangle z_j$ . Несложно убедиться в том, что  $\text{Ker}(B_j) = \{\varphi_j\}$ ,  $\text{Ker}(B_j^*) = \{\psi_j\}$ . Рассмотрим возмущенную оператор-функцию  $\overline{A}_i(\varepsilon) = B_i - \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k A_k$ .

Справедлива

**Лемма.** Если для некоторого  $j \in 1, 2, \dots, n$  ОЖН  $\{\varphi_j^{(s)}\}_{j=1, n}^{s=1, p_j}$  конечна, то оператор  $\overline{A}_i(\varepsilon)$  непрерывно обратим.

**Теорема 1.** Для того, чтобы все цепочки  $\{\varphi_j^{(s)}\}_{j=1, n}^{s=1, p_j}$  были конечными, необходимо и достаточно, чтобы существовало число  $\rho_0$  такое, что для всех  $\varepsilon$ , удовлетворяющих неравенству  $0 < |\varepsilon| < \rho_0$ , операторы  $\overline{A}_i^{-1}(\varepsilon)$ ,  $i = \{1, n\}$ , существовали и были ограниченными.

Рассмотрим уравнение

$$\overline{B}_i y = h + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k A_k y, \quad (1)$$

где  $\overline{B}_j = B + \sum_{j \neq i} \langle \cdot, \gamma_j \rangle z_j$ .

**Теорема 2.** Пусть фредгольмовый оператор  $B \in L(E_1, E_2)$  с числом нулей  $n > 1$  имеет неполный ОЖН с конечными длинами. Тогда каждое уравнение из (1) имеет единственное решение  $y_i(\varepsilon)$ , которое при условии  $p_i - q_i \leq 0$  будет аналитическим в точке  $\varepsilon = 0$  и ее некоторой окрестности, и при условии  $p_i - q_i > 0$  имеют в точке  $\varepsilon = 0$  полюс порядка  $p_i - q_i$ .

Теперь рассмотрим уравнение

$$B y = h + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k A_k y. \quad (2)$$

**Теорема 3.** Пусть в уравнении (2) оператор  $B$  – фредгольмовый с числом нулей  $n > 1$  имеющий неполный ОЖН с конечными длинами, и пусть ранг определителя полноты равен  $n - 1$ . Если  $y_n$  – решение уравнения (1), то уравнение (2) имеет решение вида

$$y(\varepsilon) = y_n(\varepsilon) + \sum_{j=1}^{n-1} \xi_j \left[ \xi \left( I - \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Gamma A_k \right)^{-1} \varphi_n + \left( I - \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Gamma A_k \right)^{-1} \varphi_j \right].$$

Если  $D_{p_k} = 0$  и дополнительно выполнено неравенство  $p_i \leq q_i$ , то решение  $y(\varepsilon)$  будет аналитическим при  $\varepsilon = 0$  и ее некоторой окрестности, и при условии  $p_1 - q_n > 0$  оно имеет в точке  $\varepsilon = 0$  полюс порядка  $p_1 - q_n$ . Если  $p_i < q_n < p_{i+1}$ , то решение  $y(\varepsilon)$  имеет полюс порядка  $p_{i+1} - q_n$ .

## ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДРОБНОЙ ДИФФУЗИИ

**Рахматова Н.Ж., Умарова Ш.Х.**

*Бухарского государственного университета, Бухара, Узбекистан*

В области  $\Omega := \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t \leq T\}$  рассмотрим дифференциальное уравнение с операторами Капуто и Бесселя

$$\partial_{0t}^{\alpha} u(x, t) = u_{xx} + \frac{1}{x} u_x(x, t) + q(t)u(x, t) + f(x, t), \quad (1)$$

где  $0 < \alpha < 1$  – заданное число,  $\partial_{0t}^\alpha$  – регуляризованная производная Капуто дробного порядка  $\alpha$ , с началом в точке 0, определяется следующим образом [1]:

$$\partial_{0t}^\alpha u(x, t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} v'(\tau) d\tau.$$

Пусть  $q(t)$  и  $f(x, t)$  заданные функции. Поставим следующую задачу: найти в области  $\Omega$  функцию  $u(x, t)$ , удовлетворяющие уравнения (1) и условиям:

1) условия регулярности

$$u, u_x, u_{xx}, \partial_{0t}^\alpha u \in C(\Omega), \int_0^1 \sqrt{x} |u(x, t)| dx < \infty; \quad (2)$$

2) начальными и граничными условиями

$$\lim_{x \rightarrow 0} x u_x(x, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \\ u(x, 0) = a(x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Пусть функции  $a(x)$ ,  $f(x, \cdot)$  определена и четыре раза дифференцируема на отрезке  $x \in [0, 1]$ , причем:

(i)  $a(0) = f(0, t) = a'(0) = f'(0, t) = a''(0) = f''(0, t) = a'''(0) = f'''(0, t) = 0;$

(ii)  $\partial_x^4 a(x), \partial_x^4 f(x, t)$  органичена (эти производная может и не существовать в отдельных точках);

(iii)  $a(1) = f(1, t) = a'(1) = f'(1, t) = a''(1) = f''(1, t) = 0;$

**Теорема 1.** Если функции  $a(x)$  и  $f(x, t)$  удовлетворяют условиям (i)-(iii) и  $q(t) \in C[0, T], f(x, \cdot) \in C_\gamma[0, T]$ , при каждом  $x \in [0, 1]$ , где  $0 \leq \gamma \leq \alpha < 1$ , то существует единственное решение задачи (1)-(4), при этом  $u(x, t) \in C_\gamma^{2, \alpha}(\bar{\Omega})$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Псху. Уравнения в частных производных дробного порядка. - М.: Наука, 2005. - 199 с.

### О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНОЙ ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ РИМАНА-ЛИУВИЛЛЯ

Рузиев М.Х., Юлдашева Н.Т.

Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУ, Ташкент, Узбекистан

Рассмотрим уравнение

$$\begin{cases} u_{xx} - D_{0,y}^\gamma u = 0, \gamma \in (0, 1), y > 0, \\ -(-y)^m u_{xx} + u_{yy} + \frac{\alpha_0}{(-y)^{1-\frac{m}{2}}} u_x + \frac{\beta_0}{y} u_y = 0, y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $D_{0+,y}^\gamma$  - частная дробная производная Римана-Лиувилля порядка  $\gamma$  ( $0 < \gamma < 1$ ) от функции  $u(x, y)$  [1], в области  $D$ , которая представляет собой объединение верхней полуплоскости  $D^+ = \{(x, y): -\infty < x < +\infty, y > 0\}$ , и области  $D^-$ , лежащей в нижней полуплоскости ( $y < 0$ ) ограниченной характеристиками  $OC: x - \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 0, BC: x + \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 1$  и отрезком  $[0, 1]$  прямой  $y = 0$ .

В (1)  $m, \alpha_0, \beta_0$  – некоторые действительные числа, удовлетворяющие условиям  $m > 0, |\alpha_0| < \frac{m+2}{2}, -\frac{m}{2} < \beta_0 < 1$ .

**Задача.** Найти в области  $D$  функцию  $u(x, y)$  которая:

1)  $u(x, y)$  стремится к нулю при  $(x^2 + y^2) \rightarrow \infty;$

2) удовлетворяет краевым условиям

$$y^{1-\gamma} u|_{y=0} = 0, (-\infty < x \leq 0, 1 \leq x < \infty), \quad (2)$$

$$u(x, y)|_{OC} = \psi(x), 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (3)$$

а также условиям сопряжения

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{1-\gamma} u(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u(x, y), x \in [0, 1], \quad (4)$$

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{1-\gamma} (y^{1-\gamma} u(x, y))_y = \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{\beta_0} u(x, y)_y, x \in I = (0, 1), \quad (5)$$

$\psi(x)$  – заданная функция,  $\psi(0) = 0$ .

Будем искать решение  $u(x, y)$  поставленной задачи в классе дважды дифференцируемых функций в области  $D$  таких, что  $y^{1-\gamma} u \in C(\bar{D}^+), u(x, y) \in C(\bar{D}^-), y^{1-\gamma} (y^{1-\gamma} u)_y \in C(D^+ \cup \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}), u_{xx} \in C(D^+ \cup D^-), u_{yy} \in C(D^-)$ .

Из формулы Дарбу, дающая в области  $D^-$  решение видоизменённой задачи Коши с начальными данными  $u(x, 0) = \tau(x), x \in I, \lim_{y \rightarrow 0} (-y)^{\beta_0} u(x, y)_y = u(x), x \in I$ , в силу краевого условия (3), после некоторых вычислений получаем следующее функциональное соотношение между  $\tau(x)$  и  $u(x)$ , принесённое из гиперболической части  $D^-$  на линию  $y = 0$

$$\gamma_0 \tau(x) + D_{0,x}^{\alpha+\beta-1} u(x) = \Phi(x), \quad (6)$$

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_1 \Gamma(\alpha)}{\gamma_2 \left(\frac{m+2}{4}\right)^{1-\alpha-\beta} \Gamma(1-\beta)}, \quad \Phi(x) = \frac{x^{1-\beta} D_{0,x}^{\alpha} x^{\alpha+\beta-1} \psi\left(\frac{x}{2}\right)}{\gamma_2 \left(\frac{m+2}{4}\right)^{1-\alpha-\beta} \Gamma(1-\beta)}.$$

Известно [2], что функциональное соотношение между  $\tau(x)$  и  $u(x)$ , принесённое из  $D^+$  на линию  $y = 0$  имеет вид

$$v(x) = \frac{1}{\Gamma(1+\gamma)} \tau''(x). \quad (7)$$

Дифференцируя обе части равенства (6) дважды по  $x$ , получим

$$\gamma_0 \tau''(x) + D_{0,x}^{\alpha+\beta+1} u(x) = \Phi''(x).$$

Учитывая (7) придем к дифференциальному уравнению дробного порядка  $1 + \alpha + \beta$

$$D_{0,x}^{\alpha+\beta+1} v(x) - \lambda v(x) = \Phi''(x), \quad (8)$$

где  $\lambda = -\gamma_0 \Gamma(1 + \gamma)$ . Далее, решение уравнения (8) находим по формуле, как и в работе [3].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Самко С.Г., Килбасс А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск. 1987. 687 с.
2. Геккиева С.Х. Аналог задачи Трикоми для уравнения смешанного типа с дробной производной. Изв. Кабардино-Балкарского науч. центра РАН. 2001, №2(7), с.78-80.
3. Килбас А.А., Репин О.А. Аналог задачи Бицадзе-Самарского для уравнения смешанного типа с дробной производной. Диф.уравнения. 2003, т.39, № 5, с. 638-644.

### РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛАПЛАСОВА ПОЛЯ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

**Сатторов Э.Н., Мардонов Дж.А., Абдусайтов Д.Ш.**

*Самаркандский государственный университет, Саьарканд, Узбекистан  
e-mail: Sattorov-e@rambler.ru*

Пусть  $R^3$  ( $n \geq 3$ ) – вещественное евклидово пространство,

$$x = (x_1, x_2, x_3), \quad y = (y_1, y_2, y_3) \in R^3, \quad x' = (x_1, x_2), \quad y' = (y_1, y_2) \in R^2,$$

$$s = \alpha^2 = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2, \quad r^2 = |y - x|^2 = \alpha^2 + (y_3 - x_3)^2.$$

Обозначим через  $\Omega$  ограниченную область в  $R^3$  с кусочно-гладкой границей  $\partial\Omega$ . В области  $\Omega$  задано непрерывно дифференцируемая вектор-функция  $\vec{F}(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$ .

При изучении геофизических полей в качестве области существования векторного поля  $\vec{F}$  обычно рассматривается все безграничное пространство, а источники и вихри поля полагают локализованными в некоторой конечной области  $\Omega$ .

Рассмотрим лапласово поле  $\vec{F}(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$ , которое удовлетворяет системе дифференциальных уравнений первого порядка

$$\operatorname{div} \vec{F}(x) = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{F}(x) = 0, \quad x \in \Omega. \quad (1)$$

Лапласово поле всюду в  $\Omega$  удовлетворяет векторному уравнению Лапласа  $\Delta \vec{F} = 0$ . При этом, декартовы компоненты лапласова векторного поля суть гармонические функции.

Пусть  $\vec{F}(x)$  лапласово поле в  $\Omega$  и непрерывна вместе со своей производной вплоть до границы  $\partial\Omega$  и  $\Phi_0(y, x) = \frac{1}{4\pi|y-x|}$  – фундаментальное решение уравнения Лапласа. Тогда справедлив трехмерный аналог интегральной формулы Коши [1; с. 122],



$$-\iint_{\partial\Omega} \left\{ (\vec{n} \cdot \vec{F}) \operatorname{grad} \Phi_0 + [\vec{n} \times \vec{F}] \times \operatorname{grad} \Phi_0 \right\} ds = \begin{cases} \vec{F}, & x \in \Omega, \\ 0, & x \notin \bar{\Omega}, \end{cases} \quad (2)$$

**Задача.** Известны данные Коши решения системы (1) на поверхности  $S$  :

$$\vec{F}(y) \Big|_S = \vec{f}(y), \quad y \in S, \quad (3)$$

$\vec{f}(y) = (f_1(y), f_2(y), f_3(y), f_4(y))$  – заданная непрерывная вектор-функция. Требуется восстановить лапласово поле  $\vec{F}(x)$  в  $\Omega$ , исходя из заданной  $\vec{f}(y)$ , т. е. решить - задачу аналитического продолжения решения системы (1) в пространственной области по ее значениям на гладком куске  $S$  границы.

**Теорема.** Пусть решение системы уравнений (1)  $\vec{F}(y)$  удовлетворяет условию (3) и на части  $T$  границы  $\partial\Omega$  неравенству

$$|\vec{F}(y)| \leq B, \quad y \in T, \quad (4)$$

где  $B$  – заданное положительное число. Тогда для любого  $x \in \Omega$  и  $\sigma > 0$  справедливо неравенство

$$|\vec{F}(x) - \vec{F}_\sigma(x)| \leq C(\sigma) B \exp(-\sigma x_3^2), \quad (5)$$

где

$$C(\sigma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{\sqrt{\sigma}} + \frac{2}{\sigma\sqrt{\pi}} \right). \quad (6)$$

**Следствие.** Для любого  $x \in \Omega$  справедливо равенство

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \vec{F}_\sigma(x) = \vec{F}(x), \quad (7)$$

причем предел достигается равномерно на компактах из  $\Omega$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жданов М.С. Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука. -1984. 326 с.

### РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЕ УРАВНЕНИЙ КОШИ-РИМАНА С КВАТЕРНИОННЫМ ПАРАМЕТРОМ

Сатторов Э.Н., Рустамов С.У.

*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан  
Навоинский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан  
e-mail: Sattorov-e@rambler.ru*

В работе рассматривается задача аналитического продолжения решения системы уравнений, которая является обобщением [1]-[3] системой Моисила-Теодореску, трехмерным аналогом уравнений Коши-Римана, важность которых в физических приложениях привела к далеко идущим обобщениям [4]-[6].

Пусть  $R^3$ -вещественное трехмерное евклидово пространство,

$$x = (x_1, x_2, x_3), \quad y = (y_1, y_2, y_3) \in R^3, \quad x' = (x_1, x_2, 0), \quad y' = (y_1, y_2, 0) \in R^2,$$

$s = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2$ ,  $r^2 = |y - x| = s + (y_3 - x_3)^2$ ,  $\Omega$  - ограниченная односвязная область в  $R^3$  с границей  $\partial\Omega$  состоящей из компактной связной части  $T$  плоскости  $y_3 = 0$  и гладкого куска поверхности  $S$  Ляпунова, лежащей в полупространстве  $y_3 \geq 0$ ,  $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ ,  $\partial\Omega = S \cup T$

Рассмотрим систему уравнений [7]

$$\alpha_0 f_0 - \operatorname{div} f - \langle f, \vec{\alpha} \rangle = 0, \quad \operatorname{grad} f_0 + \operatorname{rot} f + [f \times \vec{\alpha}] + f_0 \vec{\alpha} + \alpha_0 f = 0 \quad (1)$$

где  $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ,  $\alpha_k \in C$ ,  $k = 0, 1, 2, 3$ ;  $f = (f_1, f_2, f_3)$ ,  $f_0$  - векторная и скалярная функции соответственно.

Пусть  $Q$ -множество комплексных кватернионов, т.е. если  $\alpha \in Q$ , то  $\alpha = \sum_{k=0}^3 \alpha_k i_k$ , где  $i_k$ ,  $k=0,1,2,3$  - базисные кватернионные векторы,  $\alpha_k \in C$ ,  $k=0,1,2,3$ . По определению, для  $i$ -мнимой единицы из  $C$  - выполняются соотношения  $i i_k = i_k i$ ,  $k=0,1,2,3$ . Обозначим  $\hat{\alpha} := \sum_{k=1}^3 \alpha_k i_k$ ,  $\bar{\alpha} := \alpha_0 - \hat{\alpha}$ , через  $\mathfrak{R}$  подмножество  $Q$  делителей нуля. Через  $\Theta$  обозначим подмножество  $Q$  делителей нуля.

На кватернионнозначных функциях вида  $F(x) = \sum_{k=0}^3 f_k(x) i_k$ ,  $x \in \Omega \subset R^3$ ,  $f_k(x) \in C^1(\Omega)$ ,  $k=0,1,2,3$  определим оператор  $D_\alpha F := (D + M^\alpha)F$ , где  $D := \sum_{k=1}^3 i_k \frac{\partial}{\partial x_k}$  - оператор, обобщающий двумерный оператор Коши-Римана (см. например [3]);  $M^\alpha F := F\alpha$ . Тогда уравнение  $D_\alpha F = 0$  является эквивалентной записью системы (1).

**Постановка задачи.** Требуется определить регулярное решение  $F(y)$  системы (1) в области  $\Omega$ , исходя из ее данных Коши, заданных на поверхности  $S$ :

$$F(y)|_S = g(y), \quad y \in S \quad (2)$$

где  $g(y) = \sum_{k=0}^3 g_k(y) i_k$  - заданная непрерывная кватернионнозначная функция.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gr. C. Moisil, Theodorecko N. Fonctions holomorphes dans l'espase. Mathematica, 5, 141, 1931.
2. Mises R. Integral theorems in three-dimensional potential flow.// Bull. Amer. Math. Soc., vol. 50, 1944. - с.509-611.
3. Klaus Gurlbeck, Wolfgang Sprobig Quaternionic analysis and elliptic boundary value problems - Basel; Boston; Berlin : Birkhauser, 1990.
4. Brackx F., Delanghe K., Sommen F. Clifford analysis. L.: Pitman, 1982. V.76. 308 pp.
5. Владимиров В.С., Волович И.В. Суперанализ // Теоретическая и математическая физика. 1984.Т. 59. №1. С.3-27.
6. Владимиров В.С., Волович И.В. Суперанализ. II. Интегральное исчисление // Теорет. и математ. физика. 1984.Т. 60. №2. С.169-198.
7. Кравченко В.В., Шапиро М.В. Об обобщенной системе уравнений Коши-Римана с кватернионным параметром // ДРАН, 1993, т. 329, №5. С.

### ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ В СОСТОЯНИИ ПОКОЯ

Турдиев Х.Х., Суяров Т.Р.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

[hturдиев@mail.ru](mailto:hturдиев@mail.ru), [tsuyarov996@gmail.com](mailto:tsuyarov996@gmail.com).

Рассмотрим двумерную интегро-дифференциальную систему уравнений для несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости в состоянии покоя [1]

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x + v_y = 0 \\ \frac{du}{dt} + \nabla p = \frac{1}{\text{Re}} \text{div} \Pi \\ \frac{da_{11}}{dt} - 2A_1 u_x - 2a_{12} u_y + K_1 a_{11} + \beta \|\sigma_1\|^2 = 0 \\ \frac{da_{12}}{dt} - A_1 v_x - A_2 u_y + K_1 a_{12} + \beta(\sigma_1, \sigma_2) = 0 \\ \frac{da_{22}}{dt} - 2A_1 v_y - 2a_{12} v_x + K_1 a_{22} + \beta \|\sigma_2\|^2 = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь  $t$  – время,  $u, v$  – компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}$  декартовой системе координат  $x, y$ ;  $p$  – давление;  $a_{ij}, i, j = 1, 2$  – компоненты симметрического тензора анизотропии  $\Pi$  второго ранга;  $\sigma_1, \sigma_2$  – столбцы **симметрической матрицы**;

Уравнение (1) будем рассматривать с интегральными членами типа свертки на правая сторона [2]:

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t} U + A_1 \frac{\partial}{\partial y} U + A_2 \frac{\partial}{\partial x} U + A_3 U + F_0 = \int_0^t \Psi(t - \tau) U(x, y, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $U = (u, v, \alpha_{11}, \alpha_{22})^T$  – вектор – столбец  $\Psi = \text{diag}(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$  – диагональная матрица. Все элементы матриц  $A_0, A_1, A_2, A_3, F_0$ , состоят из постоянных чисел [1]

Теперь, применяя преобразование Фурье по переменной  $x$ , перепишем эту систему в виде:

$$\tilde{U}_t + A_1 \tilde{U}_y + B_1 \tilde{U} = \int_0^t \Psi(t - \tau) \tilde{U}(y, \tau) d\tau - \tilde{F}_0(y, t), \quad 0 < y < 1, \quad (3)$$

Систему (3) приведем к каноническому виду. Как известно, из линейной алгебры [3], в рассматриваемом случае существует такая невырожденная матрица  $T$ , что  $T^{-1} A_1 T = \Lambda$ , где  $\Lambda$  – диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы  $A_1$ . Введем в уравнении (5) новую функцию с помощью равенства  $\tilde{U} = TV$  и умножим это уравнение слева на матрицу  $T^{-1}$ .

$$\left( I_4 \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial}{\partial y} + C \right) V = \int_0^t R(t - \tau) V(y, \tau) d\tau + F, \quad (4)$$

где  $\Lambda = \text{diag}(\kappa_0, -\kappa_0, \sqrt{2}\kappa_0, -\sqrt{2}\kappa_0)$ ,  $C = T^{-1} B_1 T$ ,  $F = -T^{-1} \tilde{F}_0(y, t)$ .

**Постановка задачи.** Определить в области  $D = \{(y, t) : 0 < y < 1, t > 0\}$  вектор функции  $V(y, t)$  удовлетворяющую уравнению (4) при следующих начальных и граничных условиях [2]

$$V_i(y, t)|_{t=0} = \varphi_i(y), i = \overline{1, 4}; \quad (5)$$

$$V_i(y, t)|_{y=0} = g_i(t), i = 1, 3; V_i(y, t)|_{y=1} = g_i(t), i = 2, 4; \quad (6)$$

где  $\varphi(y) = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)(y)$ ,  $g(t) = (g_1, g_2, g_3, g_4)(t)$  заданные функции.

**Теорема.** Пусть  $\varphi(y) \in C^1[0, 1]$ ,  $g(t) \in C^1[0, T]$ ,  $\Psi(t) \in C[0, T]$ , и выполнены условия  $\varphi_1(0) = g_1(0)$ ,  $\varphi_2(1) = g_2(0)$ . Тогда в области  $\Pi_T$  существует единственное непрерывное решение прямой задачи (4)-(6), где  $\Pi_T = \{(y, t) : 0 < y < 1, 0 \leq t \leq T\}$   $T > 0$  некоторое фиксированное число.

#### ЛИТЕРАТУРА

3. А. М. Блохин, Н. В. Бамбаева, Стационарные решения уравнений несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости, Журн. вычисл. мат. и мат. физ., 2014 Т. 54, № 5. С. 55–69.
4. V. G. Romanov, “Inverse problems for equation with a memory”, *Eurasian Jour. of Math. and Computer Applications*, 2:4 (2014), 51–80.
3. Турдиев Д. К., Турдиев Х. Х. Обратная задача для гиперболической системы первого порядка с памятью // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. №: 12. С. 1666-1675

### НАЧАЛЬНО-КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ АКУСТИКИ

Турдиев Х.Х., Хамроев А.М.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

[hturdiev@mail.ru](mailto:hturdiev@mail.ru)

Рассмотрим двумерную систему уравнений акустики

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c_0^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \int_0^t \varphi_1(t - \tau) p(x, y, \tau) d\tau \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \int_0^t \varphi_2(t - \tau) u(x, y, \tau) d\tau, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = \int_0^t \varphi_3(t - \tau) v(x, y, \tau) d\tau. \end{cases} \quad (1)$$

где  $u, v$  – скорость возмущенной среды,  $p$  – давление в этой среде,  $\varphi(t)$  представляющая память. Коэффициенты  $\rho_0, c_0$  связаны со свойствами покоящейся среды. Запишем систему (1) в виде симметрической гиперболической системы [1, с. 140-149]:

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t} U + A_1 \frac{\partial}{\partial x} U + A_2 \frac{\partial}{\partial y} U = \int_0^t \Phi(t - \tau) U(x, y, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $U = (p, u, v)^*$  – вектор – столбец  $\Phi = \text{diag}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  диагональная матрица, \* – символ транспонирования.  $A_0$  Положительно определена  $A_j, j = 0, 1, 2$  симметрические матрицы, определяемые следующим образом:

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & \rho_0 c_0^2 & 0 \\ \frac{1}{\rho_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \rho_0 c_0^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\rho_0} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Из линейной алгебры [2, с. 149-153], [3] в рассматриваемом случае существует такая невырожденная матрица  $T$ , что  $T^{-1}A_1T = \Lambda$ , где  $\Lambda$  – диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы  $A_1$ . Введем в уравнении (2) новую функцию с помощью равенства  $U = TV$  и умножим это уравнение слева на матрицу  $T^{-1}$ . Тогда, для функции  $V$  после очевидных преобразований, получим уравнение

$$I_3 \frac{\partial}{\partial t} V + \Lambda \frac{\partial}{\partial x} V + B_1 \frac{\partial}{\partial y} V + B_2 V = \int_0^t \bar{\Phi}(t - \tau) V(x, y, \tau) d\tau. \quad (3)$$

где  $B_1 = T^{-1}A_2T$ ,  $\Lambda = \text{diag}(c_0, -c_0, 0)$ ,  $B_2 = T^{-1}A_2 \frac{\partial}{\partial y} T$ ,  $\bar{\Phi}(t) = T^{-1}\Phi(t)T$ .

**Постановка задачи.** (Смешанная задача) Определить в области  $D = \{(x, y, t): 0 < x < L, t > 0, y \in \mathbb{R}\}$  вектор функции  $V(x, y, t)$  удовлетворяющую уравнению (2) при следующих начальных и граничных условиях [4]

$$V_i(x, y, t)|_{t=0} = \psi_i(x, y), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (4)$$

$$V_1(x, y, t)|_{x=0} = g_1(y, t), \quad V_2(x, y, t)|_{x=L} = g_2(y, t), \quad (5)$$

где  $\psi(x, y)$ ,  $g(y, t)$  – заданные функции.

Пусть функции  $\psi(x, y), g(y, t)$  входящие в данные (4), (5) финитны по  $y$  при каждом фиксированном  $x, t$ . Из существования для системы (3) конечной области зависимости и финитности по  $y$  данных входящий в (4), (5) следует финитность по  $y$  решений задачи (3)-(5). Обозначим  $\hat{V}(x, \eta, t) = \int_{\mathbb{R}} V(x, y, t) e^{i\eta y} dy$ . Фиксируем  $\eta$  и для сокращения записи, введем обозначение  $\hat{V}(x, \eta, t) = \hat{V}(x, t)$ . В терминах функции  $\hat{V}$  задачу (3)-(5) запишем в виде [5]

$$\left( I_3 \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial}{\partial x} + B \right) \hat{V} = \int_0^t \bar{\Phi}(\tau) \hat{V}(x, t - \tau) d\tau, \quad (6)$$

$$\hat{V}_i(x, t)|_{t=0} = \hat{\psi}_i(x), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (7)$$

$$\hat{V}_1(x, t)|_{x=0} = \hat{g}_1(t), \quad \hat{V}_2(x, t)|_{x=L} = \hat{g}_2(t). \quad (8)$$

**Теорема.** Пусть  $\hat{\psi}(x) \in C[0, \infty)$ ,  $\hat{g}(t) \in C[0, \infty)$ ,  $\bar{\Phi}(t) \in C[0, \infty)$  и выполнены условия  $\hat{\psi}_1(0) = \hat{g}_1(0)$ ,  $\hat{\psi}_2(L) = \hat{g}_2(0)$ . Тогда в области  $\Omega_{LT}$  существует единственное непрерывное решение прямой задачи (3)-(5), где  $\Omega_{LT} = \{(x, t): 0 < x < L, 0 \leq t \leq T\}$ ,  $T > 0$  некоторое фиксированное число.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. К. Годунов, Уравнения математической физики (2-е изд.), Наука, М, 1979.
2. Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., М, 1988.
3. V. G. Romanov, "Inverse problems for equation with a memory", Eurasian Jour. of Math. and Computer Applications, 2:4 (2014), 51–80.
4. Д. К. Дурдиев, Х. Х. Турдиев, "Обратная задача для гиперболической системы первого порядка с памятью", Дифференциальные уравнения, 56:12 (2020), 1666–1675.
5. D. K. Durdiev, Kh. Kh. Turdiev, "The problem of finding the kernels in the system of integro-differential Maxwell's equations", Sib. Zh. Ind. Math., 24:2 (2021), 38–61.

### ЗАДАЧА С УСЛОВИЕМ БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО С АНАЛОГОМ УСЛОВИЯ ФРАНКЛЯ НА ОТРЕЗКЕ ЛИНИИ ВЫРОЖДЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА, КОГДА ЧАСТЬ ГРАНИЦЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ СОВПАДАЕТ С ОТРЕЗКОМ $y > 0$ .

Турдиева М.Б.

Денауский педагогический институт, Термез, Узбекистан

Постановка задачи А.

Пусть  $D_a$  конечная односвязная область комплексной плоскости  $z = x + iy$  ограниченной при  $y > 0$  отрезком  $OB$  оси  $Oy$ ,  $0 \leq y \leq b = [(m+2)a/2]^{\frac{2}{m+2}}$ , дугой  $AB$  нормальной кривой  $C_a : x^2 + \frac{4}{(m+2)^2} y^{m+2} = a^2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , с концы в точках  $B = B(0, b)$ ,  $A = A(a, 0)$ , а при  $y < 0$  характеристиками

$$OC : x - \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 0,$$

$$AC : x + \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = a.$$

Уравнения Геллерстедта

$$(\text{sign} y) |y|^m u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (1)$$

где  $m > 0$ .

Обозначим через  $D_a^+$  и  $D_a^-$  части  $D_a$  лежащие соответственно в полуплоскостях  $y > 0$  и  $y < 0$ , а через  $C_0$  и  $C_1$  соответственно точки пересечения характеристик  $OC$  и  $AC$  с характеристиками исходящей из точки  $E(c, 0)$ , где  $c \in I_a = (0, a)$  – интервал оси  $y = 0$ . Пусть  $p(x) \in C^1[0, c]$  – отображает множество точек отрезка  $[0, c]$  на множество точек отрезка  $[c, a]$ , причем  $p'(x) < 0$ ,  $p(0) = a$ ,  $p(c) = c$ . В качестве примера такой функции приведем линейную функцию  $p(x) = \delta - kx$ , где  $k = (a - c)/c$ ,  $\delta = a$ .

Настоящая работа отличается от работы [1] тем что, здесь характеристика  $OC$  произвольным образом разбита на два куска:  $OC_0$ ,  $C_0C$  и напущке  $OC_0$  и на отрезке  $AE$  задается условия Бицадзе-Самарского, а  $C_0C$  освобождена краевого условия и это недостающее условие Бицадзе-Самарского заменено с аналогом условия Франкля [2,3,4] на отрезке вырождения.

**Задача А:** Требуется найти в области  $D_a$  функцию  $u(x, y) \in C(\bar{D}_a)$  удовлетворяющую следующим условиям:

- 1)  $u(x, y) \in C^2(D_a^+)$  и удовлетворяет условию (1) в этой области;
- 2)  $u(x, y)$  является обобщенным решением класс  $R_1[4.c, 104]$  этой области;
- 3) на интервале вырождения имеет место следующее условие сопряжения

$$\lim_{y \rightarrow -0} \frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x \in I_a \setminus \{c\} \quad (2)$$

причем эти пределы при  $x = 0$ ,  $x = c$ ,  $x = a$  могут иметь особенности порядок ниже  $1 - 2\beta$ , где  $\beta = \frac{m}{2}(m+2)$ ;

- 4) выполнено

$$u(x, y) \Big|_{c_a} = \varphi(x), \quad x \in [0, a], \quad (3)$$

$$D_{a,x}^\beta x^{2\beta-1} u[\theta_0(x)] = a(x)u(x, 0) + b(x), \quad 0 \leq x \leq a, \quad (4)$$

$$u(x, y) - \mu u(p(x), 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq c, \quad (5)$$

где  $\mu$  – некоторая постоянная,  $\theta(x)$  – аффикс точек пересечения характеристик  $C_1C(EC_1)$  с характеристиками исходящих из точки  $M(x_0, 0)$ ,  $x_0 \in [c, a]$ ,

$$\theta(x_0) = \frac{x_0}{2} - i \left[ \frac{(m+2)x_0}{4} \right]^{\frac{2}{m+2}},$$

$\mu = \text{const}$ ,  $b(c) = 0$ ,  $a(c) = 0$ ,  $f(c) = 0$ ,  $a(x), b(x), f(x) \in C[0, c] \cap C^{1,\alpha}(0, c)$ ,  
 $b(-1) = 0$ ,  $f(-1) = 0$ ,  $a(x)$  – неположительная невозрастающая функция,  $\varphi(x) \in C^{0,\alpha}[0, a]$ ,  
 $\psi \in C^{1,\alpha}[0, c/2]$ ,  $\rho(x) \in C^{1,\alpha}[c, a]$ , причем  $\varphi(0) = \psi(0)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Нахушев А.М.* О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференциальные уравнения. 1969. Т.5. №1. С.44-59.
2. *Бицадзе А.В., Самарский А.А.* О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач // ДАН СССР. 1969. 185. №4. С. 739-740.
3. *Мирсабуров М.* Краевая задача для одного класса уравнений смешанного типа с условием Бицадзе-Самарского на параллельных характеристиках // Дифференц. уравнения. 2001. Т.39. №9. С.1281-1284.
4. *Смирнов М.М.* Уравнения смешанного типа. М.: Наука. 1985, -304 с.

### ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

**Турсунов Ф.Р., Рузикулов Ф.Ф., Уразбоева Н. К.**

*СамГУ, Самарканд, Узбекистан  
e-mail: farhod.tursunov.76mail.ru*

Пусть  $x = (x_1, x_2, x_3)$  и  $y = (y_1, y_2, y_3)$  точки трёхмерного Евклидова пространства  $R^3$ ,  $G$  - ограниченная односвязная область в  $R^3$  с границей  $\partial G = S \cup Q$ , состоящей из компактной связной части  $Q$  плоскости  $y_3 = 0$  и гладкого куска поверхности Ляпунова  $S$ , лежащей в полупространстве  $y_3 > 0$ .

Обозначим через  $A_{l \times n}(x)$  класс матриц  $D(x^T)$ , элементами которых являются линейные формы с комплексными коэффициентами таких, что выполняется равенство  $D^*(x^T)D(x^T) = E(|x|^2 u^0)$ ; здесь  $D^*(x^T)$  - сопряженная к  $D(x^T)$  матрица, а  $E(x)$  - диагональная матрица размерности  $(n \times l)$ ,  $n, l \geq 3$ ,  $x^T = (x_1, x_2, x_3)^T$  - транспонированный вектор  $x$ .

Рассмотрим задачи Коши

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x) = 0, \quad x \in G, \quad (1)$$

$$U(x)|_S = f(x), \quad (2)$$

здесь,  $\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right)^T$ ,  $U(x) = (U_1(x), U_2(x), \dots, U_n(x))^T$ ;  $n \geq 3$ ,  $f(x)$  - непрерывная

функция, заданная на части  $S$  границы области  $G$ . Рассматриваемая задача, относится к некорректным задачам математической физики. В работе [1] А. Н. Тихонов указал практическую важность неустойчивых задач и показал, что если сузить класс возможных решений до компакта, то из существования и единственности следует устойчивость решения, т.е. задача становится устойчивой.

В [2] Карлеманом найдено формула, которая дает восстановление решения эллиптического уравнения по ее известным значениям на части границы.

В работе рассматривается вопрос о приближённом решении задачи Коши для систем эллиптического типа первого порядка в трёхмерной области специального вида.

Для построения приближённого решения задачи (1) - (2) воспользовано функцией Карлемана, предложенной Ш. Ярмухамедовым [3]. В работе получены оценки отклонения производных первого порядка приближённого решения от производных точного решения в зависимости от расстояния до плоской части границы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Тихонов А. Н.* Об устойчивости обратных задач // ДАН СССР, 1943.-Т.39. № 5 -С.195-198.

2. Carleman T. Les Fonctions quasianalytiques. Paris: Gauthier- Villar, 1926. PP.116 .  
 3. Ярмухамедов Ш. Представление гармонической функции в виде потенциалов и задача Коши //Математические заметки , 2008. –Т. 83, выпуск 5.-С. 763-778.

## ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Турсунова С.Ф., Субхонова Н.У.

*Бухарский государственный университет*

Рассмотрим следующие начальные граничные задачи:

$$u_t = u_{xx} + b(t)u + f(x, t), \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

Если здесь  $b(t)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $f(x, t)$  заданные функции, тогда нахождение неизвестного  $u(x, t)$  от задачи (1) – (3) называется прямой задачей.

Если обратной задачи  $b(t)$  неизвестная функция, то рассмотрим следующим дополнительным условием

$$\int_0^l \omega(x) u(x, t) dx = h(t) \quad (4)$$

задача нахождение  $b(t)$  функции относительно решение прямой задачи (1) – (3). Здесь  $\varphi(x)$ ,  $f(x, t)$  достаточно гладкие функции. По методу Фурье (1) – (3) начальная граничная задача будет эквивалентно следующим интегральным уравнениям:

$$u(x, t) = \int_0^l G(x, \xi, t) \varphi(\xi) d\xi + \int_0^t \int_0^l G(x, \xi, t - \tau) [f(\xi, \tau) - b(\tau) u(\xi, \tau)] ds dt$$

Здесь

$$G(x, \xi, t - \tau) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 (t-\tau)} \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi n}{l} \xi$$

формула Грина для задачи (1) – (3) .

Теперь рассмотрим задача нахождение коэффициент  $b(t)$  от уравнения (1) . Для этого уравнению (1) умножаем на функцию  $\omega(x)$  интегрируем по переменную  $x$  от 0 до  $l$  и после нескольких преобразований перейдем следующему интегральному уравнению относительно  $b(t)$  :

$$b(t) = \frac{1}{h(t)} \left[ \int_0^l \omega(x) f(x, t) dx - h'(t) + \int_0^l \omega''(x) u(x, t) dx \right]$$

**Теорема.** Пусть  $f(x, t) \in C(D_T)$ ,  $\varphi(x) \in C(0; l)$ ,  $h(x) \in C(0; T)$ ,  $\omega(x) \in C^2(0; l)$  и  $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$ ,  $\omega(0) = \omega(l) = 0$  тогда в классе функций  $u(x, t) \in C^{2,1}(D_T)$ ,  $b(t) \in C(D_T)$  существует единственное решение задачи (1)-(4).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. -М.: Наука, 1984, -264 с.
2. Дурдиев Д.К., Рашидов А.Ш. Обратная Задача определения ядра в одном интегро-дифференциальном уравнении параболического типа Диф. уравнения. 2014. Т. 50, № 1. С. 110-116.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. -М.: Наука, 1976, - 391 с.

## НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ЭЛЛИПТИКО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Усмонов Б. З.

*Чирчикский Государственный педагогический институт, г. Чирчик, Узбекистан  
bakhtiyer.usmanov@mail.ru*

Рассмотрим уравнение

$$0 = \left( a \frac{\partial}{\partial x} + b \frac{\partial}{\partial y} \right) \begin{cases} u_{xx} + u_{yy}, & \text{при } y > 0, \\ u_{xx} - u_{yy}, & \text{при } y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $a, b$  и  $c$  – заданные вещественные числа, причем  $a^2 + b^2 \neq 0$ .

Пусть  $D_1$  – конечная однозначная область в плоскости  $(x, y)$ , ограниченная кривой  $\sigma$  при  $y > 0$  с концами в точках  $A(-1, 0), B(1, 0)$  и отрезком  $AB$  оси  $x$ . Предположим, что кривая униформа относительно оси  $y$ , точка  $N(0, h)$  этой кривой является единственной максимально удаленной от оси  $x$  точкой, части  $AN$  и  $BN$  дуги  $\sigma$  униформы отрезка  $ON$  оси  $y$ , здесь  $O$  – начало координат. Через  $D_2$  обозначим область, ограниченную при  $y < 0$  отрезком  $AB$  и двумя характеристиками  $AC: x + y = -1, BC: x - y = 1$  уравнения (1), выходящими из точки  $A(-1, 0), B(1, 0)$  и пересекающимися в точке  $C(0, -1), D = D_1 \cup D_2 \cup AB$ .

Разобьем кривую  $\sigma$  на две части  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  следующим образом:

$$\sigma_1 = \left\{ (x, y) \in \sigma : \alpha x_n + \beta y_n > 0 \right\}, \quad \sigma_2 = \sigma \setminus \sigma_1$$

где  $x_n = \cos(n, x), y_n = \cos(n, y)$  и  $n$  – внешняя нормаль к границе.

**Задача  $C_b$ .** Найти функцию  $u(x, y)$  со следующими свойствами:

1)  $u(x, y) \in C(\bar{D}_1 \cup \bar{D}_2) \cap C^1(D \cup \overline{AC} \cup \overline{BC})$ ; 2)  $u(x, y) \in C_{x,y}^{3,3}(D_j), u_{xy}, u_{xyy} \in C(D_j)$  и удовлетворяет уравнению (1) в областях  $D_j (j=1, 2)$ ; 3) на интервале  $AB$  выполняются условия склеивания

$$\lim_{y \rightarrow -0} u(x, y) = \alpha(x) \lim_{y \rightarrow +0} u(x, y) + \beta(x), \quad (x, 0) \in \overline{AB}, \quad (2)$$

$$\lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y) = \gamma(x) \lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) + \delta(x), \quad (x, 0) \in AB; \quad (3)$$

4)  $u(x, y)$  удовлетворяет краевым условиям

$$u|_{\sigma} = \varphi_1(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\sigma}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\sigma_1} = \varphi_2(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\sigma}_1, \quad (4)$$

$$p(x) \frac{d}{dx} u \left[ \frac{x-1}{2}, -\frac{1+x}{2} \right] + q(x) \frac{d}{dx} u \left[ \frac{x+1}{2}, \frac{x-1}{2} \right] = \psi_1(x), \quad -1 < x < 1, \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \right|_{AC} = \psi_2(x), \quad -1 \leq x \leq 0, \quad (6)$$

где  $\varphi(x, y), g(y), \psi_j(x) (j=1, 2)$  – заданные функции, причем  $\varphi_1(0, h) = \varphi_2(0, h)$ ,

$$\alpha(x), \beta(x) \in C^1(\overline{AB}) \cap C^3(AB), \quad \gamma(x), \delta(x) \in C(\overline{AB}) \cap C^2(AB), \quad (7)$$

$$p^2(x) + q^2(x) \neq 0, \quad [p(x) - q(x)]\gamma(x) \neq 0, \quad \forall x \in \overline{AB}, \quad (8)$$

$$\varphi_1(x, y) = y\tilde{\varphi}_1(x, y), \quad \tilde{\varphi}_1(x, y) \in C(\bar{\sigma}), \quad \varphi_2(x, y) \in C(\sigma_1), \quad (9)$$

$$\psi_1(x) \in C^1[-1, 1] \cap C^3(-1, 1), \quad \psi_2(x) \in C[-1, 0] \cap C^2(-1, 0). \quad (10)$$

**Доказана следующая теорема.**

**Теорема.** Если выполнены условия (7)-(11), то в области  $D$  существует единственное регулярное решение задачи  $C_b$ .



# ИНТЕГРИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗА С ИСТОЧНИКОМ В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Хойтметов У.А., Хасанов Т.Г.

В данной работе изучается нагруженное уравнение Кортевега-де Фриза (КДФ) с источником вида:

$$u_t + \beta(t)u(x_0, t)(u_{xxx} - 6uu_x) + \gamma(t)u(x_1, t)u_x + 2 \sum_{m=1}^N \xi_m \frac{\partial}{\partial x} (|\varphi_m(x, t)|^2) = 0, \quad (1)$$

$$-\varphi_m'' + u(x, t)\varphi_m = \lambda_m(t)\varphi_m, \quad m = \overline{1, N}$$

где  $\beta(t)$  и  $\gamma(t)$  - заданные непрерывно дифференцируемые функции, а  $x_0, x_1 \in \mathbb{R}$ ,  $\xi_m, m = 1, 2, \dots, N$  заданные вещественные числа. Уравнение (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R} \quad (2)$$

где начальная функция  $u_0(x)$  обладают свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|)|u_0(x)| dx < \infty. \quad (3)$$

2) Оператор  $L(0) := -\frac{d^2}{dx^2} + u_0(x), x \in \mathbb{R}$  имеет равно  $N$  отрицательных собственных значений  $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N(0)$ .

**Предполагается, что**

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_m(x, t)|^2 dx = A_m(t), \quad m = \overline{1, N} \quad (4)$$

где  $A_m(t) > 0, m = \overline{1, N}$  заданные положительные непрерывные функции.

Требуется найти функцию  $u(x, t)$ , которая **обладает** достаточной гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам в точке  $x \rightarrow \pm\infty$ , т.ч.

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) \left( |u(x, t)| + \left| \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x^j} \right| \right) dx < \infty, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

В данной работе предлагается алгоритм построения решения  $u(x, t), \varphi_m(x, t), x \in \mathbb{R}, t > 0, m = \overline{1, N}$  задачи (1)-(5), с помощью метода обратной задачи рассеяния для оператора Штурма-Лиувилля.

Основным результатом работы является следующая теорема.

**Теорема 1:** Если функции  $u(x, t), \varphi_m(x, t), m = \overline{1, N}, x \in \mathbb{R}, t > 0$  является решением задачи (1)-(5), то данные рассеяния  $\{r^+(k, t), \lambda_n(t), B_n(t), n = \overline{1, N}\}$  оператора  $L(t)$  с потенциалом  $u(x, t)$ , удовлетворить следующим дифференциальным уравнениям

$$\frac{d\lambda_j(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dr^+(k, t)}{dt} = (8ik^3 \beta(t)u(x_0, t) - 2ik\gamma(t)u(x_1, t))r^+(k, t)$$

$$\frac{dB_n(t)}{dt} = (8\chi_n^3 \beta(t)u(x_0, t) + 2\chi_n \gamma(t)u(x_1, t) - \xi_n A_n(t))B_n(t), \quad n = 1, 2, 3, \dots, N$$

**Замечание.** Полученные соотношения полностью определяют эволюцию данных рассеяния для оператора  $L(t)$  и тем самым дают возможность применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1)-(5).

Пусть задана функция  $u_0(x)(1+|x|) \in L^1(R)$ . Тогда решение задачи (1)-(5) находится с помощью следующего алгоритма.

- Решаем прямую задачу рассеяния с начальной функцией  $u_0(x)$  получаем данные рассеяния  $\{r^+(k), \chi_n, B_n, n = \overline{1, N}\}$  для оператора  $L(0)$ .

- Используя теорему 1, находим данные рассеяния для  $t > 0$ 

$$\{r^+(k, t), \chi_n(t), B_n(t), n = \overline{1, N}\}.$$

- Используя метод, опирающийся на интегрального уравнения Гельфанда-Левитана-Марченко, решаем обратную задачу рассеяния, т.е. находим  $u(x, t)$  из данных рассеяния для  $t > 0$ , полученных на предыдущем шаге. После этого легко найти решение  $\varphi_m(x, t)$  уравнения  $L(t)\varphi_m(x, t) := -\varphi_m''(x, t) + u(x, t)\varphi_m(x, t) = \lambda_m\varphi_m(x, t), m = 1, 2, \dots, N$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gardner C., Greene I., Kruskal M., Miura R. A method for solving the Korteweg-de Vries equation. Phys. Rev. Lett.,- New York, 19, p. 1095-1098 (1967).
2. Mel'nikov V.K. Integration method of the Korteweg-de Vries equation with a self-consistent source. Phys. Lett. A, 133:9 (1988), p. 493-496.
3. Hasanov A.B., Hoitmetov U.A. On integration of the loaded Korteweg-de Vries equation in the class of rapidly decreasing functions. Proceeding of the Institute of Math. And Mechan. National academy of sciences of Azerbaijan. Vol., 47, №2, 2021, p. 250-261.
4. Хоитметов У.А. Интегрирование нагруженного уравнения КдФ с самосогласованным источником интегрального типа в классе быстроубывающих комплекснозначных функций. Математические труды. т. 24, №2, стр. 181-198 (2021).

### О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

**Хуррамов Н.Х., Бобамуратов У.Э, Тоштемиров У.Э.**

*Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан*

#### 1. Постановка задачи БС.

Пусть  $\Omega$  конечная односвязная область плоскости независимых переменных  $x, y$  ограниченная в полуплоскости  $y > 0$  кривой  $\Gamma^+ : y = f^+(x)$  а в полуплоскости  $y < 0$  кривой  $\Gamma^- : y = f^-(x), x \in J = (-1, 1)$  интервал оси  $y = 0$  причем  $f^+(-1) = f^+(1) = f^-(-1) = f^-(-1) = 0, \Omega^+ = \Omega \cap \{y > 0\}, \Omega^- = \Omega \cap \{y < 0\}$ .

Относительно кривых  $\Gamma^+$  и  $\Gamma^-$  предположим, что  $f^+(x), f^-(x) \in C^2(J)$   $(f^+(x))' < 0, (f^-(x))' > 0$  при  $x \in J$ . Пусть в точках  $(d^+, 0), (d^-, 0) \in J, (f^+(d^+))' = 0, (f^-(d^-))' = 0$ .

В настоящей работе в области  $\Omega$  для вырождающегося внутри области эллиптического уравнения:

$$L(u) = |y|^m u_{xx} + u_{yy} + \frac{\beta_0}{y} u_y = 0, \quad (1)$$

где постоянные  $m > 0, -\frac{m}{2} < \beta_0 < 1$  доказана теорема единственности решения задачи с условиями Бицадзе-Самарского на границе области и на отрезке вырождения.

**Задачи БС.** Найти в области  $\Omega/J$  регулярное решение уравнения

(1) непрерывное в замкнутой области  $\bar{\Omega}$ , удовлетворяющее нелокальным условиям Бицадзе-Самарского [1]

$$u(x, f^+(x)) = a(x)u(x, +0) + a_0(x), x \in J$$

$$u(x, f^-(x)) = b(x)u(x, -0) + b_0(x), x \in J$$

и условию сопряжения

$$\lim_{y \rightarrow 0} (-y)^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{y \rightarrow +0} y^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x \in J$$

где заданные функции  $a_0(x), a(x), b_0(x), b(x) \in C^{(0,\gamma)}(J)$ ,  $0 < \gamma < 1$ , причем

$$a(x) = (1-x^2)\tilde{a}(x), \quad a_0(x) = (1-x^2)\tilde{a}_0(x)$$

$$b(x) = (1-x^2)\tilde{b}(x), \quad b_0(x) = (1-x^2)\tilde{b}_0(x).$$

Имеет место следующая [2, с.101]

**Лемма 1.** Пусть

1. Функция  $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega \setminus J)$  удовлетворяет неравенству  $L(u) \geq 0 (\leq 0)$  в области  $\Omega \setminus J$  и принимает наибольшее положительное (наименьшее отрицательное) значение в некоторой точке  $(x_0, 0), x_0 \in J$ ;

2. Значение  $u(x, y)$  на  $\partial\Omega = \Gamma^+ \cup \Gamma^-$  меньше (больше), чем  $u(x, y)$ , тогда

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{\beta_0} \frac{\partial u(x_0, y)}{\partial y} < 0 (y > 0); \quad \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{\beta_0} \frac{\partial u(x_0, y)}{\partial y} > 0 (y < 0),$$

при условии, что эти пределы существуют.

В силу приведенной леммы, легко установить следующий аналог принципа экстремума А.В.Бицадзе:

регулярное решение задачи БС при  $a_0(x) \equiv 0, b_0(x) \equiv 0$

$$0 < a(x) < 1, \quad 0 < b(x) < 1$$

своего наибольшего положительного значения (НПЗ) и своего наименьшего отрицательного значения (НОЗ) в замкнутой области  $\bar{\Omega}$  достигает в точках  $A(-1, 0)$  и  $B(1, 0)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.Б., Самарский А.А. О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач. // ДАН СССР, 1969, т.185, №4, с 739-740.
2. Салахитдинов М.С., Мирсабуров М. Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа с сингулярными коэффициентами // "Университет" 2005.--224с.

### ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ АДВЕКЦИИ-ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

<sup>1</sup>Хасанов.И. <sup>2</sup>Рахмонов.А. <sup>3</sup>Хасанов.Қ.

<sup>1,3</sup>Бухарский государственный университет; [ihasanov998@gmail.com](mailto:ihasanov998@gmail.com).

<sup>2</sup>Институт математики им. В. И. Романовского АН РУз; [araxmonov@mail.ru](mailto:araxmonov@mail.ru).

Рассмотрим задачу типа Коши для дробного дифференциального уравнения порядка  $0 < \beta, \alpha \leq 1$

$$u_t + D_{0+,t}^{1-\alpha} u - D_{0+,t}^{1-\beta} u_{xx} = f(x, t), \quad x \in R, \quad t > 0, \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in R \quad (2)$$

где  $f(x, t)$  и  $\varphi(x)$  заданные функции и  $(D_{0+,t}^\gamma g)(t)$  – дробная производная в смысле Римана-Лиувилля по переменной  $t$ , определяемый равенством ([1] стр. 69:)

$$(D_{0+,t}^\gamma g)(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{g(\tau)}{(t-\tau)^\gamma} d\tau, \quad 0 < \gamma < 1,$$

В данной работе мы рассматриваем следующую задачу.

**Задача.** Найти регулярное решение  $u(x, t)$  уравнения (1) при  $0 < \alpha, \beta \leq 1$  в области  $R_+^2 := \{(x, t): x \in R, t > 0\}$  удовлетворяющее (2).

**Определение 1.** Функция  $u(x, t) \in C_b(R \times [0, \infty))$  называется классическое (регулярное) решением задачи (1)–(2) для заданных  $f \in C(C_b(R) \times (0, \infty))$  и  $\varphi \in C_b(R)$  такое, что  $u_t, D_{0+,t}^{1-\alpha} u, D_{0+,t}^{1-\beta} u_{xx} \in C_b(R \times (0, \infty))$ . Здесь  $C_b(R)$  — пространство непрерывных ограниченных функций с  $\sup()$  нормой.

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть  $0 < \alpha, \beta \leq 1$ ,  $\varphi(x) \in L_1(\mathbb{R})$ ,  $f(x, t)$  удовлетворяет условию Гельдера по крайней мере по одной из переменных. Тогда существует единственное регулярное решение уравнения (1) в области  $\mathbb{R}_+^2$ , удовлетворяющее начальным условиям (2), и решение имеет вид

$$u(x, t) = \int_{\mathbb{R}} G(x - y, t) \varphi(y) dy + \int_0^t dt \int_{\mathbb{R}} G(x - y, t - \tau) f(y, \tau) dy$$

где

$$G(x, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k t^{\alpha k} \int_{\mathbb{R}} E_{\beta, 1+\alpha k}^{k+1}(-\xi^2 t^\beta) e^{-i\xi x} d\xi$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. Umarov, On fractional Duhamel principle and its applications, J. Differential Equations. 252 (2012), 5217-5234.,
2. Мейланов Р. П., Шабанова М. Р. Уравнение теплопроводности для сред с фрактальной структурой // Современные наукоемкие технологии, 2007. — No 8. — С. 84–85.
3. Berikbol T.T., Borikhanov M.B., Duhamel principle for the time-fractional diffusion equation in an unbounded domain.

### О РЕГУЛЯРИЗАЦИИ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Шодиев Д.С., Зулфикорова К., Шодиева С.

СамГУ, Самарканд, Узбекистан

[dilshod.shodiev.76@mail.ru](mailto:dilshod.shodiev.76@mail.ru)

Пусть  $x = (x_1, x_2)$ ,  $y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$  точки двумерного Евклидова пространства и  $G$  - неограниченная область в  $\mathbb{R}^2$  лежащая внутри полосы  $0 < y_2 < h$ ,  $h = \frac{\pi}{\rho}$ ,  $\rho > 0$  граница, которой состоит из прямой  $T: y_2 = 0$  и некоторой кривой  $S: y_2 = F(y_1)$  удовлетворяющей условиям  $0 < F(y_1) < h$ ,  $|F'(y_1)| < M < \infty$ . Положим  $\bar{G} = G \cup \partial G$ ,  $\partial G = S \cup T$ .

Предположим, что для некоторого  $b_0 > 0$  выполняется условия:

$$\int_{\partial G} \exp\{-b_0 c h \rho_1 |y'| \} dS < \infty, \quad 0 < \rho_1 < \rho.$$

В области  $G$  рассмотрим уравнение

$$\Delta^2 U(y) = 0 \tag{1}$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2}$  оператор Лапласа.

**Задача.** Требуется найти бигармоническую функцию  $U(y) = U(y_1, y_2) \in C^4(G) \cap C^3(\bar{G})$ , у которого известны значения на части  $S$  границы  $\partial G$ , т.е

$$\begin{aligned} U(y_1, y_2)|_S &= f_1(y), \quad \Delta U(y_1, y_2)|_S = f_2(y), \\ \frac{\partial}{\partial n} U(y_1, y_2)|_S &= f_3(y), \quad \frac{\partial}{\partial n} (\Delta U(y_1, y_2))|_S = f_4(y). \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь  $f_j(y) \in C^{4-j}(S)$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  заданные функции, а  $\frac{\partial}{\partial n}$  - оператор дифференцирования

по внешней нормали к  $\partial G$ .

Рассматриваемая задача (1) - (2) относится к некорректным задачам математической физики, т.к. отсутствует непрерывная зависимость решения от начальных данных.

Формула типа Карлемана, в которой используется фундаментальное решение дифференциального оператора была получена М.М. Лаврентьевым [1,2]. В этих работах дано определение функции Карлемана для случая, когда данные Коши заданы приближенно, а также приведена схема регуляризации задачи Коши для уравнения Лапласа. Применяя этот метод,

Ш.Я.Ярмухамедов [3] построил функции Карлемана для широкого класса эллиптических операторов, заданных в пространственных областях специального вида, когда часть границы области, является конической поверхностью либо гиперповерхностью.

Отметим, что при решении прикладных задач необходимо находить не только приближенные решения, но и производные приближенных решений. В работе [4] по данным Коши на гладкой части границы ограниченной области восстановлена не только сама гармоническая функция, но и ее производные, и получена оценка устойчивости производной приближенного решения.

В работе рассматривается вопрос о приближенном решении задачи Коши для бигармонического уравнения в двумерной области специального вида.

#### ЛИТЕРАТУРА

4. М.М. Лаврентьев. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Изв. АН СССР Сер. матем., 1956, том 20, выпуск 6, с. 819-842.
5. М.М. Лаврентьев. О некоторых некорректных задачах математической физики. --Изд. СО АН СССР Новосибирск, 1962 г.
6. Ш. Ярмухамедов. Представление гармонической функции в виде потенциалов и задача Коши // Математические заметки, Том 83, выпуск 5, 2008, с. 763-778.
7. А.Б. Хасанов, Ф.Р.Турсунов. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Уфимский математический журнал, 2019, Том.11, N 4, С.92-106.

### ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ НЕРАВЕНСТВЕ ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ $\tau(x) \cdot$

$$D_{x,1}^{1-\alpha-\beta} \tau(x).$$

Эргашева С.Б.

*Термезский государственный университет, Термиз, Узбекистан*

В настоящей работе доказывается неравенство

$$J = \int_{-1}^1 \tau(x) \left( D_{x,1}^{1-\alpha-\beta} \tau(x) \right) dx \geq 0 \quad (1)$$

где  $D_{x,1}^{1-\alpha-\beta} \tau(x)$  – дифференциальный оператор дробного порядка.

**Доказательство.** Вычислим

$$J = -\frac{1}{\Gamma(\alpha+\beta)} \int_{-1}^1 \tau(x) \cdot \left( \frac{d}{dx} \int_x^1 \frac{\tau(t) dt}{(t-x)^{1-\alpha-\beta}} \right) dx. \quad (2)$$

Пусть

$$\tau(x) = \int_x^1 \frac{\tau_1(s) ds}{(s-x)^{\alpha+\beta}}, \quad x \in (-1,1), \quad (3)$$

где  $\tau_1(x) \in C(\bar{J}) \cap C^2(J)$ ,  $\tau_1(1) = \tau_1'(1) = 0$ .

В силу (3) равенство (2) имеет вид

$$J = -\frac{1}{\Gamma(\alpha+\beta)} \int_{-1}^1 \tau(x) \left( \frac{d}{dx} \int_x^1 \frac{dt}{(t-x)^{1-\alpha-\beta}} \int_t^1 \frac{\tau_1(s) ds}{(s-t)^{\alpha+\beta}} \right) dx. \quad (4)$$

Нетрудно доказать, что

$$\frac{d}{dx} \int_x^1 \frac{dt}{(t-x)^{1-\alpha-\beta}} \int_t^1 \frac{\tau_1(s) ds}{(s-t)^{\alpha+\beta}} = -\Gamma(\alpha+\beta) \Gamma(1-\alpha-\beta) \tau_1(x) \quad (5)$$

Следовательно, с учетом (5) равенство (4) запишем в виде

$$J = \Gamma(1-\alpha-\beta) \int_{-1}^1 \tau(x) \tau_1(x) dx. \quad (6)$$

Теперь равенство (6) в силу (3) преобразуем к виду

$$J = \Gamma(1-\alpha-\beta) \int_{-1}^1 \tau_1(x) dx \int_x^1 \frac{\tau_1(s) ds}{(s-x)^{\alpha+\beta}}. \quad (7)$$

Здесь меняя порядок интегрирования имеем

$$J = \Gamma(1-\alpha-\beta) \int_{-1}^1 \tau_1(s) ds \int_{-1}^s \frac{\tau_1(x) dx}{(s-x)^{\alpha+\beta}}. \quad (8)$$

В (7) меняя местами переменных интегрирования  $s$  и  $x$  имеем

$$J = \Gamma(1-\alpha-\beta) \int_{-1}^1 \tau_1(s) ds \int_s^1 \frac{\tau_1(x) dx}{(x-s)^{\alpha+\beta}}. \quad (9)$$

Теперь складывая (8) и (9) получим

$$J = \frac{\Gamma(1-\alpha-\beta)}{2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\tau_1(s) \tau_1(x)}{|s-x|^{\alpha+\beta}} dx ds. \quad (10)$$

Вспользуемся теперь следующей известной формулой для функции  $\Gamma(z)$  [1, с. 387]

$$\int_0^\infty t^{z-1} \cos(kt) dt = \frac{\Gamma(z)}{k^z} \cos\left(\frac{z\pi}{2}\right), \quad k > 0, \quad 0 < z < 1. \quad (11)$$

Пусть в (11)  $k = |s-x|$ ,  $z = \alpha+\beta$ , тогда в силу (11) из (10) имеем

$$J = \frac{\Gamma(1 - \alpha - \beta)}{2\Gamma(\alpha + \beta) \cos((\alpha + \beta)\pi/2)} \int_0^\infty \xi^{\alpha+\beta-1} \cdot \left\{ \left[ \int_{-1}^1 \tau_1(t) \cos(t\xi) dt \right]^2 + \left[ \int_{-1}^1 \tau_1(t) \sin(t\xi) dt \right]^2 \right\} d\xi. \quad (12)$$

Таким образом, в силу (12) получаем неравенство (1).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Прудников А.П., Брычков Ю.А. Интегралы и ряды. М., "Наука" 1981,-800с.

### КВАДРАТ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ РАЗНОСТНЫХ ФОРМУЛ <sup>1</sup>Эсанов Ш., <sup>2</sup>Хакимова И.К.

<sup>1</sup>V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan,

<sup>2</sup>Tashkent State Transport University, Tashkent, Uzbekistan,

Пространство Соболева  $H_2^{(m)}(0,1)$  гильбертово пространство классов вещественных функций  $f(x)$ , с производных (в смысле обобщенных функций) порядка  $m$ , квадратично интегрируемыми на отрезке  $[0,1]$  со скалярным произведением и нормой

$$\langle \psi, \varphi \rangle_m = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \int_0^1 \frac{d^k}{dx^k} \psi(x) \frac{d^k}{dx^k} \varphi(x) dx, \quad (1)$$

$$\|f / H_2^{(m)}\| = \left\{ \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \int_0^1 \left( \frac{d^k}{dx^k} f(x) \right)^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

где 
$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}. \quad (3)$$

Разностную формулу с функционалом погрешности  $\ell(x)$ , рассматриваемую на пространстве  $H_2^{(m)}(0,1)$  можно характеризовать двумя способами. С одной стороны, ее определяют коэффициенты  $C[\beta]$  и  $C_1[\beta]$ ,  $\beta = 0,1,\dots,k$ , а с другой – экстремальная функция  $\psi_e(x)$  разностной формулы, которая получается как решение уравнения

$$\sum_{n=0}^m \binom{m}{n} (-1)^{m+k} \frac{d^{2k}}{dx^{2k}} \psi_e(x) = (-1)^m \ell(x)$$

И может быть записана в виде:

$$\psi_e(x) = (-1)^m \ell(x) * \varepsilon_m(x). \quad (4)$$

Норма функционала погрешности разностной формулы выражается через билинейную форму от коэффициентов формулы и значений экстремальной функции.

На самом деле, поскольку пространство  $H_2^{(m)}(0,1)$  - гильбертово, то

$$\|\ell / H_2^{(m)*}\|^2 = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \int_0^1 \left( \frac{d^n}{dx^n} \psi_e(x) \right)^2 dx = (-1)^m \int_0^1 (L\psi_e(x)) \psi_e(x) dx,$$

здесь  $\psi_e(x)$  экстремальная функция формулы,  $L = \left[ \frac{d^2}{dx^2} - 1 \right]^{(m)}$ .

Но  $L\psi_e = (-1)^m \ell$ , и значить

$$\|\ell / H_2^{(m)*}\|^2 = (\ell, \psi_e) \quad (5)$$

Функция  $\psi_e(x)$  выражается, как мы видим, формулой (4), поэтому вычисляя квадрат нормы функционала погрешности с помощью (5), получим, после некоторых выкладок:

$$\begin{aligned}
\| \ell / H_2^{(m)*} \|^2 = (\ell, \psi_\epsilon) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sum_{\beta=0}^k C[\beta] \delta(x-h\beta) + \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \delta^1(x-h\beta) \right) (-1)^m \ell(x) * \epsilon_m(x) dx = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sum_{\beta=0}^k C[\beta] \delta(x-h\beta) + \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \delta^1(x-h\beta) \right) (-1)^m \left( \sum_{\beta^1=0}^k C[\beta^1] \epsilon_m(x-h\beta^1) + \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^1(x-h\beta^1) \right) dx = \\
&= (-1)^m \left[ \sum_{\beta=0}^k \sum_{\beta^1=0}^k C[\beta] C_1[\beta^1] \epsilon_m(h\beta-h\beta^1) + \sum_{\beta=0}^k C[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^1(h\beta-h\beta^1) - \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C[\beta^1] \epsilon_m^1(h\beta-h\beta^1) - \right. \\
&- \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^{11}(h\beta-h\beta^1) \left. \right] = (-1)^m \left[ \sum_{\beta=0}^k \sum_{\beta^1=0}^k C[\beta] C[\beta^1] \epsilon_m(h\beta-h\beta^1) - 2 \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^1(h\beta-h\beta^1) - \right. \\
&- \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^{11}(h\beta-h\beta^1) \left. \right].
\end{aligned} \tag{6}$$

Итак доказана следующая

**Теорема:** Квадрат нормы функционала погрешности

$$\ell(x) = \sum_{\beta=0}^k C[\beta] \delta(x-h\beta) + h \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \delta^1(x-h\beta)$$

разностной формулы

$$\sum_{\beta=0}^k C[\beta] \phi[\beta] - h \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \phi^1[\beta] \cong 0$$

в пространстве  $H_2^{(m)}(0,1)$  имеет вид

$$\begin{aligned}
\| \ell / H_2^{(m)*} \|^2 &= (-1)^m \left[ \sum_{\beta=0}^k \sum_{\beta^1=0}^k C[\beta] C[\beta^1] \epsilon_m(h\beta-h\beta^1) - 2 \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^1(h\beta-h\beta^1) - \right. \\
&- \sum_{\beta=0}^k C_1[\beta] \sum_{\beta^1=0}^k C_1[\beta^1] \epsilon_m^{11}(h\beta-h\beta^1) \left. \right].
\end{aligned}$$

## ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВУЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ С ВЯЗКОУПРУГИМИ ШАРНИРАМИ

Юсупова З.С.

[ziyusupova9797@gmail.com](mailto:ziyusupova9797@gmail.com)

Академический лицей имени И.Каримова, Ташкентб Узбекистан

В работе решается задача о стабилизации заданного положения двузвенного манипулятора с вязкоупругими цилиндрическими шарнирами посредством электроприводов при измерении только углов поворота их роторов.

Рассматривается модель двузвенного манипулятора, кинетическая энергия которого имеет вид [1]

$$T = \frac{1}{2} (a_{11}(q_1) \dot{q}_1^2 + 2a_{12}(q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + a_{22} \dot{q}_2^2), \tag{1}$$

где  $q_i$  ( $i = 1, 2$ ) – углы поворотов звеньев манипулятора. Символ  $l$  обозначает расстояние между шарнирами  $O_1, O_2$ ;  $l_1 = |O_1 C_1|$ ,  $l_2 = |O_2 C_2|$ ;  $C_1$  и  $C_2$  – центры масс звеньев;  $m_1$  и  $m_2$  – их массы;  $I_1$  и  $I_2$  – их моменты инерции относительно  $O_1$  и  $O_2$  соответственно;

$$\begin{aligned}
a_{11}(q_2) &= m_2 l^2 + I_1 + I_2 + 2m_2 l l_2 \cos q_2, \\
a_{12}(q_2) &= I_2 + m_2 l l_2 \cos q_2, \quad a_{22} = I_2.
\end{aligned}$$

Полагается, что манипулятор совершает движение строго в вертикальной плоскости. Соответственно на механическую систему действуют гравитационные моменты

$$M_1 = (m_1 l_1 + m_2 l) g \cos q_1, \quad M_2 = m_2 l_2 g \cos(q_1 + q_2),$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Уравнения движения механической системы записываются в виде

$$\begin{aligned}
a_{11} \ddot{q}_1 + a_{12} \ddot{q}_2 - 2m_2 l l_2 \sin q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_2 l l_2 \sin q_2 \dot{q}_2^2 &= M_1 + d_1 (\dot{q}_1 - \dot{\varphi}_1) - f_1 (q_1 - \varphi_1), \\
a_{12} \ddot{q}_1 + a_{22} \ddot{q}_2 + m_2 l l_2 \sin q_2 \dot{q}_1^2 &= M_2 - d_2 (\dot{q}_2 - \dot{\varphi}_2) - f_2 (q_2 - \varphi_2), \\
J_1 \ddot{\varphi}_1 &= d_1 (\dot{q}_1 - \dot{\varphi}_1) + f_1 (q_1 - \varphi_1) + U_1, \\
J_2 \ddot{\varphi}_2 &= d_2 (\dot{q}_2 - \dot{\varphi}_2) + f_2 (q_2 - \varphi_2) + U_2,
\end{aligned}$$

где  $J_1$  и  $J_2$  – моменты инерции роторов приводов,  $d_i > 0$ ,  $f_i > 0$  ( $i = 1, 2$ ) – коэффициенты вязкоупругости шарниров линейного типа,  $U_1$  и  $U_2$  – управляющие моменты, приложенные к роторам электроприводов.

Решается задача об определении моментов  $U_1$  и  $U_2$ , обеспечивающих стабилизацию заданного положения манипулятора

$$q_1 = q_1^0 = \text{const}, \quad q_2 = q_2^0 = \text{const}.$$

С использованием результатов из [2] обоснована следующая структура управления без измерения скоростей

$$U_1 = M_1(q_1^0) - k_1 \psi_1 + \mu_1 \int_{t-h(t)}^t e^{\alpha(\tau-t)} \psi_1(\tau) d\tau,$$

$$U_2 = M_2(q_1^0, q_2^0) - k_2 \psi_2 + \mu_2 \int_{t-h(t)}^t e^{\alpha(\tau-t)} \psi_2(\tau) d\tau,$$

$$\psi_i = \varphi_i - \varphi_i^0, \quad f_i(\varphi_i^0 - q_i^0) = M_i(q_1^0, q_2^0), \quad i = 1, 2,$$

$$k_1 > 0, \quad \mu_1 > 0, \quad \alpha > 0, \quad 0 < h_0 \leq h(t) \leq h_1 = \text{const}.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Spong M., Hutchinson M., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. New York: John Wiley and Sons, 2006.
2. Хусанов Д.Х. К конструктивной и качественной теории функционально-дифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 2002.



# IV ШЎБА. ҲИСОБЛАШ МАТЕМАТИКАСИ ВА МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ. COMPUTATIONAL MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELING.

## ADAL-G FAMILY OF LIFETIME DISTRIBUTIONS: PROPERTIES, HAZARD-BASED REGRESSION MODELS AND APPLICATIONS TO SURVIVAL ANALYSIS

Abdisalam Hassan Muse <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Department of Mathematics and Statistics, Amoud University, Borama, Somalia;*  
*abdisalam.hassan@amoud.edu.so,*

<sup>2</sup>*Department of Mathematics (Statistics Option) programme, Pan African University, Institute of basic  
science, technology and innovation (PAUSTI); Nairobi 6200-00200, Kenya;*

*Abdisalam.h.muse@gmail.com \* Correspondence: [abdisalam.hassan@amoud.edu.so](mailto:abdisalam.hassan@amoud.edu.so)*

In this article, we introduce a new flexible generalized family of lifetime distributions named the Adal-G family, based on the cumulative hazard rate function, the well-known concept in survival and reliability analysis. Some fundamental theoretical properties of the new family including cumulative hazard function, hazard rate, retro hazard, distribution function, quantile function, residual life function, moments, entropy, among others are derived. A special case of this new family is introduced by considering Weibull distribution as the baseline distribution called Amoud-Gompertz distribution. The model parameters of the Adal-Gompertz distribution are estimated using the maximum likelihood estimation technique. The proposed distribution is used to introduce a new proportional hazard model, which has been used to produce estimations of its model parameters. The performance of the estimation approach based on the Adal-Gompertz distribution, and its hazard-based regression modeling has been examined using Monte Carlo simulation analysis. In addition, three examples of real-world data sets with complete and right-censored observations are examined to show the utility and superiority of the newly proposed distribution over other fundamental distributions and their hazard-based regression models in terms of the baseline Gompertz distribution and its proportional hazard model. Finally, the empirical results show that the proposed family of survival distributions provides more realistic fits than other well-known families in terms of complete and right-censored observations.

## OPTIMAL QUADRATURE FORMULAS FOR APPROXIMATE SOLUTION OF THE FIRST KIND SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS WITH CAUCHY KERNEL IN THE SOBOLEV SPACE

Akhmedov D.M.

*V.I.Romanovskiy Institute of mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences. 4b, University str., Tashkent  
100174, Uzbekistan;*

*National University of Uzbekistan, 4, University str., Tashkent 100174, Uzbekistan*  
*d.akhmedov@mathinst.uz*

The study of various problems of mathematical physics as well as specific problems from aerodynamics, electrodynamics, elasticity theory and other areas, are naturally reduced to singular integral equations. In this case, the plane problems come to solving the characteristic singular integral equation

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(x)}{x-t} dx = f(t), \quad t \in (-1,1), \quad (1)$$

where the singular integral is understood, here in after, in the sense of the Cauchy principal value.

Equation (1) has four complete analytical solutions corresponding to the values of the parameter  $k$  (see [1] pp. 49-50). In particular, for  $k=0$  the only solution of (1) is given by the formulas

$$\varphi(t) = -\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1+t}{1-t}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{f(x)}{(x-t)} dx \quad (2)$$

and

$$\varphi(t) = -\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \frac{f(x)}{(x-t)} dx. \quad (3)$$

Thus, the solution of singular integral equation of the form (1) can be reduced to calculation of the weighted singular integrals (2) and (3). Therefore, the development of effective approximate methods for

calculating singular integrals are of great applied importance and one of the actual problems of computational mathematics.

In the present paper, using the functional approach, we construct optimal quadrature formulas for approximate calculation of the integral (2) in the space  $L_2^{(m)}(-1,1)$  [2]. Here  $L_2^{(m)}$  is the Sobolev space of functions which are square integrable with  $m$ -th generalized derivative.

We consider the following quadrature formula with derivatives

$$\int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} \frac{\varphi(x)}{(x-t)} dx \cong \sum_{\alpha=0}^n \sum_{\beta=0}^N C_\alpha[\beta] \varphi^{(\alpha)}(x_\beta), \quad -1 < t < 1, \quad (4)$$

in the Sobolev space  $L_2^{(m)}(-1,1)$ . Here  $C_\alpha[\beta]$  are the coefficients,  $x_\beta \in [-1,1]$  are the nodes of the quadrature formula,  $N$  is a natural number and  $n=0,1,2,\dots,(m-1)$ .

The following is true

**Theorem.** The optimal coefficients for the quadrature formulas of the form (4) in the Sobolev space  $L_2^{(m)}(-1,1)$  are defined as follows

$$C_{k-1}[0] = h^{-1} \left[ F_{k-1}[1] - F_{k-1}[0] + \frac{h}{2} \left( \frac{g_{k-1}}{(k-1)!} - v_{k-2} \right) \right],$$

$$C_{k-1}[\beta] = h^{-1} [F_{k-1}[\beta-1] - 2F_{k-1}[\beta] + F_{k-1}[\beta+1]], \quad \text{for } \beta = 1, \dots, N-1,$$

$$C_{k-1}[N] = h^{-1} \left[ F_{k-1}[N-1] - F_{k-1}[N] + \frac{h}{2} \left( \frac{g_{k-1}}{(k-1)!} - v_{k-2} \right) \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots, m-1,$$

where

$$F_{k-1}[\beta] = f_{k-1}[\beta] - \sum_{\alpha=0}^{k-2} \sum_{\gamma=0}^N C_\alpha[\gamma] \frac{(-1)^{\alpha+k-1} (h\beta - h\gamma)^{k-\alpha} \text{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(k-\alpha)!},$$

$$f_{k-1}[\beta] = -\frac{1}{k!} \sum_{i=1}^k \binom{k}{i} (t - h\beta + 1)^{k-i} \times$$

$$\left[ \sum_{n=1}^{i-1} \binom{i-1}{n} (-t-1)^{i-n-1} \left( A_1 + \frac{h\beta-1}{2} \sqrt{1-(h\beta-1)^2} + \frac{1}{2} \arcsin(h\beta-1) + A_2 \right) + \right.$$

$$\left. (-t-1)^{i-1} \left( \sqrt{1-(h\beta-1)^2} + \arcsin(h\beta-1) \right) \right] + \frac{(t-h\beta+1)^k}{k!} [A_3 - \arcsin(h\beta-1)]$$

$$A_1 = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n-1}{2j} \left[ -\frac{\sqrt{1-(h\beta-1)^2}}{4j(j+1)} \left( -2j(h\beta-1)^{2j+1} + (h\beta-1)^{2j-1} + \sum_{l=1}^{j-1} \prod_{p=1}^l \frac{2j-2p+1}{2(j-p)} (h\beta-1)^{2j-2p-1} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2(j+1)} \prod_{p=0}^{j-1} \frac{2j-2p-1}{2(j-p)} \arcsin(h\beta-1) \right],$$

$$A_2 = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n-1}{2j-1} \sum_{l=0}^{j-1} \binom{j-1}{l} (-1)^l \frac{\left( \sqrt{1-(h\beta-1)^2} \right)^{2l+3}}{2l+3}, \quad A_3 = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \ln \left| \frac{1-t(h\beta-1) - \sqrt{(1-t^2)(1-(h\beta-1)^2)}}{t-h\beta+1} \right|,$$

and  $C_\alpha[\gamma]$ ,  $\alpha=0,1,\dots,k-2$ ,  $\gamma=0,1,2,\dots,N$  are known.

### References

1. I.K. Lifanov. *The method of singular equations and numerical experiments*. (Moscow, TOO Yanus, 1995).
2. Kh.M. Shadimetov. *Optimal lattice quadrature and cubature formulas in Sobolev spaces*. (Tashkent, 2019).

# CONSTRUCTION AND INVESTIGATION OF A DIFFERENCE SCHEME FOR CONTROLLING CHARACTERISTIC VELOCITIES FOR HYPERBOLIC SYSTEMS

<sup>1</sup>Aloev R.D., <sup>2</sup>Dadabaev S.U. <sup>1</sup>Bahriddinova N.

<sup>1</sup>National University of Uzbekistan named after Mizo Ulugbek, 100174, University str., 4, Tashkent, Uzbekistan;

<sup>2</sup>Andijan State University, 170100, University str., 129, Andijan, Uzbekistan.

[aloevr@mail.ru](mailto:aloevr@mail.ru), [sdusardor@mail.ru](mailto:sdusardor@mail.ru)

Consider the following symmetric  $t$ -hyperbolic system of the form

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Here  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$  is an unknown vector-function to be determined.

$A = A^T$ ,  $B = B^T$  are the given symmetric square matrices of dimension  $n \times n$  with constant real elements.

Introduce into consideration the parameters

$$d_1(\lambda_1(A), \lambda_2(A), \dots, \lambda_n(A)), d_2(\lambda_1(B), \lambda_2(B), \dots, \lambda_n(B)),$$

where  $\lambda_q(A)$ ,  $\lambda_q(B)$ ,  $q = \overline{1, n}$  are the eigenvalues, of the matrices  $A$ ,  $B$ , respectively. Consider the cases when, depending on the value of the parameter  $d$ , the eigenvalues  $\lambda_q(A)$ ,  $\lambda_q(B)$ ,  $q = \overline{1, n}$  may have different signs. Namely, suppose that the following  $n+1$  cases take place for the eigenvalues of the matrix  $A$ :

Case 2:  $n$  ( $C_A = 2:n$ ): if  $d_A^p \leq d_A < d_A^{p+1}$ , then

$$\begin{cases} \lambda_1(B) < 0, \lambda_2(B) < 0, \dots, \lambda_p(B) < 0, \\ \lambda_{p+1}(B) > 0, \lambda_{p+2}(B) > 0, \dots, \lambda_n(B) > 0, \end{cases} \quad p = \overline{n-1, 1}.$$

Similarly, suppose that the following  $n+1$  cases take place for the eigenvalues of the matrix  $B$ : Here  $d_A^1 \leq d_A^2 \leq \dots \leq d_A^{n+1}$ ;  $d_B^1 \leq d_B^2 \leq \dots \leq d_B^{n+1}$  are real constants.

So, we have  $(n+1) \times (n+1)$  different cases.

In this case, system (1) will take the following record form:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (A^+ + A^-) \frac{\partial V}{\partial x} + (B^+ + B^-) \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

It is this partitioning of matrices  $A$  and  $B$  into the sum of two sign-definite matrices, respectively into non-negative definite part  $A^+$ ,  $B^+$  and into the non-positive part  $A^-$ ,  $B^-$ , that gives us the opportunity to construct an upwind difference scheme for the numerical solution of mixed problems posed for the original symmetric  $t$ -hyperbolic system (1). Note that the following inequalities hold for the eigenvalues of symmetric matrices  $A_i^+$ ,  $B_i^+$ ,  $i = \overline{1, n+1}$ :

$$\begin{cases} \lambda_q(A_i^+) \geq 0, \lambda_q(B_i^+) \geq 0, \\ \lambda_q(A_i^-) \leq 0, \lambda_q(B_i^-) \leq 0, \end{cases} \quad i = \overline{1, n+1}; \quad q = \overline{1, n}.$$

Scheme of splitting in the directions of variables.

$$\begin{aligned} I. \quad & \frac{W_{jl}^\kappa - U_{jl}^\kappa}{\Delta t} + (B^+)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{jl}^\kappa - U_{j-l}^\kappa}{\Delta y} + (B^-)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{j+l}^\kappa - U_{jl}^\kappa}{\Delta y} = 0, \\ II. \quad & \frac{U_{jl}^{\kappa+1} - W_{jl}^\kappa}{\Delta t} + (A^+)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{jl}^{\kappa+1} - U_{j-l}^{\kappa+1}}{\Delta x} + (A^-)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{j+l}^{\kappa+1} - U_{jl}^{\kappa+1}}{\Delta x} = 0, \quad (3) \\ & \kappa = \overline{0, K-I}; \quad j = \overline{1, J-1}; \quad l = \overline{1, L-1}. \end{aligned}$$

We consider the issue of constructing and investigating an upwind difference scheme depending on the cases  $C_A = \overline{1, n+1}$ ;  $C_B = \overline{1, n+1}$ . It is obvious that the number of such combinations (variants) is equal to  $(n+1) \times (n+1)$ . Thus, we propose to construct a counter-flow difference scheme depending on the sign of the characteristic velocities.

**Theorem 1.** Let the steps of the difference grid  $\Delta t$ ,  $\Delta y$  satisfy the Courant-Friedrichs-Levy or CFL condition:

$$\max_{1 \leq p \leq n} |\lambda_p(B)| \frac{\Delta t}{\Delta y} \leq 1 \quad (4)$$

and difference boundary conditions are dissipative. Then the solution of the initial-boundary difference problem is stable in the norm  $\sqrt{U^k}$  :

$$\sqrt{U^{k+1}} \leq \sqrt{U^k}, \quad k = \overline{0, K-1}.$$

Here

$$U^{k+1} = \Delta y \sum_{l=1}^{L-1} U_l^{k+1}, \quad U_l^{k+1} \triangleq \sum_{p=1}^n {}_p u_l^{k+1}, \quad {}_p u_l^{k+1} \triangleq \Delta x \sum_{j=1}^{J-1} \left[ (u_p)_{jl}^{k+1} \right]^2, \quad p = \overline{1, n}.$$

#### ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by National University of Uzbekistan (NUUZ) under Research Grant „Analysis of Li symmetry, analysis and modelling of the stability of hyperbolic systems on Lyapunov“. Project code is UZB-Ind-2021-87.

#### References

1. Godunov S.K. *Equations of Mathematical Physics*. Moscow: Nauka. – 1976. – 393 p.
2. Alov R.; Berdyshev A.; Akbarova A.; Baishemirov Z. *Development of an algorithm for calculating stable solutions of the Saint-Venant equation using an upwind implicit difference scheme*. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021 | journal-article. DOI: [10.15587/1729-4061.2021.239148](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.239148). EID: 2-s2.0-85116525899. Part of ISSN: 17294061 17293774. Source: Scopus - Elsevier

### EPIDEMIOLOGICAL MODEL WITH NON-LINEAR INCIDENCE

**Asrakulova Dono Sunnatullayevna, Djumanazarova Zamira Kojabayevna**

*V.I. Romanovsky Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of Uzbekistan*  
[zamira.kojaboevna@mail.ru](mailto:zamira.kojaboevna@mail.ru)

An infectious disease caused by a new virus needs a model that takes into account its known specific characteristics. In particular, the COVID-19 pandemic has a long incubation period and some of its victims move from one area to another, making the new area contagious. This clearly shows that the transmission of an infection from one region to another can be unstoppable, and the proposed mathematical models for modeling its transmission should take into account the immigration of infected hosts.

Transmission rates, births, deaths, and even recovery rates can vary from region to region. Then spatial heterogeneity is inevitable and can influence the dynamics of disease transmission. It can also bring some interesting math challenges. Allen et al. [1] discussed the effect of spatial heterogeneity on the SIS epidemic response-diffusion model.

Then, dynamic models of the reaction-diffusion epidemic model with spatial heterogeneity attracted more attention (see, for example, [2, 3]).

We modify the proposed models into a non-linear reaction-diffusion model with space-dependent parameters as follows:

$$\begin{cases} S_t(x; t) = D\Delta S(x; t) + \Lambda(x) - \mu(x)S(x; t) - \beta(x)f(S(x; t); I(x; t)) + \gamma_1(x)I(x; t) + \delta(x)R(x; t); \\ I_t(x; t) = D\Delta I(x; t) + \beta(x)f(S(x; t); I(x; t)) - (\mu(x) + \gamma_1(x) + \gamma_2(x) + \alpha(x))I(x; t); \\ R_t(x; t) = D\Delta R(x; t) + \gamma_2(x)I(x; t) - (\mu(x) + \delta(x))R(x; t); \quad x \in \Omega, t > 0. \end{cases}$$

Here  $S(x; t)$ ,  $I(x; t)$ , and  $R(x; t)$  denote the density of susceptible, infected, and recovered individuals at position  $x$  and at time  $t$ , respectively.  $\Delta$  is the Laplace operator,  $D > 0$  is the diffusion coefficient.  $\gamma_1(x)$ ,  $\delta(x)$ , and  $\alpha(x)$  are non-negative and continuous. The rest of the model parameters are positive and continuous.  $\Omega \in R^n$  is a bounded domain with smooth boundary  $\partial\Omega$ . The function  $f$  satisfies some nonlinearity conditions.

A priori estimates and the solvability of the problem are established. The formula of the main reproduction number  $R_0$  is given. Then a threshold dynamics is established in terms of  $R_0$ , including a globally attractive painless balance and uniform constancy.

#### References

1. L. Allen, et al., *Asymptotic profiles of the steady states for an SIS epidemic reaction-diffusion model*, *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, **21** (2008), 1-20.

2. Y. L. Cai, X. Z. Lian, Z. H. Peng and W. M. Wang, *Spatiotemporal transmission dynamics for influenza disease in a heterogenous environment*, *Nonlinear Anal. RWA*, **46** (2019), 178-194.
3. H. C. Li, R. Peng and F.-B. Wang, *Varying total population enhances disease persistence Qualitative analysis on a diffusive SIS epidemic model*, *J. Differential Equations*, **262** (2017), 885-913.

## UPPER SOLUTIONS OF THE SYSTEM OF NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS NOT IN DIVERGENT FORM

Atabaev Odiljon

Andijan State University, Andijan, Uzbekistan

Consider in  $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in \mathbb{R}^N\}$  a parabolic system of two nonlinear equations not in divergent form with Cauchy conditions

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u^{\alpha_1} \nabla (u^{m_1-1} \nabla u) + v^{\beta_1}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = v^{\alpha_2} \nabla (v^{m_2-1} \nabla v) + u^{\beta_2}, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad v|_{t=0} = v_0(x) \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^N \quad (2)$$

where  $\alpha_i < 1$ ,  $m_i, \beta_i$  ( $i = 1, 2$ ) are numerical parameters,  $\nabla(\cdot) = \text{grad}_x(\cdot)$ ,  $t$  and  $x \in \mathbb{R}^N$  are the temporal and spatial coordinates, respectively,  $u = u(t, x) \geq 0$ ,  $v = v(t, x) \geq 0$  are solutions.

Non-divergent form equations describe various physical phenomena, such as the diffusion process of biological species, the spread of infectious, etc. [1-4]. The problem (1)-(2) describes the diffusion process in two-componential nonlinear medium with source [1-2].

In this work using self-similar analysis of the system (1) the Fujita type global solvability of the problem Cauchy (1)-(2), asymptotes of solutions of self-similar system for  $\alpha_i < 1$ ,  $m_i > 1$  and  $\beta_i > \frac{\alpha_{3-i} + m_{3-i} - 1}{\alpha_i + m_i - 1}$  are established.

Consider the following self-similar system of equations

$$f^{\alpha_1} \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{N-1} f^{m_1-1} \frac{df}{d\xi} \right) + q_1 f + \gamma \xi \frac{df}{d\xi} + \varphi^{\beta_1} = 0$$

$$\varphi^{\alpha_2} \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{N-1} \varphi^{m_2-1} \frac{d\varphi}{d\xi} \right) + q_2 \varphi + \gamma \xi \frac{d\varphi}{d\xi} + f^{\beta_2} = 0$$

where  $q_i = -\frac{1+\beta_i}{1-\beta_i\beta_{3-i}}$ ,  $T > 0$ ,  $\gamma = \frac{1}{2} + \frac{(1+\beta_1)(\alpha_1+m_1-1)}{1-\beta_1\beta_2}$  and  $q_1(\alpha_1+m_1-1) = q_2(\alpha_2+m_2-1)$ .

In particular, using the standard equations' method and comparison principle [2] the following Fujita type global solvability of weak solutions of the system (1) is proved.

**Theorem 1.** Let  $\alpha_i + m_i - 1 > 0$ ,  $\beta_i > \frac{\alpha_{3-i} + m_{3-i} - 1}{\alpha_i + m_i - 1}$ ,

$$-\frac{N}{2(1-\alpha_i)} + \frac{1+\beta_i}{\beta_1\beta_2-1} h_i + m_i a^{k_i} \leq 0, \quad i = 1, 2,$$

$$u_+(0, x) \geq u_0(x), \quad v_+(0, x) \geq v_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^N.$$

Then for sufficiently small  $u_0(x)$ ,  $v_0(x)$  the following estimate of solution

$$u(t, x) \leq u_+(t, x), \quad v(t, x) \leq v_+(t, x) \quad \text{in } Q,$$

holds, where  $k_i = \frac{\beta_i}{\alpha_{3-i} + m_{3-i} - 1} - \frac{1}{\alpha_i + m_i - 1}$ ,  $h_i = \frac{N(\alpha_i + m_i - 1) + 1 - \alpha_i}{1 - \alpha_i}$ ,  $m_i = A_i^{-1} A_{3-i}^{\beta_i}$ ,  $i = 1, 2$  and the

functions  $u_+(t, x) = (t+T)^{-q_1} \bar{f}(\xi)$ ,  $v_+(t, x) = (t+T)^{-q_2} \bar{\varphi}(\xi)$

$$\bar{f}(\xi) = A_1 \left( a - \xi^2 \right)_+^{\frac{1}{\alpha_1 + m_1 - 1}}, \quad \bar{\varphi}(\xi) = A_2 \left( a - \xi^2 \right)_+^{\frac{1}{\alpha_2 + m_2 - 1}}$$

$a > 0$ ,  $A_i = \left( \gamma \cdot \frac{\alpha_i + m_i - 1}{2(1-\alpha_i)} \right)^{\frac{1}{\alpha_i + m_i - 1}}$ ,  $i = 1, 2$ ,  $b_+ = \max(0, b)$ .

## References

1. A.A. Samarskii, V.A. Galaktionov, S.P. Kurdyumov and A.P. Mikhailov. *Blow-Up in Quasilinear Parabolic Equations*, Berlin, 4, p. 535, 1995.
2. M. Aripov, Sh. Sadullayeva, *Computer modeling of nonlinear diffusion processes*, Tashkent, 2020, 670 p.
3. M. Aripov, A.S. Matyakubov *To the properties of the solutions of a cross-diffusion parabolic system not in divergence form*. Universal Journal of Computational Mathematics, 2017, 5 (1), P. 1–7.
4. Raimbekov J. R. *The Properties of the Solutions for Cauchy Problem of Nonlinear Parabolic Equations in Non-Divergent Form with Density*. Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2015. 8 (2). 192–200.

## DISCRETE BACK PROJECTION USING OPTIMAL INTERPOLATION FORMULA IN $W_{2,\sigma}^{(2,1)}$ SPACE

<sup>1,2</sup> Babaev Samandar, <sup>3</sup> Abduganiyev Jamshid

<sup>1</sup> Bukhara State University, 11, M.Ikbol str., Bukhara 200117, Uzbekistan;

<sup>2</sup> V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, 4b, University str., Tashkent 100174, Uzbekistan;

<sup>3</sup> Termsi State University, Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, 46, University str., Tashkent 100170, Uzbekistan,  
[bssamandar@gmail.com](mailto:bssamandar@gmail.com)

We consider the following interpolation formula

$$\varphi(x) \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(x_{\beta})$$

in  $W_{2,\sigma}^{(2,1)}$  space, where  $C_{\beta}$  and  $x_{\beta}$  are coefficients and nodes of interpolation formula, respectively. The first, we construct this interpolation formula, then we apply the interpolation formula to the problem of diskret back projection.

In the continuous setting, the back projection is defined by

$$\mathcal{B}h(x, y) := \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} h(x \cos(\theta) + y \sin(\theta), \theta) d\theta. \quad (1)$$

**Definition 1.** In the discrete setting, the continuously variable angle  $\theta$  is replaced by the discrete set of angles  $\{k\pi / N : 0 \leq k \leq N - 1\}$ . So the value of  $d\theta$  becomes  $\pi/N$  and the back-projection integral is replaced by the sum

$$\mathcal{B}_D h(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h(x \cos(k\pi/N) + y \sin(k\pi/N), k\pi/N). \quad (2)$$

**Remark 1.** We wish to apply formula (2) to  $(\mathcal{F}_D^{-1}A) \bar{*} (\mathcal{R}_D f)$ . The grid within which the final image is to be presented will be a rectangular array of pixels, located at a finite set of points  $\{(x_m, y_n)\}$ . We will compute the values  $\mathcal{B}_D h(x_m, y_n)$ , each of which represents a color or greyscale value to be assigned to the appropriate point in the grid. To do this, we require the values of  $(\mathcal{F}_D^{-1}A) \bar{*} (\mathcal{R}_D f)$  at the corresponding points  $\{x_m \cos(k\pi/N) + y_n \sin(k\pi/N), k\pi/N\}$ . However, the X-ray scanner will give us samples of the Radon transform of  $f$ , and, hence, of  $(\mathcal{F}_D^{-1}A) \bar{*} (\mathcal{R}_D f)$ , only at the set of points  $\{(j\tau, k\pi/N)\}$ . These points are arranged in a polar grid and generally do not match up with the points needed.

To overcome this obstacle, observe that, for a given  $(x_m, y_n)$  and a given  $k$ , the number  $x_m \cos(k\pi/N) + y_n \sin(k\pi/N)$  must lie in between some two consecutive integer multiples of  $\tau$ . That is, there is some value  $j_{\#}$  such that

$$j_{\#} \tau \leq x_m \cos(k\pi/N) + y_n \sin(k\pi/N) \leq (j_{\#} + 1) \tau.$$

Hence, we will assign a value for  $(\mathcal{F}_D^{-1}A) \bar{*} (\mathcal{R}_D f)$  at  $(x_m \cos(\frac{k\pi}{N}) + y_n \sin(\frac{k\pi}{N}), \frac{k\pi}{N})$ , based on the known values at the points  $(j_{\#} \tau, k\pi/N)$  and  $((j_{\#} + 1) \tau, k\pi/N)$  on either side. The process of assigning such values is called *interpolation*.

## CONSTRUCT BASIS FUNCTIONS FOR GALERKIN FINITE ELEMENT METHOD

<sup>1,2</sup> **Babaev Samandar, <sup>1</sup> Mirzayeva Gulchehra**

<sup>1</sup> Bukhara State University, 11, M.Ikbol str., Bukhara 200117, Uzbekistan;

<sup>2</sup> V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, 46, University str.,  
Tashkent 100170, Uzbekistan,  
bssamandar@gmail.com

Even if a differential equation can be solved analytically, considerable effort and sound mathematical theory are often needed, and the closed form of the solution may even turn out to be too messy to be useful. If the analytic solution of the differential equation is unavailable or too difficult to obtain, or takes some complicated form that is unhelpful to use, we may try to find an approximate solution. We focus on numerical solutions using computers, especially the use of finite difference or finite element methods for differential equations.

In this work we talk about Galerkin finite element method for 1D model

$$-u''(x) = f(x), \quad 0 < x < 1, \quad u(0) = 0, u(1) = 0 \quad (1)$$

problem.

There are at least three different formulations to consider for the differential problem (1): original differential equation, the variational or weak form, and the minimization form. The Galerkin method based on variational or weak form. The Galerkin method includes the following steps:

- To choose an integral form  $\int_0^1 u'v' dx = \int_0^1 f v dx$  for any  $v(x)$  in the Sobolev space  $H^1(0,1)$  with  $v(0) = v(1) = 0$ ;
- Mesh generation (For a 1D problem, a mesh is a set of points in the interval of interest, say,  $x_0 = 0, x_1, x_2, \dots, x_M = 1$ );
- Construct or choose basis functions  $\phi_i$  from solutions space,  $i = \overline{0; M-1}$ ;
- And the finite element solution sought is

$$u_h(x) = \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \phi_i(x)$$

- Consequently, we have the following system of equations

$$\int_0^1 \left( \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \phi'_i \right) \phi'_j dx = \int_0^1 f \phi_j dx, \quad j = \overline{1; M-1}.$$

We construct optimal interpolation formulas in  $W_2^{(m,m-1)}$  space, and we choose the coefficients of this interpolation formulas as basis function.

## DIGITAL PROCESSING OF GASTROENTEROLOGICAL SIGNALS BASED ON A LOCAL INTERPOLATION CUBIC SPLINE MODEL CONSTRUCTED AT UNEQUAL INTERVALS WITH AN APPROXIMATION ORDER ( $h^3$ )

**1Bakhromov Sayfiddin, 2Muydinov Lazizbek.**

<sup>1</sup>National University of Uzbekistan Named After Mirzo Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;

[baxromovsayfiddin@gmail.com](mailto:baxromovsayfiddin@gmail.com)

<sup>2</sup>Andijan State University, Andijan, Uzbekistan

[lazizbekmoydinov91@gmail.com](mailto:lazizbekmoydinov91@gmail.com)

At present, the application of spline functions in the development of science and technology is a topical issue. Spline features have several advantages in approaching from classical interpolation polynomials. The local interpolation cubic spline function is one of the most important issues in the development of science and technology, especially in the application of practical problems. In particular, in geophysics, biomedicine, environmental processes and other fields, many results are being achieved in the field of signal recovery, processing and forecasting based on spline models.

### Digital processing of signals based on local interpolation cubic spline model built on unequal interval.

We review the gastroenterological signal recovery process shown in Table 1 using the proposed local interpolation cubic spline model and the Lagrange polynomial. Based on the signal in Table 1, a spline model and a Lagrange polynomial were constructed in the MATLAB programming environment and used for signal processing (Figure 1).

**Table 1**

Values of gastroenterological signal.

№	Time, seconds	Amplitude	№	Time, seconds	Amplitude
1	1	0.0381	13	13	0.0462
2	2	0.0428	14	14	0.0464
3	3	0.0341	15	15	0.0416
4	4	0.0432	16	16	0.0471
5	5	0.0468	17	17	0.0471
6	6	0.0456	18	18	0.0422
7	7	0.0443	19	19	0.0452
8	8	0.0525	20	20	0.0346
9	9	0.0484	21	21	0.0398
10	10	0.0471	22	22	0.0417
11	11	0.0440	23	23	0.0351
12	12	0.0444			

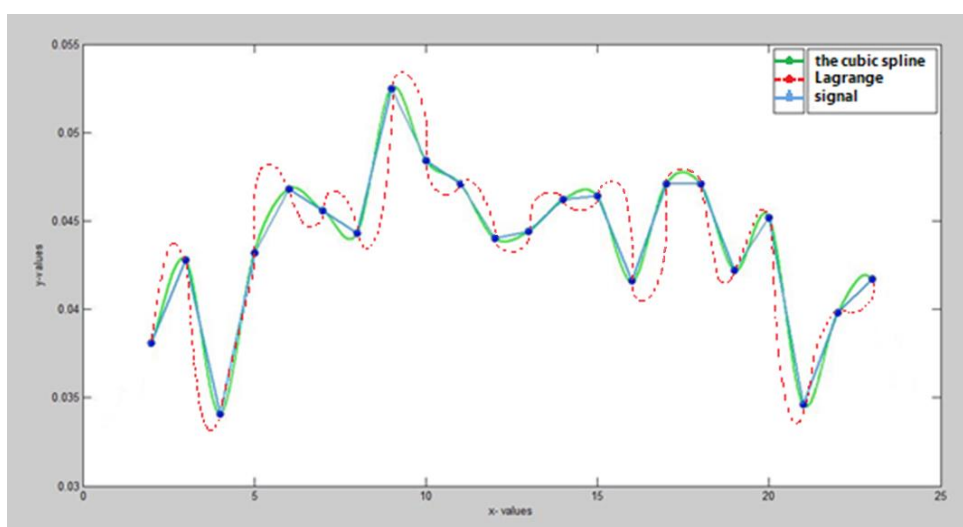


Figure 1. Results of gastroenterological signal recovery.

**Conclusion**

In this study, a local interpolation cubic spline with a high degree of accuracy in the digital processing of the considered signals was selected. The construction details of the selected local interpolation cubic spline function model (gastroenterological signals obtained on the basis of experimental data obtained as a result of unequal intervals) are given and the process of constructing the function based on the initially given experimental products is shown. In order to test the reliability and efficiency of the model, signal restoration was also performed with the classical interpolation polynomial, and a comparative analysis was performed with the results obtained based on the local interpolation cubic spline function.

**ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF SOLUTIONS FOR A DOUBLY NONLINEAR PARABOLIC NON-DIVERGENCE FORM EQUATION WITH DENSITY**

**Bobokandov Makhmud**

*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

*m.boboqandov@nuu.uz*

We consider the asymptotic behavior of solutions of the parabolic equation non-divergence form with Cauchy condition

$$|x|^{-l} \frac{\partial u}{\partial t} = u^q \nabla \left( u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u \right) + t^\lambda |x|^{-l} u^\beta, \quad (t, x) \in Q \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}^N \quad (2)$$

where  $Q = \{(t, x) | t > 0, x \in \mathbb{R}^N\}$ ,  $k, m \geq 1, p \geq 2, \beta \neq 1, 0 < q < 1, \lambda, l$  are the given parameters.



J.S. Guo and Y. Y. Guo obtained the secondary critical exponent for the porous medium type equation in high dimensions (i.e. when in (1)-(2)  $k=m=1, p=2, q=l=\lambda=0$ ) and proved existing a secondary critical exponent  $a = a_* = 2/(\beta - m)$  such that if  $u_0(x) \approx |x|^{-a}$  the solution of (1)-(2) blows up in finite time for the initial data, which behaves like  $|x|^{-a}$  at  $x = \infty$  if  $a \in (0, a^*)$ , and there exists a global solution for the initial data  $u_0(x)$ , which behaviors like  $|x|^{-a}$  at  $x = \infty$ .

In general case we found values of  $a_c^*, M$  for the problem (1)-(2) the following form

$$a_c^* = \frac{p-l}{\beta - (q+m+k(p-2))}, M = \left[ k^{p-2} a_c^{*p-1} (a_c^* (q-\beta) + 1 - l) \right]^{\frac{1}{\beta - (q+m+k(p-2))}}$$

We introduce the notation  $u = v^{\frac{1}{1-q}}$  and put this into the equation (1)-(2)

$$v_t = r^{l+1-N} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{n+N-1} v^{m_2-1} \left| \frac{\partial v^{k_2}}{\partial r} \right|^{p-2} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + (1-q)t^\lambda v^{\beta_2} \quad (3)$$

where  $r = |x|, m_2 = \frac{m}{1-q}, k_2 = \frac{k}{1-q}, \beta_2 = \frac{\beta-q}{1-q}$

The numerical results show quick convergence of the iterative process to the solution of the Cauchy problem (1)-(2), due to the successful choice of the initial approximation. The initial approximation was taken in the form:

$$u_0(x) = \left( \frac{A((1-q)(1-\beta_2))^{\frac{1}{1-\beta_2}} t^{\frac{1+\lambda}{1-\beta_2}} (a - \xi^{\gamma_1})^{\gamma_2}}{(1+\lambda)^{\frac{1}{1-\beta_2}}} \right)^{\frac{1}{1-q}}$$

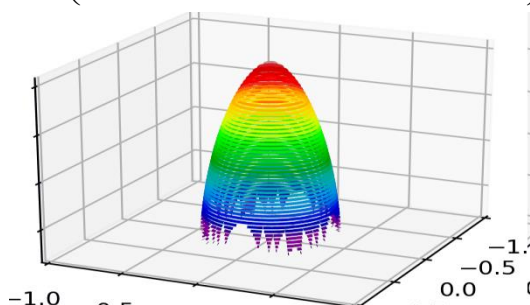


Fig.1  $q=0.1, k=3.05, p=2.5, m=2.2, l=1.01, \lambda=0, \beta=2$

The property a finite speed perturbation of distribution of the Cauchy problem for a parabolic not in divergence form based on comparison method is considered. It is shown that coefficients of main terms of asymptotic of solution satisfy to some system of a nonlinear algebraic equation.

### References

1. M. Aripov and S. Sadullaeva, *Computer simulation of nonlinear diffusion processes*. National University of Uzbekistan Press, Tashkent 2020, 670 pp.
2. M. Aripov, A. S. Matyakubov, J. O. Khasanov and M. M. Bobokandov, *Mathematical modeling of double nonlinear problem of reaction diffusion in not divergent form with a source and variable density*. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2131 032043.

## AN EXPLICIT EXPRESSION OF THE APPROXIMATION ERROR OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS BASED ON THE MOVED NODE METHOD

**Dalabaev Umurdin, Hasanova Dilfuza**

*University of World Economy and Diplomacy, Tashkent, Uzbekistan*

[udalabaev@mail.ru](mailto:udalabaev@mail.ru)

When a two-point boundary value problem is solved by difference methods, the question of the degree of approximation usually appears. For the closeness of the exact and approximation of the solution, and the quality of the difference scheme are evaluated based on the degree of this parameter. With such an analysis, other parameters (the coefficients of the differential equation) are not explicitly involved in the

approximation error expression. Obtaining an explicit expression for the approximation error makes it possible to analyze it.

Consider the simplest ordinary differential equation with boundary conditions

$$\frac{d^2u}{dx^2} = C, \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 1 \quad (1)$$

where  $C$  is constant.

We create a uniform grid on segments  $[0,1]$  with step  $h$ . A uniform grid on a segment  $x \in [0, 1]$  with step  $h$  has the form:

$$\bar{\omega}_h = \{x_k = hk, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad h \cdot N = 1\}$$

Let us replace the second-order derivative by the difference relation:

$$\frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{h^2} = C, \quad 1 \leq i \leq N-1, \quad U_0 = 0, \quad U_N = 1 \quad (2)$$

Difference scheme (2) traditionally has order  $O(h^2)$ . However, if we solve system (2) by the Tomas algorithm, we obtain a numerical solution that coincides with the exact analytical solution for any grid steps  $h$  at the grid nodes. Those scheme (2) approximates (1) exactly.

Let we have a differential equation

$$Lu = f, \quad (3)$$

where  $L$  is a differential operator,  $f$  is a known function, and  $u$  is an unknown function. The equation (3) is considered in some domain  $D$  with appropriate boundary conditions. The differential equation (3) is replaced by the difference equation:

$$L_h u_h = f_h, \quad (4)$$

where  $L_h$  is the difference operator,  $u_h$  is the unknown grid function, and  $f_h$  is the approximation of the function  $f$  at the grid nodes.

Usually, the approximation error is given as [6,7]:

$$Q_h = L_h[u]_h - f_h, \quad (5)$$

where  $[u]_h$  is the exact solution of (3) at the grid nodes. Using the Taylor series, from (5) one obtains that,  $Q_h = O(h^m)$ , where  $h$  is the grid step and  $m$  is the degree of approximation.

You can determine an explicit approximation error if you use the method of a moving node, which allows you to extend the definition to the entire area  $D$ . This allows you to introduce an approximation error like this:

$$R_h = L_h\{u\}_h - f_h. \quad (6)$$

Here  $\{u\}_h$  is a predefined continuous function by means of a moveable node.

## PREDATOR-PREY MODEL WITH A FREE BOUNDARY

**Elmurodov A.N.**

*V.I.Romanovskiy Institute of mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan;  
elmurodov@mathinst.uz*

In this article, we consider the following Beddington-DeAngelis and Tanner reaction-diffusion system of predator-prey model:  $Q = \{(t, x) : t > 0, 0 < x < s(t)\}$ ,  $D = \{(t, x) : t > 0, 0 < x < l\}$ ,

$$\begin{cases} a(u)u_t - d_1 u_{xx} - k_1 u_x = u(1-u) - v \left( \frac{u}{u+m} \right), & (t, x) \in Q, \\ b(v)v_t - d_2 v_{xx} - k_2 v_x = kv \left( 1 - \frac{dv}{u+c} \right), & (t, x) \in D, \\ u(0, x) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0 = s_0 < l, \\ v(0, x) = v_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \\ v_x(t, 0) = v(t, l) = u_x(t, 0) = u(t, s(t)) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \\ \dot{s}(t) = -\mu u_x(t, s(t)), \quad 0 \leq t \leq T, \end{cases} \quad (1)$$

where  $x = s(t)$  is called a free boundary, which is to be determined together with  $u(t, x)$ , all the parameters  $k, c, d, \mu, d_i$  and  $k_i (i=1,2)$  are given positive constants.

The problem of describing the dynamic process of the invasion of a new competitor into the habitat of a local species belongs to [1, 2], who investigated the nonlinear evolution of two species in an unbounded spatial domain.

There are the Beddington-DeAngelis and Tanner type functional response contained in the first and second equation of model (1), respectively, where  $u(t, x)$  and  $v(t, x)$  represent the population density of the predator and the prey at time  $t$  with diffusion rates  $d_1$  and  $d_2$ , respectively. We suppose that the two diffusion rate are positive and equal, but not necessary constants.

This model describes how a new species with population density  $u(t, x)$  invades into the habitat of a native competitor  $v(t, x)$ .

Since the natural biological process is associated with the invasion, we consider it necessary to add terms reflecting the transfer and change in concentration to the equations using the transfer term and the new “bio capacity” coefficient.

For species  $v(t, x)$  that inhabit a terminal region with an outer boundary death point  $l$ . However, the evolution equation satisfied by  $u(t, x)$  is valid for the developing domain  $(0; s(t))$ . The free boundary condition, which is well known as the Stefan condition, states that the rate at which the free boundary expands is proportional to the population gradient at that location.

Problem (1) with  $a(u) \equiv 1$ ,  $b(v) \equiv 1$ ,  $k_i = 0$  ( $i = 1, 2$ ) was studied in [1].

The coefficients  $a(u)$ ,  $b(v)$  and functions  $u_0(x)$ ,  $v_0(x)$  satisfy:

$$\begin{cases} A_0 \geq a(u) \geq a_0 > 0, & B_0 \geq b(v) \geq b_0 > 0, & Q; \\ u_0(x) \in C^2([0, s_0]), & u'_0(0) = u_0(s_0) = 0 & \text{and } u_0(x) \text{ in } [0, s_0]; \\ v_0(x) \in C^2[0, l], & v_0(l) = 0, & v'_0(0) = 0, & v_0(x) \geq 0 \text{ in } [0, l]. \end{cases}$$

The main contribution of this article is the establishment of the global existence of the classical solution to problem (1) and the study of the behavior of the solution. A method is proposed for establishing a priori Schauder-type estimates for a new class of free boundary problems for mixed-two-phase equations. The principle of comparison is proved.

### References

1. Liu Yu., Guo Z., Smaily El M. and Wang L. *Biological invasion in a predator-prey model with a free boundary*. Boundary Value Problems. (2019) 2019:33. <https://doi.org/10.1186/s13661-019-1147-7>
2. Shi H. B., Li Y. *Global asymptotic stability of a diffusive predator-prey model with ratio-dependent functional response*, Appl. Math. Comput. 25 (2015) 71–77.

## ON OPTIMAL ALGORITHMS FOR NUMERICAL INTEGRATION

Erich Novak

Mathematisches Institut, Friedrich-Schiller-Universität Jena, Ernst-Abbe-Platz 2, 07740 Jena, Germany, [erich.novak@uni-jena.de](mailto:erich.novak@uni-jena.de)

1. Compute the integral

$$S_d(f) = \int_{D_d} f(x) dx$$

over an open subset  $D_d \subset \mathbf{R}^d$  of Lebesgue measure  $\lambda^d(D_d) = 1$  for integrable functions  $f: D_d \rightarrow \mathbf{R}$ . Let  $F_d$  be a class of integrable functions  $f: D_d \rightarrow \mathbf{R}$ . Algorithms  $A_n$  use  $n$  function values.

The worst case error of an algorithm  $A_n$  is defined by

$$e(A_n, F_d) = \sup_{f \in F_d} |S_d(f) - A_n(f)|,$$

the optimal error bounds are given by

$$e(n, F_d) = \inf_{A_n} e(A_n, F_d).$$

The information complexity  $n(\varepsilon, F_d)$  is given by

$$n(\varepsilon, F_d) = \min\{n \mid \exists A_n \text{ such that } e(A_n, F_d) \leq \varepsilon\}.$$

2. Consider

$$F_d^k = \{f: [0, 1]^d \rightarrow \mathbf{R} \mid \|D^\alpha f\|_\infty \leq 1, |\alpha| \leq k\},$$

where  $k \in \mathbf{N}$  and  $|\alpha| = \sum_{i=1}^d \alpha_i$  for  $\alpha \in \mathbf{N}_0^d$  and  $D^\alpha f$  denotes the respective partial derivative. Well known:  $e(n, F_d^k) \approx n^{-k/d}$ . What about  $\varepsilon$  fixed and  $d$  large?

We know that  $n(\varepsilon, F_d^k)$  is of the order  $(c_k d / \varepsilon)^{d/k}$ :

$$\min(1/2, c_{k,1} d n^{-k/d}) \leq e(n, F_d^k) \leq \min(1, c_{k,2} d n^{-k/d})$$

where, for the upper bound, we assume that  $n = m^d$ ,  $m \in \mathbf{N}$ .

3. Universality. A randomized algorithm ( $A_n^\omega$ ) of the form

$$A_n^\omega(f) = \sum_{j=1}^n a_j(\omega) f(x_j(\omega))$$

for  $f \in L_1([0,1]^d)$  was introduced by Krieg and Novak 2017. It is a randomized modification of the Frolov algorithm and is almost optimal for many different classes  $F$ .

4. General Domains. Assume that  $D_d \subset \mathbf{R}^d$  is bounded and a metric on  $D_d$  is induced by a norm in  $\mathbf{R}^d$ . We denote by  $B$  the unit ball and also write  $\|\cdot\|_B$  for the norm. Consider Lipschitz functions. We denote the respective space by  $F^B(D_d)$ ; it contains all functions  $f: D_d \rightarrow \mathbf{R}$  with

$$|f(x) - f(y)| \leq \|x - y\|_B.$$

Let  $D_d \subset \mathbf{R}^d$  be Jordan measurable with  $0 < \lambda^d(D_d) < \infty$ . Then

$$e(n, F^B(D_d)) \approx \xi_B \lambda^d(D_d) \left( \frac{\lambda^d(D_d)}{\lambda^d(B)} \right)^{1/d} \cdot n^{-1/d},$$

where  $\xi_B$  is a constant that depends on the norm and

$$\frac{d}{d+1} \leq \xi_B \leq \frac{d}{d+1} (d \log d + d \log \log d + 5d)^{1/d}.$$

Moreover,

$$\inf_{D_d} e(n, F^B(D_d)) \cdot \lambda^d(D_d)^{-(d+1)/d} = \frac{d}{d+1} \lambda^d(B)^{-1/d} \cdot n^{-1/d},$$

the infimum is attained when  $D_d$  as the disjoint union of  $n$  balls with equal radius.

I will mention other results and open problems.

My recent papers are in the arXiv.

## MATHEMATICAL MODEL FOR INFORMATION MONITORING SYSTEM OF FAT AND OIL ENTERPRISES

**Eshankulov Khamza**

<sup>1</sup>*Bukhara State University, 11, M.Iqbol Street, Bukhara, 200114, Uzbekistan*

### Abstract

Intelligence of industrial enterprises is developing consistently and steadily. The use of information technologies and classical forms of automation is not sufficient for industrial enterprises. The use of integrated and flexible information monitoring systems is considered to be highly effective. Nowadays, the methods of creating intellectual production systems are widely used in the creation of information monitoring systems.

### Keywords

monitoring, Fat and oil enterprise, Petri nets, mathematical model, situations, processes.

### 1. Introduction

Today, the principles, models, methods and data processing c4.5, Apriori, Em, Adaboost, Cart algorithms for the design of information monitoring systems for manufacturing enterprises are developed and implemented by specialists [1,2]. In the research work of Mansi Gera and Shivani Goel, the methods of development and research of such approaches and the methods of classification, clustering, regression of algorithms were used [3].

Different systems are used in each field of production. For example, raw material accounting, payroll, document management, production process management, and personnel department systems [4,5,6].

The rapid development of information monitoring systems, reliability, effective use of resources and the ability to access them online and view the analysis, to draw conclusions in decision-making, has further increased the demand for them. These systems contribute to the monitoring of processes in manufacturing enterprises, the preparation of static and dynamic reports, the acquisition of operational information, the rapid operation of the network and the control and management of production processes for employees [7,8].

The Petri nets is a oriented bigraph whose node points are divided into a set of two types (cases and transitions) (Fig. 1). The elements of these sets are connected by mutual arcs.

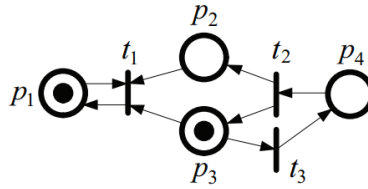


Figure 1. Petri nets

## 2. Materials and methods

The information monitoring system of fat and oil enterprises includes monitoring of every process from the receipt of oilseeds in the production process to its packaging [12,13]. Production processes are defined by the set  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{14}\}$ , each  $s_i \in S, i=0,1, \dots, 14$  element of the set represents a single production process.

In fat and oil enterprises, it is organized in the form of a conveyor through several  $S_i = \{s_i^j\} j=1, \dots, n$  processes. the raw material in the input state to  $S_i$  changes to another raw material in the output state after the  $S_i$  processes are performed.

The information monitoring system monitors the production processes of the enterprise by monitoring the  $S_i$  processes in the enterprise and using  $X_i = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in X$  raw materials entering the process and  $s_i : x_i \rightarrow y_i$  outgoing  $Y_j = \{y_1, y_2, \dots, y_{n1}\} \in Y$  data after the process is completed. Production processes are carried out in the workshops of the enterprise  $C = \{c_0, c_1, \dots, c_4\}$ .

The fat and oil enterprises has the following shops:

- $c_0$ - taking oily seeds;
- $c_1$ - preparation and storage of oilseeds;
- $c_2$ - preparation of oily seeds for oil separation;
- $c_3$ - oil extraction and refining;
- $c_4$ - packaging, labeling and storage of oil in the oil depot;

Each shop can cover several production processes  $C_i = \{S_k\}, k \in 1 \dots m$  (table 1).

In this,  $P$  is a set of final cases  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}, m > 0$ ;  $T$  is the final set of transitions,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}, n > 0$ ;

$E$  is the final set of bows,  $E \subseteq P \times T \cup T \times P$ , a set of arcs that lead from transition to transition and from transition to state;

$\mu^0$  is the initial marking,  $\mu^0 : P \rightarrow N, N = \{0, 1, 2, \dots\}$ .

$t_j \in T$  transition  $I(t_j)$  unwanted,  $O(t_j)$  outgoing cases and  $p_j \in P$  of the situation  $I(p_j)$  introduction,  $O(p_j)$  represents the output transitions.

If all the transitions are represented by a combination of the  $I(t_j)$  and  $O(t_j) t_j \in T$  states of  $I = \bigcup_T I(t_j), O = \bigcup_T O(t_j), P = I \bigcup O$ , then from formula (1) the mathematical model of the information monitoring system of the oil and gas enterprise is represented by the following tuple:

$$S_{moy} = \langle P_{hol}, T_{jar}, I_{kir}, O_{chiq}, \mu^0, \mu^r \rangle, \quad (2)$$

Here,  $P_{hol} - S = \{s_0, s_1, \dots, s_{13}\}$  of raw materials in the process  $I_{kir}$  unwanted values  $S^* = \{s_0^*, s_1^*, \dots, s_{m1}^*\}$  the database is stored in data structures  $I_{kir}^*$  represents the states of processes by values and is referred to as the state in the Petri nets.

$T_{jar} - S = \{s_0, s_1, \dots, s_{13}\}$  of raw materials in the process  $I_{kir}$  unwanted and  $O_{chiq}$  executable on outgoing data  $F^* = \{f_0, f_1, \dots, f_{n1}\}$  represents a set of features and is referred to as a transition in the Petri nets.

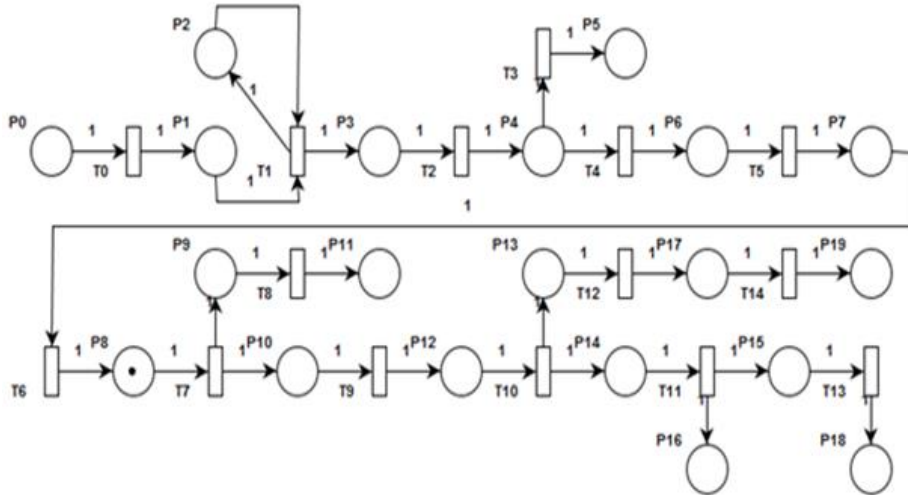
$I_{kir}$  is information monitoring system  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{13}\}$  information entering the process.  $O_{chiq}$  – from the information monitoring system  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{13}\}$  process data.

In each process of the information monitoring system  $S^* = \{s_0^*, s_1^*, \dots, s_{m1}^*\}$  data stored in tables  $F^* = (f_{il,jl})$ ,  $il = \overline{0, m1}, jl = \overline{0, n1}$  and is controlled by features.  $\mu^0$  – is a marker indicating the status of the initial data in the manufacturing plant.

$\mu^r$  – is a marker representing production norm data in processes.

The equations  $P_{hol} = \{p_0, p_2, \dots, p_{19}\}$  and  $T_{jar} = \{t_0, t_2, \dots, t_{13}\}$  were determined for the model of the information monitoring system from the production processes and product changes in the processes in the fat and oil enterprises.

The mathematical model of the information monitoring system and the graph using the detected  $P_{hol}$  cases and  $T_{jar}$  transitions are described as follows (Fig.2).

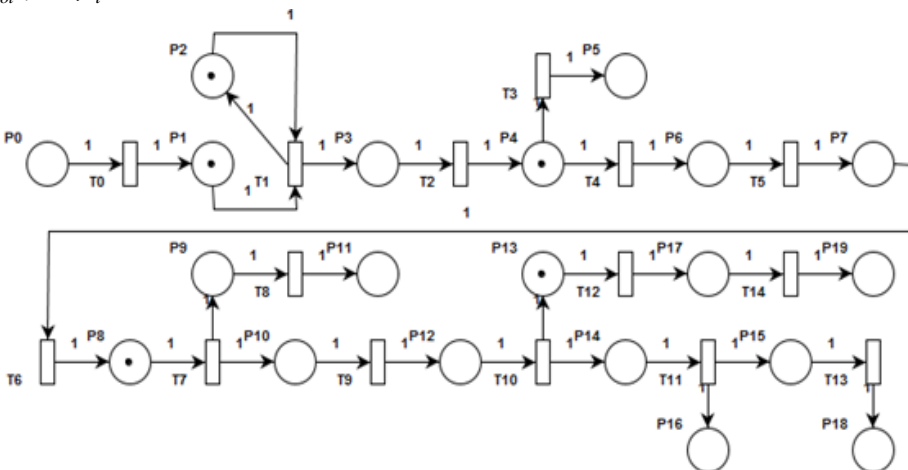


**Figure 2.** Graphical view of the mathematical model of the information monitoring system of the fat and oil enterprises

As can be seen from Fig. 2, each  $p_j \in P_{hol}$  is done by a  $t_j \in T_{jar}$  transition and the transition from one state to another. The model built on the Petri nets has a static appearance but the movement of the markers in the cases is dynamic and the monitoring process is done by changing the markers. Markers can also be represented in vector form:

$$N = \mu(P), \mu = \{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n^*\}, \quad (3)$$

Here,  $n^* = |P_{hol}|$  ба  $\mu_i \in N$ .



**Figure 3.** Marked graph view of the mathematical model of the information monitoring system of the fat and oil enterprises

In the model represented by formula (2), the  $\mu^r$  marking represents the resulting marking and the production norm.  $\mu^0$  -marking initial marking, which represents the initial state of the production process.

$\mu^0$  - the marking should reach merrrr based on the transition mechanism, i.e. it should be equal to  $\mu^0 = \mu'$  after the production process is complete (Fig. 3).

Full field monitoring is accomplished through the movement of markers along a mathematical model in the Petri nets of an information monitoring system built for. The mechanism of change dynamics of markers in the model cases and the transition rule is realized through the functions in the database. The marker is marked with a thick dot inside a circle that reflects the situation on the graph.

Each step in this process is analyzed and monitored by the information monitoring system, the status of production is monitored by the information monitoring system through the movement of markers.

#### References

1. С.В.Пальмов. *Анализ и прогнозирование оттока клиентов в телекоммуникационных компаниях на основе технологии Data Mining*. // Диссертация.- Самара., 2005.-176 С.
2. Nelofar Rehman. *Data Mining Techniques Methods Algorithms and Tools*, International Journal of Computer Science and Mobile Computing. IJCSMC, Vol. 6, Issue.-P.227 – 231, 2017.
3. Mansi Gera, Shivani Goel. *Data Mining - Techniques, Methods and Algorithms: A Review on Tools and their Validity*. International Journal of Computer Applications .Vol 113 – No. -P. 167-174. 2015.
4. Xu, L.D. *Systems thinking for information systems development*.// Systems Practice.-P.577-589, 1992.
5. Waldner, J.B. *CIM: Principles of Computer Integrated Manufacturing*. Chichester, England and New York, USA: John Wiley & Sons. 1992.
6. Xu, L.D., *Systems characteristics in information systems design*. // Systems Research.-P.67-78,1992.
7. Clemens Gonnermann, Gunther Reinhart, *Automatized Setup of Process Monitoring in Cyber-Physical Systems*. Procedia CIRP, Vol 81,- P.636-640 2019 y.
8. Qiaofen Zhang, Yancheng Liu, Haohao Guo, Qinjin Zhang. *The Design of Hybrid MAC Protocol for Industry Monitoring System Based on WSN*. Procedia Engineering, Vol. 23, -P. 290-295, 2011.

## A MODEL OF TWO-COMPONENT SUSPENSION FILTRATION IN POROUS MEDIA TAKING INTO ACCOUNT MULTISTAGE DEPOSITION KINETICS

**Fayziev Bekzodjon, Nugaev Sardor, Sagdullaev Otabek**

*Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan*

In the paper a mathematical model for the filtration of two-component suspensions in a homogeneous porous medium, taking into account the multistage deposition kinetics in the form of partial differential equations is considered. The system of filtration equations consists of the mass balance equation, the kinetics taking into account the dynamic factors in the active zones, the kinetics taking into account the phenomenon of "charging" in the passive zone of deposition for each fraction of the suspension and Darcy's law [1]

$$m_0 \frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + v \frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p^{(i)}}{\partial t} = D^{(i)} \frac{\partial^2 c^{(i)}}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial \rho_p^{(i)}}{\partial t} = \beta_p^{(i)} (\rho_p^{(1)}, \rho_p^{(2)}) c^{(i)},$$

$$\beta_p^{(1)} (\rho_p^{(1)}, \rho_p^{(2)}) = \begin{cases} \beta_{p1}^{(1)} & \text{for } 0 < \rho_p^{(1)} \leq \rho_{p1}^{(1)}, \\ \beta_{p2}^{(1)} & \text{for } \rho_{p1}^{(1)} < \rho_p^{(1)}, \rho_p^{(1)} + \rho_p^{(2)} < \rho_{p0}, \\ 0 & \text{for } \rho_p^{(1)} + \rho_p^{(2)} = \rho_{p0}, \end{cases}$$

$$\beta_p^{(2)} (\rho_p^{(1)}, \rho_p^{(2)}) = \begin{cases} \beta_{p1}^{(2)} & \text{for } 0 < \rho_p^{(2)} \leq \rho_{p1}^{(2)}, \\ \beta_{p2}^{(2)} & \text{for } \rho_{p1}^{(2)} < \rho_p^{(2)} < \rho_{p0}^{(2)}, \rho_p^{(1)} + \rho_p^{(2)} < \rho_{p0}, \\ 0 & \text{for } \rho_p^{(1)} + \rho_p^{(2)} = \rho_{p0}, \rho_p^{(2)} = \rho_{p0}^{(2)} \end{cases}$$

$$\frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} = \frac{\beta_a^{(i)}}{1 + \gamma^{(i)} |\nabla p|} c^{(i)} - \beta_a^{(i)} \frac{\rho_a^{(i)} (1 + \omega^{(i)} |\nabla p|)}{\rho_{a0}^{(i)}} c_0^{(i)}, \quad i = 1, 2,$$

$$|\nabla p| = \frac{v \left( 1 - m_0 + \left( \rho_a^{(1)} + \rho_a^{(2)} + \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} \right) \right)^2}{k_0 \left( m_0 - \left( \rho_a^{(1)} + \rho_a^{(2)} + \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} \right) \right)^3},$$

where  $m$  is current porosity of media,  $c^{(i)}$  is the concentration of the  $i^{\text{th}}$  component of the suspension ( $m^3/m^3$ ),  $\rho_a^{(i)}$ ,  $\rho_p^{(i)}$  are respectively the concentration of deposition in the active and passive zones of the  $i^{\text{th}}$  component of the suspension ( $m^3/m^3$ ),  $D^{(i)}$  is diffusion coefficient for each component,  $i=1,2$  corresponds to the numbers of the components.  $i=1,2$ ,  $\rho_{a0}^{(i)}$  is the capacity of the active zones for the  $i$ -th component of the suspension,  $\beta_a^{(i)}$  is the coefficient characterizing the kinetics in the active zone of the  $i$ -th component of the suspension,  $\gamma^{(i)}$ ,  $\omega^{(i)}$  are constant coefficients characterizing intensity of influence of pressure gradient on particle attachment and detachment process in active zone. We denote the partial capacity of the passive zones by  $\rho_{p0}^{(i)}$ .

To solve the problem, a numerical algorithm for computer experimentation has been developed. Based on numerical results, the main characteristics of suspension filtration in a porous medium are established. Influences of dynamic factors and "charging" effect on transport and deposition of suspended particles of two-component suspension in porous media has been analyzed. It is shown, that the multistage nature of the deposition kinetics can lead to various effects that are not characteristic for the transport of one-component suspensions with one-stage particle deposition kinetics. In particular, to distribute the concentration of suspended particles in a moving fluid, nonmonotonic dynamics are obtained at individual points in the medium. It was shown, that in the points of the medium close to the input section, the concentration of deposited particles in the passive zone can reach partial capacities. It was established, that for the set of initial data used in the calculations, the concentration of deposition of the second component is relatively quickly reaches the partial capacities.

#### References

1. E.V.Venitsianov et al., *Dynamics of sorption from liquid media*. – Moscow, Nauka, 1983. - 237 p.

### ONE-DIMENSIONAL INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE KERNEL OF THE INTEGRO-DIFFERENTIAL HEAT EQUATION IN A BOUNDED DOMAIN

<sup>1</sup>Jumaev J.J., <sup>2</sup>Ibragimova Sh. E., <sup>2</sup>Rahmonov N.F.

*V.I. Romanovskiy Institute of mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan,*  
*<sup>2</sup>Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

We consider the initial-boundary problem of determining a function  $u(x, t)$ ,  $x \in (0, l)$ ,  $t \in (0, T]$  from the following equations:

$$u_t - a^2 u_{xx} = \int_0^t k(\tau) u(x, t - \tau) d\tau, \quad x \in (0, l), 0 < t \leq T; \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in [0, l]; \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = \mu_1(t), u|_{x=l} = \mu_2(t), 0 \leq t \leq T, \varphi(0) = \mu_1(0), \varphi(l) = \mu_2(0), \quad (3)$$

where  $a$  is a positive constant,  $l$  and  $T$  are arbitrary positive numbers,  $k(t)$ ,  $h(x, t)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $\mu_1(t)$ ,  $\mu_2(t)$  are given functions. (1)-(3) problem is called as a direct problem.

In the inverse problem, it is assumed that the kernel  $k(t)$ ,  $t > 0$  of the integral term in (1) is unknown and it is required to determine it using additional information about the solution of the direct problem:

$$\int_0^l u(x, t) dx = f(t), \quad t \in (0, T]. \quad (4)$$

In this case  $\varphi(x)$ ,  $x \in [0, l]$ ,  $\mu_1(t)$ ,  $\mu_2(t)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $f(t)$ ,  $t \in (0, T]$  are assumed to be given functions. In the sequel, we will call the problem of determining functions  $u(x, t)$ ,  $k(t)$ ,  $x \in (0, l)$ ,  $t \in (0, T]$  from the equations (1)-(4) as the

**Theorem.** Suppose  $(\varphi(x), \varphi'(x), \varphi''(x)) \in C(0, l)$ ,  $(h(x, t), h_t(x, t)) \in C(D_{lT})$ ,

$(\mu_1(t), \mu_1'(t), \mu_2(t), \mu_2'(t)) \in C[0, T]$ ,  $k(t) \in C(0, T]$ ,  $f(t) \in C^2[0, T]$ ,  $\varphi_0 \neq 0$  and the matching conditions  $\varphi''(0) = \mu_1'(0)$ ,  $\alpha^2 \varphi''(l) = \mu_2'(0)$ ,  $\varphi(0) = \mu_1(0)$ ,  $\varphi(l) = \mu_2(0)$ , are fulfilled. Then the inverse problem (1)-(4) has a unique solution in domain  $D_{lT} = \{0 < x < l, 0 < t \leq T\}$  for arbitrary fixed  $l > 0$  and  $T > 0$ .



The integro-differential equation of heat conduction with the time-convolution integral on the right side is considered. The direct problem is the initial-boundary problem for this integro-differential equation. Inverse problem is studied for this direct problem consisting in determining of a kernel of the integral member on given additional condition with respect to the solution of the direct problem, respectively. The problem is replaced with the equivalent system of the integral equations with respect to unknown functions and on the bases of contractive mapping it is proved unique solvability to the inverse problem.

### References

1. D.K. Durdiev, Zh.Zh. Zhumaev, *Problem of Determining the Thermal Memory of a Conducting Medium*, Differential Equations, 56:6 (2020), 785–796.
2. D.K. Durdiev, J.J. Jumaev, *Memory kernel reconstruction problems in the integrodifferential equation of rigid heat conductor*, Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2020, DOI: 10.1002/mma.7133
3. D.K. Durdiev, Zh.Zh. Zhumaev, *The problem of determining the thermal memory of a medium*, Uzbek Mathematical Journal, 1 (2020), 36-51.

## STABILITY OF THE NONLINEAR LOTKA-VOLTERRA MODEL WITH VARIABLE DELAY

<sup>1</sup>Khusanov Jumanazar, <sup>2</sup>Kakhkharov Azizbek, <sup>1</sup>Berdiyarov Azamat

<sup>1</sup>Jizzakh Polytechnic Institute, Jizzakh, Uzbekistan;

<sup>2</sup>University named after I. Karimov

[d.khusanov1952@mail.ru](mailto:d.khusanov1952@mail.ru), [azizqahhorov@gmail.com](mailto:azizqahhorov@gmail.com)

Let  $R^n$  be a linear real space of vectors  $x$  with some norm  $|x|$ ,  $R_+^n = \{x \in R^n: x_k \geq 0 \forall k \in Z, 1 \leq k \leq n\}$ ,  $intR_+^n = \{x \in R^n: x_k > 0 \forall k \in Z, 1 \leq k \leq n\}$ ,  $\partial R_+^n = R_+^n \setminus intR_+^n$ ,  $h_0 > 0$  be some number and  $C$  be Banach space of continuous function  $\varphi: [-h_0, 0] \rightarrow R^n$  with norm  $\|\varphi\| = \max(|\varphi(s)|, -h_0 \leq s \leq 0)$ ,  $C_+ = \{\varphi \in C: \varphi: [-h_0, 0] \rightarrow R_+^n\}$ ,  $intC_+ = \{\varphi \in C_+: \varphi(0) \neq 0\}$ ,  $\partial C_+ = C_+ \setminus intC_+$ .

For a continuous function  $x: [\alpha - h_0, \beta] \rightarrow R_+^n$  ( $\alpha, \beta \in R^+$ ,  $\alpha < \beta$ ) the function  $x_t \in C_+$  defines the equality  $x_t(s) = x(t + s)$ ,  $-h_0 \leq s \leq 0$ . By  $\dot{x}(t)$  we mean the right derivative.

The following vector equation of the Lotka-Volterra type [1]-[3] with a delay is considered

$$\frac{dx(t)}{dt} = D(x(t))(A + BF(x(t)) + GF(x(t - h(t)))) \quad (1)$$

Where the functions  $D(x)$ ,  $F(x)$  and  $h(t)$ , the matrices  $A, B, G$  satisfy the conditions

- 1)  $D(x) = \text{diag}(d_1(x_1), \dots, d_n(x_n))$ ,  $d_k \in C^1(R^+ \rightarrow R^+)$ ,  $d_k(x_k) = 0 \Leftrightarrow x_k = 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;
- 2)  $F(x) = (f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))^T$ ,  $f_k \in C^1(R^+ \rightarrow R^+)$ ,  $f_k(x_k) = 0 \Leftrightarrow x_k = 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;
- 3)  $A = \{a_k\}$ ,  $A \in R^n$ ,  $B = \{b_{jk}\}$ ,  $B \in R^{n \times n}$ ,  $G = \{g_{jk}\}$ ,  $G \in R^{n \times n}$ ;
- 4)  $h = (h_1(t), h_2(t), \dots, h_n(t))^T$ ,  $h_k \in C^1(R^+ \rightarrow [0, h_0])$ , here and below  $(\cdot)^T$  is the transposition operation.

Based on theorems from [4]-[6], we obtain the following results.

**Theorem 1.** Assume that the matrices  $B$  and  $G$  are such that the matrices  $P$  and  $Q$  are positive definite. Then each solution of the system (1)  $x = x(t, \alpha, \varphi)$ ,  $(\alpha, \varphi) \in R^+ \times intC_+$  approaches unboundedly as  $t \rightarrow \infty$  to one of the equilibrium positions (3).

**Theorem 2.** Assume that in the condition of Theorem 1 the equilibrium position of the equation (1)  $x = x_0^{(1)} \in intR_+^n$  is also unique,  $df_k(x_k)/dx_k > 0 \forall x_k \in R^+$ . Then this equilibrium is globally uniformly asymptotically stable.

**Theorem 3.** Assume that:

- 1) the matrices  $B$  and  $G$  are such that the matrix  $P$  is positive definite, i.e.  $x^T P x \geq 0 (= 0 \Leftrightarrow x = 0)$ , and the matrix  $Q$  is non-negative,  $x^T Q x \geq 0$ ;
- 2) the equilibrium  $x = x_0^{(1)} \in intR_+^n$  is unique,  $df_k(x_k)/dx_k > 0 \forall x_k \in R^+$ ;
- 3) the set  $\{g^T(x) Q g(x) = 0\} \cap intR_+^n$  does not contain solutions of the equation (1), except for  $x = x_0^{(1)}$ , and this property does not depend on the choice of  $h(t)$ .

Then, the equilibrium  $x = x_0^{(1)}$  is globally uniformly asymptotically stable.

The problem of the non-local behavior of the process described by a multidimensional nonlinear model of the Lotka-Volterra type with a delay in the relative growth is solved in this paper. Sufficient conditions are found for the limiting behavior of this process and for the global asymptotic stability of its internal equilibrium position. The obtained conditions depend on the type of functions that determine the

relative increments of the species and the parameters of their interaction but do not depend on the functional delay.

### References

1. Volterra V. *Lecons sur la theorie mathematique de la lutte pour la vie*. Paris: Gauthier-Villars. Reissued 1990, Gabay, J., ed.
2. Volterra V. *Theory of functionals and of integral and integro-differential equations*. New York: Dover Publications, 1959.
3. Lotka A.J. *Elements of physical biology*. Baltimore: Williams and Wilkins Co., 1925.
4. A. S. Andreev and D. Kh. Khusanov, *Limit equations in the problem of the stability of a functional-differential equation*, Differ. Equat., vol. 34, pp. 431-436, 1998.
5. A. S. Andreev and D. Kh. Khusanov, *On the method of lyapunov functionals in the problem of asymptotical stability and instability*, Differ. Equat., vol. 34, pp. 876-885, 1998.
6. Kh. Khusanov, *On the Constructive and Qualitative Theory of Functional Differential Equations*. Tashkent, Publishing House FAN of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, 2002.

## DIFFRACTION OF A NON-STATIONARY TRANSVERSE PLANE WAVE BY A THICK-WALLED ELASTIC SPHERICAL SHELL IN A POROUS-ELASTIC SPACE

Juraev G.U.<sup>1</sup>, Musurmonova M.O.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>National University of Uzbekistan named after M. Ulugbek, Tashkent, Uzbekistan;

<sup>2</sup>Karshi State University, Karshi, Uzbekistan;

[gjuraev@mail.ru](mailto:gjuraev@mail.ru), [mno\\_2704@mail.ru](mailto:mno_2704@mail.ru)

This work is devoted to mathematical modeling and study of the problem of diffraction of a non-stationary transverse flat shear wave on a thick-walled spherical shell in a porous-elastic space saturated with liquid. The problems of diffraction of unsteady waves in continuous media are of great theoretical and practical importance in such fields of science and technology as geophysics, geology, seismic exploration of minerals, seismic resistance of structures and many others [1, 2].

Let a thick-walled elastic spherical shell be located in a linearly uniform porous-elastic isotropic space saturated with liquid, respectively, with inner and outer radii  $R_1$  and  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). The movement of media is considered in a spherical coordinate system  $(R, \theta, \varphi)$  with a beginning in the center of the shell. A non-stationary transverse flat shear wave with a given potential  $\psi_s$  runs into the shell, the front of which at the moment  $\tau=0$  of time touches the front point of the shell. The contact conditions of the two media, consisting in the continuity of movement and voltage, can be written in the following form:

$$\sigma_{r\vartheta}^{(1)}|_{r=R_2} = \beta_1 \left( \sigma_{r\vartheta}^{(2)}|_{r=R_2} + \sigma_{r\vartheta s}^{(2)}|_{r=R_2} \right), \quad u_{1\vartheta}|_{r=R_2} = u_{2\vartheta}|_{r=R_2} + u_{2\vartheta s}|_{r=R_2},$$

where  $u_{1\vartheta}$  and  $\sigma_{r\vartheta}^{(1)}$  - movements and stresses generated by elastic potentials  $\psi_l$ ;  $u_{2\vartheta s}$  and  $\sigma_{r\vartheta s}^{(2)}$  - movements and stresses determined by the potential  $\psi_s$  of the incoming wave;  $l=1, 2$ , index "1" denotes the shell, and index "2" denotes the environment.

On the inner surface of the thick-walled spherical shell, there is either no stress or movement of exactly zero.

Taking into account the axial symmetry of the problem, the movements of the thick-walled shell and its environment relative to elastic potentials  $\psi_l$  are described by wave equations and the initial conditions are homogeneous. There is no disturbance at infinity. The initial-boundary value problem is solved using the time integral Laplace transform and the method of incomplete separation of variables. In the space of images, the problem is reduced to solving an infinite system of linear algebraic equations, the solution of which is searched in the form of infinite series by exponents and formulas are obtained for the components of the displacement vector and the stress tensor. The transition to the originals is carried out using the theory of residues. Numerical experiments were carried out, the results of which show that the waves reflected from the boundary affect the stressed-deformed state of the shell and its environment. The obtained results of the work can be used in the field of geophysics, seismology and design organizations in the construction of structures.

### References

1. Juraev G.U., Musurmonova M.O. *Propagation of non-stationary shear waves from thick-walled shell in a porous-elastic space* // Contemporary mathematics and application: abstracts of the international scientific conference, 19-21 november 2021, Tashkent, Uzbekistan. – Tashkent. 2012. p. 37.

## THE NORM OF THE ERROR FUNCTIONAL FOR THE OPTIMAL DIFFERENCE FORMULA IN THE HILBERT SPACE $W_2^{(3,2)}(0,1)$

**Karimov R.S.**<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences,*

<sup>2</sup>*Bukhara Branch of the Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers, Bukhara, Uzbekistan,*

*roziq.s.karimov@gmail.com*

We consider the difference formula of the following form [1]

$$\sum_{\beta=1}^k C[\beta] \varphi[\beta] \cong h \sum_{\beta=1}^k C_1[\beta] \varphi'[\beta] \quad (1)$$

where  $[\beta] = h\beta$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N \in \mathbb{N}$ ,  $C[\beta]$  and  $C_1[\beta]$  are unknown coefficients, functions  $\varphi$  belong to the Hilbert space  $W_2^{(3,2)}(0,1)$ , equipped with the norm

$$\|\varphi\|_{W_2^{(3,2)}} = \sqrt{\int_0^1 (\varphi'''(x) + \varphi''(x))^2 dx}.$$

The following difference between the sums given in the formula (1) is called the error of the formula (1)

$$(\ell, \varphi) = \sum_{\beta=1}^k C[\beta] \varphi[\beta] - h \sum_{\beta=1}^k C_1[\beta] \varphi'[\beta].$$

To this error corresponds the error functional

$$\ell(x) = \sum_{\beta=1}^k C[\beta] \delta(x - h\beta) + h \sum_{\beta=1}^k C_1[\beta] \delta'(x - h\beta)$$

where  $\delta(x - h\beta)$  is Dirac's delta-function. We note that  $(\ell, \varphi)$  is the value of the error functional  $\ell$  at the function  $\varphi$  and it is defined as [2]

$$(\ell, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx.$$

Based on the Cauchy-Schwartz inequality, for the absolute value of the error of the formula we have the following estimation

$$|(\ell, \varphi)| \leq \|\ell\|_{W_2^{(3,2)*}(0,1)} \cdot \|\varphi\|_{W_2^{(3,2)}(0,1)}$$

Hence, the absolute error of the difference formula in the space  $W_2^{(3,2)}(0,1)$  is estimated by the norm of the error functional on the conjugate space  $W_2^{(3,2)*}(0,1)$ . From this we get the following issue.

**Problem.** Calculate the norm  $\|\ell\|_{W_2^{(3,2)*}(0,1)}$  of the error functional  $\ell$ .

The following holds.

**Theorem.** For the norm of the error functional of the difference formula (1) we have the following expression

$$\begin{aligned} \|\ell\|_{W_2^{(3,2)*}(0,1)}^2 = & - \sum_{\gamma=0}^k \sum_{\beta=0}^k C[\gamma] C[\beta] G_3(h\gamma - h\beta) - 2h \sum_{\gamma=0}^k C_1[\gamma] \sum_{\beta=0}^k C[\beta] G_3'(h\gamma - h\beta) \\ & + h^2 \sum_{\gamma=0}^k \sum_{\beta=0}^k C_1[\gamma] C_1[\beta] G_3''(h\gamma - h\beta) \end{aligned}$$

where  $G_3(x) = \frac{\text{sign}(x)}{2} \left( \frac{e^x - e^{-x}}{2} - x - \frac{x^3}{6} \right)$

### References

1. Babuska I., Vitasek E., Prager M. *Numerical processes for solution of differential equations.* Moscow: Mir, 1969.
2. Sobolev S.L. *Introduction to the theory of cubature formulas.* Moscow: Nauka, 1974.

# CONSTRUCTION OF AN OPTIMAL QUADRATURE FORMULA IN A HILBERT SPACE OF PERIODIC FUNCTIONS

**Khayriev Umedjon N.**

*V.I.Ramanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, University str., 4b,  
Tashkent 100174 Uzbekistan,  
khayrievu@gmail.com*

## 1 Introduction and statements

We denote by  $W_2^{(2,1)}(0,1]$  the subspace of the Hilbert space  $W_2^{(2,1)}[0,1]$  consisting of real-valued, 1-periodic functions, i.e. that every element of this space satisfies the following condition of 1-periodicity (see [1])

$$\varphi(x+\beta) = \varphi(x) \text{ for } x \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

The inner product for the functions  $\varphi$  and  $\psi$  in the space  $W_2^{(2,1)}(0,1]$  is defined as

$$\langle \varphi, \psi \rangle_{W_2^{(2,1)}} = \int_0^1 (\varphi''(x) + \varphi'(x))(\psi''(x) + \psi'(x)) dx. \quad (2)$$

We consider a quadrature formula of the following form

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{k=1}^N C_k \varphi(hk), \quad (3)$$

and the corresponding periodic error functional

$$\ell(x) = 1 - \sum_{k=1}^N C_k \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \delta(x - hk - \beta), \quad (4)$$

where  $\varphi \in W_2^{(2,1)}$ ,  $C_k$  are the coefficients of the quadrature formula (1),  $N = 1, 2, \dots$  and  $h = \frac{1}{N}$  and  $\delta$  is Dirac's delta-function.

Here we solve the following problem.

**Problem 1.** Find the coefficients  $C_k$  that give the minimum value to the norm of  $\ell$ , and calculate the following

$$\left\| \ell \right\|_{W_2^{(1,0)*}} = \inf_{C_k} \sup_{\varphi, \|\varphi\|_{W_2^{(1,0)}}=1} |\ell(\varphi)|.$$

We note that the coefficients  $C_k$  which are the solution for Problem 1 are called *the optimal coefficients* and the quadrature formula (3) with these coefficients is said to be *the optimal quadrature formula in the sense of Sard* [3].

## 2 Main Results

Condition (1) and equality (2) show that every element of the space  $W_2^{(2,1)}(0,1]$  is a set of functions that differ from each other by constant. Since for  $\ell$  is defined in the space  $W_2^{(2,1)}(0,1]$ , the following condition is valid

$$(\ell, 1) = 0. \quad (5)$$

The main results of the paper are.

**Theorem 2.1.** *In the space  $W_2^{(2,1)}$  the optimal quadrature formula of the form (3) has the coefficients which are represented as follows*

$$C_k = h, \text{ for } k = 1, 2, \dots, N.$$

**Theorem 2.2** *In the space  $W_2^{(2,1)}$  for the norm of the error functional (4) of the optimal quadrature formula, the following holds*

$$\left\| \ell \right\|_{W_2^{(2,1)*}}^2 = 1 - \frac{h(e^h - 1)}{2(e^h + 1)} + \frac{h^2}{12}. \quad (6)$$

Thus, Problem 1 is solved.

**Remark 2.1.** The Rectangular quadrature formula is optimal in the space  $W_2^{(2,1)}$ .

**Remark 2.2.** It should be noted that from (6) we obtain

$$\left\| \ell \right\|^2 = \frac{1}{720} h^4 - \frac{1}{30240} h^6 + O(h^8),$$

this means that the order of convergence of the optimal quadrature formula of the form (3) is  $O(h^2)$ .

## A PROBLEM OF ANOMALOUS SOLUTE TRANSPORT IN FRACTAL NONHOMOGENEOUS POROUS MEDIA Khuzhayorov B, Kaytarov Z, Akramov Sh

*Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan.*

In this study, we consider two-dimensional anomalous solute transport problem in a nonhomogeneous porous medium (Fig 1). In order to express nonhomogeneous media we used exponential expressions of diffusion coefficients and velocity components in both  $x$  and  $y$  directions [1]. To formulate anomalous transport fractional derivative is used and we used Caputo fractional derivative in order to calculate the fractional derivative [2]. In this work, we consider that anomalous transport depends on time and space coordinates. The fractional partial differential equation of advection dispersion in a two-dimensional medium can be written in the following general form

$$\begin{aligned} \frac{\partial^\alpha C(x, y, t)}{\partial t^\alpha} = & \frac{\partial^{\beta_1}}{\partial x^{\beta_1}} \left( D_x(x, t) \frac{\partial C(x, y, t)}{\partial x} - u(x, t) C(x, y, t) \right) + \\ & + \frac{\partial^{\beta_2}}{\partial y^{\beta_2}} \left( D_y(y, t) \frac{\partial C(x, y, t)}{\partial y} - v(y, t) C(x, y, t) \right) \end{aligned} \quad (1)$$

where  $C$  is solute concentration,  $D_x$  and  $D_y$  are diffusion coefficients,  $u$  and  $v$  velocity components,  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $0 \leq \beta_1 \leq 1$  and  $0 \leq \beta_2 \leq 1$  are orders of fractional derivatives with respect to  $t$ ,  $x$  and  $y$  respectively.

Expressions of diffusion coefficients and velocity components in the following form.

$$\begin{aligned} D_x &= D_{x0} f_2(mt) \cdot (1+ax)^2 \\ D_y &= D_{y0} f_2(mt) \cdot (1+by)^2 \\ u_x &= u_0 f_1(mt) \cdot (1+ax) \\ v_y &= v_0 f_1(mt) \cdot (1+by) \end{aligned} \quad (2)$$

where  $D_{x0}$  and  $D_{y0}$  are initial diffusion coefficients at the  $(0,0)$  point.  $u_0$  and  $v_0$  are initial velocity components at the  $(0,0)$  point.  $f_1(mt) = \exp(-mt)$  and  $f_2(mt) = \exp(mt)$  are exponential given functions,  $a$  and  $b$  are nonhomogeneity coefficients.  $m$  is unsteady parameter of flow.

The initial and boundary conditions for solving this equation are as follows.

$$C(x, y, t) = 0, \quad x \geq 0; \quad y \geq 0, \quad t = 0 \quad (2)$$

$$C(x, y, t) = C_0, \quad x = 0; \quad y = 0; \quad t > t_0 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial^{\beta_1} C(x, y, t)}{\partial x^{\beta_1}} \right|_{x=\infty} = 0, \quad ; \quad \left. \frac{\partial^{\beta_2} C(x, y, t)}{\partial y^{\beta_2}} \right|_{y=\infty} = 0; \quad (4)$$

We approximated (1)-(4) problem using explicit finite difference scheme[3], and values of concentration are found recurrently.

According to taken results it is concluded that increasing the order of derivative with respect to  $t$  leads to acceleration of the process, and decreasing the order of derivative  $\alpha$  leads to slowdown of the process, while increasing the orders of the derivatives  $\beta_1$  and  $\beta_2$  with respect to spatial coordinates leads to slowdown of the process and decreasing the  $\beta_1$  and  $\beta_2$  orders causes wider spreading of concentration profiles.

### References

1. Savovic S., Djordjevich A. *Numerical solution for temporally and spatially dependent solute dispersion of pulse type input concentration in semi-infinite media*, Int. J. Heat Mass Transfer 60 (2013) 291–295.
2. Samaneh SoradiZeid. *Approximation methods for solving fractional equations*, Chaos, Solitons & Fractals 125 (2019) 171-193
3. A. A.Samarskii. *The Theory of difference schemes*. Taylor & Francis Inc., New York, United States, 2001- 788 Pp.

## THE DISCRETE ANALOGUE OF A DIFFERENTIAL OPERATOR

**Kuldoshev Hakim**

*Tashkent University of Information Technologies named after  
Muhammad Al-Khwarizmi, Tashkent 100084, Uzbekistan.  
hakimkhm1971@mail.ru*

When constructing lattice optimal quadrature and interpolation formulas, an important role play, the so-called discrete analogues of differential operators.

For the first time, the construction and study of a discrete analogue of a polyharmonic operator was carried out by S.L. Sobolev [1]

We are interested in finding a discrete function  $D_m(h\beta)$  that satisfies the following equation:

$$D_m(h\beta) * G_m(h\beta) = \delta(h\beta), \quad (1)$$

where

$$G_m(x) = \frac{\text{sign}x}{2\sigma^{2m-1}} \left[ \left( \frac{1}{2} (e^{\sigma x} - e^{-\sigma x}) - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{(\sigma x)^{2k-1}}{(2k-1)!} \right) \right], \quad (2)$$

$\sigma \neq 0$ ,  $m \geq 2$ ,  $\delta(h\beta)$  is equal to 1 when  $\beta = 0$  and to 0 when  $\beta \neq 0$ , that is,  $\delta(h\beta)$  is the discrete delta function.

It should be noted that Eq. (1) is a discrete analogue for the following equation:

$$\left( \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} - \sigma^2 \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} \right) G_m(x) = \delta(x),$$

where  $G_m(x)$  defined by (2) and  $\delta$  is the Dirac delta function.

Moreover, the discrete function  $D_m(h\beta)$  has analogous properties as the differential operator  $d^{2m} / dx^{2m} - \sigma^2 d^{2m-2} / dx^{2m-2}$ : the zeros of the discrete operator  $D_m(h\beta)$  coincide with the discrete functions corresponding to the zeros of the operator  $d^{2m} / dx^{2m} - \sigma^2 d^{2m-2} / dx^{2m-2}$ .

In this paper, we construct the discrete analogue  $D_m(h\beta)$  of the operator  $d^{2m} / dx^{2m} - \sigma^2 d^{2m-2} / dx^{2m-2}$  and obtain some its properties. The following hold.

**Theorem 1.** The discrete analogue for the differential operator  $d^{2m} / dx^{2m} - \sigma^2 d^{2m-2} / dx^{2m-2}$  satisfying Eq. (1) has the form

$$D_m(h\beta) = \frac{\sigma^{2m-1}}{P_{2m-2}^{(2m-2)}} \begin{cases} \sum_{k=1}^{m-1} A_k \lambda_k^{|\beta|-1}, & |\beta| \geq 2; \\ -2e^{\sigma h} + \sum_{k=1}^{m-1} A_k, & |\beta| = 1; \\ 2C + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{A_k}{\lambda_k}, & \beta = 0, \end{cases}$$

$$A_k = \frac{2\sigma^{2m-1} (1 - \lambda_k)^{2m-2} (-\lambda_k^2 e^{\sigma h} + (e^{2\sigma h} + 1)\lambda_k - e^{\sigma h}) P_{2m-2}^{(2m-2)}}{\lambda_k P_{2m-2}(\lambda_k)},$$

$$C = e^{\sigma h} (2m - 2) + e^{2\sigma h} + 1 + \frac{e^{\sigma h} P_{2m-3}^{(2m-1)}}{P_{2m-3}^{(2m-1)}},$$

$P_{2m-2}(\lambda)$  is the known polynomial of degree  $2m-2$ ,  $p_{2m-2}^{(2m-2)}, p_{2m-3}^{(2m-2)}$  are its coefficients, and  $\lambda_k$  are the roots of the polynomial  $P_{2m-2}(\lambda), |\lambda_k| < 1$ .

**Theorem 2.** The discrete analogue  $D_m(h\beta)$  of the differential operator  $d^{2m} / dx^{2m} - \sigma^2 d^{2m-2} / dx^{2m-2}$  satisfies the following equalities:

$$1. D_m(h\beta) * e^{\sigma h\beta} = 0, \quad 2. D_m(h\beta) * e^{-\sigma h\beta} = 0 \quad 3. D_m(h\beta) * (h\beta)^n = 0,$$

where  $n = 0, 1, \dots, 2m-3$ .

### References

1. Sobolev S.L. *Introduction to the Theory of Cubature Formulas*, Moscow, Nauka, 1974 (in Russian).

## INVESTIGATION OF THE PROPERTIES OF SOLVING A NONHOMOGENEOUS SYSTEM OF NONLINEAR EQUATIONS IN MULTIDIMENSIONAL DOMAINS WITH DENSITY AND SOURCE

Mamatov A.U.

National University of Uzbekistan  
[mmtovabrорjon1995@gmail.com](mailto:mmtovabrорjon1995@gmail.com)

In this paper we consider in the domain  $Q = \{(t, x) : t \in R_+, x \in R^2\}$  the parabolic system of equations with Cauchy conditions

$$\begin{cases} |x|^k \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(|x|^n u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u^l) + \gamma(t) u^{q_1} v^{r_1} |x|^k \\ |x|^k \frac{\partial v}{\partial t} = \operatorname{div}(|x|^n v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v^l) + \gamma(t) u^{q_2} v^{r_2} |x|^k \end{cases} \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, \quad v(0, x) = v_0(x) \geq 0, \quad (2)$$

where  $m_1 > 1, m_2 > 1, p > 2, q_1, q_2, r_1, r_2 \geq 1, k, l \in R$  are parameters,  $u_0(x), v_0(x)$  are the initial conditions,  $|x|^n, |x|^k$  are the densities of the medium,  $0 < \gamma(t) \in C(0, \infty)$  is the specified function.

The motivation for considering such equation is that it is a degenerate partial differential equation and therefore is a source for the emergence of new nonlinear effects such as finite velocity propagation of perturbation, a spatial localization of bounded and unbounded solutions to the emergence of which were first established in the work [3] for the particular value of the numerical parameters when  $l=0, q=0, k=1, p=2$ .

System (1) in the case  $p=2$  is called porous media equation to which is devoted to a number of works (see for example [1-2]) and references therein.

The system of equations (1) in the case  $m_i + l + p - 4 > 0, i=1, 2$  is called slowly diffusion and when  $m_i + l + p - 4 < 0, i=1, 2$  it is called the fast diffusion equation. An asymptotic solution is usually understood as a solution of a system of nonlinear equations that can satisfy certain conditions. Case is critical and  $m_i + l + p - 4 = 0, i=1, 2$  we call a double critical case.

**Theorem 1.** Let  $k_1 > 0, k_2 > 0$  be given

$$\begin{cases} f(\zeta) = h_1^0 \bar{f}(\zeta) (1 + o(1)) \\ g(\zeta) = h_2^0 \bar{g}(\zeta) (1 + o(1)) \end{cases} \quad (3)$$

The system of equations (3) has an asymptotic at point  $\eta \rightarrow +\infty \left( \zeta \rightarrow a^{1-\frac{1}{p}} \right)$ . Where it will be equal to

$0 < h_i^0 < +\infty$  if one of the following conditions is met:

1) If condition  $\delta_i > \frac{2-m}{p-1}$  is satisfied, then  $(h_1^0, h_2^0)$  will be the solution of the following nonlinear system of algebraic equations with roots  $(h_1, h_2)$

$$\begin{cases} (h_2^0)^{m_1-1} (h_1^0)^{p-2} = c_1 \\ (h_1^0)^{m_2-1} (h_2^0)^{p-2} = c_2 \end{cases} \quad (4)$$

where,  $c_i = \frac{1}{p(\chi k_i)^{p-1}}, i=1,2$ . By reducing the given values to the system of equations (4), we obtain the

following system of equations:

$$\begin{cases} h_1^0 = \frac{1}{\chi k_1} \left( \frac{1}{\chi p k_1} \right)^{\frac{1}{p-2}} \left[ \frac{\chi^{p-2} p k_2^{p-1}}{k_1 (\chi k_1 p)^{\frac{1}{p-2}}} \right]^{\frac{m_1-2}{p}} \\ h_2^0 = \left[ \frac{k_1 (\chi k_1 p)^{\frac{1}{p-2}}}{\chi^{p-2} p k_2^{p-1}} \right]^{\frac{m_2-2}{p}} \end{cases}$$

2) Given that  $\delta_i = \frac{k_i - 1}{k_i}, i=1,2, (h_1^0, h_2^0)$  are the roots of the following nonlinear system of algebraic equations

$$\begin{cases} k_1^{p-1} (h_1^0)^{m_1+p-3} + \frac{a_1 (h_1^0)^{k_1-1} (h_2^0)^{k_1-1}}{a \chi^p k_1} = \frac{1}{p \chi^{p-1}} \\ k_2^{p-1} (h_2^0)^{m_2+p-3} + \frac{a_2 (h_1^0)^{k_1-1} (h_2^0)^{k_1-1}}{a \chi^p k_2} = \frac{1}{p \chi^{p-1}} \end{cases} \quad (5)$$

#### References

1. Арипов М.М., Рахмонов З.Р. *Математическое моделирование процессов теплопроводности в среде с двойной нелинейностью* // Монография, Ташкент “Университет” 2021, 148 стр.
2. Арипов М.М., Садуллаева Ш.А. *Компьютерное моделирование нелинейных процессов диффузии* // Монография, Ташкент, “Университет”, 2020, 707 стр.
3. Mamatov A.U. *Effect of source on nonhomogeneous and nonlinear thermal conductivity processes in multidimensional areas*// Scientific journal of Samarkand State University, ISSN 2181-1296, 2021, no. 5 (129).

## A NOVEL ITERATIVE METHOD TO APPROXIMATE STRUCTURED SINGULAR VALUES

**Dr. Mutti-Ur Rehman**

*Associate Professor Department of Mathematics Akfa University, Tashkent, Uzbekistan*

A novel method for approximating structured singular values is proposed and investigated. These quantities constitute an important tool in the stability analysis of uncertain linear control systems as well as in structured eigenvalue perturbation theory. Our approach consists of an inner-outer iteration. In the outer iteration, a Newton method is used to adjust the perturbation level. The inner iteration solves a gradient system associated with an optimization problem on the manifold induced by the structure. Numerical results and comparison with the well-known MATLAB function `mussv`, implemented in the MATLAB Control Toolbox, illustrate the behavior of the method.

## THE MONTE CARLO SOLUTION OF SOME NONLINEAR PROBLEMS

**Rasulov Abdujabar, Raimova Gulnora and Hasanova Dilfuza**

*Professors of Department “Mathematical modeling and information technology”,*

*University of World Economy and Diplomacy*

*E mail: [asrasulov@gmail.com](mailto:asrasulov@gmail.com), [raimova27@gmail.com](mailto:raimova27@gmail.com)*

The solution of practical problem of mathematical physics, often in boundary conditions arise, which have polynomial nonlinearities. Let's consider one a problem (heat conductivity) of the following



type  $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a\Delta u(x,t) + af(x,t)/\lambda$ ,  $x \in R^3$ , where, the temperature  $u(x,t)$  is unknown,  $t$  is time,  $\Delta$  is the Laplace operator,  $f(x,t)$  is a known function  $a$ ,  $\lambda$  are temperature conductivity and heat conduction coefficients with boundary conditions  $-\lambda \frac{\partial u(x_\Gamma, t)}{\partial n_{x_\Gamma}} = B(u^2(x_\Gamma, t) - u_{cp}^2)$ , where  $x_\Gamma$  is a point on the boundary of our domain,  $u_{cp} = const$  is a given temperature of the environment,  $n_{x_\Gamma}$  is a direction of inner normal and initial conditions,  $u(x, 0) = u_0(x)$  where  $u_0(x)$  is a known initial temperature.

Let's consider using for solving the boundary value problem by the Monte Carlo method. Below we use the method of solving this problem by "walk on spheres", which is considered in detail in [1]. Let's describe this algorithm. We transform the expression of boundary condition into  $\frac{\partial u(x_\Gamma, t)}{\partial n_{x_\Gamma}} = -cu^2(x_\Gamma, t) + A$ , where  $c = B/\lambda$ , and  $A = Bu_{cp}^2/\lambda$  for  $u(x_\Gamma, t)$  we take  $u(x_\Gamma, t) \approx p_2u^2(x_l, t) + p_1u(x_l, t) + p_0A$  where,  $p_2 = \frac{cl}{s}$ ,  $p_1 = \frac{1}{s}$ ,  $p_0 = \frac{l}{s}$ ,  $s = 1 + l + cl$  and  $p_0 + p_1 + p_2 = 1$ .

A particle starts its random walk at point  $(x_0, 0)$ , it moves to  $x_1$ , which is uniformly distributed on the sphere of maximal radius  $r_1$  in the domain  $D$ . Then a new sphere will be constructed with center at  $x_1$ . This process continues until we reach to the boundary,  $\Gamma_\varepsilon$ , (the  $\varepsilon$ -neighborhood of the boundary  $\Gamma$ ). At every move of the particle to the next surface of the sphere, its weight increases by  $f(x_i, t_i)r_i^2/c$ , where  $i$  is step index. Also, the last equation could be interpreted in the following way. When the particle reaches  $\Gamma_\varepsilon$  at  $x_1$  with probability  $p_2$ , the particle gives birth to two new equivalent particles and with probability  $p_1$  one new particle. Also, with probability  $p_0$ , the random walk is absorbed and the weight becomes  $A$ . The particle continues its random walk analogous to the origin.

For each transition from point  $x_i$  to point  $x_{i+1}$  the random time step,  $\tau_i$ , is sampled according to densities as described in [1]. The time is expressed in the form of  $t_i = t_{i-1} + \tau_i$ , where  $t_0 = 0$ , and  $i = 1, 2, \dots$ . The random walk process is terminated when either it is absorbed on the boundary, or the following condition holds  $\sum_{i=1}^k t_i \geq T_0$ . In the last case, the particle gets a weight, equal to  $u_0(x_k)$ , where  $k$  is the boundary  $\Gamma_\varepsilon$  step index.

When the initial particle gives birth at the  $k$ -th step, the current value of  $t_k$  is given to each of the new particles and we store these time values. After the next particle is absorbed, other particles (indexed by coordinates  $x_i$  and time  $t_i$ ), which have been saved earlier, are taken from memory for processing. This "memorized" particle continues its branching random walk. The process finishes when the branching Markov process is completely finished. The results of computational experiments will be given in in extended paper.

### References

[1] Haji-Sheikh A., Sparrow E.M. The floating random walk and its application to Monte-Carlo Solution of heat equations, SIAM. J. Appl. Math. 1966. Vol.14. N2. p.370-389.

## PHYSICO-CHEMICAL SIMULATION OF THE PROCESS OF DRYING VEGETABLES OF LOCAL PRODUCTION

Rasulov Sh.Kh., Ergashev B. T.

*Bukhara Engineering and Technology Institute, Bukhara, Uzbekistan.*

**Annotation.** The strategic objective of the agrarian policy of the Government of the Republic of Uzbekistan is to increase the efficiency of agricultural production, including tomatoes. In fulfilling this

task, an important place is also occupied by the processes of storage and implementation of the latest breakthrough technologies for processing tomatoes, which can significantly reduce product losses.

**Keywords:** physicochemical modeling, various vegetables, drying process, mathematical model.

In modern science, the study of any natural phenomena in nature must be based on an adequate physical and chemical model and the corresponding mathematical apparatus.

In food production, the theory of probability and statistics, as well as the method of multi-parameter and polyfunctional approximations, have been widely adopted. Examples of such mathematical modeling are synthetic functions that ideally approximate the dependence of the surface tension of water on temperature:

$$\sigma = 235,5 (\Delta T/T_c)^{1,256} [1 - 0,625(\Delta T/T_c)] \quad (1)$$

or the dependence of the relative humidity (X) of the product on time:

$$X = 0,9779 \exp(-0,002967t^{1,0338}) - 2,2 \cdot 10^{-5} t \quad (2)$$

In this work, physicochemical modeling was applied to the study of the mechanism of the drying (dehydration) process of various vegetables, which is widely used for the preservation of plant foods. At the same time, the effective activation energy of the dehydration reaction of plant tissues was taken as the key characteristic of the drying process [1].

In order to substantiate the physicochemical model of the drying process, we study the patterns of change in the rate constant and activation energy of the drying process depending on the chemical composition of the plant product, sample size and external conditions.

To approximate the kinetic curves, we use functions that satisfy the equation:  $dX/dt = -kX$ , where  $k$  is the drying rate constant, and  $X$  is the proportion of water in the sample. To determine the activation energy from the constants obtained from the kinetic curves, the logarithmic form of the Arrhenius equation is used:  $\ln k = -E/RT$ . The degree of reliability of exponential and linear approximations was quite high, reaching values of 0.945-0.999, which indicates the adequacy of the used mathematical model of the drying process [2].

Using the activation energy within the framework of the diffusion model, it is possible to estimate the amount of energy (Q) required for drying a plant product, depending on its type and variety, according to the formula:

$Q = \frac{m}{\mu} E$ , where  $m$  and  $\mu$  are the mass and molecular weight of the removed water. For example, to reduce the water content in a product weighing 1 kg from 85% to 25% during drying with an activation energy of  $E = 45$  kJ / mol, energy is needed:  $Q = (600/18) 45 = 1.5 \cdot 10^6$  J.

The proposed physicochemical model for drying plant foods can be used in the development of industrial technologies for their conservation, including the use of wind and solar energy.

#### References

1. Akhmedova P.M. *Tomato varieties for seedless culture in Dagestan* /P.M.Akhmedova //Potatoes and vegetables.-2010.-№1.-P.10-11.
2. Dyachenko, A.N. *Chemical kinetics of heterogeneous processes: a training manual* / / A.N. Dyachenko, V.V. Shagalov // Tomsk Polytechnic University. - Tomsk: Publishing House of Tomsk Polytechnic University, 2014. - 102 p.

## MULTIDIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESSES OF JOINT HEAT AND MOISTURE TRANSFER FOR INHOMOGENEOUS POROUS BODIES

<sup>1,3</sup> Shadmanov I.U., <sup>2</sup>Shadmanova K.U., <sup>3</sup>Fatullaeva M.Sh.

<sup>1</sup>Bukhara branch of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, 11, M. Ikbol street, Bukhara 200114, Uzbekistan.

<sup>2</sup>Pedagogical Institute of Bukhara State University, st. Piridaskyr, 2., Bukhara 200190, Uzbekistan;

<sup>3</sup>Bukhara State University, 11, M. Ikbol street, Bukhara 200114, Uzbekistan.

*i.shadmanov@mathinst.uz, kamola.umedovna@gmail.com*

The basic equations describing the processes of internal heat and moisture transfer in a capillary-porous body are called A.V. Lykov's equations [1]. Taking into account the variability of the main thermophysical indicators of the process of drying and storage of heterogeneous porous bodies, the following system of differential equations is proposed as a mathematical model of heat and moisture transfer [2]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_t(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_t(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a_t(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial x} \left( a_v(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_v(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a_v(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f \\
\frac{\partial u}{\partial \tau} & = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_v(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_v(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a_v(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \left( a_t(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_t(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a_t(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q
\end{aligned}$$

with initial

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z); u(x, y, z, 0) = u_0(x, y, z)$$

and boundary conditions

$$\begin{aligned}
\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} & = -\beta_1 (T_{oc} - T(0, y, z, \tau)) - \eta \rho \gamma R(\tau); \\
\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x} & = -\beta_1 (T_{oc} - T(L_x, y, z, \tau)) - \eta \rho \gamma R(\tau); \\
\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} & = -\beta_1 (T_{oc} - T(x, 0, z, \tau)) - \eta \rho \gamma R(\tau); \\
\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L_y} & = -\beta_1 (T_{oc} - T(x, L_y, z, \tau)) - \eta \rho \gamma R(\tau); \\
\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} & = 0; \quad \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = -\beta_1 (T_{oc} - T(x, y, L_z, \tau)) - \eta \rho \gamma R(\tau); \\
\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} & = -\beta_2 (u_{oc} - u(0, y, z, \tau)); \quad \lambda_2 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = -\beta_2 (u_{oc} - u(L_x, y, z, \tau)); \\
\lambda_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} & = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, 0, z, \tau)); \quad \lambda_2 \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, L_y, z, \tau)); \\
\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} & = 0; \quad \lambda_2 \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = -\beta_2 (u_{oc} - u(x, y, L_z, \tau)).
\end{aligned}$$

Here  $T$  and  $u$  are the temperature and moisture values of the porous body;  $a(x, y, z)$  is coefficient of thermal conductivity;  $\delta(x, y, z)$  is coefficient of moisture conductivity;  $\rho$  is the body density; specific heat  $c_1$  and moisture capacity  $c_2$ ;  $f(x, y, z, \tau) = b \cdot e^{-\alpha \tau}$  is the intensity of internal heat release of the mass;  $b = \frac{u}{c_1}$  is the heat release coefficient;  $\alpha$  is the empirical parameter;  $q(x, y, z, \tau) = \rho m_0 e^{-\xi \tau}$  the intensity of internal moisture sources; at constant values of the material density  $\rho$ ;  $\xi$  is the drying coefficient (1/sec);  $m_0$  is the maximum evaporation rate;  $\beta_1$  is the heat transfer coefficient;  $T_{oc}$  is the ambient temperature;  $\eta$  are the coefficients to reduce the boundary condition to dimensional form;  $\gamma$  is the coefficient of sunlight absorption by the material;  $R(\tau)$  is the insolation of the flow of solar radiation;  $\beta_2$  is the moisture transfer coefficient  $u_{oc}$  is the moisture content of the ambient; with the dimensions -  $L_x, L_y, L_z$ .

The above developed mathematical model is used to study, predict and make managerial decisions in the problems of heat and moisture transfer in porous bodies, which is an urgent problem in the storage and processing of agricultural products.

#### References

1. Lykov A.V., Mikhailov Yu.A. *Theory of heat and mass transfer*. Moscow: Gosenergoizdat, 1963. - 536 p.

2. Ravshanov N., Shadmanov I.U. *Mathematical model and effective numerical algorithm for studying heat and moisture transfer processes in inhomogeneous porous media*. Problems of Computational and Applied Mathematics. 2021. 6/1(37). p 75-89.

## ON A NONLINEAR CONTROL PROBLEM IN SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

**Suvonov Olim Omonovich**

*Associate Professor of Navoi State Pedagogical Institute, Navoi, Uzbekistan.*

There are a significant number of works devoted to determining the optimal modes of operation of various oil production facilities (as a system with distributed parameters) using methods of optimal control theory. The paper presents some methods that make it possible to reasonably determine the optimal modes of periodic operation of injection wells. The mathematical model of the fluid filtration process in a medium that is inhomogeneous in terms of permeability has the form (in dimensionless form) [1]:

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} + \gamma_1 \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} - \gamma_2 \frac{\partial^3 P}{\partial \xi^2 \partial \tau} - \gamma_3 \frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2} = 0 \quad (1)$$

Let at the point  $\xi = 0$  injection well is located. The injection pressure in it determines the distribution of pressure over the entire section of the formation  $0 \leq \xi \leq 1$ . Therefore, for the control action we will take a lumped function of the time variable  $U(\tau)$ , which is the pressure at the point  $\xi = 0$ , those.

$$P(0, \tau) = U(\tau). \quad (2)$$

Let us assume that the moment of the beginning of the considered process coincides with the moment of the well start-up, i.e. the system is in equilibrium. Then you can set the following conditions:

$$P(1, \tau) = 0, \quad P(\xi, 0) = 0, \quad \frac{\partial P(\xi, 0)}{\partial \tau} = 0. \quad (3)$$

The discharge pressure cannot exceed the maximum level for which the pump is designed, therefore, a natural technological limitation arises, written in dimensionless parameters:

$$0 \leq U(\tau) \leq 1. \quad (4)$$

Reservoir flooding is one of the main methods of reservoir pressure maintenance. Therefore, the following can be taken as the goal of control:

$$Z = \int_0^T (P(\xi, T) - P^*(\xi))^2 d\xi \rightarrow \min \quad (5)$$

those it is required in such a way to select the control - discharge pressure, so that by the end of the period  $T = 1$  squared standard deviation of the true pressure distribution  $P(\xi, T)$  by layer from the given  $P^*(\xi)$  was minimal. And the moment of time  $T$ , those duration of water injection, also to be determined. Therefore, the problem under consideration, according to [2,3], is solved in two stages.

Stage 1. For a given  $T$ , find such control  $U(\tau)$ , which will satisfy the constraint (4) and deliver a minimum to the functional (5).

Stage 2. Define control  $U(\tau)$ , constrained by condition (4), so that in the minimum time the functional satisfies the inequality  $Z \leq \gamma$ , where  $\gamma > 0$  given number. So, first, the following problem is considered: for equation (1) that satisfies conditions (2), (3), choose a control function that is subject to constraint (4) and delivers a minimum to functional (5).

Practically important is the issue of clarifying the value of the cycle duration for each injection well. To solve this problem using the above method, the structure of the reservoir was additionally studied for individual injection wells, which is very important when adjusting the cycle time based on current field information.

### References

1. Henry B. *Crichlow Modern oilfield development - modeling problems*. Per. from English. M.: Nedra. 1979, 3034 p. – Per.ed. USA, 1977.
2. Suvonov O.O. *Numerical algorithm of computational experiment of the applied optimal control problem in systems with distributed parameters*. Bulletin of TUIT: Management and Communication Technologies. Volume 4 2021-ikkinchi son Article 1 3-10-2021.

3. Suvonov O.O., Kuchkarova S.S. “Computational Experiment of Numerical Study of Hydrodynamic Processes in Interacting Formations”. Cite as: AIP Conference Proceedings 2365, 010001 (2021);

## GLOBAL DYNAMICS OF AN EPIDEMIC MODEL WITH NONLINEAR INCIDENCE AND RELAPSE

<sup>1</sup> **Takhirov Jozil Ostanovich, <sup>1</sup>Anvarjonov Bunyodbek Bahodirjonovich,**

<sup>1</sup> *V.I. Romanovsky Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan*  
[prof.takhirov@yahoo.com](mailto:prof.takhirov@yahoo.com), [bunyodbek.anvarjonov@bk.ru](mailto:bunyodbek.anvarjonov@bk.ru)

Infectious diseases pose a serious threat to public health and economic stability worldwide. Globalization, urbanization and economic growth have strengthened both regional and global interconnectedness to unprecedented levels. However, mass movements of people and other factors contribute to the spread of pathogens and impede disease control and elimination.

In this paper, we consider the recurrence factor. For some diseases, recovered individuals may relapse, which means that they may return to the infectious class with reactivation of the latent infection. Tudor [1] was the first to study relapse, building the so-called SIRI model. This model uses a bilinear incidence rate. Tudor investigated the existence and local stability of equilibria. Later, in [2, 3] the authors modified this model by including the incidence rate as a function of the size of the susceptible population.

The disease immediately spreads to the entire territory, despite the fact that the infectious ones are initially limited to a very small part of the range. This is inconsistent with the observed fact that diseases always spread gradually. To compensate for the gradual spread of the disease, the best modeling method is to introduce a free boundary.

In this article, we explore the following reaction-diffusion epidemic model SIRI with a free boundary

$$\begin{cases} S_t(x,t) = d_1 S_{xx}(x,t) + \Lambda - \beta S(x,t)I(x,t) - \delta S(x,t), & x > 0, t > 0, \\ I_t(x,t) = d_2 I_{xx}(x,t) + \beta S(x,t)I(x,t) - (\alpha + \gamma + \delta)I(x,t) + \eta R(x,t), & 0 < x < h(t), t > 0, \\ R_t(x,t) = d_3 R_{xx}(x,t) + \gamma I(x,t) - (\delta + \eta)R(x,t), & 0 < x < h(t), t > 0, \\ S_x(0,t) = I_x(0,t) = R_x(0,t) = 0, & t > 0, \quad I(x,t) = R(x,t) = 0, \quad x \geq h(t), t > 0, \\ h_0(t) = -\mu I_x(h(t),t), & t > 0, \quad h(0) = h_0, \\ S(x,0) = S_0(x) \geq 0, \quad I(x,0) = I_0(x) \geq 0, \quad R(x,0) = R_0(x) \geq 0, & x \geq 0. \end{cases}$$

where  $S(x; t)$ ,  $I(x; t)$  and  $R(x; t)$  are the densities of susceptible, infectious and recovered individuals at time  $t$  and at position  $x$ ,  $x = h(t)$  is the moving boundary being determined,  $\mu$  is the speed of the free boundary, all parameters are assumed to be positive.

The global existence and uniqueness of the solution is proved. In the following, we present some sufficient conditions for the spread-disappearance dichotomy for both cases with and without relapse.

### References

1. D. Tudor, *A deterministic model for herpes infections in human and animal populations*, *SIAM Rev.*, **32** (1990), 136–139.
2. C. Vargas-De-Leon, *On the global stability of infectious diseases models with relapse*, *Abstraction Application*, **9** (2013), 50–61.
3. P. Van den Driessche, X. Zou, *Modeling relapse in infectious diseases*, *Math. Biosci.* **207** (2007), 89–103.

## POPULATION DYNAMICS IN RIVER ECOSYSTEMS

<sup>1</sup> **Takhirov Jozil Ostanovich, <sup>2</sup>Boborakhimova Makhbuba Ikhtiyorovna**

*V.I. Romanovsky Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan*  
[prof.takhirov@yahoo.com](mailto:prof.takhirov@yahoo.com), [kamina9314@mail.ru](mailto:kamina9314@mail.ru)

Many species can both actively and passively make directional movements in some environments. For example, species move to more favorable habitats or are displaced by water currents, wind, etc. River ecosystems are a prime example of an environment where unidirectional flow affects the distribution of species. As is known, populations can resist washout and persist in habitats for long periods of time. This phenomenon is called the “drift paradox” [1]. Using a number of analytical and numerical models, Spears and Gurney [2] found that the diffuse scattering effect can provide stability in such a medium. Since then, this issue has received much attention in theoretical spatial ecology, for example [3, 4]. Of all these models,

the most widely held view is that there is a flow rate threshold that separates population survival from extinction.

We intend to investigate the population dynamics of the following model

$$\begin{aligned} u_t &= du_{xx} - \alpha u_x + u[r - u], & 0 < x < L, t > 0, \\ du_x(0, t) - \alpha u(0, t) &= b_u \alpha u(0, t), & t > 0, \\ du_x(L, t) - \alpha u(L, t) &= -b_d \alpha u(L, t), & t > 0, \\ u(x, 0) &= u_0(x) \geq, \neq 0, & 0 < x < L \end{aligned} \quad (1)$$

where  $b_u, b_d \in (0, \infty)$  measure the level of loss of individuals at the input and output, respectively,  $d, \alpha, r, L$  are positive constants.

It turns out that after the introduction of the parameters  $b_u, b_d$ , cardinal changes in dynamic behavior can occur. For example, for  $b_u = 0$ , it was proved in [5] that the critical habitat size  $L^*$  is always an increasing function of the advection velocity  $\alpha$  for any  $b_d > 0$ ; On the contrary, at present this monotonicity is preserved at  $b_d \geq \frac{1}{2}$ , but can be broken at  $0 < b_d < 1/2$ . In addition,  $L^*$  may increase or decrease in the diffusion rate  $d$  depending on the situation. In a word, the participation of  $b_u > 0$  can break the monotonicity of  $L^*$  in  $d$  or  $\alpha$ . It is interesting to note that  $L^*$  is always an increasing function of  $b_u \in (0, \infty)$ . Let us dwell on the stationary state (1), i.e.

$$\begin{aligned} du_{xx} - \alpha u_x + u(r - u) &= 0, \\ du_x(0) - \alpha u(0) &= b_u \alpha u(0), \\ du_x(L) - \alpha u(L) &= -b_d \alpha u(L). \end{aligned} \quad (2)$$

Denote the unique positive solution (existence is proved) of (2) by  $u, d, \alpha, r$ . This, in turn, leads to the study of the following linear eigenvalue problem

$$\begin{aligned} d\phi_{xx} - \alpha\phi_x + r\phi + \tau\phi &= 0, \\ d\phi_x(0) - \alpha\phi(0) &= b_u \alpha\phi(0), \\ d\phi_x(L) - \alpha\phi(L) &= -b_d \alpha\phi(L) \end{aligned} \quad (3)$$

By virtue of the Krein–Rutman theorem, problem (3) has a principal eigenvalue, denoted in what follows by  $\tau_1(d, \alpha, r)$ , and the corresponding eigenfunction  $\phi_1(d, \alpha, r)$  can be chosen strictly positive in  $[0, L]$ .

In this paper, we study a one-species model in a one-dimensional advective homogeneous environment that deals with net loss of individuals at both the upper and lower ends, denoted by the letters  $b_u$  and  $b_d$ , respectively. These two parameters, in addition to their obviously important biological interpretations, also play an essential role in mathematics, since their different values can give different types of boundary conditions, including the standard Neumann, Robin, and Dirichlet types. In essence, we aim to provide a comprehensive understanding of the robustness of a model of one kind (1). We give the necessary and sufficient conditions for the stability of the single-species model (1) by examining the dependence of the critical habitat size and its monotonicity on the diffusion rate, advection rate, and loss rate  $b_u$ , respectively.

## References

1. A. Hershey et al. *Stable isotopes resolve the drift paradox for baetis mayflies in an arctic river*, Ecology 74 (1993) 2315–2325, <http://dx.doi.org/10.2307/1939584>.
2. D.C. Speirs, W.S.C. Gurney, *Population persistence in rivers and estuaries*, Ecology 82 (2001) 1219–1237, [http://dx.doi.org/10.1890/0012-9658\(2001\)082\[1219:ppirae\]2.0.co;2](http://dx.doi.org/10.1890/0012-9658(2001)082[1219:ppirae]2.0.co;2).
3. Y. Lou, H. Nie, Y.E. Wang, *Coexistence and bistability of a competition model in open advective environments*, Math.Biosci. 306 (2018) 10–19, <http://dx.doi.org/10.1016/j.mbs.2018.09.013>.
4. O. Vasilyeva, *Competition of multiple species in advective environments*, Bull. Math. Biol. 79 (2017) 1274–1294, <http://dx.doi.org/10.1007/s11538-017-0285-2>.
5. Y. Lou, P. Zhou, *Evolution of dispersal in advective homogeneous environment: the effect of boundary conditions*, J.Differential Equations 259 (2015) 141–171, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jde.2015.02.004>.

**NOCHIZIQLI MUHITDA O'ZGARUVCHAN ZICHLIKKA VA MANBAGA EGA  
NODIVERGENT PARABOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR SISTEMASIGA  
QO'YILGAN KOSHI MASALASINING ASIMPTOTIKALARINI O'RGANISH**

**Aripov M<sup>1</sup>, Matyakubov A.S<sup>2</sup>, Khasanov J.O<sup>3</sup>, Sharipova L.Sh<sup>4</sup>**

<sup>1,2</sup>O'zbekiston milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston,

<sup>3</sup>Urgench davlat universiteti, Urgench, O'zbekiston,

<sup>4</sup>Xonqa tumani 32-sonli maktab

[jamshid\\_2425@mail.ru](mailto:jamshid_2425@mail.ru), [laylo.sharipova.89@inbox.ru](mailto:laylo.sharipova.89@inbox.ru)

Fan va texnika taraqqiyoti tabiatdagi jarayonlarni erta bashorat qilishni va ulardan oqilona foydalanishni taqozo etadi. Tabiatdagi ko'plab jarayonlar parabolik tipdagi tenglamalar va tenglamalar sistemalariga qo'yilgan Koshi muammosi yordamida ifodalanadi. Xususan, keyingi yillarda nodivergent parabolik tipdagi sistemalarga qo'yilgan Koshi muammosi o'rganishga talab ortib bormoqda [1-5].

Ushbu ishda  $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$  soxada aniqlangan nodivergent parabolik tenglamalar sistemasini ko'rib chiqamiz.

$$|x|^n \frac{\partial u_i}{\partial t} = u_i^{\alpha_i} \nabla \left( u_i^{m_i-1} |\nabla u_i^k|^{p-2} \nabla u_i \right) + |x|^n u_{3-i}^{\beta_i} \quad (1)$$

$$u_i(0, x) = u_{0i}(x), \quad x \in R^N \quad (2)$$

Bu yerda  $n, k, p, m_i, \beta_i, \alpha_i$  ( $i = 1, 2$ ) sonli parametrlar,  $\nabla(\cdot) = grad_x(\cdot)$ ,  $u_i = u_i(x, t) \geq 0$  yechimlar. (1)

tenglamalar sistemasi buzuluvchan turga mansub.  $u_i(t, x) = 0$   $\nabla u_i(t, x) = 0$  bo'lgani uchun soxada

klassik ma'noda yechimga ega emas. Shuning uchun biz  $u_i(t, x) \geq 0$   $u_i^{\alpha_i} \nabla \left( u_i^{m_i-1} |\nabla u_i^k|^{p-2} \nabla u_i \right) \in C(Q)$

( $i = 1, 2$ ) xossaga ega bo'lgan zaif yechimlarni ko'rib chiqamiz. (1)-(2) masalaning hususiy hollari ko'pgina [1-5] ishlarda ko'rib chiqilgan. (1) sistema ko'plab fizik jarayonlarni ifodalaydi, xususan o'zaro reaksiy-diffuziya jarayoni,  $u_i^{\beta_i}$  manbaga ega nochiziqli muhitda suyuqlik va gazlarda politropik filtrlash jarayon ifodalaydi.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

$$a > 0, A_i^{\alpha_i+k(p-2)+m_i-1} = \left( \frac{\gamma_i}{p+n} + \frac{\psi_i}{1-\beta_i} \right) / \left( \gamma_i |\gamma_i|^{p-2} (\gamma b_i - N) \right), \gamma = \frac{p}{p-1}$$

$$b_i = (\gamma_i k - 1)(p-2) + \gamma_{3-i}(m_i-1) + \gamma_i - 1, \bar{f}_i(\xi) = A_i \left( a - \xi^\gamma \right)_+^{\gamma_i}$$

$$\gamma_i = \frac{p-1}{k(p-2) + m_i + \alpha_i - 1}$$

Bularga tayangan holda quyidagi teoremani keltirib o'tamiz.

**Teorema 1.** Agar (1) tenglamalar sistemasida  $\gamma_i > 0$  shartlar bajarilsa

$$\gamma b_i A_i^{\alpha_i+k(p-2)+m_i-1} k^{p-2} |\gamma_i|^{p-2} = \frac{1}{p+n}$$

$$\psi_i \left( A_{3-i}^{\beta_i} a^{\gamma_{3-i}\beta_i-\gamma_i} - A_i \right) - \frac{A_i N \gamma_i}{(p+n) b_i} \geq 0,$$

$$u_i(t, 0) \leq u_{i+}(t, 0), \quad i = 1, 2, x \in R^N$$

hamda yuqoridagi munosabatlar o'rinli bo'lsa, u holda, Q soxada (1)-(2) masalaning global yechimlari uchun :

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) = (T+t)^{\frac{1}{1-\beta_i}} \bar{f}_i(\xi)$$

baholashlar o'rinli.

#### Adabiyotlar

1. Aripov M. *Standard Equation's Methods for Solutions to Nonlinear problems*. «Fan» Tashkent, 1988, 138 p.

2. Aripov M., Matyakubov A. S., *To the qualitative properties of solution of system equations not in divergence form of polytrophic filtration in variable density*, Nanosystems: Physics, Chemistry, Math., 2017, Volume 8, Issue 3, 317-322
3. Mersaid Aripov, A S Matyakubov, J O Khasanov, M M Bobokandov. *Mathematical modeling of double nonlinear problem of reaction diffusion in not divergent form with a source and variable density* Journal of Physics Conference Series 2131(3):032043 DOI: 10.1088/1742-6596/2131/3/032043

## DIFFERENSIAL MASALANI RITS USULIDA YECHISHDA YANGI BAZIS QURISH

<sup>1,2</sup>Babaev Samandar, <sup>2</sup>Amonova Nilufar

<sup>1</sup>V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, O'zbekiston fanlar akademiyasi, Toshkent 100174, Universitet ko'chasi 4b-uy,

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, O'zbekiston, Buxoro 200117, M.Iqbol ko'chasi 11-uy, [bssamandar@gmail.com](mailto:bssamandar@gmail.com)

Ko'plab amaliy masalalarning matematik modellari oddiy yoki xususiy hosilalari differensial tenglamalar, integral tenglamalar va integro differensial tenglamalar orqali ifodalanadi. Bunday tenglamalarni doim ham ma'lum shartlar asosida analitik yechib bo'lavermaydi. Shuning uchun bu turdagi masalalarni yechishning bir qancha sonli usullari ishlab chiqilgan. Masalan, chekli elementlar usuli. Chekli elementlar usullari asosan ikki toifaga Galyorkin usuli va Rits usuliga bo'linadi. Ko'chchilik masalalar uchun Rits va Galyorkin usullari ekvivalentdir.

Ushbu ishda bir o'lchovli

$$-u''(x) = f(x), \quad 0 < x < 1, \quad u(0) = 0, u(1) = 0 \quad (1)$$

model masalasi uchun Rits usulida yechishni muhokama qilamiz.

Rits usuli berilgan differensial masalani minimizatsiya formasiga keltirishga asoslanadi. Har bir masala ham minimizatsiya formasiga ega bo'lavermasada, Rits usuli eng dastlabgi va muvofaqiyatli usullardan biri hisoblanadi.

Model masalasi (1) uchun minimizatsiya formasi

$$\min_{v \in H_0^1(0,1)} F(v): \quad F(v) = \frac{1}{2} \int_0^1 (v_x)^2 dx - \int_0^1 f v dx. \quad (2)$$

Dastlab, taqribiy yechimni  $u_h(x) = \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \phi_i(x)$  shaklda izlaymiz. Va bu ifodani (2) tenglikda  $v$  ni o'rniga qo'yib

$$F(u_h) = \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \phi'_i(x) \right)^2 dx - \int_0^1 f \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \phi_i(x) dx$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{M-1}$  larning ko'p o'zgaruvchili funksiyasini olamiz.  $F(u_h)$  dan  $\alpha_i$  lar bo'yicha xususiy hosilalarni olib nolga tenglashtirib,  $\alpha_i$  lar uchun chiziqli tenglamalar sistemasiga kelamiz. Ushbu ishda  $\phi_i(x)$  bazis funksiyalar sifatida [1] ishda  $W_2^{(m,m-1)}$  fazosida qurilgan optimal interpolatsion formulaning  $m = 2$  bo'lgan holda optimal koefitsiyentlaridan foydalanamiz. Shuningdek, tenglamalar sistemasining osod hadlaridan tashkil topgan  $\int_0^1 f \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \phi_i(x) dx$  integral hadlarni ham [2] ishda  $W_2^{(m,m-1)}$  fazoda qurilgan optimal kvadratur formuladan foydalanib yuqori aniqlikda hisoblaymiz.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Babaev S.S, Hayotov A.R. *Optimal interpolation formulas in the space  $W_2^{(m,m-1)}$* . *Calcolo* (2019) 56:23, <https://doi.org/10.1007/s10092-019-0320-9>.
2. Shadimetov Kh.M, Hayotov A.R. *Optimal quadrature formulas in the sense of Sard in  $W_2^{(m,m-1)}$  space*. *Calcolo* (2014) 51:211-243, DOI 10.1007/s10092-013-0076-6.

## INTEGRALLARNI TAQRIBIY HISOBLASHNING REKURSIV TRAPETSIYALAR QOIDASI VA DASTURIY MODULI

<sup>1,2</sup> Babayev Samandar, <sup>1</sup> Quvvatov Behruz

<sup>1</sup> Buxoro davlat universiteti, O'zbekiston, Buxoro 200117, Muhammad.Iqbol ko'chasi, 11 – uy,

<sup>2</sup> V.I. Romanovskiy nomidagi matematika instituti, O'zbekiston, Toshkent 100174, Universitet ko'chasi 4b – uy,

[bssamandar@gmail.com](mailto:bssamandar@gmail.com)

Amalda trapetsiyalar qoidasi bo'laklarga bo'lingan holda qo'llaniladi. 1-rasmda (a; b) hududi har birining kengligi  $h$  bo'lgan,  $n$  panellarga bo'lingan. Integrallanadigan  $f(x)$  funksiyasi har bir paneldagi



to'g'ri chiziq bilan yaqinlashadi. Trapetsiya qoidasidan biz odatdagi  $i$ -panelning taqribiy yuzasini olamiz,

$$I_i = [f(x_i) + f(x_{i+1})] \frac{h}{2}$$

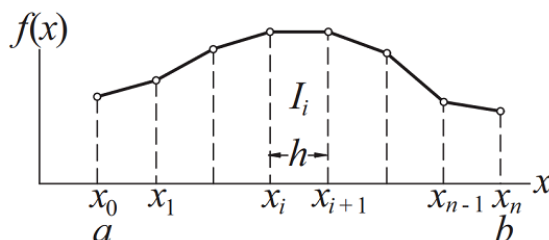
Demak,

$$\int_a^b f(x) dx$$

ifodalaydigan umumiy yuza bu

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} I_i = [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)] \frac{h}{2} \quad (1)$$

bu umumlashgan trapetsiyalar qoidasidir.



1-Rasm: Umumlashgan Trapetsiyalar qoidasi.

Panel yuzasidagi kesish xatoligi

$$E_i = -\frac{h^3}{12} f''(\xi)$$

Bu yerda  $\xi_i \in (x_i, x_{i+1})$ . Demak, (1) dagi kesish xatoligi

$$E = \sum_{i=0}^{n-1} E_i = -\frac{h^3}{12} \sum_{i=0}^{n-1} f''(\xi_i)$$

Ammo

$$\sum_{i=0}^{n-1} f''(\xi_i) = n f''$$

bu yerda  $f''$  bu ikkinchi tartibli hosilalarning o'rtacha arifmetigi. Agar  $f''(x)$  uzluksiz bo'lsa, (a; b) da  $f''(\xi) = f''$  bo'ladigan  $\xi$  nuqta topiladi va

$$\sum_{i=0}^{n-1} f''(\xi_i) = n f''(\xi) = \frac{b-a}{h} f''(\xi)$$

Ko'rinishda yozishimizga imkon beradi.

Shunday qilib

$$E = \frac{-(b-a)h^2}{12} f''(\xi) \quad (2)$$

kelib chiqadi.

### Rekursiv Trapetsiyalar Qoidasi

$2^{k-1}$  panellari yordamida umumlashgan trapetsiya qoidasi bilan hisoblangan  $I_k$  integral berilgan bo'lsin. E'tibor bering, agar  $k$  bittaga ko'paytirilsa, panellar soni ikki barobar ortadi.

$$H = b-a$$

belgilanishdan foydalanib (1) formulada  $k = 1; 2;$  va  $3$  uchun quyidagi natijalarni beradi.  $k = 1$  (bitta panel):

$$I_1 = [f(a) + f(b)] \frac{H}{2} \quad (3)$$

$k = 2$  (ikkita panellar):

$$I_2 = \left[ f(a) + 2f\left(a + \frac{H}{2}\right) + f(b) \right] \frac{H}{4} = \frac{1}{2}I_1 + f\left(a + \frac{H}{2}\right) \frac{H}{2}$$

$k = 3$  (to`rtta panellar):

$$I_3 = \left[ f(a) + 2f\left(a + \frac{H}{4}\right) + 2f\left(a + \frac{H}{2}\right) + 2f\left(a + \frac{3H}{4}\right) + f(b) \right] \frac{H}{8} =$$

$$\frac{1}{2}I_2 + \left[ f\left(a + \frac{H}{4}\right) + f\left(a + \frac{3H}{4}\right) \right] \frac{H}{4}$$

Endi biz ixtiyoriy  $k > 1$  son uchun rekursiv trapetsiya qoidasiga ega bo`lamiz

$$I_k = \frac{1}{2}I_{k-1} + \frac{H}{2^{k-1}} \sum_{i=1}^{2^{k-2}} \left[ f\left(a + \frac{(2i-1)H}{2^{k-1}}\right) \right], k=2,3,\dots \quad (4a)$$

Oxirgi tenglamaning eslab qolish osonroq bo`lgan

$$I_k = \frac{1}{2}I(2h) + h \sum f(x_{new}) \quad (4b)$$

shakli, bu yerda  $h = H/n$  har bir panelning kengligi.

Trapetsiya funksiyasi (3) va (4) formulalarda foydalanib  $I_k$  (Inew) ni hisoblaydi,  $I_{k-1}$  (Iold)

berilgan. Biz  $\int_a^b f(x) dx$  integralni trapetsiya funksiyasini chaqirib  $k=1, 2, \dots$  larda hisoblashimiz mumkin.

Quyida trapetsiya funksiyasini Python dasturlash tilidagi modeulini keltirib o`tamiz

## trapetsiya moduli

''' Inew = trapezoid(f,a,b,Iold,k).

Rekursive trapetsiya qoidasi:

old = Integral bu  $f(x)$  funksiyaning  $x = a$  dan  $b$  gacha  $2^{k-1}$  panellarda trapetsiya qoidasidan foydalanib hisoblangan qiymati.

Inew = Ayni shu integralning  $2^k$  panellardagi hisoblangan qiymati.

**def** trapezoid(f,a,b,Iold,k):

**if** k == 1: Inew = (f(a) + f(b))\*(b - a)/2.0

**else:**

n = 2\*\*(k - 2)

# Yangi nuqtalar soni

h = (b - a)/n

# yangi nuqtalar oralig`i

x = a + h/2.0

sum = 0.0

**for** i **in** range(n):

sum = sum + f(x)

x=x+h

Inew = (Iold + h\*sum)/2.0

**return** Inew

## $L_2^{(2,0)}(0,1)$ FAZOSIDA SARD MA'NOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULANING KOEFFITSIYENTLARI

**Davronov Javlon R.**

V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika institute, Toshkent, O`zbekiston,

javlondavronov77@gmail.com

Biz quyidagi ko`rinishdagi kvadratur formulani qaraymiz

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C[\beta] \cdot \varphi[\beta], \quad (1)$$

bunda  $h\beta = [\beta]$  -tugun nuqtalar,  $\beta = \overline{0, N}$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N \in \mathbb{N}$   $C[\beta]$  (1) formulaning koeffitsiyentlari.

Shuningdek  $\varphi(x)$  funksiyalarimiz  $L_2^{(2,0)}(0,1)$  fazosiga tegishli bo`lib, u fazo quyidagicha aniqlanadi

$$L_2^{(2,0)}(0,1) = \{\varphi: [0,1] \rightarrow \mathbb{R} \mid \varphi' \text{ - abs.uzl., } \varphi'' \in L_2(0,1)\}.$$

$L_2^{(2,0)}(0,1)$  fazoda norma quyidagicha aniqlanadi

$$\|\varphi\|_{L_2^{(2,0)}(0,1)} = \left\{ \int_0^1 [(\varphi''(x))^2 + (\varphi'(x))^2] dx \right\}^{1/2}. \quad (2)$$

Integral va kvadratur yig`indi orasidagi quyidagi ayirmaga

$$(\ell, \varphi) = \int_0^1 \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C[\beta] \cdot \varphi[\beta], \quad (3)$$

(1) kvadratur formulaning xatoligi deyiladi va bu xatolikga mos xatolik funksionali quyidagi ko`rinishda

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C[\beta] \cdot \delta(x - h\beta) \quad (4)$$

bu yerda  $\varepsilon_{[0,1]}(x) - [0,1]$  kesmaning xarakteristik funksiyasi, hamda  $\delta(x)$  – Dirakning delta-funksiyasi.

Koshi-Shvars tengsizligiga asosan, quyidagi bahoga ega bo`lamiz

$$|(\ell, \varphi)| \leq \|\ell\|_{L_2^{(2,0)*}} \|\varphi\|_{L_2^{(2,0)}}.$$

Demak,  $L_2^{(2,0)}(0,1)$  fazoda (1) kvadratur formulaning absolyut xatoligi  $L_2^{(2,0)*}(0,1)$  qo`shma fazodagi  $\ell$  xatolik funksionali normasi yordamida yuqoridan baholanadi. Bundan quyidagi masalaga ega bo`lamiz.

**1-masala.** (1) kvadratur formulaning (4) xatolik funksionali normasini hisoblash.

Yuqoridagi (4) tenglikdan ko`rinib turibdiki, xatolik funksionali normasi,  $C[\beta]$  koeffitsiyentlarga va tugun nuqtalarga bog`liq.  $L_2^{(2,0)}(0,1)$  fazoda Sard ma'nosida optimal kvadratur formula qurish uchun, quyidagi masalani yechish kerak bo`ladi.

**2-masala.**  $L_2^{(2,0)}(0,1)$  fazoda

$$\|\ell\|_{L_2^{(2,0)*}} = \inf_{C[\beta]} \sup_{\varphi} \frac{|(\ell, \varphi)|}{\|\varphi\|_{L_2^{(2,0)}}}$$

tenglikni qanoatlantiruvchi  $C[\beta] = \overset{0}{C}[\beta]$  koeffitsiyentlarni topish (agar mavjud bo`lsa). Bunda  $\overset{0}{C}[\beta]$  - optimal koeffitsiyentlar va unga mos (1) kvadratur formula optimal kvadratur formula deyiladi. (1)-kvadratur formulaning  $C[\beta]$  koeffitsiyentlari uchun quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz

$$\sum_{\gamma=0}^N C[\gamma] \cdot G_2(h\beta - h\gamma) = \int_0^1 G_2(x - h\beta) dx, \quad (5)$$

bunda  $\beta = \overline{0, N}$  va  $G_2(x)$  esa  $\frac{d^4}{dx^4} + 1$  operatorning fundamental yechimi

$$G_2(x) = -\frac{\sqrt{2}}{8} \cdot \text{sign}(x) \left[ e^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) - e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) - e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) - e^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) \right]$$

**Teorema.**  $L_2^{(2,0)}(0,1)$  fazosida (1) kvadratur formulaning optimal koeffitsiyentlari quyidagi

$$\overset{0}{C}[\beta] = \begin{cases} T + Y_0 + m_1 + n_1 \cdot \lambda_1^N, & \beta = 0, \\ T + m_1 \cdot \lambda_1^\beta + n_1 \cdot \lambda_1^{N-\beta}, & \beta = \overline{1, N-1}, \\ T + Y_1 + m_1 \cdot \lambda_1^N + n_1, & \beta = N, \\ 0, & \beta < 0, \beta > N. \end{cases}$$

ko`rinishda bo`ladi. Bu yerda  $T, Y_0, Y_1, m_1, n_1, \lambda_1$  lar ma`lum.

## KUBIK SPLAYNING PYTHONDA MODULINI YARATISH

<sup>1</sup>Fayziyev Tohir Qahramon o'g'li

<sup>1</sup> Buxoro davlat universiteti, O'zbekiston, Buxoro 200117, Muhammad.Iqbol ko'chasi, 11 – uy,  
tohirfayziyev.5@gmail.com

Kubik splayn bu splaynlar nazariyasidagi keng qo'llaniladigan va ma'lum splayn bo'lganligi uchun uning qurilishiga batafsil to'xtalmasda, tayyor formulasini beramiz. Va bu formuladagi noma'lumlarni toppish uchun Python dasturlash tilida modul yaratamiz.

Bizga  $x_i$  tugun nuqtalar,  $y_i = f(x_i)$  qiymatlar to'plami berilgan bo'lsin, bunda  $i = \overline{0..n}$ . Shu nuqtalar to'plami orqali o'tuvchi kubik splayn

$$f_{i,i+1}(x) = \frac{k_i(x-x_{i+1})^3 - k_{i+1}(x-x_i)^3}{6(x_i-x_{i+1})} + A(x-x_{i+1}) - B(x-x_i),$$

bunda  $A = \frac{y_i}{x_i-x_{i+1}} - \frac{k_i(x_i-x_{i+1})}{6}$  va  $B = \frac{y_{i+1}}{x_i-x_{i+1}} - \frac{k_{i+1}(x_i-x_{i+1})}{6}$ . Demak  $k_i$  larni topsak kubik splaynni qurgan bo'lamiz. Ichki nuqtalarda ikkinchi tartibli hosilalar nolga tengligidan va birichi tartibli hosilalari uzluksizligi shartidan

$$k_{i-1}(x_{i-1} - x_i) + 2k_i(x_{i-1} - x_{i+1}) + k_{i+1}(x_i - x_{i+1}) = 6 \left( \frac{y_{i-1} - y_i}{x_{i-1} - x_i} - \frac{y_i - y_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \right), i = \overline{1..n-1}$$

ko'rinishdagi  $k_i$  larga nisbatan uch diagonalli tenglamalar sistemasiga keladi. Uch diagonally matritsaga tenglamalar sistemasi yechish uchun dastlab **LUdecomp3** modulini tuzamiz

**def LUdecomp3(c,d,e):**

$n = \text{len}(d)$

**for k in range(1,n):**

$lam = c[k-1]/d[k-1]$

$d[k] = d[k] - lam*e[k-1]$

$c[k-1] = lam$

**return c,d,e**

**def LUsolve3(c,d,e,b):**

$n = \text{len}(d)$

**for k in range(1,n):**

$b[k] = b[k] - c[k-1]*b[k-1]$

$b[n-1] = b[n-1]/d[n-1]$

**for k in range(n-2,-1,-1):**

$b[k] = (b[k] - e[k]*b[k+1])/d[k]$

**return b**

Endi kubik splaynni qurishni o'z ichiga olgan **cubicSpline** modulini tuzamiz

**import numpy as np**

**from LUdecomp3 import \***

**def curvatures(xData,yData):**

$n = \text{len}(xData) - 1$

$c = \text{np.zeros}(n)$

$d = \text{np.ones}(n+1)$

$e = \text{np.zeros}(n)$

$k = \text{np.zeros}(n+1)$

$c[0:n-1] = xData[0:n-1] - xData[1:n]$

$d[1:n] = 2.0*(xData[0:n-1] - xData[2:n+1])$

$e[1:n] = xData[1:n] - xData[2:n+1]$

$k[1:n] = 6.0*(yData[0:n-1] - yData[1:n]) \sqrt{(xData[0:n-1] - xData[1:n])} \sqrt{-6.0*(yData[1:n] - yData[2:n+1]) \sqrt{(xData[1:n] - xData[2:n+1])}}$

**LUdecomp3(c,d,e)**

**LUsolve3(c,d,e,k)**

**return k**

**def evalSpline(xData,yData,k,x):**

**def findSegment(xData,x):**

$iLeft = 0$

$iRight = \text{len}(xData) - 1$

**while 1:**

**if (iRight-iLeft) <= 1: return iLeft**

```

    i = (iLeft + iRight)/2
    if x < xData[i]: iRight = i
    else: iLeft = i
    i = findSegment(xData,x)
    h = xData[i] - xData[i+1]
    y = ((x - xData[i+1])**3/h - (x - xData[i+1])*h)*k[i]/6.0 \
        - ((x - xData[i])**3/h - (x - xData[i])*h)*k[i+1]/6.0 \
        + (yData[i]*(x - xData[i+1]) \
        - yData[i+1]*(x - xData[i]))/h
return y

```

## MAXSUSLIKKA EGA BO'LGAN CHEGARAVIY MASALANI TENGMAS QADAMLI TO'RDA AYIRMALI USULDA YECHISH.

<sup>1</sup>Hamroyev Y.Y, <sup>2</sup>Ostonova D.A.

<sup>1</sup>TIQXMMI Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti, Buxoro, O'zbekiston;

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

Ushbu maqolada chegarada maxsuslikka ega bo'lgan ikkinchi tartibli differensial tenglama uchun qo'yilgan chegaraviy masalani maxsus tengmas qadamli to'rda ayirmali usul bilan yechish masalasi qaralgan. Bunda A.A Samarskiy va A.N. Tixonovlar tomonidan yaratilgan “aniq” va “qir qilgan” ayirmali sxemalarning yuqori aniqligiga erishilgan.

**Kirish.** Tabiatda uchraydigan “suyuqliklar va gazlarning bir jinsli bo'lmagan muhitdagi filtratsiyasi masalasi O'zgaruvchan qalinlikdagi, konik sirtlar deformatsiyasi masalasi “Sferodial funksiyalar nazariyasi” kabi sohalarida uchraydigan ko'pgina masalalarning matematik modellari maxsuslikka ega bo'lgan differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalaga keltiriladi. Bunday chegaraviy masalalarni sonli yechish usullaridan biri bu ayirmali metoddir. Ammo regulyar chegaraviy masalalar uchun qurilgan ayirmali sxemalar bu holda mutlaqo yaroqsizdir. Shu sababga ko'ra, bunday hollarda maxsuslik mavjudligini inobatga oladigan ayirmali sxemalardan foydalanishga to'g'ri keladi. Ushbu maqolada yuqorida qayd etilgan ishlardan farqli ravishda, o'zgaruvchan qadamli maxsus to'rni tanlash natijasida “m”-rangli “qir qilgan ayirmali sxemaning eng yuqori tartibli aniqligiga erishilgan bunda to'r shunday tanlanganki, maxsuslik mavjud bo'lgan  $[-1, 1]$  kesma chegaralariga yaqinlashilganda to'r qadami kichrayadi, regulyar to'r tugunlari yaqinida to'r qadami kattalashadi.

### II Masalaning qo'yilishi

$$L_u^{(p,q)} \equiv (p(x)u'(x))' - q(x)u(x) = -f(x), -1 < x < 1 \quad (1)$$

$$P(x)u'(x) \Big|_{x=\pm 1} = 0$$

Chegaraviy masalani qaraymiz.

Bunda  $P(x) = (1 - x^2)P_1(x)$ ,  $P(x)$ ,  $q(x)$ ,  $f(x)$  lar berilgan koeffisientlar va o'ng tomon,  $u(x)$ -izlanayotgan yechim. Tenglamaning koeffisientlari  $P(x)$ ,  $q(x)$  va o'ng tomoni  $f(x)$  quyidagi shartlarni qanoatlantiradi.

$$c_1 \leq q(x \leq c_2, \quad c_3 \leq q(x) \leq c_4; \quad P(x), q(x), f(x) \in Q^{(0)} [-1; 1] \quad (2)$$

Ushbu shartlar bajarilganda (1) chegaraviy masala yagona yechimga ega bo'lishi isbot qilingan. Bu yerda  $Q^{(0)} [-1; 1] - [-1; 1]$  kesmada bo'laklab uzluksiz bo'lgan funksiyalar fazosi.

**II. “Aniq” ayirmali sxema.** Qaralayotgan (1) chegaraviy masala uchun (2) shartlar bajarilgan bo'lsin.  $[-1, 1]$  kesmada quyidagi tengmas qadamli  $\widehat{w}_{h_i} = \{-1 = x_{-N} < x_{-N+1} < \dots < x_0 < x_1 \dots < x_N = 1\}$  to'rni kiritamiz. Bunda  $x_i = \text{sign}(x_i) \sum_{p=1}^i \bar{h}_p$ ,  $\bar{h}_i = (2/N)(1 - (i-1/2)/N)$ . Demak  $x_i = \text{sign}(x_i) \cdot \sum_{p=1}^i \left(\frac{2}{N}\right) \left[i - (i+1) \cdot \frac{i}{2N} + \frac{i}{2N}\right] = \text{sign}(x_i) \cdot \left(\frac{2}{N}\right) \cdot i \cdot (1 - i(2N))$  Isbotlash mumkinki,  $x_N = \sum_{p=1}^N \bar{h}_p = \text{sign}(x_N) \left(\frac{2}{N}\right) \sum_{p=1}^N P \left(1 - \frac{p}{2N}\right) = 1$  va

$$x_{-N} = \text{sign}(x_{-N}) \sum_{p=1}^N \bar{h}_p = - \sum_{p=1}^N \bar{h}_p = -1$$

A.A. Samarskiy, A.N. Tixonovlar metodikasiga ko'ra aniq ayirmali sxemani qurish uchun kerak bo'ladigan  $V_j^i(x)$ -shablon funksiyalarni qaraymiz. Bu funksiyalar quyidagi Koshi masalalarining yechimlari bo'ladi. ( $j=1; 2$ ;

$$i = \overline{-N+1, N+1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L^{(p,q)}V_j^i(x) = 0, \quad x_{i-1} < x < x_{i+1}, \quad j = 1,2 \\ \quad \quad \quad i = \overline{-N+1, N-1} \quad (3) \\ V_1^i(x_i - 1) = \delta_{i,-N+1}, P(x) V_1^i(x) \Big|_{x=x_{i-1}} = 1 - \delta_{i,-N+1} \\ V_2^i(x+1) = \delta_{i,N+1}, \quad P(x) V_2^i(x) \Big|_{x=x_{i+1}} = 1 - \delta_{i,-N+1} \\ \quad \quad \quad i = \overline{-N+1, N-1} \end{array} \right.$$

Bu yerda  $\delta_{i,j}$  –Kroneker simvoli  $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{agar } i = j \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } i \neq j \text{ bo'lsa.} \end{cases}$

**Lemma 1.** Agar (2) shartlar bajarilsa,  $V_j^i(x)$ ,  $j = 1,2$ ;  $i = \overline{-N+1, N-1}$  shablon funksiyalar:

1.  $V_j^i \neq 0$ ,  $j = 1,2$ ;  $i = \overline{-N+1, N-1}$ ,
2.  $V_j^i(x)$ ,  $j = 1,2$ ;  $i = \overline{-N+1, N-1}$

chiziqli bog'liq emas.  $L^{(p,q)}$  –operator uchun Grin funksiyasini quramiz. Uning ko'rinishi

$$G_1^i(x, \xi) = \begin{cases} V_1^i(x)(V_2^i(x_{i-1}))^{-1} \bar{V}_1^i(\xi), & x \leq \xi \\ V_2^i(x)(V_1^i(x_{i+1}))^{-1} \bar{V}_2^i(\xi), & x \geq \xi \end{cases} \quad (4)$$

Bu funksiyani qurish dagidan tubdan farq qilmagani uchun uni batafsil keltirib o'tirmadik. Aniq ayirmali sxemani qurish (1) tenglamani (4) Grin funksiyasiga ko'paytirib,  $\xi$  o'zgaruvchi bo'yicha  $x_{i-1}$  dan  $x_{i+1}$  gacha integrallaymiz, uncha murakkab bo'lmagan soddalashtirishlardan keyin uch nuqtali aniq ayirmali sxemani hosil qilamiz.

**Lemma 2.** (2) shartlar bajarilganda (1) chegaraviy masala uchun uch nuqtali aniq ayirmali sxema mavjud va u:

$$(AU_{\bar{x}})_{\bar{x},i} - \mathcal{D}_i U_i + \frac{1}{\bar{h}_i} (A_i - B_i) U_{\bar{x},i} = -F_i, \quad i = \overline{-N+1, N-1}$$

$$B_{-N+1} U_{\bar{x}, -N+1} = 0, \quad A_N U_{\bar{x}, N-1} = 0$$

Ko'rinishga ega bunda  $h_i = x_i - x_{i-1}$ ,  $\bar{h}_i = 0,5(h_i + h_{i+1})$   
 $A_{i+1} = (h_{i+1}^{-1} \bar{V}_2^i(x_i))^{-1}$ ,  $B_i = (h_i^{-1} \bar{V}_1^i(x_i))^{-1}$ ,  $\mathcal{D}_i = \hat{T}^i(q)$   $F_i = \bar{T}^i(f)$ ,

$$\hat{T}^i(w) = \frac{1}{\bar{h}_i} \left\{ [\bar{V}_1^i(x_i)]^{-1} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \bar{V}_1^i(\eta) w(\eta) d\eta + [\bar{V}_2^i(x_i)]^{-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \bar{V}_2^i(\eta) w(\eta) d\eta \right\}$$

Bu aniq ayitrmali sxema mavjudligi va yagonaligini isboti teng qadamli to'rdagidek [4]

**III “m” rangli qirqilgan ayirmali sxema.** Keyingi qadamda xuddi [3]dagidek  $[x_{i-1}, x_{i+1}]$  kesmada  $S=(x-x_i)/h_i$  formulaga ko'ra “mahalliy” koordinata sistemasiga o'tamiz,  $V_j^i(x)$ ,  $j = \overline{1,2}$   $i = \overline{-N+1, N-1}$  shablon funksiyalarini cheksiz yig'indilar bilan almashtirib va bu yig'inlarda chekli sondagi qo'shiluvchilarni olib (5) formulaga qo'yib “m” rangli “qirqilgan” ayirmali sxemani olamiz:

$$(A^{(m)} y_{\bar{x}})_{\bar{x},i} - \mathcal{D}_i^{(m)} y_i + \frac{1}{\bar{h}_i} (A_i^{(m)} - B_i^{(m)}) y_{\bar{x},i} = -F_i^{(m)}$$

$$B_{N+1}^{(m)} y_{\bar{x}, -N+1} = 0, \quad A_N^{(m)} y_{\bar{x}, N-1} = 0, \quad i = \overline{-N+1, N-1} \quad (6)$$

“m” rangli “qirqilgan” ayirmali sxema aniqligini baholash uchun olinadigan tengsizliklar xuddi teng qadamli to'rda bo'lgani kabi isbotlangani uchun biz ularni keltirib o'tirmadik. Qaralayotgan (1) chegaraviy masala uchun (2)shartlar bajarilganda va  $P^{-1}(x)$ ,  $q(x)$ ,  $f(x)$  lar  $M(0 < M \leq 1)$  ko'rsatgichli Gyolder shartlari.

$$\|P^{-1}(x) - P^{-1}(y)\| \leq C|x - y|^M, \quad \|q(x) - q(y)\| \leq C|x - y|^M,$$

$\|f(x) - f(y)\| \leq C|x - y|^M$  ni qanoatlantirganda quyidagi asosiy teorema o'rinli bo'ladi.

**Teorema.** Agar (2) shartlar bajarilib, (7) Gyolder sharti o'rinli bo'lsa, u holda shunday ho topiladiki  $\bar{h}_* \leq \bar{h}_0$  ( $\bar{h}_* = \max\{h_i\}$ ) bo'lganda m-rangli (6) qirqilgan ayirmali sxema  $O(N^{-(2m+2N)})$  aniqlikka ega bo'ladi Ya'ni

$$\|u - y\|_{V_{hi}} \leq C N^{-(2m+2N)} (1 + \|y\|_{V_{hi}}) \quad (8)$$

Tengsizlik o'rinli bo'ladi. Ushbu teorema isboti xuddi teng qadamli to'rdagidek, bo'lgani uchun uni keltirib o'tirmadik.

## ABEL INTEGRAL TENGLAMASINI TAQRIBIY YECHISH USULI

Hayotov A.R.<sup>1,2</sup>, Boytillaev B.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, Universitet ko'chasi 4b uy, Toshkent 100174, O'zbekiston,

<sup>2</sup>M.Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Universitet ko'chasi 4 uy, Toshkent 100174, O'zbekiston

[hayotov@mail.ru](mailto:hayotov@mail.ru)

Abel integral tenglamasi kasrli integrallash tushunchasi bilan uzviy bog'liq. Shuning uchun Abel integral tenglamasini yechish o'rinlidir. Ushbu

$$\int_0^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^\alpha} dt = f(x) \quad (1)$$

integral tenglamaga Abel integral tenglamasi deyiladi, bu yerda  $0 < \alpha < 1$ ,  $f(x)$  - berilgan funksiya va  $\varphi(x)$  - izlanayotgan funksiya. (1) – tenglamaning yechimi  $[0,1]$  kesmada qaraladi.

(1) – tenglama quyidagi analitik ko'rinishda yechiladi. (1) – da  $x$  ni  $t$  ga  $t$  ni esa  $s$  ga almashtirib, uning ikkala tomonini  $(x-t)^{\alpha-1}$  ga ko'paytirib  $t$  bo'yicha  $[0, x]$  oralig'ida integrallab quyidagini olamiz

$$\int_0^x \frac{dt}{(x-t)^{1-\alpha}} \cdot \int_0^t \frac{\varphi(s)ds}{(t-s)^\alpha} = \int_0^x \frac{f(t)dt}{(x-t)^{1-\alpha}} \quad (2)$$

Fubini teoremasining maxsus holidan foydalanib, ya'ni Dirixle formulasi deb ataladigan tenglikdan foydalanib, (2) – tenglikning chap tomoni uchun biz quyidagini olamiz.

$$\int_0^x \frac{dt}{(x-t)^{1-\alpha}} \int_0^t \frac{\varphi(s)ds}{(t-s)^\alpha} = \int_0^x \varphi(s)ds \int_s^x \frac{dt}{(x-t)^{1-\alpha}(t-s)^\alpha} \quad (3)$$

Endi  $t = s + \tau(x-s)$  almashtirish bajarib, (3) ning o'ng tomonidagi ichki integral quyidagi ko'rinishga keltiriladi.

$$\int_s^x \frac{dt}{(x-t)^{1-\alpha}(t-s)^\alpha} = \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau^\alpha \cdot (1-\tau)^{1-\alpha}} \quad (4)$$

(4) ning o'ng tomoni Eylerning beta funksiyasi ekanini ko'rish mumkin, ya'ni

$$\int_0^1 \frac{d\tau}{\tau^\alpha \cdot (1-\tau)^{1-\alpha}} = B(\alpha, 1-\alpha) = \frac{\pi}{\sin \alpha\pi} \quad (5)$$

U holda (2), (3), (4) va (5) lardan

$$\int_0^x \varphi(s)ds = \frac{\sin \alpha\pi}{\pi} \int_0^x \frac{f(t)dt}{(x-t)^{1-\alpha}} \quad (6)$$

Bu yerdan, (6) ning har ikkala tomonini differensiallab biz noma'lum funksiyani topamiz:

$$\varphi(x) = \frac{\sin \alpha\pi}{\pi} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \quad (7)$$

Demak, agar (1) tenglama yechimga ega bo'lsa, u yechimning ko'rinishi (7) – shaklda bo'lishi kerak. Bu yechim boshqacha ham yozilishi mumkin. Buning uchun biz  $f(t)$  funksiyani quyidagicha yozib olamiz:

$$f(t) = f(0) + \int_0^t f'(s)ds \quad (8)$$

(8) ni (7) ga qo'yib, soddalashtirgandan so'ng, nihoyat biz quyidagini olamiz.

$$\varphi(x) = \frac{\sin \alpha\pi}{\pi} \cdot \left[ \frac{f(0)}{x^{1-\alpha}} + \int_0^x \frac{f'(s)ds}{(t-s)^{1-\alpha}} \right] \quad (9)$$

(9) ifoda – Abel integral tenglamasining analitik yechimidir. Endi biz (9) ifodadagi integralni taqribiy hisoblash uchun sonli integrallash formulasini beramiz.

Buning uchun quyidagi shakldagi kvadratur formulani qaraymiz.

$$\int_0^t \frac{\varphi(x)dx}{(t-x)^{1-\alpha}} \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(h\beta) \quad (10)$$

bu yerda  $0 < \alpha < 1$ .

Bu kvadratur formula uchun mos xatolik funksionalining ko`rinishi quyidagicha

$$l(x) = \frac{\varepsilon_{[0,t]}(x)}{(t-x)^{1-\alpha}} - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \delta(x-h\beta)$$

bunda  $C_{\beta}$  - (10) formula koeffitsiyentlari,  $\varepsilon_{[0,t]}(x)$  -  $[0,t]$  kesmaning xarakteristik funksiyasi,  $\delta(x)$  - Dirakning delta funksiyasi.

Faraz qilaylik,  $\varphi$  funksiya  $W_2^{(1,0)}(0,t)$  fazodan olingan bo`lsin. Bu fazo gilbert fazosi bo`lib, u quyidagi norma bilan ta`minlangan.

$$\|\varphi\|_{W_2^{(1,0)}} = \sqrt{\int_0^t (\varphi'(x) + \varphi(x))^2 dx}.$$

Ushbu ishda asosiy masala quyidagidan iborat.

**Masala.**  $l$  xatolik funksionalining normasi  $\|l\|_{W_2^{(1,0)*}}$  ga eng kichik qiymat beradigan  $\overset{o}{C}_{\beta}$ ,  $\beta=0,1,\dots,N$  koeffitsiyentlarini toping va optimal xatolik funksionali normasini hisoblang, ya'ni

$$\|l\|_{W_2^{(1,0)*}}^{\overset{o}{C}} = \inf_{C_{\beta}} \|l\|_{W_2^{(1,0)*}} \quad (11)$$

Ushbu ishda (11) tenglikni qanoatlantiruvchi  $l$  xatolik funksionali normasining kvadrati hisoblangan va  $\|l\|$  xatolik funksionali normasiga minimum qiymat beruvchi  $\overset{o}{C}_{\beta}$  optimal koeffitsiyentlar topilgan.

## **$K_2(P_2)$ HILBERT FAZOSIDA EKSPONENSIAL VAZNLI OPTIMAL KVADRATUR FORMULA VA UNI YELPIG`ICH NURLI KOMPYUTER TOMOGRAFIYASI TASVIRLARINI TIKLASHDA QO`LLASH**

**Husanov Abduroziq Zarifjon o`g`li**

*M.Ulug`bek nomidagi O`zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O`zbekiston.*

Ushbu maqolada biz S.L.Sobolev usulidan foydalanib  $K_2(P_2)$  Hilbert fazosida Sard ma'nosidagi eksponensial vaznli yangi optimal kvadratur formulani quramiz va optimal koeffitsientlarning analitik formulalarini topamiz. Quyidagi kvadratur formulani qaraymiz.

$$\int_0^1 e^{2\pi i w x} \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(h\beta)$$

$C_{\beta}$  - formulaning koeffitsiyentlari,  $i^2 = -1$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N$  - natural son,  $w \in \mathbb{R}$ ,  $w \neq 0$ ,  $\varphi(x)$  - funksiya  $K_2(P_2)$

Hilbert fazosida aniqlagan funksiya bo`lib, bu yerda  $K_2(P_2) =$

$\{\varphi: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R} | \varphi' \text{ absolut uzluksiz va } \varphi'' \in L_2(0; 1)\}$ .

$\varphi(x)$  - funksiyaning normasi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\|\varphi\|_{K_2(P_2)} = \left\{ \int_0^1 \left( P_2 \left( \frac{d}{dx} \right) \varphi(x) \right)^2 dx \right\}^{1/2}, \text{ bu yerda } P_2 \left( \frac{d}{dx} \right) = \frac{d^2}{dx^2} + 1 \text{ va}$$

$$\int_0^1 \left( P_2 \left( \frac{d}{dx} \right) \varphi(x) \right)^2 dx < \infty$$

Keyin biz optimal formulaning yaqinlashish tartibini tekshiramiz va  $L_2^{(2)}(0,1)$  Sobolev fazosida olingan optimal formula bilan solishtiramiz. Olinadigan optimal kvadratur formula  $\sin x$  va  $\cos x$  trigonometrik funksiyalari uchun aniq. Ya'ni quyidagilar o`rinli bo`ladi:



$$\int_0^1 e^{2\pi iwx} \sin x dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \sin(h\beta) \quad \text{va} \quad \int_0^1 e^{2\pi iwx} \cos x dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \cos(h\beta)$$

Bundan tashqari biz olingan optimal kvadratur formulani yelpig'ich nurli kompyuter tomografiyasi tasvirlarini qayta tiklashda qo'llaymiz.

## ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH

<sup>1</sup>Karimov Feruz Raimovich, <sup>2</sup>Xakimova N.J.

<sup>1</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston;

<sup>2</sup>Toshkent Davlat Transport Universiteti, Toshkent, O'zbekiston.

Ushbu  $\int_a^b f(x)dx$  aniq integralni hisoblash  $f(x)$  funksiyaning biror  $F(x)$  boshlang'ich funksiyasini topish va uning qiymatini hisoblashdan iborat. Ammo ayrim aniq integrallar uchun bu usulni qo'llashda quyidagi muammolarga duch kelishimiz mumkin:

- 1)  $F(x)$  boshlang'ich funksiyani topish murakkab;
- 2)  $F(x)$  boshlang'ich funksiya murakkab bo'lib, uning  $F(a)$  va  $F(b)$  qiymatlarini hisoblash qiyinchilik tug'diradi;
- 3)  $F(x)$  funksiya elementar funksiyalarda ifodalanmaydi;
- 4) Integral ostidagi  $f(x)$  funksiya jadval ko'rinishida berilgan.

Bunday hollarda aniq integralni taqribiy hisoblashga to'g'ri keladi. Bu masalani yechish uchun turli formulalar topilgan bo'lib, ular umumiy holda **kvadratur formulalar** deyiladi. Quyida bu formulalardan ba'zilarini keltiramiz.

**1. To'g'ri to'rtburchaklar formulasi.** Bu formulani keltirib chiqarish uchun dastlab  $[a, b]$  kesmani  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$  nuqtalar bilan  $n$  ta teng bo'lakka bo'laimiz. Bunda har bir bo'lakning uzunligi  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$  ga teng bo'ladi.

**2. Trapetsiyalar formulasi.**  $\int_a^b f(x)dx$  aniq integralni hisoblash talab etilsin.  $y = f(x)$  funksiya  $[a, b]$  kesmada  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$  nuqtalar orqali  $n$  ta teng qisman kesmalarga ajratamiz. Funksiyaning  $x_i$  nuqtalaridagi  $y_i = f(x_i)$  qiymatlarni hisoblaymiz. ( $i=1, n$ ).  $[x_{i-1}, x_i]$  qisman kesmalarning uzunligi  $\frac{(b-a)}{n}$  kattalik integrallash qadami deyiladi. Bo'linish nuqtalaridan  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$  ordinatlarni o'tkazamiz. Ordinatalar oxirlarini to'g'ri chiziqlar bilan tutashtirib trapetsiyalar hosil qilamiz.

Aniq integralning taqribiy qiymati uchun, hosil bo'lgan trapetsiyalar yuzlarining yig'indisini olamiz. Bu holda

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{y_0+y_1}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \frac{y_1+y_2}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \frac{y_2+y_3}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \dots + \frac{y_{n-1}+y_n}{2} \cdot \frac{b-a}{n}$$

Shunday qilib, natijada

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \left[ \frac{y_0+y_n}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} \right] \quad (1)$$

formulani olamiz. (1) formulaga trapetsiyalar formulasi deb ataladi. Bu formulada egri chiziqli trapetsiyalarning yuzlarini to'g'ri chiziqli trapetsiyalar yuzlari bilan taqriban almashtirdik.  $n$  o'sib borishi bilan to'g'ri chiziqli trapetsiyalarning yuzi egri chiziqli trapetsiyalar yuzlariga cheksiz yaqinlashib boradi.

Bu taqribiy hisoblashda yo'l qo'yilgan **absolyut xato**.

$$M_2 \frac{(b-a)^3}{12n^2}$$

ifodadan katta emasligini ko'rsatish mumkin, bunda  $M_2, |f''(x)|$  ning  $[a, b]$  kesmadagi eng katta qiymati.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Исроилов М.И. «Хисоблаш методлари»: -Т:Ўқитувчи, 2000 й.
2. Самарский А.А. «Введение в численные методы»: -М: Наука, 1987 й.
3. Бахвалов Н.С. «Численные методы»: -М: Наука.1987 й.
4. Самарский А.А, Гулин А.В «Численные методы»: -М: Наука.1989 й.
5. Бабушка И. Оптимальные квадратурные формулы // ДАН СССР. -Москва, 1963. Т.149, № 2.- С. 227-229.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы.-М.:Наука, 1973.-631 с.

# ELEKTR TARMOQLARINI GNU OCTAVE DASTURI ASOSIDA KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH HAQIDA

**Mamurov T.T.**

*Navoiy davlat pedagogika institute, Navoiy, O`zbekiston.*

GNU OCTAVE matematik tizimi yangi IEEE 1788 standartida ishlovchi, etarlicha qayta ishlangan va approbatsiyadan o'tgan matematik hisoblashlar tizimidir. GNU Octave kompyuter matematikasi tizimi erkin tarqatiluvchi dasturiy vosita bo'lib [1], uning yordamida turli matematik amallarni bajarish, jumladan, chiziqli algebraning turli muhim masalalarini yechish, hisoblash matematikasining elementlarini aniq masalalar uchun qo'llash, differensial tenglamalarni sonli va ba'zi hollarda analitik yechish, funksiyalarning ekstremumini izlash, topilgan yechimlarni tahlil qilish uchun jadvallar va grafiklar qurish, ya'ni natijalarni vizuallashtirishda, masalan qtoctave, Xoctave va Kalkulus kabi juda yaxshi uskunalariga ega. Shuningdek, nisbatan murakkab masalalarni yechish uchun o'z dasturlash tili va muhitiga ega. Bundan tashqari, MatLab, C++ va Python dasturlash tilida tuzilgan dasturlarni ham bevosita ishlatish imkoniyati mavjud.

Ushbu ma'ruzada GNU Octave dasturining elektr tarmoq tenglamalarini yechishga tadbir ko'rib chiqilgan. Elektr tarmoqlari sxemalarini tahlil qilish bilan bog'liq ko'pgina masalalar ikki bosqichda yechiladi:

- **Birinchi bosqich** elektr tarmog'i tenglamasini qurish bilan yakunlanadi. Bunda tenglama Kirxgoff qonuni va sxemaga kiruvchi elementlar xarakteristikasini qo'llash shaklida tuziladi. Bu bosqichda hosil bo'lgan tenglama elektr tarmog'ining matematik modelini ifodalaydi.
- **Ikkinchi bosqich** bu tenglamani mos yo'l bilan, ya'ni analitik yoki sonli yechishni o'z ichiga oladi. Elektr tarmog'ini tahlil qilishni yuqorida aytib o'tilgan ikki bosqichda ham kompyuter yordamida amalga oshirilishi mumkin. Bu tahlil dasturini ko'pgina hollarda elektr tarmog'ining kompyuter modeli deb atashadi.

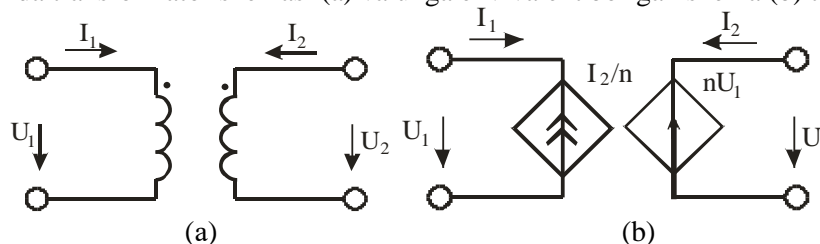
Elektr tarmoqlaridagi hisoblash ishlarini amalga oshirishning bir nechta dastury majmualari (PSpice, Electronic Workbench, P-Cad va h.k.) mavjud. Bu dasturlar elektr tarmoqlari elementlarini to'liq tahlil qila olmaydi. Bu dasturlar faqat tarmoq sxemalarining ma'lum elementlarinigina, ya'ni yaratilgan kutubxonaga mos holda tadbir qilinishi mumkin. Kutubxona qancha boy bo'lsa, dastur ham shunchalik ko'p funksiyali bo'ladi.

Elektr tarmoqlarini modellashtirishda ko'pincha chiziqli algebra elementlaridan foydalaniladi va bu sohada Octave tizimida bu jarayon sodda va tushunarli tarzda modellashtirilishi mumkin. Masalan, elementar to'rt qutbli sxemalar bo'yicha ideal transformator quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$U_1 = \pm n \cdot U_2, \quad I_1 = \mp \frac{1}{n} \cdot I_2,$$

yoki 
$$\begin{pmatrix} -1 & \pm n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \pm n & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (1)$$

Quyidagi rasmda transformator sxemasi (a) va unga ekvivalent bo'lgan sxema (b) tasvirlangan:



Ishda elektr tarmoqlarini modellashtirishda yuzaga keladigan hisoblash jarayonlarini tashkil qilish va amalga oshirish bilan bog'liq masalalarni Octave matematik tizimida olib borish, shuningdek, Mathcad operatorlarini batafsil keltirishni lozim deb topmadik. Ammo ma'ruza jarayonida Mathcad tizimida modellashtirilgan turli masalalar sinfi taqdim etiladi.

### Adabiyotlar

1. Е.Р.Алексеев, О.В.Чеснокова. Введение в Octave для инженеров и математиков. М.:ALT Linux, 2012.

## ODDIY DIFFERENSIAL TENGAMALARNI TAQRIBIY YECHISHDA KETMA-KET DIFFERENSIALLASH USULI ALGORITMI VA MAPLEDA DASTURI.

**Muxsinova Mehriniso Shavkatovna, Bahronova Dilorom Bobir qizi**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston.*

Tadbiqiy masalalarda juda ko'p oddiy differensial tenglamalar uchraydi bunday tenglamalarni hamma vaqt analitik ko'rinishda yechib bo'lmaydi.

Masalan:  $\frac{du}{dx} = x + x^2 + u^2$  tenglamaning umumiy yechimini elementar funksiyalar orqali ifodalab bo'lmaydi. Bunday masalalarni taqribiy yechishga to'g'ri keladi.

$$u' = f(x, u) \quad (1)$$

(1) – ko'rinishdagi tenglamaga 1- tartibli oddiy differensial tenglama deyiladi.

$$u^{(n)} = f(x, u, u', u'', \dots, u^{(n-1)}) \quad (2)$$

(2) – ko'rinishdagi tenglamaga n- tartibli oddiy differensial tenglama deyiladi. Oddiy differensial tenglama uchun Koshi va chegaraviy masala qo'yiladi.

Agar (1) ko'rinishdagi oddiy differensial tengamani  $u(x_0) = u_0$  boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish talab qilingan bo'lsa, bunday masala Koshi masalasi deyiladi [1,2].

Ketma-ket differensiallash usuli.

$$\begin{cases} y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}) \\ y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y'_0, \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_0^{(n-1)} \end{cases} \quad (3)$$

(3) ko'rinishdagi Koshi masalasi berilgan bo'lsa  $y(x)$  yechim  $x_0$  nuqta atrofida darajali qator ko'rinishda izlanadi.

$$y(x) = y_0 + \frac{y_0'}{1!}(x-x_0) + \frac{y_0''}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{y_0^{(n)}}{n!}(x-x_0)^n + \dots \quad (4)$$

Ushbu usulni Maple dasturida dasturini quyidagicha tuzamiz [3].

```
Diffdarajali := proc (f::anything, x::name, y::name, y1::name, x0::numeric, y0::numeric, y01::numeric, n::integer) local p, der, i, j, s; m0 // 1 := y01; m0 // 2 := subs(x = x0, y = y0, y1 = y01, f); der := subs(y1 = m1, f); p := y0+m0 // 1*(x-x0)+(1/2)*m0 // 2*(x-x0)^2; for i from 3 to n do s := 0; for j to i-2 do s := s+(diff(der, m // j))*m // (j+1) end do; der := diff(der, x)+(diff(der, y))*m // 1+s; m0 // i := eval(der, {seq(m // k = m0 // k, k = 1 .. i-1)}, x = x0, y = y0); p := p+m0 // i*(x-x0)^i/factorial(i) end do end proc;
```

Ushbu yaratilgan dasturni misollarda qo'llab ko'ramiz.

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) = x + y(x)$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

Quyidagi ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglama boshlang'ich shart bilan berilgan bo'lsin. N=10 da dasturni qo'llab 10 darajali ko'phadni olamiz.

$s := \text{Diffdarajali}(x+y(x), x, y, y1, 0, 1, 2, 10);$

$$1 + 2x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{40}x^5 + \frac{1}{720}x^6 + \frac{1}{1680}x^7 + \frac{1}{40320}x^8 + \frac{1}{120960}x^9 + \frac{1}{3628800}x^{10}$$

Yuqorida keltirilgan misolni aniq yechimi quyidagicha:

$$y(x) = -e^{-x} + 2e^x - x$$

Endi Maple da ketma-ket differensiallash usuli uchun tuzilgan dastur orqali olingan natijani solishtirib ko'ramiz.

$$T(x) := 1 + 2x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{40}x^5 + \frac{1}{720}x^6 + \frac{1}{1680}x^7 + \frac{1}{40320}x^8 + \frac{1}{120960}x^9 + \frac{1}{3628800}x^{10};$$

$> T(1.0);$

**4.068684139**

$$y(x) := -e^{-x} + 2e^x - x;$$

$$x \rightarrow -e^{-x} + 2e^x - x$$

$$y(1.0);$$

4.068684215

>

Olingan natijalardan ko'rinib turibdi N=10 uchun  $10^{-6}$  aniqlikda natija olyapmiz. N ni qiymatini oshirsak yanada yuqoriroq aniqlikdagi natija olish mumkin.

#### Adabiyotlar

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 1-қисм, 2003, 2-қисм, 2008.
2. Richard L. Burden, J. Douglas Faires. Numerical Analysis. Youngstown state university, Boston, USA, Brooks/Cole, 2011
3. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, Matlab 7, Maple 9 (Самоучитель). – М.: ИТ [Ирпекс](#), 2006. – 496 с.

### EVOLUTION TENGLAMANI SPEKTRAL METOD BILAN SONLI MODELLASHTIRISH

**Normurodov Ch.B., Toyirov A.X., Ziyakulova Sh.A.**

*Termiz davlat universiteti, Termiz, O'zbekiston.*

Quyidagi evolution tenglama uchun boshlang'ich-chegaraviy masala qaraladi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\beta \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \quad a < x < b, \quad (1)$$

$$u(a, t) = 0, \quad u(b, t) = 0, \quad u'(a, t) = 0, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x). \quad (3)$$

Differensial masala (1)-(3) ni sonli modellashtirish uchun spektral metod qo'llanadi. Buning uchun differensial masala (1)-(3) ning taqribiy yechimi birinchi turdagi Chebishev ko'phadlari qatori ko'rinishida izlanadi:

$$u(y) = \sum_{m=0}^N a_m T_m(y), \quad T_m(y) = \cos(m \cdot \arccos y), \quad (4)$$

bundan

$$a_m = \frac{2}{N c_m} \sum_{l=0}^N \frac{1}{c_l} u(y_l) T_m(y_l), \quad m = 0, 1, \dots, N, \quad (5)$$

$$c_0 = c_N = 2, \quad c_m = 1, \quad \text{agar } m \neq 0, N.$$

Soddalik uchun quyidagi belgilashlar kiritiladi:

$$v = Ta, \quad a = T^* v, \quad v \equiv \{u(y_0), u(y_1), u(y_2), \dots, u(y_N)\} \quad (6)$$

Xuddi shu tariqa  $y_l$  diskret kollokatsiya tugunlarida uchinchi tartibli xususiy hosila quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\frac{\partial^3 v}{\partial y^3} = Te, \quad (7)$$

$$c_m e_m^{(j)} = \frac{1}{4} \sum_{\substack{p=m+1 \\ p+m \equiv 1 \pmod{2}}}^N p \left( (p^2 - 1)^2 - 2(p^2 + 1)m^2 + m^4 \right) a_p^{(j)}, \quad m \geq 0, \quad j = 1, \dots, M,$$

$$e = Pa \quad (8)$$

Bu holda uchinchi tartibli xususiy hosilalarning approksimatsiyasiga ega bo'linadi:

$$\frac{\partial^3 v}{\partial y^3} = \hat{A}v, \quad \hat{A} = TPT^*, \quad \tilde{A} = \beta \hat{A}. \quad (9)$$

Differensial tenglama (1) ni faqat ( $l = 1, \dots, N-1$ ) ichki kollokatsiya nuqtalarida, shartlar (2) ni esa intervalning chegaraviy nuqtalarida yozish orqali quyidagi sistemaga kelinadi:

$$\frac{dS}{dt} = -Av, \quad (10)$$

$$Dv = 0 \quad (11)$$

bunda  $S \equiv \{0, u(y_1), u(y_2), \dots, u(y_{N-1}), 0\}$ .

Tenglamalar sistemasi (10)-(11) "differensial-algebraik" tenglamalardan iborat bo'lib, unda  $N - 1$  ta oddiy differensial tenglamalar sistemasi (11) va 2 ta chiziqli algebraik shartlar (11) mavjud, noma'lumlar soni ham tenglamalarning umumiy soniga teng bo'lib,  $N + 1$  tani tashkil etadi.

Shunday qilib, (3) ni e'tiborga olgan holda oddiy differensial tenglamalar sistemasidan iborat bo'lgan tenglama (11) ni dastlab bir qadamli Runge-Kutta metodi, so'ngra ko'p qadamli Adams-Beshfort metodlarini birgalikda qo'llash orqali sonli yechiladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Абуталиев Ф.Б., Нармурадов Ч. Б. Спектрально-сеточный метод для исследования гидродинамической устойчивости двухфазного течения в пограничном слое // Математическое моделирование экологических систем: Тез. докл. межд. науч. конф. 9–12 сентября 2003. – Алматы, 2003. – С. 131.
2. Normurodov Ch.B., Toyirov A.X. Chiziqsiz evolyutsion jarayonlarni spektral-to'r metodi bilan sonli modellashtirish// Monografiya, Termiz-2021, 112 b

### $K_2(P_2)$ FAZOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULA QURISH

#### Qurbonnazarov A.

V. I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti, Universitet ko'chasi 4b, Toshkent, 100174, O'zbekiston

Quyidagi kvadratur formulani qaraymiz

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(x_{\beta}). \quad (1)$$

Ushbu formulaga mos xatolik funksionali quyidagicha

$$\ell(x) = e^{2\pi i \omega x} \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \delta(x - x_{\beta}), \quad (2)$$

bunda  $x_{\beta} = h\beta$  - tugun nuqtalar,  $\beta = \overline{0, N}$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N \in \mathbb{N}$ ,  $C_{\beta}$  - (1) formulaning koeffitsiyenlari,  $e^{2\pi i \omega x}$  - vazn funksiyasi,  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  -  $[0,1]$  kesmaning xarakteristik funksiyasi,  $\delta(x)$  - Dirakning delta funksiyasi.

$\varphi(x)$  funksiya quyidagicha aniqlangan Gilbert fazosiga tegishli bo'lsin,

$$K_2(P_2) = \{\varphi: [0,1] \rightarrow R \mid \varphi' - \text{absolyut uzluksiz}, \varphi'' \in L_2(0,1)\}$$

va ushbu fazoda funksiya normasi quyidagicha aniqlangan

$$\|\varphi\|_{K_2(P_2)} = \left\{ \int_0^1 \left( P_2 \left( \frac{d}{dx} \right) \varphi(x) \right)^2 dx \right\}^{1/2} \quad (3)$$

bu yerda  $P_2 \left( \frac{d}{dx} \right) = \frac{d^2}{dx^2} - \omega^2$  va  $\int_0^1 \left( \left( \frac{d^2}{dx^2} - \omega^2 \right) f(x) \right)^2 dx < \infty, \omega \neq 0$ ,

(3) tenglik yarim norma va  $\|\varphi\| = 0$ , agar  $\varphi(x) = d_1 e^{\omega x} + d_2 e^{-\omega x}$ .

(1) kvadratur formulaning xatoligi quyidagicha

$$(\ell, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(x_{\beta}). \quad (4)$$

Koshi-Shvarts tengsizligiga ko'ra

$$|(\ell, \varphi)| \leq \|\ell\|_{K_2^*(P_2)} \cdot \|\varphi\|_{K_2(P_2)}.$$

(4) xatolik (2) xatolik funksionalining normasi bilan baholanadi, ya'ni

$$\|\ell\|_{K_2^*(P_2)} = \sup_{\|\varphi\| \neq 0} \frac{|(\ell, \varphi)|}{\|\varphi\|_{K_2(P_2)}}.$$

Shunday qilib (1) kvadratur formula xatoligini  $K_2(P_2)$  fazoda baholash uchun  $\ell(x)$  funksional xatolik normasini topishga keltirish mumkin.

Ushbu ishda biz  $K_2(P_2)$  fazosida, Sard masalasining yechimini taqdim qilamiz. Aynan biz quyidagi tenglik bajariladigan  $C_\beta$  koeffitsiyentlarni topamiz

$$\|\overset{\circ}{\ell}\| = \inf_{C_\beta} \|\ell\|. \quad (5)$$

Yuqoridagilarga asoslanib,  $K_2(P_2)$  fazoda optimal kvadratur formulani qurish uchun quyidagi masalalarni ketma-ket hal qilishimiz kerak:

- 1) (1) kvadratur formulaning  $\ell(x)$  normasini hisoblash;
- 2)  $C_\beta$  ning shunday koeffitsiyentlarini topish kerakki, natijada (5) tenglik bajarilsin.

Ushbu ishda biz 1) – masalani yechish bilan shugʻullanamiz, hamda (1) kvadratur formulaning xatolik funksionali normasini hisoblaymiz. Keyingi ishlarda 2) masalani yechish bilan shugʻullanamiz.

## BIR JINSLI BO‘LMAGAN MUHITLARDA ELASTIK TO‘LQINLARNI SONLI MODELLASHTIRISH

**Rasulov Behzod Botirjon o‘g‘li**

Maqolada suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovakli muhitda seysmik to‘lqinlarni sonli modellashtirish masalasi yechilgan. Aynan shunday model yopishqoq suyuqlik bilan to‘ldirilgan elastik deformatsiyalanadigan matritsadan iborat bo‘lgan g‘ovakli muhitning real tasviridir. Ushbu model g‘ovak suyuqlik ishtirokida tog‘ jinslarining xususiyatlarini seysmik tadqiq qilishda kuzatilgan ta’sirlarni tushuntirishga imkon beradi [1-4].

Ikki o‘lchovli masala uchun modelning matematik formulasiga murojaat qilaylik. Ikki sirt g‘ovakli muhit va to‘yingan suyuqliklar bilan to‘ldirilgan bo‘lib, har bir  $x_2 > 0$  yarim tekislikda bo‘lgan turli parametrlarga ega. U holda ushbu muhitda energiya yo‘qotilmaganda seysmik to‘lqin tarqalishi quyidagi aralash masala orqali tavsiflanadi [3] :

$G = \{(t, x_1, x_2) : 0 < t \leq T, 0 < x_2 < +\infty, -\infty < x_1 < +\infty\}$  sohada

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial U}{\partial x_1} + \mathbf{C} \frac{\partial U}{\partial x_2} = F(t, x_1, x_2) \quad (1)$$

giperbolik sistemaning  $t = 0$  da

$$u_i(0, x_1, x_2) = 0, \quad i = 1, \dots, 8, \quad 0 \leq x_2 < \infty, \quad -\infty \leq x_1 \leq +\infty \quad (2)$$

boshlang‘ich shartlarni va  $x_2 = 0$  da

$$U^I(t, x_1, 0) = 0 \quad (3)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi sonli yechimi topilsin. Bu yerda

$$U^I(t, x_1, x_2) = (u_1(t, x_1, x_2), u_2(t, x_1, x_2), u_3(t, x_1, x_2))^T \quad U^{II}(t, x_1, x_2) = (u_4(t, x_1, x_2), u_5(t, x_1, x_2))^T$$

$$U^{III}(t, x_1, x_2) = (u_6(t, x_1, x_2), u_7(t, x_1, x_2), u_8(t, x_1, x_2))^T$$

$$F(t, x_1, x_2) = (F_1(t, x_1, x_2), F_2(t, x_1, x_2), F_1(t, x_1, x_2), F_2(t, x_1, x_2), 0, 0, 0, 0)^T$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\mu & c & -d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & -d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -e & 0 & f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & c & 0 & -d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu+c & 0 & -d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e & 0 & f & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bu yerda  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  va  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  vektorlar  $\rho_{0,s}$  parsial zichlikga ega bo'lgan g'ovak elastik muhit tezliklari,  $\rho_{0,l}, \rho_0 = \rho_{0,s} + \rho_{0,l}$ ,  $\rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f (1-d_0)$ ,  $\rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d_0$ ,  $\rho_{0,s}^f$  va  $\rho_{0,l}^f$  mos ravishda suyuqlikning parsial zichliklari,  $p$  - teshik bosimi,  $\sigma_{ik}$  - bosim tenzori komponentasi,  $\delta_{i,k}$  - Kronecker belgisi,  $d_0$  - g'ovaklik.  $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\mu > 0$  - Lamé koeffitsientlari,  $\rho_0^3 \alpha_3 > 0$  - geterofaza muhitining suyuq komponentlarining hajm bo'yicha siqilish moduli. Elastik modullar  $K, \mu, \alpha_3$  to'lqinining ko'ndalang tarqalish tezligi  $c_s$  va ikkita bo'ylama to'lqin tezliklari  $c_{p1}, c_{p2}$  quyidagi formulalar bilan ifodalanadi.  $a = \frac{1}{\rho_{0,s}}$ ,  $b = \frac{1}{\rho_0}$ ,  $d = \rho_{0,s} \frac{K}{\rho_0}$ ,  $c = \rho_{0,s} \frac{K}{\rho_0} - \frac{2}{3} \cdot \mu$ ,  $e = K - \alpha \rho_0 \rho_{0,s}$ ,  $f = \alpha \rho_0 \rho_{0,l}$

$$\mu = \rho_{0,s} c_s^2,$$

$$K = \frac{\rho_0 \rho_{0,s}}{2 \rho_{0,l}} (c_{p1}^2 + c_{p2}^2 - \frac{8 \rho_{0,l}}{3 \rho_0} c_s^2 - \sqrt{(c_{p1}^2 - c_{p2}^2)^2 - \frac{64 \rho_{0,l} \rho_{0,s}}{9 \rho_{0,s}^2}})$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2 \rho_0^2} (c_{p1}^2 + c_{p2}^2 - \frac{8}{3} \frac{\rho_{0,s}}{\rho_{0,s}^2} \sqrt{(c_{p1}^2 - c_{p2}^2)^2 - \frac{64 \rho_{0,l} \rho_{0,s}}{9 \rho_{0,s}^2}})$$

### Ikki o'lchovli holat uchun model.

Ikki o'lchovli holat uchun indekslar  $i$  va  $k$  qiymatlarni qabul qiladi  $i = 1, 2$  va  $k = 1, 2$ , keyin (1) sistema 8 ta noma'lum funksiyali 8 ta tenglamadan iborat bo'ladi.  $u_1, u_2, v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, p$  va quyidagi shaklga ega:

$$(i=1, k=1, 2) \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{0,s}} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho_{0,s}} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_1} = F_1 \quad (4)$$

$$(i=2, k=1, 2) \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{0,s}} \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho_{0,s}} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_2} = F_2 \quad (5)$$

$$(i=1) \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_1} = F_1 \quad (6)$$

$$(i=2) \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_2} = F_2 \quad (7)$$

$$(i=1, k=1) \quad \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial t} + 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + (\frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu) (\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}) - \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K (\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}) = 0 \quad (8)$$

$$(i=1, k=2) \quad (i=2, k=1) \quad \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial t} + \mu (\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) = 0 \quad (9)$$

$$(i=2, k=2) \quad \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial t} + 2\mu \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + (\frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu) (\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}) - \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K (\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - (K - \alpha \rho_0 \rho_{0,s}) (\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}) + \alpha \rho_0 \rho_{0,l} (\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}) = 0 \quad (11)$$

$$u_i|_{t=0} = v_i|_{t=0} = \sigma_{ik}|_{t=0} = p|_{t=0} = 0, \quad (12)$$

$$\sigma_{22} + p|_{x_2=0} = \sigma_{12}|_{x_2=0} = \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} p \Big|_{x_2=0} = 0 \quad (13)$$

### Hisoblash tajribasi

Misol tariqasida parametrli giperbolik tizimlar uchun quyidagi aralash masalani (4)-(13) ko'rib chiqing:

$$\alpha = 0, \beta = 0, a = 0, d = 0$$

va dastlabki shartlar  $\varphi_1(x, y) = 0, \varphi_2(x, y) = 0, \varphi_3(x, y) = 0, \varphi_4(x, y) = 0$ .

$$c_s = 1400, c_{p_1} = 2100, c_{p_2} = 500, \rho_{0,s}^f = 1500, \rho_{0,l}^f = 1000, \rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f(1 - d_0), \rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d_0, \rho_0 = \rho_{0,s} + \rho_{0,l}, \rho_{0,l} = 200, \rho_{0,s} = 1200, \alpha = \rho_0 \alpha_3 + \frac{K}{\rho_0^2}, e = K - \alpha \rho_0 \rho_{0,s}, f_0 = 1, \alpha = \rho_0 \alpha_3 + \frac{K}{\rho_0^2},$$

$$\mu = \rho_{0,s} c_s^2, \rho_{0,l} = 200, K = \frac{\rho_0 \rho_{0,s}}{2 \rho_{0,l}} \left( c_{p_1}^2 + c_{p_2}^2 - \frac{8 \rho_{0,l}}{3 \rho_0} c_s^2 - \sqrt{(c_{p_1}^2 - c_{p_2}^2)^2 - \frac{64 \rho_{0,l} \rho_{0,s}}{9 \rho_0^2} c_s^4} \right)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2 \rho_0^2} \left( c_{p_1}^2 + c_{p_2}^2 - \frac{8 \rho_{0,s}}{3 \rho_0} c_s^2 + \sqrt{(c_{p_1}^2 - c_{p_2}^2)^2 - \frac{64 \rho_{0,l} \rho_{0,s}}{9 \rho_0^2} c_s^4} \right),$$

$$f = \alpha \rho_0 \rho_{0,l}, t_0 = 0,15 \quad a = \frac{1}{\rho_{0,s}} \dots \quad b = \frac{1}{\rho_0} \quad d = \rho_{0,s} \frac{K}{\rho_0} \quad c = \rho_{0,s} \frac{K}{\rho_0} - \frac{2}{3} \cdot \mu$$

$G = \{(t, x_1, x_2) : 0 < t \leq T, 0 < x_2 < +\infty, -\infty < x_1 < +\infty\}$  sohada masalani sonli yechamiz. Hisoblash tajribasida boshlang'ich funksiyalar  $|x_1| > \frac{1}{2} X$  da nolga teng deb qabul qilinadi.

### Adabiyotlar ro'yxati

1. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solids // J. Acoustic. Soc. Amer., - 1956, V. 28. P. 168 – 186.
2. Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, Journal of Applied Physics, 33, №4, 1962, 1482-1498.
3. Abdumauvlen Berdyshev, Kholmatzhon Imomnazarov, Jian-Gang Tang, A. Mikhailov //The Laguerre spectral method as applied to numerical solution of a two-dimensional linear dynamic seismic problem for porous media. //Open Comput.Sci. – 2016, 6, p208-212
4. Blokhin A. M., Dorovsky V. N. Mathematical Modelling in the Theory of Multivelocity Continuum //Nova Sci., New York, -1995, MathSciNet

## MASHINA MEXANIZMLAR NAZARIYASI FANI MASALALARIDA IKKINCHI TARTIBLI O'ZGARMAS KOEFFISIENITLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMANING TATBIQ ETISH.

Sheraliyev I.I, Homidov Q.A

*Наманган Муҳандислик Қурилиш Институтини, Наманган, Ўзбекистон.*

Hozirgi kunda fan-texnika rivojlanib borgan sari matematika fanining roli ortib bormoqda. Shu jumladan mashina mexanizmlar nazariyasi tadqiqotlarida qonuniyatlarini topib, matematika masalalariga bog'lash dolzarb muammolardan biri hisoblanadi.

Quyidagi chiziqli defferensial tenglama berilgan bo'lsin.  $y'' + py' + qy = 0$  (1)

Bu yerda p va q –o'zgarmas sonlar.

Teorema: Xar qanday n- tartibli o'zgarmas koefitsientli bir jinsli differensial tenglamaning chiziqli erkli yechimlarini topish mumkin bo'lsa, bu yechimlarning yig'indisi shu tenglamaning umumiy yechimidan iborat bo'ladi.

Bu teoremadan foydalanib, (p,q) juftliklar uchun (1) tenglamaning umumiy yechimini topamiz. Eyler taklif etgan usulga ko'ra, chiziqli erkli yechimlarni (2) ko'rinishida izlaymiz.

$$y = e^{\lambda x} \quad (2) \quad \lambda^2 + p\lambda + q = 0 \quad (3)$$

(2) yechimni (1) tenglamaga olib borib qo'yib, (3) xarakteristik tenglamaga kelamiz. Bu tenglama uchun barcha holatlarni ko'rib chiqamiz:



1)  $\Delta = p^2 - 4q = -\omega^2$ , bu yerda  $\omega = \sqrt{4q - p^2}$ . U holda  $\lambda_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \frac{\omega i}{2}$  bunga mos chiziqli erkli yechimlar:  $e^{-\frac{p}{2}x} \cos \frac{\omega x}{2}$ ;  $e^{-\frac{p}{2}x} \sin \frac{\omega x}{2}$  umumiy yechim esa (4) ko'rinishda bo'ladi.

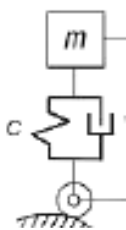
2)  $\Delta = p^2 - 4q = 0$ . Bo'lsa u holda  $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{p}{2}$  bunga mos chiziqli erkli yechimlar:  $e^{-\frac{p}{2}x}$ ,  $x e^{-\frac{p}{2}x}$  umumiy yechim esa (5) ko'rinishda bo'ladi.

3)  $\Delta = p^2 - 4q = \omega^2$  bu yerda  $\omega = \sqrt{p^2 - 4q}$ . U holda  $\lambda_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \frac{\omega}{2}$  bunga mos chiziqli erkli yechimlar:  $e^{-\frac{p-\omega}{2}x}$ ,  $e^{-\frac{p+\omega}{2}x}$  umumiy yechim esa (6) ko'rinishda bo'ladi.

$$y = e^{-\frac{p}{2}x} \left( C_1 \cos \frac{\omega x}{2} + C_2 \sin \frac{\omega x}{2} \right) \quad (4)$$

$$y = e^{-\frac{p}{2}x} (C_1 + C_2 x) \quad (5)$$

$$y = C_1 e^{-\frac{p-\omega}{2}x} + C_2 e^{-\frac{p+\omega}{2}x} \quad (6) \quad \text{1-rasm}$$



Bu yerda  $C_1$  va  $C_2$  lar o'zgarimas sonlar.

Qishloq xo'jaligi mashinalarida don ekadigan moslama xarakatga kelgach, unga vertikal yo'nalishda quyidagi: elastiklik kuchi, xarakat tezligiga chiziqli bog'langan qarshilik kuchlari ta'sir qiladi (1-rasm). Bu kuchlar ta'sirida ishchi organ bir sikl davomida so'nuvchi tebranma xarakat qiladi. Xarakat tenglamasini (7) ko'rinishda bo'ladi.  $ma + nv + kx = 0$  (7)  $x'' = a$ ,  $x' = v$ , (8)

Bu yerda m-ishchi organ massasi, a- tezlanish, n-dissipatsiya koeffitsiyenti, v-agregat tezligi, k-deformatsiya koeffitsiyenti, x-bir siklda bosib o'tilgan yo'l.

(8) tenglikdan foydalanib, (7) tenglamani (1) tenglama ko'rinishiga olib kelishimiz mumkin. O'rganilayotgan jarayon davriy bo'lgani uchun bu masalamizning yechimi (4) ko'rinishida bo'ladi. Yuqoridagi kabi juda ko'p mexanika masalalarini yechishda ularning tenglamalari (1) ko'rinishdagi oddiy differensial tenglamaga keladi. Bunday masalalar yechimini (4),(5),(6) ko'rinishdagi yechimlardan foydalanib topish mumkin.

#### Adabiyotlar

1. Saloxitdinov M.S., Nasritdinov G.N. *Oddiy differensial tenglamalar*. Toshkent, "O'zbekiston", 1994.

### MATEMATIK MODEL CHIZIQSIZ PARABOLIK TENGLAMADAN IBORAT ISSIQLIK KONVEKSIYASI MASALASINI YECHISHDA HISOBLASH TAJRIBALARI Suvonov O.O., Subxonkulov U.T., Xotamova A.O.

*Navoiy davlat pedagogika instituti, Navoiy, O'zbekiston.*

Chiziqsiz parabolik tenglamalar sinfiga qarashli bo'lgan tenglamalar: a) o'zgaruvchan koeffitsiyentli, ya'ni koeffitsiyenti temperaturaga bog'liq bo'lgan issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasiga keltiriladigan masalalar; b) manba quvvati va yoki chegaraviy shartlari temperaturaning chiziqsiz funksiyasi bo'lgan masalalar. Bu jarayonlarda birinchi navbatda, issiqlik manbasi va nurlanish hisobiga issiqlik uzatilishi kelib chiqadi, shuningdek, bunday hollarda, odatda issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti  $k(u) = k_0 u^\sigma$ , issiqlik manbasi quvvatining zichligi  $q(u) = q_0 u^\beta$ , bunda  $\sigma > 0$  va  $\beta > 1$ . Chiziqsiz issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi [1,2]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + q_0 u^\beta, \quad (1)$$

Bu tenglamani chekli ayirmalar ko'rinishida yozamiz.

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} = \frac{k_{i+1} - k_{i-1}}{2h} * \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2h} + k_i \frac{u_{i-1}^j - 2u_i^j + u_{i+1}^j}{h^2} + q_0 (u_i^j)^\beta, \quad (2)$$

Bir jinsli muxitda yonish jarayonini modellashtiramiz. Temperaturani oshirish bilan ajralib chiqadigan issiqlik miqdori  $q_1(u) = 0,05u$  qonun bo'yicha o'sadi, nurlanish natijasidagi issiqlik miqdori esa  $q_2(u) = 0,02u^2$  qonun bo'yicha o'zgaradi deb hisoblaymiz. Demak, tenglama ushbu ko'rinishni oladi  $\frac{\partial u}{\partial t} = k(u) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,05u - 0,02u^2$ , bunda  $k(u) = \frac{u^2}{2} + 0,01$ , muxit "yonishi" uchun, markaziy element temperaturasini ma'lum bir vaqt davomida,  $u_{100}(t) = \sqrt{t}$  qonun bo'yicha oshirib turamiz. Bu modellashtirishning natijasi grafik ko'rinishda keltiriladi. Temperaturani oshirish bilan, nurlanadigan  $q_2$  energiya, ajraladigan  $q_1$  energiyadan tezroq o'sadi, shuningdek, ba'zida temperaturada dinamik muvozanat paydo bo'ladi va  $q_1 = q_2$ , temperaturani o'sishi to'xtaydi. Bu holatda yonish sohasi kengayib boradi. Uchlarida doimiy o'zgarmas temperatura berilgan, bir jinsli sterjinni yonish jarayoni modellashtirilganda, sterjin markazi qizdirilib, issiqlik manbasining quvvati  $q_1 = \text{const}$ . Yongandan so'ng, issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti, temperatura kvadratiga proporsional:  $k(u) = 4u^2 + 2$ . Yonadigan qism-bo'laklarda issiqlik ajraladi, issiqlik manbasi  $q = 0,1(u - u')^3$  tenglama bilan berilgan. Olib borilgan hisoblash tajribasi ko'rsatadiki, sterjin markazida temperatura o'sib, kritik qiymatga yetadi va shundan so'ng yonish boshlanadi.

Chap uchi issiqlikdan uzilgan, o'ng uchi termostat bilan issiqlik kontaktida (doimiy temperaturaga ega) bo'lgan bir jinsli chiziqsiz muxitda yonish jarayonini qaraymiz. Issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti temperaturaga to'g'ri proporsional bo'lsin  $k(u) = \alpha u$ . Yonish natijasida ajralib chiqadigan issiqlik miqdori, temperaturaga proporsional bo'lib, tashqi muxit bilan issiqlik almashishi natijasida yo'qoladigan issiqlik miqdori, temperatura bilan quyidagicha bog'langan bo'lsin  $q = b_1 u - b_2 u^2$ . Hisoblash tajribalari ko'rsatadiki, sterjinni markazida temperatura yetarli darajada yuqori bo'lsa, muxitda temperaturani o'sishi bilan, nurlanadigan quvvat proporsional o'sadi va ajraladigan temperatura quvvatiga proporsional bo'ladi. Natijada, temperatura ma'lum qiymatga yetib, shundan so'ng o'zgaray qoladi (dinamik muvozanat boshlanadi). Yonish jarayoni sterjinni yangi elementini qamrab oladi, buning natijasida yuqori temperatura sohasi kengayadi.

#### Adabiyotlar

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977, 656 с.
2. Suvonov O.O., Kuchkarova S.S. Computational Experiment of Numerical Study of Hydrodynamic Processes in Interacting Formations. AIP Conference Proceedings 2365, 010001 (2021); <https://doi.org/10.1063/1.20005080>

## BIR NOMA'LUMLI CHIZIQSIZ TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH USULLARI

### Toshboyev S.

Namangan davlat universiteti, Namangan, O'zbekiston,  
[afsona77@list.ru](mailto:afsona77@list.ru)

Bir noma'lumli  $f(x) = 0$  tenglamaning taqribiy yechish usullari.

**Iteratsiya usuli.** Avvalo iteratsiya funksiyasi  $g(x)$  tanlab olinadi.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = g(x), \quad q = \max_{x \in [a, b]} \{|g'(x)|, x \in [a, b]\} < 1.$$

Iteratsiya funksiyasi  $g(x)$  ko'p hollarda tenglamaga  $f(x) = 0$  tenglamadan unda ishtirok etayotgan birorta  $x$  ga nisbatan yechib olishdan kelib chiqadi.

$$f(x) := x^3 + 4x - 1 = 0, \quad x = (1 - x^3) / 4 = g(x), \quad g'(x) = -3x^2 / 4, \quad x \in [0, 1], \quad g'(x) < 1$$

Lekin,  $[0, 1]$  dan tashqaridagi yechimlar uchun bu iteratsiya usuli mos kelmaydi.

$$f(x) := x^3 + 4x - 1 = 0, \quad x \in [2, 3], \quad x = \sqrt[3]{4x + 1} = g(x), \quad g'(x) = \frac{4}{3 * \sqrt[3]{4x + 1}} < 1,$$

Boshqa hollarda iteratsiya funksiyasi quyidagicha tanlab olishi mumkin.

a) agar bo'lsa  $f'(x) > 0$  (aks holda  $f_1 = -f = 0$  deyish mumkin)

$$g(x) = x - lf(x), \quad g'(x) = 1 - lf'(x), \quad |1 - lf'(x)| < 1 \rightarrow 0 < l < \frac{2}{M}, \quad M = \max\{|f'(x)|, [a, b]\}$$

b) agar  $f'(x) < 0$  bo'lsa,  $f_1 = -f = 0$  desak,

$$g(x) = x - lf_1(x) = x + lf(x), \quad g'(x) = 1 - lf_1^{(1)}(x), \quad |1 - lf_1^{(1)}(x)| < 1 \rightarrow 0 < l < \frac{2}{M}$$

$M = \max\{|f_1^{(1)}(x)|, x \in [a, b]\}$ , deb olish mumkin. Jumladan  $l = \frac{1}{M} < \frac{2}{M}$  deb olish mumkin.

Demak, ikkita hol bo'lishi mumkin ekan:

a)  $g(x) = x - lf(x) = x - \frac{1}{M} * f(x), \quad 0 \leq f' \leq M, \quad x^{(k+1)} = x^k - \frac{1}{M} f(x^{(k)}), \quad k = 0, 1, \dots$

b)  $g(x) = x + lf(x) = x + \frac{1}{M} * f(x), \quad -M \leq f'(x) \leq 0, \quad x^{(k+1)} = x^k + \frac{1}{M} f(x^{(k)}), \quad k = 0, 1, \dots$

Iteratsiya funksiyasi  $g(x)$  tanlab olingach iteratsiyalar quyidagicha quriladi:

Masalan, iteratsiya usulini qo'llash uchun uni qulay ko'rinishga keltirish kerak.

$$x^{(k)} = g(x^{(k-1)}), \quad x^0 \in [a, b], \quad k = 1, 2, \dots \quad |\xi - x^k| \leq q^k |\xi - x^0|, \quad |\xi - x^k| \leq \frac{1}{1-q} |x^k - x^{k-1}|$$

2) **Nyuton usuli.**  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = g(x), \quad g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}, \quad x^{(k)} = g(x^{(k-1)}), \quad k = 1, 2, \dots \quad f(x^{(0)}),$

$$f''(x^{(0)}) > 0$$

$$|\xi - x^k| \leq \frac{1}{q} [q |\xi - x^{(0)}|]^{2^k}, \quad q = \frac{M_2}{2m_1}, \quad M_2 = \max|f''|, \quad m_1 \geq \min|f'(x)|f(x) = x^3 + 4x - 1 =$$

$$0, \quad f'(x) = 3 * x^2 + 4, \quad f''(x) = 6 * x, \quad x \in [2, 3], \quad x_0 = 2, \quad f(2) * f''(2) > 0$$

Tenglamani yechishning Excel dasturida hisoblaymiz.

**Iteratsiya usuli bilan Excelda yechish.** A2 katakchaga «qadamlar», B2 katakchaga «x», C2 katakchaga « $|x_{i+1}-x_i|$ » deb yoziladi. A3 katakchaga «1», B3 katakchaga «0», kiritiladi, so'ngra A4 katakchaga «=A3+1», B4 katakchaga «=(1-b3\*b3\*b3)/4», C4 katakchaga «=abs(b4-b3)» deb yoziladi. Qolgan qadamlarda A5, B5, C5 katakchalardan kamida 10 ta qadamga A12, B12, C12 katakchagacha nusxa olinadi.

**Nyuton usuli bilan Excelda yechish.** A2 katakchaga «qadamlar», B2 katakchaga «xi», C2 katakchaga «F(xi)», D2 katakchaga «F1(xi)», E2 katakchaga « $|x_{i+1}-x_i|$ » deb yoziladi. A3 katakchaga «1», B3 katakchaga «2» kiritiladi, so'ngra C3 katakchaga «=b3\*b3\*b3+4\*b3-1» yoziladi. D3 katakchaga «=3\*b3\*b3+4» kiritiladi, so'ngra A4 katakchaga «=A3+1» deb yoziladi. B4 katakchaga «b3-c3/d3», C4 va D4 katakchaga C3 va D3 katakchalardan nusxa olinadi, E4 katakchaga «=abs(b4-b3)» deb yoziladi. Qolgan qadamlarda A5, B5, C5, D5 va katakchalardan toki 10 ta qadamga A12, B12, C12, D12 va E12 katakchagacha nusxa olinadi.

	A	B	C
1	Iteratsiya usuli		
2	qadamlar	X <sub>i</sub>	X <sub>i+1</sub> -X <sub>i</sub>
3	1	0	0,25
4	2	0,25	0,00390625
5	3	0,24609375	0,000180259
6	4	0,246274009	8,19367E-06
7	5	0,246265816	3,72702E-07
8	6	0,246266188	1,69524E-08
9	7	0,246266171	7,71087E-10
10	8	0,246266172	3,50731E-11
11	9	0,246266172	1,59531E-12
12	10	0,246266172	0,246266172

	A	B	C	D	E
1	Nyuton usuli				
2	qadamlar X <sub>i</sub>	F(x <sub>i</sub> )	F1(x <sub>i</sub> )		X <sub>i+1</sub> -X <sub>i</sub>
3	1	2	14		17
4	2	1,176470588	5,334215347	8,152249135	0,823529412
5	3	0,52214621	1,230941041	4,817909994	0,654324378
6	4	0,266653467	0,085574014	4,213312214	0,255492743
7	5	0,246343077	0,000321615	4,182054734	0,02031039
8	6	0,246266173	4,37028E-09	4,181941084	7,69036E-05
9	7	0,246266172	0	4,181941083	1,04504E-09
10	8	0,246266172	0	4,181941083	0
11	9	0,246266172	0	4,181941083	0
12	10	0,246266172	0	4,181941083	0

Ko'rinish turibdiki, iteratsiya usuli Nyuton usuliga nisbatan yechimga tezroq yaqinlashar ekan.

### Adabiyotlar

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. –М.:Наука,

T1.1973.

2. Тошбоев С. *Ҳисоблаш усуллари фанини инновацион ўқитишда математик тизимлар*. НамДУ илмий ахборотномаси – 2020 йил 6-сон. 405-410 бетлар.

## ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASHNING ZAMONAVIY DASTURIY VOSITALARI

**Xolmurodova Zuhra Nishonovna, Ma'murov Tal'at Tursunpo'lotovich**

*Navoiy davlat pedagogika instituti, Navoiy, O'zbekiston*

Aniq integral - matematik analizning eng muhim tushunchalaridan biridir. Egri chiziq bilan chegaralangan yuzalarni, egri chizikli yo'ylar uzunliklarini, hajmlarni, bajarilgan ishlarni, yo'llarni, inertsiya momentlarini va hokazolarni hisoblash masalasi shu tushuncha bilan bog'liq.

Ba'zi hollarda aniq integralni aniq hisoblab bo'lmaydi. Bunday hollarda aniq integral taqribiy hisoblash mumkin. Biz aniq integralni taqriban hisoblashda trapetsiyalar formulasini qo'llab misol yechishga namuna keltiramiz.

MISOL.  $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$  ni trapetsiyalar formulasi yordamida hisoblang.

Yechish:  $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}} = \frac{6-1}{5} \left[ \frac{y_0 + y_5}{2} + (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \right]$  ko'rinishda bo'ladi.

Bu yerda  $y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  lar  $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^3}}$  funksiyaning  $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 5, x_5 = 6$  nuqtalardagi qiymatlaridir, ya'ni

$$x_0 = 1, y_0 = \frac{1}{\sqrt{1+1^3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$$

$$x_1 = 2, y_1 = \frac{1}{\sqrt{1+2^3}} = \frac{1}{\sqrt{9}} \approx 0,33$$

$$x_2 = 3, y_2 = \frac{1}{\sqrt{1+3^3}} = \frac{1}{\sqrt{28}} \approx 0,19$$

$$x_3 = 4, y_3 = \frac{1}{\sqrt{1+4^3}} = \frac{1}{\sqrt{65}} \approx 0,12$$

$$x_4 = 5, y_4 = \frac{1}{\sqrt{1+5^3}} = \frac{1}{\sqrt{126}} \approx 0,09$$

$$x_5 = 6, y_5 = \frac{1}{\sqrt{1+6^3}} = \frac{1}{\sqrt{217}} \approx 0,07$$

Shuning uchun, natija quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}} \approx 1 \left[ \frac{0,71+0,07}{2} + 0,33+0,19+0,12+0,9 \right] \approx 1,12$$

Ushbu masalani MS Office amaliy dasturlaridan biri bo'lgan MS Excel dasturida yechib, natija olishga harakat qilamiz. Ishchi maydonda  $x_i$  lar uchun qiymatlar jadvalini tuzib olamiz. Shu tarzda  $y_i$  lar uchun qiymatlarni hisoblab olamiz. Shuningdek, integralning quyi va yuqori chegara qiymatlarini, bo'linishlar sonini kiritib olamiz. Va nihoyat, aniq integralni hisoblash uchun trapetsiyalar formulasini qo'llab,  $=B14*((D3+D8)/2+D4+D5+D6+D7)$  formulani kiritamiz:

xi larning qiymatlari		yi larning qiymatlari	
x0=	1	y0=	0,707106781
x1=	2	y1=	0,333333333
x2=	3	y2=	0,188982237
x3=	4	y3=	0,124034735
x4=	5	y4=	0,089087081
x5=	6	y5=	0,067884423
a=	1	quyi chegara	
b=	6	yuqori chegara	
n=	5	bo'linishlar soni	
h=	1	oraliqlar soni	
Aniq integralning taqribiy qiymati		1,122932987	

Ushbu masalani dasturlash vositalari yordamida hal etishda aniq integralni hisoblashning trapetsiya usuli uchun berilgan

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{a-b}{n} \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right) = h \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i \right)$$

formula bilan hisoblashda quyidagi algoritmni keltiramiz:

Aniq integralni hisoblash uchun trapetsiyalar formulasini qo'llab yechish ketma-ketligi uchun Python dasturlash muhitida quyidagi dasturni tuzamiz:

```

1 print("MISOL. a, b oraliqda (dx)/sqrt(1+(x**3)) ni trapetsiyalar formulasi yordamida
2 print("a=1, b=6, n=5 bo'lganda mos ravishda x0=1, x1=2, x2=3, x3=4, x4=5, x5=6 nuqtai
3 a=1
4 b=6
5 n=5
6 h=(b-a)/n
7 x0=1
8 x1=2
9 x2=3
10 x3=4
11 x4=5
12 x5=6
13 h=(b-a)/n
14 from math import *
15 y0=1/sqrt(1+(x0**3))
16 y1=1/sqrt(1+(x1**3))
17 y2=1/sqrt(1+(x2**3))
18 y3=1/sqrt(1+(x3**3))
19 y4=1/sqrt(1+(x4**3))
20 y5=1/sqrt(1+(x5**3))
21 c=h*((y0+y5)/2+y1+y2+y3+y4)
22 print("Natija: ",c)
23 input()
24

```

```

Python 3.7.9 (tags/v3.7.9:12c944c7, Aug 17 2020, 16:36:10) [MSC v.1900 64 bit (AMD64)]
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.

IPython 7.31.1 -- An enhanced Interactive Python.

In [1]: 1
Out[1]: 1

In [2]: runfile('C:/Users/Sanjar/Desktop/Trapetsiyalar_formulasi_ish.py', wdir='C:/Users/Sanjar/Desktop')
MISOL. a, b oraliqda (dx)/sqrt(1+(x**3)) ni trapetsiyalar formulasi yordamida hisoblash.
a=1, b=6, n=5 bo'lganda mos ravishda x0=1, x1=2, x2=3, x3=4, x4=5, x5=6 nuqtalardagi
qiymatlaridir,
Natija: 1.1229329873230105

```

O'ylaymizki, bu ish orqali integral haqida to'liq ma'lumot olishni hohlagan, dasturlash bilan ishlash malakasini egallamoqchi bo'lgan qiziquvchilar yetarlicha ma'lumotga ega bo'lishlari mumkin.

## ISSIQLIK O'TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN VAZNLII AYIRMALI SXEMALAR

Ziyakulova Sh.A., Umarzoda Sh.A., Xakimova D.X.

Termiz davlat universiteti, Termiz, O'zbekiston.

Differensial masalaning qo'yilishi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T. \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

$$u(0, t) = \mu_1(t), \quad u(1, t) = \mu_2(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (3)$$

$f(x, t), u_0(x), \mu_1(t), \mu_2(t)$  - berilgan funksiyalar,  $u(x, t)$ -noma'lum funksiya,  $u$  sterjenning  $x$  nuqtasidagi vaqtning  $t$  momentidagi temperaturani,  $f(x, t)$  tashqi issiqlik manbalarining zichligidir.

Differensial tenglama (1)-(3) qaralayotgan  $\bar{D} = \{0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T\}$  sohada  $\bar{\omega}_{hr} = \bar{\omega}_h \times \bar{\omega}_\tau = \{(ih, j\tau)\}$ ,  $i = \overline{0, I}, \quad j = \overline{0, J}\}$  to'r kiritiladi

bu yerda

$$\bar{\omega}_k = \{x_i = ih, \quad i = \overline{0, I}\}, \quad \bar{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, \quad j = \overline{0, J}\}, \quad h = \frac{1}{I}, \quad \tau = \frac{T}{J}.$$

$y_i^j$  orqali  $y$  funksiyaning  $\bar{\omega}_{hr}$  to'ring  $(x_i, t_j)$  tugun nuqtasidagi qiymatini belgilanadi. Quyidagi vaznli sxemalar oilasini qaraymiz

$$y_{\bar{ii}} = \Lambda(\sigma \hat{y} + (1 - 2\sigma)y + \sigma \check{y}) + \phi, \quad (4)$$

bu yerda

$$\phi = f(x, t_j), \quad y = y^j, \quad \hat{y} = y^{j+1}, \quad \check{y} = y^{j-1}, \quad y_t = \frac{\hat{y} - y}{\tau},$$

$$y_t = \frac{y - \check{y}}{\tau}, \quad \Lambda y = y_{\bar{xx}}, \quad y_{\bar{ii}} = \frac{y_t - y_t}{\tau} = \frac{\hat{y} - 2y + \check{y}}{\tau^2},$$

Boshlang'ich va chegaraviy shartlarni quyidagicha approksimatsiya qilamiz:

$$y_0 = \mu_1(t), \quad y_I = \mu_2(t), \quad y(x, 0) = u_0(x), \quad (5)$$

$$y_t(x, 0) = \tilde{u}_0(x), \quad x \in \bar{\omega}_h, \quad t \in \bar{\omega}_\tau$$

$$\tilde{u}_0(x) = \bar{u}_0(x) + 0,5\tau(u_0''(x) + f(x, 0)). \quad (6)$$

(4) ayirmali masala (5), (6) shartlarda yechiladi. Approksimatsiya xatoligi  $O(\tau^2 + h^2)$ .

$\hat{y} = y^{j+1}$  ni aniqlash uchun (4) dan quyidagiga chegaraviy masalaga ega bo'linadi:

$$\sigma\gamma^2(y_{i+1}^{j+1} + y_{i-1}^{j+1}) - (1 + 2\sigma\gamma^2)y_i^{j+1} = -F_i, \quad 0 < i < I, \quad (7)$$

$$y_0 = \mu_1, \quad y_I = \mu_2, \quad \gamma = \tau/h,$$

$$F_i = (2y_i^j - y_i^{j-1}) + \tau^2(1 - 2\sigma)\Lambda y_i^j + \sigma\tau^2\Lambda y_i^{j-1} + \tau^2\phi.$$

(7) progonka usuli bilan yechilishi mumkin.  $\sigma > 0$  bo'lganda progonka usuli turg'un.

## ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ

Абдикайимов Б.Н., Абдикайимова Г.А.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

[botirjonabdikayimov64@mail.ru](mailto:botirjonabdikayimov64@mail.ru)

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 \cos(2\pi px)\varphi(x)dx \cong \sum_{\beta=0}^N C[\beta]\varphi[\beta] \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$l_N(x) = \cos(2\pi px)\varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C[\beta]\delta(x - h\beta) \quad (2)$$

здесь  $\varphi(x) \in L_2^{(2)}(0, 1)$  - пространство Соболева,  $C[\beta]$  - коэффициенты квадратурной формулы,

$$h = 1/N, \quad N = 2, 3, \dots, p \in \mathbb{Z}, \quad \varepsilon_{[0,1]} = \begin{cases} 0, & \text{при } x \notin [0, 1], \\ 1, & \text{при } x \in [0, 1], \end{cases} \quad \delta(x) - \text{дельта функция Дирака, } [\beta] = h\beta$$

Квадратурные формулы вида (1) широко используются при решении следующих важных классов прикладных задач: расчет спектрограмм, вычисление оценок сверки и корреляции, анализ сейсмограмм землетрясений, обработка изображений, моделирование оптических систем и синтезированных голограмм, анализ и синтез речевых сигналов, решение краевых задач для уравнений в частных производных, решение задач цифровой фильтрации и др. Поэтому построение оптимальных квадратурных формул вида (1) являются актуальными задачами вычислительной и прикладной математики.

Одной из первых работ, посвященных построению квадратурных формул вида (1) является работа Файлона [1]. Кроме того, различными методами построены квадратурные формулы вида (1) (см. [2]).

В настоящей работе построены оптимальные квадратурные формулы вида (1) в пространстве Соболева  $L_2^{(2)}(0, 1)$ .

Справедлива следующая

**Теорема.** В пространстве  $L_2^{(2)}(0, 1)$  существует единственная оптимальная квадратурная формула вида

$$\int_0^1 \cos(2\pi px)\varphi(x)dx \cong \sum_{\beta=0}^N \overset{\circ}{C}[\beta]\varphi[\beta]$$

коэффициенты которой определяются равенствами

$$\overset{\circ}{C}[0] = \frac{A_2}{2} + d(1-q)(1-q^{N-1}),$$

$$\overset{\circ}{C}[\beta] = A_2 \cos(2\pi ph\beta) + 6d(q^\beta + q^{N-\beta}), \quad \beta = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$\overset{\circ}{C}[N] = \frac{A_2}{2} + d(1-q)(1-q^{N-1}).$$

Нетрудно заметить, что в теореме все оптимальные коэффициенты при фиксированных  $p$  и  $h \rightarrow 0$  стремятся к нулю, т.е.  $\lim_{h \rightarrow 0} \overset{\circ}{C}[\beta] = 0, \beta = \overline{0, N}$ .

#### Литература

1. Filon L.N.G. *On a quadrature formula for trigonometric integrals*. Proc. Roy. Soc. Edinburg, 1928. 49. P. 38-47.
2. Задирака В.К. *Теория вычисления преобразования Фурье*. Киев: Наук. Дум., 1983. 236 с.

## О ВОЗМОЖНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ САМООРГАНИЗАЦИИ ТОРГОВОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Абдуллаев У.А

*Нукусский государственный педагогический институт, Нукус, Узбекистан*

Известно, что основная деятельность торгового предприятия связана со сбытом товара. Математическое моделирование процесса самоорганизации системы, безусловно, целесообразно при определении позиции и стратегии продукта на рынке [4]. Поэтому представляется естественным, что описание и изучение этих процессов носит не детерминированный характер, а использование стохастических математических моделей. Во многих случаях случайные воздействия формируют процесс броуновского движения, подчиняющегося закону нормального распределения. Математическое моделирование событий такого типа в основном сводится к стохастическим дифференциальным или интегро-дифференциальным уравнениям типа Ито.

В этой работе мы показываем решения самоорганизующейся системы путем построения стохастического интегро-дифференциального уравнения.

Пусть задача самоорганизующейся система сформулировано следующим образом [1]:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = \omega(t)X(t)(1 + X(t) - \int_0^t X(s)ds), \\ X(0) = X_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $X(t)$  количество спроса товара в момент времени  $t$ ,  $X(0)$ -начальное число в момент времени  $t=0$ ,  $\omega(t)$  - скорость роста в момент времени  $t$ .

**Теорема.** Пусть  $X(t) = \int_0^t X(s)ds$  тогда задача (1) имеет решение

$$X(t) = X(0) \exp \left( \int_0^t ((\omega(s) - \frac{1}{2} \lambda^2(s)) ds + \int_0^t \lambda(s) dW(s) \right)$$

где  $\omega(t) = \omega(t) + \lambda(t) \frac{dW(t)}{dt}$ ,  $(\lambda(t) \frac{dW(t)}{dt})$  - шум.

Пусть в задаче (1) интеграл не определено тогда мы решим задачу (1) следующим алгоритмом:

1. Используем стохастический  $\theta$ -метод [3] для (1).
2. Используем эйлеровского аппроксимация [2].
3. Смоделируем (1) задачу в R.

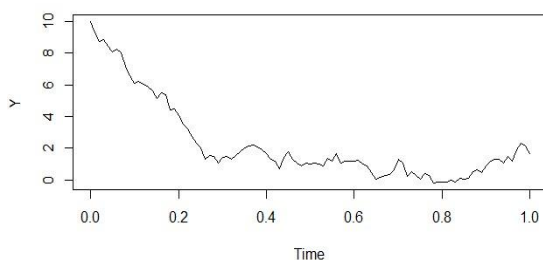


Рисунок-1:  
 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 5, \theta_3 = 3.5$

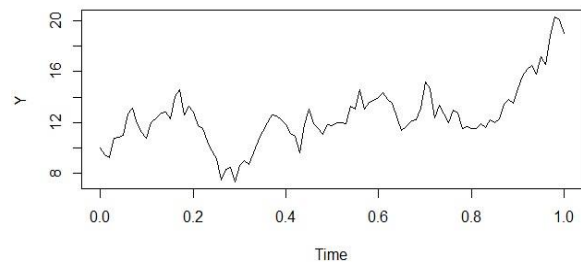


Рисунок-2:  
 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 5, \theta_3 = 10$

В докладе будут изложены доказательство теоремы и численное решение задачи (1) в случае не определенности интеграла.

### Литература

1. Bernt Oksendal. *Stochastic Differential Equations and Introduction with Applications*. Springer 2003.
2. Паргасарати К. *Введение в теорию вероятностей и теорию меры*: Пер. с англ/Под ред. В.В. Сазонова.- М.: Мир, 1983.
3. Peng Hu and Chengming Huang. *The Stochastic  $\Theta$ -Method for Nonlinear Stochastic Volterra Integro-Differential Equations*. Abstract and Applied Analysis Volume 2014, Article ID 583930, 13 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2014/583930Accepted>.
4. Абдуллаев У.А. *Идентификация математической модели и исследование поддержки принятия решений для самоорганизации социально-экономических систем предприятия торговли* // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 8-1. – с. 13-18.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУМЕРНОГО СОСТОЯНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ И ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Абдураимов Д.Э, Нуркулов Ж.А

Гулистанский государственный университет, Сурдаря, Узбекистан

Деформация тела неразрывно связана с изменением температуры. Изменения температуры приводят к изменению деформаций. Тело деформируется под действием внешних сил и по мере в результате изменения температуры (нагрев или охлаждение).

На основании приведенного соотношения рассмотрим родственную динамическую краевую задачу термоупругости для изотропных и анизотропных тел: это уравнение движения

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

отношения Дюгамеля-Неймана

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu)(T - T_0) \delta_{ij} \quad (2)$$

и уравнение теплопроводности в целом

$$\lambda_{ij} T_{,ij} - C_\varepsilon \dot{T} - T \cdot \beta_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \quad (3)$$

уравнение (1) - является двумерным:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + X_1 = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + X_2 = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{cases} \quad (4)$$

уравнение тепловыделения для изотропных тел:

$$\lambda_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - C_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} \right) = 0 \quad (5)$$

Используя уравнение движения и соотношение Дюгамеля-Неймана, мы помещаем его в уравнение равновесия следующим образом:

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\lambda_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - C_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} \right) = 0 \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) решаются численно с начальными и граничными условиями соответственно



$$u(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_1, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi_1, \quad v(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_2, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{t=0} = \psi_2$$

$$T(x, y, t)|_{t=0} = T_0; \quad u(x, y, t)|_{\Sigma} = u_0; \quad v(x, y, t)|_{\Sigma} = v_0; \quad T(x, y, t)|_{\Sigma} = \bar{T}_0(t) \quad (8)$$

Здесь коэффициенты Ламе, теплопроводность, коэффициент теплового расширения, теплоемкость при постоянной температуре, температура, плотность тела. Уравнения (6) и (7) решаются численно в разных соотношениях.

В заключение на основе приведенных формул строится математическая модель. Мы продолжим наши дальнейшие исследования, изучая изменения ее состояния за счет дополнительных внешних воздействий по смежным вопросам, методы их численного решения и создание программного обеспечения для эти проблемы.

#### Литература

1. Ильющин А.А., Победря Б.Е. *Основы математической теории термовязко упругости*. - М.: Наука, 1980. - 280 с.
2. Самарский А.А. *Теория разностных схем*. - М.: Наука, 1983. - 646 с.
3. Победря Б.Е. *Численные методы в теории упругости и пластичности*. - М.: МГУ, 1996. - 343 с.

### ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОЛУДИСКРИТИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАЗИДВУХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ

**Абдуразаков Абдужаббор, Махмудова Насиба, Мирзамахмудова Нилуфар**

*Ферганский политехнический институт, Фергана, Узбекистан*

*mirzamaxmudova@mail.ru*

Интерес к уравнениям в частных производных параболического типа, вырождающихся на границе рассматривает области, в первую очередь их приложениям к задачам фильтрации газа в многослойных пластах. Данная работа посвящена численным решениям краевых задач (краевые задачи третьего рода) описывающих движение газа в двуслойных пластах. Пусть двуслойный пласт состоит из хорошо проницаемого пласта ограниченный сверху (или снизу) слабо проницаемыми прослойками. Разработка ведется из хорошо проницаемого пласта. Задача изучено квазидвухмерных подстановок. Настоящая краевая задача безразмерном виде сформируется следующим образом.

$$\begin{cases} \frac{1}{m(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) = M(x, t, u) \frac{\partial u}{\partial t} + A(x) k_1(z) \left. \frac{\partial u_1}{\partial z} \right|_{z=1} + \int_0^t R(t, s) u(x, s) dt, \\ \frac{1}{m_1(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left( k_1(z) \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) = M_1(z, t, u_1) \frac{\partial u_1}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

При начальных условиях

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_1(x, z, 0) = \varphi_1(x, z)$$

Допустим  $k_1(0) = 0$ , тогда граничные условия

$$k(x) \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} - \alpha_1(t) u|_{x=0} - \beta_0 = 0,$$

$$k_1(z) \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} + \alpha_2(t) u|_{x=1} + \beta_1 = 0,$$

$$k_1(z) \left. \frac{\partial u_1}{\partial z} \right|_{z=0} - \gamma(t) u_1|_{z=0} + \beta_3 = 0,$$

$$u(x, t) = u_1(x, 1, t),$$

если

$$\int_0^1 \frac{dz}{k_1(z)} < +\infty, \text{ а если } \int_0^x \frac{dz}{k_1(z)} = +\infty,$$

$$\int_0^{\xi} \frac{m_1(\xi)}{k_1(\xi)} d\xi < +\infty,$$

тогда, при  $z = 0$  заменяется условием

$$\left| u_1(x, z, t) \Big|_{z=0} \right| < +\infty$$

$Q_T = \Omega \times (0, T], \Omega = [0, 1]$ , коэффициенты систем уравнения заданные функции в области изменения своих аргументов

Для решения этой задачи предлагается метод полудискретизации (метод прямых). Система уравнений (1) будем аппроксимировать на прямых

$$t_j = j\tau, j = 1, 2, \dots, N, \quad N = \left\lceil \frac{T}{\tau} \right\rceil$$

тогда получим дифференциально-разностную задачу и будем применять метод итерации. Дифференциально-разностная задача решается последовательно от слоя  $\Omega_j$  к слою  $\Omega_{j+1}$  причем начиная с  $j=1$  каждый раз приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений существование и единственность решения доказано в работе [1].

Доказывается, что при переходе  $\tau \rightarrow 0$  функции  $\{u(x, \tau_j), u(x, z, \tau_j)\}$  (или их линейные доопределения

$$u^r(x, t) = \frac{t-t_{j-1}}{\tau} u_j(x) + \frac{t_j-t}{\tau} E_{j-1}, \quad u_1^r(x, z, t) = \frac{t-t_{j-1}}{\tau} E_{ij}(x, t) + \frac{t_j-t}{\tau} E_{ij-1}$$

совпадающие  $u_1(x, j\tau)$  и  $u_1(x, t, j\tau)$  при  $j\tau$  и линейно зависящие от  $t$  внутри слоев  $j\tau \leq t \leq (j+1)\tau$  решения  $\{u(x, t), u(x, z, t)\}$  задачи (1). Для этого получена оценка типа С.Н.Бернштейна. Они базируются на принципе максимума, присущие дифференциально-разностным уравнениям. Доказано, что приближенное решение получается методом прямых, сходится к точному решению со скоростью  $O(\tau)$ . для численной реализации предложен модифицированный вариант дифференцируемых прогонок и используется программное обеспечение Maple.

## ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ МНОГОМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛТЕРРА ВТОРОГО РОДА С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕТИКОЧИСЛОВЫХ СЕТОК

**Абираев Имомали Мелибоевич**

*Денауский институт предпринимательства и педагогики, Денау, Узбекистан*

Сочетая метод итерации с методом теоретикочисловых сеток, рассмотрим приближенное решение следующей системы многомерных интегральных уравнений Вольтерра второго рода

$$\varphi_j(P) = \int_0^x \dots \int_0^x \sum_{r=1}^q K_{jr}(P, Q) \varphi_r(Q) d\bar{Q} + f_j(P), \quad j = 1, 2, \dots, g; \quad q \leq g \quad (1)$$

где  $P = (x_1, x_2, \dots, x_s)$ ,  $Q = (y_1, y_2, \dots, y_s)$ ,  $d\bar{Q} = dy_1 dy_2, \dots, dy_s$ .

Будем предполагать, что в (2) свободный член и ядро принадлежит соответственно классам  $H_s^\alpha(C_1)$  и  $H_{2s}^\alpha(C_2)$ , то есть

$$f_j(P) \in H_s^\alpha(C_1), \quad K_{jr}(P, Q) \in H_{2s}^\alpha(C_2) \quad j = 1, 2, \dots, g;$$

$$\tau = 1, 2, \dots, q. \quad (2)$$

**Определение 1.** Пусть  $\alpha \geq 1$  - целое. Будем говорить, что функция  $f(x_1, x_2, \dots, x_s)$  принадлежит классу  $H_s^\alpha$ , если в единичном  $s$ - мерном кубе  $G_s$  она имеет непрерывные производные вида

$$\frac{\partial^n f(x_1, x_2, \dots, x_s)}{\partial x_1^{n_1} \partial x_2^{n_2} \dots \partial x_s^{n_s}} \quad (0 \leq n \leq \alpha s, \quad 0 \leq n_s \leq \alpha).$$

**Определение 2.** Сетки вида

$$M_{nk} = \left( \left\{ \frac{a_1 k}{N} \right\}, \dots, \left\{ \frac{a_n k}{N} \right\} \right), \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

в которых величины  $a_1, \dots, a_n$  являются оптимальными коэффициентами по модулю  $N$ , будем называть параллелепипедальными сетками. Здесь  $\{x\}$  означает дробную долю числа  $x$ .

В работах [1], [2] на классе  $E_S^\alpha$  дано приближенное решение интегральных уравнений Фредгольма с помощью оптимальных коэффициентов. Квадратурные формулы на классе  $E_S^\alpha$  строились для случая, когда интегрирование велось по единичному кубу. В уравнениях Вольтерра имеются переменные в пределе интегрирования и при сведении уравнения Вольтерра к уравнению Фредгольма приводит к снижению гладкости ядра. Поэтому рассмотрим случай когда ядро  $K_{ij} \in H_{2s}^\alpha$  и свободный член  $f \in H_s^\alpha$

Имеют место следующие теоремы.

**Теорема.** Если в системы (1) функции

$$f_j(P), \quad K_{it}(P, Q), \quad (j = 1, \dots, g; \quad \tau = 1, \dots, q)$$

удовлетворяют условиям (2), то справедливо соотношение

$$\varphi_i(P) - f_i(P) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M \frac{x^n}{n!} \Psi(P, PM_{k,n}) = O(N^{-\alpha+\varepsilon}),$$

где

$$M_{kv} = \left( \left\{ \frac{a_{s(v-1)+1} k}{N} \right\}, \dots, \left\{ \frac{a_{sv} k}{N} \right\} \right), \quad k = 1, 2, \dots, N; \quad v = 1, 2, \dots, n,$$

и  $\{A\}$  означает расстояние до ближайшего целого.

#### Литература

1. Коробов Н.М. Приближенное вычисление кратных интегралов спомощью методов теории чисел // ДАН СССР, -М.:1957, 115, № 6 С.1062-1065.
2. Коробов Н.М. Применение теоретико-числовых сеток в интегральных уравнениях и интерполяционных формулах // Тр. Матем.Ин-та АН СССР, -М.:1961, 60, С. 195-210.
3. А.Д.Полянина, А.В.Манжиров «Справочник по интегральным уравнениям». -М; Физмат, 2003
4. Е.В.Сумин, В.Б.Шерстюков, О.В. Шерстюкова. Интегральные уравнение Фредгольма и Вольтерра, краевые задачи и методы их решения. Учебно-методические пособие. Москва 2016. - 96с.
5. Асанов, Авыт. Приближенное вычисление линейного итегрального уравнение Вольтерра-Стилтьеса второго рода обобщенным методом трапеции. Молодой ученный.-2014.-№ 6(65).-С. 3-9.
6. Абдурашидов А.А. Приближенное решение линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра методом вариационных итераций. Молодой ученый.-2017.-№6 (140) С.8-12.

## ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА 2-ГО РОДА С ПОМОЩЬЮ РАВНОМЕРНЫХ СЕТОК.

**Абираев Имомали Мелибоевич**

Денауский институт предпринимательства и педагогики, Денау, Узбекистан

**Определение 1:** Выберем целое  $n$  из условия

$$(n-1)^s \leq N \leq n^s$$

и разобьем каждое из ребер единичного  $s$ -мерного куба на  $n$  равных частей. Проводя через точки деления плоскости, параллельные координатным плоскостям, разобьем куб на  $n^s$  малых кубиков. Совокупность точек

$$M_k = \left[ \frac{l_1}{k}, \dots, \frac{l_s}{k} \right] \quad (1 \leq l_v \leq n, \quad v=1, 2, \dots, s)$$

называется равномерными сетками.

**Определение 2:** Пусть  $\alpha \geq 1$  -целое. Будем говорить, что функция  $f(x_1, \dots, x_s)$  перинадлежит классу  $H_s^\alpha$ , если в единичном кубе  $G_s$  она имеет непрерывные производные вида

$$\frac{\partial^n f}{\partial x_1^{n_1} \dots \partial x_s^{n_s}} \quad (0 \leq n \leq \alpha s, \quad 0 \leq n_s \leq \alpha).$$

Если эти производные непрерывны во всем  $s$ -мерном пространстве и функция  $f(x_1, \dots, x_s)$  имеет период, равный единице по каждой из переменных, то будем говорить, что  $f(x_1, \dots, x_s)$  периодическая функция из класса  $H_s^\alpha$ .

В работах [1], [2], [4], [5], на классе  $E_s^\alpha$  дано приближенное решение интегральных уравнений Фредгольма и системы интегральных уравнений Фредгольма с помощью оптимальных коэффициентов. Квадратурные формулы на классе  $E_s^\alpha$  строились для случая, когда интегрирование велось по единичному кубу. В уравнениях Вольтерра имеются переменное в пределе интегрирования и при сведении уравнения Вольтерра к уравнению Фредгольма приводит к снижению гладкости ядро. Поэтому рассмотрим случай, когда ядро  $K_{\tau j} \in H_2^1$  и свободный член  $f \in H_1^1$ .

Рассмотрим системы интегральных уравнений

$$\varphi_j(x) = \int_0^x \sum_{\tau=1}^q K_{\tau j}(x, y) \varphi_\tau(y) dy + f_j(x), \quad j = 1, 2, \dots, g; \quad q < g. \quad (1)$$

Пусть свободные члены и ядро удовлетворяют условиям

$$f_j(x) \in H_1^1(C_1), \quad K_{\tau j}(x, y) \in H_2^1(C_2), \quad j = g; \quad \tau = 1, \dots, q. \quad (2)$$

Пусть

$$\psi_{jn}(x, y_1, \dots, y_n) = \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^q K_{j_1 j_1}(x, y_1) \prod_{m=2}^n K_{j_{m-1} j_m}(y_{m-1}, y_m) f_{j_n}(y_n).$$

Легко видеть, что если  $f_1(x_1, \dots, x_s)$  и  $f_2(x_1, \dots, x_s)$  принадлежит соответственно классам  $H_s^\alpha(C_1)$  и  $H_s^\alpha(C_2)$ , то при любых

$$B_1 f_1 + f_2 B_2 \in H_s^\alpha(|B_1|C_1 + |B_2|C_2); \quad f_1 \cdot f_2 \in H_s^\alpha(C_1 C_2 2^{\alpha s})$$

Тогда, так как  $\alpha = 1$ , функция  $K(x, y_1)K(y_1, y_2) \dots K(y_{n-1}, y_n)f(y_n)$ , рассматриваемая как функция переменных  $y_1 \dots y_n$ , принадлежит классу  $H_s^1(2^n C_1 C_2)$  и следовательно

$$\psi_{jn}(x, y_1, \dots, y_n) \in H_s^1((2q)^n C_1^n C_2).$$

Пусть  $N$ -растущее натуральное число и  $|\lambda| < \frac{1}{(C_1+1)C_2\alpha q}$ . Натуральные числа  $N_1$  и  $M$

определяем следующим образом

$$M = \frac{\log \log N_1 + \sqrt{(\log \log N_1)^2 - (\alpha - 1) \log |\lambda| q \llbracket 2^{\alpha+1} A \rrbracket C_2 B}}{\log |\lambda| q \llbracket 2^{\alpha+1} \left(3 + \frac{2}{\alpha - 1}\right) \rrbracket C_2 B - \log \log N_1},$$

$$N_1 = \llbracket N^{\frac{1}{2}} \rrbracket, \quad A = 3 + \frac{2}{\alpha - 1} D, \quad B = 2^{\alpha+1} A.$$

Тогда для решение ситемы (1) имеет место следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $N \geq 2^\alpha$ ,  $\alpha > 1$ , выполняются условия (2). Тогда для решения ситемы (1) справедливы равенства

$$\varphi_j(x) = f_j(x) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^M \lambda^n \sum_{\substack{0 < l_j < k \\ 1 \leq j \leq n}} \psi_{in}(x, M_k) + R_N, \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

где

$$M_k = \left[ \frac{l_1}{k}, \dots, \frac{l_s}{k} \right], \quad R_N = \theta B N^{-\frac{\alpha-1}{2M}} \log^{M-1} N^{\frac{1}{2M}}, \quad |\theta| < 1,$$

$D = D(\alpha, \lambda, q, A, C_1 C_2)$  – постоянная, не зависящая от  $N$ .

### Литература

1. Коробов Н.М. *Приближенное вычисление кратких интегралов с помощью методов теории чисел* // ДАН СССР, -М.. 1957, 115, № 6, С. 1062-1065.
2. Коробов Н.М. *Применение теоретико-числових сеток в интегральных уравнениях и интерполяционных формулах* // Тр. Матем. Ин-та АН СССР, -М.: 1961, 60, С.195-210.
3. Шахов Ю.Н. *О приближенном решении Вольтерра II рода методом итераций* // ДАН СССР, -М.: 1959, 128, № 6, С.1136-1139.
4. Исраилов М.И., Абираев И.М. *Приближенное решение системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода с помощью теоретико-числовых сеток* // Узбекский математический журнал, Ташкент, 1993, №2, С. 43-51.
5. Исраилов М.И., Абираев И.М. *Приближенное решение системы сингулярных интегральных уравнений с ядром Гильберта* // Узбекский математический журнал, Ташкент, 1994, №, С. 40-47.

## ЭЛЕМЕНТ РИССА В ПРОСТРАНСТВЕ $K_2(P_2)$

Азамов С.С., Нишанова Г.Х.

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан*

Рассмотрим следующую квадратурную формулу

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_\beta \varphi(h\beta), \quad (1)$$

где  $C_\beta$  – коэффициенты квадратурной формулы (1),  $h = 1/N$ ,  $N$  – натуральное число,  $\varphi(x)$  – является элементом гильбертова пространства  $K_2(P_2)$ , где  $P_2(z) = z^2 + 2z + 1$ . Норма функций из пространства  $K_2(P_2)$  определяется следующим образом

$$\|\varphi\|_{K_2(P_2)}^2 = \int_0^1 (\varphi''(x) + 2\varphi'(x) + \varphi(x))^2 dx \quad (2)$$

Разность между интегралом и квадратурной суммой, т.е.

$$\int_0^1 \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C_\beta \varphi(h\beta) = (\ell, \varphi) \quad (3)$$

называется погрешностью квадратурной формулы (1), и этой разности соответствует функционал погрешности  $\ell$ , который имеет вид

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta \delta(x - h\beta) \quad (4)$$

Здесь  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  – характеристическая функция отрезка  $[0, 1]$ , а  $\delta(x)$  – дельта функция Дирака.

Норма функционала погрешности  $\ell$  квадратурной формулы (1) определяется следующим образом [1]:

$$\|\ell\|_{K_2^*(P_2)} = \sup_{\|\varphi\|_{K_2(P_2)}} \frac{(\ell, \varphi)}{\|\varphi\|} \quad (5)$$

где  $K_2^*(P_2)$  – сопряженное пространство к пространству  $K_2(P_2)$ .

С учетом неравенства Коши-Шварца (3) погрешность квадратурной формулы оценивается с помощью нормы функционала погрешности следующим образом

$$(\ell, \varphi) \leq \|\ell\|_{K_2^*(P_2)} \cdot \|\varphi\|_{K_2(P_2)}$$

Отсюда получим следующую задачу.

**Задача:** Найти элемент Рисса для функционала погрешности  $\ell$ .

Найдем общий вид функционала погрешности, используя теорему Рисса

$$(\ell, \varphi) = \langle \psi, \varphi \rangle_{K_2(P_2)}$$

и  $\|\ell\|_{K_2^*(P_2)} = \|\psi\|_{K_2(P_2)}$ , где  $\psi$  – элемент Рисса.

Элемент Рисса  $\psi$  для которой выполняется равенство

$$(\ell, \psi) = \|\ell\|_{K_2^*(P_2)} \cdot \|\psi\|_{K_2(P_2)},$$

называется экстремальной функцией функционала погрешности  $\ell$ .

Напомним, что скалярное произведение  $\langle \psi(x), \varphi(x) \rangle$  определяется следующим образом

$$\begin{aligned} \langle \psi(x), \varphi(x) \rangle &= \int_0^1 (\psi''(x) + 2\psi'(x) + \psi(x))(\varphi''(x) + \varphi'(x) + \varphi(x)) dx = \\ &= \int_0^1 (\psi^{(IV)}(x) - 2\psi''(x) + \psi(x))\varphi(x) dx \end{aligned}$$

Отсюда, учитывая единственность функции  $\psi(x)$ , получаем уравнение

$$\psi^{(IV)}(x) - 2\psi''(x) + \psi(x) = \ell(x) \quad (6)$$

Для решения уравнения (6) справедлива следующая

**Теорема.** Решение уравнения (6) является экстремальной функцией  $\psi(x)$  функционала погрешности  $\ell$  квадратурной формулы (1) и имеет вид:

$$\psi(x) = \ell(x) * G_2(x) + ae^{-x} + bxe^{-x}$$

$$\text{где } G_2(x) = \frac{\text{sign}(x)}{4} (-sh(x) + xch(x)).$$

#### Литература

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. -М.: Наука, 1974, 808 с.

### РАСЧЁТ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЯ САН-ВЕНАНА

Алоев Р.Д., Акбарова А.А., Яхёхонова С.О., Абрайкулов С.Ю.

Национальный Университет Узбекистана, улица Университетская, 4, Ташкент, 100174,  
Узбекистан,

aloevr@mail.ru; aziza\_aziza\_2019@mail.ru;

Система уравнений Сен-Венана, описывающая течения без компонентов турбулентной диффузии, имеет следующий вид (см. [1]):

$$\begin{cases} u_t + uu_x + vv_y + gH_x = \phi_1 \\ v_t + uv_x + vv_y + gH_y = \phi_2 \\ H_t + (Hu)_x + (Hv)_y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь

$$\phi_1 = lv - g \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{C_s^2 H} u + \frac{\tau_x}{\rho H} + \frac{\partial h}{\partial x}, \quad \phi_2 = -lu - g \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{C_s^2 H} v + \frac{\tau_y}{\rho H} + \frac{\partial h}{\partial y},$$

$x, y$  — направления ортогональных осей координат,  $t$  — время,  $u, v$  — компоненты скорости,  $H$  — глубина воды,  $\rho$  — плотность воды,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\tau_x, \tau_y$  — компоненты ветрового напряжения на поверхность воды,  $h$  — расстояние от отметки пласта до опорной горизонтальной поверхности,  $C_s$  — коэффициент Шези,  $l$  — параметр Кориолиса.

Данная система (1) может быть линеаризована в следующий вид [2]:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{B} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = \bar{F}, \quad (2)$$

$$\bar{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} \bar{u} & 0 & \bar{c} \\ 0 & \bar{u} & 0 \\ \bar{c} & 0 & \bar{u} \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} \bar{v} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{v} & \bar{c} \\ 0 & \bar{c} & \bar{v} \end{pmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{pmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \bar{f}_3 \end{pmatrix},$$

Матрицу  $\bar{A}$  в зависимости от значения  $\bar{u}$  можно представить в виде суммы двух соответственно  $\bar{A}^+$  неотрицательно определенной и  $\bar{A}^-$  не положительно определенной матриц. Аналогичным образом, матрицу  $\bar{B}$ , в зависимости от значения  $\bar{v}$  можно представить в виде суммы двух матриц. В таком случае система (2) примет следующую форму записи:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{A}^+ + \bar{A}^-) \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + (\bar{B}^+ + \bar{B}^-) \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = \bar{F}, \quad (3)$$

Для системы уравнений Сен-Венана необходимо зададим начальное условие в момент времени  $t = 0$  и граничные условия на границе притока и оттока в зависимости от того докритическое течение это, или сверхкритическое.

Именно такое разбиение матриц  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$  на сумму двух знакоопределенных матриц даёт нам возможность построения противопоточной разностной схемы расщепления по направлениям:

$$I. \frac{W_{jl}^{\kappa} - V_{jl}^{\kappa}}{\Delta t} + (B^+)^{\kappa}_{jl} \frac{V_{jl}^{\kappa} - V_{j-1l}^{\kappa}}{\Delta y} + (B^-)^{\kappa}_{jl} \frac{V_{j+1l}^{\kappa} - V_{jl}^{\kappa}}{\Delta y} = 0,$$

$$II. \frac{V_{jl}^{\kappa+1} - W_{jl}^{\kappa}}{\Delta t} + (A^+)^{\kappa}_{jl} \frac{V_{jl}^{\kappa+1} - V_{j-1l}^{\kappa+1}}{\Delta x} + (A^-)^{\kappa}_{jl} \frac{V_{j+1l}^{\kappa+1} - V_{jl}^{\kappa+1}}{\Delta x} = F_{jl}^{\kappa},$$

$$\kappa = \overline{0, K-1}; \quad j = \overline{1, J-1}; \quad l = \overline{1, L-1}.$$

И получили результат следующего вида:

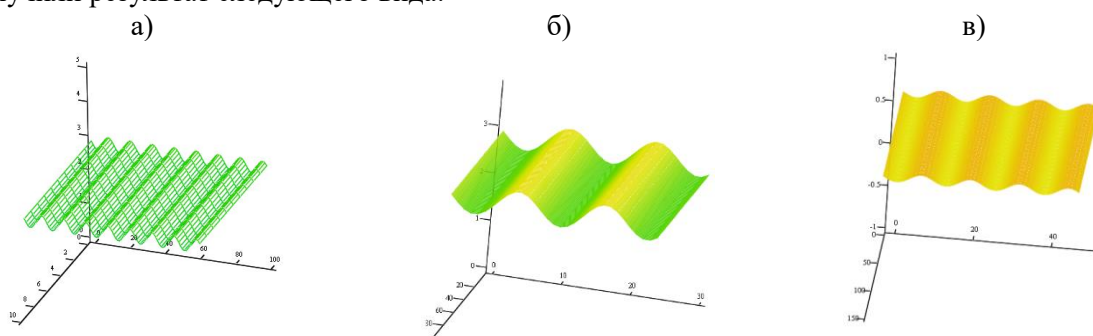


Рис.1. а)  $u$  — скорость по направлению  $x$ , б)  $v$  — скорость по направлению  $y$ , в)  $H$  — глубина воды

Вычислительный эксперимент проведен для реки Угам. Для эксперимента взяли участок длиной в 100 метров и шириной в 21 метр. На рисунке «а» показан график изменения скорости по направлению длины реки. На рисунке «б» показан график изменения скорости по направлению ширины реки. На рисунке «в» показан график изменения высоты уровня воды по направлению длины реки Угам.

### Литература

1. Tran Gia Lich and Le Kim Luat. *Boundary conditions for the two-dimensional Saint-Venant equation system*. Appl. Math. Modelling, 1992, Vol. 16, September
2. Tran Gia Lich, Le Viet Cuong, and Nguyen Minh Son. *Calculation of the horizontal two-dimensional unsteady flow by the method of characteristics*. Preprint Series, No. 17, Institute of Mathematics & Institute of Computer Science and Cybernetics. Hanoi, 1985.
3. П. Г. Киселев. *Справочник по гидравлическим расчетам*. М.: Энергия, 1972. — 312 с.

## УКРУПНЁННЫЕ АЛГОРИТМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

<sup>1</sup>Арипов М., <sup>2</sup>Имомов А., <sup>2</sup>Тошбоев С.

<sup>1</sup>Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан;

<sup>2</sup>Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан

Алгоритм — это формальное описание способа решения задачи путем разбиения его на конечную последовательность элементарных операций- модулей, каждый из которых выполняет одно или несколько действий, которое по заранее определенным критериям не имеет смысла

детализировать. Алгоритм на выбранном языке программирования записывается с помощью команд описания данных, вычисления значений и управления последовательностью выполнения программы.

В настоящее время имеются математические программы, с помощью которых без составления программ можно решить обширный класс математических задач с помощью команд, как в калькуляторах. Их называют математическими системами. Правда, желающие могут и делать это с помощью внутреннего языка программирования математических систем. Вот небольшой список математических систем: Matchad, Maple, Mathematica...

В математических системах решение задачи можно найти 4-мя способами:

1) на основе команд. 2) на основе алгоритма. 3) на основе внутреннего языка. 4) на основе интерактивного способа [1,2].

Именно, в математической системе Matchad эти четыре способа решения задач выглядят наиболее ярко. Для решения задач методов вычислений важную роль играет второй способ решения задач, так как в этом способе задача решается только с помощью математического алгоритма решения задачи. Matchad выступает в качестве исполнителя укрупнённого алгоритма, а пользователь играет роль создателя алгоритма. Наши мысли, мы демонстрируем двумя примерами: нахождение собственных значений матрицы методами Левеерье и непосредственного определения.

Алгоритм 1. Двух этапный метод непосредственного развёртывания определителя:

1) Вычисление векового уравнения:  $D(\lambda) = |A - \lambda E| = (-1)^n (\lambda^n - \sum_{i=1}^n p_i \lambda^i) = 0$ .

2) Решение векового уравнения:  $D(\lambda) = |A - \lambda E| = 0, \lambda = \lambda_i, i = 1..n$ .

Для двух этапного процесса составим укрупнённый алгоритм:

```
ORIGIN:=1  A:= $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$   n:=cols(A)  E:=identity(n)  // матрицы
```

```
D(x):=|A-x*E|  D(x)→-x3+9*x2-12*x+6  // вековое уравнение
```

```
p(x):=D(x)coeffs, x→[6 -12 9 -1]T  // коэффициенты векового урав.
```

```
r:=polyroots(p)  r=[7.508 0.746+i0.493 0.746-i0.493]T  // собственные значения
```

Данный метод универсальный, он находит все собственные значения.

В работах [3-5] рассмотрены укрупнённые алгоритмы нахождения всех собственных значений на основе классических методов Левеерье, Крылова, интерполяции, LU, QR.

#### Литература

1. Демидович Б.П., Марон И.А. *Основы вычислительной математики*. М.:Наука, 1966. -664 с.
2. Шуп Т.Е. *Прикладные численные методы в физике и технике*. М.: ВШ, 1990. -256 с.
3. Имомов А. *Методы вычислений*. 1-часть. Н.:НамГУ, 2019-120 с.
4. Имомов А. *Методы вычислений*. 2-часть.Н.:НамГУ, 2018.-120 с.
5. Имомов А. *Решение полной проблемы собственных значений матриц в Mathcad*. Научный вестник НамГУ. 2021. №5. с. 62-67.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ С ДВОЙНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ С ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

Арипов М.М.<sup>1</sup>, Нигманова Д.Б.<sup>2</sup>

Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан

[mirsaidaripov@mail.ru](mailto:mirsaidaripov@mail.ru), [dill198912@gmail.ru](mailto:dill198912@gmail.ru)

Рассмотрим в области  $Q = \{(t, x) : 0 < t, x \in R^N\}$  задачу Коши для параболического уравнения с распределёнными параметрами и с двойной нелинейностью

$$Lu \equiv -|x|^n \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left( |x|^n u^{m-1} |\nabla u^k|^{p-2} \nabla u^l \right) + \varepsilon |x|^n u^{p_1} v^{q_1}, Lv \equiv -|x|^n \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla \left( |x|^n v^{m_2-1} |\nabla v^k|^{p-2} \nabla v^{l_2} \right) + \varepsilon |x|^n u^{p_2} v^{q_2} \quad (1)$$

с начальным условием

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, v(0, x) = v_0(x) \geq 0, x \in R^N, \quad (2)$$



где,  $k \in R, m_1, m_2 > 1, p_i, q_i \geq 1, p \geq 2, n$  заданные параметры,  $\nabla(\bullet) = grad(\bullet)$  и,  $u_0(x) \geq 0, v_0(x) \geq 0$  - нетривиальная, неотрицательная, ограниченная и достаточно гладкая функция.

В последние годы стали интенсивно изучать неограниченные решения, являющиеся причиной наличия энерговыделения, химической реакции и др. Во многих физических процессах возникают именно такие решения. В связи с этим А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, Галактионов В. А., Михайлов А. П. и др. разработали теорию и практику исследования задач с режимом обострения применительно к системе уравнений (1) в случае, когда  $p=2$  или  $m=1$  [3-5].

Уравнение (1) описывает множество физических процессов например, процессы реакции-диффузии, теплопроводности, политропической фильтрации жидкости и газа в нелинейной среде.

Задача (1)-(2) в случае  $p=2$  исследовалась многими авторами [1-5]. Например в [1] рассмотрели квазилинейное параболическое уравнение с источником и неоднородной плотностью следующего вида:

$$\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left( u^{m-1} |Du|^{\lambda-1} Du \right) + u^p \quad (3)$$

в предположение, что  $p > 1, m + p - 3 > 0, \beta > m + p - 2, \rho(x) = \rho_0(x) = |x|^{-l}$  либо

$\rho(x) = (1 + |x|)^{-l}, l \geq 0, u_0(x)$  - неотрицательная измеримая функция из класса  $L_{1,loc}(\mathbb{R}^N)$  и такая,

что  $\int_{\mathbb{R}^N} \rho(x) u_0^{1+(m+p-3)/p-1} dx < \infty$ . Они нашли условия на параметры задачи, при которых решение

задачи Коши взрывается за конечное время. Более того, получена точная универсальная, т.е. не зависящая от начальной функции, оценка решения вблизи времени обострения.

В частности, [2] исследовал свойства положительных решений задачи (3) при  $m=1$ . При  $0 < \beta < 1, m=1$  условие глобальной разрешимости задачи (3) получено в [2].

В настоящей работе исследована один из способов построения автомодельного уравнения к системе (1) и исследована глобальная разрешимость типа Фуджиты решений задача Коши, рассматривается влияние переменной плотности, оценка решений, устанавливается асимптотическое поведение автомодельных решений в зависимости от значения числовых параметров системы (1), выявлены критические случаи при котором меняется поведение решения.

#### Литература

1. Мартыненко А.В., Тедеев А.Ф. *О поведении решений задачи Коши для вырождающегося параболического уравнения с неоднородной плотностью и источником* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2008, Т.48. – №7. – С.1-16.
2. Kombe I. *Double nonlinear parabolic equations with singular lower order term*, Nonlinear Analysis 2004, 56, 185-199
3. Samarskii A.A., Galaktionov V.A., Kurdyomov S.P., Mikhailov A.P., *Blow-up in quasilinear parabolic equations*. Berlin, 4, Walter de Grueter, (1995), 535.
4. Арипов М.М., Матякубов А.С. *К асимптотическому поведению решений нелинейных параболических систем с двойной нелинейностью недивергентного вида*. Вестник НУУз, № 2/1, 2016, С. 120-128.
5. Aripov M. *Method of the standard equation for the solution of the nonlinear value problem*. Tashkent, Fan, 1988, 137 p.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМУЛ ПРИБЛИЖЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ $K_{m,\omega}$

Ахмадалиев Г.Н

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан  
[ahmadaliyev78@mail.ru](mailto:ahmadaliyev78@mail.ru)

Постановка задачи.

Рассмотрим следующую квадратурную формулу

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(x_{\beta}), \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \delta(x - x_{\beta}), \quad (2)$$

где  $C_{\beta}$  и  $x_{\beta} \in [0,1]$  коэффициенты и узлы формулы (1), соответственно,  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  - характеристическая функция отрезка  $[0,1]$ , и  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака.

Пусть функции  $\varphi$  принадлежат гильбертову пространству

$$K_{m,\omega} = \{ \varphi: [0,1] \rightarrow \mathbb{R} \mid \varphi^{(m-1)} \text{ - абс. непр. и } \varphi^{(m)} \in L_2(0,1) \},$$

снабженного с нормой

$$\| \varphi(x) \|_{K_{m,\omega}} = \left\{ \int_0^1 (\varphi^{(m)}(x) - \omega^2 \varphi^{(m-2)}(x))^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}}, \text{ здесь } \omega \neq 0. \quad (3)$$

Равенство (3) - полунорма и  $\| \varphi \| = 0$  тогда и только тогда, когда  $\varphi(x) = c_1 \sinh \omega x + c_2 \cosh \omega x + R_{m-3}(x)$ , где  $R_{m-3}(x)$  - многочлен степени  $m-3$ ,  $m \geq 2$ .

Погрешность квадратурной формулы (1) есть разность

$$(\ell, \varphi) = \int_0^1 f(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(x_{\beta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx. \quad (4)$$

Погрешность формулы (1) является линейным функционалом в  $K_{m,\omega}^*$ , где  $K_{m,\omega}^*$  пространство, сопряженное пространству  $K_{m,\omega}$ :

По неравенству Коши-Шварца

$$|(\ell, \varphi)| \leq \| \ell \|_{K_{m,\omega}^*} \cdot \| \varphi \|_{K_{m,\omega}}$$

погрешность (4) формулы (1) оценивается с помощью нормы

$$\| \ell \|_{K_{m,\omega}^*} = \sup_{\| \varphi \|_{K_{m,\omega}} = 1} |(\ell, \varphi)|$$

функционала погрешности (2).

Следовательно, оценка погрешности квадратурной формулы (1) на функциях пространства  $K_{m,\omega}$  сводится к нахождению нормы функционала погрешности  $\ell$  в сопряженном пространстве  $K_{m,\omega}^*$ .

Основной целью настоящей работы является решение задачи Сарда в пространстве  $K_{m,\omega}$  методом С.Л.Соболева для любого числа  $N+1$  узлов  $x_{\beta}$ , т.е. нахождение коэффициентов  $C_{\beta}$ , удовлетворяющих следующему равенству

$$\| \ell \|_{K_{m,\omega}^*} = \inf_{C_{\beta}} \| \ell \|_{K_{m,\omega}}. \quad (5)$$

Таким образом, для построения оптимальной квадратурной формулы по Сарду в пространстве  $K_{m,\omega}$  необходимо последовательно решить следующие задачи.

**Задача 1.** Найти норму функционала погрешности  $\ell$  квадратурных формул (1) в пространстве  $K_{m,\omega}$ .

**Задача 2.** Найти коэффициенты  $C_{\beta}$ , удовлетворяющие равенству (5) при фиксированных узлах  $x_{\beta}$ .

В настоящей работе мы решили задачи 1 и 2.

Мы нашли явный вид оптимального коэффициента. Кроме того, используя оптимальные коэффициенты, мы вычислили норму функционала погрешности оптимальной квадратурной формулы.

# СИСТЕМА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОДНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ

**Болтаев А.К.<sup>1,2</sup>, Сапарбаев З.С.<sup>2</sup>, Агамуратова Б.М.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> *Институт математики имени В.И. Романовского, Ташкент, Узбекистан,*

<sup>2</sup> *Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан,*

<sup>3</sup> *Ташкентская специализированная профессиональная школа 1 для лиц с ограниченными возможностями, Ташкент, Узбекистан.*

Рассмотрим следующую интерполяционную формулу:

$$\varphi(x) \cong P_\varphi(x) = \sum_{\beta=0}^N C_\beta(x) \varphi(x_\beta) \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x, z) = \delta(x - z) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) \delta(x - x_\beta), \quad (2)$$

где  $C_\beta(z)$  - коэффициенты  $x_\beta (\in [0, 1])$  - узлы формулы (1),  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака, функция  $\varphi(x)$  принадлежит гильбертову пространству  $W_2^{(3,1)}(0, 1)$ . Норма функций в этом пространстве определяется следующим образом

$$\|\varphi(x) | W_2^{(3,1)}(0, 1)\| = \left[ \int_0^1 (\varphi'''(x) + \varphi'(x))^2 dx \right]^{1/2}, \quad (3)$$

Погрешностью интерполяционной формулы (1) в точке  $x = z$  называется разность

$$(\ell, \varphi) = \varphi(z) - P_\varphi(z). \quad (4)$$

Задача построения оптимальных интерполяционных формул в пространстве  $W_2^{(3,1)}$  - это вычисление следующей величины:

$$\|\ell\|_{W_2^{(3,1)*}} = \inf_{C_\beta(z), x_\beta} \sup_{\|\varphi\| \neq 0} \frac{|(\ell, \varphi)|}{\|\varphi\|_{W_2^{(3,1)}}}. \quad (5)$$

Погрешность формулы (1) является линейным функционалом в  $W_2^{(3,1)*}$ , где  $W_2^{(3,1)*}$  - сопряженное пространство к пространству  $W_2^{(3,1)}$ .

Эта задача состоит из двух частей: сначала мы должны вычислить норму  $\|\ell\|_{W_2^{(3,1)*}}$  функционала погрешности  $\ell$  в пространстве  $W_2^{(3,1)*}$ , а потом минимизировать его по коэффициентам  $C_\beta(z)$  и узлам  $x_\beta$ .

Теперь мы занимаемся решением первой части этой задачи, т.е. вычислением нормы функционала погрешности  $\ell$ . Для этого мы пользуемся понятием экстремальной функции функционала погрешности  $\ell$ , введенным С.Л. Соболевым.

Функция  $\psi$ , для которой выполняется равенство

$$(\ell, \psi) = \|\ell\| \cdot \|\psi\|, \quad (6)$$

называется экстремальной функцией функционала погрешности  $\ell$ .

Имеет место

**Теорема.** Экстремальная функция  $\psi$  функционала погрешности  $\ell$  интерполяционной формулы (1) и имеет вид:

$$\psi(x) = (G_3^* \ell)(x) + d_1 \sin(x) + d_2 \cos(x) + d,$$

где  $d$ ,  $d_1$  и  $d_2$  - произвольные действительные числа,

$$G_3(x) = -\frac{1}{4}\text{sign}(x)(3\sin(x) - x \cdot \cos(x) - 2x),$$

Кроме того, функционал погрешности (2), удовлетворяет следующим условиям

$$(\ell, \sin(x)) = 0, \quad (\ell, \cos(x)) = 0, \quad (\ell, 1) = 0. \quad (7)$$

Как было сказано выше, для того чтобы вычислить квадрат нормы  $\|\ell\|^2$  функционала погрешности, нам достаточно вычислить скалярное произведение  $(\ell, \Psi)$  с учетом условий ортогональности (7).

Таким образом,

$$\|\ell\|_{W_2^{(3,1)*}}^2 = 2 \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) G_3(z - x_\beta) - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_\beta(z) C_\gamma(z) G_3(x_\beta - x_\gamma). \quad (8)$$

Минимизация нормы функционала погрешности по коэффициентам  $C_\beta(z)$  это линейная задача, а по узлам  $x_\beta$  вообще-то нелинейная. Поэтому для упрощения мы рассмотрим при фиксированных узлах  $x_\beta$ .

Пусть узлы  $x_\beta$  интерполяционной формулы  $P_\varphi(z)$  фиксированы. Функционал погрешности (2) удовлетворяет условиям (7). Норма функционала погрешности  $\ell$  является многомерной функцией коэффициентов  $C_\beta(z)$ . Для нахождения условного минимума квадрата нормы функционала погрешности (2) при условиях (7) применяем метод неопределенных множителей Лагранжа. Для этого составим функцию Лагранжа:

$$\Psi(C_\beta(z), d, d_1, d_2) = \|\ell\|^2 - 2d(\ell, 1) - 2d_1(\ell, \sin(z)) - 2d_2(\ell, \cos(z)), \quad \beta = \overline{0, N}. \quad (9)$$

Приравнявая к нулю частные производные от  $\Psi$  по коэффициентам  $C_\beta(z)$  и  $d$ ,  $d_1$  и  $d_2$  получаем систему линейных уравнений

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma(z) G_3(x_\beta - x_\gamma) + d_1 \sin(z) + d_2 \cos(z) + d = G_3(z - x_\beta), \quad \beta = \overline{0, N}, \quad (10)$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma(z) \sin(x_\gamma) = \sin(z), \quad (11)$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma(z) \cos(x_\gamma) = \cos(z), \quad (12)$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma(z) = 1. \quad (13)$$

Система (10) - (13) имеет единственное решение. Доказательство единственности решения системы (10) - (13) аналогично доказательству единственности решения системы для оптимальных коэффициентов в пространстве  $L_2^{(m)}$ , полученных в работах Соболева.

## СИСТЕМА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОДНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ

Болтаев А.К.<sup>1,2</sup>, Бобожонов С.А.<sup>2</sup>, Болтаев Э.К.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт математики имени В.И. Романовского, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup> Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент Узбекистан,

<sup>3</sup> Бухарский академический лицей при МВД Узбекистана, Бухара, Узбекистан

Рассмотрим следующую квадратурную формулу:

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_\beta \varphi(x_\beta) \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = e^{2\pi i \omega x} \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \delta(x - x_{\beta}), \quad (2)$$

где  $C_{\beta}$  - коэффициенты  $x_{\beta} \in [0,1]$  - узлы формулы (1),  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака, функция  $\varphi(x)$  принадлежит гильбертову пространству  $W_2^{(3,0)}(0,1)$ . Норма функций в этом пространстве определяется следующим образом

$$\|\varphi(x) | W_2^{(3,0)}(0,1)\| = \left[ \int_0^1 (\varphi'''(x) + \varphi(x))^2 dx \right]^{1/2}, \quad (3)$$

Погрешностью квадратурной формулы (1) называется разность

$$(\ell, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(x_{\beta}). \quad (4)$$

Задача построения оптимальных квадратурных формул в пространстве  $W_2^{(3,0)}$  - это вычисление следующей величины:

$$\|\ell\|_{W_2^{(3,1)*}} = \inf_{C_{\beta}, x_{\beta}} \sup_{\|\varphi\| \neq 0} \frac{|(\ell, \varphi)|}{\|\varphi\|_{W_2^{(3,0)}}}. \quad (5)$$

Погрешность формулы (1) является линейным функционалом в  $W_2^{(3,0)*}$ , где  $W_2^{(3,0)*}$  - сопряженное пространство к пространству  $W_2^{(3,0)}$ .

Эта задача состоит из двух частей: сначала мы должны вычислить норму  $\|\ell\|_{W_2^{(3,0)*}}$  функционала погрешности  $\ell$  в пространстве  $W_2^{(3,0)*}$ , а потом минимизировать его по коэффициентам  $C_{\beta}$  и узлам  $x_{\beta}$ .

Теперь мы занимаемся решением первой части этой задачи, т.е. вычислением нормы функционала погрешности  $\ell$ . Для этого мы пользуемся понятием экстремальной функции функционала погрешности  $\ell$ , введенным С.Л. Соболевым.

Функция  $\psi_{\ell}$ , для которой выполняется равенство

$$(\ell, \psi_{\ell}) = \|\ell\| \cdot \|\psi_{\ell}\|, \quad (6)$$

называется экстремальной функцией функционала погрешности  $\ell$ .

Имеет место следующая

**Теорема.** Экстремальная функция  $\psi_{\ell}$  функционала погрешности  $\ell$  квадратурной формулы (1) и имеет вид:

$$\psi_{\ell}(x) = -(G_3 * \ell)(x) + d_1 e^{-x} + d_2 e^{\frac{x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right) + d_3 e^{\frac{x}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right),$$

где  $d_1, d_2$  и  $d_3$  - произвольные действительные числа,

$$G_3(x) = \frac{1}{6} \operatorname{sign} x \left( \operatorname{sh}(x) + e^{\frac{x}{2}} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x + \frac{\pi}{3}\right) + e^{-\frac{x}{2}} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x + \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

Кроме того, функционал погрешности (2), удовлетворяет следующим условиям

$$(\ell, e^{-x}) = 0, \quad \left( \ell, e^{\frac{x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right) \right) = 0, \quad \left( \ell, e^{\frac{x}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right) \right) = 0. \quad (7)$$

Как было сказано выше, для того чтобы вычислить квадрат нормы  $\|\ell\|^2$  функционала погрешности, нам достаточно вычислить скалярное произведение  $(\ell, \Psi_\ell)$  с учетом условий ортогональности (7).

Таким образом, мы имеем

$$\begin{aligned} \|\ell\|_{W_2^{(3,0)*}}^2 &= 2 \sum_{\beta=0}^N C_\beta^R \int_0^1 \cos(2\pi\omega x) G_3(x-x_\beta) dx + 2 \sum_{\beta=0}^N C_\beta^I \int_0^1 \sin(2\pi\omega x) G_3(x-x_\beta) dx - \\ &- \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N (C_\beta^R C_\gamma^R + C_\beta^I C_\gamma^I) G_3(x_\beta - x_\gamma) - \int_0^1 \int_0^1 \cos(2\pi\omega(x-y)) G_3(x-y) dx dy. \end{aligned}$$

Минимизация нормы функционала погрешности по коэффициентам  $C_\beta$  это линейная задача, а по узлам  $x_\beta$  вообще-то нелинейная. Поэтому для упрощения мы рассмотрим при фиксированных узлах  $x_\beta$ .

Пусть узлы  $x_\beta$  квадратурной формулы фиксированы. Функционал погрешности (2) удовлетворяет условиям (7). Норма функционала погрешности  $\ell$  является многомерной функцией коэффициентов  $C_\beta$ . Для нахождения условного минимума квадрата нормы функционала погрешности (2) при условиях (7) применяем метод неопределенных множителей Лагранжа. Для этого составим функцию Лагранжа:

$$\Psi(C_\beta, d_1, d_2, d_3) = \|\ell\|^2 - 2d_1 \left( \ell, e^{-x} \right) - 2d_2 \left( \ell, e^{\frac{x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \right) - 2d_3 \left( \ell, e^{\frac{x}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \right), \beta = \overline{0, N}.$$

Приравнявая к нулю частные производные от  $\Psi$  по коэффициентам  $C_\beta$  и  $d_1, d_2$  и  $d_3$  получаем систему линейных уравнений

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma G_3(x_\beta - x_\gamma) + d_1 e^{-x_\beta} + d_2 e^{\frac{x_\beta}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_\beta\right) + d_3 e^{\frac{x_\beta}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_\beta\right) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} G_3(x-x_\beta) dx, \beta = \overline{0, N},$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma e^{-x_\gamma} = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot e^{-x} dx,$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma e^{\frac{x_\gamma}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_\gamma\right) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot e^{\frac{x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) dx,$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C_\gamma e^{\frac{x_\gamma}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_\gamma\right) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot e^{\frac{x}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) dx.$$

## ОПТИМАЛЬНАЯ КВАДРАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ИНТЕГРАЛОВ

**Болтаев Н.Д.**

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан*

Численное вычисление интегралов сильно осциллирующих функций — одна из важнейших задач численного анализа, поскольку такие интегралы встречаются в приложениях во многих разделах математики, а также в других науках. При приближенном вычислении таких интегралов стандартные методы часто требуют больших вычислительных работ и не могут быть успешно применены. Самые ранние формулы для численного интегрирования сильно осциллирующих функций были даны Филоном в 1928 г. После этого для разного типа интегралов с сильно осциллирующими функциями были разработаны многие специальные эффективные методы, такие как метод типа Филона, метод типа Кленшоу-Кертиса-Филона, методы типа Левина, модифицированный метод Кленшоу-Кертиса, обобщенное квадратурное правило, квадратура

Гаусса-Лагерра. Недавно в работах [1-2] на основе метода Соболева была изучена задача построения оптимальных квадратурных формул в смысле Сарда для численного вычисления интегралов  $\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx$  с целыми  $\omega$  изучалась в гильбертовых пространствах  $W_2^{(m, m-1)}$  и  $L_2^{(m)}$ .

В настоящей работе рассмотрим задачу построения оптимальных квадратурных формулы вида

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \varphi(h\beta) \quad (1)$$

в гильбертовом пространстве  $K_2(P_m)$  непериодических, комплекснозначных функций, определенных на интервале  $[0,1]$ , которые имеют абсолютную непрерывную  $(m-1)$ -ю производную на  $[0,1]$ , производная  $m$ -го порядка интегрируема с квадратом. Скалярное произведение функций в этом пространстве определяется формулой

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 (f^{(m)}(x) - f^{(m-2)}(x))(\overline{g^{(m)}}(x) - \overline{g^{(m-2)}}(x)) dx,$$

здесь  $\overline{g(x)}$  - комплексно-сопряженная функция  $g(x)$ .

Здесь нами найдены явные выражения коэффициентов оптимальные квадратурных формул вида (1) в пространстве  $K_2(P_m)$ . Следует отметить, что полученная квадратурная формула точна для тригонометрических функций  $\sin x$  и  $\cos x$ , а также для любого многочлена степени  $m-3$ .

#### Литература

1. N. D. Boltaev, A. R. Hayotov, G. Milovanovic, K. M. Shadimetov, *Optimal quadrature formulas for fourier coefficients in  $W_2^{(m, m-1)}$  space*, Journal of Applied Analysis and Computation 7 (2017) 1233–1266.
2. N. D. Boltaev, A. R. Hayotov, K. M. Shadimetov, *Construction of optimal quadrature formulas for Fourier coefficients in Sobolev space  $L_2^{(m)}$* , Numerical Algorithms 74 (2017) 307–336.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКО ДАВЛЕНИЯ НЕФТИ НА ПЛУНЖЕР ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНЫХ СКВАЖИН ГЛУБИННЫМИ НАСОСАМИ

Гайбулов Ю. Ш.

СамГАСИ, Самарканд, Узбекистан

[ygaybulov@mail.ru](mailto:ygaybulov@mail.ru)

Определение гидродинамического давления нефти на плунжер при эксплуатации нефтяных скважин глубинными насосами представляет интерес для выбора рационального режима работы насосной установки. Рассмотрим задачу определения гидродинамического давления жидкости (нефти) на плунжер при ходе его вверх. Нефть считаем вязкой ньютоновской жидкостью. Полное давление жидкости на плунжер  $p(t)$  определяется по формуле  $p(t) = \Delta p(t) + (L - h)\rho g + p_0$ , где  $\Delta p(t)$  – потери давления при нестационарном движении жидкости в подъемной трубе кольцевого сечения;  $p_0$  – давление на устье;  $L$  – высота поднимаемого столба жидкости;  $h$  – глубина погружения глубинного насоса;  $\rho$  – плотность жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения. Скорость жидкости в подъемной трубе можно определить из решения дифференциального уравнения

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + q(t), \quad (r_2 < r < R), \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$v(r, 0) = 0, \quad (r_2 \leq r \leq R); \quad v(r_2, t) = v_p(t), \quad v(R, t) = 0, \quad (t > 0), \quad (2)$$

где  $v(r, t)$  – скорость движения жидкости в подъемной трубе;  $v_p(t)$  – скорость движения плунжера;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости;  $R$  – радиус подъемной трубы;  $r_2$  – радиус штанг. Задача состоит в определении градиента гидродинамического давления на единицу длины по оси трубы  $q(t) = \Delta p / L$ . С этой целью, наряду с (1)-(2) используем уравнение баланса расхода

$$Q = \pi(r_1^2 - r_2^2)v_p(t) = 2\pi \int_{r_2}^R rv(r, t)dr, \quad (3)$$

где  $r_1$  – радиус плунжера,  $Q$  – расход жидкости. (1)-(3) выражает математическую модель рассматриваемого процесса.

Для решения задачи введем новые безразмерные переменные:

$$t' = U_0 t / R, \quad r' = r / R, \quad v' = v / U_0, \quad v'_p = v_p / U_0, \quad q' = Rq(t) / (\rho U_0^2), \quad \text{Re} = \rho R U_0 / \mu,$$

$$\alpha = r_2 / R, \quad \alpha_1 = r_1 / R, \quad \alpha_*^2 = \alpha_1^2 - \alpha^2, \quad \text{где } U_0 - \text{характерное значение скорости.}$$

Решая задачу с помощью преобразования Лапласа получим

$$q'(t') = \frac{\alpha_*^2}{1 - \alpha^2} \frac{dv'_p(t')}{dt'} + \frac{4A_\alpha}{\text{Re}} v'_p(t') - \frac{2}{\text{Re}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \varphi_n}{\psi_{1n}} \cdot \int_0^{t'} \frac{dv'_p(t' - \xi)}{d\xi} e^{-x_n^2 \xi} d\xi, \quad (4)$$

$$\text{где } A_\alpha = \frac{(2\alpha_*^2 + \alpha^2 - 1) \ln \alpha}{(1 - \alpha^2)[1 - \alpha^2 + (1 + \alpha^2) \ln \alpha]}, \quad \varphi(x) = \frac{1 - \alpha^2}{4} x D_\alpha(x) + Y_0(x) d_3(x) - J_0(x) d_4(x);$$

$$\psi(x) = \frac{1 - \alpha^2}{2} x D_\alpha(x) - d_2(x) d_3(x) + d_1(x) d_4(x);$$

$$d_1(x) = J_0(\alpha x) - J_0(x); \quad d_2(x) = Y_0(\alpha x) - Y_0(x); \quad d_3(x) = \alpha J_1(\alpha x) - J_1(x);$$

$$d_4(x) = \alpha Y_1(\alpha x) - Y_1(x); \quad D_\alpha(x) = J_0(\alpha x) Y_0(x) - J_0(x) Y_0(\alpha x);$$

$J_0(x), Y_0(x), J_1(x), Y_1(x)$  – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка;  $\beta_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) – положительные корни уравнения ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\frac{1 - \alpha^2}{2} \beta D_\alpha(\beta) - d_2(\beta) d_3(\beta) + d_1(\beta) d_4(\beta) = 0; \quad x_n = \frac{\beta_n}{\sqrt{\text{Re}}}.$$

Из формулы (4) следует, что гидродинамическое давление нефти на плунжер зависит не только от скорости, но и от его ускорения. Если в начальный момент скорость плунжера изменяется скачкообразно, то давление на него может приобретать импульсный характер. Расчеты показывают, что с ростом плотности нефти гидродинамическое давление жидкости на плунжер увеличивается. Это особенно заметно при разгоне подъема и в момент торможения плунжера.

## ОБ ОДНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЕ

Дониёров Н.

Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

Чтобы найти приближенное представление функции  $\varphi$  элементами некоторого конечномерного пространства, можно использовать значения этой функции в некотором конечном множестве точек  $x_\beta$ ,  $\beta = 0, 1, \dots, N$ . Соответствующая задача называется *интерполяционной*, а точки  $x_\beta$  называются *интерполяционными узлами*.

В настоящей работе мы исследуем задачу построения оптимальной интерполяционной формулы в гильбертовом пространстве

$$K_2(P_3) = \{ \varphi: [0, 1] \rightarrow R \mid \varphi'' - \text{абс. непр. и } \varphi''' \in L_2(0, 1) \}$$



с нормой  $\|\varphi\|_{K_2(P_3)} = \sqrt{\int_0^1 (\varphi'''(x) + \omega^2 \varphi'(x))^2 dx}$ ,  $\omega \neq 0$ .

Здесь нами найдена норма функционала погрешности, дающая верхнюю оценку погрешности интерполяционной формулы в данном пространстве. Далее получена система линейных алгебраических уравнений для коэффициентов оптимальной интерполяционной формулы. Используя дискретный аналог дифференциального оператора  $d^6/dx^6 + 2\omega^2 d^4/dx^4 + \omega^4 d^2/dx^2$  и его свойства, найдены явные формулы для коэффициентов оптимальной интерполяционной формулы. Отметим, что полученная оптимальная формула является точной для любой линейной комбинации тригонометрических функций  $\sin \omega x$ ,  $\cos \omega x$  и константы.

Следует отметить, что полученные коэффициенты оптимальной интерполяционной формулы можно использовать как новые базисные функции в методах конечных элементов. Например, результаты настоящей работы можно применить для приближенного решения различных краевых задач, поставленных для дифференциальных уравнений.

## ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ С ЯДРОМ ГИЛЬБЕРТА

**Жабборов Х.Х.**

*Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан*  
jabborovx@bk.ru

Сингулярный интеграл с ядром Гильберта и интегральные уравнения первого и второго ряда с ядром Гильберта встречаются во многих задачах механики, аэродинамики, контактных задачах математической физики и др. Поэтому создать эффективные алгоритмы для решения этих уравнений являются актуальной задачей вычислительной математики.

Выше указанные задачи приводятся к приближенному вычислению сингулярных интегралов с ядром Гильберта. Для эффективного приближения этих интегралов рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 \operatorname{ctg} \pi(x-x_0) \varphi(x) dx \cong \sum_{\gamma=0}^N S[\beta] \varphi(h\beta)$$

С функционалом погрешности

$$l_N(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) \operatorname{ctg}(x-x_0) - \sum_{\gamma=0}^N S[\gamma] \delta(x-h\gamma)$$

Здесь  $\varphi(x) \in L_2^{(m)}(0,1)$  - пространство периодических функций Соболева,  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  - индикатор отрезка  $[0,1]$ ,  $S[\beta]$  - коэффициенты квадратурных формул. В настоящей работе доказана следующая

Теорема. Среди всех квадратурных формул вида  $\int_0^1 \operatorname{ctg} \pi(x-x_0) \varphi(x) dx \cong \sum_{\gamma=0}^N S[\beta] \varphi(h\beta)$  в пространстве  $L_2^{(1)}(0,1)$  существует единственная оптимальная квадратурная формула, коэффициенты которой определяются формулой

$$\mathring{S}[\beta] = 2h \sum_{\beta=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \pi h \beta}{\pi h \beta} \right)^2 \sin 2\pi \beta (h\gamma - x_0), \quad \gamma = 1, 2, \dots, N$$

## АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ ТИПА ЭРМИТА В ПРОСТРАНСТВЕ С.Л.СОБОЛЕВА

$\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ .

**Жалолов О.И., Хаятов Х.У., Ярашов И.Б.**

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Рассмотрим кубатурную формулу типа Эрмита вида

$$\int_{T_n} f(x) dx \approx \sum_{|\alpha| \leq q} \sum_{\lambda=1}^N (-1)^\alpha c_\lambda^{(\alpha)} f^{(\alpha)}(x^{(\lambda)}), \quad (1)$$

над пространством С.Л.Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ . Обобщенную функцию

$$\ell_N^{(\alpha)}(x) = \varepsilon_{T_n}^{(\alpha)}(x) - \sum_{|\alpha| \leq q} \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(x - x^{(\lambda)}), \quad (2)$$

назовем функционалом погрешности кубатурной формулы (1).

**Определение 1.** Пространство  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  - определяется как пространство функций заданных на  $n$ -мерном торе  $T_n$  и имеющих все обобщенные производные порядка  $m$  суммируемые с квадратом в норме [1]

$$\|f(x)/\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)\|^2 = \left( \int_{T_n} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} |\hat{f}_k|^2, \quad (3)$$

со скалярным произведением

$$\langle f(x), \varphi(x) \rangle_{\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)} = \int_{T_n} \sum_{|\alpha| \leq \ell} D^\alpha f(x) D^\alpha \varphi(x) dx + \left( \int_{T_n} f(x) dx \right) \left( \int_{T_n} \varphi(x) dx \right) \quad (4)$$

где  $\hat{f}_k$  - коэффициенты Фурье т.е. 
$$\hat{f}_k = \int_{T_n} f(x) e^{2\pi i(k,x)} dx, \quad |k| = \left( \sum_{j=1}^n k_j^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Так как в данной работе рассматривается пространство функций, заданных на  $n$ -мерном торе  $T_n$ , т.е. на многообразии, которое не является Евклидовым пространством. Потребуем, чтобы введенная норма в каждой точке была инвариантна относительно ортогональных преобразований касательного пространства  $T_n$ .

Задача построения оптимальных кубатурных формул над пространством Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  - это вычисление следующей величины:

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x)/\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\| = \inf_{c_\lambda^{(\alpha)}, x^{(\lambda)} \|f(x)\| \neq 0} \sup \left| \langle \ell_N^{(\alpha)}(x), f(x) \rangle \right| \left\| f(x)/\tilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|, \quad (5)$$

где  $\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n)$  - сопряженное пространство к пространству  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ . Для оценки погрешности кубатурной формулы необходимо решить следующую задачу.

**Задача 1.** Найти норму функционала погрешности (2) данной кубатурной формулы.

Сначала мы должны вычислить норму  $\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x)/\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|$  функционала погрешности  $\ell_N^{(\alpha)}(x)$  в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ , а потом если требуется построить оптимальную кубатурную формулу, варьируя  $c_\lambda^{(\alpha)}$  и  $x^{(\lambda)}$   $\lambda = \overline{1, N}$ , необходимо решить следующую задачу

**Задача 2.** Найти такие значения  $c_\lambda^{(\alpha)}$  и  $x^{(\lambda)}$ , чтобы выполнялось равенство (5).

В настоящей работе занимаемся решением задачи 1 для кубатурной формулы типа Эрмита вида (1), т.е. вычислением нормы  $\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x)/\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|$  функционала погрешности  $\ell_N^{(\alpha)}(x)$  кубатурной формулы (1) с заданием производных. Для нахождения нормы функционала погрешности (2) в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n)$  используется его экстремальная функция.

**Определение 2.** Функция  $\psi_\ell(x)$  называется экстремальной функцией функционала  $\ell_N^{(\alpha)}$ , если выполняется следующее равенство

$$\langle \ell_N^{(\alpha)}(x), \psi_\ell(x) \rangle = \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x)/\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\| \cdot \left\| \psi_\ell/\tilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|. \quad (6)$$

**Лемма.** Экстремальная функция удовлетворяющие равенство (6) для кубатурной формулы (1) имеет следующий вид

$$\psi_{\ell}(x) = 1 - \sum_{|\alpha| \leq q} \sum_{\lambda=1}^N c_{\lambda}^{(\alpha)} + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{\ell}^{(\alpha)} e^{-2\pi i(k,x)}}{|k|^{2m}}. \quad (7)$$

С помощью этой леммы доказывается следующая

**Теорема.** Квадрат нормы функционала погрешности (2) кубатурной формулы типа Эрмита вида (1) над пространством  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  равен

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{|\alpha| \leq q} \sum_{\lambda=1}^N c_{\lambda}^{(\alpha)} \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \sum_{|\alpha| \leq q} \sum_{\lambda=1}^N c_{\lambda}^{(\alpha)} (2\pi i)^{\alpha} \left( \prod_{j=1}^n k_j \right)^{\alpha} e^{2\pi i(k,x^{(\lambda)})} \right|^2}{|k|^{2m}}, \quad (8)$$

где  $c_{\lambda}^{(\alpha)}$  - коэффициенты,  $x^{(\lambda)}$  - узлы кубатурной формулы (1).

На основании теоремы функционал погрешности (2) и кубатурной формулы (1) для функций из класса  $W_2^{(m)}(T_n)$ , имеет оценку:

$$\left| \langle \ell_N^{(\alpha)}, f(x) \rangle \right| \leq \left\{ |f_0|^2 + \sum_{k \neq 0} |f_k|^2 |2\pi k|^{2m} \right\}^{1/2} \cdot \left\{ |\hat{\ell}_0^{(\alpha)}|^2 + \sum_{k \neq 0} \frac{|\hat{\ell}_k^{(\alpha)}|^2}{|2\pi k|^{2m}} \right\}^{1/2}.$$

#### Литература

1. Соболев С.Л. *Введение в теорию кубатурных формул*. М.: Наука, 1974.
2. Стернберг С. *Лекции по дифференциальной геометрии*. М., "Мир", 1970.
3. Hayotov A.R., Babaev S. S. *Optimal quadrature formulas for computing of Fourier integrals in W space*, AIP Conference Proceedings 2365, 020021 (2021).
4. Jalolov O.I. *Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space*, AIP Conference Proceedings 2365, 020014 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057015>

### АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ РЕШЕТЧАТЫХ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ С РЕГУЛЯРНЫМ СМЫСЛЕ СОБОЛЕВА ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ $H_p^{\mu}(\Omega)$ .

**Жалолов О.И., Мухсинова М.Ш., Каримова С.Х.**

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

С. Л. Соболев в работах [1,2] дал алгоритм построения кубатурных формул, названных им формулами с регулярным пограничным слоем и оценил сверху с выделением главного члена норму функционала ошибки в пространстве  $U_2^m(\Omega)$ . Настоящая работа посвящена исследованию для произвольного функционала погрешности решетчатых кубатурных формул в пространствах  $H_p^{\mu}(\Omega)$  и определение асимптотически оптимальность кубатурных формул с регулярным смысле С. Л. Соболева пограничным слоем в пространстве  $H_p^{\mu}(\Omega)$ .

Пусть  $\Omega$  - ограниченная область с достаточно хорошей границей  $\partial\Omega$  в  $E_n$ . Через  $H_p^{\mu}(\Omega)$  обозначим замыкание множества  $C_0^{\infty}(\Omega)$  в норме  $\|\cdot\|_{H_p^{\mu}(E_n)}$  и введем пространство

$$H_p^{\mu}(\Omega) = H_p^{\mu}(E_n) / H_p(E_n \setminus \bar{\Omega})$$

с нормой  $\|u(x) / H_p^{\mu}(\Omega)\| = \inf \|u^c(x) / H_p^{\mu}(E_n)\|$ ,  $u(x) \in H_p^{\mu}(\Omega)$ ,

где нижняя грань берется по всем продолжениям элемента  $u(x) \in H_p^{\mu}(\Omega)$  до элемента  $u^c(x) \in H_p^{\mu}(E_n)$ . Тогда  $H_p^{\mu}(\Omega)$  становится Банаховым пространством.

Рассмотрим кубатурную формулу вида:

$$\int_{\Omega} f(x) dx \approx \sum_{\lambda=1}^N C_{\lambda} f(x^{(\lambda)}). \quad (1)$$

$$\text{Обобщенная функция} \quad \ell(f) = \int_{\Omega} f(x) dx - \sum_{\lambda=1}^N C_{\lambda} f(x^{(\lambda)}), \quad (2)$$

называется функционалом погрешности кубатурной формулы (1).

Здесь мы рассмотрим кубатурные формулы с узлами расположенными на решетке:  $\{q_0 + A\gamma; \gamma \in R\}$ , где  $q_0$  фиксированный вектор и  $\gamma$  пробегает все  $R$  – множество целочисленных векторов,  $A$  обозначает матрицу  $n \times n$ ,  $\det A \neq 0$ .

В работе [3] была получена верхняя оценка нормы функционала погрешности с регулярным в смысле С.Л. Соболева пограничным слоем в пространствах  $H_p^{\mu}(\Omega)$  т.е. обратное неравенство к неравенству для функционала погрешности к.ф.  $\ell_{p,n,c}(x)$  с регулярным в смысле С. Л. Соболева пограничным слоем.

В настоящей работе получим оценку с низу для произвольного функционала погрешности решетчатых кубатурных формул в пространствах  $H_p^{\mu}(\Omega)$ .

**Теорема 1.** Пусть  $1 < p < \infty$ ,  $\mu(\xi) \in B_{n,p}^*$  и  $\mu(-\xi) = \mu(\xi)$ , тогда для любого функционала погрешности решетчатых кубатурных формул в пространствах  $H_p^{\mu}(\Omega)$  справедлива следующая оценка

$$\|\ell(x)/H_p^{\mu^*}(\Omega)\| \geq (\text{mes}\Omega)^{\frac{1}{q}} \left\{ \int_{\Omega_0} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i(\gamma,x)}}{\mu(h^{-1}\gamma)} \right|^q dx \right\}^{\frac{1}{q}} [1 + o(1)]. \quad (3)$$

Доказательство основано использованием трех леммах.

**Лемма 1.** Имеет место следующее равенство

$$C(h) = \int_{\Omega_0} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i(\gamma,x)}}{\mu(h^{-1}\gamma)} \right|^q dx \quad (4)$$

**Лемма 2.** Справедливо следующее равенство

$$\nu(x) * u(x) = \sum_{\gamma \neq 0} \frac{\hat{u}[\gamma]}{\mu(h^{-1}\gamma)} e^{2\pi i h^{-1}(\gamma,x)} - C(h) \quad (5)$$

**Лемма 3.** Для функционала  $1 - h^n \sum_{\gamma} \delta(x - h\gamma)$  имеет место следующее равенство

$$\left[ 1 - \sum_{\gamma \neq 0} h^n \delta(x - h\gamma) \right] * \nu(x) = \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i h^{-1}(\gamma,x)}}{\mu(h^{-1}\gamma)}. \quad (6)$$

Отметим, что в работе [3] для кубатурной формулы с регулярным пограничным слоем доказана следующая

**Теорема 2.** если  $1 < p < \infty$ ,  $\mu(\xi) \in B(n, p)$  то в пространстве  $H_p^{\mu}(\Omega)$  норма функционала погрешности кубатурной формулы с регулярным смысле С. Л. Соболева пограничным слоем удовлетворяет неравенству

$$\|\ell(x)/H_p^{\mu^*}(\Omega)\| \leq (\text{mes}\Omega)^{\frac{1}{q}} \left\{ \int_{\Omega_0} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{\exp(2\pi i h^{-1} H^{-1} x)}{\mu(\gamma H^{-1})} \right|^q dx \right\}^{\frac{1}{q}} + O(h^{m+1}), \quad (7)$$

при  $h \rightarrow 0$ . Здесь  $H$  - матрица  $n \times n$ ,  $|H| = 1$ ,  $\Omega_0$  - фундаментальная область, определяемая матрицей  $H$ . Из доказанной теоремы 1 и результатов [4], т.е. в частности из теоремы 2 следует:

**Теорема 3.** Если  $1 < p < \infty$ ,  $\mu(\xi) \in B_{n,p}^*$  и  $\mu(-\xi) = \mu(\xi)$ , тогда кубатурная формула с регулярным смыслом С. Л. Соболева пограничным слоем является асимптотически оптимальной в пространстве  $H_p^\mu(\Omega)$ .

### Литература

1. Соболев С. Л. *Лекции по теории кубатурных формул*, Новосибирск, 1965.
2. Соболев С. Л. *Кубатурной формулы с регулярным пограничным слоем*, ДАН СССР, 1963, № 3, 1965, 587-590.
3. Шарипов Т. Х. *Оценка нормы функционала погрешности кубатурных формул в пространстве  $H_p^\mu(\Omega)$* . Сб. "Вопросы вычислительной и прикладной математики", Ташкент, вып.14, 1972.
4. Jalolov O.I. *Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space*, AIP Conference Proceedings 2365, 020014 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057015>

## О НАХОЖДЕНИИ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ КВАДРАТУРНОЙ

### ФОРМУЛЫ ТИПА ЭРМИТА В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$

Жалолов И.Ф.<sup>1</sup>, Файзиева Ш.Д.<sup>2</sup>, Норова М.О.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup> Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Построение квадратурных формул, начата в работах А.Сарда [1] и С.М.Никольского [2], для кубатурных формул С.Л.Соболева [3].

Рассмотрим квадратурную формулу типа Эрмита

$$\int_{T_1} f(x) dx \approx \sum_{\alpha=0}^{m-1} \sum_{\lambda=1}^N (-1)^\alpha c_\lambda^{(\alpha)} f^{(\alpha)}(x^{(\lambda)}), \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_N^{(\alpha)}(x) = \varepsilon_{T_1}(x) - \sum_{\alpha=0}^{m-1} \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(x - x^{(\lambda)}) \quad (2)$$

в пространстве С.Л.Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ , где соответственно  $c_\lambda^{(\alpha)}$  и  $x^{(\lambda)}$  являются произвольными коэффициентами и узлами квадратурной формулы (1),  $f(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ ,  $T_1$  - одномерный тор,  $\varepsilon_{T_1}(x)$  - характеристическая функция  $T_1$ , а  $\delta(x)$  - дельта функция Дирака и  $\alpha$  - порядок производных.

**Определение.** Пространство  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  - определяется как пространство функций заданных на одномерном торе  $T_1$  и имеющих все обобщенные производные порядка  $m$  суммируемые с квадратом в норме [1]

$$\|f / \tilde{W}_2^{(m)}(T_1)\|^2 = \left( \int_{T_1} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} \left| \hat{f}_k \right|^2. \quad (3)$$

Задача построения оптимальных квадратурных формул над пространством Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  - это вычисление следующей величины:

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)} / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_1) \right\| = \inf_{c_\lambda^{(\alpha)}, x^{(\lambda)}} \sup_{\|f(x)\| \neq 0} \frac{|\langle \ell_N^{(\alpha)}, f \rangle|}{\|f / \tilde{W}_2^{(m)}(T_1)\|}, \quad (4)$$

где  $\tilde{W}_2^{(m)*}(T_1)$  - сопряжённое пространство к пространству  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ .

Для оценки погрешности квадратурной формулы необходимо решить следующую задачу.

**Задача 1.** Найти норму функционала погрешности (4) данной квадратурной формулы. Далее, чтобы построить оптимальную квадратурную формулу, необходимо решить следующую

**Задача 2.** Найти такие значения  $c_\lambda^{(\alpha)}$  и  $x^{(\lambda)}$ , чтобы выполнялось равенство (4).

В настоящей работе займёмся решением первой и второй задач для квадратурной формулы типа Эрмита вида (1) при  $m = 4$  ( $\alpha = 0, 1, 2, 3$ ).

**Теорема 1.** Квадрат нормы функционала погрешности (4) квадратурной формулы типа Эрмита вида (1) над пространством  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  равен

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)} / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_1) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{\alpha=0}^{m-1} \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda^{(\alpha)} \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \sum_{\alpha=0}^{m-1} \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda^{(\alpha)} (2\pi i)^\alpha k^\alpha e^{2\pi i k x^{(\lambda)}} \right|^2}{K^{2m}}, \quad (5)$$

где  $c_\lambda^{(\alpha)}$  - коэффициенты,  $x^{(\lambda)}$  - узлы квадратурной формулы (1).

Основным результатом настоящей работы является

**Теорема 2.** Оптимальная квадратурная формула типа Эрмита вида (1) в периодическом пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ , при  $p(x) = 1$  и  $m = 4$  ( $\alpha = 0, 1, 2, 3$ ) имеет равноотстоящие узлы

$$x^{(\lambda)} = \frac{\lambda}{N}, \quad \lambda = 1, 2, \dots, N \quad \text{и равные коэффициенты}$$

$$c_1 = c_2 = \dots = c_N = c^0, \quad c_1^{(1)} = c_2^{(1)} = \dots = c_N^{(1)} = c^{0(1)} \quad \text{и} \quad c_1^{(2)} = c_2^{(2)} = \dots = c_N^{(2)} = c^{0(2)}, \\ c_1^{(3)} = c_2^{(3)} = \dots = c_N^{(3)} = c^{0(3)}$$

которые выражаются формулой

$$c^0 = \frac{\sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^4}}{N \left[ \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^4} + \frac{1}{(2\pi)^8 N^8} \left( \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^4} \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^8} - \left( \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^6} \right)^2 \right) \right]}, \quad c^{0(1)} = 0 \quad \text{и} \\ c^{0(2)} = \frac{\sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^6}}{(2\pi)^2 N^3 \left[ \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^4} + \frac{1}{(2\pi)^8 N^8} \left( \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^4} \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^8} - \left( \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^6} \right)^2 \right) \right]}, \quad c^{0(3)} = 0 \quad (6)$$

### Литература

1. Sard. A. *Integral representations of remainders*, Duke Math J. 1948. V15, с. 333 – 345.
2. Никольский С.М. *К вопросу об оценках приближений квадратурными формулами* Успехи математических наук, 1950, Т.5, вып 2 (36), с. 165 – 177.
3. Соболев С.Л. *Введение в теорию кубатурных формул*, М.Наука, 1974, 808 с.
4. Jalolov O.I. *Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space*, AIP Conference Proceedings 2365, 020014 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057015>

## ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА $H_2^\mu(R)$ .

Жалолов Ик.И.<sup>1</sup>, Мухсинова М.Ш.<sup>2</sup>, Каримова С.Х.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан;*

<sup>2</sup> *Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Настоящая работа посвящена нахождению в явном виде представление оптимальных коэффициентов весовых квадратурных формул в пространстве Хёрмандера  $H_2^\mu(R)$  при  $m = 2$ .

**Определение.** Пространство  $H_2^\mu(R)$  определяется как замыкание бесконечно дифференцируемых функций, заданных в  $R$  и убывающих на бесконечность быстрее любой отрицательной степени в норме (см. [1,2])

$$\|f(x)|H_2^\mu(R)\| = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| F^{-1} \left[ (1+y^2)^{m/2} \cdot F[f(x)](y) \right] \right|^2 dx \right\}^{1/2}. \quad (1)$$

В работе [3] получен следующая система линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $C_\beta$ ,

$$\sum_{\beta=0}^N C_\beta v_m(h\alpha - h\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(y) \cdot \varepsilon_{[0,1]}(y) \cdot v_m(h\alpha - y) dy, \quad \alpha = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Решение этой системы есть оптимальные коэффициенты квадратурной формулы.

Переобозначив  $C[\beta] = C_\beta$  и  $v_h^{(m)}[\beta] = v_m(h\beta)$ , систему (15) можно записать в виде свёртки функций дискретного аргумента:

$$C[\beta] * v_h^{(m)}[\beta] = f_m[\beta], \beta = 0, 1, \dots, N, \quad C[\beta] = 0, h\beta \notin [0, 1], \quad f_m[\beta] = \int_0^1 p(y) \cdot v_m(h\beta - y) dy, \quad (3)$$

$$v_m(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp 2\pi i y x (1+y^2)^m dy = \frac{\pi \exp(-2\pi|x|)}{2^{2m-2} \cdot (m-1)!} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(2m-k-2)! \cdot (4\pi)^k}{k! \cdot (m-k-1)!} |x|^k. \quad (\text{см. [3]}) \quad (4)$$

Систему уравнений (3) будем обозначать системой  $B$ .

Имеется следующие задачи

**Задача  $B_1$ .** Найти дискретную функцию  $C[\beta]$ , удовлетворяющую системе  $B$  при заданных  $f_m[\beta]$ .

Главная идея этого метода состоит в замене неизвестной функции  $C[\beta]$  на функцию  $u_h^m[\beta] = u^m(h\beta)$ . А именно, вместо  $C[\beta]$  вводится неизвестная функция

$$u_h^m[\beta] = v_h^{(m)}[\beta] * C[\beta]. \quad (5)$$

Тогда необходимо найти оператор  $D_m(h\beta) = D_h^{(m)}[\beta]$ , который удовлетворяет равенству  $D_h^{(m)}[\beta] * v_h^{(m)}[\beta] = \delta(h\beta)$ , где  $\delta[h\beta] = \{1, \beta = 0, 0, \beta \neq 0\}$ . (6)

**Задача  $B_2$  :** Найти функцию  $u_h^{(m)}[\beta]$  при  $h\beta \notin [0, 1]$ .

**Теорема 1.** Функция  $u^m(h\beta)$  имеет вид

$$u_h^m[\beta] = \begin{cases} f_m[\beta], & h\beta \in [0, 1], \\ \sum_{\alpha=0}^N C[\alpha] v_m(h\alpha - h\beta), & h\beta \notin [0, 1] \end{cases}. \quad (7)$$

В случае  $m=2$  построен оператор  $D_m(h\beta)$  в работе [3].

**Задача  $B_3$ .** Найти решения уравнения

$$D_2(h\beta) * u_2(h\beta) = 0, h\beta \notin [0, 1] \quad (8)$$

$$\text{в виде } u_2(h\beta) = \begin{cases} \ell^{2\pi h\beta} (a_1^- + a_2^- h\beta), & \beta \leq 0 \\ f_2[\beta], & 0 \leq \beta \leq N. \\ \ell^{-2\pi h\beta} (a_1^+ + a_2^+ h\beta), & \beta \geq N \end{cases}. \quad (9)$$

Неизвестные  $a_1^-, a_2^-, a_1^+, a_2^+$  можно найти из уравнения (3), используя функцию  $D_2(h\beta)$ . Тогда явный вид функции  $u_2(h\beta)$  и коэффициенты  $C_\beta$  может быть найдены. Таким образом задача  $B_3$  и соответственно задачи  $B_2$  и  $B_1$  может быть решены (см. [3]).

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 p(x) f(x) dx \approx \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} f(x_{\beta}), \quad (10)$$

с функционалом погрешности  $\ell_N(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) p(x) - \sum_{\beta=0}^N C_{\beta} \delta(x - x_{\beta}).$  (11)

**Теорема 2.** Оптимальные коэффициенты квадратурных формул (10) который минимизирует норму функционала погрешности (11) с равно расположенными узлами в пространстве Хёрмандера  $H_2^{\mu}(R)$  при  $m = 2$  имеют следующий вид

$$c_{\beta} = \begin{cases} \sum_{\gamma=0}^N D_2(h\beta - h\gamma) f_2(h\gamma) + T_1 \lambda_1^{\beta} + T_2 \lambda_1^{N-\beta}, \beta = \overline{1, N-1} \\ \sum_{\gamma=0}^N D_2(h\beta - h\gamma) f_2(h\gamma) + T_1 + T_2 \lambda_1^N, \beta = 0 \\ \sum_{\gamma=0}^N D_2(h\beta - h\gamma) f_2(h\gamma) + T_1 \lambda_1^N + T_2, \beta = N \end{cases} \quad (12)$$

$$T_1 = \frac{\lambda_1 f(0)}{e^{2\pi h} - \lambda_1} - a_2^{-} \frac{\lambda_1 h e^{2\pi h}}{(e^{2\pi h} - \lambda_1)^2}, \quad T_2 = \frac{\lambda_1 f(1)}{e^{2\pi h} - \lambda_1} + a_2^{+} \frac{e^{-2\pi} \lambda_1 h e^{2\pi h}}{(e^{2\pi h} - \lambda_1)^2}, \quad \text{здесь}$$

$$a_2^{-} = \frac{(\ell^{2\pi h} - \lambda_1) \left[ (\ell^{2\pi h} - \lambda_1) \sum_{\gamma=0}^N (\lambda_1^{2N-\gamma+1} - \lambda_1^{\gamma-1}) f_2(h\gamma) \frac{1}{\lambda_1^{-2} - \lambda_1^{2(N+1)}} + \frac{1}{\pi} (1 - (1+\pi)\ell^{-2\pi}) \right]}{h \ell^{2\pi h}}, \quad (13)$$

$$a_2^{+} = \frac{(\ell^{2\pi h} - \lambda_1) \left[ (\ell^{2\pi h} - \lambda_1) \lambda_1^N \sum_{\gamma=0}^N (\lambda_1^{-\gamma-1} - \lambda_1^{\gamma+1}) f_2(h\gamma) \frac{1}{\lambda_1^{2(N+1)} - \lambda_1^{-2}} - \frac{1}{\pi} (1 - (1+\pi)\ell^{-2\pi}) \right]}{\ell^{-2\pi} h \ell^{2\pi h}}, \quad (14)$$

### Литература

1. С.Л.Соболев. *Введение в теорию кубатурных формул*, М: Наука, 1974, 808с.
2. Волевич Л.Р., Панеях Б.П. *Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения*, УМН, 20, вып. I, 1965, 3-74.
3. Шадиметов Х.М., Жалолов Икр. И. *Об одном алгоритме построения дискретного аналога  $D_2[k]$  одного оператора*. УзМЖ, 2015, №1, -С. 158-163.
4. Ikrom I. Jalolov, *The algorithm for constructing a differential operator of 2nd order and finding a fundamental solution*, AIP Conference Proceedings 2365, 020015 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057025>

## ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ $\tilde{H}_p^{\mu}(T_n)$ .

**Жалолов Ф.И., Насриддинова Х.Ф., Расулова К.Х.**

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Основная задача многомерного интегрирования состоит в отыскании с заданной точностью интеграла.

$$I_{\Omega}(x) = \int_{\Omega} f(x) dx = \int_{E_n} \varepsilon_{\Omega} f(x) dx, \quad (1)$$

где  $x$  – точка  $n$  мерного пространства  $E_n$ .

Многомерный интеграл (1) приближенно выражается суммой

$$\int_{\Omega} f(x) dx \approx \sum_{\lambda=1}^N C_{\lambda} f(x^{(\lambda)}), \quad (2)$$

с функционалом погрешности  $\ell_N(x) = \varepsilon_{\Omega}(x) - \sum_{\lambda=1}^N c_{\lambda} \delta(x - x^{(\lambda)})$  (3)



В дальнейшем в качестве области  $\Omega$  и  $n$ -мерного пространства  $E_n$  берем соответственно  $n$ -мерный тор  $T_n$  и пространство  $\tilde{H}_p^\mu$ .

**Определение 1.** Множество  $T_n = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n); x_k = \{t_k\}, t_k \in \mathbb{R} \text{ где } \{t_k\} = t_k - [t_k], \text{ т.е. дробная доля } t_k, \text{ назовем } n\text{-мерным тором } T_n.$

Настоящая работа посвящается кубатурным формулам над пространством  $\tilde{H}_p^\mu(T_n)$ .

**Определение 2.** Пространство  $\tilde{H}_p^\mu(T_n)$  - определяются как пространство периодических функций с матрицей периодов  $H$  вида  $f(x) = \sum_{\gamma} \hat{f}[\gamma] e^{-2\pi i \gamma * H^{-1}x}$  для которых конечна сумма,

$$\sum_{\gamma} |\hat{f}[\gamma]|^p \mu^p(\gamma H^{-1}).$$

Норма в пространстве  $\tilde{H}_p^\mu$  определяется формулами

$$\|f(x)/\tilde{H}_p^\mu\| = \left\{ \sum_{\gamma} |\hat{f}[\gamma]|^p \mu^p(\gamma H^{-1}) \right\}^{\frac{1}{p}}, \text{ при } 1 \leq p < \infty, \quad (4)$$

$$\text{и } \|f(x)/\tilde{H}_\infty^\mu\| = \text{Sup}_{\gamma} \{ |\hat{f}[\gamma]| \mu(\gamma * H^{-1}) \}, \text{ при } p = \infty.$$

**Определение 3.** Кубатурная формула

$$\int_{T_n} f(x) dx \approx \sum_{\lambda=1}^N c_{\lambda} f(h\lambda), \quad \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n) \quad (5)$$

где  $\lambda_i$  - целые числа, называется точной на некотором множестве  $M$ , если (5) превращается в точное равенство, когда  $f(x) \in M$ .

В частности, когда  $M = \mathbb{R}$ , то  $\sum_{\lambda=1}^N c_{\lambda} = 1$ .

**Теорема 1.** Кубатурная формула прямоугольников является оптимальной среди кубатурных формул вида (5), точных на постоянных над пространством  $\tilde{H}_p^\mu(T_n)$ .

Для доказательства этой теоремы рассматриваем следующие леммы.

**Лемма 1.** Над банаховым пространством  $\tilde{B}$  свойствами

$$\sup_{f(x) \in \tilde{B}} \|f(x) | C\| / \|f(x) | \tilde{B}\| < \infty \quad \text{и} \quad \|f(x+a) | \tilde{B}\| = \|f(x) | \tilde{B}\|$$

т.е. норма пространства  $\tilde{B}$  инварианта относительно сдвигов для всех  $f(x) \in \tilde{B}$  и среди всех  $a \in \mathbb{R}^n$ , один из оптимальных функционалов погрешности имеет вид

$$\ell_h^{0,Q}(x) = \ell_h^{C_0} = \varepsilon_Q(x) - h^n C_0(h) \sum_{kh \in Q} \delta(x - kh) \quad (6)$$

Следующий результат при  $P=2$  был установлен И. Бабушкой.

**Лемма 2.** Пусть  $\mu(k)$  функция дискретного аргумента  $k$  со свойством для некоторого  $P$ :

$$\left( \sum_k \frac{1}{|\mu(k)|^p} \right)^{1/p} < \infty, \quad \text{при } 1 \leq P < \infty. \quad \left( \sum_K |a_k|^p \right)^{1/p} = \sup_K |a_k|, \quad \text{при } p = \infty.$$

Тогда над пространством  $\tilde{H}_p^\mu$  функционал погрешность (6) с

$$C_0(h) = 1 / \left( 1 + \left( \sum_{k \neq 0} \left| \frac{\mu(0)}{\mu(k/h)} \right|^q \right)^{p/q} \right), \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad (7)$$

является оптимальным. По лемме 1 все коэффициенты  $C_\lambda$  равны между собой и равны  $\frac{1}{N}$ .

Из этого следует утверждения теоремы.

Таким образом для норма функционала погрешности кубатурной формулы (5) справедливо следующая теорема.

**Теорема 2.** Норма функционала погрешности кубатурной формулы (5) над пространством  $\tilde{H}_p^\mu(T_n)$ , равняется

$$\left\| \int_{T_n} f(x) dx - \sum_{\lambda=1}^N \frac{1}{N} f(h\lambda) / \tilde{H}_p^\mu \right\| = \inf_{\chi} \left\{ \int_{T_n} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i \gamma x}}{\mu(h\gamma)} + \chi \right|^q dx \right\}^{\frac{1}{q}}$$

при  $1 \leq q < \infty$  и

$$\left\| \int_{T_n} f(x) dx - \sum_{\lambda=1}^N \frac{1}{N} f(h\lambda) / \tilde{H}_p^\mu \right\| = \inf_{\chi} \operatorname{vraisup}_{\gamma} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i \gamma x}}{\mu(h\gamma)} + \chi \right|$$

при  $q = \infty$ , что и требовалось доказать.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА В ПЛОСКОМ СОЛНЕЧНОМ КОЛЛЕКТОРЕ

Жумаев Ж., Кодиров Ж., Мирзаев Ш.М.

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

В солнечных сушильных установках с естественной циркуляцией воздуха имеется режим конвекции, всестороннее исследование таких процессов которых является весьма актуальной проблемой гидромеханики и теплообмена, поскольку они часто встречаются во многих практических задачах связанных с эффективным использованием возобновляемых источников энергии.

В этой работе численно исследуется процесс возникновения естественной конвекции в плоском солнечном коллекторе, который разработан нами. Плоский солнечный коллектор соединен и расположен ниже сушильного шкафа.

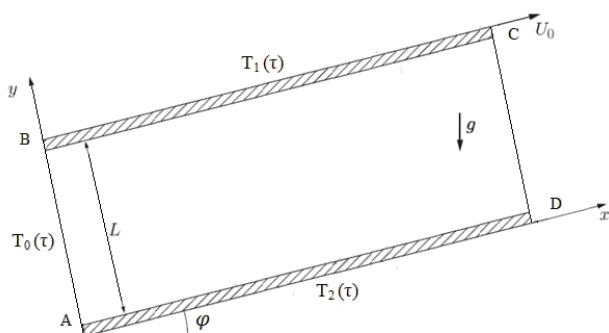


Рис. 1. Схема коллектора и система координат.

Уголь наклона наружной поверхности дна коллектора устанавливается от  $38^\circ$  до  $45^\circ$  по отношению к горизонту, чтобы

концентрировать и передать максимальное количество солнечного тепла в сушильный шкаф. В сушильный шкаф устанавливается лотки, в которых помещают сетчатые подносы с осушаемыми плодами. Схематическая картина мысленно вырезанного вертикальной плоскостью этого коллектора приведен на рис.1.

Основные уравнения для нестационарного потока естественной конвекции воздуха для исследуемого процесса с использованием закона сохранения массы, импульса, энергии в приближении Буссинеска могут быть записаны в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(\vartheta)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \beta g(T - T_0) \cdot \sin \varphi \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \quad (1)$$

При формировании начальных и граничных условий обращаем внимание к рис.1. К сторонам ВС и АД ставятся данные температуры дня(солнечная радиация и термоаккумулятор), сторона АВ для входа и СД для выхода атмосферного воздуха. Данные были получены в течение дня по часам, на их основе получены регрессионные уравнения, которые использовались в качестве граничных условий.

Сформулированная таким образом задача решена численно с использованием явных конечно-разностных схем.

При сравнении полученных теоретических значений с экспериментальными данными средняя ошибка аппроксимации равнялась в пределах 7-8 %, который указывает о допустимости модели.

Для примера приводим трехмерное изображение распределения продольной скорости в коллекторе, которые получены в середине дня(рис.2).

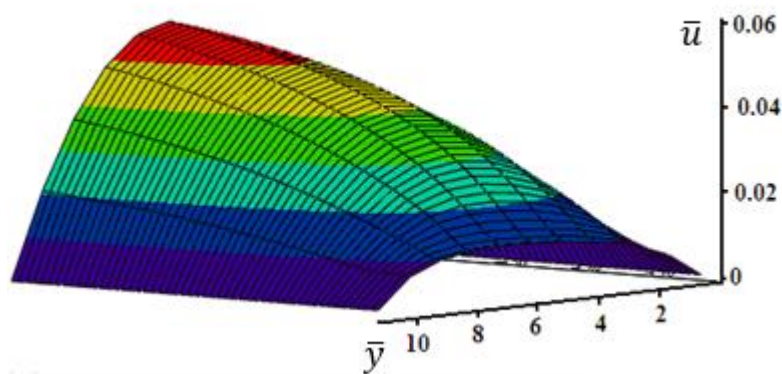


Рис.2. Трехмерное изображение скорости в коллекторе.

Таким образом, полученный модель можно использовать для исследования процессов теплопроводности и возникновения скорости по всей области коллектора с естественной конвекцией.

## **ЯВНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ МЕЖДУ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ**

**Жумаев Ж., Тошева М.М.**

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Всестороннее исследование процессов естественной конвекции между двумя вертикально расположенными источниками тепла возникающие вследствие градиентов температуры является весьма актуальной проблемой гидромеханики и теплообмена, которые связаны эффективным (рациональным) использованием энергетических ресурсов.

Рассмотрим задачу распространения тепла между двумя вертикально расположенными источниками тепла. Первоначально среда не движется, вследствие повышения температуры возникает свободная конвекция. Для моделирования таких процессов используем приближения Буссинеска, изменение давления несущественно, изменения физических свойств малы, за исключением плотности, входящей в гравитационный член уравнения. Считаем, что величина составляющей скорости, направленный вертикально вверх намного больше, чем радиальной, и пренебрегаем последним.

В этих предположениях нестационарные уравнения движения и энергии в безразмерном виде имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{1}{\sqrt{Gr}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{T - T_0}{\Delta T}, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{1}{Pr} \frac{1}{\sqrt{Gr}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $Gr$  - число Грасгофа,  $Pr$  - числа Прандтля.

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$t = 0: T = T_0 / T_m, \quad 0 < x < L, \quad 0 < y < \infty$$

$t > 0:$

$$x = 0: \begin{cases} u = 0, T = T_1 / T_m & \text{при } y = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} = 0, T = T_0 / T_m & \text{при } 0 < y < 1 \\ u = 0, T = T_2 / T_m & \text{при } y = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$x > 0: \begin{cases} u = 0, T = T_1 / T_m & \text{при } y = 0 \\ u = 0, T = T_2 / T_m & \text{при } y = 1 \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (1) с начальными и граничными условиями (2-3) решена численно с использованием явного метода с соблюдением устойчивости разностной схемы.

Приведем некоторые решения в виде графиков.

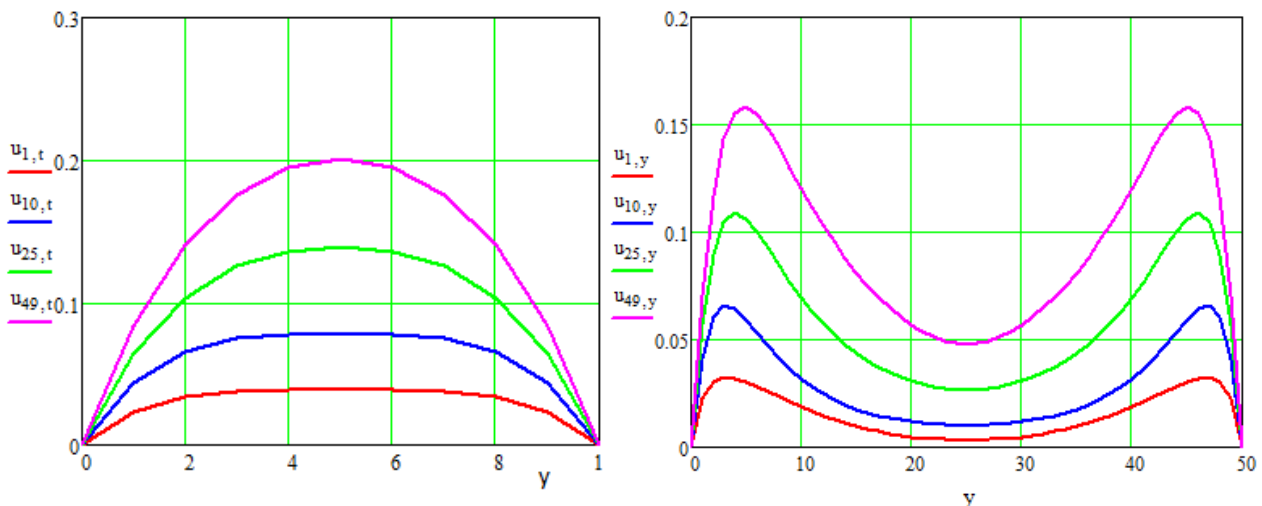


Рис.1. Появление скорости, когда расстояние между пластинами 0,1 и 0,5 м.  $T_1 = T_2 = 50^\circ C, T_0 = 25^\circ C, Pr = 0.7$ .

На рис.1 показаны профили скоростей, которые появляются вследствие разности температур между пластинами и средой. Видно, что когда расстояние между пластинами меньше, максимум скоростей находится на середине коллектора, когда расстояние между пластинами увеличивается, максимумы скоростей появляется вблизи пластин. При этом, число Грасгофа при расстоянии между пластинами при 0,1 равен  $3,5 \cdot 10^6$ , а при 0,5 равен  $431 \cdot 10^6$ .

## ОБ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНОЙ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ

Ибрагимов А.А., Хамроева Д.Н.

Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан

Алгебраическая проблема собственных значений в интервальном анализе - это случай, когда возможны большие вариации в элементах матрицы и когда доступна подробная структурная

информация, касающаяся неопределенностей. Затем анализ применяется к интервальным матрицам, чтобы ответить на три основных вопроса:

- 1) Каково расположение собственных значений интервальной матрицы?
- 2) Как спектр интервальной матрицы зависит от спектра ее точечных матриц?
- 3) Как вычислить точные нижние и верхние границы для каждой собственной пары интервальной матрицы?

Мы при оформлении данной работы воспользуемся стандартным обозначением [1] и рассматриваем интервальную квадратную матрицу в виде  $A = [A_c - \Delta, A_c + \Delta] = \{A: A_c - \Delta \leq A \leq A_c + \Delta\}$ , где неравенства понимаются покомпонентно; таким образом,  $A_c$  является серединной матрицей, а  $\Delta$  является матрицей радиуса интервальной матрицы  $A$ .

Естественный способ вычисления множества интервалов собственных значений  $\Lambda$  непосредственно приводится к решению интервальной нелинейной системе

$$Ax = \lambda x, \quad \|x\| = 1, \quad A \in \mathbf{A}, \quad \lambda \in \lambda \quad (1)$$

где  $\lambda_0 \supseteq \Lambda$  - некоторая начальная внешняя оценка множества собственных значений, а  $\|\cdot\|$  - любая векторная норма.

В данной работе мы исследуем частичную проблему собственных значений для несимметричных интервальных матриц. Для этого мы предполагаем, что собственные значения интервальной матрицы является комплекснозначным и опираемся на результат Рона [2]:

$$\lambda_{\min}(A'_c) - \rho(\Delta') \leq \operatorname{Re} \lambda \leq \lambda_{\max}(A'_c) + \rho(\Delta'), \quad (2)$$

$$\lambda_{\min}(A''_c) - \rho(\Delta'') \leq \operatorname{Im} \lambda \leq \lambda_{\max}(A''_c) + \rho(\Delta''), \quad (3)$$

где

$$A'_c = \frac{1}{2}(A_c + A_c^T),$$

$$\Delta' = \frac{1}{2}(\Delta + \Delta^T),$$

$$A''_c = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(A_c - A_c^T) \\ \frac{1}{2}(A_c^T - A_c) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Delta'' = \begin{pmatrix} 0 & \Delta' \\ \Delta' & 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda_{\min}$ ,  $\lambda_{\max}$  обозначает минимальное и максимальное собственное значение интервальной матрицы соответственно, а  $\rho$  — спектральный радиус. Для данной задачи разработаны алгоритмы итерационных интервальных методов, являющиеся модификацией степенного метода и метода скалярных произведений для решения частичной проблемы собственных значений.

#### Литература

1. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. *Standardized notation in interval analysis* // Вычислительные технологии. 2010. Т.15, №1. С. 7–13.
2. J.Rohn. *Bounds on eigenvalues of interval matrices*. *Z.Angew. Math.Mech.*, 78 (Suppl. 3): p.1049-1050, 1998.

# ОБ ОДНОМ ИНТЕРВАЛЬНОМ ИТЕРАЦИОННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УЗЛОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Ибрагимов А.А., Мамуров Т.Т., Актамов Ш.Ш.**

*Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан*

Многие задачи расчета электрических цепей характеризуются заданием интервальных значений параметров и режимов работы, обусловленным их естественным разбросом, вариацией в процессе функционирования, погрешностями измерений режимов или другими факторами. В качестве критерия решения таких задач требуется описание пределов вариации искомых характеристик электрических цепей. Поскольку такие задачи часто встречается на практике, есть все основания обратить на них специальное внимание.

Ниже мы воспользуемся обозначениями из проекта неформального международного стандарта для интервальных величин [1].

В данной работе рассматривается задача, которая сводится к решению интервальную систему нелинейных алгебраических уравнений, связывающих токи и напряжения в узлах электрической сети при интервальной недетерминированности исходных данных:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = \frac{s_i}{\dot{x}_i} - a_{i0} x_0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

или

$$\dot{x}_i \sum_{j=0}^n a_{ij} x_j = s_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Обозначая левую часть последней системы через  $F(\mathbf{a}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ , можем записать её в кратком виде как  $F(\mathbf{a}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{s}$  для  $\mathbf{a} \in \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{s} \in \mathbf{s}$ . Для системы (2) объединенным множеством решений называют множество

$$\Xi(F, \mathbf{a}, \mathbf{s}) = \{x \in \mathbb{C} \mid (\exists \mathbf{a} \in \mathbf{a})(\exists \mathbf{s} \in \mathbf{s})(F(\mathbf{a}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{s})\},$$

и ниже мы будем рассматривать задачу его внешнего интервального оценивания [2]. Таким образом, нашей целью является нахождение, по-возможности, наилучшего (т.е. наименьшего по включению) интервального вектора, ограничивающего множество решений  $\Xi(F, \mathbf{a}, \mathbf{s})$ .

Будем искать  $\mathbf{x}_i^{(k+1)}$  по  $\mathbf{x}_i^{(k)}$ , полагая  $\mathbf{x}_i^{(k+1)} := \mathbf{x}_i^{(k)} \cap (\mathbf{x}_i^{(k)} + \delta^* \mathbf{x}_i^{(k)})$ , где  $\delta^* \mathbf{x}_i^{(k)}$  находятся из уравнений

$$\delta^* \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^n a_{ij} \mathbf{x}_j^{(k)} + \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \left( \sum_{j=1}^i a_{ij} \delta^* \mathbf{x}_j^{(k)} + \sum_{j=i+1}^n a_{ij} \delta^* \mathbf{x}_j^{(k-1)} \right) = s_i - \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^n a_{ij} \mathbf{x}_j^{(k)}, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad \delta^* \mathbf{x}_j^{(-1)} = 0.$$

Эти формулы позволяют последовательно находить  $\delta^* \mathbf{x}_1^{(k)}$ , ...,  $\delta^* \mathbf{x}_n^{(k)}$ . Фактически формулы (3) дают один цикл интервального метода Гаусса–Зейделя решения системы (1).

Пусть опять  $\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k)} = \mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_i$ , тогда  $\delta^* \mathbf{x}_i^{(k)} = \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k)}$ . Подставим в формуле

$$\delta \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^n a_{ij} \mathbf{x}_j^{(k)} + \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=1}^n a_{ij} \delta \mathbf{x}_j^{(k)} = s_i - \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^n a_{ij} \mathbf{x}_j^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

вместо  $\delta \mathbf{x}_i^{(k)}$  и  $\delta \mathbf{x}_i^{(k-1)}$  соответствующие выражения, а вместо  $\mathbf{x}_i$  - его представление по (4), заменив в нем  $\mathbf{x}_i$  на  $\mathbf{x}_i^{(k)} - \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k)}$ . Получим

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(k+1)} \sum_{j=0}^n a_{ij} \mathbf{x}_j^{(k)} + \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=1}^i a_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k+1)} = -2\dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=i+1}^n a_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(k)} + \dot{\mathbf{x}}_i^{(k)} \sum_{j=i+1}^n a_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(k-1)} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(k)} \sum_{j=1}^n a_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(k)},$$

$i = 1, 2, \dots, n.$

Приведенные результаты позволяют исследовать поведение процесса последовательных приближений и указать пути ускорения сходимости. В настоящее время проводятся эксперименты по отысканию оптимальных коэффициентов ускорения. При расчетах по интервальному методу

Гаусса–Зейделя существенно сокращается количество итераций, что дает более узкие внешние оценки множеств решений.

#### Литература

1. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. *Standardized notation in interval analysis* // Вычислительные технологии. 2010. Т.15, №1. С. 7–13.
2. Ибрагимов А.А. *Интервально-итеративные методы решения узловых уравнений установившихся режимов электрических сетей* // Вестник НУУз, 2010, №3, с. 87-91.

### РАСЧЕТ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МКЭ

**Икрамов А.М., Полатов А.М., Жуманийёзов С.П., Сапаев Ш.О.**

*Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан*

Задача о распределении температуры в различные моменты времени решается в плоской постановке. Для нахождения температурного поля в прямоугольной расчетной области решается двумерная нестационарная задача теплопроводности на основе уравнения [1]:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial t} = K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где

$\lambda = c\rho$  - удельная объемная теплоемкость;  $c$  - удельная теплоемкость материала;  $\rho$  - плотность;  $K_{xx}, K_{yy}$  - коэффициенты теплопроводности в соответствующих направлениях.

В этом случае решение задачи сводится к минимизации функционала [2]:

$$\chi = \left[ K_{xx} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + 2\lambda \frac{\partial T}{\partial t} T \right] dV + \int_{S_1} q T dS + \int_{S_2} \frac{h}{2} (T - T_\infty)^2 dS,$$

где  $S_1$  - площадь поверхности, на которой задан поток тепла;  $S_2$  - площадь поверхности, где происходит конвективный обмен тепла.

Условие экстремума функционала приводит к следующей системе дифференциальных уравнений для  $e$ -го конечного элемента:

$$[c^e] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [k^e] \{T\} + \{f^e\} = 0, \quad (2)$$

Здесь

$$[c^e] = \int_{V^e} \lambda [N][N]^T dV,$$

$$[k^e] = \int_{V^e} [B^e][D^e][B^e]^T dV + \int_{S_2} h [N][N]^T dS,$$

$$\{f^e\} = \int_{S_1} q [N]^T dS - \int_{S_2} h T_\infty [N]^T dS \quad (3)$$

где  $V^e$  - объем конечного элемента;

$[N]$  - матрица функции формы;

$[B^e]$  - производные от функции формы;

$[D^e]$  - свойств материала.

Для сетки конечных элементов записывается система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [K] \{T\} + \{F\} = 0, \quad (4)$$

Заменяя производную по времени в уравнении (4) ее конечно-разностным аналогом, получим неявную разностную схему для решения уравнения теплопроводности методом конечных элементов [3]:

$$\left( \frac{[C]}{\Delta t} + [K] \right) \{T\}^{n+1} = \frac{[C]}{\Delta t} \{T\}^n - \{F\}^{n+1} \quad (5)$$

Таким образом, для температуры  $\{T\}^n$  в момент времени  $t_n$ , температура пластины в момент времени  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ , определяется в результате решения системы линейных алгебраических уравнений (5).

**Задача.** Начальная температура в расчетной области (рис.4) равна  $T(x,y,0) = 1^\circ\text{C}$ . На верхней и правой кромках температура равна  $0^\circ\text{C}$ . Размер пластины  $R=1\text{м}$  и  $L=1\text{м}$ . На нижней и левой кромках заданы условия симметрии. В расчетах принималось, что неоднородная пластинка состоит из двух материалов: железа и полиэтилена. Для железа принимались следующие значения физических характеристик: удельная теплоемкость  $C = 460 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ , плотность  $\rho = 7800 \text{ кг}/\text{м}^3$ , коэффициент теплопроводности  $K_{yy} = 60 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{K})$ . Характеристики полиэтилена: удельная теплоемкость  $C=1257 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ , плотность  $\rho= 1333 \text{ кг}/\text{м}^3$ , коэффициент теплопроводности  $K_{yy} = 0.14 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$ .

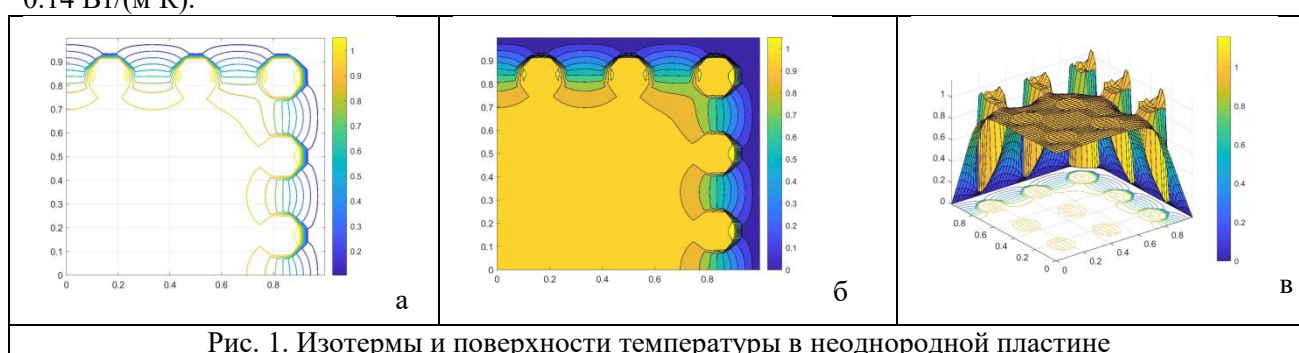


Рис. 1. Изотермы и поверхности температуры в неоднородной пластине

Под воздействием заданной температуры на верхней и правой окрестностях пластины охлаждается. На рис.1 приведены изотермы и поверхности температуры в неоднородной пластинке, в момент времени  $t = 800 \text{ сек.}$  с шагом по времени  $\Delta t = 20 \text{ сек.}$  Анализ распределения изотермы температуры (рис. 1а, б) указывает на концентрацию температуры в окрестности сторон, где приложена температура. Области, где имеются включения из полиэтилена, остывают медленнее. С течением времени тепловой поток, обтекает включения, так как коэффициент теплопроводности включения значительно меньше теплофизических параметров основного материала. Это прослеживается при сравнении картины поверхности температуры, приведенных на рис. 1.в. Наличие включений уменьшает скорость распространения теплового потока и препятствует остыванию пластины.

#### Литература

1. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. *Вычислительная теплопередача*. - М: Едиториал УРСС, 2003. - 784 с.
2. Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов*. – М.:Мир, 1979. – 392 с.
3. Икрамов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О. *Компьютерное моделирование двумерных стационарных задач теплопроводности с учетом точечных источников тепла МКЭ*//Проблемы вычислительной и прикладной математики, 2021, 3 (33). С. 44 – 53..

### НЕКОТОРЫЕ ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ С СЕДЛОВЫМИ ТОЧКАМИ ВОЗНИКАЮЩИЕ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ И МНОГОСКОРОСТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

Имомназаров Б.Х., Имомназаров Х. Х., Урев М.В.

Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия

Институт вычислительной математики и математической геофизики СОРАН

В работе рассматривается задача расчета магнитного поля, которое создается постоянными токами, заданными в неоднородной трехмерной проводящей среде. Задача формулируется в терминах векторного магнитного потенциала. Как правило, для однозначного определения векторного потенциала вводится дополнительное калибровочное условие кулоновского типа. В



этом случае ограничения, связанные с условием калибровки, учитываются с помощью вспомогательной функции — множителя Лагранжа, а исходная задача формулируется в виде вариационной задачи с седловой точкой. Такая постановка была рассмотрена в [1, 2].

В работе [3], используя прием регуляризации из [4, 5], была сформулирована и исследована обобщенная регуляризованная задача (РЗ) для векторного потенциала без ограничений. Решение РЗ точно совпадает с решением исходной задачи и удовлетворяет калибровочному условию для всех положительных значений параметра регуляризации.

Похожая постановка задачи возникает для стационарной системы двухскоростной гидродинамики с одним давлением и неоднородными дивергентными и краевыми условиями для двух скоростей. Данная система является переопределенной. Заменой искомых функций задача приводится к однородной. Решение полученной системы сводится к последовательному решению двух краевых задач: задачи Стокса для одной скорости и давления и переопределенной системы для другой скорости. Приведены обобщенные постановки этих задач и их дискретные аппроксимации по методу конечных элементов. Для решения переопределенной задачи применяется новый вариант метода регуляризации [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 21-51-15002).

#### Литература

1. Иванов М.И., Катешов В.А., Кремер И.А., Урев М.В. *Решение трехмерных стационарных задач импульсной электроразведки* // Автометрия. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 22–32.
2. Иванов М.И., Катешов В.А., Кремер И.А., Урев М.В. *Решение трехмерных нестационарных задач импульсной электроразведки* // Автометрия. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 33–44.
3. Кремер И.А., Урев М.В. *Метод регуляризации стационарной системы Максвелла в неоднородной проводящей среде* // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2009. — Т. 12, № 2. — С. 161–170.
4. Girault V., Raviart P.-A. *Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations*. — Berlin: Springer-Verlag, 1986.
5. Boffi D., Brezzi F., and Fortin M. *Mixed Finite Element Methods and Applications*, Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 44, Springer 2013.
6. Урев М.В., Имомназаров Х.Х., Жиан-Ган Тан. *Краевая задача для одной переопределенной стационарной системы, возникающей в двухскоростной гидродинамике* // СибЖВМ, 2017, т. 20, No. 4, с. 425-437.

## КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБЛАСТЕЙ

Исматуллаев Г.П., Мирзакабилов Р.Н.

*Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан*

Построение кубатурных формул с минимальным числом узлов при заданной степени точности, является интересной и актуальной задачей.

Пусть кубатурная формула

$$\int_{\Omega} p(x) f(x) dx \cong \sum_{j=1}^N C_j \left( x^{(j)} \right) \quad (1)$$

имеет алгебраическую степень точности  $m$ .

$\Omega \subseteq R^n$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x^{(j)} = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)})$ ,  $p(x)$  — весовая функция

удовлетворяет условиям

$$p(x) \geq 0 \text{ при } x \in \Omega, \quad p_1 = \int_{\Omega} p(x) dx > 0 \quad (2)$$

Для числа узлов кубатурной формулы (1) дана оценка [1] стр.81

$$N \geq \chi = M(n, k), \quad k = \left[ \frac{m}{2} \right], \quad (3)$$

где  $\left[ \frac{m}{2} \right]$  — целая часть  $\frac{m}{2}$ .

Нижнюю границу  $\chi$  для числа узлов кубатурной формулы  $C_m$  — свойством, которая указана в неравенстве (3), названа *простейшей нижней границей*.

Оценка (3) уточняется [1] стр.196 для областей с центральной симметрией и центр симметрии совпадает с началом координат. О весовой функции предполагается выполнение условия (2) и  $p(x) = p(-x)$ . Кроме этого, считаем, что  $m = 2k + 1$ .

Если среди узлов нет центра симметрии  $\Omega$ , то

$$N \geq \begin{cases} 2(\chi - \nu) & \text{при } k \text{ четном,} \\ 2\nu & \text{при } k \text{ нечетном} \end{cases} \quad (4)$$

Если центр симметрии  $\Omega$ , является узлом кубатурной формулы, то

$$N \geq \begin{cases} 2(\chi - \nu) - 1 & \text{при } k \text{ четном,} \\ 2\nu + 1 & \text{при } k \text{ нечетном,} \end{cases} \quad (5)$$

где  $\chi = M(n, k)$  — число всех одночленов степени не выше  $k$ ,  $\nu = \nu(n, k)$  — число нечетных одночленов степени не выше  $k$  от  $n$  переменных.

Отметим, что часть кубатурных формул в основном для стандартных областей приведенные в книгах [1], [2], [3] имеют число узлов равное минимальному или близкое к нижней границы.

В настоящей работе построены кубатурные формулы для двух параболических областей имеющие минимальное число узлов при заданной степени точности.

#### Литература

1. Мысовских И.П. *Интерполяционные кубатурные формулы*. - Москва: Наука, 1981.
2. Stroud A.H. *Approximate calculation of multiple integrals*. - Englewood cliffs, New Jersey: Prentice – Hall, 1977.
3. Крылов В.И., Шульгина Л.Т. *Справочная книга по численному интегрированию*. Москва: Наука, 1966.

### ОБ ОДНОЙ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО ПОРЯДКУ СХОДИМОСТИ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЕ В ПРОСТРАНСТВЕ $L_p^{(m)}(K_n)$ .

Каюмова Н.Н.

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан*  
Рассмотрим кубатурную формулу вида

$$\int_{K_n} p(x) f(x) dx \approx \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda f(x^{(\lambda)}) \quad (1)$$

над пространством Соболева  $L_p^{(m)}(K_n)$ , где  $K_n$  —  $n$ -мерный единичный куб.

Обобщённая функция

$$\ell_N(x) = p(x) \varepsilon_{K_n}(x) - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda \delta(x - x^{(\lambda)}) \quad (2)$$

называется *функционалом погрешности* кубатурной формулы (1),

$$\langle \ell_N(x), f(x) \rangle = \int_{K_n} p(x) f(x) dx - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda f(x^{(\lambda)})$$

является погрешностью кубатурной формулы (1),  $p(x) \in L_p(K_n)$  весовая функция,  $\varepsilon_{K_n}(x)$  - характеристическая функция  $K_n$ ,  $c_\lambda$  и  $x^{(\lambda)}$  - коэффициенты и узлы кубатурной формулы (1) и  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака.

Справедлива следующая

**Лемма.** Если для функционала погрешности (2) кубатурной формулы (1) выполняется условие Декартовых произведений, т.е.

$$\ell_N(x) = \ell_{N_1}(x_1) \otimes \ell_{N_2}(x_2) \otimes \dots \otimes \ell_{N_n}(x_n)$$

и

$$\left\| \ell_{N_i}(x_i) / L_p^{(m_i)*}(0,1) \right\| \leq d_i \frac{1}{N_i^{m_i}}, \quad d_i - \text{константы}, \quad (3)$$

т.е.

$$\left\| \ell_{N_i}(x_i) / L_p^{(m_i)*}(0,1) \right\| \leq d_i O(h^{m_i}), \quad d_i - \text{константы}, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (4)$$

то

$$\left\| \ell_N(x) / L_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq d \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n N_i^{m_i}}, \quad d - \text{константа}, \quad (5)$$

или

$$\left\| \ell_N(x) / L_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq d \cdot O(h^m),$$

где  $\ell_{N_i}(x_i) = p(x_i) \varepsilon_{K_i}(x_i) - \sum_{\lambda_i=1}^{N_i} c_{\lambda_i} \delta(x_i - x_i^{(\lambda_i)})$ ,  $d = \prod_{i=1}^n d_i$  и  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ .

С помощью этой леммы легко доказывается следующая теорема.

**Теорема.** Весовая кубатурная формула (1) с функционалом погрешности (2) при

$N_1 = N_2 = \dots = N_n$ ,  $\prod_{i=1}^n N_i = N$  и  $m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$  является

оптимальной по порядку сходимости над пространством  $L_p^{(m)}(K_n)$ , т.е. для нормы функционала погрешности (2) кубатурной формулы (1) имеет место равенство

$$\left\| \ell_N(x) / L_p^{(m)*}(K_n) \right\| = O\left(N^{-\frac{m}{n}}\right).$$

**Доказательство.**

На основе леммы при  $N_1 = N_2 = \dots = N_n$  имеем  $N_i = \sqrt[n]{N}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Итак,

$$\prod_{i=1}^n N_i^{m_i} = N_1^{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = N^{\frac{m}{n}}. \quad (6)$$

Подставляя (6) получим

$$\left\| \ell_N(x) / L_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq C \cdot N^{-\frac{m}{n}}, \quad (7)$$

Из теоремы Н.С.Бахвалова[3] и неравенство (7) следует доказательство сформулированной теоремы.

#### Литература

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. - М.: Наука, 1974 - 808с.

2. Соболев С.Л. *Некоторые применения функционального анализа в математической физике*. Л.: Наука. 1988, - 333с.
3. Бахвалов Н.С. *Оценки снизу асимптотических характеристик классов функций с доминирующей смешанной производной*, Мат. заметки, 1972, т.2. №6, -С.655 – 664.
4. Jalolov O.I. Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space, AIP Conference Proceeding s 2365, 020014 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057015>

## БИБЛИОТЕКА VOFDDE 1.0 В СРЕДЕ MAPLE ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДРОБНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ДУФФИНГА

**Ким В.А.<sup>1,2</sup>, Паровик Р.И.<sup>2,3</sup>**

<sup>1</sup> 683003, Камчатский государственный технический университет, г. Петропавловск-Камчатский, Россия;

<sup>2</sup> 683032, Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, г. Петропавловск-Камчатский, Россия;

<sup>3</sup> 684034, Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Камчатский край, п. Паратунка, Россия;

[valentinekim@mail.ru](mailto:valentinekim@mail.ru) , [romanparovik@gmail.com](mailto:romanparovik@gmail.com)

Рассмотрим следующую задачу Коши для смещения  $x(t) \in C^2(0, T)$  [1]:

$$\ddot{x}(t) + \lambda D_{0+}^{q(t)} x(t) + \omega_0^2 x(t) + bx^3(t) = \delta \cos(\omega t), x(0) = x_0, \dot{x}(0) = y_0, \quad (1)$$

где  $D_{0+}^{q(t)} x(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau) d\tau}{\Gamma(1-q(\tau))(t-\tau)^{q(t)}}$  - производная переменного дробного порядка в смысле

Римана-Лиувилля,  $0 < q(t) < 1$ ,  $\lambda$  - коэффициент затухания,  $\delta$  и  $\omega$  - амплитуда и частота колебаний внешнего периодического воздействия,  $\omega_0$  - собственная частота системы,  $b$  - коэффициент нелинейности,  $x_0 = 0$  и  $y_0 = 0$  - однородные, нелокальные начальные условия,  $T$  - время моделирования.

Для количественного и качественного исследования дробного осциллятора Дуффинга (1) была разработана библиотека VOFDDE 1.0 в среде Maple. VOFDDE 1.0 содержит 4 основных процедуры:

1.  $Duf(T, N, \lambda, \omega_0, b, \delta, \omega)$ ,
2.  $AFC(T, N, M, \lambda, \omega_0, b, \delta)$ ,
3.  $LapLam(T, N, \omega_0, b, \delta, \omega)$ ,
4.  $Plot(T, N)$ .

Процедура  $Duf$  принимает на вход время моделирования  $T$ , количество точек  $N$  и управляющие параметры задачи (1), а затем, используя нелокальную явную конечно-разностную схему [1,2] возвращает в виде массива множество значений функции  $x(t_k) = x_k$  и ее производной  $\dot{x}(t_k) = y_k$  при  $k = 0..N-1$ .

Процедура принимает  $AFC(T, N, M, \lambda, \omega_0, b, \delta)$  принимает те же значения, что и  $Duf$  только, в  $AFC$  добавляется количество прогонок процедуры  $M$  и не учитывается значение  $\omega$ , так как в данной процедуре это переменная величина, а возвращает множество значений амплитуды колебаний внешнего гармонического воздействия, зависящих от его частоты.

Процедура  $LapLam(T, N, \omega_0, b, \delta, \omega)$  возвращает значения спектра максимальных показателей Ляпунова в зависимости от коэффициента вязкого трения  $\lambda$ .

Команда  $Plot(T, N)$  визуализирует результаты процедур  $Duf$ ,  $AFC$  и  $LapLam$  в виде графиков.

Работа была выполнена в рамках гранта Президента РФ №МД-758.2022.1.1.

### Литература

1. Kim V.A. *Duffing oscillator with external harmonic action and variable fractional Riemann-Liouville derivative characterizing viscous friction* // Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences. 2016. vol. 13. no 2. pp. 46 – 49.
2. Kim V.A., Parovik R.I. *Mathematical model of fractional Duffing oscillator with variable memory* // Mathematics. – 2020. – Vol.8, № 11. – P. 20 – 34

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ  
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ  
Куповых Г.В., Клово А.Г., Тимошенко Д.В., Кудринская Т.В.**

Электродинамическая модель [1, 2] горизонтально-однородного электродного слоя в атмосфере состоит из уравнений переноса для полярных аэроионов ( $n_{1,2}$ ) и уравнения Пуассона для электрического поля ( $E$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} (b_{1,2} \cdot n_{1,2} E) - \frac{\partial}{\partial z} (D_T(z) \frac{\partial n_{1,2}}{\partial z}) &= q(z) - \alpha n_1 n_2, \\ \frac{\partial E}{\partial z} &= \frac{e}{\epsilon_0} (n_1 - n_2) \end{aligned} \quad (1)$$

где  $b_{1,2}$  – подвижности аэроионов,  $\alpha$  – коэффициент рекомбинации,  $D_T = D_T z$  – коэффициент турбулентной диффузии,  $q$  – скорость ионизации воздуха,  $z$ -высота,  $e$  – элементарный заряд,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Для исследования модели (1) используем методы теории подобия. Введем замену переменных, используя характерные масштабы величин:

$$t' = t/T, \quad z' = z/l_1, \quad n'_{1,2} = n_{1,2}/n_\infty, \quad E' = E/E_\infty, \quad n_\infty = \sqrt{q_\infty/\alpha}, \quad l_1 = D_1 \cdot \tau, \quad \tau = (q_\infty \alpha)^{-1/2} \quad (2)$$

Знак « $\infty$ » означает верхнюю границу электродного слоя. Тогда получаем первые два уравнения системы (1) в безразмерной форме:

$$\frac{\tau}{T} \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \left( z' \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial z'} \right) \pm \xi_{1,2} \frac{\partial}{\partial z'} (n'_{1,2} E') = \frac{q}{q_\infty} - n'_1 n'_2. \quad (3)$$

Характерное время протекания метеорологических процессов ( $T \sim 1-3$  ч), тогда как время жизни аэроиона  $\tau = 250$  с, поэтому во многих случаях стационарное приближение в (1) правомерно.

В уравнения (3) входит безразмерный параметр (критерии подобия):  $\xi_{1,2} = \frac{|b_{1,2}| \cdot E_\infty \cdot \tau}{l_1}$ . Когда

$\xi_{1,2} \geq 1$  перенос аэроионов обусловлен только электрическим полем, при  $\xi_{1,2} < 1$  следует дополнительно учитывать их турбулентную диффузию, а если  $\xi_{1,2} \ll 1$  основную роль в формировании структуры электродного слоя играет турбулентный перенос. Итак, далее проанализируем все случаи более подробно.

1) В случае  $\xi_{1,2} \geq 1$  уравнения системы (3) преобразуются к виду:

$$\tau \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial t} \pm \tau b_{1,2} E_\infty \frac{\partial (n'_{1,2} E')}{\partial z} = 1 + \frac{q}{q_\infty} - n'_1 n'_2 \quad (4)$$

Параметр  $L_{nE} = b_{1,2} E_\infty \tau \approx 4,2$  м является характерным пространственным масштабом, а  $\tau = (q_\infty \alpha)^{-1/2} \approx 300$  с есть время электрической релаксации (при  $q_\infty = 7 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-3} \text{ с}$ ,  $E_\infty = -100 \text{ В/м}$ ,  $b_{1,2} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ ).

2) При условии  $\xi_{1,2} < 1$  из системы (3) получим уравнения:

$$\tau \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial t} \pm \tau b_{1,2} E_\infty \frac{\partial (n'_{1,2} E')}{\partial z'} - D_1 \tau \frac{\partial}{\partial z'} \left( z' \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial z'} \right) = 1 + \frac{q}{q_\infty} - n'_1 n'_2, \quad (5)$$

где параметры:  $L_{nE1} = b_{1,2} E_\infty \tau$ ,  $L_D = D_1 \tau \approx 30$  м (при  $D_1 = 0,1 \text{ м}^2/\text{с}$ ). Последний определяет пространственный масштаб турбулентного электродного слоя.

3) В условиях сильного турбулентного перемешивания [1] система (1) расщепляется по малому параметру ( $\xi_{1,2} \ll 1$ ) на два уравнения: первое описывает диффузионное распределение аэроионов (или проводимости  $\lambda$ ), а решением второго является профиль электрического поля:

$$-\frac{d}{dz} \left( D_T(z) \frac{dn_{1,2}}{dz} \right) = q - \alpha n_1 n_2,$$

$$-D_T(z) \frac{d^2 E}{dz^2} + \lambda(z)E = j_0 / \varepsilon_0, \quad (6)$$

где  $D_T(z) = D_m \cdot z^m$ ,  $j_0$  – плотность электрического тока. Характерный пространственный масштаб электродного слоя  $L_m = (\varepsilon_0 D_m / \lambda_\infty)^{1/(2-m)}$  зависит от параметра стратификации ( $m = 0; 1; 4/3$ ) атмосферы и может достигать 100 м.

#### Литературы

1. Куповых Г.В. *Электродинамические процессы в приземном слое атмосферы*. Монография. – Таганрог: Изд-во ГТИ ЮФУ, 2009. 114 с.
2. Kurovykh G.V., Timoshenko D.V., Klovo A. G., Kudrinskaya T.V. *Electrodynamic processes models in atmospheric surface layer* // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. Vol. 698 (2019) 044034. 8 p.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИННЫХ ВОЛН Н.Д. КОНДРАТЬЕВА С ЭФФЕКТАМИ ПАМЯТИ

Макаров Д.В.<sup>1,2</sup>, Паровик Р.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Камчатский государственный технический университет, Россия;

<sup>2</sup>Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, Россия.

В работе предложена математическая модель дробной динамической системы Дубовского для описания экономических кризисов и циклов Н.Д. Кондратьева [1]. Математическая модель имеет вид:

$$\begin{cases} \partial_{0t}^\alpha x(\tau) = -\lambda n x(t)(x(t)-1)(y(t)-y^*) \\ \partial_{0t}^\beta x(\tau) = n(1-n)y^2(t)(x(t)-x^*) + f(t) \\ x(0) = a, y(0) = b. \end{cases} \quad (1)$$

где  $\partial_{0t}^\alpha x(\tau) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{\dot{x}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^\alpha}$ ,  $\partial_{0t}^\beta x(\tau) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^t \frac{\dot{x}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^\beta}$ ,  $0 < \alpha, \beta < 1$  –

производные дробного порядка Герасимова-Капуто;  $\Gamma(x)$  – гамма-функция Эйлера;  $x(t)$  – эффективность новых технологий;  $y(t)$  – эффективность рентабельности активов;  $x^*$  и  $y^*$  – точка равновесия системы (1);  $n$  – скорость накопления;  $\lambda$  – коэффициент, который определяется из статистики временного ряда;  $f(t)$  – внешнее воздействие на экономическую систему;  $t \in [0, T]$  – координата времени,  $T$  – время моделирования;  $a$  и  $b$  – начальные условия, заданные константы.

Заметим, что в случае когда  $\alpha = \beta = 1$  математическая модель переходит в известную модель С.В. Дубовского [2].

Математическая модель (1) была использована с помощью численных методов теории конечно-разностных схем [3], а также с помощью метода Адамса-Башфорта-Мултона [4]. Была разработана компьютерная программа HFMD 1.0 на языке Python [5], которая реализует численные алгоритмы решения, а также проводит визуализацию результатов моделирования.

В работе показано, что параметры  $\alpha$  и  $\beta$  выполняют роль интенсивности рассматриваемого процесса и влияют на форму предельного цикла на фазовой плоскости. Также были проанализированы случаи различных воздействия на систему (1), которые определяются функцией  $f(t)$ . Получены различные режимы рассматриваемого процесса.

Работа выполнена в рамках научно-исследовательского проекта Камчатского государственного университета им. Витуса Беринга «Природные катастрофы Камчатки – землетрясения и извержения вулканов», № АААА-А19-119072290002-9.

#### Литература

- Kondratyev N. D., Oparin D. N. Big cycles of the conjuncture (Institute of Economics, Moscow, 1928).  
 Dubovsky S.V. The Kondratiev cycle as an object of modelling // *Matematicheskoe modelirovanie*. 1995. Т. 7. №. 6. С. 65-74.

- Makarov D. V., Parovik R. I. Modeling of the economic cycles using the theory of fractional calculus // Journal of Internet Banking and Commerce. 2016. vol. 21.
- Makarov D.V., Parovik R. I. Numerical modeling of Kondratyev's long waves taking into account heredity // AIP Conference Proceedings. 2021. vol. 2365. 020007.
- Редутон Е.В., Гринченко М.Р., Макаров Д.В., Паровик Р.И. Программа HFMD 1.0 для численного расчета предельных экономических циклов в рамках обобщенной модели Дубовского // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2020665880, 02.12.2020. Заявка № 2020664953 от 23.11.2020.

## ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ И ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

**Махмудов Ж.М., Кулжанов Ж.Б., Исанов О.**

*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*

При фильтрации и переносе вещества в нелинейных средах, а также при течении реологических сложных сред характеристики часто обнаруживают масштабную инвариантность (фрактальность) как по пространственным, так и временным параметрам [1].

В этой работе решается задача фильтрации и переноса вещества в пористой среде с фрактальной структуры. Процесс переноса вещества с учетом аномальных эффектов можно описать уравнением [2]

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^\beta c}{\partial x^\beta} - \frac{\partial(vc)}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $C$  – концентрация твердых частиц в жидкости,  $v$  – скорость фильтрации,  $D$  – коэффициент диффузии,  $\beta$  – показатель производной,  $t$  – время,  $x$  – координата.

Скорость аномальной фильтрации определяется как [3]

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial^\gamma p}{\partial x^\gamma}, \quad (2)$$

где  $k$  – дробно-дифференциальный аналог проницаемости пористой среды,  $\mu$  – вязкость суспензии,  $\gamma$  – показатель производной.

Уравнение неразрывности течения сжимаемой жидкости через пористую среду можно записать как [4]

$$\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (3)$$

где  $m$  – коэффициент пористости,  $\rho$  – плотность жидкости.

Используем уравнения состояния упругой жидкости и упругой пористой среды [4]

$$\rho = \rho_0(1 + \beta_{жс}(p - p_0)), \quad m = m_0 + \beta_c(p - p_0), \quad (4)$$

где  $\beta_{жс}$  – коэффициент объемного сжатия жидкости,  $\beta_c$  – коэффициент упругости среды,  $\rho_0$  – первоначальная плотность жидкости,  $p_0$  – первоначальное давление.

Подставив (2), (4) в (3), можно получить уравнение пьезопроводности в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \frac{\partial^{\gamma+1} p}{\partial x^{\gamma+1}}, \quad (5)$$

где  $\chi = k/\mu\beta^*$  – коэффициент пьезопроводности,  $\beta^*$  – коэффициент упругоэластичности среды.

Итак, получаем системы уравнений фильтрации суспензии и переноса вещества, состоящую из уравнения баланса (1), закона Дарси (2) и уравнения пьезопроводности (5).

Начальные и граничные условия задачи имеют вид

$$c(0, x) = 0, \quad c(t, 0) = c_0, \quad c_0 = \text{const}, \quad \frac{\partial c}{\partial x}(t, l) = 0, \quad (6)$$

$$p(t, 0) = p_c, \quad p_c > p_0, \quad p_c = \text{const}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}(t, l) = 0, \quad p(0, x) = p_0, \quad p_0 = \text{const}, \quad (8)$$

Задача (1), (2), (5) – (8) решена методом конечно-разностных схем.

Результаты расчетов показывают, что уменьшение показателя производной в уравнении скорость фильтрации от 1 приводит к увеличению давления и скорости фильтрации. Уменьшение показателя производной в диффузионном члене от 2 приводит к “ускорению” диффузионного процесса.

#### Литература

1. Хасанов М.М., Булгакова Г.Т. Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. – 288 с.
2. Khuzhayorov B., Usmonov A., Nik Long N.M.A., Fayziev B. Anomalous solute transport in a cylindrical two-zone medium with fractal structure // Applied Sciences (Switzerland), 2020. 10(15), 5349. DOI:10.3390/app10155349.
3. Nikita S. Belevtsov, Stanislav Yu. Lukashchuk. Lie group analysis of 2-dimensional space-fractional model for flow in porous media // Math Meth Appl Sci. 2018;1–11. <https://doi.org/10.1002/mma.5078>.
4. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. – М.: Недра, 1972. – 288 с.

### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ СУСПЕНЗИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ КОНСОЛИДАЦИИ ОСАДКИ

<sup>1</sup>Махмудов Ж.М., <sup>2</sup>Назаров О.У., <sup>1</sup>Сайдуллаев Д.З.

<sup>1</sup>Самаркандский государственный университет имени Шарафа Рашидова

<sup>2</sup>Самаркандский государственный архитектурно-строительный институт

В [1] считается, что образовавшийся в пористой среде осадок частиц имеет постоянную структуру, которая в процесс фильтрации не меняется. Однако под воздействием гидродинамических сил осадок меняет свою структуру. В работе [2] построена модель фильтрации двухкомпонентной суспензии в пористой среде с образованием двух типов осадка, отличающихся по своим структурам и свойствам. В [3] построена модель фильтрации с учетом консолидации осадка.

Система уравнений с учетом консолидации осадка может быть представлена в виде [3]

$$\begin{aligned} m_0 \frac{\partial S_1}{\partial t} &= -\bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{S_1}{S_1 + S_2} \right) - J_{1,3} + J_{3,1}, \\ m_0 \frac{\partial S_2}{\partial t} &= -\bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{S_2}{S_1 + S_2} \right) - J_{2,4} + J_{4,2}, \\ m_0 \frac{\partial S_3}{\partial t} &= J_{1,3} - J_{3,1}, \\ m_0 \frac{\partial S_4}{\partial t} &= J_{2,4} - J_{4,2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m_0$  – пористость среды,  $S_k = \frac{V_k}{V_{пор}}$ ,  $k=1,2,3,4$ ,  $V_k$  – объем  $k$ -ой части фильтруемой

системы,  $V_{пор}$  – объем пор элементарного объема пористой среды. Величины  $S_k$  назовем насыщенностью среды соответствующими фазами,  $C$  – концентрация твердых частиц,  $J_{1,3}$  – плотность потока жидкости из первой в третью фазу,  $J_{3,1}$  – плотность потока жидкости из третьей в первую фазу,  $J_{2,4}$  – плотность потока коагуляции – перехода частиц из подвижного состояния (вторая фаза) в неподвижное (четвертая фаза),  $J_{4,2}$  – плотность потока суффозии, т.е. перехода частиц из неподвижного состояния (четвертая фаза) в подвижное (вторая фаза),  $\bar{U}$  – скорость фильтрации.

При консолидации осадка часть третьей фазы, т.е. связанной с осадком неподвижной жидкости, переходить в подвижное состояние, а масса твердых частиц остается без изменения.



Результатом этого является уменьшение пористости. Закон изменения пористости осадка в соответствии с [3] используем в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 - \varepsilon_\alpha P). \quad (2)$$

В (1)  $\vec{U}$  определяется из закона Дарси [1]

$$\vec{U} = -\frac{k(S_1, S_2)}{\mu(c)} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3)$$

где  $k(S_1, S_2)$  – проницаемость среды в проточных порах,  $\mu(c)$  – вязкость суспензии.

Система уравнений (1), (3) с начальными и граничными условиями в одномерном случае решена численно [4] и на основе вычислительных экспериментов оценено влияние консолидации осадка на характеристики фильтрации суспензии.

#### Литература

1. Носков М.Д., Зайцева М.С., Истомин А.Д., Лукашевич О.Д. Математическое моделирование работы скорых фильтров // Вестник ТГАСУ, № 2, 2008. С. 126 – 137.
2. Makhmudov J.M., Saidullaev U.Zh., Khuzhayorov B.Kh. Mathematical model of deep bed filtration of a two-component suspension through a porous medium // Fluid Dynamics. 2017. Vol. 52. No. 2. Pp. 299-308.
3. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М. Математическая модель фильтрации суспензии с образованием консолидирующегося осадка // Сборник докладов республиканской научно-практической конференции “Механика деформируемого твердого тела”, 25.20.2018 г. Том I, г. Ташкент, 2018. С. 398-405.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М. Наука. 1977. – 656 с.

## ОПТИМАЛЬНОЙ РЕШЕТЧАТОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ С ПРОИЗВОДНЫМИ

Маматова Н.Х.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Рассмотрим кубатурную формулу с производными

$$\int_{\Omega_0} \varphi(x) dx \cong \sum_{k=1}^N (C_k \varphi(x^{(k)}) + C_k^{(1)} D\varphi(x^{(k)}) + C_k^{(2)} D^2\varphi(x^{(k)})) \quad (1)$$

точки  $x^{(k)} \in \Omega_0$  и параметры  $C_k$ ,  $C_k^{(1)}$  и  $C_k^{(2)}$  называют соответственно узлами и коэффициентами кубатурной формулы  $\Omega_0$  – фундаментальный параллелепипед

$$D\varphi(x^{(k)}) = \left( \frac{\partial}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \right), \quad D^2\varphi(x^{(k)}) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_{n-1} \partial x_n} \right)$$

Элементами пространства  $L_2^{(m)}(H)$  служат функции, отличающихся друг от друга на постоянное слагаемое.

Норма в  $L_2^{(m)}(H)$  имеет вид

$$\|\varphi\|_{L_2^{(m)}(H)} = \int_{\Omega_0} \sum_{|\alpha|=m} \frac{m!}{\alpha!} (D^\alpha \varphi)^2 dx.$$

Разность

$$\int_{\Omega_0} \varphi(x) dx - \sum_{k=1}^N (C_k \varphi(x^{(k)}) + C_k^{(1)} D\varphi(x^{(k)}) + C_k^{(2)} D^2\varphi(x^{(k)}))$$

называется погрешностью кубатурной формулы (1).

С другой стороны

$$\begin{aligned} (\ell, \varphi) &= \int_{\Omega_0} \varphi(x) dx - \sum_{k=1}^N (C_k \varphi(x^{(k)}) + C_k^{(1)} D\varphi(x^{(k)}) + C_k^{(2)} D^2\varphi(x^{(k)})) \\ &= \int_{\Omega_0} \left[ \left( \mathcal{X}_{\Omega_0} - \sum_{k=1}^N (C_k \delta(x - x^{(k)}) - C_k^{(1)} \delta'(x - x^{(k)}) + C_k^{(2)} \delta''(x - x^{(k)})) \right) * \Phi_0(H^{-1}x) \right] \varphi(x) dx, \end{aligned}$$

где

$$\mathcal{X}_{\Omega_0}(x) = \begin{cases} 1, & \text{анее } x \in \Omega_0, \\ 0, & \text{анее } x \notin \Omega_0, \end{cases}$$

$\delta(x)$  - известная дельта функция Дирака,

$$\Phi_0(H^{-1}x) = \sum_{\beta} \delta(x - H\beta), \quad \beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n),$$

$\beta_i$  - целые числа, т.е.  $\beta_i \in \mathbb{Z}$ .

$$\ell(x) = \left( \mathcal{X}_{\Omega_0} - \sum_{k=1}^N \left( C_k \delta(x - x^{(k)}) - C_k^{(1)} \delta'(x - x^{(k)}) + C_k^{(2)} \delta''(x - x^{(k)}) \right) \right) * \Phi_0(H^{-1}x) \quad (2)$$

- функционал погрешности кубатурной формулы.

Пространство  $L_2^{(m)*}(H)$  будет состоят из всех периодических функционалов (2), которые ортогональны единице:

$$(\ell, 1) = 0.$$

Неизвестными параметрами кубатурной формулы является узлы  $x^{(k)}$  и коэффициенты  $C_k, C_k^{(1)}, C_k^{(2)}$ .

Оптимальной кубатурной формулой называют погрешности которой при заданном числе узлов  $N$  имеет наименьшую норму в  $L_2^{(m)*}(H)$ .

Если узлы  $x^{(k)}$  являются точками решетки, т.е. расположены в точках вида  $x^{(\gamma)} = hN\gamma$ , тогда такую кубатурную формулу называют решетчатой. Здесь  $h$  - малый параметр,  $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n), \gamma_i \in \mathbb{Z}, i = 1, 2, \dots, n$ .

Далее получена экстремальная функция, вычислена квадрат нормы функционала погрешности рассматриваемой кубатурной формулы в сопряженном пространстве  $L_2^{(m)*}(H)$ . Минимизируя эту норму по коэффициентам получена система линейных алгебраических уравнений, доказаны существование и единственность этой системы. Кроме того найдено решение этой системы, т.е явно найдены оптимальные коэффициенты кубатурной формулы с производными и вычислена оптимальная норма функционала погрешности.

В основном решетчатых оптимальных кубатурных формулам занимались С.Л.Соболев и его ученики [1]-[3].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. – М.: Наука, 1974. - 808 с.
2. С.Л.Соболев, В.Л.Васкевич. Кубатурные формулы. - Новосибирск: Из-во ИМ СО РАН, 1996. -484 с.
3. Шадиметов Х.М. Оптимальные решетчатые квадратурные и кубатурные формулы в пространствах Соболева. – Ташкент: Фан ва технология, 2019.

### ОЦЕНКА ДЛЯ BLOW-UP СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ НЕДИВЕРГЕНТНОГО ВИДА

Матякубов А.С.<sup>1</sup>, Раупов Д.Р.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Заведующий кафедры ПМиКА НУУз, д.ф.-м.н.,

<sup>2</sup>Старший преподаватель кафедры ВМиИ Академии МЧС РУз.,

almasa@list.ru, raupov.dilmurod@mail.ru.

В данной работе исследуется качественные Blow-up свойства решений следующего нелинейную систему параболического уравнения недивергентного вида с кросс-диффузией

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = v^\alpha \mathbb{3} - i \nabla \left( u_i^{m_i - 1} \nabla u_i \right) + u_i^{\beta_i}, \quad (1)$$

$$u_i|_{t=0} = u_{i0}(x) \geq 0, \quad i = 1, 2, x \in \mathbb{R}^N \quad (2)$$

где,  $\nabla(\cdot) = grad_x(\cdot)$ ,  $m_1, m_2, \alpha_1, \alpha_2$  - положительные числа,  $N \geq 1$  - размер пространства,  $u_i = u_i(t, x) \geq 0, i = 1, 2$  - искомые решения.

Используя теорему сравнений, не решая задачу, мы можем оценить решение сверху и снизу, что является весьма важным при исследовании свойств нелинейных задач [1-4].

Для построения автомодельной системы для (1) предлагается алгоритм нелинейного расщепления, для чего решения системы (1) ищется в виде

$$u_i(t, x) = (T-t)^{q_i} w_i(\tau(t), r), \quad i = 1, 2, \quad r = |x| \quad (3)$$

$$\tau(t) = \begin{cases} \int (T-t)^{\frac{m_1-1}{1-\beta_1} + \frac{\alpha_1}{1-\beta_2}} dt, & \frac{m_1-1}{1-\beta_1} + \frac{\alpha_1}{1-\beta_2} + 1 \neq 0 \\ \text{Ln}(T-t), & \frac{m_1-1}{1-\beta_1} + \frac{\alpha_1}{1-\beta_2} + 1 = 0 \end{cases}, \quad q_i = -\frac{1}{\beta_i - 1}, \quad i = 1, 2$$

Тогда относительно  $(w_1, w_2)$  получим систему уравнений

$$\frac{\partial w_i}{\partial \tau} = w_{3-i} \alpha_i r^{1-N} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{N-1} w_i^{m_i-1} \frac{\partial w_i}{\partial r} \right) + b_i \tau^{-1} \left( w_i^{\beta_i} - \frac{1}{\beta_i-1} w_i \right) = 0 \quad (4)$$

где  $b_i = -\frac{1}{q_i(m_i-1) + q_{3-i}\alpha_i + 1}, \quad i = 1, 2$

А затем введя (4) преобразование  $w_1(\tau, x) = f_1(\xi), \quad w_2(\tau, x) = f_2(\xi), \quad \xi = |x|\tau(t)^{-1/2}$  получим автомодельную систему уравнений

$$f_{3-i} \alpha_i \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{N-1} f_i^{m_i-1} \frac{df_i}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{2} \frac{df_i}{d\xi} + b_i \left( f_i^{\beta_i} - \frac{1}{\beta_i-1} f_i \right) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

**Теорема 1.** Пусть  $\gamma_i > 0, \quad m_i \gamma_i > 1, \quad 1 + \alpha_i q_{3-i} + q_i(m_i - 1) > 0, \quad \beta_i < 1,$   
 $u_{i+}(0, x) \geq u_{i0}(x), \quad x \in \mathbf{R}^N.$  Тогда для решение задачи (1)-(2) справедливо следующая оценка  
 $u_i(t, x) \leq A_i (T-t)^{q_i} (a - \xi^2)^{\gamma_i},$

где  $\gamma_i = \frac{1 + \alpha_i - m_{3-i}}{\alpha_i \alpha_{3-i} - (m_{3-i} - 1)(m_i - 1)}$   $A_i = \left( \frac{4^{\frac{m_{3-i}-1}{\alpha_i}} \cdot (\gamma_i m_i - 1)^{\frac{m_{3-i}-1}{\alpha_i}}}{4(\gamma_{3-i} m_{3-i} - 1)} \right)^{\frac{\alpha_i(m_i-1)}{\alpha_i \alpha_{3-i} (m_i-1) - m_{3-i}-1}} \quad i = 1, 2$

### Литература

- [1] Aripov M., Matyakubov A.S. To the qualitative properties of solution of system equations not in divergence form. International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology, Vol. 3 Issue 8, 2016, p. 533–537.
- [2] Матякубов А.С., Раупов Д.Р. К асимптотическому поведению Blow-up свойства решений нелинейных параболических систем уравнений недивергентного вида. Научный Вестник СамГУ, №5, 2019, с. 53-58.
- [3] Aripov M.M., Matyakubov A.S., Imomnazarov B.K., 2020, Math Notes NEFU, The Cauchy problem for a nonlinear degenerate parabolic system in non-divergence form., 27(3), Yakutsk, 27–38
- [4] Matyakubov A.S., Raupov D.R., Technological Advancements in Construction, On Some Properties of the Blow-Up Solutions of a Nonlinear Parabolic System Non-divergent Form with Cross-Diffusion., vol 180, Lecture Notes in Civil Engineering this link is disabled, 2022, 289-301.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОСОСИММЕТРИЧНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В УПРУГОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

Мусурмонов Х.О., Шукуров А.М.

*Каршинский государственный университет, Карши, Узбекистан  
ShukurovAmon@yandex.ru*

Работа посвящена математическому моделированию и изучению нестационарных кососимметричных волновых процессов в упругом сферическом слое.

Пусть линейно однородная упругая изотропная среда ограничена двумя концентрическими сферическими поверхностями, радиусы которых равны соответственно  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). Толщина сферического слоя равно  $h$  ( $h = R_2 - R_1$ ).

В начальный момент  $\tau = 0$  времени в случае сферической полости к внутренней поверхности приложена осесимметричная заданная касательная поверхностная нагрузка  $q(\tau, \theta)$ , что образует вращательное движение среды вокруг оси, проходящей через центры сфер, а в случае абсолютно жесткого шара, который подвергается вращательному движению вокруг оси по заданному закону  $V(\tau, \theta)$ .

Внешняя поверхность сферического слоя свободна от давления или на ней перемещение равно нулю.

С учётом осевой симметрии задачи движение среды относительно потенциала  $\psi$  описывается волновым уравнением. Начальные условия – однородные.

Начально-краевая задача решается с применением интегрального преобразования Лапласа по времени  $\tau$ . В пространстве изображений потенциал  $\psi^L$ , компоненты  $w^L$  вектора смещения и  $\sigma_{r\theta}^L$  тензора напряжения, а также заданные функции  $q^L(s, \theta)$ ,  $V^L(s, \theta)$  представим в виде бесконечных рядов по полиномам Гегенбауэра  $C_{n-1}^{3/2}(\cos \theta)$  [1].

В пространстве изображений начально-краевая задача сведена к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, решение которой ищется в виде бесконечного ряда по экспонентам, что позволяет получить решение бесконечной системы без использования метода редукции [2]. Получены формулы для компонент вектора перемещения и тензора напряжений. Переход к оригиналам осуществляется с помощью теории вычетов. Проведены численные эксперименты, результаты которых представлены в виде графиков.

### Литература

1. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В., Шукуров А.М. Нестационарные колебания упругой среды, ограниченной двумя эксцентрическими сферическими поверхностями // Прикладная математика и механика РАН - 1994. □ 2. – С. 85-92.

2. Шукуров А.М. Нестационарные колебания упругого полупространства при вращении жесткого шара // Журнал проблемы механики АН РУз. – 2003. №4. – С. 49 – 52.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ ОДНОРОДНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЕВА ВТОРОГО РОДА

Нармурадов Ч. Б., Турсунова Б. А.

*Заведующий кафедрой прикладной математики и информатики ТерГУ д.ф.-м.н.*

Одной из актуальных проблем механики сплошной среды является проблема гидродинамической устойчивости. Данная проблема сводится к решению задачи на собственные значения для обыкновенного дифференциального уравнения с малым параметром при старшей производной. В статье рассматривается исследование математических моделей гидродинамических систем общего вида, описываемых задачами на собственные значения для линейного обыкновенного дифференциального уравнения при однородных краевых условиях, так как исследования устойчивости математических моделей многих гидродинамических потоков подпадают под этот класс уравнений. Ранее в работах [1,2] для исследования рассматриваемой проблемы был применен спектрально-сеточный метод с полиномами Чебышева первого рода.

Доказаны теоремы сходимости спектрально-сеточного метода для обыкновенного дифференциального уравнения  $m$ -го порядка при линейных однородных краевых условиях. Полиномы Чебышева являются одними из наиболее важных ортогональных полиномов, которые широко используются в спектральных и спектрально-сеточных методах.

Представляет интерес применение полиномов Чебышева второго рода при численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений.

Применение полиномов Чебышева второго рода для численного решения дифференциального уравнения высокого порядка широко обсуждалось большим количеством авторов из-за их большой важности и с применением в различных приложениях в прикладных областях. Например, в работе [3] предложен новый спектральный алгоритм, основанный на сдвинутых чебышевских операционных матрицах производных полиномов Чебышева второго рода, который используется для решения линейных и нелинейных двухточечных краевых задач второго порядка. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений с применением полиномов Чебышева первого и второго рода изложен в [4]. В статье [5] рассматривается дифференциальное уравнение второго порядка которое удовлетворяет смещенные полиномы Чебышева. Экспоненциальное приближение полиномов Чебышева второго рода для решения обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка в неограниченных областях с применением к интегралу Дюсона посвящена статья [6], основанная на полиномах Чебышева второго рода. Сходимость спектрально-сеточного метода с полиномами Чебышева второго рода исследована в [7].

Рассмотрим проблему на собственные значения для обыкновенного дифференциального уравнения  $m$ -го порядка при линейных однородных краевых условиях. Рассматриваемое уравнение можно записать в операторной форме, с компактными операторами  $T$  и  $\bar{T}$  в банаховом пространстве  $E$ :

$$X + TX = \lambda \bar{T}X \quad (1)$$

Введем проектор  $P_{\bar{p}} : L_{2,\rho}^N \rightarrow L_{2,\rho}^{(\bar{p})}$ , по правилу: если  $X = (x_1(y), \dots, x_N(y))$  и

$$x_j(y) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k^{(j)} U_k(\tilde{y}), \text{ то } P_{\bar{p}} X = \left( \sum_{k=0}^{p_1-m} c_k^{(1)} U_k(\tilde{y}), \dots, \sum_{k=0}^{p_N-m} c_k^{(N)} U_k(\tilde{y}) \right), \text{ где } U_k(\tilde{y}) \text{ - полиномы}$$

Чебышева второго рода.

Тогда приближенная задача на собственные значения полученная спектрально-сеточным методом имеет вид:

$$X^{(p)} + P_{\bar{p}} T X^{(p)} = \lambda^{(p)} P_{\bar{p}} \bar{T} X^{(p)} \quad (2)$$

Доказывается сходимость приближенных собственных значений уравнения (2) к точным собственным значениям уравнения (1).

#### Список литературы

- [1] Абуталиев Ф. Б., Нармурадов Ч. Б. Математическое моделирование проблемы гидродинамической устойчивости. — Т.: Fan va texnologiya, 2011. 188 с.
- [2] Нармурадов Ч. Б., Подгаев А. Г. Сходимость проекционно-сеточного галеркинского метода // Моделирование в механике. — Новосибирск, 1989. №4(3). С. 113–130.
- [3] Abd-Elhameed W.M., Doha E.H., Youssri Y.H. New spectral second kind Chebyshev wavelets algorithm for solving linear and nonlinear second-order differential equations involving singular and Bratu type equations // Abstract and applied analysis, Hindawi publishing corporation - 2013, Article ID715756
- [4] Amber S. R. Chebyshev polynomial approximation to solutions of ordinary differential equations - University of Southern Mississippi (2013).
- [5] Z'elia D.R. On the second order differential equation satisfied by perturbed chebyshev polynomials // Journal of Mathematical Analysis ISSN: 2217-3412, URL: <http://www.ilirias.com> Volume 7 Issue 1 (2016), Pages 53–69.
- [6] Mohamed A. Ramadan, Kamal R.Raslan, Talaat S.El Danaf, Mohamed A.Abd El Salam An exponential Chebyshev second kind approximation for solving high-order ordinary differential equations in unbounded domains, with application to Dawson's integral // Journal of the Egyptian Mathematical Society, July 2016
- [7] Нармурадов Ч.Б., Турсунова Б.А. Сходимость спектрально-сеточного метода с полиномами Чебышева второго рода // Проблемы вычислительной и прикладной математики - 2020, №1 (25) стр.94–100.

# РАСЧЁТ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Неъматова Д.Э., Рихсибоев Д.Р., Улашев А.Э., Каримов Д.К.

*Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека*

[Nematova\\_dilfuza@mail.ru](mailto:Nematova_dilfuza@mail.ru), [dostonhoji1011@gmail.com](mailto:dostonhoji1011@gmail.com)

## Постановка задачи.

Рассмотрим линейную симметрическую  $t$ -гиперболическую систему:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{K}(x) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

Наша задача заключается в том, чтобы проанализировать экспоненциальную устойчивость этой системы с линейными граничными условиями в канонической форме при  $x = 0$ :

$$\mathbf{v}^I = \mathbf{s} \mathbf{v}^II, \quad t \in [0, +\infty), \quad (2)$$

и при  $x = l$ :

$$\mathbf{v}^II = \mathbf{r} \mathbf{v}^I, \quad t \in [0, +\infty). \quad (3)$$

и с начальными данными

$$\mathbf{v}(x, 0) = \mathbf{v}_0(x), \quad x \in (0, l). \quad (4)$$

## Неявная противопоточная разностная схема.

Исходная система (1) аппроксимируется неявной схемой:

$$\begin{cases} (v_i)_{j+1}^{\kappa+1} = (v_i)_j^{\kappa} - (a_i)_j \frac{\Delta t}{\Delta x} [(v_i)_{j+1}^{\kappa+1} - (v_i)_j^{\kappa+1}], & i = \overline{1, m}; \\ (v_i)_{j+1}^{\kappa+1} = (v_i)_j^{\kappa} - (a_i)_j \frac{\Delta t}{\Delta x} [(v_i)_{j+1}^{\kappa+1} - (v_i)_{j+1}^{\kappa+1}], & i = \overline{m+1, n}; \end{cases} \quad (5)$$

$$j = \overline{1, J-1}; \quad \kappa = \overline{0, K-1}.$$

А в качестве начальных данных берём точное значение начальных функций в узловых точках начального слоя по времени:

$$(v_i)_j^0 = (\varphi_i)_j, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{0, J}. \quad (6)$$

Для аппроксимации граничных условий значения берём равными их значениям в соседней точке. В таком случае очевидно, что аппроксимация граничных условий будет иметь первого порядка точности:

$$\begin{cases} (\mathbf{v}^I)_0^{\kappa+1} = \mathbf{s} (\mathbf{v}^II)_1^{\kappa+1}, \\ (\mathbf{v}^II)_J^{\kappa+1} = \mathbf{r} (\mathbf{v}^I)_{J-1}^{\kappa+1}, \end{cases} \quad \kappa = \overline{0, K-1}. \quad (7)$$

В качестве кандидатуры дискретной квадратичной функции Ляпунова предлагаем следующую функцию

$$L(\kappa \Delta) \triangleq L^{\kappa} = {}_1 L^{\kappa} + {}_2 L^{\kappa}, \quad (8)$$

где

$$L_i^{\kappa} \triangleq \begin{cases} \Delta x \sum_{j=1}^{J-1} \frac{\mu_i}{(a_i)_j} e_{j-1} [(v_i)_j^{\kappa}]^2, & i = \overline{1, m}; \\ \Delta x \sum_{j=1}^{J-1} \frac{\mu_i}{(a_i)_j} e_{j+1} [(v_i)_j^{\kappa}]^2, & i = \overline{m+1, n}; \end{cases}$$

$${}_1 L^{\kappa} \triangleq \sum_{i=1}^m L_i^{\kappa}, \quad {}_2 L^{\kappa} \triangleq \sum_{i=m+1}^n L_i^{\kappa}.$$

$${}_i e_j \triangleq \begin{cases} \exp\left(-\Delta x \sum_{q=1}^j \frac{v}{(a_i)_q}\right), & i = \overline{1, m}; \\ \exp\left(\Delta x \sum_{q=1}^j \frac{v}{(a_i)_q}\right), & i = \overline{m+1, n}; \end{cases} \quad v > 0.$$

Здесь  $V, \mu_i, i = \overline{1, n}$  - положительные постоянные подлежащие определению.

**Теорема.** Пусть  $T > 0$  и дискретная функция Ляпунова определена с помощью формулы (8). Если матрицы  $\mathbf{R}, \mathbf{S}$  параметров граничных условий (7) подчиняются неравенству  $\rho_2(\mathbf{R}) < 1$ , (условия диссипативности граничных условий) тогда численное решение  $\mathbf{V}_j^k$  разностной начально-краевой задачи (5)-(7) экспоненциально устойчиво в  $l^2$ -норме.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{s} \\ \mathbf{r} & 0 \end{pmatrix}. \quad \rho_2(\mathbf{R}) \triangleq \inf \left\{ \|DRD^{-1}\|_2, D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \right\},$$

#### Численные эксперименты.

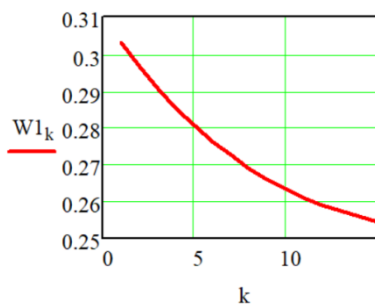


Рисунок 1. График нормы (Устойчивость).

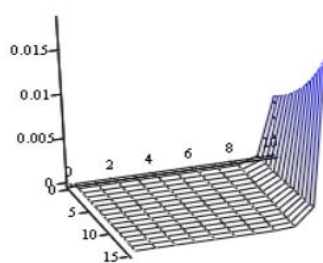


Рисунок 2. График точного решения.

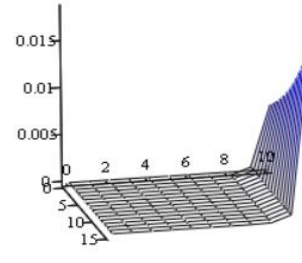


Рисунок 3. График приближенного решения.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № UZB-IND-2021-87 на тему «Анализ симметрии Ли, моделирование и анализ устойчивости по Ляпунову гиперболических систем»

#### Литература

1. Aloev R. D., Eshkuvatov Z. K., Khudoyberganov M. U., Nematova D. E. The Difference Splitting Scheme for Hyperbolic Systems with Variable Coefficients. Mathematics and Statistics. Vol. 7(3), 2019, pp. 82–89 DOI: 10.13189/ms.2019.070305.

### РАСЧЁТ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ

Неъматова Д.Э., Рихсибоев Д.Р., Исмоилова Г.Б., Тураев З.У.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

[Nematova\\_dilfuza@mail.ru](mailto:Nematova_dilfuza@mail.ru), [dostonhoji1011@gmail.com](mailto:dostonhoji1011@gmail.com)

#### Постановка задачи.

Рассмотрим линейную симметрическую  $t$ -гиперболическую систему:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{K}(x) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + \mathbf{Q}(x) \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

Наша задача заключается в том, чтобы проанализировать экспоненциальную устойчивость разностной схемы для численного решения системы с линейными граничными условиями в канонической форме при  $x = 0$ :

$$\mathbf{v}^I = \mathbf{S} \mathbf{v}^{II} + \boldsymbol{\Psi}^I, \quad t \in [0, +\infty), \quad (2)$$

и при  $x = l$ :

$$\mathbf{v}^{\text{II}} = \mathbf{r}\mathbf{v}^{\text{I}} + \boldsymbol{\psi}^{\text{II}}, \quad t \in [0, +\infty), \quad (3)$$

и с начальными данными

$$\mathbf{v}(x, 0) = \mathbf{v}_0(x), \quad x \in (0, l). \quad (4)$$

Исходная система (1.1) аппроксимируется неявной схемой:

$$\begin{cases} (v_i)_j^{\kappa+1} = (v_i)_j^\kappa - (a_i)_j \frac{\Delta t}{\Delta x} [(v_i)_j^{\kappa+1} - (v_i)_{j-1}^{\kappa+1}] - \Delta t_i q_j (v_i)_j^{\kappa+1}, & i = \overline{1, m}; \\ (v_i)_j^{\kappa+1} = (v_i)_j^\kappa - (a_i)_j \frac{\Delta t}{\Delta x} [(v_i)_j^{\kappa+1} - (v_i)_{j+1}^{\kappa+1}] - \Delta t_i q_j (v_i)_j^{\kappa+1}, & i = \overline{m+1, n}; \end{cases} \quad (5)$$

$$j = \overline{1, J-1}; \quad \kappa = \overline{0, K-1}.$$

А в качестве начальных данных берём точное значение начальных функций в узловых точках начального слоя по времени:

$$(v_i)_j^0 = (\varphi_i)_j, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{0, J}. \quad (6)$$

Для аппроксимации граничных условий значения берём равными их значениям в соседней точке. В таком случае очевидно, что аппроксимация граничных условий будет иметь первого порядка точности:

$$\begin{cases} (\mathbf{v}^{\text{I}})_0^{\kappa+1} = \mathbf{s}(\mathbf{v}^{\text{II}})_1^{\kappa+1} + (\boldsymbol{\psi}^{\text{I}})^{\kappa+1}, \\ (\mathbf{v}^{\text{II}})_J^{\kappa+1} = \mathbf{r}(\mathbf{v}^{\text{I}})_{J-1}^{\kappa+1} + (\boldsymbol{\psi}^{\text{II}})^{\kappa+1}, \end{cases} \quad \kappa = \overline{0, K-1}. \quad (7)$$

В качестве кандидатуры дискретной квадратичной функции Ляпунова предлагаем следующую функцию

$$L(\kappa\Delta) \triangleq L^\kappa = \sum_{i=1}^m L_i^\kappa + \sum_{i=m+1}^n L_i^\kappa, \quad (8)$$

где

$$L_i^\kappa \triangleq \begin{cases} \Delta x \sum_{j=1}^{J-1} \frac{\mu_i}{(a_i)_j} {}_i e_{j-1} [(v_i)_j^\kappa]^2, & i = \overline{1, m}; \\ \Delta x \sum_{j=1}^{J-1} \frac{\mu_i}{(a_i)_j} {}_i e_{j+1} [(v_i)_j^\kappa]^2, & i = \overline{m+1, n}; \end{cases} \quad {}_i e_j \triangleq \begin{cases} \exp\left(-\Delta x \sum_{q=1}^j \frac{\nu}{(a_i)_q}\right), & i = \overline{1, m}; \\ \exp\left(\Delta x \sum_{q=1}^j \frac{\nu}{(a_i)_q}\right), & i = \overline{m+1, n}; \end{cases} \quad \nu > 0.$$

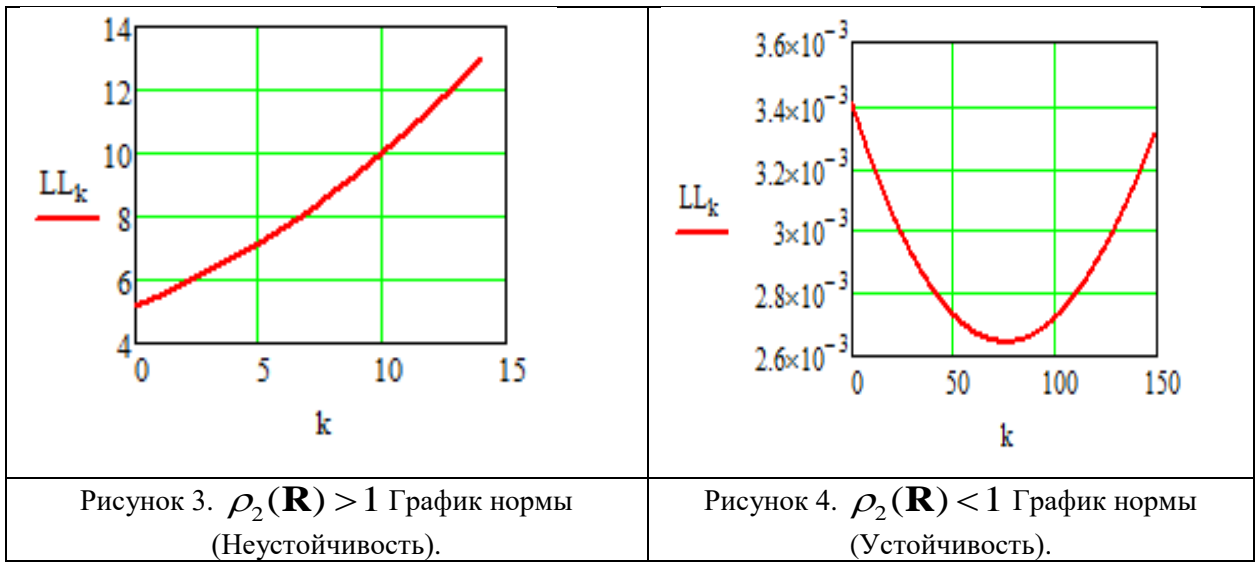
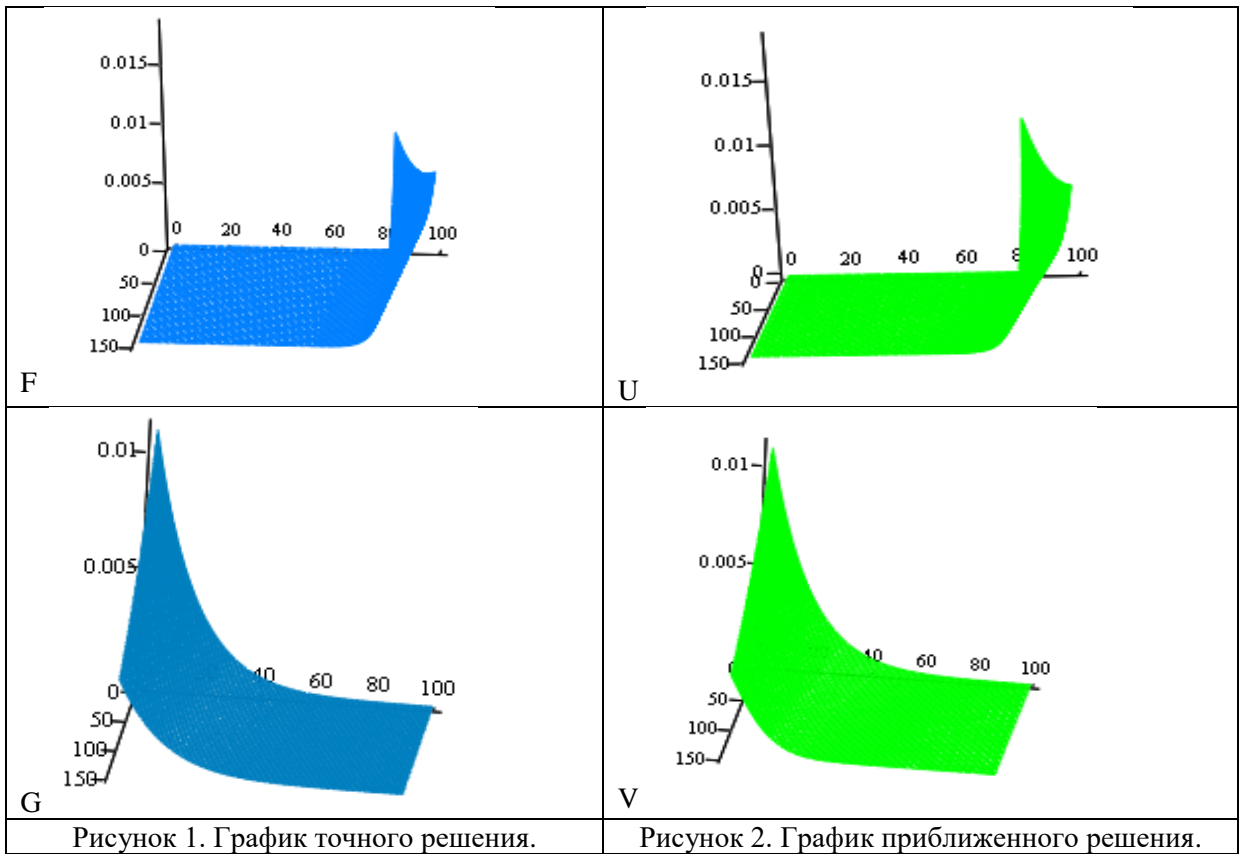
Здесь  $\nu$ ,  $\mu_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  - положительные постоянные подлежащие определению.

**Теорема.** Пусть  $T > 0$  и дискретная функция Ляпунова определена с помощью формулы (8). Если матрицы  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{S}$  параметров граничных условий (7) подчиняются неравенству  $\rho_2(\mathbf{R}) < 1$ , тогда численное решение  $\mathbf{v}_j^\kappa$  разностной начально- краевой задачи (5)-(7) экспоненциально устойчиво в  $\mathbb{1}^2$ .

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{s} \\ \mathbf{r} & \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad \rho_2(\mathbf{R}) \triangleq (1 + \gamma) \inf \left\{ \|DRD^{-1}\|_2, \quad D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \right\},$$

**Численные эксперименты.**





**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № UZB-IND-2021-87 на тему «Анализ симметрии Ли, моделирование и анализ устойчивости по Ляпунову гиперболических систем»

**Список литературы**

1. Bastin G., Coron J.M. Stability and Boundary Stabilization of 1-D Hyperbolic Systems. Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications, Birkhäuser Basel press. Vol. 88, 2016, pp. 220.
2. Alov R. D., Eshkuvatov Z. K., Khudoyberganov M. U., Nematova D. E. The Difference Splitting Scheme for Hyperbolic Systems with Variable Coefficients. Mathematics and Statistics. Vol. 7(3), 2019, pp. 82–89 DOI: 10.13189/ms.2019.070305.

# СИСТЕМЫ ТИПА ВИННЕРА –ХОПФА В ФАКТОРИЗОВАННОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

<sup>1,2</sup>Нуралиев Ф.А., <sup>2</sup>Уликов Ш.Ш.

<sup>1</sup>Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup>Институт математики имени В.И.Романовского, Ташкент, Узбекистан

[nuraliyevf@mail.ru](mailto:nuraliyevf@mail.ru), [sh\\_ulikov@mail.ru](mailto:sh_ulikov@mail.ru)

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N k[\beta] \varphi(h\beta), \quad (1)$$

здесь  $k[\beta]$  - коэффициенты квадратурной формулы (1),  $[\beta] = (h\beta)$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N = 1, 2, 3, \dots$ ,

$\varphi(x)$  - элемент пространства  $W_2^{(m)}(0,1)$ ,  $k[\beta] = 0$  при  $h\beta \notin [0,1]$ .

Погрешностью квадратурной формулы (1) называется разность

$$(\ell, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx = \int_0^1 \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N k[\beta] \varphi(h\beta),$$

где

$$\ell(x) = i_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N k[\beta] \delta(x - h\beta), \quad (2)$$

здесь  $i_{[0,1]}(x)$  - индикатор отрезка  $[0,1]$ ,  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака .

Пусть  $\varphi(x) \in W_2^{(m)}(0,1)$  - гильбертово пространство классов вещественных функций  $\varphi(x)$ , отличающихся самое большое на полином степени  $m-2$  с производными (в смысле обобщенных функций) порядка  $m$ , квадратично интегрируемыми в интервале  $(0,1)$ .

Норма функции  $\varphi(x)$  в пространстве  $W_2^{(m)}(0,1)$  определяется формулой

$$\|\varphi\| = \left\{ \int_0^1 \left( \left( \frac{d^m \varphi(x)}{dx^m} \right)^2 + \left( \frac{d^{m-1} \varphi(x)}{dx^{m-1}} \right)^2 \right) dx \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

В настоящей работе минимизируя квадрат нормы функционала погрешности в пространстве  $W_2^{(m)}(0,1)$  по коэффициентам  $k[\beta]$  получена система типа Виннера –Хопфа

$$\sum_{\gamma=0}^N k[\gamma] \mu_m(h\beta - h\gamma) + P_{m-2}(h\beta) = \int_0^1 \mu_m(x - h\gamma) dx, \quad \beta = \overline{0, N}$$

$$\sum_{\gamma=0}^N k[\gamma] (h\beta)^\alpha = \frac{1}{\alpha + 1}, \quad \alpha = \overline{0, m-2},$$

Здесь неизвестными являются коэффициенты  $k[\beta]$ ,  $(\beta = 0, 1, \dots, N)$  квадратурной формулы (1) коэффициенты полинома  $P_{m-2}(h\beta)$ . И доказано существование и единственность решений этой системы.

## Литература

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. – М.: Наука. 1974. 808 с.
2. Шадиметов Х.М. Оптимальные решетчатые квадратурные и кубатурные формулы в пространствах Соболева. – Ташкент: Фан ва технология, 2019.-224с.

# НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ С ПРОИЗВОДНЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

<sup>1,2</sup>Нуралиев Ф.А., <sup>2</sup> Кузиев Ш.С., <sup>3</sup>Йулдашов Ш.Ш.

<sup>1</sup>Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup>Институт математики имени В.И.Романовского, Ташкент, Узбекистан,

<sup>3</sup>Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Рассмотрим следующую квадратурную формулу

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \varphi(h\beta) + \frac{h^2}{12} (\varphi'(0) - \varphi'(1)) + \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \varphi''(h\beta) \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \delta(x - h\beta) + \frac{h^2}{12} (\delta'(x) - \delta'(x-1)) - \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \delta''(x - h\beta) \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  — характеристическая функция отрезка  $[0,1]$ ,  $[\beta] = h\beta$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N = 1, 2, 3, \dots$ ,

$$C_0[\beta] = \begin{cases} \frac{h}{2}, & \text{если } \beta = 0, N; \\ h, & \text{если } \beta = \overline{1, N-1}, \end{cases} \quad C_1[\beta] - \text{коэффициенты квадратурной формулы (1),}$$

$\delta(x)$  — известная дельта- функция Дирака,  $\varphi$  - функция из пространства  $L_2^{(m)}(0,1)$ .

Чтобы построить оптимальные квадратурные формулы вида (1) в смысле Сарда, мы должны сначала найти норму  $\|\ell | L_2^{(m)*}\|$  функционала погрешности (2) квадратурной формулы (1) в пространстве  $L_2^{(m)*}(0,1)$ , который даёт верхнюю оценку погрешности

$$(\ell, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx = \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \varphi(h\beta) - \frac{h^2}{12} (\varphi'(0) - \varphi'(1)) - \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \varphi''(h\beta)$$

формулы (1). Потом минимизировать норму  $\|\ell | L_2^{(m)*}\|$  функционала погрешности (2) по коэффициентам  $C_1[\beta]$ .

В настоящей работе в пространстве Соболева  $L_2^{(m)}(0,1)$  вычислена квадрат нормы функционала погрешности  $\ell(x)$ .

Справедлива следующая

**Теорема.** Для квадрата нормы функционала погрешности (2) квадратурной формулы (1) в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$  имеет место следующая формула:

$$\begin{aligned} \|\ell | L_2^{(m)}(0,1)\|^2 = & (-1)^m \left[ \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \sum_{\gamma=0}^N C_1[\gamma] \frac{(h\beta - h\gamma)^{2m-5} \text{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(2m-5)!} - \right. \\ & - \frac{h^2}{6} \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \left( \frac{(h\beta)^{2m-4}}{2(2m-4)!} - \frac{(h\beta-1)^{2m-4}}{2(2m-4)!} \text{sign}(h\beta-1) \right) - \\ & - 2 \sum_{\beta=0}^N C_1[\beta] \int_0^1 \frac{(x-h\beta)^{2m-3}}{2(2m-3)!} \text{sign}(x-h\beta) dx + \\ & + 2 \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \sum_{\gamma=0}^N C_1[\gamma] \frac{(h\beta - h\gamma)^{2m-3} \text{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(2m-3)!} - \\ & \left. - \frac{h^2}{6} \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \left( \frac{(h\beta)^{2m-2}}{2(2m-2)!} - \frac{(h\beta-1)^{2m-2}}{2(2m-2)!} \text{sign}(h\beta-1) \right) + \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \sum_{\gamma=0}^N C_0[\gamma] \frac{(h\beta - h\gamma)^{2m-1} \operatorname{sign}(h\beta - h\gamma)}{2(2m-1)!} - \\
& - 2 \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \int_0^1 \frac{(x - h\beta)^{2m-1}}{2(2m-1)!} \operatorname{sign}(x - h\beta) dx + \\
& + \frac{h^2}{12} \int_0^1 \left( \frac{x^{2m-2}}{2(2m-2)!} - \frac{(x-1)^{2m-2}}{2(2m-2)!} \operatorname{sign}(x-1) \right) dx + \\
& + \left[ \int_0^1 \int_0^1 \frac{(y-x)^{2m-1} \operatorname{sign}(y-x)}{2(2m-1)!} dx dy - \frac{h^4}{144(2m-3)!} \right]
\end{aligned}$$

## ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

<sup>1,2</sup>Нуралиев Ф.А., <sup>3</sup>Кульдашева М.Н.

<sup>1</sup>Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup>Институт математики имени В.И.Романовского, Ташкент, Узбекистан,

<sup>3</sup>Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Рассмотрим следующую интерполяционную формулу

$$\varphi(z) \cong P_\varphi(z) = \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) \varphi(h\beta) + A(z) \varphi'(0) + B(z) \varphi'(1), \quad (1)$$

где  $C_\beta(z)$ ,  $\beta=0,1,\dots,N$ ,  $A(z)$  и  $B(z)$  - коэффициенты формулы (1).

Разница  $\varphi - P_\varphi$  называется погрешностью аппроксимационной формулы (1). Оценка этой погрешности в некоторой точке  $z \in [0,1]$  является линейным функционалом в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$ :

$$\begin{aligned}
(\ell_N^1, \varphi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \ell_N^1(x, z) \varphi(x) dx = \varphi(z) - P_\varphi(z) = \\
&= \varphi(z) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) \varphi(h\beta) - A(z) \varphi'(0) - B(z) \varphi'(1), \quad (2)
\end{aligned}$$

где  $\delta$  - дельта-функция Дирака, а

$$\ell_N^1(x, z) = \delta(x - z) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) \delta(x - h\beta) + A(z) \delta'(x) + B(z) \delta'(x - 1) \quad (3)$$

- функционал погрешности аппроксимационной формулы (1), который принадлежит пространству  $L_2^{(m)*}(0,1)$ . Пространство  $L_2^{(m)*}(0,1)$  является сопряженным пространством пространству  $L_2^{(m)}(0,1)$ . Далее, для удобства функционал погрешности  $\ell_N^1(x, z)$  обозначим как  $\ell_N^1(x)$ .

По неравенству Коши-Шварца абсолютное значение погрешности (2) оценивается следующим образом:

$$|(\ell_N^1, \varphi)| \leq \| \varphi \|_{L_2^{(m)}} \cdot \| \ell_N^1 \|_{L_2^{(m)*}},$$

где

$$\| \ell_N^1 \|_{L_2^{(m)*}} = \sup_{\varphi, \|\varphi\| \neq 0} \frac{|(\ell_N^1, \varphi)|}{\| \varphi \|_{L_2^{(m)}}}.$$

Поэтому для того, чтобы оценить погрешность аппроксимационной формулы (1) на функциях пространства  $L_2^{(m)}(0,1)$ , требуется найти норму  $\| \ell_N^1 \|$  функционала погрешности  $\ell_N^1$  в сопряженном пространстве  $L_2^{(m)*}(0,1)$ .

Отсюда мы получаем следующую задачу.

**Задача 1.** Найти норму  $\|\ell_N^1\|$  функционала погрешности  $\ell_N^1$  аппроксимационной формулы (1) в пространстве  $L_2^{(m)*}(0,1)$ .

Понятно, что норма функционала погрешности  $\ell_N^1$  зависит от коэффициентов  $C_\beta(z), \beta = 0, 1, \dots, N, A(z)$  и  $B(z)$ . Рассмотрим задачу минимизации величины  $\|\ell_N^1\|$  по коэффициентам  $C_\beta(z), \beta = 0, 1, \dots, N, A(z)$  и  $B(z)$ . Коэффициенты  $\overset{\circ}{C}_\beta(z), \beta = 0, 1, \dots, N, \overset{\circ}{A}(z)$  и  $\overset{\circ}{B}(z)$  (если существуют), удовлетворяющие равенству

$$\left\| \overset{\circ}{\ell}_N^1 \mid L_2^{(m)*} \right\| = \inf_{C_\beta(z), A(z), B(z)} \left\| \overset{\circ}{\ell}_N^1 \mid L_2^{(m)*} \right\|, \quad (4)$$

называются *оптимальными коэффициентами*, соответствующая аппроксимационная формула

$$P_\varphi(z) = \sum_{\beta=0}^N \overset{\circ}{C}_\beta(z) \varphi(h\beta) + \overset{\circ}{A}(z) \varphi'(0) + \overset{\circ}{B}(z) \varphi'(1)$$

называется *формулой оптимального приближения*, а разность  $\varphi - P_\varphi$  - *погрешностью формулы оптимального приближения* (1) в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$ .

Таким образом, для построения формулы оптимального приближения вида (1) в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$  нужно решить следующую задачу.

**Задача 2.** Найти коэффициенты  $\overset{\circ}{C}_\beta(z), \beta = 0, 1, \dots, N, \overset{\circ}{A}(z)$  и  $\overset{\circ}{B}(z)$ , которые удовлетворяют равенству (4).

В настоящей работе в пространстве Соболева  $L_2^{(m)}(0,1)$  вычислена квадрат нормы функционала погрешности  $\ell_N^1(x)$ .

Справедлива следующая

**Теорема.** Для квадрата нормы функционала погрешности (2) интерполяционной формулы (1) в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$  имеет место следующая формула:

$$\begin{aligned} \left\| \ell_N^1 \mid L_2^{(m)*}(0,1) \right\|^2 &= (\ell_N^1, \psi_{\ell_N^1}) = (-1)^m \left[ \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_\beta(z) C_\gamma(z) \frac{|h\beta - h\gamma|^{2m-1}}{2(2m-1)!} - \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) \frac{(z - h\beta)^{2m-1} \operatorname{sgn}(z - h\beta)}{2(2m-1)!} - \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{\beta=0}^N C_\beta(z) \left( A(z) \frac{(h\beta)^{2m-2}}{2(2m-2)!} - B(z) \frac{(1-h\beta)^{2m-2}}{2(2m-2)!} \right) + \right. \\ &\quad \left. + A(z) \frac{z^{2m-2}}{(2m-2)!} - B(z) \frac{(1-z)^{2m-2}}{(2m-2)!} - \frac{A(z) \cdot B(z)}{(2m-3)!} \right]. \end{aligned}$$

## ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ

Олимов М., Студенкова Д., Парпиев С.

Наманганский Инженерно-Строительный Институт, Наманган, Узбекистан

Рассмотрим сравнительный анализ балок при чистом изгибе и при изгибе с учётом сдвига [1]. Для выявления эффекта угла поперечного сдвига рассмотрим изгиб балки с защемленными концами при упругом нагружении с учётом и без учёта угла сдвига  $\beta$ . При этом векторные дифференциальные уравнения описываются следующим [2,4]:

$$A \frac{d^2 \vec{U}}{dx^2} + B \frac{d \vec{U}}{dx} + C \vec{U} + \vec{F} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Здесь } \vec{U} = \begin{pmatrix} W \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_0^2}{12l^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_0^2}{100l^2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{18} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{18} \\ 0 & -\frac{1}{18} & -\frac{1}{18} \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} -\frac{3l^2 f}{Eb_0} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

граничные условия векторной формы:  $\vec{U}|_{\Gamma} = 0$  (2)

Для решения поставленной задачи (1), (2) используем центральные конечно-разностные соотношения [3] и метод матричной прогонки. Составлена программа на языке Python. Анализ полученных результатов показывает, что результаты точного и приближенного решения системы дифференциальных уравнений при уменьшении шагов сетки сходятся до трёх знаков точности  $W_{\text{точн.}} = 0.125000, W_{\text{прибл.}} = 0.1253235$ . Сравнение результатов с учётом и без учёта сдвига, с уменьшением толщины  $\frac{h_0}{l}$ , значения расчётных величин уменьшается. Результат показан в таблице.

Величины	$\frac{h_0}{l} = \frac{1}{10}$		%
	Без учета $\beta$ уравнение	с учетом $\beta$ уравнение	
W(0.5)	0.00827205	0.00842486	1.83
$\alpha$ (0.2)	0.0225882	0.0225633	0.12
$\frac{h_0}{l} = \frac{1}{20}$			
W(0.5)	0.1035000	0.1039505	0.43
$\alpha$ (0.2)	0.307200	0.306912	0.09
$\frac{h_0}{l} = \frac{1}{30}$			
W (0.5)	0.412424	0.413077	0.15
$\alpha$ (0.2)	1.243226	1.243226	0.07

На основе этого результата и составленного пакета прикладных программ на языке Python можно решить классы задач пространственных стержней.

#### Литература

1. Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности. Ташкент: Фан, 1966. 394 с.
2. Олимов М., Жакбаров О. Математик моделлаштириш. Ўқув кўлланма. Наманган, 2018.132-бет
3. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука,1971. - 553 с.
4. Олимов М., Касимов Э.А., Шокиров Д.А. Численные решения краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка. Информационные технологии. Проблемы и решения, Уфа, 2019 53-60 с.
- 5.

## СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В ИССЛЕДОВАНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С НАСЛЕДСТВЕННОСТЬЮ

Паровик Р. И. <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга

<sup>2</sup>Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН

В работе с помощью системного подхода исследуются колебательные системы с наследственностью – свойство динамических систем «помнить» воздействие, оказанное на нее. Далее дается примерная их классификация в зависимости от функции памяти. Анонсируются различные классы задач для колебательных систем со степенной функцией памяти, которые мы будем называть математическими моделями дробных осцилляторов [1]. Такое определение вызвано тем, что степенная функция памяти естественным образом приводит к дробным производным, которые достаточно хорошо изучены [2]. В качестве инструмента дальнейшего исследования

дробных осцилляторов выступает системный подход, основу которого составляет триада модель-алгоритм-программа [3]. Приводятся некоторые, примеры применения дробных осцилляторов к задачам геофизики [4,5].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта президента РФ МД-758.2022.1.1.

#### Литература

1. Parovik R. Mathematical modeling of linear fractional oscillators // Mathematics. 2020. Т. 8. № 11. С. 1-26.
2. Нахушев А. М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
3. Лемешевский С., Громыко Г., Чуйко М. Математическое моделирование: модель-алгоритм-программа // Наука и инновации. – 2017. – Т. 7. – №. 173. С. 16-21.
4. Шакирова А.А., Фирстов П.П., Паровик Р.И. Феноменологическая модель генерации землетрясений сейсмического режима "drumbeats", сопровождавших извержение вулкана Кизимен в 2011-2012 гг // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2020. Т. 33. № 4. С. 86-101.
5. Parovik R., Rakhmonov Z., Zunnunov R. Modeling of fracture concentration by Sel'kov fractional dynamic system // E3S Web of Conferences. 2020. vol. 196. 02018.

## АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ СОСТАВНЫХ ОБЛАСТЕЙ

**Полатов А.М., Икрамов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О.**

*Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан*

При проведении вычислительных экспериментов на основе метода конечных элементов необходимо автоматизировать процесс построения конечно-элементной сетки рассматриваемого реального объекта [1,2]. Если область тела имеет сложную конфигурацию, то построение конечно-элементной сетки является трудоемким процессом.

В статье разработан метод построения конечноэлементного представления области, занятой элементом конструкций. При этом метод позволяет, посредством упорядочения нумерации узлов определить такую последовательность, при которой ширина ленты ненулевых коэффициентов разрешающей системы уравнений будет локально-минимальной.

Алгоритм построения формирования конечно-элементной модели основывается на следующих математических выкладках.

**Определение 1.** Топология модели сложной двумерной области представляется системой соединенных между собой поверхностей, соприкасающихся вдоль граничных линий, пересекающихся в узловых точках; при этом граничные линии также могут включать некоторое число промежуточных узлов; поверхности могут быть ограничены несколькими линиями; две линии должны соединяться так, чтобы одна из них пересекала другую в концевой точке.

**Определение 2.** Конечноэлементное представление конфигурации области описывается дискретным множеством  $\Omega = \{n, m, K, M\}$ , где  $n$  – число узлов конечно-элементной сетки;  $m$  – количество конечных элементов;  $K$  – упорядоченное множество координат узлов;  $M$  – упорядоченное множество номеров узлов по элементам.

**Критерий 1.** Условием совпадения граничных узлов двух множеств  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  является соотношение

$$|x_i^1 - x_j^1| < \varepsilon \& |x_i^2 - x_j^2| < \varepsilon$$

где

$(x_i^1, x_i^2) \in K_1$  – множество координат узлов  $\Omega_1$  ( $i=1, 2, \dots, n_1$ ),

$(x_j^1, x_j^2) \in K_2$  – множество координат узлов  $\Omega_2$  ( $j=1, 2, \dots, n_2$ ),

$\varepsilon > 0$  – достаточно малое число.

На основе вышеперечисленных определений и критерия доказываются следующие теорема.

**Теорема.** Если при объединении двух подмножеств  $\Omega_1 = \{n_1, m_1, K_1, M_1\}$  и  $\Omega_2 = \{n_2, m_2, K_2, M_2\}$ , выполняется условие топологии модели сложной области, то конечноэлементное представление результирующего множества имеет вид  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ ,

где

$n = n_1 + n_2 - q$ ;  $m = m_1 + m_2$ ;  $K = K_1 \cup K_2'$ ;  $M = M_1 \cup M_2'$ ;

$q = |K_1 \cap K_2|$  – число узлов, расположенных на границе объединения подобластей;  $K_2'$ - упорядоченное множество координат узлов подмножества  $\Omega_2$ , без учета узлов с совпадающими координатами;  $M_2'$ - упорядоченное множество перенумерованных узлов подмножества  $\Omega_2$ .

Заключительным этапом алгоритма построения конечноэлементной сетки является упорядочение номеров узлов и конечных элементов. Суть упорядочения состоит в перенумерации

узлов на основе фронтального метода [3]. В настоящей работе разработан алгоритм определения начального фронта [4]. Суть алгоритма заключается в том, что узлы начального фронта выбираются из узлов, расположенных на границе области. С этой целью вводятся определения вершин, граничных и внутренних узлов. В качестве начальных фронтов выбираются вершины или совокупность граничных узлов, которые расположены между вершинами, включая самих вершин. По каждому начальному фронту выполняется процедура фронтального метода. По каждому конечному элементу  $i$  вычисляется разность между максимальным и минимальным номерами узлов

$h_i = n_{\max} - n_{\min}$ . Затем по соотношению  $l_k = \left( \max_{1 \leq i \leq N} h_i + 1 \right) * V$  вычисляется половинная ширина

ленты разрешающей системы уравнений по данному начальному фронту, где  $V$  – размерность пространства,  $k$  – количество начальных фронтов. Локальный минимум ширины ленты ненулевых коэффициентов разрешающей системы уравнений  $L$ , который соответствует начальному фронту, вычисляется как  $L = \min_{1 \leq k \leq q} l_k$ , где  $q$  – число начальных фронтов. Так как для любой конструкции количество ребер и боковых поверхностей ограничено, то число переборов  $q$  так же ограничено.

На примере двумерной области, наилучшие результаты получаются при выборе в качестве начального фронта упорядоченного множества узлов, расположенных на ребрах и вершинах конечноэлементной сетки многосвязной области.

Разработанный способ формирования конечно-элементной сетки позволяет разбить на более мелкие элементы окрестности различного рода включений, что в полной мере отражает физическую суть процесса деформирования тел, подверженных внешним воздействиям.

#### Литература

1. Камедь Х.А., Эйзенштейн Г.К. Автоматическое построение сетки в двух- и трехмерных составных областях // Расчет упругих конструкций с использованием ЭВМ. Том 2. Ленинград Судостроение, 1974. С. 21-35.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - М.:Наука, 1975.
3. Polatov A.M., Begmatov B.I. Numerical modeling and algorithms of creation of finite element model of multicoherent area // International Journal of Computer Science Issues, Vol. 12, № 2, March 2015, -pp. 95-99.
4. Полатов А.М., Федоров А.Ю. Алгоритм минимизации ширины ленты системы уравнений // Современные информационные технологии в науке, образовании и практике. - Оренбург, 2007. –С.103 – 105.

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Равшанов Н<sup>1</sup>., Назаров Ш.Э<sup>2</sup>., Боборахимов Б.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт развития цифровых технологии и искусственного интеллекта, Узбекистан

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет, Узбекистан, [nazarov\\_shakhzod@mail.ru](mailto:nazarov_shakhzod@mail.ru)

<sup>3</sup>Институт развития цифровых технологии и искусственного интеллекта, Узбекистан

Мониторинг, прогнозирование и анализ распространения примесей в атмосфере являются одними из наиболее актуальных задач в проблеме охраны окружающей среды. Решение этих задач связано с учетом многих факторов, влияющих на процесс переноса и диффузия загрязняющих веществ и примесей в атмосфере. К ним относятся метеорологические условия, тип и мощность источников выброса, физических, механических и химических свойства аэрозольных примесей, орография местности, стратификация воздушной массы атмосферы и т.д.

В статьях [1,2] рассматриваются двумерные модели для описания взаимодействия воздушного потока с неоднородным растительным покровом в приземном слое атмосферы. Приводятся результаты численных экспериментов, проведенных с помощью каждой из моделей, по описанию поля скорости ветра в приземном слое над неоднородным растительным покровом – лесополосой и лесным массивом со сплошной вырубкой.

Авторами работ [3,4] разработана модель, численный алгоритм и программное средство для исследования, прогнозирования и мониторинга, а также для оценки экологического состояния атмосферы и подстилающей поверхности рассматриваемого региона пассивными и активными примесями, где учитываются основные параметры и возмущения, действующие на объект в целом.



Хотя выше приведённых работах полученных значительные результаты фундаментального и прикладного характера, но в них не рассматривается распространение вредных веществ с учётом неоднородны и шероховатости поверхности земли: растительный покров, лесополоса и высотных жилых и производственных объектов.

**Постановка задачи.** С учетом выше сказанной и коэффициент, характеризующий захват частиц элементами растительности для исследования процесса переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере с учетом существенных параметров  $u, v, \omega$  составляющие скорости ветра по направлениям  $X, Y, Z$  соответственно, а также орографии рассматриваемой местности рассмотрим математическую модель, описывающую на основе закона гидромеханики:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + (w - w_g) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \sigma \theta + \alpha \theta = \mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \delta Q; \quad (1)$$

с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\theta|_{t=0} = \theta^0; \quad (2)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta); \quad \mu \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta); \quad (3)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta); \quad \mu \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta); \quad (4)$$

$$-\kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta - f_0); \quad \kappa \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H_z} = \xi (\theta_E - \theta). \quad (5)$$

Здесь  $\theta$  – концентрация вредных веществ в атмосфере;  $t$  – время;  $\theta^0$  – первичная концентрация вредных веществ в атмосфере;  $\theta_E$  – концентрация, поступающая через границы рассматриваемой области;  $X, Y, Z$  – система координат;  $u, v, \omega$  – скорость ветра по трем направлениям;  $W_g$  – скорость осаждения частиц;  $\sigma$  – коэффициент поглощения вредных веществ в атмосфере;  $\alpha(z)$  – коэффициент, характеризующий захват частиц элементами растительности;  $\mu, \kappa$  – коэффициенты диффузии и турбулентности;  $Q$  – мощность источника;  $\delta$  – функция Дирака;  $\xi$  – коэффициент массообмена через границы расчета;  $\beta$  – коэффициент взаимодействия частиц с подстилающей поверхностью;

Так как поставленная задача описывается системой уравнений в частных производных с изменяющимися коэффициентами, то получить аналитическое решение затруднительно. Для численного решения задачи (1)-(5) разработан алгоритм, основанный на конечно-разностной аппроксимация дифференциальных операторов на разностные [4]. По разработанному модели и алгоритму реализовано программное средство для исследования и прогнозирования экологического состояния рассматриваемых промышленных регионов.

#### Литература

1. Русакова Т.И. прогнозирование загрязнения воздушной среды от автотранспорта на улицах и в микрорайонах города // Экологія на транспорті. 2013. Vol. 3489, № 48. P. 32–44.
2. Н.Т. Левашова, Ю.В. Мухартова А.В.О. Два подхода к описанию турбулентного переноса в приземном слое атмосферы // Математическое моделирование. 2017. P. 46–60.
3. Ravshanov N. S.T. Nonlinear mathematical model for monitoring and predicting the process of transfer and diffusion of fine-dispersed aerosol particles in the atmosphere // IOP Conf. Ser. J. Phys. Conf. Ser. 2019. Vol. Vol. 1260.
4. Равшанов Н., Нарзуллаева Н., Мурадов Ф. Назаров.Ш.Э. Моделирование процесса распространения активных аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы // Hisoblash va amaliy Mat. muammolari. 2021. P. 164.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СУШКИ ВИНОГРАДА

Салиева О.К., Муаззамов Б.Б.

Бухарский инженерно-технологический институт, Бухара, Узбекистан

В основе математической модели сушки, как и любого тепло-массообменного процесса, лежат материальный и тепловой балансы сушки, баланс и кинетика сушки.

- динамическое уравнение:

$$\rho_{ca} * V_{ca} * \frac{d\varphi_{ca}}{dt} = G_{ca}^{ex} * \varphi_{ca}^{ex} - G_{ca}^{6bx} * \varphi_{ca}^{6bx} + W_m^{ca} \quad (1)$$

- статическое уравнение  $\frac{d\varphi_{ca}}{dt} = 0$ :

$$G_{ca}^{ex} * \varphi_{ca}^{ex} + W_m^{ca} = G_{ca}^{6bx} * \varphi_{ca}^{6bx} \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) определяем следующее:

$$\varphi_{ca}^{6bx} = f(G_{ca}^{ex}, G_{ca}^{6bx}, \varphi_{ca}^{ex}, W_m^{ca}) \quad (3)$$

Используя уравнение материального баланса для количества влаги в сушилке, передаточную функцию можно записать следующим образом:

$$W^{qn}(p) = \frac{1}{T_{ob}^{qn} p}$$

где  $T_{ob}^{qn} = \frac{\rho_{ca} * V_{ca}}{G_{ca}^0}$  – постоянная времени объекта по количеству влаги в сушилке.

Материальный баланс по общему количеству влаги в процессе сушки.

- динамическое уравнение:

$$\rho_{cm} * V_{cm} * \frac{d\omega_{cm}}{dt} = G_{\omega m} * \omega_{\omega m} + G_{ca}^{ex} * \varphi_{ca}^{ex} - G_{cm} * \omega_{cm} - G_{ca}^{6bx} * \varphi_{ca}^{6bx} \quad (4)$$

здесь  $\omega_{\omega m} = \omega_n$ ;  $\omega_{cm} = \omega_k$ ;  $\varphi_{ca}^{ex} = \varphi_n$ ;  $\varphi_{ca}^{6bx} = \varphi_k$ .

- статическое уравнение  $\frac{d\omega_{cm}}{dt} = 0$ :

$$G_{\omega m} * \omega_{\omega m} + G_{ca}^{ex} * \varphi_{ca}^{ex} = G_{cm} * \omega_{cm} + G_{ca}^{6bx} * \varphi_{ca}^{6bx} \quad (5)$$

Из уравнений (4) и (5) определяем следующее:

$$\omega_{cm} = f(G_{\omega m}, G_{cm}, G_{ca}^{ex}, G_{ca}^{6bx}) \quad (6)$$

Используя уравнение материального баланса для общей влажности в процессе сушки,

передаточную функцию можно записать следующим образом:  $W^N(p) = \frac{1}{T_{ob}^N p}$

здесь  $T_{ob}^N = \frac{\rho_{cm} * V_{cm}}{G_{\omega m}^0}$  – постоянная времени объекта по количеству влаги в сушилке.

Ввиду изложенного, можно заключить что необходимо регулировать расход топлива  $G_m$ , чтобы контролировать влажность высушиваемого продукта.

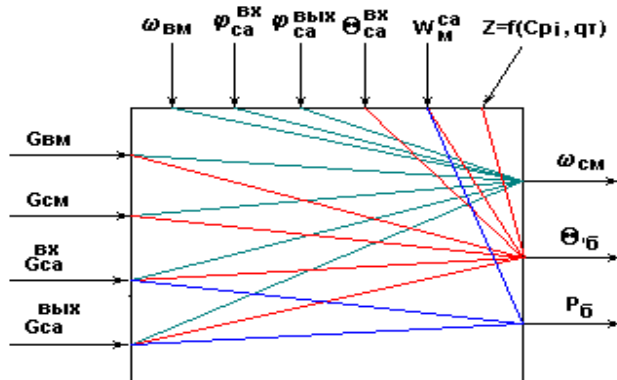


Рисунок 1. Схема сушильного аппарата

Управляемые воздействия:  $G_{\text{в.м}}, G_{\text{с.м}}, G_{\text{с.а}}^{\text{в.х}}(G_{\text{т}}, G_{\text{п.в}}, G_{\text{в.в}}), G_{\text{с.а}}^{\text{в.х}}$ .

Контролируемые возмущения:  $\omega_{\text{в.м}}, \varphi_{\text{с.а}}^{\text{в.х}}, \varphi_{\text{с.а}}^{\text{в.х}}, \theta_{\text{с.а}}^{\text{в.х}}, \theta_{\text{в.м}}$ .

Неконтролируемые возмущения:  $W_{\text{м}}^{\text{с.а}}, C_{\text{п.т}}$ .

Управляемые переменные:  $\omega_{\text{с.м}}, \theta_{\text{б}}(\theta_{\text{с.а}}^{\text{б}}), P_{\text{б}}(P_{\text{с.а}}^{\text{б}})$ .

Аппарат для сушки представляет собой сложный динамический объект со множеством связей.

### Литература

1. Гинзбург А.С., Савина И.М. Массовлагообменные характеристики пищевых продуктов.-М.: Легкая и пищевая промышленность.2012.-280с

## АКТИВНОЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Сафаров И.И., Ахмедов М.Ш., Хомидов Ф.Ф.

Рассматривается груз, укрепленный на пружине с жесткостью  $C_1$ , который совершает вынужденные колебания под действием возмущающей силы

$$Q = Q_0 \cdot \sin pt$$

где  $Q_0$  - амплитуда;  $p$  - частота;  $t$  - время, действующий на объект.

Под действием приложенного возмущения, объект совершает одномерные колебания с амплитудой [1]:

$$a = \frac{Q_0}{C_1 \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]}$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_1}{m}} \text{ - собственная частота объекта.}$$

При  $\omega \rightarrow \omega_0$  колебания объекта существенно возрастают. Требуется определить, при каких условиях можно гасить эти колебания, прикрепив к грузу 1 на пружине с коэффициентом жесткости  $C_1$  и вязким демпфером с коэффициентом вязкости  $b_{\Gamma}$  груз 2 массой  $m_{\Gamma}$ . Это означает что на систему «груз-гаситель» наложена сервосвязь [2]:

$$x = 0. \quad (1)$$

Так как сила реакции сервосвязи действует на гаситель, то (А)-перемещения [3] будут иметь вид

$$\delta x_{\Gamma} = 0. \quad (2)$$

Дифференциальные уравнения колебаний системы «груз- гаситель» имеют вид:

$$\begin{cases} m\xi + b_{\Gamma}(\dot{\xi} - \dot{x}_{\Gamma}) + C_1\xi + C_{\Gamma}(\xi - x_{\Gamma}) = Q_0 \sin pt \\ m_{\Gamma}\ddot{x}_{\Gamma} + b_{\Gamma}(\dot{x}_{\Gamma} - \dot{\xi}) + C_{\Gamma}(x_{\Gamma} - \xi) + \frac{dm_{\Gamma}}{dt}(\dot{x}_{\Gamma} - \dot{\xi}) = R \end{cases}, \quad (3)$$

где  $R$  - сервомоторная сила.

Известно [4;5], что наряду с (1) также имеют место соотношения:

$$x = \xi, \quad (4)$$

где  $\xi$  - параметр освобождения от сервосвязи.

Если используя конструктивный метод определения сил реакций сервосвязей реакцию сервосвязи формировать по закону [4,5,7]:

$$R = m_{\Gamma}\ddot{x}_{\Gamma} - Q \sin pt + \frac{dm_{\Gamma}}{dt} \dot{\xi} - k_1\dot{\xi} - k_2\xi, \quad (5)$$

где  $k_1, k_2$  - некоторые постоянные, получим уравнения возмущенного движения объекта:

$$m_{\Gamma} \ddot{\xi} + \left( k_1 + \frac{dm_{\Gamma}}{dt} \right) \dot{\xi} + (C_1 + k_2) \xi = 0. \quad (6)$$

Характеристическое уравнение (6) имеет вид:

$$m_{\bar{A}} \lambda^2 + (k_1 + \frac{dm_{\Gamma}}{dt}) \lambda + (C_1 + k_2) = 0 \quad (7)$$

Согласно теореме Гурвица, условия асимптотической устойчивости будет иметь вид [6]:

$$m_{\bar{A}} > 0, \quad k_1 + \frac{dm_{\Gamma}}{dt} > 0, \quad C_1 + k_2 > 0 \quad (8)$$

Условия (8) выражают условия асимптотической устойчивости системы по отношению многообразия, определяемого сервосвязями (1).

#### Литература

1. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем. М.: Наука, 1982.
2. Беген, А. Теория гироскопических компасов. М.:Наука, 1967.-192 с
3. Тешаев М.Х. Об осуществлении сервосвязей электромеханической следящей системой. Известия вузов. Математика. – 2010.– № 12.– С. 44–51.
4. Тешаев М.Х. Об активной виброзащите тела, установленного на амортизаторах. Узбекский журнал «Проблемы механики».– 2011.– №3–4. –С.88–91.
5. Меркин Г.Д. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука ,1987.- 304с.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПОЛОСКОВОМ ВОЛНОВОДЕ ПРИ УСЛОВИИ КОНЕЧНОЙ И НЕОДНОРОДНОЙ ПРОВОДИМОСТИ ГРАНИЦ

Твёрдый Д.А., Малкин Е.И., Паровик Р.И.

Электромагнитное (ЭМ) излучение естественного происхождения генерируются, в основном, в грозовых облаках молниевыми разрядами, что позволяет их рассматривать как постоянно действующие источники импульсного ЭМ излучения (атмосфериков). ЭМ излучение распространяется не в свободном пространстве, а в сложной структуре волновода, образованного проводящей поверхностью Земли и проводящим объёмом ионизированной атмосферы (ионосферы).

При распространении атмосферика происходит неизбежное взаимодействие с неоднородностями в волноводе, временно возникающими (локальное изменение проводимости) или существующими постоянно (прибрежная линия океанов). Данные неоднородности обусловлены изменением проводимости стенок волновода в направлении распространения атмосферика. Поэтому наблюдая за параметрами атмосферика, возможно установить наличие неоднородности на трассе распространения. Моделирование процесса взаимодействия ЭМ излучения с неоднородностью в волноводе позволяет установить связь между параметрами излучения и параметрами неоднородностей.

В работе было проведено математическое моделирование ЭМ динамики, которая описывалась с помощью фундаментальных уравнений Максвелла [1, 2] в дифференциальной форме и декартовой системе координат. Импульсное ЭМ излучение в предложенной модели, задаётся как плоская ЭМ волна с заданным направлением и характеристиками. Распространение плоской ЭМ волны моделируется в виде ТМ (Transverse Magnetic) и ТЕ (Transverse Electric) мод, в 2-мерном сечении вдоль оси распространения волны. Структура волновода определяется: краевыми условиями задачи, и параметрами проводящего объёма. Краевые условия задачи определяются по типу Perfectly Matched Layer (PML) [3], моделирующие ЭМ волны, непрерывно распространяющиеся за пределы пространства задачи. Вводятся специальные краевые условия PML с неоднородностями, где это вызвано требованиями физической постановки задачи. Предложенная модель решается численным методом Finite-Difference Time-Domain (FDTD) [4]. Метод зарекомендовал себя как очень надёжный и эффективный [5]. Выбор граничного условия PML [3], так же обусловлен доказанной высокой его надёжностью [3]. Для компьютерного моделирования задачи, был разработан программный комплекс в среде MATLAB, реализующий метод FDTD.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИКИР ДВО РАН по теме АААА-А21-121011290003-0.

#### Литература

1. Elsherbeni A. Z., Demir V. The finite-difference time-domain method for electromagnetics with MATLAB simulations. Edison: SciTech Publishing, 2015. Т. 2. 531.
2. Nickelson L. Electromagnetic Theory and Plasmonics for Engineers. Singapore: Springer, 2018. 749.

3. Berenger J. P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // Journal of Computational Physics 114. 1994. P. 185-200. DOI: 10.1006/jcph.1994.1159.
4. Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1966. Vol. 14. No. 3. p. 302-307. DOI: 10.1109/TAP.1966.1138693.
5. Taflove A., Hagness S. C. Computational Electrodynamics: The Finite-difference Time-domain Method. Norwood: Artech House, 2005. 1006.
- 6.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ В РАМКАХ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ.

**Твёрдый Д.А., Паровик Р.И., Рехвиашвили С.Ш.**

Изучение Солнечной активности (SA) является не только фундаментальной научной проблемой, но и имеет большое прогностическое значение [1]. Для описания динамики SA нами предлагается использовать формализм теории катастроф [2-4]. А именно, что катастрофы - это резкие изменения состояния системы, которые происходят при изменении каких-либо внешних условий. С точки зрения математики резкое изменение свойств динамической системы связывается с бифуркациями решений дифференциальных уравнений.

Однако, динамика SA сложный процесс, зависящий от огромного числа различных факторов. Так, например, увеличение количества пятен на Солнце сопровождается ростом электромагнитного излучения, что в свою очередь приводит к остыванию Солнца за счет радиационной теплопередачи. Для описания такого поведения мы предлагаем рассматривать систему:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + a_{11}x^2(t) + a_{12}x(t)y(t) + a_{22}y^2(t) = 0, \\ \dot{y}(t) + b_{11}x^2(t) + b_{12}x(t)y(t) + b_{22}y^2(t) = 0, \\ x(t_0) = x_0 \neq 0, y(t_0) = y_0 \neq 0. \end{cases} \quad (1)$$

где  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  - постоянные коэффициенты,  $x(t)$  - температура,  $y(t)$  - количество пятен на солнце,  $x_0, y_0$  - константы, определяющие начальную температуру и количество солнечных пятен.

Цель исследования, рассмотрение задачи Коши (1) при заданных  $x_0$  и  $y_0$ , для определения значений коэффициентов  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  таких, при которых рассмотренная математическая модель обязательно имеет периодические решения, и качественно описывает экспериментально наблюдаемую SA, которая характеризуется числами Вольфа, т.е. количеством солнечных пятен.

Система (1) решается численно, с помощью конечно-разностных методов [5], в частности явной конечно-разностной схемой (EFDS). Производные  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{y}(t)$  - аппроксимируются центральными разностями. Для решения поставленной задачи, разработана программа в среде MATLAB.

Продолжение работы состоит в замене обыкновенных производных в модели (1) на дробные производные вида VO (переменного порядка) [6], вида VO Gerasimov-Caputo рассмотренные в [7,8]. И сопоставление с реальными данными по количеству солнечных пятен, для подтверждения адекватности предложенной модели.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации МД-758.2022.1.1

### Литература

1. Муртазов А.К. Физика земли. Космические воздействия на геосистемы 2-е изд. – Юрайт: Москва, Россия, 2021. – С. 268.
2. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – Москва : Мир, 1980. – 607 с.
3. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. В 2-х книгах. Пер. с англ. – Москва : Мир, 1984.
4. Арнольд В.И. Теория катастроф. -- Москва : Наука, 1990. -- 128 с.
5. Parovik R. I. On a finite-difference scheme for an hereditary oscillatory equation // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 253, – No. 4. – P. 547–557. – DOI: 10.1007/s10958-021-05252-2.
6. Patnaik S., Hollkamp J. P., Semperlotti F. Applications of variable-order fractional operators: a review // Proceedings of the Royal Society A. – 2020. – Vol. 476. – No. 2234. – С. 20190498. – DOI: 10.1098/rspa.2019.0498

7. Tverdyi D. A., Parovik R. I. Investigation of finite-difference schemes for the numerical solution of a fractional nonlinear equation // *Fractal and Fractional*. – 2022. – Vol. 6(1), – No. 23. – P. 1–27. – DOI: 10.3390/fractalfract6010023.
8. Tverdyi D. A., Parovik R. I. Application of the Fractional Riccati Equation for Mathematical Modeling of Dynamic Processes with Saturation and Memory Effect // *Fractal and Fractional*. – 2022. – Vol. 6(3), no. 163. – P. 1–35. – DOI: 10.3390/fractal fract 6030163.

## УРАВНЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДИССИПАТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ТОЧЕЧНЫМИ СВЯЗЯМИ

**Тешаев М.Х<sup>1</sup>, Аvezов А.Х<sup>2</sup>.**

<sup>1</sup>БО ИМ, <sup>2</sup>Бух ДУ

Рассмотрим механическую систему, состоящую из  $N$  изотропных вязкоупругих тел (пакет прямоугольных пластин или цилиндрических оболочек), занимающих объем  $V_n$  и ограниченных поверхностями  $\Omega_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ). При каждом  $n$  на части поверхности  $n$ -го тела заданы  $\Omega_n^{bo}$  однородные граничные условия, на остальной свободной поверхности  $\Omega_n^{fr} = \Omega_n / \Omega_n^{bo}$  в конечном числе точек наложены связи кинематического и динамического характера: точечные жесткие, упругие и (или) вязкоупругие шарнирного типа опоры (жесткие опоры могут быть защемлены), жесткие упругие и (или) вязкоупругие амортизаторы, соединяющие тела (при  $N > 1$ ), сосредоточенные массы  $M_{qn}$  ( $q = 1, 2, \dots, Q$ ). Расположение связей и масс на поверхностях  $\Omega_n^{fr}$  произвольное.

Требуется определить частоты собственных колебаний вязкоупругой системы, а также оценить ее демпфирующие способности.

Пусть все точки  $n$ -го тела подчиняются гармоническому закону колебаний, т.е.

$$U_{nj}^0(\bar{x}^n, t) = U_{nj}^0(\bar{x}^n) e^{-i\omega t}, n = 1, \dots, N; j = 1, \dots, J, \quad (1)$$

где  $U_{nj}^0(\bar{x}^n)$  -  $j$ -я компонента вектора перемещений  $n$ -го тела,  $J$ - число компонент вектора перемещений,  $\bar{x}^n = (\bar{x}_1^n, \bar{x}_2^n, \bar{x}_3^n)$  - радиус-вектор точки  $n$ -го тела,  $\omega = \omega_R + i\omega_I$  - искомая комплексная частота системы.

Для прямоугольных пластин  $J=1$  и  $U_{n1}^0(x_1, x_2) = W_n^0(x, y)$ , для оболочек вращения  $J=3$  и

$$U_{n1}^0(x_1, x_2) = U_n^0(x, y), U_{n2}^0(x_1, x_2) = V_n^0(x, y), U_{n3}^0(x_1, x_2) = W_n^0(x, y),$$

где  $x, y$  - координаты.

Исходя из принципа возможных перемещений

$$\delta A_\sigma + \delta A_f + \delta A_m = 0, \quad (2)$$

где  $\delta A_\sigma, \delta A_f, \delta A_m$  - виртуальные (возможные) работы внутренних сил тел пружин, а также сил инерции с учетом сосредоточенных масс.

Физические соотношения для  $n$ -го вязкоупругого элемента системы [1]

$$\sigma_{mk}^n(t) = \tilde{\lambda}_n \Theta^n(t) \delta_{mk} + 2\tilde{\mu}_n \varepsilon_{mk}^n(t), \quad (3)$$

где  $\tilde{\lambda}_n, \tilde{\mu}_n$  - интегральные операторы Вольтера. Выражая  $\tilde{\lambda}_n, \tilde{\mu}_n$  по известным формулам через  $\tilde{E}_n, \tilde{\nu}_n$ , и учитывая, что  $\tilde{\nu}_n = \nu_n = const$ , вместо (4) получим

$$\sigma_{mk}^n(t) = \frac{\tilde{E}_n}{1 + \nu_n} \left[ \frac{\nu_n}{1 - 2\nu_n} \Theta^n(t) \delta_{mk} + \varepsilon_{mk}^n(t) \right], \quad (5)$$

где  $\tilde{E}_n, \tilde{\nu}_n$  - операторы Вольтера, имеющие следующий вид:

$$(\tilde{E}_n, \varphi)(t) = E_{0n} \left[ \varphi(t) - \int_0^t R^n(t - \tau) \varphi(\tau) d\tau \right] \quad (6)$$

здесь  $E_{0n}$  - мгновенный модуль упругости, а  $R^n$  - ядро релаксации.

Предполагая малость интеграла с помощью метода замораживания [2] заменим соотношение (6) приближенным:

$$\tilde{E}_n \cong E_{0n} [1 - \Gamma_c(\omega_R) - i\Gamma_s(\omega_R)] \varphi \quad (7)$$

где

$$\Gamma_c(\omega_R) = \int_0^\infty R^n(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_s(\omega_R) = \int_0^\infty R^n(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau.$$

Это позволяет исключить из вариационного уравнения интегральные члены и, в конечном итоге, время. В символическом виде его можно представить в виде

$$\delta G(U_{nj}^0(\bar{x}), \omega^2) = 0 \quad (8)$$

Условия жесткого шарнирного опирания  $n$ -го тела в  $S_n$  точечных опорах запишем в виде

$$U_{nj}^0(\bar{x}_n^s) = 0 \quad (s = 1, \dots, S_n; j = 1, \dots, J), \quad (10)$$

где  $\bar{x}_n^s$  – координаты  $s$ -й опоры  $n$ -го тела.

Если часть опор имеет защемления, то добавятся условия

$$\frac{\partial U_{nj}^0(\bar{x}_n^s)}{\partial \alpha_n^s} = 0, \quad (s = 1, \dots, S_n^\alpha; j = 1, \dots, J) \quad (11)$$

где  $\alpha_n^s$  – направление единичного вектора, вдоль которого в точке  $x_n^s$  осуществлено жесткое защемление тела.

Наличие жестких стоек между  $n$ -м и  $(n+1)$ -м телом при  $N \geq 2$  учитывается соотношениями

$$U_{nj}^0(\bar{x}_n^r) - U_{n+1,j}^0(\bar{x}_n^r) = 0 \quad (r = 1, \dots, R_n; j = 1, \dots, J), \quad (12)$$

где  $\bar{x}_n^r$  – координата  $r$ -й стойки,  $R_n$  – число стоек между  $n$ -м и  $(n+1)$ -м телами.

Тогда вариационное уравнение (8) переписывается в виде

$$\delta \left\{ G(U_{nj}^0(\bar{x}), \omega^2) + \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^{S_n} \sum_{j=1}^J \lambda_{nj}^s U_{nj}^0(\bar{x}_n^s) + \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^{S_n^\alpha} \sum_{j=1}^J k_{nj}^s \frac{\partial U_{nj}^0(\bar{x}_n^s)}{\partial \alpha_n^s} + \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{r=1}^{R_n} \sum_{j=1}^J \mu_{nj}^r [U_{nj}^0(\bar{x}_n^r) - U_{n+1,j}^0(\bar{x}_n^r)] \right\} = 0, \quad (13)$$

где  $\lambda_{nj}^s, k_{nj}^s, \mu_{nj}^r$  – множители Лагранжа.

### Литература

1. Trotsenko Yu. V. Frequencies and Modes of Vibration of a Cylindrical Shell with Attached Rigid Body. Journal of Sound and Vibration. 2006, vol. 292, no. 3-5 pp. 535-551.
2. Филатов А.Н. Асимптотические методы и теория дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 1974. 216 с.

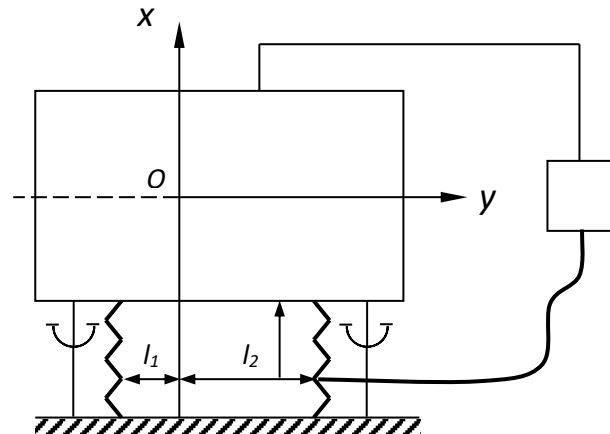
## АКТИВНАЯ ВИБРОЗАЩИТА ТЕЛА, УСТАНОВЛЕННОГО НА ВЯЗКОУПРУГИХ ОПОРАХ

**Тешаев М.Х., Райимов Д.Г., Жураев Ш.И.**

Рассматривается задача активного гашения колебаний тела, имеющего одну степень свободы. Используя конструктивный метод определения структуры сил реакций сервосвязей определен явный вид силы реакции сервосвязи. Определены условия устойчивого осуществления сервосвязи.

Рассмотрим задачу гашения колебаний тела массы  $m$  и имеющего одну степень свободы, которое установлено на вязкоупругих опорах (рис. 1).

Рис.1



Так как тело совершает колебания по оси  $Ox$ , то можем считать, что на тело наложена сервосвязь [2]:

$$x = 0 \quad (1)$$

Известно [2], что наряду с [1] имеет место и соотношение

$$x = \xi, \quad (2)$$

где  $\xi$  - независимый параметр, характеризующий непрерывное освобождение тела от сервосвязи (1).

Перемещения, на которых реакции сервосвязей работы не производят ( $A$  - перемещения), здесь будут иметь вид [2]:

$$\delta x = 0.$$

или с учётом (2)

$$\delta \xi = 0.$$

Тогда уравнение движения тела будет иметь вид:

$$m\xi'' + k\xi' + c\xi = F + R \quad (3)$$

где  $F$  - равнодействующая внешних сил;  $R = R(\xi, \xi')$  - сила реакции связи второго рода (сервосвязи);  $c$  - коэффициент жесткости пружины;  $k$  - коэффициент вязкости.

Если используя конструктивный метод определения структуры сил реакций сервосвязей [3] реакцию сервосвязи  $R$  формировать по закону

$$R = -F + k_1\xi' + c_1\xi,$$

где  $k_1, c_1$  - некоторые постоянные, то уравнение (3) будет иметь вид:

$$\xi'' + \bar{k}\xi' + \bar{c}\xi = 0, \quad (4)$$

где  $\bar{k} = \frac{k - k_1}{m}$ ,  $\bar{c} = \frac{c - c_1}{m}$ .

Для исследования устойчивости нулевого решения  $\xi = 0$  уравнения (4) составим его характеристическое уравнение:

$$\lambda'' + \bar{k}\lambda + \bar{c} = 0. \quad (5)$$

Так как уравнение (4) есть дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, то необходимое и достаточное условие устойчивости его нулевого решения  $\xi = 0$  может быть определена из теоремы Гурвице [4], которые сводятся к условиям:

$$k > k_1, \quad c > c_1. \quad (6)$$

Условия (6) обеспечивают асимптотическую устойчивость нулевого решения  $\xi = 0$  или сервосвязи (1).

### Литература

1. Беген А. Теория гироскопических компасов. М.:Наука, 1967.-192 с.
2. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. - 317 с.
3. Азизов А.Г. Прикладные задачи динамики управляемых систем. Учебное пособие. Ташкент, 1980.- 28 с.

## ОПТИМАЛЬНАЯ КВАДРАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРАВОСТОРОННОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ Тошбоев О.Н.

*Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан*

[otoshboyev@bk.ru](mailto:otoshboyev@bk.ru)

В основном задачи механики и математической физики сводятся к решению интегральных уравнений. Например, задача Абеля относится к таким типам задач. В этой работе мы получим приближенное решения интегрального уравнения Абеля в пространстве Соболева с оптимальной квадратурной формулой.

Аналогичные работы рассмотрим в [1-4]

Рассмотрим интегральное уравнение Абеля вида

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^1 \frac{\varphi(t)dt}{(t-x)^{1-\alpha}} = f(x), \quad x < 1 \quad (1)$$



где  $f(x)$  известная функция,  $t$  - независимая переменная,  $\varphi(t)$  - неизвестная функция,  $0 < \alpha < 1$ ,  $\Gamma(\alpha)$  - гамма функция Эйлера.

Получается формула обращения

$$\varphi(x) = -\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_x^1 \frac{f(t)dt}{(t-x)^\alpha} \quad (2)$$

Решение (2) уравнения (1), можно записать в виде

$$\varphi(t) = -\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \left[ \frac{f(1)}{(1-t)^\alpha} - \int_t^1 \frac{f'(s)ds}{(s-t)^\alpha} \right]$$

Наша цель является с большой точностью вычислить интеграл

$$\int_t^1 \frac{f'(s)ds}{(s-t)^\alpha}$$

Для этого рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_t^1 \frac{\varphi(x)dx}{(x-t)^\alpha} \cong \sum_{\beta=0}^N \sum_{\nu=0}^{\rho} C^{(\nu)}[\beta] \varphi^{(\nu)}[\beta] \quad (3)$$

в пространстве Соболева  $L_2^{(m)}(t,1)$ . Здесь  $\varphi(x) \in L_2^{(m)}(t,1)$ ,  $t > 0$  произвольное конечное число,

$$N \geq m \text{ - натуральное число, } [\beta] = h\beta, \quad h = \frac{1-t}{N}, \quad N = 1, 2, \dots, \quad C^{(\nu)}[\beta] \text{ -}$$

коэффициенты квадратурной формулы (3).

В настоящей работе в пространстве  $L_2^{(1)}(t,1)$  построены оптимальные квадратурные формулы и вычислена квадрат нормы функционала погрешности оптимальных квадратурных формул (1) в сопряженном пространстве  $L_2^{(1)}(t,1)$ .

#### Литература

1. Шадиметов Х.М., Далиев Б.С. Экстремальная функция квадратурных формул для приближенного решения обобщенного интегрального уравнения Абеля. // Проблемы вычислительной и прикладной математики.  $\epsilon 2(20)$ , 2019, с. 88-95.
2. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. М. 1974. 808с
3. Шадиметов Х.М., Далиев Б.С. Коэффициенты оптимальных квадратурных формул для приближенного решения общего интегрального уравнения Абеля. // Проблемы вычислительной и прикладной математики.  $\epsilon 2(26)$  2020, с. 24-32.
4. Kh.Shadimetov, B.Daliyev Composite optimal formulas for approximate integration of weight integrals // AIP Conference Proceedings. 2020, 20p.

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА КИНЕТИКИ В МОДЕЛИ ФИЛЬТРАЦИИ СУСПЕНЗИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Файзиев Б.М., Бегматов Т.И., Санаев М.Э.

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

В работе поставлена и численно решена обратная задача фильтрации суспензии в пористой среде с учетом многоступенчатости кинетики осаждения частиц. Определен коэффициент кинетики с использованием модифицированного метода идентификации.

Здесь используем известную модель [1-2], уравнение баланса массы взвешенных частиц в потоке суспензии и кинетика осадкообразования в которой принимается в виде

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \begin{cases} \beta_r v c, & \text{для } 0 < \rho \leq \rho_1, \\ \beta_a v c - \beta_d \rho, & \text{для } \rho_1 < \rho < \rho_0, \\ 0, & \text{для } \rho = \rho_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $c$  – концентрация суспензии,  $v$  – скорость фильтрации,  $m_0$  – пористость среды,  $D$  – коэффициент диффузии,  $\rho$  – концентрация осадка,  $\rho_0$  – полная емкость фильтра,  $\rho_1$  – значение  $\rho$ , при котором «зарядка» завершается,  $\beta_r$  – коэффициент, связанный с эффектом «зарядки»,  $\beta_a$  – коэффициент, связанный с осаждения частиц,  $\beta_d$  – коэффициент, связанный с освобождения частиц.

Начальные и граничные условия имеют вид

$$c(0, t) = c_0 = \text{const}, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad x = L, \quad t > 0, \quad c(x, 0) = 0, \quad \rho(x, 0) = 0. \quad (2)$$

Задача (1)-(2) соответствует прямой постановке. При известных коэффициентов в (1), а также  $c_0$  в (2) определяется решение  $c(x, t)$ ,  $\rho(x, t)$ . При решении обратной задачи некоторые коэффициенты в (1) являются неизвестными и подлежат определению. Для этого нужна дополнительная информация о решении прямой задачи. В качестве такой дополнительной информации здесь принимается значения концентрации в некоторых заданных точках  $x_l \in (0, L)$ ,  $l = \overline{1, n}$ , которых обозначим как  $Z_l(t)$ .

Рассмотрим обратную задачу фильтрации суспензии, заключающуюся в определении коэффициента  $\beta_a$  системы уравнений (1) по дополнительной информации о решении прямой задачи. Для решения поставленной задачи применяем метод идентификация [3].

Дополнительная информация для решения обратной задачи подготовлена с помощью квазиреального эксперимента, т.е. решением прямой задачи методом конечных разностей. При различных нулевых приближениях кинетический коэффициент  $\beta_a$  восстанавливается достаточно быстро. На исходные данные внесены возмущения со случайными погрешностями. В случае с возмущенными исходными данными коэффициент восстанавливается с ошибками соответствующими порядкам возмущения. При начальных приближениях значительно удаленных от точки равновесия, коэффициент приближается к равновесным значениям с некоторым отклонившем. Чтобы исправить такое положение использован модифицированный метод первого порядка с параметром регуляризации. При достаточно малых значениях параметра регуляризации можно получить удовлетворительное восстановление кинетического коэффициента.

#### Список литературы

1. Веницианов Е.В., Рубинштейн Р.Н. Динамика сорбции из жидких сред. – М.: Наука, 1983. – 237 с.
2. Gitis V., Rubinstein I., Livshits M., Ziskind M. Deep-bed filtration model with multistage deposition kinetics // Chemical Engineering Journal 163(2010) 78-85.
3. Бабе Г.Д., Бондарев Э.А., Воеводин А.Ф., Каниболотский М.А. Идентификация моделей гидравлики. Новосибирск: Наука, 1980. -- 161 с

### МЕТОД ПРЯМЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В МНОГОСЛОЙНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ ВЗОИМОСВЯЗАННЫХ ПЛАСТАХ. Фозилов А.Н., Шаев А.К.

Рассмотрим задачу фильтрации газа в многослойных пластах. Будем считать, что пласты разрабатываются произвольно расположенными скважинами с заданными расходами.

Задача в безразмерном виде с учетом релаксации формулируется следующем образом: Найти с учетом релаксация в области  $Q_T$  решение системы уравнений

$$\frac{1}{M(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_2(x) \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) = M_i \left( x, t, u_i, k(x) \frac{\partial u_i}{\partial t} \right) \frac{\partial u_i}{\partial t} + \int_0^t R_i(t, s) u_i(x, s) ds, \quad (xt) \in Q_\tau, \quad 1 = \overline{1, n} \quad (1)$$

$$\text{с начальным} \quad u_i(x, 0) = \varphi_i(x) \quad 1 = \overline{1, n} \quad (2)$$

и краевыми условиями

$$K_i(x) \frac{\partial u_i}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_0(t), \quad K(x) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1} = q_{n+1}(t) \quad (3)$$

и условия согласования

$$[u_i(x, t)] \Big|_{x=x_i} = 0, \quad \sum_{i=1}^n \left[ k_i(+) \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] \Big|_{x=x_i} = Q(t) \quad (4)$$

где  $Q_T = \Omega_k x(0, T]$ ,  $\Omega_k = (x_i, x_i]$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Коэффициенты системы уравнения заданные функции в области изменения своих аргументов.

Для приближенного решения (3-4) в  $Q_T$  прямые  $t = t_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ ,  $N = \left[ \frac{T}{\tau} \right]$ .

Обозначим через  $u_{ij}(x)$  искомое приближенное решение задачи  $u_i(x, t)$  на прямых  $t = t_j$ ,  $x \in \Omega$ .

Аппроксимируем задачу дифференциальной разностной задачей. Для решения дифференциально-разностной задачи построим итерационный процесс, а для численной реализации применим метод простой факторизации.

$$\text{Если } \tau < \sqrt{\frac{\beta^2}{u} + 1} - \frac{\beta}{2} \quad \text{где} \quad \beta = \sqrt{\frac{A_0 \max_i \min}{\max_i k_i(x)}} \quad \text{где } a_0 \leq a_i(\cdot) \leq A_0, \quad a_0 \text{ и } A_0, \text{ некоторые}$$

постоянные приближенное решение сходится равномерно к точному решению со скоростью  $O(\tau)$ ,  $\tau$  – шаг по времени.

#### Список литературы

1. A.Abdurazakov, N.Mahmudova, N.Mirzamahmudova On one method for solving degenerating parabolic systems by the direct line method with an appendix in the theory of filtration Vol. 2 № 5 (2021 g.): EJRDS

### ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОПТИМАЛЬНЫХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $L_2^{(2)}(0,1)$

Хаётов А.Р.<sup>1,2</sup>, Холиёров И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт Математики им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup>Национальный университет Узбекистана им. М.Улугбека, Ташкент, Узбекистан

e-mail: hayotov@mail.ru

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 \frac{\varphi(x)}{x-t} dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_\beta \varphi(h\beta), \quad (1)$$

где  $0 < t < 1$ ,  $\varphi(x) \in L_2^{(2)}(0,1)$  -пространства Соболева,  $C_\beta$  - коэффициенты квадратурных

формул,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N = 2, 3, 4, \dots$ .

В работе [1] для оптимальных коэффициентов квадратурных формул вида (1) в пространстве  $L_2^{(2)}(0,1)$  Соболева получена система, которая при  $m = 2$  имеет вид

$$\sum_{\gamma=0}^N C([\gamma], t) \cdot \frac{|h\beta - h\gamma|^3}{12} + p_1 \cdot [\beta] + p_0 = f([\beta], t), \quad \beta = 0, 1, 2, \dots, N,$$

$$\sum_{\gamma=0}^N C([\gamma], t) = g_0, \quad \sum_{\gamma=0}^N C([\gamma], t) \cdot [\gamma] = g_1.$$

Здесь

$$f(h\beta, t) = \frac{1}{12} \int_0^1 \frac{|x-h\beta|^3}{x-t} dx = \frac{1}{12} \left( -\frac{11}{3} (h\beta)^3 + (5t+3)(h\beta)^2 - (2t^2+3t+1,5)(h\beta) + \left(t^2 + \frac{t}{2} + \frac{1}{3}\right) + (t-h\beta)^3 (-2\ln|h\beta-t| + \ln(t-t^2)) \right)$$

$$g_0 = \int_0^1 \frac{dx}{x-t} = \ln \frac{1-t}{t}, \quad g_1 = \int_0^1 \frac{x}{x-t} dx = 1+t \ln \frac{1-t}{t}.$$

$C([\gamma], t)$ ,  $\gamma = \overline{0, N}$  и  $p_1, p_0$  - неизвестные.

Целью настоящей работы является нахождение оптимальных коэффициентов  $C([\gamma], t)$ ,  $\gamma = \overline{0, N}$ .  
Справедлива следующая

**Теорема.** Пусть  $t \neq h\beta$ ,  $\beta = \overline{0, N}$ . Тогда оптимальные коэффициенты квадратурной формулы (1) в пространстве  $L_2^{(2)}(0, 1)$  имеют вид

$$C[0] = \frac{6}{h^3} \left[ \frac{g_0}{12} (h^3 - 3q^N (h^2 + h(q+2))) + \frac{g_1 q^N}{4} (h^2 + 2h(q+2)) + a_1^- h(q+1) + f(0, t)(3q+2) - f(h, t)(12q+5) - q^N (3f(1, t)(q+1) + a_1^+ h(q+2)) + 6(q+2) \sum_{\gamma=2}^N q^\gamma f(h\gamma, t) \right],$$

$$C[\beta] = \frac{6}{h^3} \left[ 6(q+2) \sum_{\gamma=0}^{\beta-2} q^{\beta-\gamma} f(h\gamma, t) - (12q+5) (f(h(\beta-1), t) + f(h(\beta+1), t)) + (6q+4) f(h\beta, t) + 6(q+2) \sum_{\gamma=\beta+2}^N q^{\gamma-\beta} f(h\gamma, t) + \frac{g_1}{4} (q^{N-\beta} (2h(q+2) + h^2) - q^\beta h^2) + q^\beta (a_1^- h(q+2) - 3f(0, t)(q+1)) - q^{N-\beta} (3f(1, t)(q+1) + \frac{g_0}{4} (h(q+2) + h^2) + a_1^+ h(q+2)) \right], \quad \beta = \overline{1, N-1},$$

$$C[N] = \frac{6}{h^3} \left[ -\frac{g_0}{12} (3h(q+1) - h^3) + \frac{g_1}{4} (2h(q+1) - q^N h^2) + q^N (a_1^- h(q+2) - 3f(0, t)(q+1)) - a_1^+ h(q+1) + f(1, t)(3q+2) - f(1-h, t)(12q+5) + 6(q+2) \sum_{\gamma=0}^{N-2} q^{N-\gamma} f(h\gamma, t) \right].$$

#### Список литературы

1. Шадиметов Х.М. Оптимальных решетчатые квадратурные и куба-турные формулы в пространствах Соболева. Ташкент, 2019. 223с.

### ВЫЧИСЛЕНИЯ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФОРМУЛ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ .

Хаятов Х.У.<sup>1</sup>, Расулова К.Х.<sup>2</sup>, Насриддинова Х.Ф.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

<sup>2</sup> магистр Бухарского государственного университета, Бухара, Узбекистан

В этой работе найдена экстремальная функция интерполяционной формулы в явном виде в пространстве Соболева  $W_2^{(m)}(R^n)$ , функций у которых обобщенные производные порядка  $m$  интегрируемы с квадратом.

Рассмотрим интерполяционную формулу вида

$$f(x) \cong P_f(x) = \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(x) f(x^{(\lambda)}), \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_N(x) = \delta(x-z) - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) \delta(x-x^{(\lambda)}), \quad (2)$$

над пространством С.Л.Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ . Здесь соответственно  $c_\lambda(z)$  и  $x^{(\lambda)}$  являются коэффициентами и узлами интерполяционной формулы (1),  $f(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  и  $T_n$  -  $n$ -мерный тор и  $\delta(x)$  известная дельта функция Дирака.

**Определение 1.** Множество  $T_n = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n); x_k = \{t_k\}, t_k \in R\}$ , где  $\{t_k\} = t_k - [t_k]$ , т.е. дробная доля  $t_k$ , называется  $n$ -мерным тором  $T_n$ .

**Определение 2.** Пространство  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  - определяется как пространство функций заданных на  $n$ - мерном торе  $T_n$  и имеющих все обобщенные производные порядка  $m$  суммируемые с квадратом в норме [2]

$$\|f(x)/\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)\|^2 = \left( \int_{T_n} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} |f_k|^2, \quad (3)$$

где  $f_k$  - коэффициенты Фурье, т.е.  $f_k = \int_{T_n} f(x) e^{2\pi i(k,x)} dx$ .

Задача построения оптимальных интерполяционных формул вида (1) с функционалом погрешности (2) в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  при фиксированных узлах  $x^{(\lambda)}$  это вычисление следующей величины

$$\|\ell_N | \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n)\| = \inf_{c_\lambda(z)} \left( \sup_{f \neq 0} \frac{|\langle \ell_N, f \rangle|}{\|f / \tilde{W}_2^{(m)}(T_n)\|} \right). \quad (4)$$

Эта задача состоит из двух частей: сначала мы должны вычислить норму  $\|\ell_N\|$  функционала погрешности  $\ell_N$  в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  т.е. имеется в виду задача 1, а потом минимизировать его по коэффициентам  $c_\lambda(z)$  при фиксированных  $x^{(\lambda)}$ . Если найдутся такие коэффициенты  $c_\lambda(z) = c_\lambda^0(z)$ , которые достигается равенство (4), тогда они называются оптимальными, т.е. это и есть задача 2.

**Определение 2.** Функция  $\Psi_e(x)$  называется экстремальной функцией функционала  $\ell_N$  если для которой выполняется равенство

$$\langle \ell_N, \Psi_e \rangle = \|\ell_N | \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n)\| \cdot \|\Psi_e | \tilde{W}_2^{(m)}(T_n)\|. \quad (5)$$

В настоящей работе занимаемся решением задачи 1 для интерполяционной формулы вида (1). Справедливо следующая теорема.

**Теорема 1.** Квадрат нормы функционала погрешности (5) интерполяционной формулы общего вида (1) над пространством  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  равен

$$\|\ell_N(x)/\tilde{W}_2^{(m)*}(T_n)\|^2 = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi k z - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) e^{2\pi i(k, x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}, \quad (6)$$

где  $c_\lambda(z)$  - коэффициенты,  $x^{(\lambda)}$  - узлы интерполяционной формулы (1).

**Доказательство.** Известно, что для функции  $f(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  справедливо следующее равенство:

$$f(x) = \sum_k \hat{f}_k e^{-2\pi i(k,x)},$$

где  $f_k = \langle f(x), e^{2\pi i(k,x)} \rangle = \int_{T_n} f(x) e^{2\pi i(k,x)} dx$ , т.е. коэффициенты Фурье.

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \langle \ell_N, f(x) \rangle &= \langle \ell_N(x), \sum_k \hat{f}_k e^{-2\pi i(k,x)} \rangle = \\ &= \sum_k \hat{f}_k \langle \ell_N(x), e^{-2\pi i(k,x)} \rangle = \sum_k \hat{f}_k \hat{\ell}_{-k} = \hat{f}_0 \hat{\ell}_0 + \sum_{k \neq 0} \hat{f}_k \hat{\ell}_{-k}. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{Здесь } \hat{\ell}_0 = \int_{T_n} \ell_N(x) dx, \quad \hat{\ell}_{-k} = \int_{T_n} \ell_N(x) e^{-2\pi i(k,x)} dx.$$

Применяя к правой части (7) неравенство Коши-Шварца и учитывая (3) получим следующую оценку

$$\left\| \ell_N(x) / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|^2 \leq \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) e^{2\pi i(k,x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}. \quad (8)$$

Существует такая функция из  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ , что в неравенстве (8) равенство достигается.

Действительно, рассмотрим следующую функцию  $u(x)$ :

$$u(x) = 1 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{\ell}_{-k} e^{-2\pi i(k,x)}}{|k|^{2m}}.$$

Вычисляя значение функционала  $\ell_N(x)$  на функции  $u(x)$  получим

$$\langle \ell(x), u(x) \rangle = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) e^{2\pi i(k,x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}. \quad (9)$$

Справедлива следующая лемма.

**Лемма.** Квадрат нормы функции  $u(x)$  в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  равен:

$$\left\| u(x) / \tilde{W}_2^{(m)}(T_n) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) e^{2\pi i(k,x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}. \quad (10)$$

Так как  $u(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$  и оно является экстремальной функцией для интерполяционной формулы(1), т.е.

$$u(x) = \psi_\ell(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_n). \quad (11)$$

Тогда имеем  $\langle \ell_N(x), \psi_\ell(x) \rangle = \langle \psi_\ell(x), f(x) \rangle$ .

Это означает, что выполняется все условия теорема Рисса[2].

Таким образом учитывая (9), (11) и условия леммы из (8) получим

$$\left\| \ell_N(x) / \tilde{W}_2^{(m)*}(T_n) \right\|^2 = \left| 1 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \cos 2\pi kz - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda(z) e^{2\pi i(k,x^{(\lambda)})} \right|^2}{k^{2m}}, \quad (12)$$

что и требовалось доказать.

### Список литературы

1. Соболев С.Л. Об интерполировании функций  $n$  переменных. Докл. АН СССР, 1961, 137, -с. 778-781.

2. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука, 1974. -808с.
3. A. R. Hayotov and S. S. Babaev, "Optimal quadrature formulas for computing of Fourier integrals in space", AIP Conference Proceedings 2365, 020021 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057127>.
4. Ikrom I. Jalolov, "The algorithm for constructing a differentialoperator of 2nd order and finding afundamental solution", AIP Conference Proceedings 2365, 020015 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057025>
5. O.I.Jalolov, "Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space", AIP Conference Proceedings 2365, 020014 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057015>

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОД РАСЧЕТА СМЕШЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ СПУТНЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ.**

**Ходжиев Сафар**

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

[S.hojiev@buxdu.uz](mailto:S.hojiev@buxdu.uz)

Моделирование и численное исследование внутренних течений на основе полной системы уравнений Навье-Стокса не только многокомпонентных химических реагирующих газовых смесей, но даже без нее имеют огромное практическое применение в областях ракетно- космической техники, химической технологии, газовой промышленности и т.п. Это задача является до настоящего времени актуальным и одной из центральных проблем вычислительной гидроаэродинамики. Большой интерес представляет малоизученная область параметров спутных коаксиальных потоков на входе в канал, когда в результате взаимодействия потоков образуются рециркуляционные течения. Экспериментальные исследования сопряжено ряд техническими трудностями, кроме того ряд существующие экспериментальные исследований проведены главным образом случаев большого отношения площадей поперечного сечения потока на входе в канал.

Численные исследований таких течений возможно только на основе полной системы уравнений Навье-Стокса, применение которых открывает широкие возможности для детального описания самых разнообразных течений, так и как рециркуляционной течений.

Однако, численного интегрирование эту систему представляет собой чрезвычайно сложную и трудоемкую задачу, решение которой находится на пределе технических возможностей современных вычислительных машин. Все это требует, даже в случае однородного вязкого газа разработки эффективных методов и алгоритмов расчета.

В данной работе подробно описываются метод и алгоритм расчета численного интегрирования нестационарные двумерные системы уравнения Навье-Стокса для сжимаемого газа использованием неявные (явные) численные схемы высокого порядка, т.е. разностной схемой Бима-Уорминга позволяющие численно исследовать смешение и распространения спутных потоков с разными физическими параметрами в каналах постоянного и переменного сечения. Приводятся обоснованные граничные и начальные условия. Облегчить некоторые особенности исследуемого внутренних течений численными методами проведены ряд математические преобразования позволяющие провести задачи к универсальной для решения подобных задач, как обеспечивающие привести координаты и физических параметров к безразмерному, форму канала в квадратную, а также сгущающие шаги интегрирования при больших градиентах неизвестных.

Кроме методических расчетов, как сходимости по количеству расчетных точек и по числу Куранта, исследовано влияния неизотермичности, спутности и отношение геометрических размеров на смешение распространения коаксиальных спутных потоков в плоском канале.

Приводятся численные результаты при каких отношениях скоростей, температуры, нерасчетности спутности наблюдается рециркуляционная зона Численные результаты показали, что при больших отношениях температуры, скоростей спутных потоков и небольших геометрических размеров (отношение полувысоты на длину канала) в начальном участке рециркуляционная зона занимает около 55 % входного сечения, а ширина (длина) по продольной координате доходит до 20 см, что подтверждается экспериментальными материалами материалы [1].

[1] Бакалдина Л.А., Сидоров И.В. Условия существования и продольные размеры рециркуляционных зон при взаимодействии сверхзвуковых струй с ограниченным спутным дозвуковым потоком. Изв. СО АН СССР, 1970, №8, вып.2, с.37-45.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ТРЕХМЕРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ СТРУЙ.

Ходжиев С., Примов А.

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан  
Наваинский педагогический институт.*

Сжигание предварительно перемешанных газов в турбулентном потоке широко используются в самых разнообразных технических устройствах. Трехмерные турбулентные струйные течения сделались в последние годы предмет многочисленных экспериментальных и расчетно-теоретических исследований. Развития теории турбулентности и турбулентного горения, невозможно без тесной и непрерывной связи с экспериментом. Появление современных вычислительных машин и эффективные численные методы позволили с помощью математического моделирование основанных на фундаментальных законах движения сплошной среды и термодинамики: законов сохранения материи и энергии, численно исследовать многокомпонентной химически реагирующих газовых струй. Проблемой в теории турбулентности и горение актуальном остается вопрос о выборе модели для вычисления вязкости.

Основная цель настоящей работы найти с помощью численного исследования модифицированную полуэмпирическую алгебраическую модель для коэффициента эффективной вязкости приемлемой для расчета трехмерных турбулентных струй реагирующих газов вытекающего из прямоугольного сопла с конечным отношением длин сторон ( $L=a/b$ ,  $a$ -ширина,  $b$ -длина сопла). Рассмотрены для определения коэффициента турбулентной вязкости учитывающие деформацию по разным пространственным координатам и температуры, которые существенно влияют на результаты исследования. Предположены способы определения длину пути смещения для трехмерных струйных течений. Рассмотрены варианты задания полуэмпирической, формулы для вычисления турбулентной вязкости в следующих алгебраических безразмерно видах.

$$M1: \hat{\mu} = \mu_\lambda + \chi \rho l^2(x, y) \sqrt{\left(\frac{\partial u}{L \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2} \cdot \left(\frac{T}{T_2}\right)^\alpha.$$

$$M2: \hat{\mu} = \mu_\lambda + \chi \rho l^2(x, y) \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{L \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \cdot \left(\frac{T}{T_2}\right)^\alpha.$$

$$M3: \hat{\mu} = \mu_\lambda + \chi \rho l^2(x, y) \sqrt{\left(\frac{\partial u}{L \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{L \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial z}\right)^2} \cdot \left(\frac{T}{T_2}\right)^\alpha.$$

$$M4: \hat{\mu} = \mu_\lambda + \chi \rho l^2(x, y) \sqrt{\left(\frac{\partial u}{L \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \cdot \left(\frac{T}{T_2}\right)^\alpha.$$

Здесь  $\chi$ - число Кармана,  $\alpha$  - степень влияния температурной неоднородности потока ( $0,63 < \alpha < 0,7$ ),  $T_2$ -температура горючей струи по продольной координате. В этих моделях множитель  $\chi l^2(x, y)$  характеризует границы зоны смещения и для вычисления ее использовались выражения вида

$$\chi(l^2(LNy) + l^2(Nz)), \chi(l^2(LNy) + l(Nz)^2) \text{ и } \chi[(LNy) + l(Nz)]/2]^2.$$

Результаты численных расчетов показали, что трехмерных турбулентных струй последние два варианта не характеризуют длины пути смещения, хотя в некоторых случаях дают правдоподобные результаты, а первой для каждой точки плоскости (оси OX) характеризует границы зоны смещения.

Во всех четырех вариантах для вычисления  $\hat{\mu}$ , при подборе число Кармана в диапазоне  $0,05 < \chi < 0,1$  сравнения результатов плотности потока импульса показали, что эти модели дают практические одинаковы результаты. Хорошие согласование результатов с экспериментами получены на основе модели M1. Совпадение опытных и расчетных данных по плотности потока импульса в поперечном сечении струй, вытекающей из прямоугольного сопла с отношением длин сторон 1:1 и 2:1 достоверность полученных численных подтверждает результатов с помощью предложенного модели.

Приводятся ряд численные результаты касающиеся изменения параметров модели ( $\chi, \mu, \alpha$ ) на параметры диффузионного факела.

## ВЛИЯНИЯ НЕИЗОБАРИЧНОСТИ СТРУИ НА ПАРАМЕТРЫ ДИФФУЗИОННОГО ФАКЕЛА

Ходжиев С., Йулдошев Ш.С., Савриев Ш.Ш., Самадова Д.Э.

*Бухарский государственный университет, Бухарский инженерно-технологический институт*

Объем выработки и потребления как топливо природного газа в мире растет запасы его не



бесконечны. По этому, научное исследование сжигание газовых смесей и проектирование топочных устройств которые позволяют, экономного использования его являются актуальными проблемами.

В данной работе приводятся некоторые численные результаты исследования влияние неизобаричности на горение горючей смеси пропан-бутана.

Высвобождение химической энергии при горение порождает градиенты давления, температуры и плотности. Эти градиенты, в свою очередь, являются источниками процесса в газовых потоках, которые приводят к переносу массы, импульса и энергии. В задачах о распространении пламени важными являются изменения давления, несмотря на то, что в дозвуковых течениях распределения величин сами по себе изменяются медленно.

В большинстве задач для процессов горения расчеты гидро газодинамических величин реагирующей жидкости усложняются тем обстоятельством, что быстрые экзотермические химические реакция происходят в отдельных частях того объема, в котором рассматривается процесс горения. Поскольку в математической модели описывающие турбулентные струйные течения реагирующих газовых смесей в уравнениях сохранения соответствующие члены, определяющие потоки массы и импульса, при неявной формулировке зависят от того, насколько точно рассчитывается изменение давления со временем, то важны все эффекты, которые существенно влияют на давления, и их необходимо включить во взаимосвязанные уравнения.

В частности, исследование влияние' учёт переменности давления реагирующие газовой среды на геометрические и физические параметры диффузионного факела являются целью данной работы.

Горючая струя, состоящая из смеси пропана-бутана, истекает из сопла квадратной формы, т.е с отношением сторон,  $L = a/b = 1$  (где  $a$  и  $b$  стороны прямоугольного сопла) и распространяется в покоящейся среде окислителя (воздуха).

Для математического описания данного процесса используются общепринятые системы связанные трехмерные уравнения в частных производных, выражающих законы сохранения массы, импульса, энергии и вещества в виде [1÷5].

Для данной постановки системы уравнений можно решать с помощью следующих безразмерных краевых условий

I:  $x=0$ :

$$1) 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1: u=1, v=0, w=0, H=H_2, P=P_2, \bar{C} = 1.$$

$$2) a < y < y_{+\infty}, b < z < z_{+\infty}: u=u_1, v=0, w=0, H=H_1, P=P_1, \bar{C} = 0$$

II:  $x > 0$ :

$$1) z=0, 0 < y < y_{+\infty}: w=0, \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (f=u, v, H, \bar{C}).$$

$$2) y=0, 0 < z < z_{+\infty}: v=0, \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (f=u, w, H, \bar{C}).$$

$$3) z \rightarrow z_{+\infty}, y \rightarrow y_{+\infty}: u=u_1, v=0, w=0, H=H_1, P=P_1, \bar{C} = 0$$

Здесь нижними индексами "1", "2", "+∞" отмечены соответственно безразмерные величины окислителя и горючей струи, а также их значения на бесконечности.

Эти связанные уравнения описывают динамику движения смеси газа, химические реакции между основными компонентами и процессы диффузионного переноса, такие, как теплопроводность, вязкость и диффузию.

Численные исследования проведены методом и алгоритмом решения системы уравнений приведенные в работах [3÷4]. Для вычисления вязкости используется алгебраическая модель турбулентности [3] с учетом температурной неоднородности  $\alpha=0,5$ . Предполагается, что поправки к скорости определяются поправками к давлению[4], как найденные расчетные (или промежуточные,  $P_p$ ) плюс поправочные ( $P_c$ ) в виде  $P = P_p + \beta P_c$ , где  $\beta$ -параметр релаксации.

Начальные данные горючего и окислителя на срезе прямоугольного сопла, такие, как скорость, температура и концентрации, задавались однородными и ступенчатыми, а давления горючей струи и окислителя равны между собой и соответствуют атмосферному  $P_1 = P_2 = P_{атм}$ .

Предполагается, что реакция протекает в зоне соприкосновения горючего с окислителем, т.е. рассматривалась диффузионное горение смеси пропана-бутана в воздухе.

С точки зрения математического расчета, рассмотрим четырёхкомпонентную смесь газов в зоне смешения, состоящую из кислорода  $O_2$  -индекс «1», смеси пропана-бутана ( $C_3H_8 + C_4H_{10}$ )-«2», продуктов горения  $CO_2 + 9H_2O$ -«3», инертного газа  $N_2$ -«4». С физической точки зрения в зоне тепло- и массообмена участвуют 6 компонентов.

В целях экономии машинного времени на ЭВМ расчеты проведены переменным шагом по

продольной координате  $x$  (вдоль горючей струи), т.е. шаг  $x$  выбирался таким образом, чтобы в начальном участке струи он не превышал значения 0,05. Процесс вычисления продолжается до тех пор, пока максимальное значения температуры в поперечных плоскостях  $XOY$  и  $XOZ$  не сойдется на оси  $x$ .

Расчеты проводились в двух вариантах методики расчетов: с постоянством давления [3] и с учётом переменности давления [4] по пространственным координатам, а также проводится сравнения численных результатов.

В расчетах значения  $\beta$  коэффициента релаксации находится в интервале  $0 < \beta < 1$ . После некоторых пробных численных расчетов, длина факела которая хорошо согласовалась с экспериментами и численными результатами работ [3,5], выбрался  $\beta = 0,5$ .

Из численных результатов выявлено, что с учетом давления, тоже что без учета сравнения расширение профилей скоростей по осям  $OY$  и  $OZ$  показывают, что в трехмерных струях (пламени), по мере удаления от устья сопла, происходит перестройка течения, сопровождающаяся трансформацией трехмерного движения в двухмерное.

Анализируя эти графики, можно сделать заключение, что максимальному значению температуры потока соответствует минимальное значение плотности, что естественно, подтверждает физику процесса.

Из анализов полученных результатов вытекает, что для численного исследования дозвуковых течений с учетом переменности давления можно пренебречь.

#### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Гирк Дж.Дж., Роди В. Расчет трехмерных турбулентных свободных струй.// В. Сб. турбулентные сдвиговые течения .т.1. М.: Машиностроения, 1982, с. 72-88.
2. Ходжиев С., Аvezов А.Х., Муродов Ш.Н.. Численное моделирование трехмерных турбулентных струй реагирующих газов, истекающих из сопла прямоугольной формы, на основе алгебраической турбулентности. Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». Т., 2007, №3. с. 47-55.
3. Ходжиев С. Метод расчета неизобарических трёхмерных струй реагирующих газов, вытекающих из сопла прямоугольной формы// Суюкликлар куп фазали аралашмалар ва туташ мухитларда тулкинларни таркалишининг долзарб муаммолари. Тошкент. Фан. 2 қисм. 408-409 б.
4. A. Kh. Avezov, M.Sh. Akhmedov, M.Sh. Saidzhonova, F.B. Ata-Kurbanova. Numerical Simulation Of Three-Dimensional Turbulent Reacting Gas Jets Arising Nozzle Rectangular Based “K-ε” Turbulence Models. Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST) ISSN: 3159-0040 Vol. 2 Issue 7, July – 2015
5. Ш.С. Йулдошев, Д. Наврузов. ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ГОРЮЧЕГО НА ПАРАМЕТРЫ ФАКЕЛА Материалы конференции Научно-технический прогресс: актуальные и перспективные направления будущего стр. 73-75
6. З.Ш. Жумаев, Ш.С. Юлдашев, Ж. Жумаев. Об одном методе расчета турбулентного горения при подаче воды в зону факела

#### РАСЧЕТ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ПРОТИВОПОТОЧНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМИ СКОРОСТЯМИ СИММЕТРИЧЕСКОЙ Т-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

Худойберганов.М.Ў<sup>1</sup>, Дадабаев С.У<sup>2</sup>, Неъматова Д.Э<sup>1</sup>, Ботиров.И.Б.

*sduardor@mail.ru;*

<sup>1</sup>Кафедра вычислительной математики и информационных систем, Национальный Университет Узбекистана, улица Университетская, 4, Ташкент, 100174, Узбекистан.

<sup>2</sup>Андижанский государственный университет, 170100, ул. Университетская, 129, Андижан, Узбекистан.

Рассмотрим следующую симметрическую t-гиперболическую систему вида

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

Здесь  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$  - неизвестная вектор функция, подлежащее определению;  $A = A^T$ ,  $B = B^T$  - заданные симметричные квадратные матрицы размерности  $n \times n$  с постоянными вещественными элементами.

В таком случае система (1) примет следующую форму записи:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (A^+ + A^-) \frac{\partial V}{\partial x} + (B^+ + B^-) \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

Именно такое разбиение матриц  $A$  и  $B$  на сумму двух знакоопределенных матриц, соответственно на  $A^+$ ,  $B^+$  - неотрицательно определенной части и на  $A^-$ ,  $B^-$  - не положительно определенной части даёт нам возможность построения противопоточной разностной схемы для численного решения смешанных задач поставленных для исходной симметрической t-гиперболической системы (1).

Заметим, что для собственных значений симметрических матриц  $A_i^+$ ,  $B_i^+$ ,  $i = \overline{1, n+1}$  справедливы неравенства:

$$\begin{cases} \lambda_q(A_i^+) \geq 0, \lambda_q(B_i^+) \geq 0, \\ \lambda_q(A_i^-) \leq 0, \lambda_q(B_i^-) \leq 0, \end{cases} \quad i = \overline{1, n+1}; \quad q = \overline{1, n}.$$

Для системы уравнений необходимо зададим начальное условие в момент времени  $t = 0$  и граничные условия на границе притока и оттока в зависимости от того докритическое течение это, или сверхкритическое.

Предлагаем следующую противопоточную неявную разностную схему

**Схема расщепления по направлениям переменных.**

$$\begin{aligned} I. \quad & \frac{W_{jl}^\kappa - U_{jl}^\kappa}{\Delta t} + (B^+)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{jl}^\kappa - U_{jl-1}^\kappa}{\Delta y} + (B^-)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{jl+1}^\kappa - U_{jl}^\kappa}{\Delta y} = 0, \\ II. \quad & \frac{U_{jl}^{\kappa+1} - W_{jl}^\kappa}{\Delta t} + (A^+)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{jl}^{\kappa+1} - U_{j-1l}^{\kappa+1}}{\Delta x} + (A^-)^{\kappa}_{jl} \frac{U_{j+1l}^{\kappa+1} - U_{jl}^{\kappa+1}}{\Delta x} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\kappa = \overline{0, K-1}; \quad j = \overline{1, J-1}; \quad l = \overline{1, L-1}.$$

**Численный эксперимент:** В этом месте

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2\pi/5 & 0 \\ 0 & 0 & \pi/2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3\pi/7 & 0 \\ 0 & 0 & -\pi/2 \end{pmatrix}.$$

В качестве начальных данных рассмотрим условия

$$U(0, x, y) = \Phi(x, y). \quad (4)$$

Здесь  $\Phi(x, y) = (\varphi_1(x, y), \varphi_2(x, y), \dots, \varphi_n(x, y))^T$ ;

$$\varphi_1(x, y) = \sin \frac{\pi}{2} x + \sin \frac{\pi}{2} y, \quad \varphi_2(x, y) = \sin \frac{5x}{2\pi} + \sin \frac{7y}{3\pi}, \quad \varphi_3(x, y) = \sin 2x + \sin 2y.$$

Точное решение таково

$$\varphi_1(t, x, y) = \sin \frac{\pi}{2}(x-t) + \sin \frac{\pi}{2}(y-t), \quad \varphi_2(t, x, y) = \sin \left( \frac{5x}{2\pi} - t \right) + \sin \left( \frac{7y}{3\pi} - t \right),$$

$$\varphi_2(t, x, y) = \sin \pi \left( \frac{2x}{\pi} - t \right) + \sin \pi \left( \frac{2y}{\pi} - t \right).$$

И получили результат следующего вида:

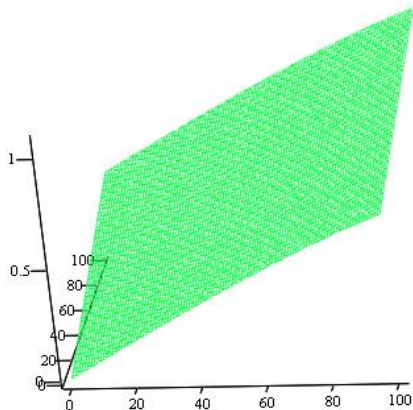


Рисунок 1. График точного решения.

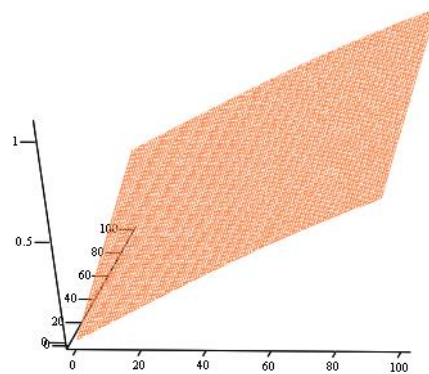


Рисунок 2. График приближенного решения.

### Список литературы

1. Годунов С.К. Уравнения математической физики. Москва. 1976г.
2. Alove R.; Berdyshev A.; Akbarova A.; Baishemirov Z. Development of an algorithm for calculating stable solutions of the Saint-Venant equation using an upwind implicit difference scheme. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021 | journal-article. DOI: [10.15587/1729-4061.2021.239148](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.239148). EID: 2-s2.0-85116525899. Part of ISSN: 17294061 17293774. Source: Scopus – Elsevier

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № UZB-IND-2021-87 на тему «Анализ симметрии Ли, моделирование и анализ устойчивости по Ляпунову гиперболических систем»

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДА

**Хўжаев И.К., Ширинов З.З.**

*АН РУз институт механики и сейсмостойкости сооружений*

Процесс распространения скачкообразных изменений массового расхода, образованных частичным или полным перекрытием одного или двух концов линейного участка трубопровода, изучено в рамках упрощенной модели Н.Е. Жуковского. Перепад давления по трубе обусловлен силой сопротивления, а скорость распространения малых возмущений давления составлено с учетом коэффициента сжатия жидкости, физических и геометрических параметров трубы.

Уравнение сохранения импульса записываем в виде

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + w \frac{\partial \rho w}{\partial x} = -\frac{\partial f p}{\partial x} - \rho g \frac{\partial (fy)}{\partial x} - \frac{\lambda}{2\Delta} f \rho |w| w.$$

Умножим членов этого уравнения на  $W$  и почленно складываем уравнением сохранения тепла

$$\frac{\partial f \rho \left( \varepsilon + \frac{w^2}{2} \right)}{\partial t} + w \frac{\partial f \rho \left( \varepsilon + \frac{w^2}{2} \right)}{\partial x} = -w \frac{\partial f p}{\partial x} - \rho w g \frac{\partial (fy)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_T f \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f E_{BU} - k_{cp} (T - T_{oc}) f_{op}.$$

В этом уравнении учитывали равенство  $f E_T = \frac{\lambda}{2D} f \rho |w| w^2$ . Т.е. в уравнении полной

энергии не фигурирует энергия диссипации за счет трения, т.к. она не образовалась, а из одной кинетической формы энергии единичного объема жидкости перешла в другую форму - во внутреннюю энергию единичного объема жидкости.

Таким образом, динамическое состояние элементарного участка трубопровода с переменным диаметром описывается квазиодномерными уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f \rho}{\partial t} + \frac{\partial f \rho w}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f \rho w}{\partial t} + w \frac{\partial f \rho w}{\partial x} = -\frac{\partial f p}{\partial x} - g \frac{\partial f \rho y}{\partial x} - \frac{\lambda}{2D} f \rho |w| w, \\ \frac{\partial f \rho \left( \varepsilon + \frac{w^2}{2} \right)}{\partial t} + w \frac{\partial f \rho \left( \varepsilon + \frac{w^2}{2} \right)}{\partial x} = -w \frac{\partial f p}{\partial x} - \\ -w g \frac{\partial f \rho y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_T f \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f E_{BU} - k_c (T - T_{oc}) f_{op} \end{array} \right.$$

Повторно получили уравнения, которые приведены в работах авторского коллектива.

Левые части последних двух уравнений представляют инерционных (локальных и конвективных) составляющих переноса импульса и полной энергии. С привлечением первого уравнения системы их можно преобразовать:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f \rho}{\partial t} + \frac{\partial f \rho w}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f \rho w}{\partial t} + \frac{\partial f \rho w^2}{\partial x} = -\frac{\partial f p}{\partial x} - g \frac{\partial f \rho y}{\partial x} - \frac{\lambda}{2D} f \rho |w| w, \\ \frac{\partial f \rho \left( \varepsilon + \frac{w^2}{2} \right)}{\partial t} + \frac{\partial f \rho w \left( \varepsilon + \frac{w^2}{2} \right)}{\partial x} = -w \frac{\partial f p}{\partial x} - \\ -w g \frac{\partial f \rho y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_T f \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f E_{BU} - k_c (T - T_{oc}) f_{op} \end{array} \right.$$

#### Список литературы

1. Штыков Р. А. Процесс изменения коэффициента сверхсжимаемости газа на участках газопровода // Надежность и качество сложных систем. 2018, №1(21). – С. 56–63. DOI: 10.21685/2307-4205-2018-1-7.
2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учеб. пособие для ВУЗов. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 351 с.

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ГОРЕНИЯ В ГОРЕЛОЧНЫХ УСТРОЙСТВАХ

Хўжаев И.К., Хамдамов М.М.

АН РУз институт механики и сейсмостойкости сооружений

В данной работе предлагается численный метод решения задачи распространения и горения с конечной скоростью химической реакции с окислителем спутниковом воздушном потоке в турбулентном струи. В качестве горючего рассматривается метан. Для моделирования использована безразмерные уравнения турбулентного пограничного слоя реагирующих газов в координатах Мизеса, а также при численного решения двухслойная шеститочечная неявная конечно-разностная схема, обеспечивающая точность аппроксимации второго порядка по обоим координатам.

Горение - это физико-химический процесс, представляющий собой химическую реакцию окисления, сопровождающуюся выделением тепла и ярким свечением. В мире струйные потоки реагирующих сред широко используются в повседневной жизни, в производстве тепловой и электрической энергии, в камерах внутреннего сгорания, в химических лазерах, в производстве ртути и строительных материалов, в силовых установках ракетных двигателей и многих других отраслях техники и производства. В зависимости от цели организации и конструкции устройств для сжигания газа возникают различные проблемы управления объектом. В частности, газовая составляющая в мировом энергобалансе составляет около 70%. Несмотря на постоянное улучшение производительности устройств для сжигания газа, их эффективность по-прежнему очень низкая.

**Физическая постановка задачи.** Рассматривается турбулентная струя горючего газа, которая истекает из круглого сопла с диаметром  $2a$  и распространяется в спутном потоке (в затопленном пространстве) окислителя при конечной скорости химической скорости.

**Математическая модель.** В приближении теории турбулентного пограничного слоя систему уравнений турбулентного движения многокомпонентного газа при наличии химической реакции, т.е. горения, между компонентами и при равенстве единицы числа Льюиса для компонентов ( $Le_i = 1$ , т.е.  $Pr = Sc_i$ ), можно записать в цилиндрических координатах с учетом модели  $k - \varepsilon$  [1-3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho (v + v_t) r \frac{\partial u}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial(\rho u r)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \vartheta r)}{\partial r} = 0, \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{Pr r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho (v + v_t) r \frac{\partial H}{\partial r} \right), \\ \rho u \frac{\partial c_n}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial c_n}{\partial r} = \frac{1}{Sc r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho (v + v_t) r \frac{\partial c_n}{\partial r} \right] + \omega_n \quad (n = 1..N), \\ \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{\delta_k r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho (v + v_t) r \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G - \rho \varepsilon, \\ \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{\delta_\varepsilon r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho (v + v_t) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \dot{c}_1 \frac{\varepsilon}{k} G - \dot{c}_2 \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{array} \right.$$

Здесь

$$v_t = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon}, \quad G = 4\rho v_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2, \quad \dot{c}_1 = 1.44, \quad \dot{c}_2 = 1.92, \quad c_\mu = 0.09, \quad \delta_k = 1, \quad \delta_\varepsilon = 1.3.$$

Производные в уравнениях заменяются согласно зависимостям:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\rho \vartheta r}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi},$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\rho u r}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi}.$$

#### Список литературы

1. Хужаев И.К., Хамдамов М.М. Распространение осесимметричной турбулентной струи метана в спутном потоке воздуха при горении с конечной скоростью. ISSN 1812-3368. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 5. DOI: 10.18698/1812-3368-2021-5-89-108
2. Козубкова М., Крутиль Я., Неврлий В. Экспериментальное исследование и численное моделирование горения метана в областях со сложной геометрией // Физика горения и взрыва, 2014, т. 50, №4. – С. 8-14.
3. Вулис Л.А., Ярин Л.П. Аэродинамика факела. Л.: Энергия, 1978, 216 с.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Хужаёров Б.Х., Усмонов А.И., Очилов Ш.

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан.

Уравнения переноса вещества во фракталах впервые были предложены в [1]. В трещиновато-пористых средах уравнения переноса были анализированы в [2]. Показано, что порядок дробной производной в уравнениях зависит от фрактальной размерности среды.

В данной работе рассматривается задача аномального переноса веществ в двухзонной цилиндрической пористой среде, состоящей из, так называемых, макро- и микропор. Аномальность моделируется дробной производной в диффузионном члене уравнений переноса. На основе численного решения задачи оценено влияние порядка дробной производной, иными словами, фрактальной размерности среды на характеристики переноса вещества в обеих зонах. Определены относительный текущий, а также общий и суммарный расходы через общую границу зон среды. Оценено влияние аномальности среды на динамику этих расходов.

Рассматривается среда, состоящая из двух полубесконечных коаксиальных цилиндров, внутренний из которых обладает лучшими фильтрационно-емкостными и диффузионными свойствами (область  $\Omega_1 \{0 \leq x < \infty, 0 \leq r \leq a\}$ ), а внешний – с относительно худшими свойствами ( $\Omega_2 \{0 \leq x < \infty, a \leq r \leq b\}$ ) (Рис.1).

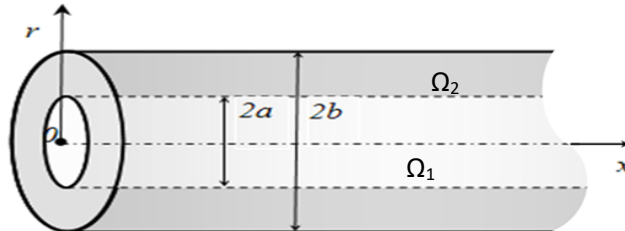


Рис.1. Цилиндрическая среда с цилиндрической макропорой.

В макропоре перенос вещества описывается уравнением

$$\theta_m \frac{\partial c_m}{\partial t} + \theta_{im} \frac{\partial c_{im}}{\partial t} = \theta_m D_m \frac{\partial^{2\beta} c_m}{\partial x^{2\beta}} - \theta_m v_m \frac{\partial c_m}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $c_m$  – средняя концентрация в  $\Omega_1$ ,  $\beta$  – порядок производной ( $0 < \beta \leq 1$ ),  $c_{im}$  – средняя концентрация вещества в области  $\Omega_2$ , которая определяется из следующего соотношения

$$c_{im} = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b r c_a(t, x, r) dr, \quad (2)$$

$c_a$  – локальная концентрация в  $\Omega_2$

$$\frac{\partial c_a}{\partial t} = D_a \frac{1}{r^{\beta_1}} \frac{\partial^{\beta_1}}{\partial r^{\beta_1}} \left( r^{\beta_1} \frac{\partial^{\beta_1} c_a}{\partial r^{\beta_1}} \right), \quad a < r < b, \quad (3)$$

Начальные и граничные условия принимаются в виде:

$$c_a(t, x, a) = c_m(t, x), \quad \frac{\partial^{\beta_1} c_a(t, x, b)}{\partial r^{\beta_1}} = 0. \quad (5)$$

$$c_m(0, x) = 0, \quad c_{im}(0, x) = 0, \quad c_a(0, x, r) = 0 \quad (6)$$

$$c_m(t, 0) = c_0, \quad c_0 = \text{const}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^\beta c_m}{\partial x^\beta}(t, \infty) = 0. \quad (8)$$

Для решения задачи (1) – (8) применяем метод конечных разностей [3].

Переведенный анализ показывает, что аномальность процесса значительно влияет на характеристике переноса вещества в обеих зонах среды, т.е. как в микро-, так и в макропоре. Определен текущий относительный расход вещества через общую границу зон  $Q$  и обнаружена немонотонная его динамика.

### Список литературы

1. Nigmatullin R. R. The realization of the generalized transfer equation in a medium with fractal geometry. Phys. Stat. Sol. (b). 133. 1986. 425–430.
2. Fomin S., Chugunov V. and Hashida T. Mathematical modeling of anomalous diffusion in porous media // Fractional Differential Calculus. Volume 1, Number 1. 2011. 1–28.
3. Бейбалаев В.Д., Шабанова М.Р. Численный метод решения начально-граничной задачи для двумерного уравнения теплопроводности с производными дробного порядка // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2010. Выпуск 5(21). С. 244–251.

## СОСТАВНЫЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА.

Шадиметов Х.М.<sup>1,2,a)</sup>, Гуломов О.Х.<sup>2,b)</sup>

<sup>1</sup>Tashkent State Transport University, Tashkent, Uzbekistan,

<sup>2</sup>V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan,  
a) [kholmatshadimetov@mail.ru](mailto:kholmatshadimetov@mail.ru), b) [otabek10@mail.ru](mailto:otabek10@mail.ru)

За последние годы в некоторых вопросах вычислительной математики получен ряд результатов, основанных на применении теоретико функциональных соображений. Можно указать ряд задач, в которых теоретико функциональные подходы приводят к результатам общего характера: построение квадратурных и кубатурных формул, интерполяция функций одной и многих переменных, приближенное решение интегральных и дифференциальных уравнений (см.[1]).

Из перечисленных вопросов более подробно по сравнению с остальными разработан вопрос о приближенном вычислении интегралов (см.[2,3,4,5]).

Рассмотрим составную квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^k C^{(\alpha)}[\beta] \varphi^{(\alpha)}[\beta] \quad (1)$$

Здесь  $\varphi(x)$  из пространства Соболева  $L_2^{(m)}(0,1)$ ,  $C^{(\alpha)}[\beta]$  - коэффициенты квадратурной формулы (1),  $[\beta] = h\beta$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N = 2, 3, \dots$ ;  $m \geq 1$ ,  $k \leq m - 1$ . Кроме того будем рассматривать ошибку квадратурной формулы как линейный функционал вида

$$l(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^k (-1)^\alpha c^{(\alpha)}[\beta] \delta^{(\alpha)}(x - h\beta) \quad (2)$$

в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$  - классов функций, обладающих обобщенными производными порядка  $m$  с интегрируемым квадратом и нормой



$$\|\varphi\|_{L_2^{(m)}} = \left\{ \int_0^1 (\varphi^{(m)}(x))^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

через  $\varepsilon_{[0,1]}$  в (2) обозначена характеристическая функция отрезка  $[0,1]$ .

Пространства  $\tilde{L}_2^{(m)}(0,1)$  - класс периодических функций из  $L_2^{(m)}(0,1)$ , т.е.  $\varphi(x) = \varphi(x + \gamma)$ ,  $\gamma$  - целые числа. Кроме того  $\varphi^{(\alpha)}(1) = \varphi^{(\alpha)}(0)$ ,  $\alpha = 0, 1, \dots, m-1$ . Элементами пространства  $\tilde{L}_2^{(m)}(0,1)$  служат функции, отличающиеся друг от друга на постоянное слагаемое. Норма функции  $\varphi(x)$  в пространстве периодических функций  $\tilde{L}_2^{(m)}(0,1)$  определяется формулой (3). Предметом настоящей работы является построение оптимальной составной квадратурной формулой в пространстве Соболева  $L_2^{(m)}(0,1)$ . Справедлива следующая:

**Теорема.** Среди квадратурных формул вида (1) в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$  следующая формула является оптимальной

$$\int_0^1 f(x) dx \cong h \sum_{\beta=0}^{N-1} f[\beta] + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{h^{n+1} B_{n+1}}{(n+1)!} (f^{(n)}(0) - f^{(n)}(1)).$$

При этом квадрат нормы функционала погрешности этой формулы

$$l(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - h \sum_{\beta=0}^{N-1} \delta(x - h\beta) - \sum_{n=0}^{m-1} \frac{(-1)^n h^{n+1} B_{n+1}}{(n+1)!} (\delta^{(n)}(x) - \delta^{(n)}(x-1))$$

имеет вид

$$\|l\|_{L_2^{(m)}(0,1)}^2 = \frac{h^{2m} (-1)^m B_{2m}}{(2m)!}.$$

Здесь  $B_{n+1}$  - числа Бернулли.

#### Список литературы

1. Соболев С.Л. Избранные труды Т.1. Уравнения математической физики. Вычислительная математика и кубатурные формулы. Изд-ва СОРАН 2003. – 692с.
2. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. Изд-ва «Наука», М., 1974 – 808 с.
3. Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. Изд-ва СОРАН, 1996,- 484с.
4. Рамазанов М.Д. Теория решетчатых кубатурных формул с ограниченным пограничным слоем. Дизайн полиграф Сервис, Уфа, 2009 -178с.
5. Шадиметов Х.М. Оптимальные решетчатые квадратурные и кубатурные формулы в пространствах Соболева. Т.: “Фан ва технология”, 2019. 224с.

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ ОТ БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

<sup>1,2</sup>Шадиметов Х.М., <sup>2</sup> Давлатова Ф.И.

<sup>1</sup>Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup>Институт математики имени В.И.Романовского, Ташкент, Узбекистан

e-mail: [kholmatshadimetov@mail.ru](mailto:kholmatshadimetov@mail.ru)

Рассмотрим интегралы от быстро осциллирующих функций вида

$$I_1(\omega) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx,$$

$$I_2(\omega) = \int_0^1 \varphi(x) \sin 2\pi\omega x dx, \quad (1)$$

$$I_3(\omega) = \int_0^1 \varphi(x) \cos 2\pi\omega x dx.$$

Здесь  $\varphi(x) \in L_2^{(m)}(0,1)$ ,  $L_2^{(m)}(0,1)$  – пространство Соболева комплекснозначных функций,  $\omega$  – произвольное вещественного число. Для приближенного вычисления интегралов (1) применяем следующую весовую квадратурную формулу

$$\int_0^1 p(x)\varphi(x)dx \cong \sum_{\beta=0}^N d[\beta]\varphi(h\beta) + Q(\varphi'(0) - \varphi'(1)), \quad (2)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_\omega^N(x) = \chi_{[0,1]}(x)p(x) - \sum_{\beta=0}^N d[\beta]\delta(x-h\beta) + Q(\delta'(x) - \delta'(x-1)), \quad (3)$$

где  $p(x) = e^{2\pi i\omega x}$ ,  $p(x) = \sin 2\pi\omega x$ ,  $p(x) = \cos 2\pi\omega x$ ,  $d[\beta]$  и  $Q$  коэффициенты квадратурной формулы (2),  $[\beta] = (h\beta)$ ,  $h = 1/N$ ,  $N$  – натуральное число,  $i^2 = -1$ ,  $\chi_{[0,1]}(x)$  – характеристическая функция отрезка  $[0,1]$ ,  $\delta(x)$  – дельта функция Дирака. В этом пространстве скалярное произведение двух функция  $\varphi$  и  $\psi$  определяется равенством

$$\langle \varphi, \psi \rangle = \int_0^1 \varphi^{(m)}(x) \bar{\psi}^{(m)}(x) dx, \quad (4)$$

где  $\bar{\psi}$  – сопряженная функция к функции  $\psi$ , а норма функции  $\varphi$  соответственно определяется формулой

$$\|\varphi | L_2^{(m)}(0,1)\| = \langle \varphi, \varphi \rangle^{1/2}$$

Заметим, что коэффициенты  $d[\beta]$ ,  $Q$  зависят от  $\omega$ ,  $N$  и  $m$ .

Следующая разность, между интегралом и квадратурной суммой

$$(\ell_\omega^N, \varphi) = \int_0^1 p(x)\varphi(x)dx - \sum_{\beta=0}^N d[\beta]\varphi(h\beta) - Q(\varphi'(0) - \varphi'(1)) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell_\omega^N(x)\varphi(x)dx \quad (5)$$

называется погрешностью квадратурной формулы (2). Погрешность формулы (2) является линейным функционалом в пространстве  $L_2^{(m)*}(0,1)$ , где  $L_2^{(m)*}(0,1)$  – сопряженное пространство к пространству  $L_2^{(m)}(0,1)$ .

Тогда для абсолютного значения погрешности (5) формулы (2), согласно неравенству Коши-Шварца, имеем следующую оценку

$$|(\ell_\omega^N, \varphi)| \leq \|\varphi | L_2^{(m)}(0,1)\| \cdot \|\ell_\omega^N | L_2^{(m)*}(0,1)\|.$$

Это означает, что абсолютное значение погрешности (5) квадратурной формулы (2) оценивается с помощью нормы

$$\|\ell_\omega^N | L_2^{(m)*}(0,1)\| = \sup_{\|\varphi | L_2^{(m)}(0,1)\|=1} |(\ell_\omega^N, \varphi)|$$

функционала погрешности (3).

Основная цель настоящей работы найти коэффициенты  $\overset{\circ}{d}[\beta]$ ,  $\overset{\circ}{Q}$  удовлетворяющие следующему равенству

$$\|\overset{\circ}{\ell}_\omega^N | L_2^{(m)*}(0,1)\| = \inf_{d[\beta], Q} \|\ell_\omega^N | L_2^{(m)*}(0,1)\|. \quad (6)$$

Следовательно, чтобы построить оптимальную квадратурную формулу вида (2) найти норму функционала погрешности  $\ell_\omega^N$  квадратурной формулы (2) в пространстве  $L_2^{(m)*}(0,1)$ , затем найти коэффициенты  $\dot{d}[\beta]$ ,  $\dot{Q}$  удовлетворяющие равенству (6).

Чтобы найти норму функционала погрешности квадратурных формул необходимо явное выражение так называемой экстремальной функции, т.е. элемент Рисса. Функция  $U_\ell^\omega$  называется экстремальной функцией для функционала  $\ell_\omega^N$ , если выполняется следующее равенство

$$(\ell_\omega^N, U_\ell^\omega) = \|\ell_\omega^N | L_2^{(m)*}(0,1)\| \cdot \|U_\ell^\omega | L_2^{(m)}(0,1)\|.$$

Справедлива следующая

**Теорема.** Экстремальная функция  $U_\ell^\omega$  функционала погрешности  $\ell_\omega^N$  имеет следующий вид:

$$U_\ell^\omega(x) = (-1)^m \overline{\ell_\omega^N}(x) * G_m(x) + P_{m-1}(x),$$

где

$$G_m(x) = \frac{|x|^{2m-1}}{2(2m-1)!}$$

$P_{m-1}(x)$  – полином степени  $m-1$ ,  $\overline{\ell_\omega^N}$  – сопряжённое к  $\ell_\omega^N$ .

Тогда по теореме Рисса

$$\|\ell_\omega^N(x) | L_2^{(m)*}(0,1)\|^2 = (\ell_\omega^N, U_\ell^\omega) = \int \ell_\omega^N(x) U_\ell^\omega(x) dx.$$

## ОБ ОДНОМ НОВОМ ОПТИМАЛЬНОМ АЛГОРИТМЕ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЩЕГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА АБЕЛЯ.

<sup>1</sup>Шадиметов Х.М., <sup>2</sup>Далиев Б.С.

<sup>1</sup>Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан,

<sup>2</sup>Ферганский политехнический институт, Фергана, Узбекистан.

e-mail: kholmatshadimetov@mail.ru, [b.daliyev@ferpi.uz](mailto:b.daliyev@ferpi.uz)

Общая задача теории численного интегрирования функций одной переменной для вычисления сингулярных интегралов типа Абеля состоит в том, чтобы приближенно найти интеграл

$$I(\varphi) = \int_0^t \frac{\varphi(x) dx}{(t-x)^{1-\alpha}} = \int \frac{\varepsilon_{[0,t]}(x) \varphi(x) dx}{(t-x)^{1-\alpha}}$$

Здесь  $0 < \alpha < 1$ ,  $\varepsilon_{[0,t]}(x)$  – характеристическая функция отрезка  $[0, t]$ .

Искомое приближение будем искать в виде линейной комбинации значений функции  $\varphi(x)$  и ее производные до порядка  $\nu$ ,  $\varphi^{(\nu)}(x)$  в  $N+1$  точках

$[\beta] = h\beta$  называемых узлов,  $h = \frac{t}{N}$ ,  $N = 1, 2, \dots$ ,  $\beta = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $t > 0$ ,  $0 \leq \nu \leq \rho$

$$I^*(\varphi) = \sum_{\beta=0}^N \sum_{\nu=0}^{\rho} C^{(\nu)}[\beta] \varphi^{(\nu)}[\beta] = \int \sum_{\beta=0}^N \sum_{\nu=0}^{\rho} (-1)^\nu C^{(\nu)}[\beta] \delta^{(\nu)}(x - h\beta) \varphi(x) dx,$$

где  $\delta(x)$  – известная Дельта функция Дирака.

Тогда следующая формула называется составной квадратурной формулой

$$\int_0^t \frac{\varphi(x) dx}{(t-x)^{1-\alpha}} \cong \sum_{\beta=0}^N \sum_{\nu=0}^{\rho} C^{(\nu)}[\beta] \varphi^{(\nu)}[\beta] \quad (1)$$

Здесь  $C^{(\nu)}[\beta]$  коэффициенты квадратурной формулы,  $[\beta] = h\beta$  узлы формулы.

Квадратурной формуле (1) сопоставим функционал погрешности

$$(l, \varphi) = I(\varphi) - I^*(\varphi) = \int \left[ \frac{\varepsilon_{[0,t]}(x)}{(t-x)^{1-\alpha}} - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\nu=0}^{\rho} (-1)^\nu \delta(x-h\beta) \right] \varphi(x) dx.$$

Он является линейным, так как мы требуем независимости правил, указывающих узлы  $[\beta] = h\beta$  коэффициенты  $C^{(\nu)}[\beta]$ , от выбора конкретной интегрируемой функции.

Интегрируемые функции считаем элементами пространства Соболева  $L_2^{(m)}(0, t)$ - классов функций, обладающих производными порядка  $m$  (в обобщенном смысле) интегрируемым с квадратом и нормой

$$\|\varphi / L_2^{(m)}\| = \left[ \int_0^t (\varphi^{(m)}(x))^2 dx \right]^{\frac{1}{2}}.$$

О качестве квадратурной формулы будем судить, исходя из оценки величины

$$\sup_{\|\varphi / L_2^{(m)}\|=1} |(l, \varphi)|.$$

Естественно рассматривать последовательность квадратурных формул с погрешностями  $(l, \varphi)$  с увеличивающимся числом узлов  $N$ . Сходимость функционалов  $l(x)$  к нулю может быть сильной или слабой. Задание составной квадратурной формулы (2.26) равносильно заданию функционала погрешности

$$l(x) = \frac{\varepsilon_{[0,t]}(x)}{(t-x)^{1-\alpha}} - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\nu=0}^{\rho} (-1)^\nu C^{(\nu)}[\beta] \delta^{(\nu)}(x-h\beta)$$

Линейную комбинацию  $\delta$ - функций в этом равенстве будем называть точечной частью функционала  $l(x)$ . Переменными параметрами составной квадратурной формулы (2.26) являются коэффициенты  $C^{(\nu)}[\beta]$ ,  $\beta = 0, 1, \dots, N$ . Оптимальной квадратурной формулой будем считать такую, функционал погрешности которой при заданном числе узлов  $N$  имеет наименьшую норму в  $L_2^{(m)*}(0, t)$ .

Справедлива следующая

**Теорема.** Оптимальные коэффициенты составных квадратурных формул вида (1) в пространстве Соболева задаются формулами

$$\overset{\circ}{C}^{(k)}[0] = \frac{P_k}{2} + h^{-1} [F_k[1] - F_k[0]],$$

$$\overset{\circ}{C}^{(k)}[\beta] = h^{-1} [F_k[\beta-1] - 2F_k[\beta] + F_k[\beta+1]], \quad \beta = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$\overset{\circ}{C}^{(k)}[N] = \frac{P_k}{2} - h^{-1} [F_k[N] - F_k[N-1]].$$

Здесь  $P_k$  и  $F_k[\beta]$ ,  $\beta = 0, 1, \dots, N$  известные функции.

#### Список литературы

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. -М., 1974, 808с.
2. Шадиметов Х.М. Оптимальные решетчатые квадратурные и кубатурные формулы в пространствах Соболева. Ташкент, 2019, 224с.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ И ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ РЕГИОНОВ

**Шафиев Турсун Рустамович**

*Бухарский государственный университет, tursun@buxdu.uz*

На сегодняшний день загрязнение атмосферы является «экологической проблемой» мирового масштаба и математическое моделирование может претендовать на роль «решения» этих задач и принятия управленческих решений. Потому что, математическое моделирование, является эффективным инструментом для оценки и анализа качества воздуха и защита их от загрязняющих веществ. Из анализа проведенных многолетних наблюдений следует, что ни одна стратегия сокращения выбросов и контроля не может быть экономически эффективной без серьезного предварительного применения методов математического моделирования выше указанной задачи. Математическое моделирование – один из эффективного практического инструмента, который может ответить на наши вопросы «что, если».

Для исследования процесса переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере с учетом существенных параметров  $u_x, v_x, w_x$  составляющие скорости ветра по направлениям  $x, y, z$  соответственно и  $h$  параметр для определения рельефа местности рассмотрим математическую модель, описывающую на основе закона гидромеханики с помощью многомерного дифференциального уравнения в частных производных [1–3]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_x \frac{\partial h\theta}{\partial x} + v_x \frac{\partial h\theta}{\partial y} + w_x \frac{\partial h\theta}{\partial z} + \sigma h\theta = \mu \left( \frac{\partial^2 h\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h\theta}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial h\theta}{\partial z} \right) + \delta Q; \quad (1)$$

$$m \frac{du_x}{dt} = c_f \pi r^2 \rho_a (u_x - U)^2; \quad (2)$$

$$m \frac{dv_x}{dt} = c_f \pi r^2 \rho_a (v_x - U)^2; \quad (3)$$

$$m \frac{dw_x}{dt} = -\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_a - \rho_p) g - k_f \mu_p \pi r w_x + F_n \quad (4)$$

с соответствующими начальными

$$\theta(x, y, z, 0) = \theta^0(x, y, z), \quad u_x(0) = u_x^0, \quad v_x(0) = v_x^0, \quad w_x(0) = w_x^0, \quad \text{при } t = 0; \quad (5)$$

и граничными условиями

$$-\mu \frac{\partial h\theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi h(\theta_g - \theta); \quad \mu \frac{\partial h\theta}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi h(\theta_g - \theta); \quad (6)$$

$$-\mu \frac{\partial h\theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi h(\theta_g - \theta); \quad \mu \frac{\partial h\theta}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi h(\theta_g - \theta); \quad (7)$$

$$-\kappa \frac{\partial h\theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = \xi h(\beta\theta - F_0); \quad \kappa \frac{\partial h\theta}{\partial z} \Big|_{z=H} = \xi h(\theta_g - \theta); \quad (8)$$

где  $U = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ .

Здесь  $t$  – время;  $x, y, z$  – координаты;  $\theta$  – концентрация распространяющегося вещества;  $h$  – параметр для определения рельефа местности;  $\sigma$  – коэффициент поглощения вредных веществ в атмосфере;  $\mu$  – коэффициент диффузии;  $\kappa$  – коэффициент турбулентности;  $\delta$  – функция Дирака;  $Q$  – мощность источников;  $\theta^0$  – первичная концентрация вредных веществ в атмосфере;  $m$  – масса частицы;  $c_f$  – коэффициент лобового сопротивления частиц;  $r$  – радиус частицы;  $\rho_a$  – плотность воздуха;  $\rho_p$  – плотность частиц;  $g$  – ускорения свободного падения;  $k_f$  – коэффициент формы тела для силы сопротивления.

Так как, задача (1) – (7) описывается многомерным нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных с соответствующими начальными и краевыми условиями, то получить ее решение в аналитической форме затруднительно. Для решения задачи используем

неявную конечно-разностную схему по времени со вторым порядком точности соответственно по  $x$ ,  $y$  и  $z$  [3,4].

Для определения скоростей перемещения мелкодисперсных частиц в атмосфере получена система нелинейных уравнений (2)-(4), где учтены основные физико-механические свойства частиц (радиус, масса и плотность частицы) и скорость перемещения воздушной массы атмосферы, которые играют важную роль в процессе переноса и диффузии.

На основе разработанного математического модели и вычислительного алгоритма был создан программный комплекс в среде Microsoft Visual Studio. Для упрощения ввода данных (физико-механические свойства вредных веществ, технические данные промышленных объектов и т. д.) создана специальная база данных на СУБД SQL Lite. Полученные результаты вычислительных экспериментов визуализирована с помощью библиотеки ILNumerics.

На основе передоложенного математического модели и численного решения задачи разработана программный комплекс для оценки концентрация выброшенных аэрозольных частиц в атмосфере в следствие переноса, и диффузия их в рассматриваем регионе.

#### Список литературы

1. Shafiev T. et al. Nonlinear mathematical model and numerical algorithm for monitoring and predicting the concentration of harmful substances in the atmosphere // E3S Web of Conferences. EDP Sciences, 2021. Vol. 264.
2. Шафиев Т. Математическая модель для мониторинга и прогнозирования процесса распространения аэрозольных частиц в атмосфере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2020. № 1(25). С. 69–84.
3. Ravshanov N., Shafiev T.R. Nonlinear mathematical model for monitoring and predicting the process of transfer and diffusion of fine-dispersed aerosol particles in the atmosphere // Journal of Physics: Conference Series. 2019.
4. Ravshanov N., Abdullaev Z., Shafiyev T. Mathematical model and numerical algorithm to study the process of aerosol particles distribution in the atmosphere // ICISCT 2019.

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБЩЕЙ ПЕРИОДИЗАЦИИ ФУНКЦИИ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ФУРЬЕ

Шоназаров С.Қ.

*Термизский государственный университет, Термиз, Узбекистан.*

e-mail: [sshon1989@mail.ru](mailto:sshon1989@mail.ru)

Для приближенного вычисления интеграла

$$I([0,1], \omega) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx$$

применяются многие известные классические формулы приближенного интегрирования. Они дают плохую точность при больших  $\omega$ . Учитывая этого необходимо создать оптимальный алгоритм для приближенного вычисления интеграла  $I([0,1], \omega)$ .

Для этого рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} C^{(\alpha)}[\beta] \varphi^{(\alpha)}[\beta] \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) e^{2\pi i \omega x} - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} (-1)^\alpha C^{(\alpha)}[\beta] \delta^{(\alpha)}(x - h\beta) \quad (2)$$

в пространстве Соболева  $L_2^{(m)}(0,1)$ .

Для минимизация нормы функционала погрешности (2) квадратурной формулы (1) по коэффициентам  $C^{(\alpha)}[\beta]$ ,  $\beta=0,1,\dots,N$ ;  $\alpha=0,1,\dots,m-1$  мы будем применять, общей метод периодизации функции в пространстве Соболева  $L_2^{(m)}(0,1)$ . Кроме того для создания оптимального алгоритма пользуемся оптимальной квадратурной формулой для приближенного вычисления

интеграла  $I([0,1], \omega)$  в пространстве периодических функции Соболева т.е. в пространстве  $L_2^{(m)}(0,1)$ .

## ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В ДВУМЕРНОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Эрмаматова Зухро Э.

*Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова*

Пусть  $R^2$  вещественное двумерное евклидово пространство и  $x = (x_1, x_2)$ ,  $y = (y_1, y_2) \in R^2$ ,  $\alpha^2 = (y_2 - x_2)^2$ ,  $r^2 = (y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2$

$\Omega$  - ограниченная односвязная область в  $R^2$  с границей  $\partial\Omega$  состоящей из отрезка  $a_1 \leq y_2 \leq b_1$  и гладкой дуги кривой  $S$  Ляпунова, лежащей в полуплоскости  $y_2 \geq 0$ .

Хорошо известно, что основные свойства гармонических, субгармонических и супергармонических функций, которые используются при изучении разрешимости классической задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Уравнения Лапласа и его неоднородная форма – уравнение Пуассона являются основной моделью линейных эллиптических уравнений.

В работе рассматривается задача восстановления решения уравнения Пуассона [3], [4]

$$-\Delta U(x) \equiv -\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} = f(x), \quad (1)$$

в области по ее известным значениям и значениям ее нормальной производной на части границы

$$\begin{cases} U(x) = f_1(x), & x \in S, \\ \frac{\partial U(x)}{\partial \nu} = f_2(x), & x \in S, \end{cases} \quad (2)$$

т.е. дается явная формула продолжения решения задачи Коши.

Решение задачи Коши будем строить в области  $\Omega$ , когда данные Коши заданы на части  $S$  границы. Задача Коши для уравнения Пуассона относится к числу некорректно поставленных задач [1], [2].

Будем предполагать, что решение задачи существует (тогда оно единственно) и принадлежит классу  $H(D) \cap C(D)$  и данные Коши заданы точно. В этих условиях устанавливается явная формула продолжения, которая является аналогом классической формулы Б. Римана, В. Вольтера и Ж. Адамара, построенной ими для решения задачи Коши в теории гиперболических уравнений. Если при указанных условиях вместо данных Коши заданы их непрерывные приближения с заданным отклонением в равномерной метрике, при этом если решение и его нормальная производная ограничены на части  $T$  границы заданным положительным числом, то предлагается явная формула регуляризации.

Метод получения указанных результатов основан на конструкции в явном виде фундаментального решения уравнения Лапласа, зависящего от положительного параметра, исчезающего вместе со своими производными при стремлении параметра к бесконечности на  $T$ , когда полюс фундаментального решения лежит в полупространстве  $ym > 0$  ( $m = 2, 3$ ). Следуя М. М. Лаврентьеву, фундаментальное решение с указанным свойством назовем функцией Карлемана для полупространства [1]. После построения функции Карлемана в явном виде формула продолжения, а также регуляризация решения задачи Коши, выписываются в виде разности обобщенных потенциалов простого и двойного слоев. Полученная формула продолжения позволяет сформулировать критерий разрешимости задачи Коши.

Классическая интегральная формула Грина показывает, что любая функция из  $C^2(\bar{\Omega})$  в области [5, с. 26] с достаточно гладкой границей  $\partial\Omega$  может быть представлена в виде суммы гармонической функции и ньютонова потенциала от ее лапласиана. Поэтому неудивительно, что изучение уравнения Пуассона в значительной степени может быть осуществлена с помощью изучения ньютонова потенциала  $f$ . Если, функцию  $f$  предполагать только непрерывной, то ньютонов потенциал

$$W(x) = \int_{\Omega} h(y-x)f(y)dy, \quad (3)$$

где  $h(y-x) = \frac{1}{2\pi} \ln|y-x|$  фундаментальное решение уравнения Лапласа, может не быть дважды дифференцируемым. Классом функций полезным и удобным при изучении ньютонова потенциала, является класс непрерывных по Гельдеру функций.

### Список литературы

- [1] Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа М.: Наука, 1978. - 352 с.
- [2] Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Первые приложения. -Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1990. - 248 с.
- [3] Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.1954. -424 с.
- [4] Уэрмер Дж. Теория потенциала М.: Мир., 1980. - 136 с.
- [5] Гилбар Д., Трудингер Н. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка М. Наука, 1989. – 464 с.

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НАКОПЛЕНИЯ И СРАБОТКИ ВОДОХРАНИЛИЩ СЕЗОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ**

**Эсонтурдиев М.Н.<sup>1</sup>, Қобилов Т.А.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Чирчикский Государственный педагогический институт*

Изменение объемов воды в водохранилище во времени описывается следующим дифференциальным уравнением [1 - 3]

$$\frac{dW_B}{dt} = Q_{нс7} - Q_{вып} - Q_{пот}, \quad (1)$$

$$W_B(0) = W_0^B, \quad W_B = F_w(z_B), \quad S_B = F_s(z_B), \quad t \in [0, T]$$

где  $W_B(z_B)$  – объем воды водохранилища в момент времени  $t$ ;  $Q_{нс7}$  – расход воды седьмой насосной станции;  $Q_{пот}$  – интенсивность потерь воды в водохранилище;  $Q_{вып}$  – расход выпуска воды из водохранилища;  $S^B$  – площадь зеркала водохранилища;  $F_w(z_B)$  – объемная характеристика водохранилища;  $F_s(z_B)$  – площадная характеристика водохранилища,  $z_B$  – ордината свободной поверхности воды в водохранилище, которая зависит от  $W_B$ ,  $S_B$  и определяется из проектных данных или материалов натурной съемки по водохранилище.

Любая водохозяйственная система с бассейном перерегулирования может быть представлена в виде графа  $G(m, l)$ , на каждой дуге (ветви) которого задана система уравнений Сен-Венана, а на каждом узле задана математическая модель, соответствующая данному узлу объекта, насосной станции, гидротехнического сооружения или водохранилища, исходя из гидрографической схемы оросительной сети водохозяйственной системы с бассейном перерегулирования.

Ветви комплекса  $G(m, l)$  нумеруется некоторым образом, начиная с единицы и отмечая узлы каждой дуги. Зададим направление этих ветвей с левого конца к правому. Разобьем каждую  $m$ -тую дугу,  $m=1, 2, \dots, M$  комплекса  $G(m, l)$  на число  $N(M) - 1$  отрезков, при этом концы этих отрезков совместно с левыми и правыми концами дуги определяются в целом  $N(M)$  точками на дуге. Данные точки будем называть контрольными. В каждой  $j$ -той контрольной точке  $K$ -той дуги  $j=1, 2, \dots, N(M)$ , определяются переменные  $q_j^m(t)$  и  $h_j^m(t)$ , значения которых представляют, соответственно, расход и уровень воды в  $j$ -той контрольной точке  $m$ -той дуги в дискретный момент времени  $k=1, 2, \dots, K$ . Кроме того, в каждом  $i$ -том узле определена система граничных условий, связывающих значения  $q$  и  $h$  на концах ветвей, образующих  $l$ -й узел.

Таким образом, процессы управления водораспределением в водохозяйственной системе с бассейном перерегулирования соответствуют к взаимосвязанной системе дифференциальных уравнений в частных и обыкновенных производных и сложных систем нелинейных алгебраических уравнений. Аналитическое решение уравнений, соответствующей даже к самой простой водохозяйственной системе невозможно, так как все входящие уравнения относятся к сложным нелинейным дифференциальным и алгебраическим уравнениям. Поэтому моделирование процессов водораспределения в водохозяйственной системе с бассейном перерегулирования на компьютере является очень актуальной и важной задачей, так как натурное моделирование таких процессов почти невозможно или потребует огромных затрат.

### **Список литературы**

1. Резниковский А.Ш., Рубинштейн М.И. Диспетчерские правила управление режимами водохранилищ. М.: Энергоатомиздат, 1984 г. – 101 с.
2. Резниковский А.Ш., Рубинштейн М.И. Управление режимами работы водохранилищ. М.: Энергия, 1974 г. – 175 с.
3. Рахимов Ш.Х. Управление системами машинного подъема. - Ташкент: Фан, 1986. – 137 с.



# АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ДЕКАДНОГО ГИДРО – И ПОЛИВНОГО МОДУЛЯ ПО РЕЖИМАМ ОРОШЕНИЯ СЕЛЬХОЗКУЛЬТУР НА ВЕГЕТАЦИОННЫЙ ПЕРИОД

## Эсонтурдиев М.Н.<sup>1</sup>, Кобилов Т.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Чирчикский Государственный педагогический институт

Алгоритм расчета декадного гидро – и поливного модуля по режимам орошения сельхозкультур на вегетационный период, который необходим для реализации в базе данных управления водными ресурсами, имеет следующий вид:

1. Выбираются режимы орошения сельхозкультур в соответствии гидромодульным районом рассматриваемого региона.

2. Для данного гидромодульного района региона режим орошения выбранной сельхозкультуры, начиная с первой декады вегетационного периода, начальная и конечная даты декады сравниваются с начальной датой полива сельхозкультур, здесь могут быть следующие случаи [1]:

а. начальная дата полива сельхозкультур находится за пределом декады, в этом случае для данной декады декадные гидро –  $q_{ikjnD}$  и поливные модули  $s_{ikjnD}$  равны нулю т.е.

$$q_{ikjnD}=0, \quad (1) \quad s_{ikjnD}=0, \quad (2)$$

где  $q_{ikjnD}$  – декадный гидромодуль ( $л/с/га$ ),  $s_{ikjnD}$  – поливной модуль ( $га/полив$ ),  $i$  – сельхозкультура,  $k$  – гидромодульный район,  $j$  – номер полива,  $n$  – номер текущей декады.

б. если начальная дата полива сельхозкультур находится между начальной и конечной датой декады, то для данной декады декадный гидромодуль  $q_{ikjnD}$  и поливные  $s_{ikjnD}$  модули определяются по следующим зависимостям:

$$q_{ikjnD} = \frac{W_{ikjnD} (T_{ikj} - t_{ijkH} - 1)}{86,4T_{ikj}}, \quad (3)$$

$$s_{ikjnD} = \frac{(T_{ikj} - t_{ijkH} - 1)}{T_{ikj}}, \quad (4)$$

где  $t_{nH}$  – начальная дата декады,  $n$  – номер текущей декады.

в. если начальная и конечная дата декады находится между начальной и конечной даты полива сельхозкультур, то для данной декады гидромодуль  $q_{ikjnD}$  и поливные  $s_{ikjnD}$  модули определяются в виде:

$$q_{ikjnD} = \frac{W_{ikjnD}}{86,4T_{ikj}}, \quad (5) \quad s_{ikjnD} = \frac{T_{nD}}{T_{ikj}}, \quad (6)$$

где  $T_{nD}$  – количество дней в данной декаде.

г. если конечная дата полива сельхозкультур находится между начальной и конечной датой декады, то для данной декады декадный гидромодуль определяются следующим образом:

$$q_{ikjnD} = \frac{W_{ikjnD} (t_{ijkH} - t_{nK})}{86,4T_{ikj}}, \quad (7)$$

$$s_{ikjnD} = \frac{(t_{ijkH} - t_{nK})}{T_{ikj}}, \quad (8)$$

где  $t_{nK}$  – начальная дата декады,  $n$  – номер текущей декады.

3. Декадный гидромодуль сельхозкультуры определяется суммированием поливных декадных гидромодулей

$$q_{iknD} = \sum_{n=1}^{N_{ik}} q_{ikjnD} \quad (9)$$

$$s_{iknD} = \sum_{n=1}^{N_{ik}} s_{ikjnD} \quad (10)$$

В (1)–(9) декадные гидромодули  $q_{ikjnD}$  имеет размерность ( $л/с/га$ ), декадные поливные модули  $s_{ikjnD}$  – ( $га/полив$ ), длительность полива  $T_{ikj}$  и разности дат, например  $t_{ijkH} - t_{nK}$  ( $сутки$ ) [1,2].

### Список литературы

1. Компьютерное моделирование речных потоков. Теоретические основы // Научная консалтинговая фирма «Волга». – М., 2013. – 79 с.

2. Sh.Kh.Rakhimov, A.J. Seytov, A.A. Kudaybergenov, Optimal control of unsteady water movement in the main canals. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ СТРУИ ПРОМЫВОЧНОЙ ЖИДКОСТИ НА ЗАБОЙ В БУРЕНИИ НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

Юлдошова З.С., Джаббаров М.С.

*СамГАСИ, г. Самарканд. E-mail: [m.s.jabborov1954@mail.ru](mailto:m.s.jabborov1954@mail.ru)*

Гидромеханический способ является одним из эффективных способов бурения нефтяных и газовых скважин. Он основан на совместном использовании давления высоконапорной струи промывочной жидкости и механического инструмента.

Призабойную зону при бурении скважин с некоторым приближением можно моделировать в виде сферической полости. Рассмотрим бесконечную упругую среду, содержащую сферическую полость радиуса  $r_0$ . Пусть к поверхности полости в радиальном направлении действует давление струи промывочной жидкости  $P_j(t)$ . Считаем, что имеет место симметрия относительно начала координат (центра сферы). Тогда  $\sigma_{r\varphi} = \sigma_{r\theta} = \sigma_{\varphi\theta} = 0$ . Отличными от нуля будут только радиальная и угловые компоненты напряжения:  $\sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta}$  и радиальная компонента перемещения  $u(r, t)$ .

Перемещение и компоненты напряжения определяются из решения следующей задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{r^2} u = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (r_0 < r < +\infty); \quad (1)$$

$$u(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial u(r, 0)}{\partial t} = 0; \quad (2)$$

$$\sigma_{rr}(r_0, t) = -P_j(t); \quad u(r, t)|_{r \rightarrow +\infty} = 0; \quad (3)$$

$$\sigma_{rr} = \frac{2G}{1-2\mu} \left[ (1-\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\mu \frac{u}{r} \right], \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{2G}{1-2\mu} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right], \quad (4)$$

где  $G$  – модуль сдвига,  $\rho$  – плотность породы,  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

$$b^2 = 2G(1-\mu)/[\rho(1-2\mu)].$$

Введем новые безразмерные величины и обозначения:  $\bar{r} = r/r_0, \bar{t} = t/t_x, \bar{u} = u/r_0, \lambda = \mu/(1-\mu), c^2 = b^2 t_x^2 / r_0^2, \bar{\sigma}_{rr} = \sigma_{rr}/\sigma_0, \bar{\sigma}_{\varphi\varphi} = \sigma_{\varphi\varphi}/\sigma_0, \bar{P}_j = P_j/\sigma_0$ , где  $t_x$  – некоторое характерное значение времени;  $\sigma_0 = 2G(1-\mu)/(1-2\mu)$ .

Применяя интегральное преобразование Лапласа, в безразмерных величинах получим следующую формулу для перемещения:

$$\bar{u}(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{c}{\bar{r}} \int_0^{\bar{t}-t_0} \bar{P}_j(\bar{t}-t_0-\tau) \left[ \cos\beta\tau + \frac{1}{\beta} \left( \frac{c}{\bar{r}} - \alpha \right) \sin\beta\tau \right] e^{-\alpha\tau} d\tau, \quad (5)$$

где  $\alpha = (1-\lambda)c, \beta = \sqrt{1-\lambda^2} c, (\lambda < 1), t_0 = (\bar{r}-1)/c$  – время достижения волной возмущения расстояния от поверхности сферической полости до рассматриваемой точки по радиальному направлению. Используя (5) из (4) можно определить радиальное и угловое компоненты напряжения.

Пусть бесконечная среда, содержащая сферическую полость, вначале находится в невозмущенном состоянии, а начиная с момента времени  $t = 0$  к ее поверхности прилагается давление жидкости  $P_j$  и далее остаётся постоянным:  $\sigma_{rr}(r_0, t) = -P_j = const, (t > 0)$ . Такое скачкообразное изменение давления часто называется «ударным давлением». Для такого случая проведены численные эксперименты при значениях параметров:  $r_0 = 0.1 \text{ м}; \mu = 0.2; \rho = 2300 \text{ кг/м}^3; E = 10^9 \text{ Па}; P_j = 10^6 \text{ Па}, r = 2r_0; 3r_0; 4r_0$ .

Изменения во времени перемещения и компонент напряжения для радиальной координаты  $r = 2r_0; 3r_0; 4r_0$  показывает, что их значения имеет вид затухающей волны, где сначала резко возрастает, имеет определенный максимум, затем минимум в дальнейшем стремясь определенному постоянному значению. Радиальная компонента напряжения также имеет вид затухающей волны, но здесь амплитуда сначала резко увеличивается, а затем уменьшается. Изменение угловой

компоненты напряжения имеет такой же характер, но здесь с удалением от забоя максимумы графиков плавно уменьшаются.

## ИККИ ЎЛЧОВЛИ ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИ СОНЛИ ЕЧИМИ ВА ДАСТУРИЙ ТАЪМИНОТИ

<sup>1</sup>Абдураимов Д.Э., <sup>2</sup>Абдураимов Р.Э., <sup>1</sup>Нуркулов Ж.А

<sup>1</sup>Гулистон давлат университети

<sup>2</sup>Тошкент давлат техника университети

Мақолада изотроп жисмлар учун икки ўлчовли термоэластик боғлиқ масалани сонли ечими ва математик модели қаралган. ушбу модел асосида тузилган алгоритм ва унинг дастурий таъинот асоида олинган натижаси келтирилган.

Изотроп жисмлар учун икки ўлчовли термоэластик боғлиқ динамик масаланинг икки ўлчовли ҳолат учун ҳаракат тенгламалари куйидагича:

$$C_{1111} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (C_{1122} + C_{1212}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + C_{1212} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \beta_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + X_1 = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$C_{1212} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (C_{1212} + C_{2211}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C_{2222} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \beta_{22} \frac{\partial T}{\partial y} + X_2 = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

Трансверсал изотроп жисмлар учун иссиқлик тарқалиши тенгламаси:

$$\lambda_{11} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - c_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - T(\beta_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \beta_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t}) = 0 \quad (3)$$

(3) бу тенглама учун бошланғич шартлар куйидагича

$$u(x, y, t)|_{t=0} = \phi_1, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi_1, \quad v(x, y, t)|_{t=0} = \phi_2, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = \psi_2, \quad T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 \quad (4)$$

ва чегаравий шартлар куйидагича бўлади

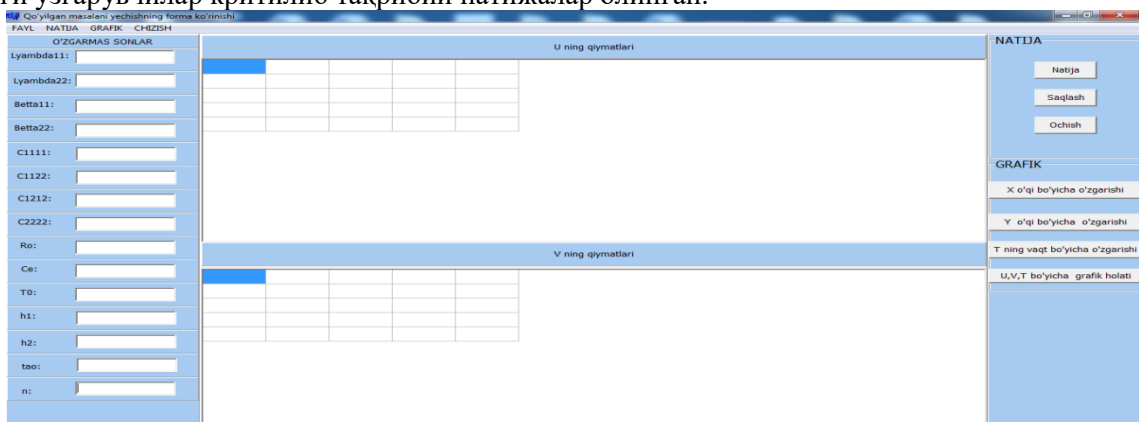
$$u(x, y, t)|_{x=0} = u_0; \quad u(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{u}_0; \quad u(x, y, t)|_{y=0} = u'_0; \quad u(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{u}'_0$$

$$v(x, y, t)|_{x=0} = v_0; \quad v(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{v}_0; \quad v(x, y, t)|_{y=0} = v'_0; \quad v(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{v}'_0 \quad (5)$$

$$T(x, y, t)|_{x=0} = T_1(t); \quad T(x, y, t)|_{x=\ell_1} = T_2(t); \quad T(x, y, t)|_{y=0} = T'_1(t); \quad T(x, y, t)|_{y=\ell_2} = T'_2(t)$$

(1)-(3) тенгламаларни ва (4), (5) чегаравий шартларни турли муносабатларда уларнинг ҳосилаларига алмаштирамиз.

Алмаштирилган ҳосилавий тенгламаларни тўрлар методи асосида ечиб масаланинг алгоритми қурилган ва унинг дастури C++ Builder 6 дастур платформада яратилган. Дастурга куйидаги ўзгарувчилар критилиб тақрибий натижалар олинган.



lyambda11:=0.5; lyambda22:=0.3; beta11:=0.05; beta22:=0.09; C1111:=0.75; C1122:=0.91; C1212:=1.12; C2222:=1; ro:=1.1; Ce:=3.5; h1:=0.1; h2:=0.1; tao:=0.01; T0:=6; a:=1; n:=10; x[0]:=0; y[0]:=0; z[0]:=0;

U ning qiymatlari										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,101126368	0,185694113	0,252046359	0,293794033	0,306812010	0,289827282	0,244466566	0,175102028	0,089235882	0
0	0,185716123	0,347549633	0,475361001	0,556720139	0,583638414	0,553483529	0,469170091	0,338856295	0,176014518	0
0	0,252108725	0,475393673	0,652158397	0,765182110	0,803379764	0,763016067	0,648003933	0,469500570	0,245683689	0
0	0,293854492	0,556752805	0,765182107	0,898817978	0,944559730	0,897934346	0,763467060	0,542165810	0,291357754	0
0	0,306870364	0,583671075	0,803379761	0,944559730	0,993372560	0,945044918	0,804268499	0,584719229	0,308571029	0
0	0,289883532	0,553516185	0,763016064	0,897934346	0,945044918	0,899740908	0,766418336	0,558025705	0,295640259	0
0	0,244554278	0,469236937	0,648038125	0,763501255	0,804302694	0,766452530	0,653617883	0,476747171	0,253830760	0
0	0,175317995	0,339074559	0,469689119	0,554406119	0,584908540	0,558213598	0,476897556	0,348830372	0,187227178	0
0	0,088738177	0,175702262	0,245366322	0,291036899	0,308247329	0,295314697	0,253503743	0,186880572	0,102176276	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

V ning qiymatlari										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,105549970	0,188964923	0,253809616	0,293853265	0,305197493	0,286732940	0,240245674	0,170251471	0,083279559	0
0	0,188685799	0,349034689	0,475102889	0,554717880	0,580094652	0,548751650	0,463753731	0,333382823	0,170400800	0
0	0,253491026	0,475047234	0,650036831	0,761460485	0,798422663	0,757308887	0,642139591	0,464172251	0,240747894	0
0	0,293544309	0,554667643	0,761468760	0,893806578	0,938740337	0,891876030	0,757796443	0,549611962	0,287572033	0
0	0,304898947	0,580054542	0,798444389	0,938755246	0,987266580	0,939234536	0,799356105	0,581312559	0,306275057	0
0	0,286437936	0,548718727	0,757341270	0,891904370	0,939249425	0,894746628	0,762747868	0,556167422	0,295027770	0
0	0,239960051	0,463717276	0,642171625	0,757828238	0,799377211	0,762755530	0,651544417	0,476628994	0,254928568	0
0	0,169322758	0,332610087	0,463427334	0,548868133	0,580558519	0,555399514	0,475870870	0,349754743	0,189691914	0
0	0,084483256	0,171263843	0,241609536	0,288427854	0,307122398	0,295865076	0,255776242	0,190787565	0,106473675	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Фойдаланилган адбиётлар

1. Победра Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности.-М.: МГУ, 1996. – 343 с.
2. Халджигитов А.А., Каландаров А.А., Абдураимов Д.Э. Численное решение динамической краевой задачи теории упругости для ортотропных тел // Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари халқаро конференцияси материаллари 2020 йил 14-15 май, 548-551 бетлар.
3. Культин Н.Б. С++Builder в задачах и примерах.-СПб.: БХВ-Петербург, 2005.-336 с.

### ТРИГОНОМЕТРИК ВАЗНЛИ ОПТИМАЛ КВАДРАТУР ФОРМУЛАЛАРНИНГ НОРМАСИ

**Бозаров Бахромжон Илхомович**

*Фаргона политехника институти, Фаргона, Ўзбекистон*

[b.bozarov@mail.ru](mailto:b.bozarov@mail.ru), [b.bozarov@ferpi.uz](mailto:b.bozarov@ferpi.uz)

Куйидаги

$$\int_0^1 \sin(2\pi\omega x)\varphi(x)dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta]\varphi[\beta] \quad (1)$$

ва

$$\int_0^1 \cos(2\pi\omega x)\varphi(x)dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_c[\beta]\varphi[\beta] \quad (2)$$

квадратур формулаларга мос келувчи

$$\ell_s(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) \sin(2\pi\omega x) - \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta]\delta(x - [\beta]) \quad (3)$$

ва

$$\ell_c(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) \cos(2\pi\omega x) - \sum_{\beta=0}^N C_c[\beta]\delta(x - [\beta]) \quad (4)$$

хатолик функционалларни нормаси квадратини умумий кўриниши топилади.

Бу ерда,  $C_s[\beta]$  ва  $C_c[\beta]$  лар мос равишда (1) ва (2) оптимал квадратур формулаларнинг

коэффициентлари,  $[\beta] = h\beta$ ,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $N$  - натурал сон [5b]. бу ерда  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  бу  $[0,1]$  кесманинг

характеристик функцияси,  $\delta(x)$  Диракнинг дельта – функцияси. Бундан ташраки, (1) ва (2) квадратур формулаларга мос келувчи (3) ва (4) хатолик функционалари куйидаги шартларни ҳам бажариши талаб этилади

$$(\ell_s, x^\alpha) = 0, \quad \alpha = 0, 1, \dots, m-1$$

ва

$$(\ell_c, x^\alpha) = 0, \quad \alpha = 0, 1, \dots, m-1.$$

Юқоридагилардан кўриш мумкинки (1) ва (2) кўринишдаги оптимал квадратур формулалар  $(m-1)$  – даражали кўпхадларга аниқ.

$L_2^{(m)}(0,1)$  фазодаги (1) ва (2) квадратур формулаларга мос келувчи,  $L_2^{(m)*}(0,1)$  кўшма фазода тегишли (3) ва (4) хатолик функционалари нормасининг квадрати куйидагича

$$\|\ell_s\|_{L_2^{(m)*}}^2 = (-1)^m \left( \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_s[\beta]C_s[\gamma] \frac{([\beta]-[\gamma])^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} - 2 \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta] \int_0^1 \sin(2\pi\omega x) \frac{|x-[\beta]|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} dx \right)$$

$$+ \int_0^1 \int_0^1 \sin(2\pi\omega x) \sin(2\pi\omega y) \frac{|x-y|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} dx dy$$

ва

$$\|l_c\|_{L_2^{(m)*}}^2 = (-1)^m \left( \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_c[\beta] C_c[\gamma] \frac{|[\beta]-[\gamma]|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} - 2 \sum_{\beta=0}^N C_c[\beta] \int_0^1 \cos(2\pi\omega x) \frac{|x-[\beta]|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} dx + \int_0^1 \int_0^1 \cos(2\pi\omega x) \cos(2\pi\omega y) \frac{|x-y|^{2m-1}}{2 \cdot (2m-1)!} dx dy \right).$$

## БОТИҚ ЮЗАЛИ РОТОР ҚАНОТИНИНГ ШАМОЛ БОСИМИ ТАЪСИРИДА ҲОСИЛ ҚИЛУВЧИ ҲАРАКАТЛАНТИРУВЧИ МОМЕНТИ ТЕНГЛАМАСИ

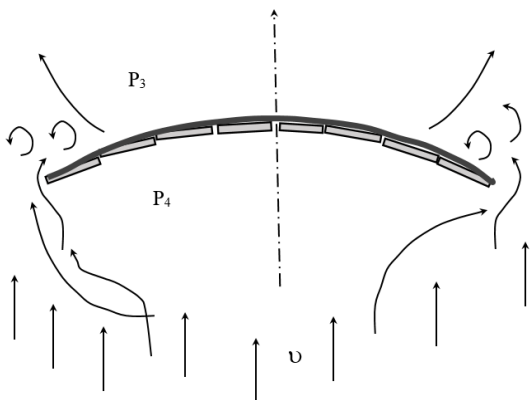
Дехқонов У.Ғ., Тиллабоев Ё.К.

Наманган муҳандислик-қурилиш институти

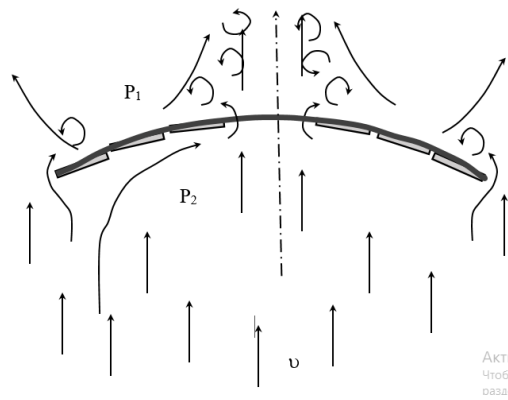
эл. манзил: [znaniyasila7@yandex.ru](mailto:znaniyasila7@yandex.ru), [tkyodgor@gmail.com](mailto:tkyodgor@gmail.com)

Тадбиқий математикада машина ва механизмларнинг математик моделларини ҳаракат дифференциал тенгламаларни тузиш ва уларни компьютер дастур пакетлари ёрдамида ечиш зарурий натижаларни олиш жараёнини тезлаштиради, натижаларни таҳлил қилишни кенг имкониятларини очиб беради.

Қуйида шамол агрегатининг ботиқ юзали қаноти ҳосил қилган ҳаракатлантирувчи моменти тенгламасини тузиш масаласи ўрганилган.

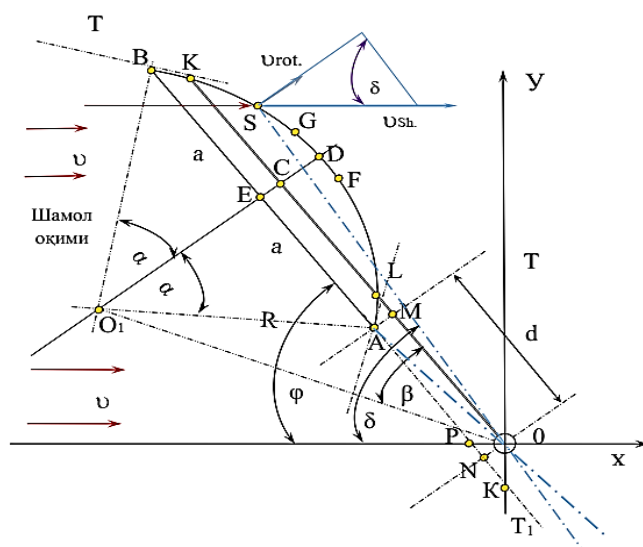


1-шакл, (чап). Патент ЎзР №2118



Ихтиро аризаси: LAP 20200106/1

Конструкция ҳақида қисқача маълумот шуки, вертикал ўрнатилган ротор қаноти 0 дан 180 градус оралиғида ишлайди ва бу оралиғда шамол йўналиши векторига нисбатан уч хил ҳолатда жойлашади.



2-шакл. масалага тегишли схема

Бу схемада керакли параметрларни аниқлаш орқали ҳаракатлантирувчи момент учун қуйидаги ифодани ҳосил қилинади.

$$\begin{cases} M_1 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot h \cdot \left[ \int_0^{\frac{9 \cdot \pi}{40}} (\nu \cdot \sin \delta - \omega \cdot r)^2 \cdot r \cdot dr + \int_{\frac{11 \cdot \pi}{40}}^{\frac{\pi}{2}} (\nu \cdot \sin \delta - \omega \cdot r)^2 \cdot r \cdot dr \right] \\ M_2 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot h \cdot \left[ \int_0^{\frac{9 \cdot \pi}{40}} (\nu \cdot \sin \delta - \omega \cdot r)^2 \cdot r \cdot dr \right] \\ M_3 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot h \cdot \left[ \int_{\frac{11 \cdot \pi}{40}}^{\frac{\pi}{2}} (\nu \cdot \sin \delta - \omega \cdot r)^2 \cdot r \cdot dr \right] \end{cases}$$

Агрегатнинг етакловчи звеносининг ҳаракатлантирувчи моментини ёрдамида агрегатнинг бажарувчи иши ва қувватини аниқлаш мумкин, унга киритилган параметрларнинг оптималлаштирилган вариантларини аниқлашга имкон беради.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Dehqonov Ulugbek. "Analysis of the soulit and results of the defferentiolof equatio of wind agregate motion". Design Engineering journal, 2021. December, pp 5618-5627. <https://www.design-enjineering=56185627>.

## КЎНДАЛАНГ КЕСИМИ ИХТИЁРИЙ СТЕРЖЕНЛАРНИНГ ҲАРОРАТНИ ҲИСОБГА ОЛГАН ҲОЛДА ДЕФОРМАЦИЯЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИНИНГ ТАДҚИҚИ

**Исмоилов Ш.М., Маматов У, Ганиев О**

Наманган муҳандислик – қурилиш институти, Наманган, Ўзбекистан

Жаҳонда иншоот ва конструкциялар лойиҳалашда қўлланиладиган материалларнинг кучланганлик-деформацияланганлик ҳолатни баҳолашнинг автоматлаштирилган тизимини яратишга, мавжудларини такомиллаштириш алоҳида эътибор қаратилмоқда.

Республикамызда стержень типдаги конструкцияларни назарий асосларини такомиллаштириш масаласи билан академик В.Қ.Қобулов томонидан конструкция элементларининг чизикли деформацияланиш жараёнларини Остроградский-Гамильтон тамойили асосида аниқлаштирилган назарияси ишлаб чиқилган ва амалий масалаларни ечишга алгоритмик ёндашувлар таклиф этилган [1].

**Масаланинг қўйилиши.** Бўйлама, кўндаланг ва буровчи кучларнинг биргаликдаги таъсирида фазовий юкланишлардаги стерженлар нуқталарининг кўчиш масалаларини математик моделларини Остроградский-Гамильтоннинг умумлашган вариациясони тамойили асосида ишлаб чиқилади [1]:

$$\delta \int (K - \Pi + A) = 0. \quad (1)$$

Математик моделларни ишлаб чиқишда Коши геометрик муносабатлари, Гук қонунининг тескари шакли ва тўғри чизикли координаталар тизими ишлатилади.

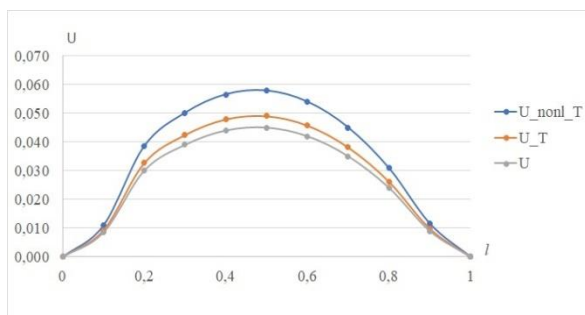
$$K = \frac{1}{2} \rho \int_V \delta \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} u_i \right] dV, \quad \Pi^T = \int \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}^T \delta \varepsilon_{ij} dV dt, \\ \int_t \delta A dt = \int \sum_{i=1}^3 F_i \delta u_i dV + \int_s \sum_{i=1}^3 q_i \delta u_i ds + \int_{s_1} \sum_{i=1}^3 f_i \delta u_i ds_1. \quad (2)$$

Стерженлар тебранишининг тенгламалар системаси, бошланғич ва чегаравий шартларининг вектор-матрица кўриниши қуйидагича бўлади:

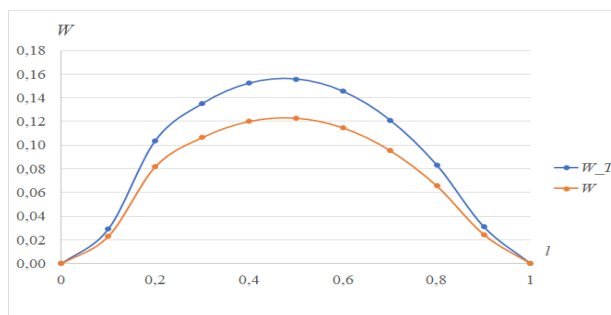
$$M \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} + A \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial x^2} + B \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} + C \vec{U} + \left( \vec{\Phi} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial x^2} + D \vec{F}_i = 0, \quad (3)$$

$$\vec{M} \left[ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} t_0 \right] \delta \vec{U} \Big|_{\bar{t}} = 0, \quad (4) \quad \vec{B} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} + \vec{C} \vec{U} + \left( \vec{\Phi} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} \right) \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} + \vec{D} \vec{F}_{che} = 0, \quad (5)$$

Ҳосил бўлган (3)-(5) ифодани сонли ечим олинган. Қуйида натижалар чегаравий шартларга мос келади.



1-расм. Ҳароратни ҳисобга олган ҳолда бўйлама тебраниш қиёсий графиги



2-расм. Ҳароратни ҳисобга олган ҳолда кўндаланг тебраниш қиёсий графиги

**Хулоса.** Остроградский-Гамильтон умумлаштирилган вариация теорияси, эластик деформация ва Власов-Джанелидзе-Қобуловлар томонидан аниқлаштирилган назарияларга асосан фазовий юкланишлардаги стерженларнинг чизикли ва геометрик ночизикли масалалари учун ҳароратни ҳисобга олган ҳолда статикаси ва динамикаси учун умумлашган математик модель ишлаб чиқилди.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности. - Ташкент: Фан, 1966. – 391 с.

### СУҒУРТА ФАОЛИЯТИНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИ ҲАҚИДА.

**Мамуров И.Н.**

*Тошкент молия институту*

Ҳозирги даврда суғурталашнинг математик назарияси анча ривожланган бўлиб, бу назария эҳтимоллар назарияси, ўйинлар назарияси, тасодифий жараёнлар назарияси, таваккалчилик назарияси каби билан боғлиқдир. Қуйида суғурта фаолиятининг типик моделлари бўлган- статик ва динамик моделларни келтирамиз.

I. Статик модел. Айтайлик суғурта компанияси  $n$  та суғурта полисини реализация қилган дейлик. Ҳар бир суғурта шартномаси бўйича суғурталанувчиларга тўланадиган маблағ миқдори тасодифий миқдор бўлиб,  $i$ -мижозга тўланадиган сумма  $X_i$  бўлсин. Бунда компания томонидан олинган давр учун тўланадиган умумий сумма миқдори

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (1)$$

ийгинди билан аниқланувчи тасодифий миқдордан иборатдир. Ушбу тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси  $F(x)$  – суғурта фаолиятининг таваккалчилик тақсимоти деб ҳам аталади.  $S_n$  тасодифий миқдорнинг математик кутилмаси  $M$  дейлик. ( $M(S_n) = M$ ).

Агар компания ҳар бир суғурта полисини  $M_i = \frac{M}{n}$  баҳода реализация қилса, компаниянинг ўртача даромади нолга тенг бўлади. Амалда суғурта ташкилотлари полисга суғурта юкмаси деб аталувчи катталикни ҳам қўшадилар. Суғурта юкмаси компаниянинг суғурта фаолиятини ташкиллаштиришга сарфланадиган харажатларни қоплашга хизмат қилади. Агар  $i$ -полисга мос юкмаси  $L_i$  каби белгиласак, суғурта тўловларини амалга оширмасдан олдин компанияда мавжуд маблағ миқдори

$$K + \sum_{i=1}^n L_i + M = R + M$$

катталик билан аниқланади. Бунда  $K$  – компаниянинг резерв капитали,  $R = K + \sum_{i=1}^n L_i$  - катталик эса эркин резерв деб аталади.

Суғурта компаниясининг таваккалчилик ҳолати  $R$  ва  $F(x)$  катталиклар билан характерланади. Ушбу катталиклар орқали компаниянинг турли таваккалчилик ҳолатлари, суғурта полисларининг баҳосини белгилаш каби масалалар ечилади.

II. Динамик модел. Бу моделда  $t$  – вақт параметри киритилиб, суғурта тўловларини амалга ошириш тасодифий жараён ҳисобланади. Шунингдек, компаниянинг жорий капитали ҳам  $t$  – вақт параметрига боғлиқ бўлади, ҳамда компаниянинг асосий характеристикаси сифатида унинг касодга учраш эҳтимоли қабул қилинади. Компания томонидан  $(0, t]$  вақт оралиғида тўланадиган суғурта суммаси миқдори

$$S(t) = X_1 + X_2 + \dots + X_{N(t)} \quad (2)$$

тасодифий жараён билан аниқланади. Бунда  $N(t)$ -  $(0, t]$  вақт оралиғида компанияга келадиган талаблар сонини ифодаловчи тасодифий жараёндир. Одатда  $N(t)$  – катталик  $X_1, X_2, \dots$  – тасодифий миқдорларга боғлиқмас деб ҳисобланади ва  $\alpha$  интенсивлик билан характерланади, яъни  $M(N(t)) = \alpha$ .

Бу ҳолда  $S(t)$  катталикнинг ўрта қиймати

$$M(S(t)) = M(N(t)) M(X_1) = \alpha \mu t, \quad (\mu = M(X_1))$$

тенглик билан аниқланади.

Статик моделдан фаркли равишда динамик моделда компаниянинг  $t$  – вақт momentiдаги мавжуд даромади

$$D(t) = K + (\alpha\mu + \lambda)t$$

каби ифодаланиб,  $\lambda$  - юклamani характерловчи коэффициент ҳисобланади.

Суғурта компаниясининг суғурта тўловларини чегириб ташлангандан кейинги жорий капитал миқдори

$$Y(t) = D(t) - S(t) = K + (\alpha\mu + \lambda)t - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i \quad (3)$$

тасодифий жараён билан ифодаланади.

Суғурта фаолиятига оид математик моделларда (1), (2) ва (3) тенгликлар билан аниқланувчи катталиклар эҳтимоллар назарияси усуллари ёрдамида тадқиқ этилиб, улар асосида компаниялар фаолиятига оид зарурий хулосалар қилинади.

Юқорида келтирилган статик ва динамик моделларга хос хусусиятлар, ҳамда бу моделларда қўлланиладиган математик усуллар билан [1],[2],[3] адабиётларда батафсил танишиш мумкин.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Ротарь В.И., Бенинг В.Е. “Введение в математическую теорию страхования”. Обзорение прикладной и промышленной математики. 1994, Том 1. Выпуск 5.
2. Круглов В.М., Королев В.Ю. Предельные теоремы для случайных сумм. М.: МГУ, 1990. 269 с.
3. Джамирзаев А.А., Мамуров И.Н. Теоремы переноса. (Монография) Т., “Iqtisod-moliya”, 2019. 148 с.

## ГАЗ МАССА САРФИНИНГ ЯНГИ ЎЗГАРМАС ҚИЙМАТГА ЎТИШИ ҲАҚИДАГИ УМУМИЙ МАСАЛАНИНГ АНАЛИТИК ЕЧИМИ

Махмудов С.А., Ахмаджонов С.С.

*Андижон машинасозлик институти.*

Масса сарфининг бошланғич тақсимоти куйидагича берилган

$$x \geq 0 \text{ да } M(x, 0) = f(x), \quad t \geq 0 \text{ да } M(0, t) = M_1 = const.$$

Узун қувур яқинлашувида ишқаланиш қаршилик кучи устунлик қилиши, қолган кучлар аҳамиятсизлигини ҳисобга олсак, қаралаётган соҳада квазибирўлчовли тенгламалар кўриниши куйидагича бўлади [1]:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} \rho w^2 = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial x} = 0.$$

Реал газ моделидан фойдаланамиз [1]:  $p = c^2 \rho$ , бу ерда  $c = \sqrt{ZRT}$  – газ бўйича импульс ва босим кичик қўзғалишларининг тарқалиш тезлиги.

Импульс сақланиш тенгламасида номаълумлар даражаларини И.А. Чарний усули бўйича пасайтирамиз:  $\rho w^2 \approx \rho w u_*$ , бу ерда  $u_*$  – масала учун характерли бўлган мусбат тезлик.

$M = \rho w f$  масса сарфини киритиш орқали импульс сақланиш тенгламасини чизиклилаштираамиз. Чизиклилаштирилган тенгламалардан газ масса сарфига нисбатан алоҳида тенглама тузиб оламиз:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2}, \quad (1)$$

бу ерда  $a^2 = \frac{2Dc^2}{\lambda u_*}$ .

Бу масалани ечиш учун янги  $u(x, t) = M(x, t) - M_1$  изланилувчини киритамиз. Агар  $f_1(x) = f(x) - M_1$  функцияни ( $x < 0$ ) манфий яримўққа тоқ тарзда  $f_1(-x) = -f_1(x)$  давом



этирсак,  $-\infty < x < \infty$  чексиз тўғри чизикда математик физика ўқув қўлланмаларидаги  $x > 0$  ва  $t \geq 0$  учун  $u(x, 0) = f_1(x)$  шартда олинган классик ечимга келамиз:

$$u(x, t) = \frac{1}{2a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} f_1(\xi) d\xi.$$

$x = 0$  га нисбатан симметриклик шартини ҳисобга оламиз

$$u(0, t) = \frac{1}{2a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} f_1(\xi) d\xi = 0.$$

У ҳолда газ масса сарфи учун

$$\begin{aligned} M(x, t) &= M_1 + \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \begin{cases} M_1 - f(\xi) & \text{агар } \xi < 0 \\ f(\xi) - M_1 & \text{агар } \xi > 0 \end{cases} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi = \\ &= M_1 + \frac{M_1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^0 \left[ e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} \right] \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}} + \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_0^{+\infty} f(\xi) \left[ e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}} \right] d\xi \end{aligned}$$

ечимга эга бўламиз.

Ҳисоблашларда хатолар интегрални қийматини ва унинг интеграл кўринишидаги хоссасини ҳисобга оламиз [2].

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\mu^2} d\mu \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\mu^2} d\mu = \sqrt{\pi} \quad (2)$$

Натижада ечим қуйидаги кўринишни олади:

$$M(x, t) = M_1 \left[ 1 - \Phi\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right) \right] + \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_0^{+\infty} f(\xi) \left[ e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}} \right] d\xi. \quad (3)$$

Мазкур ечим киришдаги ўзгармас  $M_1$  масса сарфи учун умумий ечимдан иборат. Бу ҳолда босимнинг бошланғич тақсимоти – берилган функция.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение / Под ред. В.Е.Селезнева. – М.: МАКС Пресс, 2007. – 200 с.

2. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М.Абрамовича и И.Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

### ГИЛЬБЕРТ ФАЗОСИДА ЭЙЛЕР-МАКЛОРОН ТИПИДАГИ КВАДРАТУР ФОРМУЛАЛАР ХАТОЛИК ФУНКЦИОНАЛИ НОРМАСИНИНГ СОНЛИ ТАҲЛИЛИ

Расулов Р.Ғ.<sup>1</sup>, Маҳкамова Д.Т.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Фаргона политехника институти ўқитувчиси, [r.rasulov1990@mail.ru](mailto:r.rasulov1990@mail.ru),

<sup>2</sup>Фаргона политехника институти ўқитувчиси, [d.mahkamova@list.ru](mailto:d.mahkamova@list.ru)

Биз  $W_2^{(2k+1, 2k)}$  (0, 1) фазода қуйидаги квадратур формулани қарайлик

$$\begin{aligned} \int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \varphi(h\beta) + \sum_{j=1}^k \frac{h^{2j} B_{2j}}{(2j)!} (\varphi^{(2j-1)}(0) - \varphi^{(2j-1)}(1)) + \\ + \sum_{\beta=0}^N C_{2k}[\beta] \varphi^{(2k)}(h\beta). \end{aligned} \quad (1)$$

Бу ерда  $C_0[0] = C_0[N] = h/2$ ,  $C_0[\beta] = h$ ,  $\beta = 1, 2, \dots, N-1$ ,  $N$  – бирор натурал сон,  $h = \frac{1}{N}$ ,  $B_{2j}$  – Бернулли сонлари,  $C_{2k}[\beta]$  эса (1) квадратур формуланинг номаълум коэффициентлари, интеграл остидаги  $\varphi$  функция  $W_2^{(2k+1, 2k)}(0, 1)$  фазога тегишли.

(1) тақрибий тенгликда интеграл ва йиғинди орасидаги қуйидаги айирмага

$$(\ell, \varphi) = \int_0^1 \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \varphi(h\beta) - \sum_{j=1}^k \frac{h^{2j} B_{2j}}{(2j)!} (\varphi^{(2j-1)}(0) - \varphi^{(2j-1)}(1)) - \sum_{\beta=0}^N C_{2k}[\beta] \varphi^{(2k)}(h\beta) \quad (2)$$

шу квадратур формуланинг хатолиги дейилади ва унга қуйидаги

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_0[\beta] \delta(x - h\beta) + \sum_{j=1}^k \frac{h^{2j} B_{2j}}{(2j)!} (\delta^{(2j-1)}(x) - \delta^{(2j-1)}(x-1)) - \sum_{\beta=0}^N C_{2k}[\beta] \delta^{(2k)}(x - h\beta) \quad (3)$$

хатолик функционали мос келади.

Қулайлик учун (1) оптимал квадратур формулалар хатолигининг абсолют қийматини  $|R_N(\varphi)|$  билан белгилаб оламиз.

У ҳолда Коши-Шварц тенгсизлигидан қуйидагича

$$|R_N(\varphi)| \leq \|\varphi\|_{W_2^{(2k+1, 2k)}} \cdot \|\ell\|_{W_2^{(2k+1, 2k)}}.$$

$W_2^{(2k+1, 2k)}(0, 1)$  фазосида Эйлер-Маклорен типидagi оптимал квадратур формулалар хатолик функционали нормасини қуйидагича сонли таҳлил қиламиз.

**Жадвал 1.**  $W_2^{(2k+1, 2k)*}(0, 1)$  фазосида  $k = 1, 2, 3, 4$  бўлганда оптимал квадратур формула хатолик функционали нормаси  $\|\ell\|_{W_2^{(2k+1, 2k)*}}$  ни  $N = 10, 100$  ва  $N = 1000$ .

	N=10	N=100	N=1000
$k = 1$	$5.748152 \cdot 10^{-6}$	$5.750522 \cdot 10^{-9}$	$5.750546 \cdot 10^{-12}$
$k = 2$	$1.444318 \cdot 10^{-9}$	$1.444873 \cdot 10^{-14}$	$1.444879 \cdot 10^{-19}$
$k = 3$	$3.656818 \cdot 10^{-13}$	$3.658200 \cdot 10^{-20}$	$3.658214 \cdot 10^{-27}$
$k = 4$	$9.262578 \cdot 10^{-17}$	$9.266065 \cdot 10^{-26}$	$9.266100 \cdot 10^{-35}$

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Hayotov A.R., Rasulov R.G. The order of convergence of an optimal quadrature formula with derivative in the space  $W_2^{(2,1)}(0, 1)$  // Filomat 34:11, 2020, – pp. 3835–3844.
2. Расулов Р.Ғ.  $W_2^{(2k+1, 2k)}$  Гильберт фазосида ҳосилалани оптимал квадратур формулалар яқинлашиш тартиби // “Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари” Халқаро микёсидаги илмий-амалий анжуман материаллари, Бухоро, 2021 йил, 15-апрель, – б. 227-230.

## РАҚАМЛИ ТАСВИР СИФАТИНИ ЯХШИЛАШНИНГ МЕДИАНА УСУЛИДА ҲАҚИДА

Тўхтасинов М.Т., Нишанова И.Р.

Тасвирларни қабул қилувчи техник қурилмаларнинг хусусияти, ёруғлик даражалари ва шу каби бошқа омиллар тасвир сифатини тушириб юбориши мумкин. Агар тасвир сифати ёмон бўлса, уни яхшилаш зарур. Чунки, сифатли бўлмаган тасвирларни қайта ишлаш ва белгиларни аниқлаш қийин кечади. Тасвир сифатини яхшилашнинг турли усуллари мавжуд. Масалан, чегараларни кучайтириш, ҳалақитларни йўқотиш, тиниқликни ошириш ва ҳ.к. Тасвирларнинг ҳолатига кўра турли сифат ошириш усулларида фойдаланиш мумкин. Масалан, тасвирда сочма боғлар, ортиқча ранг нуқталари ва рангларнинг нотекислиги бўлганда Медиана усулидан фойдаланиш самарали

бўлади. Бу усулнинг мохияти тасвир бўйлаб бирор ойна билан харакатланиш ва марказий нукта қиймати ойнадаги қийматларни катталиги бўйича тартибланганда ўртага тушувчи қиймат билан алмаштирилади. Мисол учун,  $3 \times 3$  ойна марказида 5 қиймати, икки ёнида 35,40, юқорисида 1,41,52 ва пастада 23,17,89 қийматлар жойлашган деб фараз қилайлик. Уларни тартиблаймиз: 1, 5, 17, 23, **35**, 40, 41, 52, 89. Марказдаги қиймат (медиана) 35 га тенг. Демак, 5 ўрнига 35 ёзилади:  $g(m,n) = \underset{(x,y) \in W(m,n)}{\text{med}}(f(x,y))$ , бу ерда  $W(m,n)$  – маркази  $(m,n)$  даги ойна,  $f(x,y)$  – шу ойнадаги

нукталар қиймати. Натижада анчагина текисланган тасвир хосил бўлади.

Ушбу усулни кетма-кет икки марта ишлатиб олинган натижани қуйида (1-расм) кўришимиз мумкин. Бунда 1a-расмга эътибор берадиган бўлсак, тасвирда майда нукталар (доғлар) кўп учрайди. Натижа тасвирда эса (1b-расм) доғлар бир мунча йўқолган. Лекин, аниқлик бироз пасайган.

Тасвир сифатини яхшилашда Медиана усулидан кенг фойдаланилади. Бу усул нафақат визуал кўриш ҳолатини яхшилашда, балки тасвирнинг турли идентификацион белгиларини аниқлаш масалаларида ҳам дастлабки ишлов бериш сифатида кенг қўлланилади.



a) b)  
1-расм. Дастлабки тасвир (a) ва олинган натижа (b).

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Грузман И.С., Киричук В.С. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебное пособие.- Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. -168 с.
2. Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. Digital Image Processing, Prentice Hall. -2002. -793 p.
3. Pratt, William K. Digital image processing : PIKS Scientific inside / William K. Pratt, 4th ed. – 2007. - 782 p.
4. Гонсалес Р., Вудс Р., Цифровая обработка изображений. —М.: Техносфера, 2005, 2006. - 1072 с.
5. Тўхтасинов М.Т., Нишанова И. Р. Ёритилганлиги нотекис бўлган рақамли тасвир сифатини яхшилашнинг бир алгоритми ҳақида // «Янги ўзбекистонда ислохотларни амалга оширишда замонавий ахборот-коммуникация технологияларидан фойдаланиш» мавзусида халқаро илмий-амалий конференция, Андижон ш., 27-29 октябрь, 2021 йил, 1-2-Шўба, 428-430 б.

## ГОВАК МУҲИТДАГИ СУЮҚЛИКЛАР ФИЛТРАЦИЯСИ МАСАЛАСАНИ СОНЛИ ЕЧИШ

**Холматова И.И**

*Рақамли технолоиялар ва сунъий интелектни ривожлантириши илмий тадқиқот институти  
iroda\_alimova\_1992@mail.ru*

Ҳозирги вақтда республикада етиштирилаётган хомашёлар, ер ости бойликлари ҳисобланмиш нефт ва газ захиралари нафақат ўз эҳтиёжларимизни қондириш, балки уларни экспорт қилишимиз учун ҳам етарлидир. Буларнинг ҳаммаси кўрилаётган масаланинг, яъни ер ости филтрация жараёни тизимларини моделлаштириш асосида табиий конларни ишлаб чиқишни таҳлил қилиш ва математик моделларини амалиётда қўллаш масалаларининг долзарблигидан далолат беради. Табиий нефть конларнинг икки ўлчовли ҳолатида кечаётган жараёни физик қўйилишига асосланган ҳолда бошланғич ва чегеравий шартларни қаноатлантирувчи умумий

кўринишдаги қуйидаги ҳусурий ҳосилалари параболик типдаги дифференциал тенгламалар орқали ифодаланади:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{k(x,y)h(x,y)}{\mu} \frac{\partial p(x,y,t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{k(x,y)h(x,y)}{\mu} \frac{\partial p(x,y,t)}{\partial y} \right] = \beta_n^* m(x,y)h(x,y) \frac{\partial p(x,y,t)}{\partial t} + F_i(x,y,t), \quad [x,y] \in G \quad (1)$$

Бошланғич шарт

$$p(x,y,t) = p^0(x,y), \quad t=0, \quad (x,y) \in G \quad (2)$$

Чегаравий шарт

$$\frac{\partial p(x,y,t)}{\partial l_1} = 0, \quad (x,y) \in G \quad (3)$$

Бу ерда:  $p(x,y,t)$  - босим;  $\mu$  - ёпишқоқлик коэффициенти;  $k(x,y)$  - утказувчанлик коэффициенти.  $m(x,y)$  - ғовоқлик коэффициенти;  $h(x,y)$  - қаралаётган қатламни қуввати;  $\beta_n^*$  - нефт эластиклик коэффициенти  $t$  - вақт;  $p^0$  - бошланғич босим;

$$F_i = q_i(t)\delta(x-x_i, y-y_i), \quad q_i(t) = \oint_{S_i} \frac{k(x,y)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial l_2} dS, \quad (x,y) \in S_i, \quad \delta = \begin{cases} 1, & x=x_i, y=y_i \\ 0, & x \neq x_i, y \neq y_i \end{cases},$$

Диракнинг дельта функцияси,  $S, G_k$  - мос равишда қудуқ ва соҳа контури;  $l_1, l_2$  - мос равишда  $G_k, S$  контурларга утказилган нормаллар;  $n$  - қудуқлар сони,  $G$  - ихтиёрый кўринишга эга бўлган берилган соҳа.

Масалани чекли айирмалари усуллар ёрдамида ечиш учун [1,3], аввало улчовсиз ҳолатга ўтилади. Бунинг учун қуйидаги кўринишдаги характерли катталиклар киритамиз

$$\bar{x} = \frac{x}{L_x}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L_y}, \quad \bar{k} = \frac{k}{k_x}, \quad \bar{h} = \frac{h}{h_x}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_x}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_x}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_x} \quad (4)$$

бунда  $L_x, L_y, k_x, h_x, \mu_x, p_x, t_x$  - берилган ўзгармас катталиклар.

(4) ёрдамида, баъзи бир амалларни бажарган ҳолда (1) - (3) тенгламалар системасига уқшаш ўлчовсиз ҳолатга (қулайлик учун харфларни чизиксиз кўринишда ёзамиз) ва берилган соҳа эса тўғри тўртбурчакка  $\Omega = \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1\}$  келтирилади.  $\Omega$  соҳани тенг тақсимланган тўр билан қоплаймиз

$$\bar{\omega}_{xy} = \left\{ x_i = ih_x, h_x = 1/N_x, i = \overline{0, N_x}, y_j = jh_y, h_y = 1/N_y, j = \overline{1, N_y} \right\}.$$

Вақт қадами учун эса қуйидаги тўрни киритамиз

$$\bar{\omega}_\tau = \left\{ t_k = k\tau, \tau = 1/T, k = \overline{0, T} \right\}.$$

Қуйидагича белгилаш киритиб

$$K = \frac{k}{\mu}, \quad P = p, \quad M = m\beta^*, \quad W_x = K \frac{\partial P}{\partial x}, \quad W_y = K \frac{\partial P}{\partial y},$$

қўйилган масалани ечиш алгоритмини икки цикли компоненталарини ажратиш усулдан фойдаланган ҳолда келтирамиз

$$\begin{cases} W_{i+1/2,j}^{k-2/3} - W_{i-1/2,j}^{k-2/3} = \frac{h_x}{0.5\tau} M_{i,j} P_{i,j}^{k-2/3}, \\ W_{i+1/2,j}^{k-2/3} = \frac{1}{h_x} K_{i+1/2,j} (P_{i+1,j}^{k-2/3} - P_{i,j}^{k-2/3}) \\ \lambda_1 W_{0,j}^{k-2/3} + \theta_1 P_{0,j}^{k-2/3} = \gamma_{1j} \\ \lambda_2 W_{N_1,j}^{k-2/3} + \theta_2 P_{N_1,j}^{k-2/3} = \gamma_{2j} \end{cases} \quad (5a)$$

$$\begin{cases} W_{i,j+1/2}^{k-1/3} - W_{i,j-1/2}^{k-1/3} = \frac{h_y}{0.5\tau} M_{i,j} P_{i,j}^{k-1/3}, \\ W_{i,j+1/2}^{k-1/3} = \frac{1}{h_y} K_{i,j+1/2} (P_{i,j+1}^{k-1/3} - P_{i,j}^{k-1/3}) \\ \lambda_1 W_{i,0}^{k-1/3} + \theta_1 P_{i,0}^{k-1/3} = \gamma_{1i} \\ \lambda_2 W_{i,N_2}^{k-1/3} + \theta_2 P_{i,N_2}^{k-1/3} = \gamma_{2i} \end{cases} \quad (5b)$$

$$P_{i,j}^{k+1/3} = P_{i,j}^{k-1/3} + 2\tau F_{i,j}^k \quad (5B)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{i,j+1/2}^{k+2/3} - W_{i,j-1/2}^{k+2/3} = \frac{h_y}{0.5\tau} M_{i,j} P_{i,j}^{k+2/3}, \\ W_{i,j+1/2}^{k+2/3} = \frac{1}{h_y} K_{i,j+1/2} (P_{i,j+1}^{k+2/3} - P_{i,j}^{k+2/3}) \\ \lambda_1 W_{i,0}^{k+2/3} + \theta_1 P_{i,0}^{k+2/3} = \gamma_{1i} \\ \lambda_2 W_{i,N_2}^{k+2/3} + \theta_2 P_{i,N_2}^{k+2/3} = \gamma_{2i} \end{array} \right. \quad (5Г) \quad \left\{ \begin{array}{l} W_{i+1/2,j}^{k+1} - W_{i-1/2,j}^{k+1} = \frac{h_x}{0.5\tau} M_{i,j} P_{i,j}^{k+1}, \\ W_{i+1/2,j}^{k+1} = \frac{1}{h_x} K_{i+1/2,j} (P_{i+1,j}^{k+1} - P_{i,j}^{k+1}) \\ \lambda_1 W_{0,j}^{k+1} + \theta_1 P_{0,j}^{k+1} = \gamma_{1j} \\ \lambda_2 W_{N_1,j}^{k+1} + \theta_2 P_{N_1,j}^{k+1} = \gamma_{2j} \end{array} \right. \quad (5Д)$$

Ҳосил бўлган (5) тенгламалар системаси потюкли ҳайдаш усули ёрдамида ечилади ва олиб борилган ҳисоб тажрибалар натижалари [2] адабиётда келтирилган.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980.
2. Равшанов Н. Холматова И.И. Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде. Проблемы вычислительной и прикладной математики. Т., 2018. - №1 (13)– с. 48-55
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977.

### ОЧИҚ КАНАЛДА СУВ РЕСУРСЛАРИНИ БОШҚАРИШНИНГ ИНТЕЛЛЕКТУАЛ ТИЗИМИ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Худойберганов Мирзоали Ўразалиевич, <sup>2</sup>Эгамбердиев Нодир Абдуназарович

<sup>1</sup>Ўзбекистон Миллий университети "Ҳисоблаш технологиялари ва ахборот тизимлари" кафедраси мудири, физика-математика фанлари доктори, доцент.

<sup>2</sup>Муҳаммад ал-Хоразмий номидаги Тошкент ахборот технологиялари университети "Ахборот технологияларининг дастурий таъминоти" кафедраси катта ўқитувчиси, техника фанлари бўйича фалсафа доктори

Бугунги кунга келиб сув ресурсларини барқарор бошқариш ва улардан самарали фойдаланишни таъминлаш – дунёда бутун бошли минтақалар ва мамлакатларнинг барқарор иқтисодий тараққиётида ҳал қилувчи аҳамият касб этувчи масалалардан бирига айланди. Мазкур масала сув ресурслари чекланган, иқтисодиёти ва аҳолиси тез ўсиб бораётган яъни сувга бўлган талаби ортиб бораётган, иқлим ўзгариши таъсирлари тобора кўпроқ сезилаётган яъни сув билан таъминланиш шароити мураккаброк бўлган Марказий Осиё минтақасидаги янги иқтисодий, ижтимоий, сиёсий ва экологик реалликлар шароитида ўта долзарб ва янада муҳимроқ аҳамият касб этмоқда. Чекланган сув ресурсларидан ҳам иқтисодий ва ҳам экологик талаблар барқарорлигини таъминлаган ҳолда фойдаланиш самардорлигини ошириш замоннинг долзарб муаммосидир [1-4].

Очиқ каналларда сув ресурсларини  $h$  сув сатҳи баландлиги ҳамда  $V$  сувнинг тезлиги параметрларини назорат қилиш орқали самарали бошқариш мумкин. Маълум вақт мобайнида ва масофада  $h$  ҳамда  $V$  параметрларни ўлчашлар асосида маълумотлар тўплами ҳосил қилинади. Бу маълумотлар тўпамидан фойдаланиб сув сатҳи баландлиги ҳамда сувнинг тезлиги параметрларини башорат қилиш масаласини ечиш талаб этилади.

Юқорида келтирилган маълумотлар тўплами вақтли қаторлар деб аталади. Вақтли қаторлар - бу доимий равишда ёки баъзи ўзгарувчилардан кейин қайд этилган қийматлар кетма-кетлиги. Вақтли қаторларни таҳлил қилишда асосан иккита масала муҳим ҳисобланади: идентификация ва башоратлаш масаласи. Башоратлаш масаласи кузатув маълумотлари асосида ўрганилаётган объектнинг ўлчанган хусусиятларининг келажакдаги қийматларини башорат қилишга қаратилган [5]. Ҳозирги вақтда бир қанча турли башоратлаш усуллари ишлаб чиқилган ва асосланган. Энг самарали натижа берадиган усуллар регрессия модели ва нейрон тармоғи алгоритми ҳисобланади.

Нейрон тармоқлар - бу қисман биологик нейрон тармоқларида моделлаштирилган статистик моделлар. Улар параллел равишда кириш ва чиқиш ўртасидаги чизикли бўлмаган муносабатларни моделлаштириш ва қайта ишлашга қодир. Тегишли алгоритмлар машинани ўрганиш соҳасининг бир қисмидир ва муҳокама қилинганидек кўплаб дастурларда ишлатилиши мумкин. Шуниси

<sup>1</sup> Ish UZB-Ind-2021-87 "Li simmetriyasi tahlili, giperbolik sistemalarning iyapunov bo'yicha turg'unligini tahlil qilish va modellashtirish" loyihasi doirasida bajarilmoqda

эътиборга лойикки, нейрон тармоқлар жуда кучли бўлишига қарамай, улар жуда мураккаб бўлиши мумкин ва қора кути алгоритмлари ҳисобланади, яъни уларнинг ички ишларини тушуниш ва тушунтириш жуда қийин. Нейрон тармоқлар янги технологияларни ўзлаштириш ва мавжудларини ривожлантиришга фаол ёрдам бермоқда [6].

Башоратлаш масаласини кўп қатламли нейрон тармоғи модели ёрдамида ечиш мумкин. Кўп қатламли нейрон тармоғи модели ёрдамида хатоларни қайта тақсимлаш алгоритмидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ ҳисобланади. Нейрон тармоқнинг математик аппаратини ташкил этувчи формулалар куйида келтирилган.

$$\delta_j^{(n)} = \sum_k \delta_j^{(n+1)} \cdot w_{jk}^{(n+1)}, \quad (1)$$

$$\delta_j^{(N)} = (y_j^{(N)} - d_j), \quad (2)$$

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \delta_j^{(n)} \cdot x_i^n. \quad (3)$$

Нейрон тармоқ модели параметрларини аниқлаш алгоритми куйидагича:

**1-қадам:** нейрон тармоғининг кириш қисмига  $x_i$  вектори ўқитилади ва тармоқ нейронларининг чиқиш қийматлари аниқланади;

**2-қадам:** 2-формула бўйича нейрон тармоғининг чиқиш қатлами ҳисобланади ва 3-формулага мувофиқ  $n$  чиқувчи қатлам нейронларининг вазнлари ўзгариши ҳисобланади;

**3-қадам:** нейрон тармоғининг яширин қатламлари учун мос равишда биринчи ҳамда учинчи формулалар бўйича ҳисоблашлар амалга оширилади;

**4-қадам:** барча нейронлар вазнлари  $w_{ij}^{(n)}(t) = w_{ij}^{(n)}(t-1) + \Delta w_{ij}^{(n)}(t)$  формула ёрдамида аниқланади;

**5-қадам:** хатолик 10 фоиздан катта бўлса, унда 1-қадамга ўтилади. Ўқув танлангани тўлиқ ўқитишлар сони ҳар минг мартада мос равишда хатолик бир фоизга ошириб борилади.

Мақолада сув ресурсларини барқарор бошқаришда маълумотларни интеллектуал таҳлил муаммоларидан ҳисобланган башоратлаш масаласини ечиш усуллари келтирилган. Бунда вақтли қаторларни башорат қилишда кўп қатламли нейрон тармоқлари моделини қўллаш таклиф этилган.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Alov R.; Berdyshev A.; Akbarova A.; Baishemirov Z. Development of an algorithm for calculating stable solutions of the Saint-Venant equation using an upwind implicit difference scheme. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021 | journal-article. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.239148. EID: 2-s2.0-85116525899. Part of ISSN: 17294061 17293774. Source: Scopus – Elsevier
2. Rezaei, Mohsen; Akbari Motlaq, Ahmad Ali; Rezvani Mahmouei, Ali; Hojjatollah Mousavi, Seyed River Flow Forecasting using artificial neural network (Shoor Ghaen) *Ciência e Natura*, vol. 37, núm. 6-1, 2015, pp. 207-215
3. Baymani M., Effati S., Niazmand H., Kerayechian A. Artificial neural network method for solving the Navier–Stokes equations / *Neural Computing and Applications*. — 2015. — Vol. 26, no. 4. — pp. 765–773.
4. Салоҳиддинов А.Т. Сув ресурсларини ҳавзавий режалаштириш ва бошқариш. Ўқув кўлланма. Тошкент, ТИҚХММИ, 2019. 144б.
5. Мишулина О.А. Статистический анализ и обработка временных рядов. Москва. МИФИ, 2004. – 180 с. – ISBN 5-7262-0536-7.
6. Mukhamedieva D.T., Egamberdiev N.A., Zokirov J.Sh. Mathematical support for solving the classification problem using neural network algorithms // *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. –Turkey, 2021. Vol. 12 №10 –P. 1-5.

## QIMMATLI QOG'OZLARNI BAHOLASHNING MATEMATIK MODELLARI

Foxirova T.O.

*O'zbekiston Milliy Universiteti, Matematika fakulteti magistranti*

O'zbekistonda olib borilayotgan keng ko'lamli islohotlar mamlakatda yangi qiyofadagi bozor iqtisodiyotiga asoslangan demokratik jamiyat qurishga qaratilgan bo'lib, uning eng asosiy natijasi bu tez sur'atlarda rivojlanayotgan milliy moliya bozori hisoblanmoqda. Milliy moliya bozorining iqtisodiyotdagi ahamiyatini oshirish muammosi iqtisodiyotni modernizatsiyalash va iqtisodiy o'sishdagi ta'minlash hamda

investitsiyalarni jalb qilish zarurligidan kelib chiqadi. Ushbu muammoni samarali yechimi moliya bozorining raqobatbardoshligi, barqarorligi, shu bilan birga uning investorlar uchun jozibadorligini ta'minlash bilan uzviy bog'liqdir.

Mazkur muammoni yechishda muhim ahamiyat kasb etadigan bir qancha o'ziga xos modellarni ko'rib chiqamiz.

Dastlab qimmatli qog'ozlar tushunchasi haqida to'xtalib o'tadigan bo'lsak, qimmatli qog'ozlarga O'zbekiston Respublikasining "Qimmatli qog'ozlar bozori to'g'risida"gi Qonunining 3-moddasida ta'rif berilgan bo'lib, aksiyalar, obligatsiyalar, vekselar va depozit sertifikatlar shular jumlasiga kiradi.<sup>2</sup>

Qimmatli qog'ozlarni baholashning matematik modellarini baholash haqida aytadigan bo'lsak, ularning qiymati bir qancha modellar asosida baholanadi. Quyida ushbu modellarni batafsil tahlil qilamiz.

Oddiy vekselning bozor qiymatini aniqlash:

$$P_{vek} = N \left( \frac{1}{1 + \frac{i \cdot t}{365}} \right) = \frac{H \left( 1 + B\% \cdot \frac{t}{360} \right)}{1 + \frac{i \cdot t}{365}}$$

$P_{vek}$  - vekselning bozor qiymati;  $N$  - vekselni sotib olinganda olinadigan summa yoki vekselni so'ndirish qiymati bahosi;  $H$  - qog'ozning nominal narxi;  $B$  - veksel bo'yicha yillik foiz stavkasi;  $i$  - foiz stavkasi;  $t$  - vekselni so'ndirish muddati kunlar soni.

Obligatsiyaning joriy qiymatini aniqlash formulasi quyidagicha:

$$P_{obl} = \sum_{n=1}^N \frac{Y}{(1+r)^n} + \frac{M}{(1+r)^N}$$

$P_{obl}$  - obligatsiyalarning joriy qiymati, pul birligida;  $Y$  - nominal foiz daromadi (kupon stavkasi) bilan belgilanadigan yillik foiz to'lovlari;  $r$  - talab qilinadigan daromad stavkasi, %;  $M$  - obligatsiyaning nominal qiymati (obligatsiya sotib olinganda to'langan summa), pul birligida;  $N$  - obligatsiyani so'ndirish muddati yil hisobida.

Agar yiliga bir necha marta obligatsiyalar bo'yicha foizlar to'lansa, yuqoridagi tenglama quyidagi shaklni oladi:

$$P_{obl}^* = \sum_{n=1}^N \frac{\frac{Y}{m}}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{nm}} + \frac{M}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{Nm}}$$

$P_{obl}^*$  - obligatsiya bahosi,  $m$  - yiliga foizlarni to'lash chastotasi.

Imtiyozli aksiyalarni investor nuqtai nazaridan tahlil qilganda, investorning daromadlilik stavkasini baholash kerak, bu investorning aksiyalari uchun to'lashga tayyor bo'lgan maksimal narxni ko'rsatadi, bunda aksioner ulushini sotishga moyil bo'ladi. Investor uchun aksiyaning joriy qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$P_{ak} = \frac{D}{r}$$

$P_{ak}$  - imtiyozli aksiyaning joriy qiymati;  $D$  - dividendlarning e'lon qilingan stavkasi;  $r$  - talab qilinadigan daromad stavkasi.

Agar kompaniya dividendlari noma'lum muddatgacha bir xil tezlikda ( $g$ ) o'sishi kutilsa, u holda aksiyalarning joriy qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$P_{ak} = \sum_{n=1}^N \frac{D_0(1+g)^n}{(1+r)^n} = \frac{D_0(1+g)}{(r-g)}$$

$D_0$  - dividendning bazaviy qiymati;  $r$  - talab qilinadigan daromad stavkasi;  $g$  - dividendlarning o'sishi prognozi.

Xulosa qilib aytadigan bo'lsak, qimmatli qog'ozlarni baholashda matematik modellarga tayanish juda zarur hamda bu korxonalarining qimmatbaho qog'ozlarini olishdan oldin ushbu investitsiyaning istiqbolli daromadlilikini bashorat qilish uchun foydali bo'ladi. Barcha investitsiya qarorlari aksiyalarning to'g'ri bahosini ilmiy tahlil qilish asosida qabul qilinishi kerak. Shuningdek, qimmatli qog'ozlarni baholash biznes egalarning o'zlari uchun muhimdir, chunki mulk egalari o'rtasida mulkni bo'lishda, egalik huquqini

<sup>2</sup> O'zbekiston Respublikasining "Qimmatli qog'ozlar bozori to'g'risida"gi Qonuni. O'zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to'plami, 2015-y., 22-son, 287-modda; 30.03.2022-y., 3/22/760/0249-son

berish va tasarruf etishda aksiyalar, veksellar va obligatsiyalar qiymatini baholash modellari va ularni tasdiqlovchi hujjatlar dalil sifatida kerak bo'lishi mumkin.

### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasining "Qimmatli qog'ozlar bozori to'g'risida"gi Qonuni. O'zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to'plami,
2. Qimmatli qog'ozlarni baholash. Matmurodov F.M. O'quv qo'llanma. 2011 y. 104 bet.
3. Т.Б. БЕРДНИКОВА. ОЦЕНКА ЦЕННЫХ БУМАГ. УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ. ИНФРА – М. - 2003. 142 с.

## КРЕДИТ МОДУЛ ТИЗИМИДА РЕЙТИНГ БАЛЛАРИНИНГ СТАТИСТИК ТАҲЛИЛИ

Саттаров Ахат  
(ЖИДУ)

Маълумки кредит тизимида ўтган ОТМларда талабалар билимини баҳолашда рейтинг тизими қўлланилади ва талаба модул (фан) бўйича маълум рейтинг баллини тўплагандагина керакли кредитни тўплаган ҳисобланади. Ҳар бир модул бўйича тўплаш рейтингининг қуйи чегараси ва кредитлар сони фан учун ажратилган соатларга боғлиқ бўлиб, у одатда ОТМнинг ўқув бўлими орқали ўрнатилади. Масалан, ЖИДУ биринчи курс талабалари учун Ахборот технологиялари фанидан бир семестрда 60 соат аудитория соатлари ва 4 кредит ажратилган бўлиб, уларнинг билимлари 100 баллик системада баҳоланади ва камида 55 балл тўплаган талаба 4 кредитга эга бўлади.

Мазкур мақолада талабаларнинг тўплаган балларига кўра статистик таҳлил R[1] тилида келтирилган. Малумки R тили маълумотларни статистик таҳлил ва уларни визуаллаштириш учун кенг имкониятларга эга.

Фараз қилайлик Bal номли Excel файлда талабаларнинг якуний рейтинг баллари битта устунда (бу шарт эмас) жойлашган бўлсин. ImportDataset менюсинг From Excel буйруғи ёрдамида маълумотларни R га импорт қиламиз:

```
>library(readxl)
>Bal <- read_excel("D:/R_program/Vedomost/Bal.xlsx")
>View(Bal)
```

Юқоридаги буйруқлар Excel даги маълумотлар Bal номли рўйхатга импорт қилинганлигини билдиради:

```
>typeof(Bal)
[1] "list"
Bal нинг ўлчами эса:
>dim(Bal)
[1] 166 1
```

ёрдамида аниқланади. Демак 166 та талабанинг якуний баллари рўйхат шаклида Bal номли ўзгарувчида жойлашган. Бу маълумотлар устида арифметик амаллар бажариш учун уни сонли векторга ўткизиш керак:

```
>Bal=unlist(Bal)
```

натияжада Bal номли сонли векторда 166 та талабанинг тўплаган баллари жойлашади. Бу сонларни [0;100] оралиғида жойлашган тасодиқий миқдорлар деб қараш мумкин. Қуйидаги формулалар ёрдамида сонларнинг ўрта арифметикини ва стандарт чекланишини ҳисоблаймиз:

$$Sa = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Bal_i \quad So = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Bal_i - Sa)^2}{n - 1}}$$

```
>Sa=mean(Bal); So=sqrt(sum((Bal-Sa)^2)/(length(Bal)-1))
```

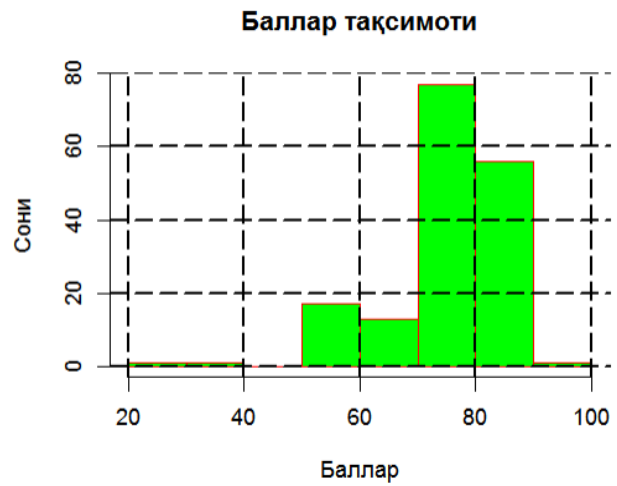
```
> cat(Sa,So)
```

```
76.21084 10.43816
```

Бундан кўриниб турибдики, талабаларнинг тўплаган баллари нормал тақсимотга бўйсинмас экан. Табиий ҳам шундай бўлиши керак. Қуйида баллар тақсимотининг гистограммаси келтирилган:



```
>hist(Bal,main="Баллар  
тақсимоти",border="red",  
col="green",  
ylab="Сони",xlab="Баллар")  
>grid(col="black",lwd=2,ltj=5)
```



1. R - язык для статистической обработки данных. <https://medium.com/nuances-of-programming/r>

# **V ШЎБА. АЛГОРИТМЛАР НАЗАРИЯСИ ВА ДАСТУРЛАШ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ. ALGORITHM THEORY AND PROGRAMMING TECHNOLOGIES.**

## **AUTOCAD DASTURIDA IKKI VA UCH O'LCHOVLI GRAFIKASINING ALGORITM ASOSLARI**

**Alimov F.X., Raxmatov M.I., Egamshukurov P.S**

*Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

O'zbekiston Prezidentining 2020 yil 28-aprelda "Raqamli iqtisodiyot va elektron hukumatni keng joriy etish chora-tadbirlari to'g'risida" deb nomlangan №PQ-4699 qarori qabul qilindi. Bu xujjatda davlatimiz korxonalarida va davlat xizmatlarida raqamli texnologiyalarni keng tatbiq etish, IT-soxasida mutaxassislar tayyorlash xamda IT-tadbirkorlikni qo'llab-quvvatlashning dolzarb masalalari ko'lami belgilab berildi.

Sanoatga raqamli texnologiyalarni tatbiq etish uchun kadrlar tayyorlash masalasi eng muhim va dolzarb masalalardan biridir. Shu munosabat bilan oliy o'quv yurtlari, jumladan, O'zbekiston Respublikasi transport sohasi uchun muhandis kadrlar yetkazib beruvchi Toshkent davlat transport universiteti faoliyati tahlil qilinib, hozirgi zamon talablariga va halqaro standartlarga mos ravishga keltirish zarur.

Kompyuter grafikasi bilan ishlovchi dastur sinflari. Hozirgi kunga kelib kompyuter grafikasi va animasiyasi vositalari kirib bormagan soxani topish qiyin.

Kompyuter grafikasi va animasiyasi vositalarini qo'llanish soxasiga ko'ra quyidagi guruhlariga ajratish mumkin:

- ikki o'lchamli rang tasvir kompyuter grafikasi;
- taqdimot ishlari uchun mo'ljallangan dasturlar;
- ikki o'lchamli animasiya dasturlari;
- uch o'lchamli animasiya dasturlari;
- ikki o'lchamli animasiya dasturlari;
- ikki o'lchamli va uch o'lchamli animasiya dasturlari;

Kompyuter grafikasi va animasiyasi dasturlari rassom va dizaynerlar, poligrafchi va kinematografchilar, kompyuter o'yinlari va o'qitish dasturlari yaratuvchilari, klipmeyker va olimlar, shuningdek o'z faoliyatida turli formatdagi tasvirlardan foydalanuvchi barcha mutaxassislarda ham katta qiziqish uyg'otadi.

Modellashtirish ikki o'lchovli va uch o'lchovli (2D va 3D). Ikki o'lchovli va uch o'lchovli modellashtirish dasturlari dizaynerlik va muxandislik ishlanmalari uchun qo'l keladi. Bulardan tashqari bu dasturlarni uch o'lchovli animasiya, poligrafik, taqdimot paketlari bilan to'ldirish mumkin.

Modellashtirish dasturlari ichida WINDOWS muxitida ishlatiluvchi eng kuchli avtomatlashtirilgan loyihalash tizimi sifatida Autodesk firmasining AutoCad dasturini olish mumkin. Odatda, AutoCad ni avtomatlashtirilgan loyihalash tizimi(SAPR)ning grafik yadrosi sifatida qabul qiladilar. Dastur yordamida turli chiziq, yoy, matnlar xosil qilish, taxrirlash, 2D va 3D modellarni yaratish, loyihalash jarayonida vujudga keladigan ko'pgipa muammolarning yechimini avtomatlashtirish, xususiy ssenariy va makrokomandalar yaratib, aniq(konkret) masala va ilovalarga tizimni sozlash, adaptasiya qilish mumkin.

AutoCad paketi Auto LISP ichki dasturlash tiliga ega bo'lib, uning yordamida foydalanuvchi yangi buyruqlarni xosil qilishi va xatto yuqori darajadagi dasturlash tillaridan foydalanishi mumkin.

IBM ga mos kompyuterlarda yana Crystal Graphics firmasining Crystal 3D Designer dasturidan foydalanish mumkin. Bu dastur vizuallashtirish, soyali effektlar hosil qilish, yuzalarga materiallarni joylashtirish (nalojenie materialov na poverxnosti) vositalariga ega . Silicon Graphics ning ishchi stansiyalarida ishlatiluvchi eng kuchli modellashtirish va dizayn dasturlari qatoriga Alias/ Wavefront firmasining Designer, Studio va AutoStudio dasturlarini kiritish mumkin. Bu dasturlar yordamida bir vaqtning o'zida 2D va 3D modellar bilan ishlash hamda mavjud avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlari bilan mujassamlashish masalasining yechimini topish mumkin.

### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. *Asadulina R.* Kuvasoy «Informatika». 2000 y.
2. *Polvonov F.* Farg'ona. «Informatika». 2002 y.
3. *Holmatov T.* «Informatika» Toshkent. 2000 y.

## **SERVERLARDA FAYL TIZIMI BILAN ISHLASHDA PHP DASTURLASH TILI IMKONIYATLARIDAN FOYDALANISH**

**Allanazarov A.B., Shimbergenova A J., Kenesbayeva D. A.**

*Muhammad al Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti  
Nukus, O'zbekiston*

Dasturiy mahsulotlar yaratilganda deyarli barcha hollarda ma'lumotlarni saqlash uchun operatsion tizim fayl sistemasi bilan ishlashga to'g'ri keladi. Mazkur ma'lumotlar kompyuterning tashqi xotirasida saqlanadi. Tashqi xotirada biror nom bilan saqlab qo'yilgan har qanday ma'lumot esa fayl deb nomlanadi. Kompyuterda saqlanayotgan fayllar juda ko'p bo'lishi mumkin [1]. Ularning ichidan keraklisini izlab topish oson bo'lishi uchun fayllarni guruhlariga ajratib tashqi xotiraning alohida qismlarida saqlash qulay. Bu qismlar ham nomlanib papka yoki katalog deb ataladi.

Bugungi kunga kelib web dasturlash texnologiyalari juda ommalashgan bo'lib axborot xizmati turlarining ko'pchiligi web saytlar va web ilovalar ko'rinishida yaratilmoqda. Web saytlarni yaratish davomida ham ko'pincha kerakli ma'lumotlarni fayllarga saqlash va undan o'qishga to'g'ri keladi. Bunda server fayl tizimiga murojaat qilish kerak bo'ladi. Quyida PHP tili yordamida serverlarning fayl sistemasi bilan ishlash imkoniyatlarini qarab chiqamiz [2].

PHP dasturlash tili bu scriptlar tili bo'lib, dinamik web saytlarni yaratishda qo'llaniladi. Hozirgi kunda deyarli barcha hosting-provayderlar mazkur tilni o'zlarining web serverlarida qo'llab-quvvatlaydi. PHP tili fayl tizimi bilan ishlashda quyidagicha afzalliklarga ega:

- fayllarni yaratish va serverda ma'lumotlarni saqlash;
- serverga yuklangan fayllarni papkaga saqlash;
- rasmlar, PDF-fayllar, text fayllarni yaratish;
- ixtiyoriy matnli fayl formatlari bilan ishlash kabi imkoniyatlarni beradi [2].

Fayllarni bilan ishlashda dastlab faylni ochish kerak bo'ladi. PHP da faylni ochish uchun *fopen()* funksiyasidan foydalaniladi [3]. Bu funksiyaning majburiy parametrlari fayl nomi va fayl ishlash rejimi hisoblanadi. Faylga ma'lumotlarni yozish uchun *fwrite()* funksiyasidan foydalaniladi. Bu funksiya ikkita majburiy va bitta majburiy bo'lmagan argumentlarni qabul qiladi. Majburiy argumentlar sifatida rejim va faylning deskriptori xizmat qiladi [3]. Ochilgan faylni yopish uchun *fclose()* funksiyasidan foydalanamiz. Bu funksiya faqatgina bitta yolg'iz parametr yopilishi kerak bo'lgan fayl nomini qabul qiladi [4].

Saytning tarkibini qandaydir massivga yozib olish holati juda ko'p vaziyatlarda uchraydi. Buning uchun *file()* funksiyasidan foydalaniladi. Bu funksiyaning ishlashi natijasida faylning har bir satri olohida massivlarda saqlanadi.

PHP tili papkalar bilan ishlash imkoniyatlarni ham yaratib beradi. Papka yaratish uchun *mkdir()* funksiyasidan foydalaniladi uning parametri sifatida papka yaratiladigan manzilni ko'rsatamiz. Papkani ochirish uchun *rmdir()* funksiyasidan foydalanamiz [4]. Bu funksiya yordamida faqatgina bosh papkalarni ochirish mumkin. Ko'pchilik hollarda papkalarining o'lchamlari bilish talab etiladi. Buni amalga oshirish uchun rekursiv funksiyalardan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi. Bunday funksiya chaqirilganda ichma ich papka va fayllarning o'lchamlari umumiy holda olinadi. Buning uchun *dir\_size()* funksiyasidan foydalanamiz.

Mazkur tadqiqot ishida serverlarda fayl tizimi bilan ishlash masalasi qarab chiqilgan bo'lib bunda PHP dasturlash tili imkoniyatlari tahlil qilindi va o'rganilib chiqildi. Natijada web saytlarning ish yuritishida muhim bo'lgan fayllar bilan ishlash imkoniyatlari o'rganilib chiqildi.

### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. Кузнецов М.В.«PHP 5 на примерах», БХВ-Петербург, 2005
2. Орлов А.А.«PHP полезные приемы», Горячая Линия - Телеком, 2013
3. Еремина М.Н.«Основные преимущества php, определяющие его популярность», Компьютерные и информационные науки, 2010
4. Сторчак С.А.«Эффективность использования встроенной функции php для защиты», Журнал Перспективы развития информационных технологий, 2014

## **PHP TILI CURL KUTUBXONASI IMKONIYATLARIDAN FOYDALANISH**

**Allanazarov A.B., Shimbergenova A J., Kenesbayeva D.A**

*Muhammad al Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti  
Nukus, O'zbekiston*

Bugungi kunda web saytlarni va ilovalarni ishlab chiqishda server tomonida bajariladigan skriptlar uchun ko'pincha PHP tilidan foydalanishadi. Sababi PHP aynan dinamik web saytlarni yaratish uchun mo'ljallangan bo'lib dasturchilar uchun ko'pgina qo'shimcha imkoniyatlarni yaratib beradi.

Web saytlarni yaratish mobaynida boshqa saytlardan yoki URL manzillardan ma'lumotlar olish kerak bo'ladi. Shunday vaziyatlarda PHP tili kutubxonalaridan foydalanishga to'g'ri keladi.

URL - Uniform Resource Locators so'zlari qisqartmasidan olingan bo'lib, yagona ma'nba ko'rsatkichi ma'nosini beradi bunday deyilishiga sabab URL manzillari butun dunyo bo'yicha umuman takrorlanmaydi. Har bir sayt nomiga ega bo'ladi va bu nom ham hech yerda qaytarilmaydi va boshqa joyda ishlatilmaydi [1].

Shunday URL manzillar bilan ishlash imkonini beruvchi PHP kutubxonasi CURL deb nomlangan bo'lib Daniel Stenberg tomonidan yaratilgan. U bizlarga turli xil serverlar bilan turli xil protokollar yordamida aloqa qilishni ta'minlab beradi. Hozirgi paytda u http, https, ftp, gopher, telnet, dict, file va ldap protokollarini qollab quvvatlaydi va ular bilan ishlash imkonini beradi [2]. Kutubxonaning eng ko'p foydalaniladigan asosiy funksiyalari quyidagilardan iborat:

curl\_init() – curl sessiyasini initsializatsiya qiladi;

curl\_setopt() - CURL- transferni o'rnatadi;

curl\_exec() – CURL sessiyasini bajaradi;

curl\_close() – CURL sessiyasini yopadi;

curl\_errno() – oxirgi xatolik namerini saqlaydi va oxirgi xatolik nomeriga teng butun sonni qaytarib beradi;

curl\_error() – hozirgi sessiya uchun oxirgi xatolik namerini saqlaydi va oxirgi xatolik nomeriga teng butun sonni qaytarib beradi;

curl\_getinfo() – transfer haqidagi axborotni qabul qiladi;

curl\_version() – CURL ning hozirgi ishlatilayotgan versiyasini qaytaradi.

Bu funksiyalar PHP 4.0 dan keyin PHP ning standart kutubxonasiga kiritilgan. **CURL** funksiyalarini ishlatish uchun PHP CURL 7.0.2 va undan yuqori versiyalrining bo'lishini talab qiladi. CURL 7.0.2 past versiyalari bilan PHP ishlamaydi [3]. PHP da CURL kutubxonasi yordamida amalga oshiriladigan so'rovlarning har bir skriptida to'rtta asosiy qadamni bajarish talab etiladi:

1. Initsializatsiya;
2. Parametrlarni tayinlash;
3. Amalga oshirish va natijani olish;
4. Xotirani bo'shatish.

Initsializatsiya bosqichda CURL ishga tushuriladi, ikkinchi bosqichda esa ulanish uchun parametrlar sozlanadi, uchunchi bosqich asosiy bosqich bo'lib barcha ma'lumotlar shu qismda olinadi va oxirida sessiyani tugatib xizmatni yopish talab etiladi [2].

Xulosa qilib aytganda, PHP tilining standart funktsiyalari deyarli hech qanday moslashuvchanlikka ega emas va xatolarni qayta ishlash nuqtai nazaridan juda ko'p kamchiliklarni ega. Bundan tashqari, ushbu standart funktsiyalar bilan hal qila olmaydigan ba'zi vazifalar mavjud masalan, cookie-fayllar bilan ishlash, autentifikatsiya qilish, fayl uzatish, fayllarni yuklash va hokazo. PHP tilining CURL kutubxonasi mazkur kamchililardan holi bo'lib dasturchilar uchun qulay bo'lib hisoblanadi.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. Д. Шлосснейгл. Профессиональное программирование на PHP, 2006
2. У. Стейнмец, Б. Вард. 75 готовых решений для вашего web-сайта на PHP, 2009
3. Мишель Е. Дэвис и Джон А. Филлипс. Изучаем PHP и MySQL, 2008

## **TIZIMLI YONDASHUVNI QO'LLASH ORQALI QARORLAR QABUL QILISH**

**Arabov U. H.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Shaxsning ongli hayoti, ayniqsa, ijodiy faoliyati jamiyat va shaxsan uning ehtiyojlaridan kelib chiqadigan ko'plab masalalar va muammolar yuzasidan qarorlar qabul qilishning uzluksiz ketma-ketligidir.

Falsafiy tushunishda qaror qabul qilish qarama-qarshiliklarni ochish va bartaraf etish yo'lidan boradigan dialektik-materialistik bilish jarayoni sifatida namoyon bo'ladi. Bu fikr mashhur uchlikdagi haqiqatni bilish nazariyasiga mos keladi: hissiy idrok - mavhum fikrlash - amaliyot.

Ko'rib chiqilayotgan qarorlarni qabul qilish usullarini shartli ravishda ikki guruhga bo'lish mumkin: umumiy, cheksiz keng ko'lamli muammolarni qamrab oladigan va aniqroq, yangi texnik ob'ektlar sintezi bilan bog'liq, ya'ni to'g'ridan-to'g'ri muhandislik.

Qaror qabul qilishda e'tiborga olinadigan omillar:

- qaror qabul qiluvchi (shaxslar) (DM), ya'ni muammolarni hal qilishi kerak bo'lgan shaxs yoki kichik guruh va hatto katta jamoa bo'lishi mumkin;

-boshqarilmaydigan o'zgaruvchilar, ya'ni qaror qabul qiluvchi nazorat qilishi mumkin bo'lmagan parametrlar va vaziyatlar;

- boshqariladigan va boshqarilmaydigan o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan qiymatlari bo'yicha ichki yoki tashqi cheklovlar mavjud;

- mumkin bo'lgan natijalar (qarorlar, natijalar) - kamida ikkita teng bo'lmagan bo'lishi kerak, chunki aks holda qaror qabul qilish ahamiyatini yo'qotadi.

Yechimlarni qidirish tamoyillari:

- topshiriqni o'z vaqtida va unga ijtimoiy ehtiyoj nuqtai nazaridan tahlil qilish. Muammoning shakllanishiga sabab bo'lgan yoki sabab bo'lgan jarayonlardagi ichki qarama-qarshiliklarni ochib berish;

- tabiatning umumiy qonuniyatlari nuqtai nazaridan muammo bayonining qonuniyligini tekshirish;

- fan, texnika va ishlab chiqarishning zamonaviy darajasida muammoni hal qilishning maqsadga muvofiqligini tekshirish;

- masalani yechish usullarini ishlab chiqish, asosiy tajribani tanlash va asosiy tajriba natijalarini tahlil qilish;

- yechimlarning vazifa bilan aloqasini topish.

Tizimli yondashuv - ob'ektlarni tizim sifatida ko'rib chiqishga asoslangan ilmiy bilimlar va ijtimoiy amaliyot metodologiyasidagi yo'nalish. Tizimli yondashuv tadqiqotchilarni ob'ektning yaxlitligini ochib berishga, undagi xilma-xil bog'lanishlarni ochib berishga va ularni yagona nazariy rasmga birlashtirishga yo'naltiradi.

Tizimli yondashuvda tizim ikki komponent bilan ifodalanadi:

- tashqi muhit, shu jumladan tizimga kirish va chiqish, tashqi muhit bilan aloqa va teskari aloqa;

- tizimga kirish va uning chiqishini qayta ishlash va tizim maqsadlariga erishishni ta'minlaydigan ichki tuzilma.

Integratsiyalashgan yondashuvni tizimli yondashuvga ham kiritish mumkin. Tizimli yondashuv materialistik dialektika bilan uzviy bog'liq bo'lib, uning asosiy parametrlarini konkretlashtirishdir.

Shunday qilib, bizni o'rab turgan butun dunyo, uning ob'ektlari, hodisalari va jarayonlari tabiati va tuzilish xususiyatlari jihatidan eng xilma-xil bo'lgan tizimlar to'plamiga aylanadi. Shu bilan birga, har bir tizim ichida tizim yoki kichikroq tizimlar to'plami mavjud bo'lib, har bir tizim u yoki bu tarzda uning ichida joylashgan, u bilan bir xil darajada yoki tashqarida joylashgan boshqalar bilan o'zaro ta'sir qiladi. Tizim usuli o'rganilayotgan tizimning chegaralarini aniqlashni va o'rganilayotgan tizim sezilarli darajada o'zaro ta'sir qiladigan muhitdan operatsion tizim ushbu tizimlarni aniqlashni nazarda tutadi.

#### ADABIYOTLAR

1. *Avereranov A.N.* Dunyoning tizimli bilimlari: usullari. Muammolar. - m.: 1985 yil. 263 p.
2. *Antanovich N.A.* Siyosiy tizimlar nazariyasi: Uch. Qo'llanma / N.A. Antanovich. - Minsk: Terakizsystem, 2008. - 208 p.
3. *Arabov Ubaydullo Hamroqul o'g'li, Eshonqulov Hamza Ilhomovich.* (2021). Big Data And Their Possibilities. *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal*, 9(10), 364–370.

## PYTHONDA MATPLOTLIB KUTUBXONASI IMKONIYATLARI

**Avezov A.A., Sattorov S.S**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Matplotlib ikki va uch o'lchovli(2D va 3D) grafikalar bilan ma'lumotlarni vizual namoyish etish qo'llaniladigan kutubxonadir. Olingan tasvirlardan nashrlarda illyustratsiya sifatida foydalanish mumkin .

Matplotlib Jon Hunter tomonidan yozilgan. Turli formatlarda yaratilgan tasvirlar interaktiv grafikalar , ilmiy nashrlar , grafik foydalanuvchi interfeys- lari , chizmachilik zarur bo'lgan veb-ilovalarda qo'llanilishi mumkin. Hujjatlarda muallif Matplotlib MATLAB grafik buyruqlarini taqlid qilish sifatida boshlan-ganini, lekin mustaqil loyiha ekanligini tan oladi.

Matplotlib kutubxonasi OOP tamoyillari asosida qurilgan, lekin MATLAB pylab buyruqlarining analoglarini taqdim etuvchi protsessual interfeysga ega.

Matplotlib - bu NumPy , SciPy va IPython bilan birgalikda MATLABga o'xshash imkoniyatlarni ta'minlaydigan moslashuvchan, yuqori darajada sozlanishi paket . Hozirda paket bir nechta grafik kutubxonalar, jumladan wx Windows va PyGTK bilan ishlaydi .

**Paket ko'p turdagi grafik va diagrammalarni qo'llab-quvvatlaydi:**

- Grafiklar (chiziq syujeti)
- Tarqalgan chizmalar
- Shtrixli diagrammalar va gistogrammalar
- Pirog diagrammalar
- Poyali varaq diagrammasi (poyaviy chizma)
- Kontur chizmalari
- Gradient maydonlari (jigar)
- Spektr diagrammasi (spektrogramma)

Foydalanuvchi koordinata o'qlarini, panjarani belgilashi, teglar va tushuntirishlar qo'shishi, logarifmik shkala yoki qutb koordinatalaridan foydalanishi mumkin .

**Oddiy 3D chizmalar mplot3d** asboblari to'plami yordamida yaratilishi mumkin . Boshqa vositalar to'plami mavjud: kartografiya uchun, Excel bilan ishlash uchun, GTK uchun yordamchi dasturlar va boshqalar.

Matplotlib yordamida siz jonlantirilgan tasvirlarni ham yaratishingiz mumkin<sup>[11]</sup> . Qo'llab-quvvatlanadigan tasvir formatlari to'plami, vektor va bitmap lug'atdan olinishi mumkin `FigureCanvasBase.filetypes` odatda qo'llab-quvvatlanadigan formatlar:

- Encapsulated PostScript (EPS)
- Kengaytirilgan metafayl (EMF)
- JPEG
- PDF
- PNG
- postscript
- RGBA ("xom" format)
- SVG
- SVGZ
- TIFF

Bundan tashqari, paket sinflari asosida boshqa modullar yaratilishi mumkin. Masalan, uchqun grafiklarini yaratish uchun .

```
from pylab import *
plot(range(1, 20),[i * i for i in range(1, 20)], 'ro')
savefig('example.png')
show()
```

**Python Matplotlib da grafikaga misol:**

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
dat = np.random.random(200).reshape(20,10)
fig = plt.figure()
pc = plt.pcolor(dat)
plt.colorbar(pc)
plt.title('Oddiy rang')
fig = plt.figure()
me = plt.imshow(dat)
plt.colorbar(me)
plt.title('oddiy harxil rang')
plt.show()
```

**Matplotlib** - bu ma'lumotlarni vizualizatsiya qilish uchun Python kutubxonasi. U ikki o'lchovli (tekis) va uch o'lchovli grafiklarni qurishi mumkin. Python Matplotlib MatLab da texnik hisoblar uchun dastur vizualizatsiya moduliga muqobildir. Matplotlib ob'ektga yo'naltirilgan interfeysga ega, ya'ni foydalanuvchi har bir ob'ekt bilan bevosita o'zaro aloqada bo'ladi. Koddan foydalanib, siz diagrammaning istalgan elementini, shu jumladan o'qlardagi teglar va belgilarni o'rnatishingiz mumkin. Matplotlib barcha turdagi syujetlarni chizish uchun ishlatadi. Bu har qanday ma'lumot tahlilchisi uchun ajralmas kutubxona . Bundan tashqari, Matplotlib boshqa kutubxonalarga asoslanadi, masalan, Seaborn, Matplotlib tepasida yuqori darajadagi interfeysni ta'minlaydi. Ba'zi hollarda biz Seaborn-dan foydalanamiz, masalan, biz buni tez va chiroyli qilishni xohlasak, batafsilroq ma'lumot olishni xohlasak, Matplotlib-dan bimalol foydalanamiz.

## WEB SAHIFALAR YARATISHDA PYTHON DASTURLASH TILINING DJANGO FRAMEWORKNING IMKONIYATLARI

**Avezov A.A., Salimov S.S**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

**Django**— Pythonga asoslangan bepul va ochiq manbali web-freymvork bo'lib, u model-template-view (MVC) arxitektural namunaga amal qiladi.

Djangoning asosiy maqsadi ma'lumotlar bazasiga asoslangan murakkab web-saytlarni yaratishni yengillashtirish hisoblanadi. Python, hatto sozlash fayllari va ma'lumotlar modellari uchun ham qo'llaniladi. Django shuningdek, yaratish, o'qish, yangilash va o'chirish uchun qo'shimcha admin

interfeysini taqdim etadi, bu introspeksiya orqali dinamik ravishda yaratiladi hamda boshqaruv modellari yordamida sozlanadi.

Web-saytlar yaratish bir necha bosqichdan iborat bo'lgan murakkab jarayon bo'lib, bu turli xil dasturiy vositalarni talab qiladi. Birinchi navbatda saytning dizayni qismi yaratiladi.

Ko'pincha saytning dizayner qismini yaratishda photoshop dasturidan foydalaniladi, va bu yerda saytning maketi tayyorlanadi.

So'ngra frontend mutaxassisi dizayner qismini kodini yozadi va turli xil ko'rinishdagi vizual effektlar orqali bezatiladi. Web sahifani dinamik holda tayyorlash uchun avvalom bor ma'lumotlar bazasiga(backend) bog'lash kerak bo'ladi va bu jarayonlarni backend mutaxassisi tomonidan amalga oshiriladi.

Web sahifada tayyorlashda, undan foydalanishda eng asosiy vazifalardan biri uni serverga bog'lab ular o'rtasida ma'lumotlar bazasi orqali muloqotni yo'lga qo'yishdir.

Django kutubxonasida bunday imkoniyatlarni amalga oshirish uncha buncha qiyinchiliklar to'g'irdimaydi. Django kutubxonasida server bilan aloqani yo'lga qo'yish, ma'lumotlar bazasidan kerakli ma'lumotni chiqarish yoki biron ma'lumotni bazaga kiritish kabi vazifalarni bajarish imkoniyati yuqori.

Django kutubxonasini o'rnatishdan oldin kompyuterda python dasturlash tili orqali ishlaydigan ilovlar o'rnatilgan bo'lishi kerak, django dasturlash tilining kutubxonasi quyidagi tartubda o'rnatiladi.

```
pip install django
```

loyiha yaratishda quyidagi buyruqlarni bajarishimiz kerak bo'ladi

```
django-admin startproject projekt nomi
```

"projekt nomi" nomli papka avtommatik tarzda yaratiladi.

Uning ichida *manage.py* fayli va *projekt nomi* deb nomlangan yana bitta papka hosil bo'ladi. Aynan *manage.py* fayli django bilan ishlashda eng muhim fayl hisoblanadi.

U orqali eng muhim buyruqlar bajariladi. Kerakli papkaning ichiga tushirish uchun *python manage.py runserver* buyrug'i yoziladi.

```
from django.http import HttpResponse
```

```
def index(request):
```

```
    return HttpResponse("Xush kelibsiz, Maqolalar olamiga")
```

```
from django.contrib import admin
```

```
from django.urls import include, path
```

```
urlpatterns = [
```

```
    path('polls/', include('polls.urls')),
```

```
    path('admin/', admin.site.urls),
```

Web sahifani tayyorlashda, o'zingiz xohlagandek yaratishingiz uchun siz qo'shimcha freymlarni tayyorlash va shahifage ma'lumotlar bazasini bog'lash orqali dinamik ko'rinishga keltirishingiz mumkin.

## MAPLE MATEMATIK PAKETIDA DASTURLASH ELEMENTLARI

<sup>1</sup>Azamov S.S., <sup>2</sup>Xayatov X.U., <sup>2</sup>Djabborova N.N

<sup>1</sup>Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

Boshqa dasturlash tillarga nisbatan Mapleda ko'p turdagi algoritmlar yaratilgan, qaysiki boshqa dasturlash tillarda bu uchun yuzlab yoki minglab kod satrlari kerak bo'ladi, bizga tanish bo'lganlardan biri, bu *solve()*, *int()*, va boshqalar. Mapleda protsedurani chaqirish xuddi o'rnatilgan buyruqlarga murojat qilish bilan teng. Maple da protsedura yozishda, **proc()** va **end proc** kalit so'zlar orasida operatorlari qatnashadi. Procedura yozish qoidasi quyidagicha:

```
procNomi = proc( paramNomi :: paramTipi := Qiymat,...)
```

```
    description " Izoh "
```

```
    Amallar;
```

```
end proc
```

Maple da yozilgan protsedurani izohini yoki prototipini ko'rishimiz kerak bo'lsa quyidagi buyruqni berish yetarli.

```
Describe(procNomi)
```

Maple shart operatoridan foydalanish sintaksis quyidagicha:

```
if shart then operatorlar ketma ketligi
```

```
[elif shart then operatorlar ketma ketligi]
```

```
[else operatorlar ketma ketligi]
```

```
end if
```

```
end if buyrug'i o'rniga fi buyrugidan ham foydalana olamiz. Quyida
```

```
x := if(shart, operand1, operand2);
```

shartni ikkinchi foydalanish usulidir.

Takrorlashning sintaksisi quyidagicha:

```
for uzgaruvchi [from boshlang`ich qiymat]  
[by qadam] [to oxirgi qiymat] do operatorlar ketma ketligi  
end do;
```

**end do** buyrug`i o`rniga **od** buyrugidan ham foydalana olamiz.

Endi takrorlash operatoriga misol ko`ramiz.

1 dan 10 gacha bo`lgan sonlarni ildizini chiqarish

```
for i from 1 to 10 do evalf(sqrt(i)) end do;
```

1 dan 100 gacha bo`lgan juft sonlar yig`indisini aniqlash

```
s := 0; for i to 100 do if `mod`(i, 2) = 0 then s := s+i end if end do; s
```

1 dan n gacha bo`lgan tub sonlarni aniqlash

```
n := 10; for i to n do if is(i, even) then next end if; print(i) end do
```

Ikkinchi takrorlash operatori quyida keltirilgan:

```
while shart do operatorlar ketma ketligi
```

```
end do;
```

Takrorlash jarayonida har bir amal bajarilganda ekranga chop etilmasin deyishimiz uchun

**printlevel** := 0 deb kod qismiga yoziladi. Aks holda **printlevel** := 1

Quyidagi misolda 100 va 200 sonlar orasidagi ekizak tub sonlarni chop etish ko`rsatilgan

```
printlevel := 0;
```

```
p := nextprime(100); #100 dan keyingi tub sonni olish
```

```
while p < 200 do
```

```
  p1 := p+2; # Ekizak tub son (3, 5bu ikkita shunday tub sonki ular orasidagi farq 2 ga teng)  
  if isprime(p1) then print(p, p1) end if;
```

```
  p := nextprime(p1)
```

```
end do
```

for – in formasi, kolleksiya elementlari bo`yicha takrorlanadi. kolleksiyada - ro`yxat, to`plam, yig`indi, ko`paytma, satr, seq (ketma-ketlik) kelishi mumkin. Uning sintaksisi quyidagicha:

```
for uzgaruvchi in kolleksiya do
```

```
  operatorlar ketma ketligi
```

```
end do;
```

f ko`phadni har bir hadini o`zgaruvchiga olishimiz va ustida amallar bajarishimiz mumkin

```
f := (x^3+3*x+1)*(x^2-x-3)*(x+2); for g in f do g od;
```

Berilgan ro`yxatdan yig`indi yasash uchun quyidagicha amal bajaramiz

```
tot := 0;
```

```
for z in [1, x, y, q^2, 3] do tot := tot+z end do; tot;
```

Berilgan yig`indidan ko`paytma yasash uchun quyidagicha amal bajaramiz

```
z := q^2+x+y+4
```

```
t := 1; for k in z do t := t*k end do; t;
```

Berilgan ko`phadni ochib har bir hadiga murojaat qilish quyidagicha

```
f := (x^3+3*x+1)*(x^2-x-3)*(x+2); for g in expand(f) do g end do;
```

Berilgan sonlarni eng kattasini topuvchi procedura quyidagicha

```
maximum := proc ( ) local max, i;
```

```
  max := _passed[1];
```

```
  for i from 2 to _npassed do
```

```
    if _passed[i] > max then
```

```
      max := _passed[i]
```

```
    end if
```

```
  end do;
```

```
  return max;
```

```
end proc;
```

```
maximum(2, -5, 56, 98, 65, -5, 8, 89) # berilganida natija 98
```

Berilgan sonlarni yig`indisini topuvchi procedura quyidagicha



```

Summa := proc( x :: seq(numeric) )
  local a, i;
  a := 0;
  for i in [x] do
    a := a + i
  end do;
  return a
end proc;

```

**Summa(1, 10, 2, 5) # berilganida natija 18**

Muqobil nomlangan parametrli protseduralar.

```

f := proc( { [color, colour] :: symbol := RED } )
  sprintf("color=%a colour=%a", color, colour)
end proc;

```

Bunda f protsedurani chaqirib parametrlariga qiymat berilsa quyidagicha natija olamiz

f(); # natija "color=RED colour=RED"

f(color = BLUE); # natija "color=BLUE colour=BLUE"

f(colour = GREEN); # natija "color=GREEN colour=GREEN"

f(color = ORANGE, colour = PURPLE) # natija "color=PURPLE colour=PURPLE"

f(colour = YELLOW, color = 42) # natija bermaydi xatolik beradi 42 symbol emas

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. М.Н. Кирсанов. Практика программирования в системе Maple: учебное пособие. - М.: Издательский дом МЭИ, 2011. - 208 с.: ил.
2. В.З. АЛАДЬЕВ. Основы программирования в Maple. Таллинн, 2006.
3. <https://maplesoft.com/>

## ONTOLOGIK YONDASHUV ORQALI INTEGRATSIYALASH USULLARINING TAHLILI

**Eshankulov H.I., Salimova M.N., Toshboyeva G.O'**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

### KIRISH

Semantik o'zaro muvofiqlikni ta'minlash uchun nafaqat integratsiyalashgan avtomatlashtirilgan axborot tizimlarining tuzilishi haqidagi bilimlardan, balki tizimning alohida elementlari va ularning maqsadlari haqidagi bilimlardan ham foydalanish kerak. Boshqacha qilib aytadigan bo'lsak, tizimdan olingan metama'lumotlar bilan ishlash ham kerak

Mavzu sohasi haqidagi umumiy bilimlarni tavsiflashning eng qulay mexanizmi ontologiyadir.

### ONTOLOGIK YONDASHUV ORQALI INTEGRATSIYALASH USULI

Axborot texnologiyalarida ontologiya deganda, predmet sohasi haqidagi bilimlarni ifodalash va unda joylashgan obyektlar o'rtasidagi munosabatlarni aniqlash uchun foydalaniladigan ma'lumotlar modeli tushuniladi. Boshqacha qilib aytadigan bo'lsak, ontologiya - bu bir xil mavzu doirasidagi mavjudotlar, sinflar, xususiyatlar, funksiyalar va munosabatlarning lug'atini, shuningdek, ushbu sinflardan tuzilgan bayonotlar, ularning xususiyatlari va ular o'rtasidagi munosabatlarni belgilaydigan nazariya. Ontologiya shuningdek, rasmiy, aniq, konseptualizatsiya spetsifikatsiyasi sifatida ham ta'riflanadi, ya'ni, predmet sohasining rasmiy tavsifi bo'lib xizmat qiladi. Konseptualizatsiya dunyoning qaysidir maqsadda shakllangan mavhum tasvirini bildiradi. Konseptualizatsiyaning spetsifikatsiyasi, o'z navbatida, ontologiya kontseptualizatsiyani yakuniy shaklda aniq belgilashini anglatadi. Ontologiyada qo'llaniladigan cheklovlar aniq belgilangan, shuning uchun ontologiya aniq spetsifikatsiyadir. Bundan tashqari, u mashinalar tomonidan bir ma'noda tushunilishi kerak, shuning uchun ontologiya rasmiy xarakterga ega.

Umuman olganda, ontologiya quyidagilarni o'z ichiga olishi kerak:

- Tushunchalar yoki atamalar lug'ati;
- Bitta mavzu doirasidagi atamalarning ma'nolari.

Ontologiya quyidagi to'plamlar bilan ham to'ldirilishi mumkin:

- Aksiomalar yoki atamalar haqidagi qoidalar;
- Yangi bayonotlarni olish qoidalari;
- Tushunchalar o'rtasidagi aloqalar;
- Terminlarning xossalari va rollari.

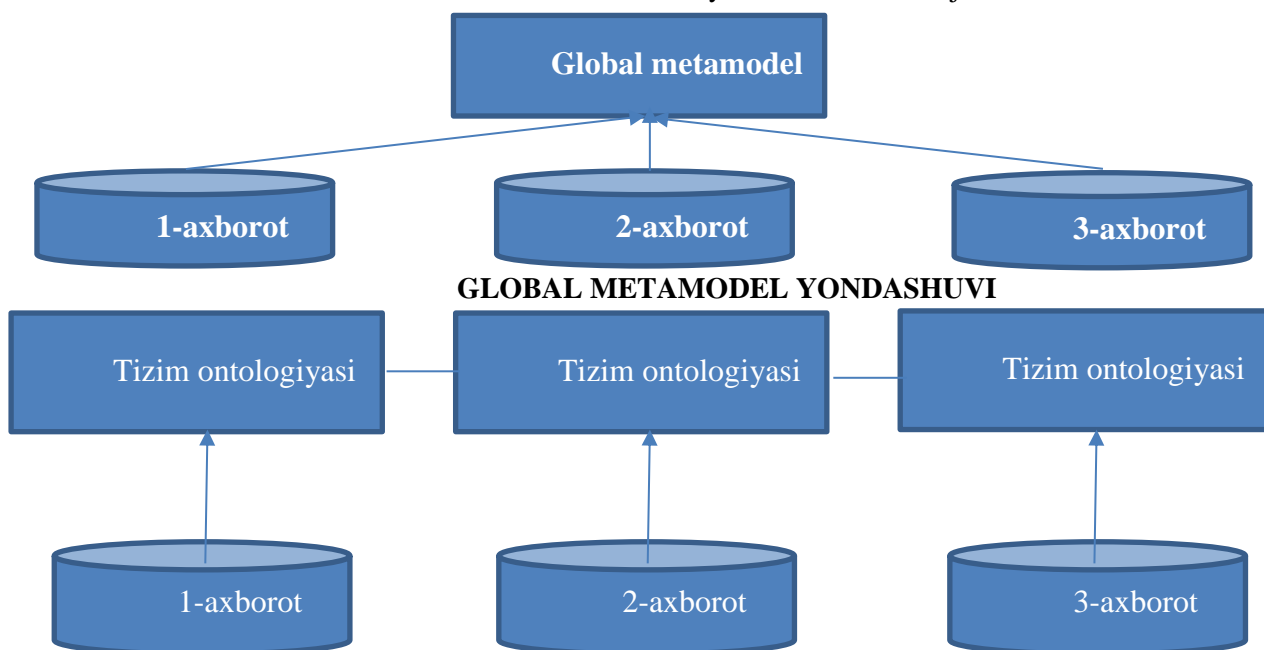
Avtomatlashtirilgan axborot tizimi ontologiyasi eng tor xarakterga ega bo'lib, yagona axborot tizimi doirasidagi ba'zi tushunchalarni tavsiflash uchun ishlatiladi. Axborot tizimi tuzilmalari, hatto bir xil mavzu

doirasida ham, juda katta farq qilishi mumkin va buning uchun obyektlarning rasmiy tavsifi ontologik modelning alohida qatlamiga o'tkazilishi kerak.

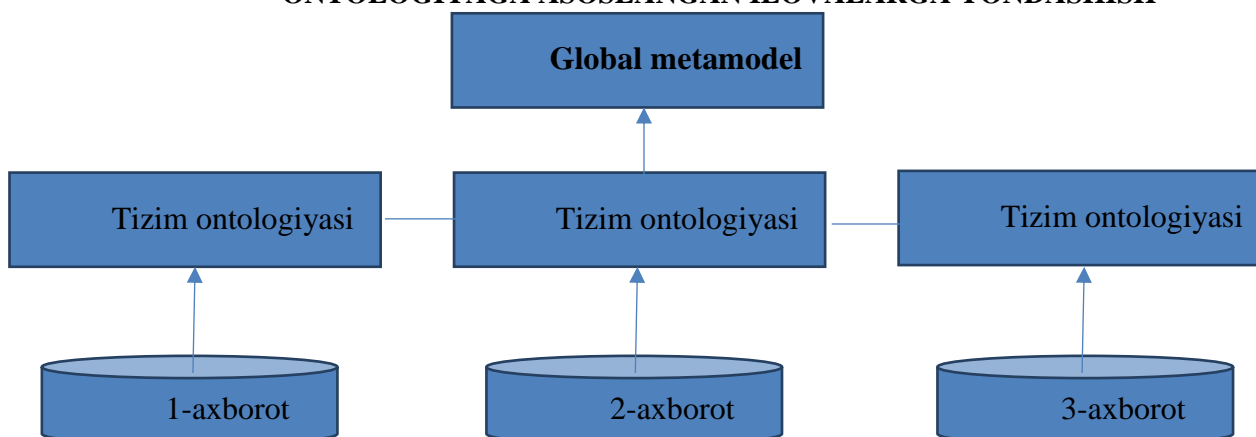
Ontologik modellar asosida axborot resurslarini integratsiyalashning bir qancha zamonaviy yo'nalishlari mavjud. Yo'nalishlardan birida integrallashadigan tizimlarning barcha shartlari va xususiyatlarini o'z ichiga olgan yagona umumiy global modeldan foydalanish taklif etiladi.

Yana bir usul - tizimlarning har biri uchun ularni birlashtirmasdan bir nechta amaliy ontologiyalardan foydalanish. Va nihoyat, uchinchi yo'nalish - gibrud usul bo'lib, u barcha tizimlar uchun asosiy umumiy tushunchalarni o'z ichiga olgan umumiy modelni ham, axborot tizimining o'zini tavsiflovchi mahalliy ontologik modellarni ham qo'llashni taklif qiladi. Barcha usullarda ma'lumotlarga kirish maxsus tillarda modelga so'rovlar yoki birinchi tartibli mantiqqa asoslangan formulalar yordamida amalga oshiriladi. Biroq, global umumiy modeldan foydalanish qo'shimcha imkoniyatlarni keltirib chiqaradi, chunki AT nafaqat ontologik, balki ular o'rtasidagi munosabatlar ham tasvirlangan. Shuning uchun birinchi va uchinchi usullar ko'pincha qo'llaniladi.

Global metamodel bilan ishlashda biz uchta yondashuvni ham ajratib ko'rsatishimiz mumkin.



#### ONTOLOGIYAGA ASOSLANGAN ILOVALARGA YONDASHISH



#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Батоврин В.К., Гуляев Ю.В., Олейников А.Я. Обеспечение интероперабельности – основная тенденция в развитии открытых систем // Информационные технологии и вычислительные системы – 2009. – № 5. – С. 7–15.
2. Бениаминов Е.М. Некоторые проблемы широкого внедрения онтологий в ИТ и направления их решений. //Труды Симпозиума "Онтологическое моделирование". М.:ИПИ РАН, 2008, с.71-82.
3. Гудков В. Ю., Гудкова Е. Ф. N-граммы в лингвистике // Вестник Челябинского

государственного университета. – 2011. – № 24 (239). – С. 69-71.

4. Данилин А. В. Технологии интеграции информационных систем на основе стандартов XML и Web-служб. <http://www.benran.ru/Magazin/cgi-bin/Sb03/pr03.exe?!> 18

5. Загоруйко Н.Г., Гусев В.Д., Завертайлов А.В., Ковалёв С.П., Налётов А.М., Саломатина Н.В. Система ONTOGRID для автоматизации процессов построения онтологий предметных областей // Автометрия. т. 41, №5. – 2005. – С. 13-25.

6. Ивашко А.Г., Иванова Е.И., Овсянникова Е.О., Коломиец С.И. Применение дескрипционной логики для описания архитектуры информационной системы // Вестник Тюменского государственного университета. – 2012. – №4. – С. 137-142.

## IDEF STRUKTURAVIY MODELLASHTIRISH STANDARTLARI OILASI

<sup>1</sup>Eshankulov H.I, <sup>2</sup>Boltayev Sh.J

<sup>1</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

<sup>2</sup>Buxoro muhandislik-texnologiya instituti, Buxoro, O'zbekiston

Biznes jarayonlarini modellashtirish sohasida eng mashhur va keng qo'llaniladigan metodologiyalardan biri IDEF oilasining metodologiyalaridir. IDEF oilasi XX asrning 60-yillari oxirida paydo bo'lgan SADT (*Structured Analysis and Design Technique* – tuzilmaviy tahlil va dizayn texnikasi) deb nomlanadi, u hozirda quyidagi standartlarni o'z ichiga oladi.

1) **IDEF0** – bu funktsional modellashtirish metodologiyasi. U tizimning tuzilishi va funktsiyalarini, shuningdek, ushbu funktsiyalarni bog'laydigan axborot va moddiy obyektlar oqimini aks ettiruvchi **funktsional modelni** yaratish uchun ishlatiladi.

2) **IDEF1** – bu tizimlar ichidagi axborot oqimlarini modellashtirish metodologiyasi bo'lib, ularning tuzilishi va munosabatlarini ko'rsatish imkonini beradi. Metodologiya tizim funktsiyalarini ta'minlash uchun zarur bo'lgan axborot oqimlarining tuzilishi va mazmunini aks ettiruvchi **axborot modelni** yaratish uchun ishlatiladi.

3) **IDEF1X (IDEF1X Extended)** – aloqador axborot tuzilmalarini qurish metodologiyasi. IDEF1X obyektlar o'rtasidagi munosabatlar metodologiyasi turiga kiradi va odatda ko'rib chiqilayotgan tizimga tegishli relyatsion ma'lumotlar bazalarini modellashtirish uchun ishlatiladi.

4) **IDEF2** – tizimni rivojlantirishni dinamik modellashtirish metodologiyasi bo'lib, tizim funktsiyalari, ma'lumotlar va resurslarning vaqt bo'yicha o'zgaruvchan xatti-harakatlarining **dinamik modelni** yaratishga imkon beradi. Hozirgi vaqtda IDEF0 statik diagrammalari to'plamini "Rangli Petri tarmoqlari" (CPN - Color Petri Nets) asosida qurilgan dinamik modellarga aylantirish imkonini beruvchi algoritmlar va ularning kompyuter amaliyotlari ma'lum.

5) **IDEF3** – bu tizimda sodir bo'ladigan jarayonlarni hujjatlashtirish metodologiyasi. IDEF3 har bir jarayon uchun ssenariy va operatsiyalar ketma-ketligini tavsiflaydi. IDEF3 diagrammasidagi funktsiya IDEF3 vositalaridan foydalangan holda alohida jarayon sifatida taqdim etilishi mumkin.

6) **IDEF4** – bu obyektga yo'naltirilgan tizimlarni qurish metodologiyasi. IDEF4 vositalari sizga obyektlarning tuzilishini va ularning o'zaro ta'sirining asosiy tamoyillarini vizual tarzda ko'rsatishga imkon beradi va shu bilan obyektga yo'naltirilgan murakkab tizimlarni tahlil qilish va optimallashtirish imkonini beradi.

7) **IDEF5** – murakkab tizimlarni ontologik tadqiq qilish metodologiyasi. Ushbu metodologiyadan foydalanib, tizimning ontologiyasi atamalar va qoidalarning ma'lum bir lug'atidan foydalangan holda tavsiflanadi, buning asosida ko'rib chiqilayotgan tizimning muayyan vaqtdagi holati to'g'risida ishonchli bayonotlar shakllanishi mumkin. Ushbu bayonotlar asosida tizimni yanada rivojlantirish bo'yicha xulosalar chiqariladi va uni optimallashtirish amalga oshiriladi.

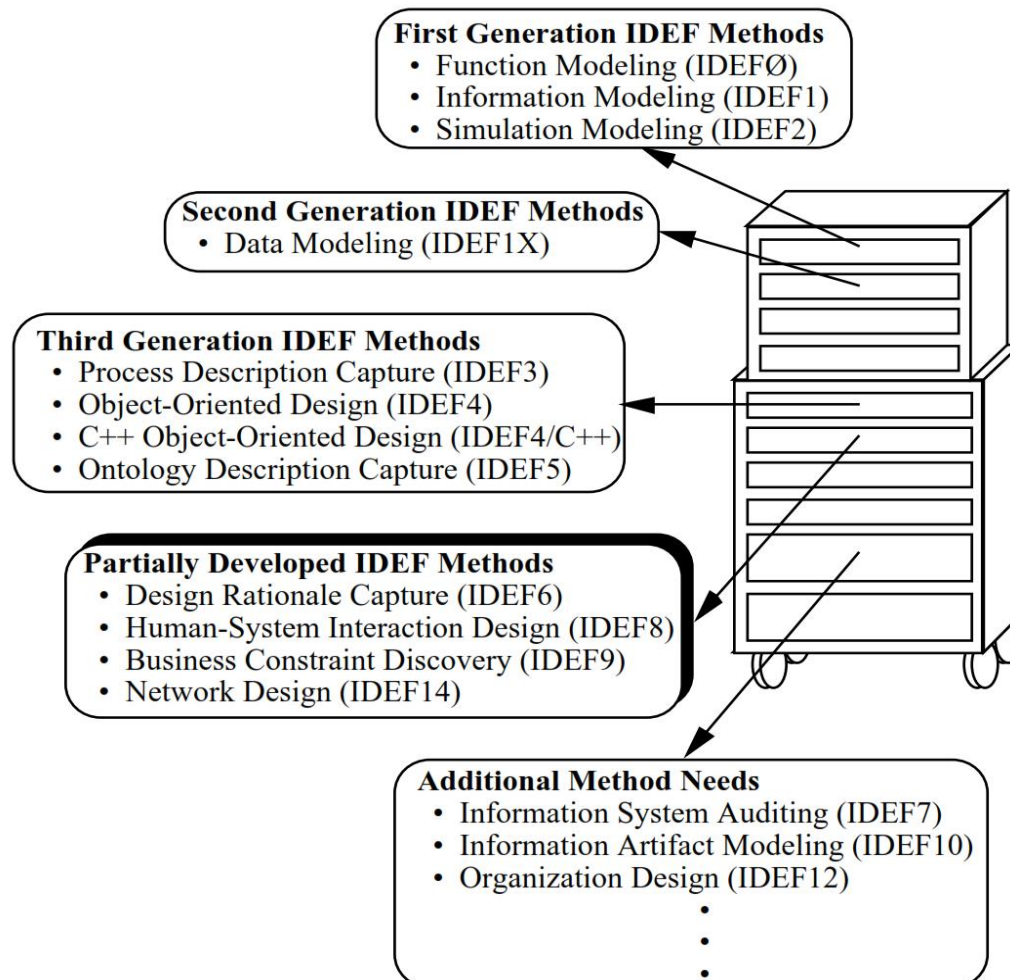
8) **IDEF6 (Design Rational Capture)** – bu loyihalashtirilgan modellarga bo'lgan ehtiyojni asoslash, sabab-oqibat munosabatlarini aniqlash va buni tizimning yakuniy hujjatlarida aks ettirish imkonini beruvchi axborot tizimlarini loyihalash jarayonini oqilona tasvirlash usuli.

9) **IDEF8 (User Interface Modeling – Foydalanuvchi interfeysini modellashtirish) – Human-System Interaction Design Method** – Inson va tizimning o'zaro ta'sirini loyihalash usuli, ya'ni foydalanuvchining turli xil tabiatdagi tizimlar bilan o'zaro ta'sirini loyihalash usuli (ma'lumotni hisoblash shart emas).

10) **IDEF9 (Business Constraint Discovery Method)** – bu "cheklovlar" nuqtai nazaridan biznes tizimlarini o'rganish va tahlil qilish usuli. Cheklovlar natijani boshlaydi, obyektlar va agentlarning xatti-harakatlarini yo'naltiradi va cheklaydi (avtonom dasturiy modullar) tizimning maqsadlari yoki niyatlarini amalga oshirish uchun.

11) **IDEF14** (*Network Design Method*) – bu kompyuter tarmog‘ini loyihalash usuli bo‘lib, u talablarni belgilash, tarmoq komponentlarini aniqlash, mavjud tarmoq konfiguratsiyalarini tahlil qilish va kerakli tarmoq xususiyatlarini shakllantirish imkonini beradi.

KBSI (Knowledge Based System Inc.) korporatsiyalari tomonidan e‘lon qilingan IDEF7 (*Information System Audit Method – Axborot tizimini tekshirish usuli*), IDEF10 (*Information Artifact Modeling – Axborot artefaktini modellashtirish*) va IDEF12 (*Organization Design – Tashkilotni loyihalash*) usullari keyinchalik rivojlanishni olmadi.



### IDEF Strukturaviy modellashtirish standartlari oilasi

IDEF metodologiyalari oilasi yordamida keng doiradagi murakkab tizimlarning faoliyat modellarini samarali namoyish qilish va tahlil qilish mumkin. Bugungi kunga kelib, AQShda federal standartlar maqomini olgan IDEF0 va IDEF1 (IDEF1X) metodologiyalari eng keng tarqalgan va qo‘llaniladi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Цуканова О. А. Методология и инструментарий моделирования бизнес-процессов: учебное пособие – СПб.: Университет ИТМО, 2015. – 100 с.
2. Information Integration for Concurrent Engineering (IICE) IDEF4 Object-oriented Design Method Report [Elektron manba]. – Kirish rejimi: <http://www.idef.com/pdf/Idef4.pdf>, bepul.
3. Information Integration for Concurrent Engineering (IICE) IDEF4 Objectoriented Design Method Report [Elektron manba]. – Kirish rejimi: <http://www.idef.com/pdf/Idef4.pdf>, bepul.

### BIZNES JARAYONLARINI TAVSIFLASH VA MODELLASHTIRISHNING MOHIYATI

<sup>1</sup>Eshankulov H.I., <sup>2</sup>Murodova Z.R., <sup>2</sup>Boltayev Sh.J

<sup>1</sup> Buxoro davlat universiteti dotsenti

<sup>2</sup>Buxoro muhandislik-texnologiya institute dotsenti

**Biznes-jarayon** – bu nazorat harakati va resurslar yordamida jarayonning kirishlari iste‘molchilar uchun qimmatli bo‘lgan natijalarga aylantiriladigan izchil, maqsadli va tartibga solinadigan faoliyat tizimi.

Biznes jarayonining asosiy xususiyatlari shundan iboratki, bu umumiy manfaatlar uchun tizimga birlashtirilgan cheklangan subyektlar va obyektlar to'plamidagi munosabatlar, motivlar, cheklovlar va resurslar bilan belgilanadigan cheklangan va o'zaro bog'langan harakatlar to'plamidir.

Biznes jarayonlari *asosiy, o'zaro bog'liq, yordamchi, ta'minlovchi, boshqaruv jarayonlari va rivojlanish jarayonlariga* bo'linadi.

*Asosiy biznes jarayonlari* - bu korxonani yaratish va iqtisodiy faoliyatning ma'lum bir natijasiga erishishni ta'minlash uchun maqsadli obyektlar bo'lgan tovarlar ishlab chiqarish yoki xizmatlar ko'rsatishga qaratilgan jarayonlar.

*O'zaro bog'liq biznes jarayonlari* - bu korxonada xo'jalik faoliyatining tegishli natijalarini shakllantirishga olib keladigan jarayonlar.

*Yordamchi va ta'minlovchi biznes jarayonlari* - bu asosiy va tegishli jarayonlarning hayotiy ta'minoti uchun mo'ljallangan va ularning o'ziga xos xususiyatlarini qo'llab-quvvatlashga qaratilgan jarayonlar.

*Boshqaruv biznes jarayonlari* - bu har bir biznes-jarayon va umuman korxonada darajasidagi boshqaruv funktsiyalarining butun majmuasini qamrab oluvchi jarayonlar.

*Rivojlanish biznes-jarayonlari* ishlab chiqarilgan mahsulot yoki xizmatlarni takomillashtirish jarayonlari, texnologiyalarni ishlab chiqish jarayonlari, uskunalarni o'zgartirish jarayonlari, shuningdek innovatsion jarayonlardir.

Biznes jarayonlarining tavsifi ularni keyinchalik tahlil qilish va takomillashtirish maqsadida amalga oshiriladi. Biznes-jarayonlarni modellashtirish nafaqat korxonada qanday ishlashini, uning tashqi tashkilotlar, mijozlar va yetkazib beruvchilar bilan o'zaro munosabatini, balki har bir alohida bo'linma, uchastka, ish joyida faoliyat qanday tashkil etilganligini tahlil qilish imkonini beradi.

Biznes jarayonlarining tavsifi ularni keyingi tahlil qilish va takomillashtirish maqsadida amalga oshiriladi. Biznes-jarayonlarni modellashtirish nafaqat korxonada qanday ishlashini, uning tashqi tashkilotlar, mijozlar va yetkazib beruvchilar bilan o'zaro munosabatini, balki har bir alohida bo'linma, uchastka, ish joyida faoliyat qanday tashkil etilganligini tahlil qilish imkonini beradi.

Umuman olganda, biznes-jarayon modeli quyidagi savollarga javob berishi kerak, bu har tomonlama tahlil qilish, biznes jarayonini barcha nuqtai nazardan ko'rib chiqish va uni batafsil ko'rib chiqish imkonini beradi:

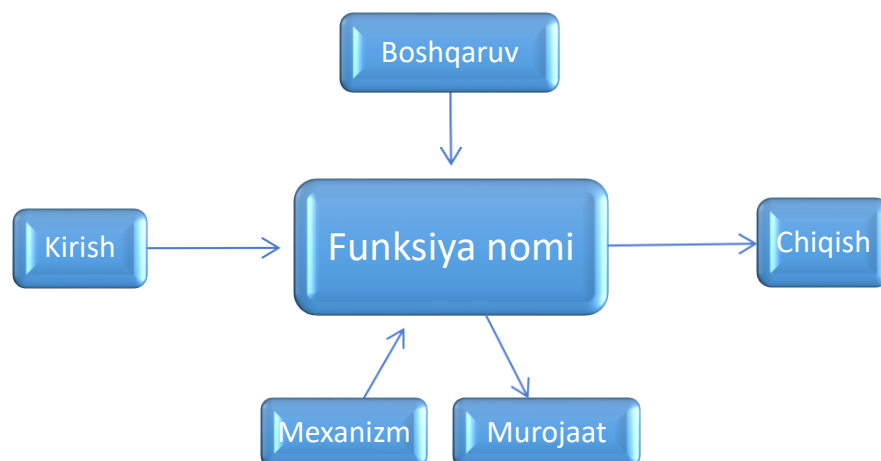
- istalgan yakuniy natijaga erishish uchun qanday protseduralar (funktsiyalar, ishlar) bajarilishi kerak;
- ushbu protseduralar qanday tartibda amalga oshiriladi;
- ko'rib chiqilayotgan biznes-jarayon doirasida qanday nazorat va boshqaruv mexanizmlari mavjud;
- jarayonning protseduralarini kim amalga oshiradi;
- har bir jarayon protsedurasini qanday kirish hujjatlari/ma'lumotlaridan foydalanadi;
- jarayon protsedurasini qanday chiquvchi hujjatlarni/ma'lumotlarni yaratadi;
- har bir jarayon protsedurasini bajarish uchun qanday resurslar kerak;
- protseduraning bajarilishini qanday hujjatlar/shartlar tartibga soladi;
- qanday parametrlar protseduralarni amalga oshirishni va butun jarayonni tavsiflaydi.

***Biznesni modellashtirish*** – bu mavjud biznes jarayonlarini aniqlash, tavsiflash, tahlil qilish, shuningdek, yangi biznes jarayonlarini loyihalash faoliyati.

Biznesni modellashtirish, shuningdek, dasturiy ta'minotni ishlab chiqish jarayonida korxonada faoliyatini tavsiflovchi va tizimga qo'yiladigan talablarni belgilaydigan intizom va alohida kichik jarayon (ishlab chiqilgan axborot tizimida avtomatlashtirishga to'g'ri keladigan quyi jarayonlar va operatsiyalar) deb ham ataladi.

***Biznes modeli*** deganda biz ma'lumotlar, hujjatlar, tashkiliy bo'linmalar va tashkilotning mavjud yoki taklif etilayotgan faoliyatini aks ettiruvchi boshqa obyektlar bilan bog'liq jarayonlar va/yoki funktsiyalar/operatsiyalar tarmog'ining tuzilgan grafik tavsifini tushunamiz.

Korxonada modeli, uning barcha biznes jarayonlari aniq maqsadga yo'naltirilganligi uni takomillashtirish imkoniyatini beradi. Biznes jarayonlarini haqiqatga iloji boricha yaqinroq modellashtirish korxonada bilan haqiqiy tajribalar o'tkazmasdan takomillashtirishni tanlash va sinab ko'rish va shu bilan xavfni kamaytirish imkonini beradi. Biznes modeli turli nuqtai nazarlardan oldindan baholash imkonini beradi. Korxonada uchun asosiy talablar uning ishlashi, boshqaruvi, samaradorligi, faoliyatining yakuniy natijasi va mijozlarni qondirish darajasidir.



#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Цуканова О. А. Методология и инструментарий моделирования бизнес-процессов: учебное пособие – СПб.: Университет ИТМО, 2015. – 100 с.
2. Information Integration for Concurrent Engineering (IICE) IDEF4 Object-oriented Design Method Report [Elektron manba]. – Kirish rejimi: <http://www.idef.com/pdf/Idef4.pdf>, bepul.
3. Information Integration for Concurrent Engineering (IICE) IDEF4 Objectoriented Design Method Report [Elektron manba]. – Kirish rejimi: <http://www.idef.com/pdf/Idef4.pdf>, bepul.

### PYTHONDA TURTLE GRAFIK MODULIDA ISHLASH.

Fayziyeva D.H., Tojiyev A.H

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Turtle grafikasi bolalarga dasturlash tilini o'rgatishning mashhur usullaridan biri hisoblanadi.

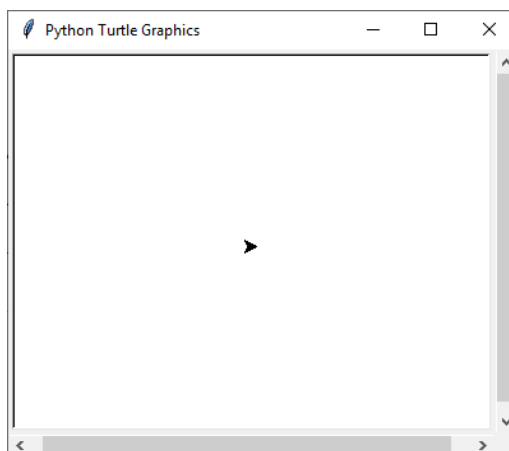
Turtle moduli Python uchun maxsus oynada grafik ob'ektlar, chizmalar yaratishga imkon beruvchi moduldir. Turtle modulida buyruqlarning ijrojsi - toshbaqacha. Toshbaqacha tasvir maydonida qo'lida ruchka ushlab oldinga (turtle.forward) yoki orqaga (turtle.backward) qarab harakat qilishi mumkin. Qo'lidagi pero tasvir maydonigi tushirilgan bo'lsa toshbaqaning izi chiziladi. Pero ko'tarilgan bo'lsa chiziq chizilmaydi, ya'ni oddiy ko'chish amali bajariladi.

Toshbaqa harakatini boshqaruvchi goto(x,y) funktsiyasi toshbaqani joriy vaziyatidan tasvir maydonining koordinatalari (x,y) bo'lgan nuqtaga ko'chadi.

1-misol. Turtle grafik oynasini ochish.

```

from turtle import *
t = Turtle()
t.screen.setup(400, 320)
  
```

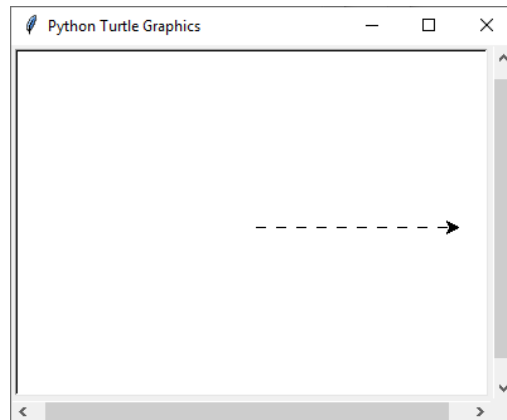


2-misol. Punktir chiziq chizamiz

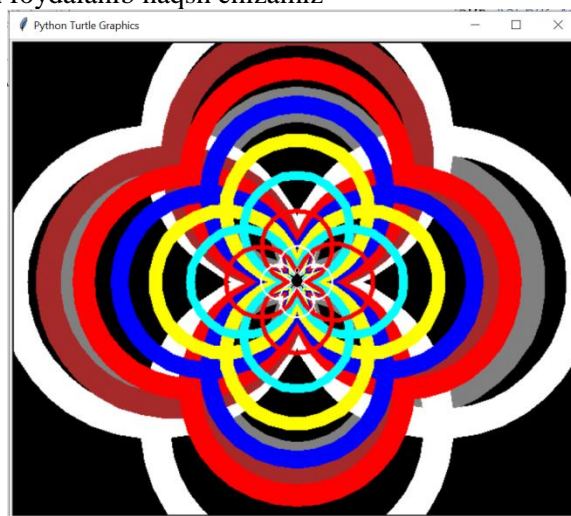
```

from turtle import *
t = Turtle()
t.screen.setup(400, 300)
for i in range(10):
  
```

```
t.fd(8)
t.up()
t.fd(8)
t.down()
```



3-misol. Aylanalardan foydalanib naqsh chizamiz



```
from turtle import*
speed(20)
shape("turtle")
bgcolor("black")
pencolor("gray");pensize(40);circle(100);rt(90);circle(130);
rt(90);circle(100);rt(90);circle(130)
pencolor("white");pensize(34);circle(160);rt(90);circle(160); rt(90);circle(160);rt
(90);circle(160)
pencolor("brown");pensize(28);circle(110);rt(90);circle(140); rt(90);circle(140);rt(90);
circle(110)
pencolor("red");pensize(25);circle(120);rt(90);circle(120);
rt(90);circle(120);rt(90);circle(120)
pencolor("blue");pensize(20);circle(100);rt(90);circle(100);
rt(90);circle(100);rt(90);circle(100)
pencolor("yellow");pensize(15);circle(80);rt(90);circle(80);rt(90);circle(80);rt(90);circle(80)
pencolor("Aqua");pensize(10);circle(60);rt(90);circle(60);rt(90);circle(60);rt(90);circle(60)
pencolor("red");pensize(5);circle(43);rt(90);circle(40);rt(90);circle(40);rt(90);circle(40)
pencolor("white");pensize(2);circle(20);rt(90);circle(20);rt(90);circle(20);rt(90);circle(20)
exitonclick()
```

Dasturda to'qqiz xil rangda to'rttadan aylanalar chizilgan, speed tezlikni, shape shaklni, bgcolor oyna fonini, pencolor qalamning rangini, pensize qalamning olchamini bildiradi.

Xulosa. Turtle grafikasi o'quvchilarga dasturlash tilini o'rgatishda samarali yordam beradi.

# YAYLOVLARDA CHORVACHILIK BILAN SHUG'ULLANADIGAN XO'JALIKLARNING DAROMADLARINI MAKSIMALLASHTIRISHDA RAQAMLI IQTISODIYOT METODLARINI QO'LLASH

**Gabbarov S.N**

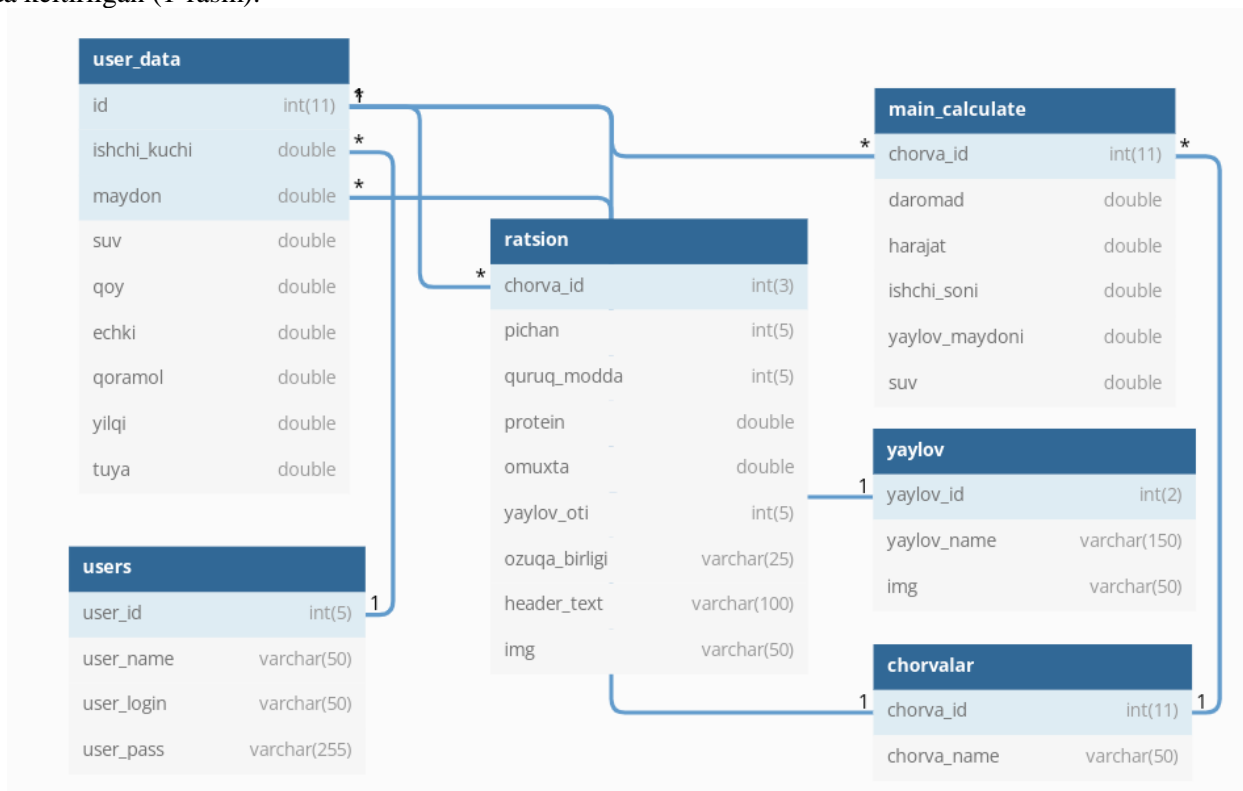
*Navoiy davlat konchilik instituti Nukus filiali, Navoiy, O'zbekiston*

Axborot texnologiyalarning rivojlanishi, axborot oqimlarining va hajmining tobora ortib borishi, ma'lumotlarning tez o'zgarishi kabi holatlar insoniyatni bu ma'lumotlarni o'z vaqtida qayta ishlash choralarining yangi usullarini izlab topishga va joriy etishga undamoqda. Hozirgi kunga kelib mazkur vazifani amalga oshirishda ma'lumotlar bazasidan va ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlaridan keng foydalanilmoqda [1].

Ma'lumotlarni saqlash, uzatish va qayta ishlash uchun ma'lumotlar bazasini yaratish, so'ngra undan foydalanish bugungi kunda dolzarb masalalardan biri bo'lib qolmoqda. Hozirda moliya, ishlab chiqarish, savdo – sotiq va boshqa korxonalar ishlarini ma'lumotlar bazasiz tasavvur qilib bo'lmaydi [2]. Iqtisodiyot tarmoqlarida raqamli iqtisodiyot elementlarini joriy etishda ham ma'lumotlar bazasidan keng foydalanilmoqda. Ma'lumotlar bazasining asosiy modeli sifatida esa ko'pincha relyatsion model qo'llanilmoqda.

Relyatsion ma'lumotlar bazasida har bir ob'ekt jadvaldagi yozuv (qator) bilan aniqlanadi [1]. Relyatsion ma'lumotlar bazalari relyatsion ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimi yordamida yaratiladi va boshqariladi. Relyatsion ma'lumotlar bazasi ikki o'lchovli jadvallarda saqlanadigan o'zaro bog'langan ma'lumotlarning yig'indisi bo'lib hisoblanadi [3].

Mazkur tadqiqot ishida yaylovlarda chorvachilik bilan shug'ullanadigan xo'jaliklarning daromadlarini maksimallashtirishda simpleks usulini qo'llash va foydalanuvchilar uchun tushunarli va qulay bo'lgan interfeys yordamida amalga oshirish maqsadida axborot tizimi ishlab chiqildi. Tizim uchun yaratilgan ma'lumotlar bazasi 6 ta jadvaldan iborat bo'lib ularning har birida alohida ma'lumotlar strukturalashtirilgan ko'rinishda saqlanadi. Ushbu ma'lumotlar bazasining infologik modeli quyidagi rasmda keltirilgan (1-rasm).



**1-rasm. Ma'lumotlar bazasi jadvallari orasidagi bog'lanishlar**

Bazaning user\_data va users jadvalarida foydalanuvchilar haqida, ratsion jadvalida chorvalarning yillik ratsioni haqida, main\_calculate jadvalaida simpleks usuli uchun ma'molar, yaylov jadvalida yaylovlar haqida, chorvalar jadvalida esa chorva mollari haqidagi ma'lumotlar saqlanadi.

Tadqiqot ishi davomida yaratilgan axborot tizimidan foydalanish orqali xo'jalaiklarning daromadlarini maksimallashtirish amalga oshirildi va ko'zlangan maqsadga erishildi.



#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. *Гринченко, Н.Н.* Проектирование баз данных. Учебное пособие для вузов. / Н.Н. Гринченко и др. - М.: РиС, 2013. - 240 с.
2. *Мартишин, С.А.* Проектирование и реализация баз данных в СУБД MySQL с использованием MySQL Workbench / С.А. Мартишин, В.Л. Симонов, М.В. Храпченко. - М.: Форум, 2018. - 61 с.
3. *Шпак, Ю.А.* Проектирование баз данных. Просто как дважды два / Ю.А. Шпак. - М.: Эксмо, 2007. - 304 с.

### BLOCKCHAIN TEXNOLOGIYASI ASOSIDAGI ISHLAYDIGAN SMART CONTRACTLAR VA ULARNING IMKONIYATLARI

**Geldibayev B.Y**

*Qoraqalpog' davlat universiteti, Nukus, O'zbekiston*

Smart contract matematik algoritmlar asosida shartnomalar tuzish va ularning bajarilishini nazorat qilish imkonini beradigan kompyuter protokoli bo'lib hisoblanadi.

Smart contractlar g'oyasini ilk bor 1993 yilda Nik Sabo taklif etgan. Sabo real hayotdagi shartnomalarni kompyuter dasturiga aylantirib, ularni dasturiy yoki dasturiy-apparat ko'rinishda saqlab inson ishtirokisiz bajarilishini shu bilan bunday shartnomalarning qabul qilinishi va bajarilishida uchunchi shaxs yoki tashkilotning ishtirokini olib tashlash mumkinligini takidlagan [1].

Ammo, smart contractlarning asosiy xususiyatlaridan biri, undagi shartnoma shartlari o'z o'zidan avtomat tarzda bajarilishi bo'lib Blokchain texnologiyasi paydo bo'lgunga qadar, bu texnologik jihatdan imkonsiz bo'lib hisoblangan. Lekin, Blockchain texnologiyasi paydo bo'lgandan so'ng, u smart contractlarni kompyuterlar yordamida amalga oshirish uchun imkoniyatlar yaratdi [2]. Buning natijasida esa blockchain texnologiyasi asosida ishlaydigan smart contract tizimlari yaratildi va bugungi kunda turli sohalarda keng qo'llanilmoqda.

Smart contract muayyan dasturlash tili yordamida yozilgan dastur bo'lib uning kodi blockchinda saqlanadi va har bir shartnoma o'zining noyob manziliga ega bo'ladi. Shartnoma shartlarining aniq va to'g'ri bajarilishi esa blockchain konsensus protokoli yordamida amalga oshiriladi [1].

Sohalarda smart contractlarni qo'llash bir qator qulayliklarni yaratib beradi. Jumladan, tomonlar bitim tuzishga qaror qilishdan oldin uning natijalarini oldindan bilishi, shartnoma shartlarining aniq bajarilishiga ishonch hosil qilishi mumkin, sababi smart kontrakt kodi oldindan blockchain tizimida joylashtirilgan bo'ladi va bu kodni o'zgartirish texnik jihatdan mumkin emas bo'lib hisoblanadi. Tomonlarning hech biri shartnomani to'liq nazorat qilmaydi va ularning har biri jarayonni tekshirish imkoniyatiga ega bo'ladi. Bulardan tashqari barcha o'zaro ta'sirlar elektron raqamli imzo yordamida ishonchli imzolanadi. Bu o'z navbatida bahslarning paydo bo'lish ehtimolini kamaytiradi, chunki ishtirokchilar o'zlari qatnashayotgan ushbu jarayonning yakuniy natijasi bilan oldindan tanish bo'lishadi va kelishuv bo'yicha oldindan barchasiga rozi bo'ladilar.

Hozirgi vaqtda smart contractlarni amalga oshirish uchun bir nechta blockchain platformalar yaratilgan bo'lib ular ichida eng keng foydalanilayotgani Ethereum blockchain platformasi bo'lib hisoblanadi.

Ethereum - bu smart contractlar va markazlashtirilmagan dasturlarni yaratishga imkon beruvchi o'zining Solidity nomli maxsus dasturlash tiliga ega bo'lgan blockchain platformasi [3]. Ushbu platforma yordamida smart contractlarni hosil qilish ularni tizimda joylash va bajarilishini nazorat qilish mumkin.

Xulosa qilib aytganda bugungi kunda smart contractlar turli xil sohalarda qo'llanilib ular asosida tuzilgan shartnomalar dasturiy kod sifatida yaratiladi. Mazkur shartnomalar blockchinda saqlanganligi sababli ularni o'zgartirish texnik jihatdan mumkin emas va uning shartlari bajarilishi matematik algoritmlar yordamida kafolatlangan. Bundan tashqari ular narxlarni pasaytirish, tezlik, aniqlik, samaradorlik va oshkorlik kabi qator afzalliklarni taqdim etadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. *Christidis K., Devetsikiotis M.* Blockchains and Smart Contracts for the Internet of Things // IEEE Access, № 4, May 2016. pp. 2292 - 2303.
2. *Reyna A., Martin C., Chen J., Soler E., Díaz M.* On blockchain and its integration with IoT. Challenges and opportunities // Future Generation Computer Systems, № 88, November 2018. pp. 173–190.
3. Ethereum – глобальная платформа с открытым исходным кодом для децентрализованных приложений. [Электронный ресурс] // Ethereum: [сайт]. URL: <https://ethereum.org/ru/>

# JAVASCRIPT TILIDA KESHLASHNI AMALGA OSHIRISHDA SERVICE WORKERLARNING HAYOT SIKLI TAHLILI

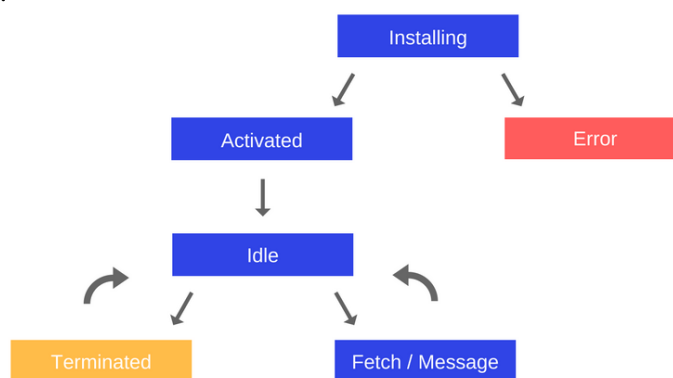
<sup>1</sup>Geldibayev B.Y., <sup>2</sup>Bekniyazova N. D. <sup>2</sup>Baytileuova G. D.

<sup>1</sup>Qoraqalpoq davlat universiteti, Nukus, O'zbekiston

<sup>2</sup>Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti  
Toshkent, O'zbekiston

Service Workerlar brauzer tomonidan yaratilib fon rejimida ishlaydigan skriptlar bo'lib hisoblanadi [1]. U hech qanday tarzda veb-sahifa yoki DOM bilan bog'liq emas va tarmoq so'rovlarini qayta ishlash, push-bildirishnomalar qabul qilish, uzatish va fon orqali sinxronizatsiyani bajarish kabi funktsiyalarni amalga oshirish uchun qo'llaniladi [2]. Service worker brauzerga keshlangan ma'lumotlarni foydalanish orqali oflayn rejimda ishlash imkoniyatini ham beradi. Uning yordamida tarmoqdan keladigan barcha so'rovlarni qabul qilib olish va qayta ishlash mumkin.

Service workerdan foydalanish uchun dastlab uni ro'yxatdan o'tkazish kerak bo'ladi. Ularning butun ishlashi davomida quyidagi rasmda ko'rsatilgan hayot sikli ketma ketligi sodir bo'ladi (1-rasm). Mazkur hayot siklining har birida o'ziga hos metodlar mavjud bo'lib ulardan yuz beradigan hodisalarni qayta ishlashda foydalaniladi [1].



1-rasm. Service worker hayot sikli ketma-ketligi

Service worker ishga tushirilganda dastlab install hodisasi yuz beradi. Bu hodisani kuzatish uchun sw.js faylidan foydalanish mumkin. Bu hodisa davomida quyidagilarni ishlash kerak bo'ladi:

- keshni shu hodisaga o'rnatamiz;
- barcha statik ma'lumotlarni keshga qo'shamiz.

Bunda event.waitUntil() metodidan foydalanamiz [3]. Agar qandaydir bir fayl keshda mavjud bo'lmasa unda mazkur fayllarni keshga qo'shishimiz kerak bo'ladi. Shuning uchun dastlab keshdagi ma'lumotlarni tekshirib ko'rish talab etiladi. Agar keshdagi kerakli ma'lumotlar mavjud bo'lmasa unda service worker o'rnatilishida xatolik yuz beradi.

**Activate.** Service worker muvofaqiyatli o'rnatilgandan so'ng activate hodisasi ishga tushiriladi. Mazkur hodisada eski keshlarni o'chirib tashlash mumkin. Buning uchun caches o'zgaruvchisidan foydalanib unda delete metodini chaqirish kerak.

**Fetch.** Har bir fetch so'rovini amalga oshirganimizda unga mos ravishda fetch hodisasi ishga tushiriladi. Server va mijoz kompyuter orasida barcha so'rovlar service worker ustidan o'tkazadi [3]. So'rovlarni o'tkazish vaqtida ularni qayerga yuborish kerakligi service worker hal qilib beradi. Vaziyatdan kelib chiqqan holda mazkur so'rovlarni tarmoqqa jo'natish yoki keshga yo'naltirish mumkin [2]. Ko'pincha bunday vazifani amalga oshirish uchun dastlab keshga murojaat qilinadi agar keshda kerakli ma'lumotlar bo'lmasa unda so'rov tarmoq orqali uzatiladi va kerakli ma'lumotlar serverdan yuklab olinadi.

Xulosa qilib aytganda JavaScript tilidagi service workerlar bizlarga web ilovalarni foydalanuvchilar uchun yanayam qulay qilib yaratishga va sozlashga imkon beradi. Serverga uzatiladigan barcha so'rovlar service workerlar ustidan o'tkaziladi. Bu esa o'z navbatida bizlarga ma'lumotlarni keshlashda qo'shimcha qulayliklar yaratib beradi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ivano Malavolta, Petar Vukmirovic, Assessing the Impact of Service Workers on the Energy Efficiency of Progressive Web Apps, 4th International Conference on Mobile Software Engineering and Systems, 2017

2. Zulkifli Tahir, Amil A. Ilham, Muhammad Niswar, Progressive Web Apps Development and Analysis with Angular Framework and Service Worker for E-Commerce System, IEEE International Conference on Computing, 2021

3. <http://prgssr.ru/development/sozdaem-service-worker.html> - Создание сервис-воркера: разбор примера.

## PHPDA MYSQL BERILGAN BAZASI BILAN ISHLASH

<sup>1</sup>Jalolov I.I., <sup>2</sup>Xayatov X.U., <sup>2</sup>Sherriyev M.A

<sup>1</sup>Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

Odatda, ma'lumotlar bazalari ma'lumotlarni saqlash sifatida ishlatiladi. PHP turli xil ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlaridan foydalanish imkonini beradi, ammo bugungi kunda PHP bilan birgalikda eng ko'p foydalaniladigan ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlaridan biri bu MySQL hisoblanadi.

MySQL - bu Oracle tomonidan ishlab chiqilgan bepul ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimi bo'lib, u sizga SQL buyruqlari yordamida ma'lumotlar bazasi bilan o'zaro ishlash imkonini beradi. MySQLni o'rnatish va sozlash nisbatan oson. Bundan tashqari, ushbu MBBT barcha mashhur operatsion tizimlarda - Windows, MacOS, Linuxda ishlashi mumkin. MySQL ham kichik, ham katta loyihalar uchun juda mos keladi. Biz faqat PHP ning MySQL bilan ishlashini ko'rib chiqamiz.

Odatda PHP orqali MySQL ga bog'lanishning ikki yo'li mavjud:

MySQLi kutubxonasi (Improved MySQL)

PDO kutubxonasi (PHP Data Objects)

PDO ning afzalligi shundaki, u nafaqat MySQL, balki bir ko'p ma'lumotlar bazasi tizimlari - Firebird, PostgreSQL, SQLite, Oracle, MS SQL Server va boshqalar bilan ishlash imkonini beradi. PDO yordamida siz qo'llab-quvvatlanadigan ma'lumotlar bazasi tizimlariga bog'lanish uchun umumiy yondashuvdan foydalanishingiz mumkin, bu erda bog'lanish qatorini o'zgartirish ko'pincha yetarli bo'ladi, bu tabiiy ravishda moslashuvchanlikni oshiradi. PDO ning yana bir xususiyati shundaki, bu kutubxona ma'lumotlar bazalari bilan ishlash uchun ob'ektga yo'naltirilgan yondashuvni ifodalaydi.

MySQLi kengaytmasi faqat bitta MBBT - MySQL bilan cheklangan. MySQLi ma'lumotlar bazalari bilan o'zaro ishlashning ikkita usulini taqdim etadi: ob'ektga yo'naltirilgan va protsedurali.

Ikkala usul ham hozirda keng tarqalgan. Shuning uchun, PDO va MySQLi orqali MySQL bilan qanday ishlashni ko'rib chiqamiz. Ikkala kutubxona ham - **mysqli** va **pdo\_mysql** - odatda asosiy PHP paketiga kiritilgan. Ushbu kutubxonalar bilan ishlashni boshlash uchun **php.ini** konfiguratsiya faylini biroz o'zgartirishimiz kerak.

**mysqli va pdo\_mysql ulanishlar.** MySQL bilan ishlash uchun **mysqli** yoki **pdo\_mysql** kutubxonalaridan foydalanish uchun **php.ini** faylida tegishli kengaytmani belgilashimiz kerak.

**extension=mysqli => extension=mysqli**

**extension=pdo\_mysql => extension=pdo\_mysql**

buyrug'laridan “;” belgisini olsak, bu kengaytmalarni ulagan bo'lamiz. Endi biz MySQL ma'lumotlar bazasi bilan ishlash uchun ikkala kengaytmadan foydalanishimiz mumkin.

PDO orqali bog'lanishni yaratishimiz uchun bog'lanish sozlamalarini parametr sifatida qabul qiluvchi `new PDO()` konstruktoridan foydalanamiz.

**new PDO("mysql:host=server\_manzili;port=port\_raqami;dbname=baza\_nomi, "foydalanuvchi", "parol")**

Muvaffaqiyatli bog'lanishdan so'ng, `new PDO()` konstruktori shu boglanish uchun PDO ob'ektini qaytaradi. Shu obyekt orqali ma'lumotlar bazasi bilan ishlashga muvaffaq bo'lamiz. Biroq, agar ulanishni sozlash muvaffaqiyatsiz istisno holati sodir bo'ladi. Shunga ko'ra, ushbu konstruktorning chaqiruvini `try..catch` amaliga olish tavsiya etiladi.

MySQL ma'lumotlar bazasi serveriga ulanishning oddiy usuli quyidagicha:

```
<?php
try { // ma'lumotlar bazasi joylashgan serverga ulanish
    $conn = new PDO("mysql:host=localhost", "root", "parol");
    echo " Ma'lumotlar bazasiga muvaffaqiyatli ulandi ";
}
catch (PDOException $e) {
    echo " Ulanish amalga oshmadi: " . $e->getMessage();
}
?>
```

Boglanishni uzish, PHP ochiq ma'lumotlar bazasi ulanishlarini avtomatik ravishda yopadi. Ammo skript hali ham ishlayotgan paytda ulanishni yopishingiz kerak bo'lishi mumkin. Bunday holda, PDO ob'ekti `null` ga o'rnatilishi mumkin:

```
$conn = null;
PDO da so'rovlarni bajarish. Ma'lumotlar bazasi serveriga so'rovlarni bajarish uchun PDO ob'ektida
exec() metodi chaqiriladi, unga SQL so'rov beriladi.
```

```
$conn->exec(sql_buyruq);
Jadval yaratish so'rovini quyidagicha aniqlanadi
<?php
try { // Ma'lumotlar bazasi joylashgan serverga ulanish
    $conn = new PDO("mysql:host=localhost;dbname=testdb", "root", "parol");
    $sql = "create table users (id integer auto_increment primary key, "+
        "name varchar(30), age integer);"; // Jadval yaratish SQL-so'rovi
    $conn->exec($sql); // SQL-so'rovni bajar
    echo " Foydalanuvchilar jadvali yaratildi ";
}
catch (PDOException $e) {
    echo " Ulanish amalga oshmadi: " . $e->getMessage();
}
?>
```

PDO ga ma'lumotlarni qo'shish va so'rovlarni parametrlashtirish. MySQL ma'lumotlar bazasiga ma'lumotlarni qo'shish uchun quyidagi sintaksisga ega bo'lgan INSERT sql buyrug'i ishlatiladi:

```
INSERT INTO JadvalNomi (Ustun1, Ustun 2, Ustun N) VALUES (Qiymat1, Qiymat2, QiymatN)
```

Bu buyruq PDO obyektining **exec()** metodi bilan ham bajariladi. Shuni ta'kidlash kerakki, INSERT, UPDATE va DELETE sql buyruqlari uchun **exec()** metodi buyruq ta'sir etgan yozuvlar sonini qaytaradi. Shu tarzda biz necha yozuv ustida amal bajarganimizni bilib olamiz.

Yozuv qo'shish uchun quyidagi skriptni beramiz:

```
<?php
try { // Ma'lumotlar bazasi joylashgan serverga ulanish
    $conn = new PDO("mysql:host=localhost;dbname=testdb", "root", "parol");
    // Ma'lumot qo'shish uchun SQL-so'rovi
    $sql = " INSERT INTO Users (name, age) VALUES (:username, :userage)";
    $stmt = $conn->prepare($sql); // prepared statement ni aniqlaymiz
    $stmt->bindValue(":username", "Mirjalol"); // parametrlarga qiymatni kiritamiz
    $stmt->bindValue(":userage", "30"); // parametrlarga qiymatni kiritamiz
    $affectedRowsNumber = $stmt->execute(); // prepared statement ni bajaramiz
    if($affectedRowsNumber > 0 ){ // agar biror bir yozuv ustida amal bajarilsa
        echo " ma'lumotlar ustida amallar muvaffaqiyatli bajarildi"; }
    }
catch (PDOException $e) {
    echo " ma'lumotlar bazasida xatolik: " . $e->getMessage();
}
?>
```

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. *Xaytov X.V., Sirojov P. III. Использование JQuery на веб-сайтах // Молодой ученый. — 2016. — № 13 (117). — С. 360-361*

2. *Robin Nixon. Learning PHP, MySQL&JavaScript with jQuery, CSS & HTML5, 4th Edition. O'Reilly Media. United States of America. 2015.*

## QURUVCHI MUHANDISLARNI TAYYORLASHDA KOMPYUTER TEKNOLOGIYASI IMKONIYATLARI

**Kayumov X.A**

*Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

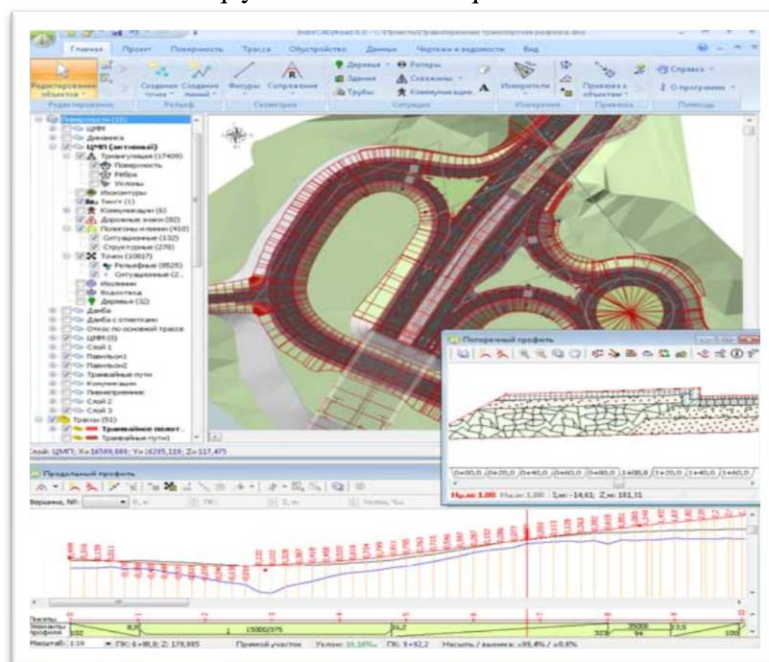
Prezidentimizning 2020 yil 4 maydagi qaroriga muvofiq Toshkent davlat transport universitetida transport sohasi uchun yuqori malakali kadrlarni tayyorlash tizimini ilg'or xorijiy tajriba va xalqaro standartlar asosida tubdan takomillashtirish, o'quv jarayoniga o'qitishning innovatsion shakl va metodlarini hamda zamonaviy pedagogik va axborot texnologiyalarini keng joriy etish maqsadida bir-qancha ijobiy ishlar amalga oshirilmoqda.

Talabalar kurs mavzulari doirasida ixtisosligiga qarab tanlangan bir qancha hisob grafik va laboratoriya ishlarini bajarishadi.

Mazkur hisob grafik va laboratoriya ishlari o'quv yilining 2-semestrda avtomatlashtirilgan loyihalashning AutoCAD tizimida laboratoriya mashg'ulotlarida amalga oshiriladi. Bunday mantiqiy ketma-ketlikdagi laboratoriya ishlarini bajarish talaba-yoshlarda fazoviy tasavvurni shakllantiribgina

qolmay, muhandislik ishlarini topshiriqlarini muvafaqqiyatli topshirishida axborot kommunikasiya texnologiyalarini, kompyuterning grafik amaliy dasturlarini mukammal o'zlashtirishlarini puxta o'zlashtirishlarini talab etadi va ular o'zlarining mustaqil ta'limini oqilona tashkil etishi talab qilinadi.

Bundan tashqari kasbiy faoliyatga doir muhandislik loyihalarini amalga oshiruvchi bir qancha, hozirgi kundagi zamonaviy, dolzarb bo'lgan kompyuter dasturlarini, misol uchun "IndorSoft" tizimi, shu jumladan "IndorCad" tizimi misol keltirishimiz mumkin. IndorSoft dasturiy ta'minot mahsulotlarining umumiy ko'rinishi IndorSoft kompaniyasi yo'l sohasida faoliyat yurituvchi loyihalash, tadqiqot va ekspluatatsion tashkilotlar faoliyatini avtomatlashtirish uchun kompleks dasturiy va apparat yechimlarini bajaruvchi dasturdir. IndorSoft texnologiyalari ob'ektlarning butun hayotiy sikli davomida ishning katta qismini avtomatlashtirishga imkon beradi: tadqiqot va loyihalashdan tortib, qurilish va foydalanishgacha. Muhandislik tadqiqotlari ma'lumotlarini qayta ishlash va chiziqli ob'ektlarni



loyihalash, bosh rejalar va erni boshqarish uchun IndorSoft va IndorCAD universal dizayn tizimini samarali dastur deyishimiz mumkin. Uning asosida ixtisoslashtirilgan yechimlar yaratilgan, masalan:

- IndorCAD-Toro topografik rejalarini tayyorlash tizimi;
- IndorCAD-Road avtomobil yo'llarini loyihalash tizimi;
- IndorCAD-Sayt bosh rejalarini loyihalash tizimi;
- IndorCAD kanal ishlarini loyihalash va tajriba sxemalarini tayyorlash tizimi.

Dizayn natijalari IndorDraw tizimiga o'tkaziladi, unda chop etish uchun chizmalarni yakuniy tayyorlash amalga oshiriladi.

Ayni paytda ushbu dasturlar asosida yo'llar, elektr va quvur tarmoqlarini kompleks boshqarish, yer va ko'chmas mulkni boshqarish bo'yicha ixtisoslashtirilgan yechimlar yaratilgan. Dasturiy ta'minot mahsulotlarining ikkita asosiy liniyasiga qo'shimcha ravishda (IndorCAD va IndorGIS) IndorSoft zamonaviy muhandis faoliyatining turli tomonlarini avtomatlashtirishga imkon beruvchi ko'plab qo'shimcha dasturlarni ishlab chiqdi.

## DATA MINING TECHNOLOGY IN THE BANKING SECTOR

**Mirzakulov J.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

e-mail: jahongir88@mail.ru

Today, the existence of the bank depends on the correct, as well as promptly decisions. Thanks to the huge volumes of data collected daily in banks, the main tasks in all directions are solved. These data make up the majority of the necessity to make a strategic decision.

The use of Big Data technology in a bank is an advantage over with competitors.

Also, due to the use of Big Data technologies, work efficiency of the bank is increased, because there is a quick extraction of the necessary information from large arrays of data, as well as analysis in various aspects.

Thanks to Big Data technology, it became possible to develop more accurate marketing offers, by analyzing the customer base and unstructured data from social networks. As a result, the proposal will be more in line with expectations diverse target audience.

Today, using Dig Data technology, banks integrate into their activities new high-quality analytics along with elements of artificial intelligence. All information about the bank's activities is distributed among a large number of operating systems and transaction processing systems. Based on this, there is a need for combining all the information to obtain real knowledge. This issue is resolved with the help of Data Mining technology. It is part of the profiling of borrowers in the field of banking.

One of the methods of data mining is the profiling of best practices. This method allows you to identify the most successful regions, branches, as well as customers, identify their characteristics and plan the future activities of the bank.

Banks use Data Mining technology to solve the following range of tasks:

- Determining the creditworthiness of a bank client.

The total number of bank customers is divided into 2 categories ("loan repaid" and "loan not returned). Based on the category of those who did not repay the loan, the main characteristic traits of a potential defaulter are defined. As a result, when there is an application for a loan to a new the client, one category or another is assigned.

- Fraud detection.

"Suspicious stereotypes of behavior" are used to identify fraudsters. They are determined by analyzing bank transactions that were fraudulent. For detection of suspicious cases, a cumulative workflow is used for a certain period of time. If the system comes to the conclusion that the next operation is suspicious, then the bank employee, relying on this information, can block the operations of a specific client.

- Customer segmentation.

With the help of Data Mining technology, the bank can segment customers and in the future, purposefully conduct a marketing campaign to attract customers corresponding to the found profile.

- Attracting new clients.

With the help of profiling, the bank can structure customers into "more profitable" and "less profitable". After the most profitable segment was determined, the bank launches a marketing campaign to attract customers from the "more profitable" group.

## OLIMPIADA MASALALARINI YECHISHDA SLIDING WINDOW TEXNIKASIDAN FOYDALANISH

**Rustamov H.Sh., Akramov O.I.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Bugungi kunda zamonaviy axborot texnologiyalaridan samarali foydalanish va jamiyat taraqqiyotining barcha sohalarida keng joriy qilishning asosiy zaminida dasturlash savodxonligini egallaganlik darajasi yotadi. Shunday ekan. bugungi davrda o'quvchilarni bu sohada yetuk mutaxassis qilib tarbiyalash har birimizning eng muhim vazifalarimizdan biri hisoblanadi. Bunday dolzarb vazifani amalga oshirishda esa o'quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini va matematik taffakurini rivojlantirishga qaratilgan algoritmlarning o'rni beqiyosdir. Ushbu maqolada biz mana shunday muammolarni hal qilish usullaridan biri hisoblanuvchi Sliding Window algoritmini ko'rib chiqamiz.

Sliding Window algoritmi asosan chiziqli ketma-ketlik yoki massivni o'z ichiga olgan olimpiada masalalarini hal qilishda ishlatiladi. Window so'zi inglizcha "oyna" degan ma'noni anglatadi va massivning qism massivini ifodalaydi. Algoritmning asosiy g'oyasi ushbu Window ni surgan vaqtda, undagi qiymatlarni tahlil qilib borishga asoslangan hisoblanadi.

Sliding Window algoritmlari ketma-ketliklarning eng uzun yoki eng qisqa qism ketma-ketligini topishda eng optimal usul hisoblanadi. Ushbu algoritmning eng ajoyib tomonlaridan bir shundaki, u masalani  $O(n)$  vaqt va  $O(1)$  xotiradan foydalangan holda bajarish imkonini beradi. Quyidagi masalani bajarib ko'raylik.

**Masala:**  $N$  va  $k(1 \leq k \leq N \leq 10^6)$  sonlari hamda  $N$  ta butun sondan iborat massiv berilgan. Massivning uzunligi  $k$  bo'lgan qism massivlaridan yig'indisi eng kattasining yig'indisini chop etuvchi dastur tuzing.

№	Input.txt	Output.txt
1.	8 4 1 -2 4 8 3 -4 2 3	13
2.	9 3 4 -2 15 -9 -2 6 5 4 10	19

Avval ushbu masalani oddiy (Brute Force) algoritmda bajaraylik.

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
// Uzunligi k va yig'indisi maksimal bo'lgan
// qism massiv elementlari yig'indisini qaytaruvchi funksiya
int maxSum(int arr[], int n, int k)
{
// natija uchun mx ga dastlabki qiymatni o'rnatish
int mx = INT_MIN;
// i bilan boshlanadigan barcha qismlarni olish.
for (int i = 0; i < n - k + 1; i++) {
// qism massiv elementlari yig'indisini hisoblash
int sum = 0;
for (int j = 0; j < k; j++)
sum = sum + arr[i + j];
// Agar ehtiyoj bo'lsa mx ning qiymatini o'zgartirish
mx = max(sum, mx);
}
return mx;
}
// Asosiy dastur qismi
int main()
{
//Ma'lumotlarni o'qib olish
int n; cin>>n;
int k; cin>>k;
int arr[n];
for(int i=0;i<n;i++)
cin>>arr[i];
//Natijani ekranga chiqarish
cout << maxSum(arr, n, k);
return 0;
}

```

Ushbu algoritmda biz  $i$  o'zgaruvchiga qism massiv boshlanishi mumkin bo'lgan indekslar berildi hamda har bir  $i$ -elementdan boshlanuvchi  $k$  ta element yig'indisi qarab ketildi.

Ushbu algoritm bizga to'g'ri natijani chiqarib beradi, ammo biz har bir holatni alohida tekshirayotganimiz uchun  $O(n*k)$  vaqt sarfi bilan natijanga erishamiz. Masala shartidagi chegara uchun esa bu juda qo'pol yechim hisoblanadi.

Endi ushbu masalani Sliding Window algoritmi orqali bajarib ko'raylik.

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
// Uzunligi k va yig'indisi maksimal bo'lgan
//qism massiv elementlari yig'indisini qaytaruvchi funksiya
int maxSum(int arr[], int n, int k)
{
int window_sum=0,mx;
// Dastlab Window ichi sifatida qaralayotgan
// dastlabki k ta element yig'indisini aniqlaymiz
for(int i=0;i<k;i++)window_sum+=arr[i];

// Maksimal yig'indining dastlabki qiymati sifatida
// window_sum ning qiymatini olamiz
mx=window_sum;
// Windowni 1 birlikdan siljitamiz.
for (int i = k; i < n; i++) {
// Windowda yangi paydo bo'lgan elementni qo'shamiz
// va tushib qolganini ayiramiz
window_sum=window_sum+arr[i]-arr[i-k];

// Agar ehtiyoj bo'lsa mx ning qiymatini o'zgartiramiz

```

```

    mx = max(window_sum, mx);
}
return mx;
}
// Asosiy dastur qismi
int main()
{
//Ma'lumotlarni o'qib olish
int n;  cin>>n;
int k;  cin>>k;
int arr[n];
for(int i=0;i<n;i++)
    cin>>arr[i];
//Natijani ekranga chiqarish
cout << maxSum(arr, n, k);
return 0;
}

```

Ushbu Algoritm boshqalaridan o'quvchi tushunishiga osonligi va xususiy ko'rinishlar uchun optimal yechimni taqdim etishi bilan ajralib turadi. Biz bu texnikani minimal yoki maksimal k-qism massivni yoki uning yig'indisi, qism massivning o'zini, XOR kabi mantiqiy qiymatlarini topishda hamda vaqt sarfini  $O(N)$  ga yaqinlashtirishda va Xotira sarfini  $O(1)$  ga yaqinlashtirishda olimpiada masalalari yechimlarini optimallashtirish maqsadida unumli qo'llashimiz mumkin bo'ladi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. "How to Solve Sliding Window Problems" 29 Sep, 2018 Sergey Piterman Technical Solutions Consultant @Google. Software Engineer @Outco. Content Creator. <https://medium.com/outco/how-to-solve-sliding-window-problems-28d67601a66>
2. "General Incremental Sliding-Window Aggregation" Martin Hirzel, Scott Schneider, Kun-Lung Wu IBM Research, Yorktown Heights, NY, USA {hirzel,scott.a.s,klwu}@us.ibm.com









## COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PYTHON PROGRAMMING LANGUAGE

**Rustamov Kh.Sh., Babadjanova M.A., Akramov O. I.**

Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

### What makes Python popular right now

The popularity of a programming language can be tracked by the dynamics of the number of tags on the most popular resource among developers - Stack Overflow. So, judging by the graph, Python's growth began in 2010, and it became rapid in 2015. While R has been on a plateau over the past few years, many other languages have been in decline. There are reasons for Python's popularity.

Apr 2022	Apr 2021	Change	Programming Language	Ratings	Change
1	3	▲	 Python	13.92%	+2.88%
2	1	▼	 C	12.71%	-1.61%
3	2	▼	 Java	10.82%	-0.41%
4	4		 C++	8.28%	+1.14%
5	5		 C#	6.82%	+1.91%
6	6		 Visual Basic	5.40%	+0.85%
7	7		 JavaScript	2.41%	-0.03%
8	8		 Assembly language	2.35%	+0.03%

### Time of existence

Python can be safely called a rather old language - it appeared in 1991, that is, almost 31 years ago. During this time, he gradually gathered a large community around him.



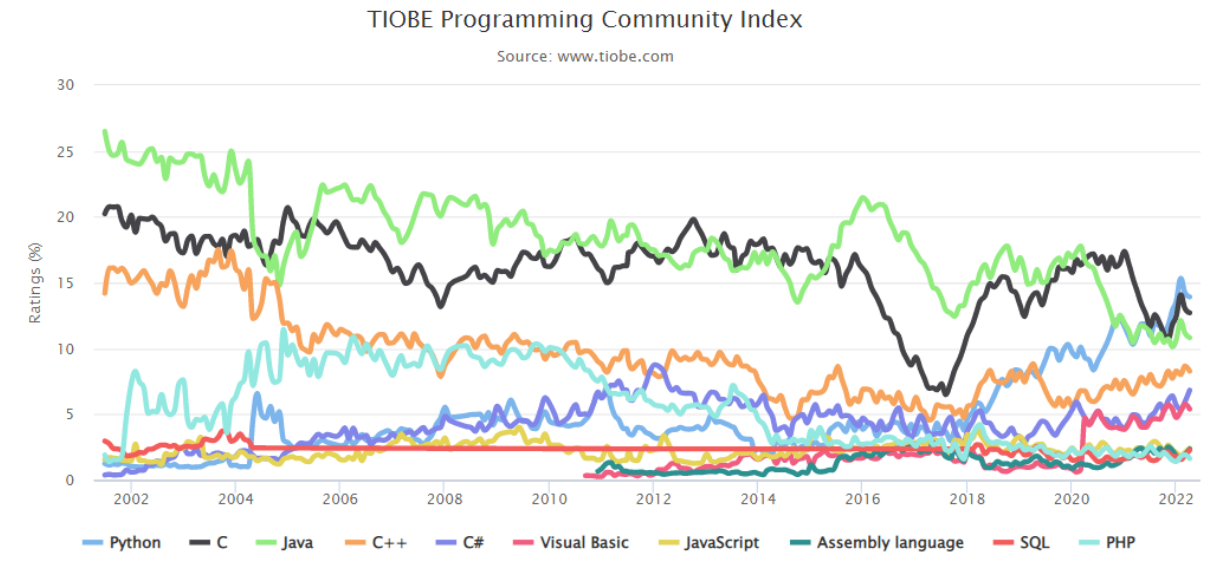
If you have any problem with this language, then most likely it will be possible to solve it with a primitive search in Google - surely someone has already published a manual with an algorithm and example code.

### Simplicity

Python can be safely recommended as the first programming language. And the point is not only that it has existed for a long time and therefore there are many good textbooks on it. It has an understandable syntax, similar to ordinary, "human" language and he also forgives mistakes.

For example, you do not need to specify the data type in it, you just need to declare a variable. Python will figure out from the context if it is an integer, floating point, boolean, or something else. This is a huge advantage for beginners.

If you've ever programmed in C ++, you know how sad it is when a program doesn't compile just because you've changed a floating point number to an integer somewhere. Python code is pretty easy to read.



### Example

Integers in Python can be as big as the bytes in your machine's memory. There is no limit in size as there is: (C++ int) or (C++ long long int).

As we know, the result of  $a^b$  grows really fast with increasing  $b$ .

Let's do some calculations on very large integers.

Task: Read four numbers  $a, b, c, d$  and print the result of  $a^b + c^d$ .

Input Format: Integers  $a, b, c, d$  are given on four separate lines, respectively.

Constraints:  $1 \leq a \leq 1000$   $1 \leq b \leq 1000$   $1 \leq c \leq 1000$   $1 \leq d \leq 1000$

Output Format: Print the result of  $a^b + c^d$  on one line.

Sample Input: 9 29 7 27

Sample Output: 4710194409608608369201743232

Note: This result is bigger than  $2^{63} - 1$ . Hence, it won't fit in the long long int of C++ or a 64-bit integer.

Program code	Program result
a,b,c,d=int(input()),int(input()),int(input()),int(input())	58
print(a**b+c**d)	49
	75
	23
	25584190759852232758592
	0629514541067041053768046861
	6890963178621285089477268423
	48414403

### USED LITERATURES AND INTERNET RESOURCES

1. Serge Kruk, "Practical Python AI Projects", 2018.
2. Gabor Szabo, "1000 Python Examples", 2020

3. <https://tiobe.com>
4. <https://www.aplustopper.com>

## PYTHONNING TKINTER KUTUBXONASI VA UNING IMKONIYATLARI

**Sayidova N.S., Avezov A.A.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Python dasturlash tili boshlovchilar va o'rganuvchilar uchun juda sodda dasturlash tili bo'lib, bu dasturlash tilida ishlash va o'rganish juda oson. Python dasturlash tili sun'iy intellekt sohasida ham, boshqa dasturlash tillariga nisbatan keng imkoniyatga ega. Bu dasturlash tili yordamida amaliy dasturlar, ob'yekt, o'yinlar, web ilovalar, ma'lumotlar bazasi ustida amallar va telegram bot yaratish imkoniyatlari mavjud.

Python dasturlash tilining bir qancha versiyalari mavjud bo'lib, bu versiyalar istalgan operatsion tizimga o'rnatib va foydalanish imkoniyati mavjud. Python dasturlash tilini o'rnatish va yangi versiyalarini bilib borish uchun <https://python.org> veb saytiga kirib bilib olish mumkin. Python dasturlash tilidan foydalanish uchun bugungi kunda pythonning standart IDLE(Python 3.10 64-bit);pycharm; sublime text dasturlari bor.

Python dasturlash tilining boshlovchilar va foydalanuvchilar o'rganishi oson bo'lishining asosiy sirlaridan biri bu dasturlash tilida bir qancha tayyor kutubxonalar mavjud ular quyidagilar:

**NumPy** – bu eng asosiy kutubxona bo'lib, massivlar ustida turli ko'rinishdagi arifmetik amallar hisoblashda foydalaniladi;

**SciPy** – kutubxonasidan foydalanishning 2 ta qulayliklari mavjud bo'lib, ulardan

**birinchisi:** ishlashni yaxshilash uchun raqamli integratsiya va optimallashtirish kabi tartiblarning mavjudligi;

**ikkinchisi:** har bir xususiyat uchun batafsil hujjatlar.

**Pandas** – kutubxonasi "yorliqlangan" va "aloqaviy" ma'lumotlar bilan oson va intuitiv tarzda ishlashga mo'ljallangan;

**Matplotlib** - kutubxonasida matematik funksiyalarning diagrammalarini tayyorlash mumkin.

Bulardan yashqari yana bir qancha kutubxonalari mavjud bo'lib eng asosiysi kutubxonalardan biri Tkinter kutubxonasi hisoblanadi.

Bu kutubxonada yozilgan dasturlarning *interfeysi* va *vidjetlar* bilan ishlash mumkin. Tkinter kutubxonasi yordamida pythonda grafik interfeys va vidjet(*Button, Label, Text, Radiobutton, Checkbutton, Listbox* va *h.z*)larni ishlatish mumkin.

Tkinter moduli, GUI komponentlari bilan ishlashga mo'ljallangan (grafik foydalanuvchi interfeysi - GUI). Hozirgi kunda ko'plab dasturlarda intuitiv va konsolga qaraganda ko'proq foydalanuvchilar uchun qulay.

Tkinter barcha kerakli narsalarni o'z ichiga olgan alohida o'rnatilgan modul sifatida mavjud grafik komponentlar - tugmalar, matn qutilari va boshqalar. Python-dagi tkinter har qanday modul singari ikki xil usulda ham import qilinishi mumkin: **import tkinter** va **from tkinter import \*** hollarda ham kutubxonani chaqirish mumkin.

```
from tkinter import Tk, Frame, Menu
class Example(Frame):
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.initUI()
    def initUI(self):
        self.master.title("Оддий меню")
        menubar = Menu(self.master)
        self.master.config(menu=menubar)
        fileMenu = Menu(menubar)
        fileMenu.add_command(label="Чиқиш", command=self.onExit)
        menubar.add_cascade(label="Файл", menu=fileMenu)
    def onExit(self):
        self.quit()
def main():
    root = Tk()
    root.geometry("250x150+300+300")
    app = Example()
    root.mainloop()
```

```
if __name__ == '__main__':
    main()
```

Har qanday asosiy vidjetning o'lchami ichidagi "qul vidjetlari" hajmi bilan belgilanadi. Packer to'g'ridan-to'g'ri vidjetlar o'rnatilgan master ichida qaerda paydo bo'lishini nazorat qilish uchun ishlatiladi. O'zingiz xohlagan tartib turiga erishish uchun siz vidjetlarni freymlarga va freymlarni boshqa ramkalarga to'plashingiz mumkin. Bundan tashqari, konfiguratsiya qadoqlangandan so'ng, konfiguratsiyaga qo'shimcha o'zgarishlar kiritish uchun dinamik ravishda sozlanadi.

## QISHLOQ XO'JALIGI TEXNIKALARIDAN SAMARALI FOYDALANISH AXBOROT TIZIMI MA'LUMOTLAR BAZASINI LOYIHALASH

### Shixiyev R.M

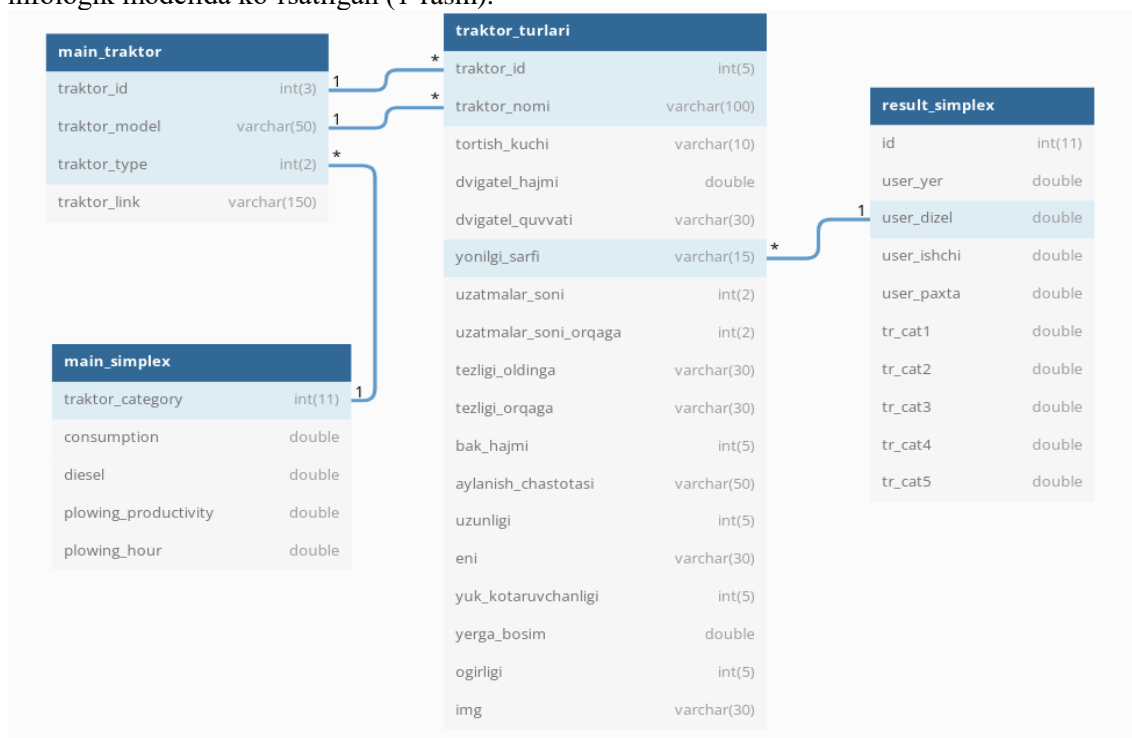
*Qoraqalpoq davlat universiteti, Nukus, O'zbekiston*

Bugungi kunga kelib raqamli iqtisodiyotni rivojlantirishda, shuningdek sohalarda axborot texnologiyalarining qamrovini kengaytirishda ma'lumotlar bazasi kerakli axborotlarni saqlash va undan foydalanishni amalga oshirishda juda muhim o'rin tutadi. Sababi, jamiyat taraqqiyotining qaysi jabhasiga nazar solmaylik o'zimizga kerakli ma'lumotlarni olish uchun, albatta, ma'lumotlar bazasiga murojaat qilishga to'g'ri keladi. Demak, bugungi kunda ma'lumotlar bazasini loyihalash, yaratish va ishga tushurish axborot almashuv texnologiyasining eng dolzarb hal qilinadigan muammolaridan biriga aylandi.

Ushbu tadqiqot ishida qishloq xo'jaligi texnikasidan foydalanish bo'yicha samarali yechimni simpleks usuli yordamida hisoblab beruvchi axborot tizimi uchun ma'lumotlar bazasini ishlab chiqish bosqichlari ko'rib chiqilgan. Tadqiqot davomida yaratilgan ma'lumotlar bazasi bir nechta jadvallardan iborat bo'lib ular ichida asosiylari main\_simplex, main\_traktor va result\_simplex jadvallari bo'lib hisoblanadi. Jadvallarda har bir traktor bo'yicha to'liq ma'lumotlar saqlanadi. Jadvaldagi ma'lumotlar foydalanuvchi ma'lum bir texnika turi haqida ma'lumotlarni tanlagan vaqtda sahifaga chiqariladi.

Ma'lumotlar bazasi – bu ma'lum bir predmet sohasiga oid tizimlashtirilgan (strukturalashtirilgan) ma'lumotlarning nomlangan to'plami bo'lib hisoblanadi. Ma'lumotlar bazasi - axborot tizimlarining eng asosiy tarkibiy qismi bo'lib hisoblanadi. Ma'lumotlar bazasidan foydalanish uchun foydalanuvchi ishini engillashtirish maqsadida ma'lumotlar bazasini boshqarish trizimlari yaratilgan. Mazkur tadqiqot ishida ma'lumotlar bazasini ishlab chiqishda MySQL ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimi va PHPMyAdmin web ilovasidan foydalanildi.

Ushbu axborot tizimini yaratishda ma'lumotlar bazasining relyatsion modeli tanlangan bo'lib mazkur modelda ma'lumotlar jadvallar ko'rinishida saqlanadi va bu jadvallar mantiqiy munosabatlar bilan o'zaro bog'langan bo'ladi. Ma'lumotlar bazasining umumiy tuzilishi va jadvallar orasidagi bog'lanishlar uning infologik modelida ko'rsatilgan (1-rasm).



**1-rasm. Ma'lumotlar bazasining infologik modeli**

Xulosa qilib aytadigan bo'lsak axborot tizimini ishlab chiqishdagi eng asosiy bosqichlardan biri ma'lumotlar bazasini loyihalash va ishlab chiqish bo'lib hisoblanadi mazkur tadqiqot ishi davomida qishloq xo'jaligi texniklaridan foydalanish samaradorligini oshirishda axborot texnologiyalarini qo'llashdan olingan natijalar keltirib o'tildi.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных = Introduction to Database Systems. — 8-е изд. — М.: «Вильямс», 2006. — 1328 с.
2. Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — М.: «Вильямс», 2003. — 1088 с.
3. Database Systems: A Practical Approach to Design, Implementation, and Management. — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2003. — 1436 с.

### ILMIY ASARLARNI NASHR QILISH AXBOROT-TAHLILY TIZIMINING MOBIL ILOVASINI ISHLAB CHIQISH

**Toshev O.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

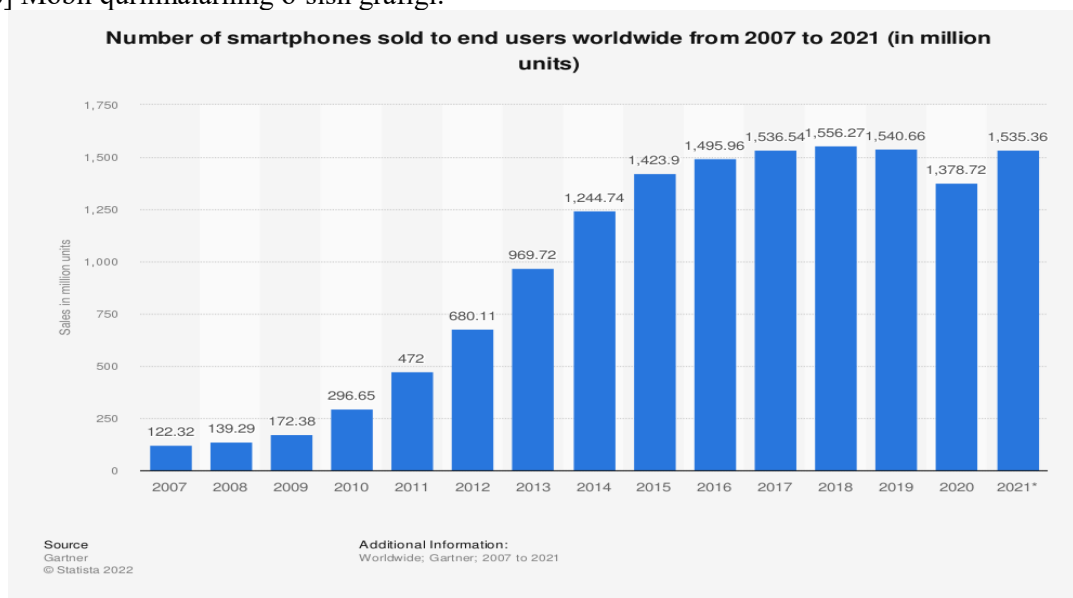
#### ANOTATSIYA:

Ushbu maqolada mobil ilovalarda ilmiy asarlarning tahlil qilish, uzatish, qabul qilish va nashr qilish jarayonlari bitta mobil ilovada foydalanish uchun ishlab chiqilgan.

**Kalit so'zlar:** Mobil ilovalar, ilmiy asarlar, nashr qilish, foydalanish soni.

Hozirgi kunda ilm-fan rivojlanib borayotgan bir vaqtda har bir sohada yangidan yangi loyihalar, yanfilanishlar, ilmiy-madaniy maqollalar va turli xil asralar yaratilmqda. Bu yangilanishlar ko'p vaqt va mehnat talab qiladi, bundan tashqari bu ilmiy yangiliklarni nashr qilish jarayonlari ham ilmiy ijodkorning ovora bolishiga sabab bo'lmoqda. Shu sababdan ilmiy ijodkorga qulaylik yaratish maqsadida "Ilmiy asarlarning" nashr qilish jarayonini masofadan turib onlayn ravishda amalga oshirish choralari ko'rdik. [1]Buning uchun hozirgi kunda tez rivojlanib borayotgan va deyarli har bir insonda bor "Mobil qurilmalardan" foydalanib ilmiy asarlarni nashr qilishning mobil ilovasini ishlab chiqmoqdaman .

[6] Mobil qurilmalarning o'sish grafigi:



#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Android Studioning rasmiy web sayti (<https://developer.android.com/about>) ilyarm.ru web sayti(<https://ilyarm.ru/uz/how-to-create-applications-for-android-you-are-interested-in-knowing-how-to-create-an-application-for-android.html>)
2. Wong, Pak (1999). "Visualizing Association Rules for Text Mining" (PDF). BSTU Laboratory of Artificial Neural Networks. [Archived](#)
3. Larose, Daniel T.; Larose, Chantal D. (2014-06-23). [Discovering Knowledge in Data](#). doi:10.1002/9781118874059. ISBN 9781118874059.
4. Agrawal, Rakesh; and Srikant, Ramakrishnan; [Fast algorithms for mining association rules in large databases Archived 2015-02-25 at the Wayback Machine](#), in Bocca, Jorge B.; Jarke, Matthias;

and Zaniolo, Carlo; editors, Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases (VLDB), Santiago, Chile, September 1994

5. [https://www.google.com/search?q=number+of+smartphones+sold+to+end+users+worldwide+from+2007+to+2021&source=lmns&bih=969&biw=1920&rlz=1C1GCEU\\_ruUZ1002UZ1002&hl=ru&sa=X&ved=2ahUKEwizgPeowLb3AhUItioKHfbcCnYQ\\_AUoAHoECAEQAA](https://www.google.com/search?q=number+of+smartphones+sold+to+end+users+worldwide+from+2007+to+2021&source=lmns&bih=969&biw=1920&rlz=1C1GCEU_ruUZ1002UZ1002&hl=ru&sa=X&ved=2ahUKEwizgPeowLb3AhUItioKHfbcCnYQ_AUoAHoECAEQAA)

## XODIMLARNING KASBIY KOMPETENTLIGINI MONITORING QILISH ONLAYN TIZIMINI YARATISHDA MA'LUMOTLAR BAZASINING O'RNI

**Xazratov F.X., G'apporov U.A.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Ma'lumotlar bazasi dunyosi tobora yagona bo'lib bormoqda. Bu jarayon har xil kompyuter muxitlarida faoliyat ko'rsatuvchi axborot tizimlarini yaratishda qo'llanuvchi yagona standart til yaratishni talab qildi. Standart til bir komandalar to'plamini bilgan foydalanuvchilarga ularni shaxsiy kompyuter tarmoq ishchi stantsiyasi yoki katta EXM da ishlashlaridan qat'iy nazar ma'lumotni yaratish, izlash va uzatishga imkon beradi.

SQL (Structured Query Language, odatda "sikvel" deyiladi) ma'nosi *Tarkiblangan so'rovlar tili*. Bu relyatsion ma'lumotlar bazalarida ishlashga imkon beradigan tildir. Bu til ifodalarning xususiyati shundan iboratki ular ma'lumotlarni qayta ishlash protseduralariga emas natijalariga yo'naltirilgan. SQL o'zi ma'lumotlar qayerda joylashgani, qanday indekslar va hatto amallarning eng effektiv ketma-ketligini qo'llash kerakligini aniqlaydi; bu detallarni ma'lumotlar bazasiga so'rovlarda ko'rsatish kerak emas.

SQL tilining o'zi IBM kompaniyasida MBBT DB2 yaratish jarayonida ishlab chiqilgan va keng ko'lamda RISC protsessorli mashinalarda UNIX tizimlar asosida, hamda meynfreymlarda, superkompyuterlar asosida qurilgan katta hisoblash tizimlarida qo'llanilgan.

Shu bilan birga mustaqil bo'lmasdan PL/SQL, va Transact-SQL kabi ichki dasturlash tillariga inkapsulyatsiya qilinadi. 1986 yilda, ANSI (American National Standard Institute) SQL tilining rasmiy standartini ishlab chiqdi, 1992 yil bu standart kengaytirildi. Butun til 30 ga yaqin operatorlarga ega bo'lib, ba'zi versiyalarida sal ko'proq, ba'zilarida sal kamroq. Har qanday MB har xil ob'ektlarga ega, Ya'ni jadvallar, protseduralar, funktsiyalar, tasavvurlar, ketma ketliklar va xokazo.

"Klient-Server" texnologiyasiga ko'ra, foydalanuvchi EXM (Klient) lar so'rovlari maxsus ma'lumotlar serverlarida (Server) qayta ishlanadi, foydalanuvchi EXM larga faqat so'rovni qayta ishlash natijalari qaytariladi.

Tabiiyki Server bilan muloqot qilish uchun yagona til kerak va bunday til sifatida SQL tanlandi. Shuning uchun hamma zamonaviy relyatsion MBBT versiyalari (DB2, Oracle, Ingres, Informix, Sybase, Progress, Rdb) va hattoki norelyatsion MBBT versiyalari (masalan, Adabas) "Klient\_Server" texnologiyasi va SQL tilidan foydalanadilar.

SQL tilida Ma'lumotlarni jadval ko'rinishda tasvirlashga yo'naltirilgan amallar kontseptsiyasi ko'p bo'lmagan (30 dan kam) ifodalardan iborat kompakt til yaratishga imkon berdi.

Ikki xil SQL mavjud: **Interaktiv** va **Joylashtirilgan**. Ko'p xollarda ikkala forma bir xil ishlaydi, lekin ikki xil foydalaniladi:

**Interaktiv** SQL ma'lumotlar bazasi o'zida faoliyat ko'rsatadi va buyurtmachi foydalanishi uchun chiqish hosil qilish uchun ishlatiladi. SQL bu formasida, siz komanda kiritsangiz, u darov bajariladi, va siz darhol natijani (agar u mavjud bo'lsa) ko'rishingiz mumkin.

**Joylashtirilgan** SQL boshqa tilda yaratilgan dasturga joylashtirilgan SQL komandalardan iborat.

SQL Interaktiv, va joylashtirilgan formalarida ko'p sonli guruxlar yoki subbo'limlar mavjud. Ular ANSI tomonidan e'tiborga olingan va kontseptual darajada foydali, lekin ko'pchilik SQL dasturlar ularni alohida qayta ishlamaydi, shuning uchun ular aslida SQL komandalarining funktsional kategoriyalaridir.

□ **DDL** (*Ma'lumotlarni Ta'riflash Tili*) - ANSI da Sxemani ta'riflash tili, ob'ektlarni (jadvallar, indekslar, tasavvurlar va xokazo) yaratuvchi komandalardan iborat.

□ **DML** (*Ma'lumotlarni O'zgartirish Tili*) - bu ixtiyoriy daqiqada jadvallarda qanday qiymatlar saqlanishini aniqlovchi komandalar majmuasidir.

□ **DCD** (*Ma'lumotlarni Boshqarish Tili*) foydalanuvchiga ma'lum ob'ektlar ustida ma'lum ta'sir o'tkazishga ruxsat berish yoki bermaslikni aniqlovchi vositalardan iborat.

SQL Standarti ANSI tomonidan aniqlangan va hozirda ISO tomonidan qabul qilingan. Lekin kommertsial ma'lumotlar bazalari dasturlari ANSI ni ogoxlantirmasdan SQL ni kengaytiradilar, ya'ni foydali hisoblagan har xil xossalar qo'shadilar.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. *Дејум К.* Введение в системы баз данных. -М.Наука,1980 г.

2. Кузнецов С.Д. Введение в стандарты языка баз данных SQL.-М. 1998г.
3. Sh.A. Nazirov, R.V. Qobulov. SQL va ma'lumotlar bazalarini keyingi dasturlash.Toshkent, 2006.
4. Шкарина Л. Язык SQL. Учебный курс. Санкт-Петербург. 2001.
5. Кузнецов С.Д. Введение в стандарты языка баз данных SQL.-М. 1998.
6. Khazratov F. K. Implementation of Geoinformation Systems for the Formation of Professional Competence of Teachers of Future Geography: Online – conferences platform. 23-august 2021. – USA, 2021. 47–49 б.
7. Khazratov, F. K. (2021). Model of formation of information culture of the future geography teacher on the basis of geoinformation technologies. International Conference on Multidisciplinary Research and Innovative Technologies. 13-august 2021. – USA, 2021. 103–105 б.
8. Хазратов Ф.Х., Жўраев Ҳ.О. Methods of creation and organization of work technology for creating auto-navigation maps // Journal of critical reviews – 2020. - №7(17). – Б. 61-68.
9. Хазратов Ф.Х. “Бухоро вилоят геоахборот тизими” эҳм учун дастур. // Ўзбекистон Республикаси интеллектуал мулк агентлиги. № DGU11891 рақамли муаллифлик гувоҳномаси. – Т.: 13.07.2021 й.
10. Хазратов Ф.Х. Важность цифровой и графической истории цифрового космического изображения в геоинформационных системах // Universum: технические науки. – 2020. - №12. – Б. 22-27.
11. Хазратов Ф.Х. Геоинформационные технологии и информационная культура учителя географии // Вестник науки и образования. – 2020. - №22. Б. 33-36

## СТЕММИНГ АЛГОРИТМЛАРИ ВА УЛАРНИНГ ҚИЁСИЙ ТАҲЛИЛИ

<sup>1</sup>Бакаев И. И., <sup>2</sup>Иброгимов А. Б

<sup>1</sup> НИИ РЦТИИ, д.ф.т.н., (PhD), Ташкент, Ўзбекистан  
bakayev2101@gmail.com

<sup>2</sup> Бухоро давлат Университети, Бухоро, Ўзбекистон  
arslonibrogimov1990@gmail.com

Табий тилларни қайта ишлаш билан боғлиқ мураккаб масалаларни (информацион қидирув, машинавий таржима, ахборот хавфсизлиги ва шу кабилар) муваффақиятли ечиш учун матндаги сўзларни морфологик асосини аниқлаш муҳим аҳамият касб этади. Стемминг - сўзнинг морфологиясини ҳисобга олган ҳолда сўзнинг асосини топиш жараёнидир. Стемминг деганда сўзнинг барча грамматик шакллари учун умумий асос топиб, суффикс ва аффиксларни олиб ташлаб, морфологик таҳлил қилиш назарда тутилади[1].

Ҳозирги кунда стемминг алгоритмларнинг аксарияти флектив тиллари учун мўлжалланган улар бир-биридан ишлаш тамойили, қўлланиладиган усуллари билан фарқланади[2]. Қуйида стемминг алгоритмларининг уларнинг таҳлили 1-жадвалда келтирилган.

1-жадвал. Стемминг алгоритмларининг қиёсий таҳлили

Номланиши	Ҳояси	Тили	Афзаллиги	Камчилиги
Porter	Кичик суффиксли комбинацияларни ўчиради.	Инглиз тили	Бошқа стеммерларга нисбатан яхшироқ натижа беради ва хатолик даражаси пастроқ	Ҳосил қилиган асос ҳар доим ҳам сўзнинг морфологик асосига тўғри келмайди
Lovins	Сўз таркибидаги энг узун суффикслар ўчирилади Сўз кодлаштирилади ва бу сўз янги сўзлар яшаш учун асос вазифасини бажаради	Инглиз тили	Тез ишлайди ва нотўғри кўплик шаклдаги сўзларни қайта ишлайди. Масалан: 'teeth' ва 'tooth'	Кўп вақт талаб қилади ва ҳар доим ҳам асосдан сўзни шакллантира олмайди
Dawson	Кўшимчалар тескари тартибда сақланади. Узунлиги ва охири ҳарфи билан индексланади.	Инглиз тили	Тез ишлайди ва катта миқдордаги кўшимчаларни камраб олади.	Алгоритмнинг стандарт реализацияси йўқ
Krovetz	Сўзни кўплик шаклидан бирлик шаклига ўткази	Инглиз тили	Тез ишлайди Сўзни дастлабки қайта	Катта миқдордаги ҳужжатлар учун

	Феълда ўтган замонни ҳозирги замонга айлантиради		ишлов ҳолатига келтиради ҳамда бошқа стеммерлар учун замин яратади	самарасиз ҳисобланади
Херох	Лексик маълумотлар омборига эга бўлиб, сўзларни флектив ва деривацион морфологиясини таҳлил қила олади	Инглиз тили	Катта ҳажмдаги ҳужжатлар билан яхши ишлайди Сўзнинг ихтиёрий қисмидаги префиксларни ўчиради Барча асослар сўз морфологиясига тўғри келади	Луғатда мавжуд бўлмаган сўзларни таҳлил қила олмайди Инглиз тилидан ташқари реализацияси йўқ Лексиконнинг борлиги тилга боғлиқликни келтириб чиқаради
N-грамм	N-грамм - сўздан ажратилган кетма-кет n та белгининг тўпламини ҳосил қилади. Ш у сўзга ўхшаш бошқа сўзларнинг n-граммалари ажратилган сўзнинг умумий n-граммасининг катта қисмига тўғри келади.		Сатрларни таққослашга асосланган ва тилга боғлиқ	n-граммларни яратиш ва индексация қилиш учун жой керак. Ишлаши вақт ҳисобига ҳам самарасиз
Snowball	Porter алгоритмининг ривожланган варианты.	Кўп тилли	Тез ишлайди ва узунлиги катта бўлмаган жумлаларни қайта ишлайди	Портерга нисбатан ўта тезкорлиги сабабли сўз асосини аниқлашда янада кўпроқ ноаниқликни келтириб чиқаради
Lancaster	Porter ва Showball стеммерлари каби ишлайди. Қоидаларни ташқи томондан сақлаб қолади ва асосан такрорлаш алгоритмларидан фойдаланади.	Инглиз тили	Тезкор ишлайди	Кичик сўзлар билан ишлаганда чалкашликка йўл қўяди.

1-жадвалда келтирилган қиёсий таҳлил шуни кўрсатадики, ушбу стемминг алгоритмлар ўзаро ўхшашлик ва фарқларга эга бўлиб, ҳар бири ўзига ҳослиги билан ажралиб туради. Ушбу алгоритмлар флектив тиллар учун мўлжалланганлиги учун агглютинатив тиллар умуман тўғри келмайди. Шундай бўлса-да, ушбу стемминг алгоритмлари ҳозирги кунда яратилаётган стемминг алгоритмлари учун фундаментал вазифани бажармоқда.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. *Anjali Ganesh Jivani et al, Int. J. Comp. Tech. Appl., Vol 2 (6), 1930-1938*
2. *Kodimala, Savitha, "Study of stemming algorithms" (2010). UNLV Theses, Dissertations, Professional Papers, and Capstones. 754.*

### УЧЕТ АВТОМОБИЛЕЙ НА КОНТРОЛЬНО-ПРОПУСКНОМ ПУНКТЕ ТЕРРИТОРИИ ПРЕДПРИЯТИЯ

**Кузнецова В.Б., Мухтарова Г.Х.**

**Аннотация.** Данная работа посвящена созданию информационной системы с целью автоматизации процесса контроля и выдачи пропусков для автомобилей на контрольно-пропускном пункте предприятия. Программный продукт создан при помощи объектно-ориентированного языка C# с использованием табличного редактора Excel. Протестированная программа внедрена в действующее логистическое предприятие.

**Актуальность.** В данный момент на большинстве контрольно-пропускных пунктов используют письменный принцип внесения различных данных в базу. Представленный проект предлагает использовать электронный журнал выдачи пропусков. Для достижения поставленной цели предприятия нуждаются в создании базы данных и автоматизации процесса учета.

**Практическая значимость.** Поскольку на сегодняшний день существует много комплексных решений для подобных задач, то все они являются достаточно дорогими программными продуктами. Данный проект имеет практическую значимость в том, что он реализует конкретные требования заказчика с минимальным техническим обеспечением и материальными вложениями. Предложенный вариант технического решения является универсальным для любого контрольно-пропускного пункта. Например, для парковки автомобилей в ВУЗе или любом предприятии, имеющем свою зону парковки. Тем самым решаются поставленные задачи: Автоматизация процесса учета автомобилей на КПП; Уменьшение расходов на канцелярию и на ПО; Увеличить КПД сотрудников охранного пункта.

**Цель создания ИС.** Автоматизация процесса контроля и выдачи пропусков для автомобилей на контрольно-пропускном пункте.

**Задачи:** 1) Учет выданных пропусков; 2) Добавление в БД новых пропусков для автомобилей; 3) Удаление просроченных пропусков из БД; 4) Автоматический поиск автомобиля по номеру; 5) Выявление просроченных пропусков; 6) Продление периода пропуска; 7) Отчет по информации о любом автомобиле имеющем пропуск; 8) Отчет о количестве выданных пропусков.

**Техническая реализация проекта.** Для реализации проекта необходимо решить ряд вопросов по требованиям заказчика, а также оговорить вопросы об используемом оборудовании и ПО: Предоставить ПК или планшет с предназначенным ПО; Предоставить список возможностей этой программы сотрудникам КПП; Система предлагает ввести данные водителя, его автомобиля и фирме; После заполнения формы система вводит данные в базу; Также система предлагает поиск по номеру автомобиля в базе;

**Описание системы.** Данная ИС предназначена для ведения учета пропусков автомобилей, проезжающих на территорию предприятия, при помощи заполнения постоянной формы данных. Также есть возможность поиска автомобиля в базе данных по номеру. ПО предусматривает несколько функциональных возможностей ведения базы данных, таких как: добавление и удаление пропусков. И что особенно важно, выявление просроченных документов. При выявлении просроченных пропусков информационная система предлагает варианты на период продления документов либо на удаление данного пропуска из базы данных.

#### **Вывод**

Данное ПО реализовано при помощи объектно-ориентированного языка C# с использованием табличного редактора Excel. В результате проделанной работы Протестированная программа внедрена в действующее логистическое предприятие.

## **РЕАЛИЗАЦИИ ИНСТРУМЕНТОВ СЕМАНТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ**

**Ходиев Ш.И.**

*Национальный университет Узбекистана имени М Улугбека, Ташкент, Узбекистан  
[aaaaa20@rambler.ru](mailto:aaaaa20@rambler.ru)*

**Введение.** Решение множества проблем информатики требует разработки формальных методов задания семантики языков. Отсутствие точного метода описания семантики влечёт серьёзные проблемы, в частности в понимании конструкций языков, в реализации этих языков. Задачами формальной семантики помимо прочего являются построение систем доказательств правильности программ, анализ свойств программ, например, проблем эквивалентности, завершимости программ, возможности их заикливания. Соответственно, возникает необходимость создания семантических теорий, поддерживающих языки, или языков, обеспечивающих возможность применения имеющихся семантических теорий для анализа программ. В предлагаемой работе рассмотрим сферу применения методов формальной семантики для разработки и реализации языков, создания на основе этих языков систем программирования, их анализа. на основе преобразований. Отметим функционально эквивалентные преобразования. Такие преобразования являются основой построения различных систем, доказательства правильности программ. Оптимизации, как и большинство таких манипулирование программой, как автоматизация конструирования программ, системы синтеза, конкретизации и другие, основаны на *семантических* преобразованиях программ. Реализация оптимизации состоит в применении базовых трансформаций. Отметим средства семантического поиска, под которыми понимаются системы,



обрабатывающие запрос с использованием рассуждений над специфичной базой знаний. Также создание новых методов семантического анализа текстов, актуальных для решения многих задач в компьютерной лингвистике, таких как машинный перевод, классификация текстов и других. Не менее важна разработка новых инструментов, позволяющих автоматизировать семантический анализ [1,2,3].

Анализ и оптимизации объектно-ориентированных (ОО) языков. Объектно-ориентированный анализ и проектирование приводят к объектно-ориентированной декомпозиции. Применяя объектно-ориентированное проектирование, можно создавать гибкие программы, написанные экономными средствами. При разумном разделении пространства состояний можно добиться большей уверенности в правильности разработанного программного обеспечения. Конструкции ОО языков нельзя рассматривать как абсолютно новые. К ним применимы известные приёмы анализа и преобразований. Отсутствие требований структурированности и прагматических критериев для таких программ, приводит к возрастанию роли языковых средств повышения эффективности. Формальные модели, отражающие как определенные свойства представления программ, так и различные виды процессов конструирования, лежат в основе существующих и создаваемых инструментов (конструирования). Модели чаще всего не зависят от синтаксиса входного языка преобразователя и отражают семантические свойства программ [1,2].

**Квазинезависимая раздельная оптимизация модулей.** Так как в большинстве систем программирования существует квазинезависимая раздельная трансляция модулей, нами была рассмотрена возможность для квазинезависимой раздельной оптимизации модулей. Она основана на работах по раздельной оптимизации модулей.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Khodiev Sh.I.* Optimization: realizations end applications //CTWM'09 Abstracts of the 3-d Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries. Almaty, Kazakhstan. 2009. Volume 2, 238 p.
2. *Ахо, Альфред В., Лам, Моника С, Сети, Рави, Ульман, Джеффри Д.* Компиляторы: принципы, технологии и инструментарий, 2-е изд. : Пер. с англ. - М. : 000 "И.Д. Вильямс", 2008. - 1184 с. : ил. - Парал. тит. англ.
3. <https://pandia.ru/text/78/228/60617.php>

#### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

<sup>1</sup>Шадманов И.У., <sup>2</sup>Шадманова К.У., <sup>3</sup>Мирзаева Н.М.

*i.shadmanov@mathinst.uz, kamola.umedovna@gmail.com, nargiz6595@gmail.com*

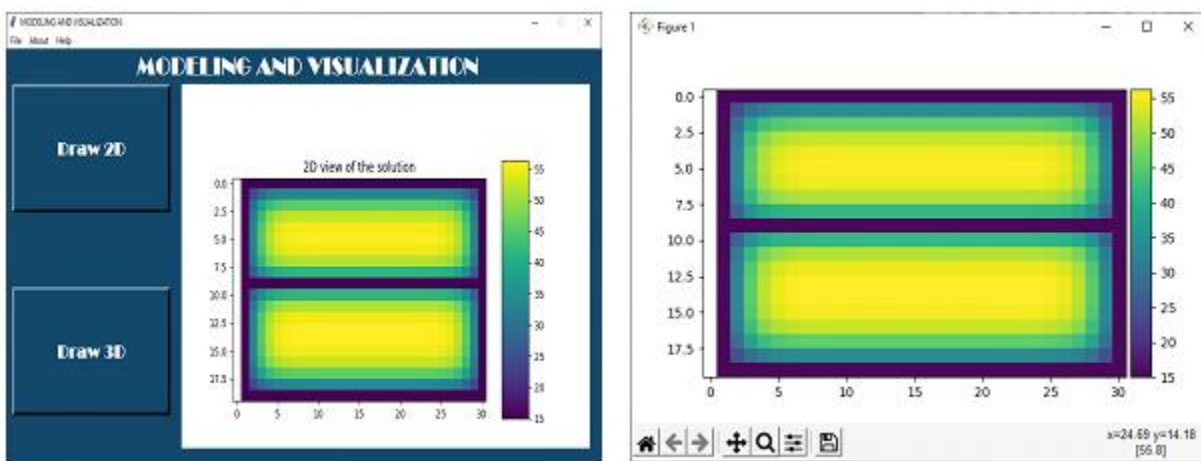
<sup>1</sup>*Бухарская отделения Института математики имени В.И.Романовского АН РУз, Бухара, Узбекистан*

<sup>2</sup>*Педагогический институт Бухарского государственного университета, Бухара, Узбекистан*

<sup>3</sup>*Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада аль-Хорезми, Хорезм, Узбекистан,*

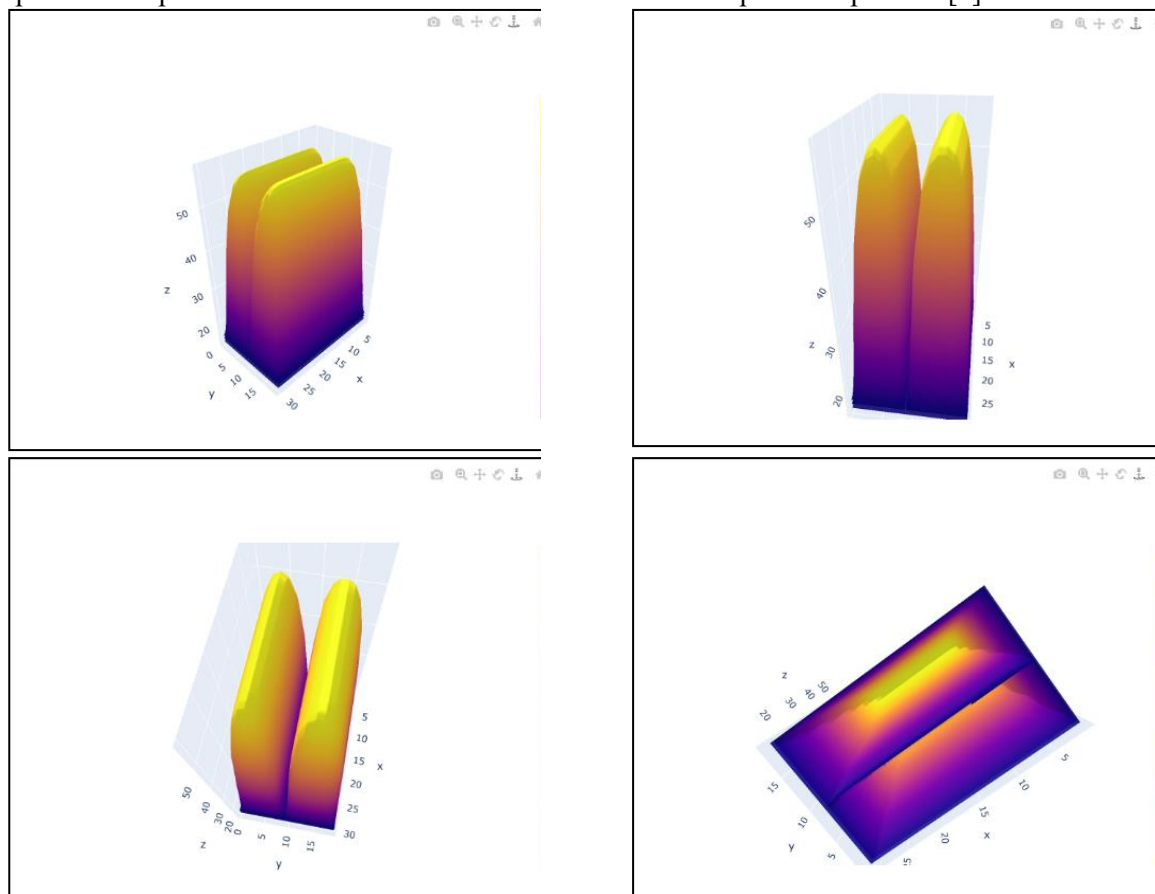
На сегодняшний день особое внимание уделяется разработке программного обеспечения которые облегчает демонстрацию сложных процессов моделирование теплопереноса и массопереноса. Проектирования и визуализация объектов занимает прекрасное место во всех областях. Математический модель дается со своими характеристиками и со своими свойствами отличающих его от других объектов. Достоинства визуализации объекта в том, что возможность любых экспериментов, в том числе с запредельными значениями параметров.

Программа визуализации, использующая результаты моделирования сложных математических задач [1] написанный на языке Python состоит из пяти библиотеки.



**Рис 1.** Визуализация двумерного массива в программе

Созданная программа не только визуализирует объект, но и из двумерного массива сделает трёхмерный массив и потом создаст модель на 3D. В программу добавляются массивы, которые даны из расчетов сложных математических задач по теплообмену в любых средах нужно только их массивы для создания модели. На рисунках 1 и 2 показаны результаты визуализации процессов теплопереноса в пористых телах в основе вычислительного эксперимента работы [2].



**Рис 2.** Визуализация двумерного массива на 3D

В данном работе рассматривается программное средство для визуализации процесса теплопереноса, учитывающий такие факторы, как собственное тепловыделения натурального продукта, влияние изменений температуры и влаги окружающей среды, при хранении и сушке пористых материалов.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jang-Hwan Cha, Min-Ho Koo, and Young-Seuk Keehm. «A New Structural Model for Predicting Effective Thermal Conductivity of Variably Saturated Porous Materials» Jour. Korean Earth Science Society, v.32,no.6,p.629–639.
2. Ravshanov N., Shadmanov I. U. Multidimensional model of heat-moisture transport in porous media // Journal of Physics: Conference Series. London. 2020. Vol. 1546, – p. 1-11.

## VI ШЎБА. СУНЪИЙ ИНТЕЛЛЕКТ. ARTIFICIAL INTELLIGENCE.

### SUN'YI INTELLEKT BILAN ISHLASHGA MO'ljALLANGAN MEDIPIPE DASTURIY TA'MINOTI IMKONIYATLARIDAN FOYDALANIB TASVIRLARNI ANGLASH.

**Atamuradov J. J., Boltayev S.B.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Hech kimga sir emaski, video yoki fotosuratda odamni topish vazifasi doimo dolzarb bo'lib kelgan. Ammo bitta vosita odamni aniqlashdan tashqari, inson yuzining to'liq niqobini, qo'llar va barmoqlarning joylashishini va haqiqatan ham odamning to'liq pozasini qidirishni birlashtirsa-chi? Aynan shunday ochiq manbali vosita taniqli Google kompaniyasi tomonidan yaratilgan.

MediaPipe allaqachon faol va eng muhimi, fotosuratda bir nechta yuzlarni aniqlash, his-tuyg'ularni aniqlash modellarini o'rgatish, sport o'ynashda yuqori sifatli mashqlarni bajarish, imo-ishora tilini yozma tilga aylantirish va yana ko'p narsalar uchun samarali qo'llaniladi!

Bugungi kunda MediaPipe bilan quyidagi ishlarni qilish mumkin:

#### **MediaPipe Selfie segmentatsiyasi.**

MediaPipe Selfie segmentatsiyasi sahnadagi taniqli odamlarni ajratadi. U real vaqt rejimida ham smartfon, ham noutbukda ishlashi mumkin. Maqsadli foydalanish holatlariga selfi effektlari va odam kameraga yaqin (< 2 m) bo'lgan video konferentsiya kiradi.

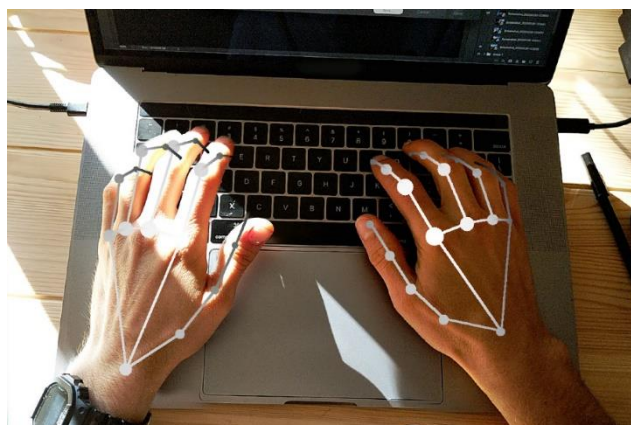
#### **Face Mesh. Ko'p yuzli qo'llab-quvvatlanadigan 3D formatida 468 ta yuz belgilari.**

MediaPipe Face Mesh - bu hatto mobil qurilmalarda ham real vaqt rejimida 468 ta 3D yuz belgilarini hisoblaydigan yechim. U yuzning 3D yuzasini aniqlash uchun mashinani o'rganishdan (ML) foydalanadi, bu maxsus chuqurlik sensorisiz faqat bitta kamera kiritishni talab qiladi. Yengil model arxitekturasidan GPU tezlashuvi bilan birga quvvur liniyasi bo'ylab foydalanish, yechim jonli tajriba uchun muhim real vaqtda ishlashni ta'minlaydi.

Bundan tashqari, yechim yuzni o'zgartirish moduli bilan birlashtirilgan bo'lib, u yuz belgilarini baholash va foydali real vaqtda kengaytirilgan haqiqat (AR) ilovalari o'rtasidagi bo'shliqni yopadi. U metrik 3D makonni o'rnatadi va ushbu bo'shliqda yuz o'zgarishini baholash uchun yuzning asosiy ekrani pozitsiyalaridan foydalanadi. Yuzni o'zgartirish ma'lumotlari umumiy 3D primitivlardan, jumladan, yuz pozasini o'zgartirish matritsasi va uchburchak yuz to'ridan iborat. Kaput ostida mustahkam, samarali va portativ mantiqni boshqarish uchun Procrustes Analysis deb nomlangan engil statistik tahlil usuli qo'llaniladi. Tahlil protsessorda ishlaydi va ML modeli xulosasining tepasida minimal tezlik/xotira iziga ega.

#### **Hand Tracking**

Qo'llarning shakli va harakatini idrok etish qobiliyati turli xil texnologik sohalar va platformalarda foydalanuvchi tajribasini yaxshilashda muhim tarkibiy qism bo'lishi mumkin. Misol uchun, u imo-ishora tilini tushunish va qo'l imo-ishoralarni boshqarish uchun asos bo'lishi mumkin, shuningdek, kengaytirilgan haqiqatda jismoniy dunyoning tepasida raqamli kontent va ma'lumotni qoplash imkonini berishi mumkin. Odamlarga tabiiy ravishda kelgan bo'lsa-da, qo'lni real vaqt rejimida idrok etish juda qiyin kompyuter ko'rish



vazifasidir, chunki qo'llar ko'pincha o'zlarini yoki bir-birini to'sib qo'yadi (masalan, barmoq/xurmo tiqilishi va qo'l silkitish) va yuqori kontrastli naqshlar yo'q.

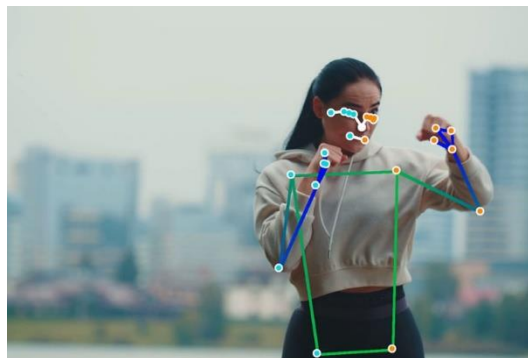
MediaPipe Hands - bu qo'l va barmoqlarni kuzatish uchun yuqori aniqlikdagi yechim. U faqat bitta kadrda qo'lning 21 ta 3D belgilarini aniqlash uchun mashinani o'rganishdan (ML) foydalanadi. Hozirgi zamonaviy yondashuvlar, birinchi navbatda, xulosa chiqarish uchun kuchli ish stoli muhitlariga tayansa, bizning usulimiz mobil telefonda real vaqt rejimida ishlashga erishadi va hattoki bir nechta qo'llarni o'lchaydi. Umid qilamizki, ushbu qo'lni idrok etish funksiyasini kengroq tadqiqot va ishlanmalar hamjamiyatiga taqdim etish ijodiy foydalanish holatlarining paydo bo'lishiga olib keladi, yangi ilovalar va yangi tadqiqot yo'llarini rag'batlantiradi.



### Human Pose Detection and Tracking

Videodan inson pozasini baholash jismoniy mashqlar miqdorini aniqlash, imo-ishora tilini aniqlash va butun tana imo-ishoralarni boshqarish kabi turli xil ilovalarda muhim rol o'ynaydi. Masalan, u yoga, raqs va fitnes dasturlari uchun asos bo'lishi mumkin. Shuningdek, u kengaytirilgan haqiqatda raqamli kontent va ma'lumotni jismoniy dunyoning tepasida joylashtirish imkonini beradi.

MediaPipe Pose - bu ML Kit Pose Detection API-ni quvvatlaydigan BlazePose tadqiqotimizdan foydalangan holda RGB video kadrlaridan 33 ta 3D belgilari va butun tanadagi fonni segmentatsiyalash niqobini aniqlaydigan yuqori aniqlikdagi tana pozasini kuzatish uchun ML yechimidir. Hozirgi zamonaviy yondashuvlar, birinchi navbatda, xulosa chiqarish uchun kuchli ish stoli muhitlariga tayanadi, bizning usul esa ko'pgina zamonaviy mobil telefonlar, ish stoli kompyuterlar/noutbuklar, python va hatto internetda real vaqt rejimida ishlashga erishadi.



### Object Detection and Tracking

MediaPipe Box Tracking bir necha yillardan beri Motion Stills, YouTube maxfiylik xiralashuvi va Google Lens-da real vaqt rejimida kuzatishni kuchaytirib, klassik kompyuter ko'rish yondashuvlaridan foydalanib kelmoqda.

Qutini kuzatish yechimi video yoki kamera oqimidagi tasvir freymlarini va kuzatilishi kerak bo'lgan 2D hududlarni ko'rsatuvchi vaqt belgilari bilan boshlang'ich quti pozitsiyalarini sarflaydi va har bir kadr uchun kuzatilgan quti o'rinlarini hisoblab chiqadi. Ushbu maxsus foydalanish holatida, boshlang'ich qutisi pozitsiyalari ob'ektni aniqlashdan kelib chiqadi, lekin boshlang'ich pozitsiyasi foydalanuvchi yoki boshqa tizim tomonidan qo'lda ham ta'minlanishi mumkin. Bizning yechimimiz uchta asosiy komponentdan iborat: harakatni tahlil qilish komponenti, oqim paketi komponenti va qutini kuzatish komponenti. Har bir komponent MediaPipe kalkulyatori sifatida inkapsullangan va qutini kuzatish yechimi umuman MediaPipe subgrafi sifatida taqdim etilgan.

Eslatma: Grafikni tasavvur qilish uchun grafikdan nusxa oling va uni MediaPipe Visualizer dasturiga joylashtiring.

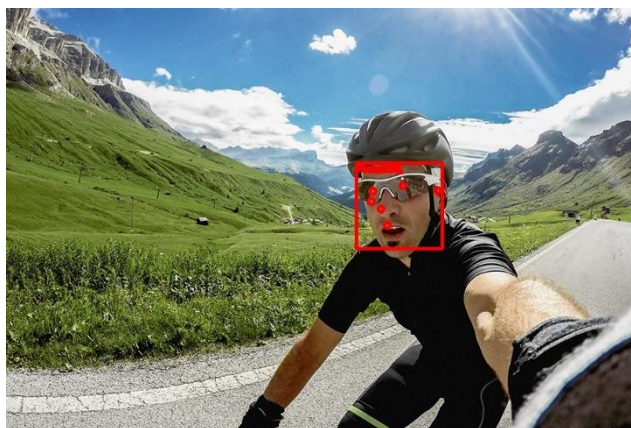
Qutidagi kuzatuv subgrafida MotionAnalysis kalkulyatori tasvir bo'ylab xususiyatlarni (masalan, yuqori gradient burchaklar) ajratib oladi, vaqt o'tishi bilan ushbu xususiyatlarni kuzatib boradi, ularni oldingi va fon xususiyatlariga tasniflaydi va mahalliy harakat vektorlari va global harakat modelini baholaydi. FlowPackager kalkulyatori taxminiy harakat metama'lumotlarini samarali formatga to'playdi. BoxTracker kalkulyatori ushbu harakat metama'lumotlarini FlowPackager kalkulyatoridan va boshlang'ich qutilarning holatidan oladi va vaqt o'tishi bilan qutilarni kuzatib boradi. MotionAnalysis kalkulyatori tomonidan ishlab chiqarilgan faqat harakat ma'lumotlaridan (RGB freymlariga ehtiyoj sezmasdan) foydalanib, BoxTracker kalkulyatori alohida ob'ektlar yoki hududlarni boshqalardan ajratgan holda kuzatib boradi. Batafsil ma'lumot olish uchun Google Developers blogidagi MediaPipe yordamida obyektlarni aniqlash va kuzatish bo'limiga qarang.

Bizning arxitekturamizning afzalligi shundaki, harakat tahlilini maxsus MediaPipe kalkulyatoriga ajratish va butun tasvir bo'ylab kuzatish xususiyatlarini kuzatish orqali biz kuzatilayotgan hududlar sonidan qat'iy nazar katta moslashuvchanlik va doimiy hisoblashni ta'minlaymiz! Kuzatuv vaqtida RGB freymlariga tayanmaslik uchun bizning kuzatuv yechimimiz freymlar to'plami bo'ylab metama'lumotlarni keshlash uchun moslashuvchanlikni ta'minlaydi. Keshlash hududlarni o'z vaqtida ham orqaga, ham oldinga

kuzatish imkonini beradi; yoki hatto tasodifiy kirish bilan kuzatish uchun to'g'ridan-to'g'ri belgilangan vaqt tamg'asi bilan sinxronlashtiring.

### Face Detection

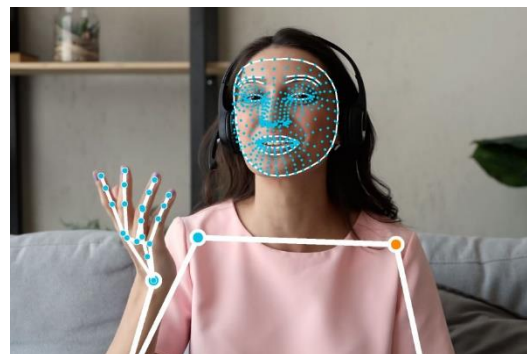
MediaPipe Face Detection - yuzni aniqlashning o'ta tezkor yechimi bo'lib, u 6 ta belgi va ko'p yuzli qo'llab-quvvatlash bilan birga keladi. U BlazeFace-ga asoslangan, engil va yaxshi ishlaydigan yuz detektor mobil GPU xulosasi uchun moslashtirilgan. Detektorning super-real vaqtda ishlashi uni 3D yuz kalit nuqtasini baholash (masalan, MediaPipe Face Mesh), yuz xususiyatlari kabi vazifaga oid boshqa modellar uchun kirish sifatida aniq yuz mintaqasini talab qiladigan har qanday jonli vizör tajribasida qo'llash imkonini beradi. yoki ifoda tasnifi va yuz mintaqasi segmentatsiyasi.



BlazeFace mobilNetV1/V2 dan ilhomlangan, lekin Single Shot MultiBox Detector (SSD) dan o'zgartirilgan GPU-do'st langar sxemasidan va maksimal bo'lmagan bostirishga muqobil takomillashtirilgan galstuk o'lchamlari strategiyasidan ilhomlangan engil xususiyatlarni ajratib olish tarmog'idan foydalanadi.

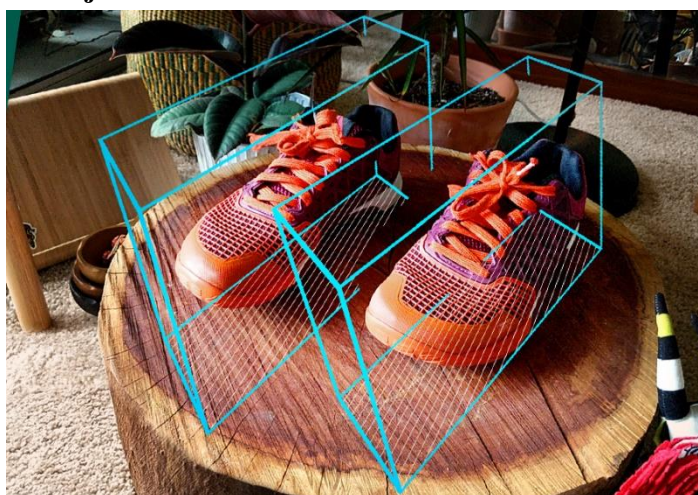
### Holistic Tracking

Mobil qurilmalarda bir vaqtning o'zida inson pozasi, yuz belgilarini jonli idrok etish va qo'llarni real vaqt rejimida kuzatish turli xil zamonaviy hayot ilovalarini: fitnes va sport tahlili, imo-ishoralarni boshqarish va imo-ishora tilini aniqlash, kengaytirilgan haqiqatni sinab ko'rish va effektlarni yoqishi mumkin. MediaPipe allaqachon ushbu vazifalar uchun tez va aniq, ammo alohida echimlarni taklif qiladi. Ularning barchasini real vaqt rejimida semantik jihatdan izchil yakuniy yechimga birlashtirish bir vaqtning o'zida bir nechta qaram neyron tarmoqlardan xulosa chiqarishni talab qiladigan juda qiyin muammodir.



### 3D Object Detection

Ob'ektni aniqlash - keng qamrovli o'rganilgan kompyuter ko'rish muammosi, ammo tadqiqotning aksariyati 2D ob'ektni bashorat qilishga qaratilgan. 2D bashorati faqat 2D chegaralovchi qutilarni taqdim etsa-da, bashorat qilishni 3Dgacha kengaytirish orqali ob'ektning o'lchamini, joylashishini va dunyodagi yo'nalishini qo'lga kiritish mumkin, bu esa robototexnika, o'z-o'zidan boshqariladigan transport vositalari, tasvirni olish va kengaytirilgan haqiqatda turli xil ilovalarga olib keladi. 2D ob'ektni aniqlash nisbatan etuk va sanoatda keng qo'llanilgan bo'lsa-da, 2D tasvirlardan 3D ob'ektni aniqlash ma'lumotlarning etishmasligi va toifadagi ob'ektlarning ko'inishi va shakllarining xilma-xilligi tufayli qiyin muammo hisoblanadi.



# UZROBERTA: A PRE-TRAINED LANGUAGE MODEL FOR UZBEK

**Davronov R.R.**

*V.I Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences,  
Tashkent, Uzbekistan.*

[rifqat.davronov@mathinst.uz](mailto:rifqat.davronov@mathinst.uz)

In natural language processing (NLP), Transformer-based pretrained language models have achieved state-of-the-art results on a wide range of tasks. Such models are publicly available for high-resource languages, e.g., BERT [1] and RoBERTa [2] for English, and CamemBERT [3] for French. However, for a low-resource Uzbek language, there is only one [4] such public language model.

Transformer-based multilingual models such as multilingual BERT, XLM, and XLM-R have been trained on multiple languages (including Uzbek) with the hope of transferring knowledge from resource-rich languages to low-resource languages. These multilingual models demonstrate convincing results in zero-shot cross-lingual model transfer, but they underperform their monolingual counterparts on downstream tasks. Moreover, multilingual models contain larger vocabularies and more parameters than monolingual models, thus requiring high-memory GPUs in order to fine-tune them. As a result, monolingual models in various languages have been pretrained and made publicly available.

I introduce the first publicly available Uzbek model based on the RoBERTa architecture [5]. Uzbek is a low-resource language - it lacks publicly available language models, labeled datasets, or even large amounts of raw text. In order to build the model, we first develop a high-quality news corpus consisting of – 1M news. I then pretrain a model, and call it UzRoBERTa. I evaluate our model's performance against multilingual BERT (mBERT) and UzBert model on masked language model accuracy. My comparisons show that UzRoBERTa achieves far superior results than mBERT and UzBERT on this metric. I train the model over 10 epochs, obtaining a mean masked LM likelihood loss of 1.69.

## REFERENCE

1. Jacob Devlin, Ming-Wei Chang, Kenton Lee, Kristina Toutanova BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding // <https://arxiv.org/abs/1810.04805>
2. Yinhan Liu, Myle Ott, Naman Goyal, Jingfei Du, Mandar Joshi, Danqi Chen, Omer Levy, Mike Lewis, Luke Zettlemoyer, Veselin Stoyanov RoBERTa: A Robustly Optimized BERT Pretraining Approach // <https://arxiv.org/abs/1907.11692>
3. Louis Martin, Benjamin Muller, Pedro Javier Ortiz Suárez, Yoann Dupont, Laurent Romary, Éric Villemonte de la Clergerie, Djamé Seddah, Benoît Sagot CamemBERT: a Tasty French Language Model // <https://arxiv.org/abs/1911.03894>
4. <https://huggingface.co/coppercitylabs/uzbert-base-uncased>
5. <https://huggingface.co/rifkat/uztext-3Gb-BPE-Roberta>

## PROBLEMATIC ISSUES OF CUSTOMS CONTROL ORGANIZATION RELATED TO THE USE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE METHODS

<sup>1</sup>Dusmukhametov A.I., <sup>2</sup>Saidov A.A., <sup>2</sup>Khakimova F.A.

<sup>1</sup>*Department of Information and Communication Technologies and Cybersecurity of the State Customs Committee Republic of Uzbekistan*

<sup>2</sup>*Customs Institute of the State Customs Committee Republic of Uzbekistan*

### Introduction

The time of customs clearance of foreign trade goods is one of the key criteria for evaluating the effectiveness of the customs service of any state. The introduction of new technologies, including large-sized X-ray inspection complexes (ICs), is considered as a tool for speeding up customs procedures, prevention and suppression of offenses [1]. Currently, the customs authorities of the Republic of Uzbekistan are equipped with modern ICs, which allow obtaining an X-ray image of the vehicle and the goods transported in it. However, the analysis of X-ray images and the detection of items prohibited for transportation in them requires high qualifications from a customs officer.

Therefore, the task of researching artificial intelligence methods and recognizing goods prohibited for transportation across the customs border is relevant.

### Methods identification of goods in X-ray images

The problem of analyzing images obtained using ICs is relevant both at the regional level and at the global level. Confirmation of this fact is the holding of several meetings of the World Customs Organization in 2015-2019 on the implementation of customs-business partnership, trade facilitation and risk management.

An analysis of the materials of scientific research in recent years shows that much attention is paid to this area by researchers from the USA, China and the Russian Federation. The scientific results of the above-mentioned research centers on the identification of goods in X-ray images show the following (Table 1.):

Table 1.

№	Methods	Astrophysics (USA)	Nuctech (China)	Scantronic (Russia)
1	Multi-color visualization of the controlled object depending on the atomic number	+	+	+
2	Three-dimensional image of the controlled object	+	+	-
3	Chemical identification and atomic number	-	+	+
4	360-degree view of the object	+	+	-
5	Determination of the weight parameters of the controlled object	-	-	+

### Conclusion

In conclusion, I would like to note that the above methods of identifying goods in X-ray images give the expected effects in the case of their combined application. However, to date, there is no ICs with such technology. This task represents the problematic issues of the organization of customs control related to the use of artificial intelligence methods.

### REFERENCES

1. Vlasov K. A., Usatkov S. V. The concept of an automated system of special X-ray control of technical means // Control systems, communications and security. 2021. No. 5. pp. 180-198. DOI: 10.24412/2410-9916-2021-5-180-198 (In Russ);

## MA'LUMOTLAR BAZASINING TAHLILIIY IMKONIYATINI OSHIRISH

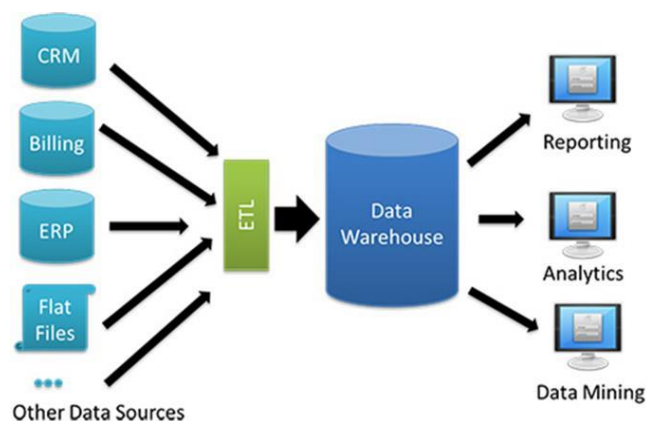
<sup>1</sup>Ergashev A.A., <sup>2</sup>Kayumova N.N.

<sup>1</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

<sup>2</sup>Toshkent Davlat Transport Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

Bugungi bozor sharoitining muhim omili biznes qarorlarini tezkor qabul qilishdir. Biroq, ko'plab korxonalar ma'lumotlarning katta hajmi va yuqori murakkabligiga duch kelmoqda. Bu muammoni ma'lumotlar omborlariga asoslangan qaror qabul qilishni qo'llab-quvvatlash tizimini (QQQT) yaratish orqali hal qilish mumkin. QQQT - bu qaror qabul qilish uchun ma'lumotlarni kiritish, saqlash va tahlil qilish vositalariga ega tizimdir. Relyatsion ma'lumotlar modellariga yo'naltirilgan mavjud ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlari bir qator kamchiliklarga ega. Ma'lumotlarni chuqur tahlil qilishda relyatsion ma'lumotlar bazasidan foydalanish amaliyoti ularning samarasizligini ko'rsatdi [1].

Ma'lumotlar bazasida keng qo'llaniladigan SQL so'rovlar tili vaqt o'tishi bilan ma'lumotlar o'zgarish dinamikasini statistik tahlil qilishda mos emasligini ko'rsatdi. Funktsional imkoniyatlarni kengaytirish uchun statistik tahlil, arxiv ma'lumotlardan bilimlarni izlash, qaror qabul qilish va boshqalarda OLAP texnologiyalari va Data Mining yordamida tizimlarni qurish tavsiya etiladi. Ushbu texnologiyalar ma'lumotlar ombori tamoyiliga asoslangan [2]. Ma'lumotlar ombori (MO) "Data warehouse" (DW) turli manbalardan olingan ma'lumotlarni birlashtirish, tozalash, o'zgartirish va tezkor tahlil qilish uchun ma'lumotlarni tayyorlashga mo'ljallangan (1-rasm).



1-rasm. Ma'lumotlar omboriga asoslangan tahliliy jarayon ko'rinishi

Ma'lumotlar normallashtirilmasdan aksincha ko'p o'lchovli model sifatida taqdim etilishi mumkin. Bunday model ma'lumotlardan foydalanishni soddalashtirishi va so'rovlarning bajarilishini tezlashtirishi mumkin. Bu ma'lumotlar ombori agregat ma'lumotlarni o'z ichiga olishini anglatadi. Odatda, ko'p o'lchovli modellar ko'p o'lchamli kub shaklida ifodalanadi.

Ayaylik  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$  – ko'p o'lchovli giperkub to'plami bo'lsin

$M_{d_i} \in \{m_{1i}, m_{2i}, \dots, m_{k_i}\}$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$  –  $d_i$  o'lchovlar belgisi to'plami, bu yerda  $k_i$

$d_i$  –ning o'lchov birliklari soni

$M \in M_{d_1} \in M_{d_2} \in \dots \in M_{d_n}$  – belgilar to'plamining giperkubi

$D' \in D$  – fiksirlangan o'lchovlar to'plami

$M' \in M$  – fiksirlangan belgilar to'plami

Ma'lumotlar giperkubini  $D$  va  $M$  to'plamlariga mos  $H(D, M)$  kataklar to'plami sifatida belgilaymiz.

Ma'lumotlar giperkubida ma'lumotlarni manipulyatsiya qilish amallarini bajarish mumkin: "kesish", "aylantirish", "burish va detallashtirish" amallari, shuningdek, agregatlangan ma'lumotlarning qiymatlarni olish mumkin.

### ADABIYOTLAR

1. Эргашев А.А., Хусенов М.З. Bigdata: Бугунги салмоқли маълумотлар таҳлили. «Инновацион ғоялар, ишланмалар ва уларни ишлаб чиқариш ҳамда таълимда қўллашнинг замонавий муаммолари» халқаро илмий-амалий конференция. 2019 йил 15 апрель, Андижон.

2. Эргашев А.А. Садикова Ф.С. Способы и методы анализа многомерного базы данных. Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2021. 12(93).

## TAQSIMLANGAN AXBOROT TIZIMLARINING ARXITEKTURASI

**Eshankulov H.I., Sultonov H.**

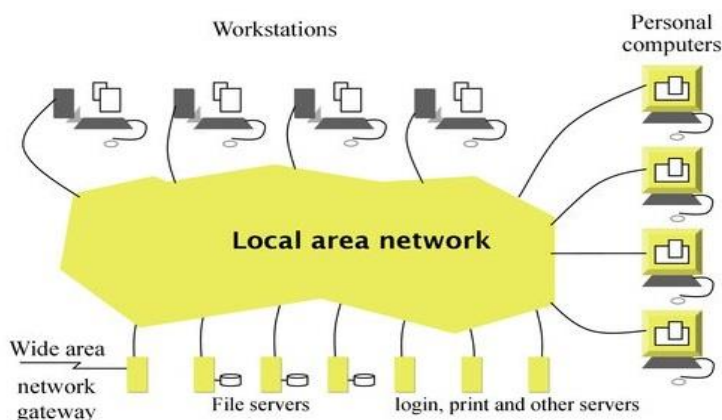
*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Taqsimlangan tizim – bu umumiy maqsadga erishish uchun tarqatish orqali dasturlari orqali ulangan mustaqil kompyuterlar tarmog'idir. Tarqalgan tizim turli resurslarni almashish imkoniyatini beradi va yagona izchil tarmoq taassurotini beradi.

### Taqsimlangan tizim xususiyatlari:

- Taqsimlangan tizim resurslari va dasturiy ta'minotini bir vaqtning o'zida almashish imkonini beradi. Bundan tashqari, tarmoqdagi komponentlar izchilligini ham.
- Tarmoqqa bir nechta mustaqil komponentlar ulanishi mumkin.
- Taqsimlangan tizim shaharlardan mamlakatlarga katta hududlarga tarqalishi mumkin. Bundan tashqari, global soatga ehtiyoj yo'q.
- Taqsimlangan tizimlar boshqa tarmoqlarga qaraganda xatolarga tolerantlikni ta'minlaydi.
- Ishlash ham boshqa tarmoqlarga qaraganda yaxshiroq.

### A Distributed System



Taqsimlangan tizimlar aniq maqsad va vazifalarni bajarish uchun mo'ljallangan. Taqsimlangan tizimlarning asosiy maqsadlari quyidagilardan iborat:

- Taqsimlangan tizimdagi komponentlar joylashuvi, mintaqah, kirish va nosozlik kabi ikkilamchi tafsilotlarni oshkor qilmasdan yagona tizim sifatida ishlaydi va hu bilan shaffoflikni ta'minlaydi.
- Taqsimlangan tizimlar tarmoqni sozlash va o'zgartirishni osonlashtiradi.



- Taqsimlangan tizimlar xavfsizroq, izchil va ishonchli bo'lib, bu xatolar xavfini kamaytiradi.
- Taqsimlangan tizimlar yuqori ishlashni ta'minlash uchun mo'ljallangan.
- Taqsimlangan tizimlar kerak bo'lganda kattalashtirish va kamaytirish mumkin.

Taqsimlangan tizimlarning turlari:

- Tarmoqli hisoblash
- Klaster hisoblash
- Bulutli hisoblash

Taqsimlangan tizimlar yuqori unumdorlikdagi xizmatlarni taqdim etish uchun mo'ljallangan bo'lsa-da, taqsimlangan tizimlarda ba'zi muammolar va kamchiliklari mavjud:

• Tarqalgan tizimlar bilan bog'liq eng katta muammo bu xavfsizlik, asosan umumiy tarmoqlardan foydalanishda.

- Ishonchsiz komponentlardan foydalanganda xatoga chidamlilik qiyin.
- Tegishli siyosat va protokollarga rioya qilinmasa, resurslarni almashish qiyin.
- Markazlashtirilgan tizimlarga nisbatan taqsimlangan tizimlarni boshqarish qiyinroq.

## ADABIYOTLAR

1. *Крюков В.А.* Курс лекций по дисциплине «Распределенные операционные системы»
2. *Э. Таненбаум, Т. Остин.* Архитектура компьютера / Пер. с англ. А. Матвеева. – 6-е изд. – СПб.: Питер, 2014. – 811 с. ISBN 978-5-496- 00337-7.
3. *П. Дж. Садаладж, М. Фаулер;* NoSQL: новая методология разработки нереляционных баз данных / Пер. с англ. и ред. Д. А. Ключина. – М.; СПб.; Киев: Вильямс, 2016. – 183 с. - ISBN 978-5-84591-920-5.

## IDEOLOGY OF ONTOLOGY WEB LANGUAGE

**Eshonqulov H.I.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

**OWL** (Web Ontology Language) is a language designed to describe ontologies and developed by the W3 consortium specifically for this purpose. **OWL** is a search-friendly version of DAML+OIL, which is a mixture of DAML and OIL. The DARPA Agent Markup Language (DAML) was developed for DARPA, an agency of the US Department of Defense established to develop new technologies for the military. DAML is a language for "marking up agents" of the WWW, i.e. description language for various Web clients. The OIL (Ontology Inference Layer) language was developed by European researchers to describe Web ontologies. The DAML+OIL language can be considered as the initial version of OWL. OWL is built as an extension of RDF and RDFS. This means that the basic syntax of the language is still XML, and the basic construct is still the RDF triplet. In this context, the OWL language can be considered as an extended version of RDFS, allowing not only to describe classes and properties, but also to set restrictions on their use. In the language of descriptive logic, this means that the logic underlying OWL contains, in addition to describing relations, also axioms that specify the relationships between these relations and various restrictions on the latter.

At the time of this writing, the OWL version 2 standard was being developed. A translation of the preliminary working version of the Brief Introduction to OWL 2 can be found in the differences between versions of OWL lie in the logic behind which these versions are implemented. So, the first version is implemented on the logic **SHOIN(D)**:

1. The DL-Lite profile ensures that the implementation of the question answering procedure can be implemented as a relational database lookup.

2. In the OWL-R profile, the inference procedure is implemented as a logical search by chain rules implemented as triples in the RDF repository. OWL-R has two versions: OWL-R DL and OWL-R Full.

### **OWL Basics**

#### *Classes*

The base element of OWL is the class of all classes, defined as owl : Class . The owl : Class class is an instance of the rdf s : Class class discussed above. Therefore, any OWL class must be specified as an instance of owl : Class . For example, if we want to define a class Human (person), then we must define a triple:

Human rdf : type owl : Class which in XML syntax would look like this:

```
<owl : Class rdf : ID= "Human" />
```

OWL also has two predefined classes:

- Class owl : Thing, which denotes the set of all individuals.
- Class owl : Nothing (nothing), denoting the empty set.

Each OWL class is a subclass of owl : Thing and a parent of owl : Nothing. Therefore, the inheritance tree in OWL forms a so-called complete lattice. Usually, it is enough to declare an entity as an instance of some class for this individual to automatically become a member of the owl : Thing class. Class inheritance in OWL is defined using the rdfs : subclassOf construct, i.e. just like in the RDF Schema language. As in RDF Schema, the fact that one class is a subclass of another means that all instances of the subclass are instances of the headclass.

### OWL Editor Protege

Protege is probably the most popular OWL and RDF editor today. The editor is available for free download from the program website. The program is distributed under the so-called Mozilla Public License (Mozilla Open License), which allows you to use the program for free even in commercial development. The program is implemented in the Java language and therefore requires a preliminary installation of a Java machine. Usually, the Java machine is distributed along with Protege as part of the system for installing it on the user's computer. Protege is a convenient editor for creating OWL ontologies, and it is in this capacity that we will consider it. So, let's start describing the features of this editor. The version of the program considered here is number 3.4 and is based on the first version of the OWL language. There is also a beta version of Protege 4.0 which supports OWL 2.

### Ontology store implementations based on OWL and RDF

In this section, we will review the most well-known implementations of ontology repositories that provide an interface in OWL and RDF. It should be noted that in comparison with relational databases, ontology storage based on RDF triples, so to speak, suffer from low performance. As has been repeatedly mentioned above, a knowledge base based on RDF triples is a graph whose nodes are the subjects and objects of RDF predicates, and the edges of which are the RDF predicates themselves. It is difficult to implement a quick search in this graph.

### REFERENCES

1. The Computer Science Ontology: A Comprehensive Automatically-Generated Taxonomy of Research Areas. Angelo A. Salatino, Andrea Mannocci, 01.06.2020.
2. Ontology in Computer Science. Silveira, M.S., Paula, M.G. 2003.

## MODELING INDIVIDUAL LIFE TRAJECTORIES BY GRAPH

**Ibragimov S.**

*Univ. Grenoble Alpes, LIG*

*F-38000 Grenoble, France*

[samandar.ibragimov@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:samandar.ibragimov@univ-grenoble-alpes.fr)

In various social sciences (sociology, urban planning, ...), a *life trajectory* is an object of study that serves as a support for the analysis of the motivations that determine the choices of an individual all along his biographical journey. The work initiated by M. Thériault *et al.* [3, 4] is a reference in Computer Science when dealing with life trajectory modeling of individuals. This work presents three trajectories (professional, family and residential), each of them being modeled as a sequence where *episodes* (period of time covering a stable status) and *events* (facts which alter the status of the episode causing its end and the beginning of a new episode) alternate. In our previous work by D. Noël *et al.* [1, 2], we proposed an extension of [3, 4] based on design patterns, ontologies and semantic web technologies to model and implement life trajectories.

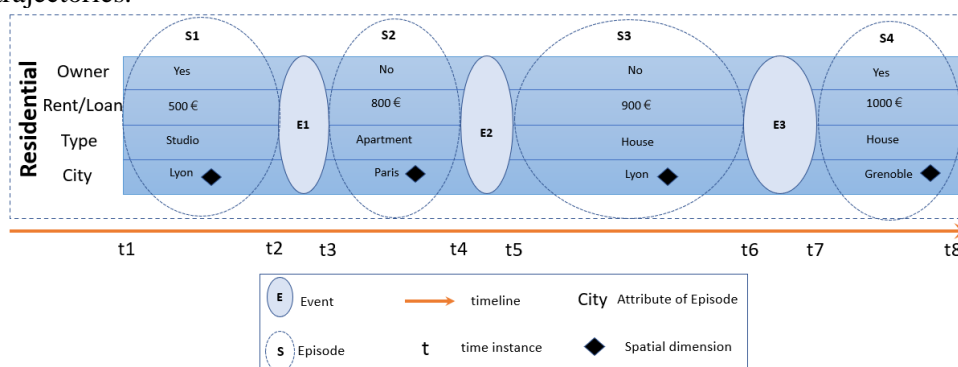


Figure 1. A part of a life trajectory (Adapted from David Noël et al. [2])

In our model, we consider that any kind of *object* (living or not)  $o$  from a concept  $C$ , described by a set of attributes  $A_C$ , can be associated with its *Life Trajectory* during a period  $P$ . Moreover, we state that each object  $o$  of concept  $C$  can be observed from different *viewpoints* during the period  $P$ . Each *viewpoint*  $v$  of  $C$  is associated with a set of *attributes*  $v_{A_C}$  which is then a subset of  $A_C$ . Among the attributes in viewpoint  $v$ , one distinguishes between *primary* and *secondary attributes*. In the viewpoint  $v$ , the periods of time when each primary attribute of  $v_{A_C}$  keeps its value unchanged are called *episodes*. The beginning and the end of an episode are caused by facts which themselves have a duration. We call this facts *events*. Then, all over the observation period  $P$ , an alternating sequence of events and episodes represent the evolution of the set of attributes  $v_{A_C}$  in the viewpoint  $v$ . This sequence is called a *lifeline*. Then, for an object  $o$  of a concept  $C$ , the evolution of its sets of attributes  $A_C$  can be represented by as many lifelines as there are viewpoints. In this context, the *Life Trajectory* of the object  $o$  is defined as the union of the lifelines (one for each considered viewpoint).

Should we consider the representation of the Life Trajectory of a human being called Bob, we could choose, for instance, three observation viewpoints: residential, professional, and family. Figure 1 shows the residential lifeline of Bob's Life Trajectory. The residential viewpoint attributes chosen here are *city* (defined as a primary attribute) and *owner*, *rent / loan*, and *type* (defined as secondary attributes). As shown on Figure 1, each episode is defined by the change of value of the attribute *city* which is caused by an event.

From the definition given above of a multidimensional Life Trajectory, we propose a transformation into a graph. Graph data modeling is the process in which we describe an arbitrary domain as a connected graph of nodes and edges (relationships) with properties and labels. We consider here a graph  $G = \langle S, E \rangle$  where  $S$  represents the set of all *episodes* and  $E$  represents the set of all *events* that can be considered when describing a set of Life Trajectories involving several individuals. In such a graph, a *lifeline* of the Life Trajectory of an individual is represented by one path alternating between events and episodes. Figure 2 shows an example of such a graph, focusing on a residential viewpoint. *Lifelines* of two individuals are shown through paths  $P1$  and  $P2$ . In this case, we see that the two *lifelines* intersect in episode  $S6$ . That is, from the considered viewpoint, the two individuals with residential lifelines  $P1$  and  $P2$  share in common the values of the set of attributes  $v_C$  during the episode  $S6$ .

In our future work, we plan to address the following problems in the analysis of life trajectory: information retrieval, location prediction, outlier detection, classification, matching, clustering, etc. We think that graph formalism, model, theory and tools will show useful in analyzing semantic life trajectories. To use existing algorithms (Graph Edit Distance, Path similarity, etc.), similarity measures between *life trajectories*, *lifelines*, *events* and *episodes* must be defined. Then, it would be possible to solve the problems associated with the analysis of the life trajectory listed above, clustering in particular.

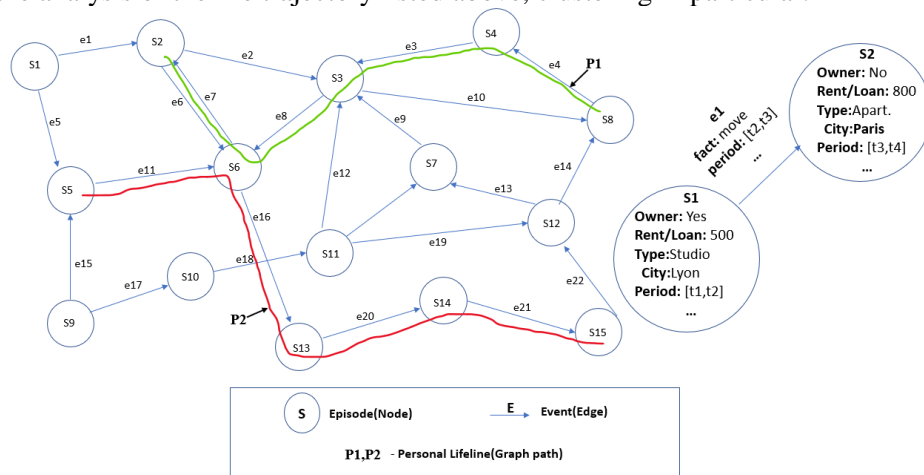


Figure 2. Graph view

## REFERENCES

1. David Noël, Marlène Villanova-Oliver, Jérôme Gensel, Pierre Le Quéau: Modeling semantic trajectories including multiple viewpoints and explanatory factors: application to life trajectories. UrbanGIS@SIGSPATIAL 2015: 107-113
2. David Noël, Marlène Villanova-Oliver, Jérôme Gensel, Pierre Le Quéau: Design Patterns for Modelling Life Trajectories in the Semantic Web. W2GIS 2017: 51-65

3. Marius Thériault, Christophe Claramunt, Anne-Marie Séguin, Paul Y. Villeneuve : Temporal GIS and statistical modeling of personal lifelines. In *Advances in Spatial Data Handling*. Springer Berlin Heidelberg 2002: 433-449

4. Marius Thériault, Anne-Marie Séguin, Yanick Aubé, Paul Y. Villeneuve: A Spatio-Temporal Data Model for Analyzing Personal Biographies. *DEXA Workshop 1999: 410-418*

## **ARTIFICIAL INTELLIGENCE – DEVELOPMENT PROSPECTS.**

**Ibragimov Sh.M.**

*Fergana State University, Fergana, Uzbekistan*

Recently, there has been an increasing interest in artificial intelligence, caused by increased requirements for information systems. We are steadily moving towards a new information revolution, comparable in scale to the development of the Internet, whose name is artificial intelligence. It is here that many fundamental issues related to the development of scientific thought and the impact of advances in computing and robotics on the lives of future generations of people are solved. It turned out that to create machines that mimic the work of the human brain, you need to understand how billions of its interconnected neurons work. And then many researchers came to the conclusion that perhaps the most difficult problem facing modern science is to understand the processes of functioning of the human mind, and not just imitate its work.

Intelligence refers to the ability of the brain to solve (intellectual) problems by acquiring, memorizing, and purposefully transforming knowledge in the process of learning from experience and adapting to a variety of circumstances. The work of the brain aimed at solving intellectual problems is called thinking, or intellectual activity. Thanks to these qualities of intelligence, the brain can solve a variety of tasks, as well as easily switch from one task to another.

There are two directions of development of artificial intelligence:

- the first is to solve problems related to the approximation of specialized artificial intelligence systems to human capabilities, and their integration, which is implemented by human nature.

- The second is the creation of Artificial Intelligence, which represents the integration of already created artificial intelligence systems into a single system that can solve the problems of humanity.

In the future, information systems will increasingly make decisions on vital social and even individual problems, and even more so on problems that will arise in emergency situations, when decisions are made without a "responsible person", i.e. without a person or group of people. There is no doubt that artificial intelligent systems will increasingly influence people in all spheres of their life. Even today, the use of robots in technological processes is becoming almost commonplace. Of course, you should not expect elements from every robot intelligence and broad opportunities. In many cases, these will be highly specialized and relatively simple machines, regulating their activities within narrow limits. It is important for a person to think through the provisions that will allow him to retain the "right to vote" in the world of technology. Humanity, if it does not want to give up its place to artificial intelligence systems, should already think about the issues of its presence in any developing intellectual system. Ultimately, a person must determine the prospects for the development of artificial intelligent systems and the scope of their application himself.

Thus, the consequences of the spread of artificial intelligent systems depend, first of all, on the goals of the person himself, they need to be predicted and controlled, and it is illegal for a person to shift responsibility for his future to artificial intelligence systems.

### **REFERENCES**

1. *Notkin L.I.* Artificial intelligence and learning problems.

2. *Brushlinsky A.V.* Is artificial intelligence possible?

3. *Shikhov E.* Options for the implementation of artificial intelligence – an Internet resource, <http://neural.narod.ru/>

## **ASSOTSATSIYA QOIDASINI O'RGANISH VA QO'LLASH**

**Ismoilova D.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Katta ma'lumotlar to'plamlarida elementlari orasidagi yashirin aloqalarni aniqlash assotsiatsiya tahlili yoki assotsiatsiya qoidalarini o'rganish deyiladi. Elementlarning turli kombinatsiyalarini topish ko'p vaqt talab qiladigan vazifa va hisoblash quvvati jihatidan qiyin bo'lishi mumkin.[1] Qo'pol kuch yechimlari bu muammoni hal qila olmaydi, shuning uchun tez-tez uchraydigan elementlar to'plamini oqilona vaqt

ichida topish uchun yanada oqilona yondashuv talab etiladi. Assotsiatsiya qoidasi ikki qismdan iborat: oldingi (agar) va natija (keyin). Oldingi narsa ma'lumotlar ichida topilgan elementdir. Natija oldingi qism bilan birikmada topilgan narsadir [2].

Assotsiatsiya qoidasini yaratish uchun eng ko'p ishlatiladigan algoritmi bu Apriori algoritmidir. Apriori algoritmining asosiy maqsadi turli ob'ektlar o'rtasida assotsiatsiya qoidasini yaratishdir. Assotsiatsiya qoidasi ikki yoki undan ortiq ob'ektlar bir-biri bilan qanday bog'liqligini tavsiflaydi. Ya'ni X to'plam bo'lsa Y ham aniq bo'ladi. Umuman olganda, siz Apriori algoritmini juda ko'p miqdordagi tranzaksiyalardan iborat ma'lumotlar bazasida boshqarasiz.

Qo'llab-quvvatlash darajasi  $X \rightarrow Y$  shaklidagi qoida, bu erda X va Y elementlar to'plami hisoblanadi. X va Y to'plamlar uchun qo'llab-quvvatlash darajasi topish formulasi  $s = \frac{\sigma(x,y)}{|T|}$  [3]

Bu yerda  $\sigma(x,y)$  - X va Y to'plamning chastotasi, T-berilgan ma'lumotlarlar to'plamidagi barcha element to'plami soni

Ishonch darajasi: Y dagi elementlar X o'z ichiga olgan tranzaksiyalarda qanchalik tez-tez paydo bo'lishi yani ishonch darajasi:  $c = \frac{\sigma(x,y)}{\sigma(x)}$  [4]

Buyerda:  $\sigma(x,y)$  = X va Y elementlarining chastotasi,  $\sigma(x)$  - X toplamidagi elementlarning chastotasi.

Quyidagi masalalani hal qilishda assotsiatsiya qoidasini qo'llaymiz.

Yo'nalishlarning yakuniy nazoratda test topshiradigan fanlar orasida assotsiatsiya qoidasi qo'llaymiz

Yo'nalish Id	Test topshiradigan fanlar
1	Ingliz tili, matanaliz, diskret matematika
2	matanaliz, diskret matematika, Ingliz tili
3	kimyo, Ingliz tili, matanaliz
4	Ingliz tili, jahon adabiyoti
5	Matanaliz kimyo, ingliz tili

1.  $X \rightarrow Y$ ,  $X\{\text{matanaliz ingliz tili}\} \rightarrow Y\{\text{kimyo}\}$  qo'llab quvvatlashlar soni (s)

$$s = \frac{\sigma(x,y)}{|T|} = \frac{\sigma(\text{matanaliz, ingliz tili, kimyo})}{|T|} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$X \rightarrow Y$ ,  $X\{\text{matanaliz ingliz tili}\} \rightarrow Y\{\text{kimyo}\}$  ishonchliligi (c)

$$c = \frac{\sigma(x,y)}{\sigma(x)} = \frac{\sigma(\text{matanaliz, ingliz tili, kimyo})}{\sigma(\text{matanaliz, ingliz tili})} = \frac{2}{4} = 0.5$$

2.  $X \rightarrow Y$ ,  $X\{\text{diskret matematika, ingliz tili}\} \rightarrow Y\{\text{matanaliz}\}$  qo'llab quvvatlashlar soni (s)

$$s = \frac{\sigma(x,y)}{|T|} = \frac{\sigma(\text{diskret matematika, ingliz tili, matanaliz})}{|T|} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$c = \frac{\sigma(x,y)}{\sigma(x)} = \frac{\sigma(\text{diskret matematika, ingliz tili, matanaliz})}{\sigma(\text{diskret matematika, ingliz tili})} = \frac{2}{2} = 1$$

Bundan ko'rinadiki test markazidagi xodim {diskret matematika, ingliz tili} fanlaridan test topshiradigan guruhga {matanaliz} dan test qo'yib berish kerakligi biladi.

#### ADABIYOTLAR

1. *Piatetsky-Shapiro, Gregory* (1991), Discovery, analysis, and presentation of strong rules, in Piatetsky-Shapiro, Gregory; and Frawley, William J.; eds., Knowledge Discovery in Databases, AAAI/MIT Press, Cambridge, MA.

2. Ciation rules between sets of items in large databases". Proceedings of the 1993 ACM SIGMOD international conference on Management of data - SIGMOD '93. p. 207. [CiteSeerX 10.1.1.40.6984](https://doi.org/10.1.1.40.6984).

3. *Wong, Pak* (1999). "[Visualizing Association Rules for Text Mining](#)" (PDF). BSTU Laboratory of Artificial Neural Networks. [Archived](#)

4. *Larose, Daniel T.; Larose, Chantal D.* (2014-06-23). [Discovering Knowledge in Data](#). doi:10.1002/9781118874059. ISBN 9781118874059.

## PYTHONDA LOGISTIK REGRESSIYA ALGORITMINI AMALGA OSHIRISH

**Polvonov S.Z., Akramov O. I.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Ikkilik logistik regressiya ko'pincha tasniflash vazifalari bilan bog'liq holda tilga olinadi. Model oddiy va ehtimollarni yaratish, namunalarni tasniflash va gradient tushishini tushunishni o'rganish uchun oson boshlang'ich algoritmlardan biridir.

Ikkilik logistik regressiya haqida. Algoritmi tushunish va amalga oshirish uchun quyida oltita tenglamani ko'rib chiqaylik. Bashoratni amalga oshirish uchun biz neyron tarmoqlardagi belgilarga o'xshash belgilardan foydalanamiz; bizda og'irliklar ( $w$ ), kirishlar ( $x$ ) va bias ( $b$ ) mavjud.

$$z = \left( \sum_{i=1}^n w_i x_i \right) + b$$

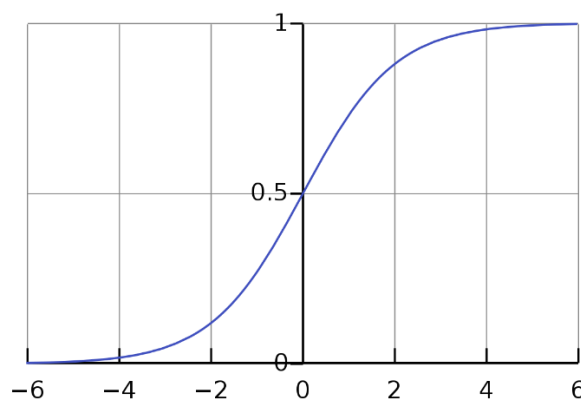
Vektor hisobdan foydalanish juda yaxshi usuldir. Bu shuni anglatadiki,  $w$  qiymatlar ro'yxatiga aylanadi (Python terminlarida). Vektorlar bizga tezroq hisoblash imkonini beradi, agar siz kattaroq ma'lumotlar to'plami bilan tez prototiplashni xohlasangiz, bu juda foydali bo'lishi mumkin.

$$z = w * x + b$$

Bundan tashqari, bashorat qilish uchun biz faollashtirish funksiyasidan foydalanamiz. Ikkilik logistik regressiya holatida u sigmoid deb ataladi va odatda yunoncha sigma harfi bilan belgilanadi. Yana bir keng tarqalgan belgi -  $\hat{y}$  ( $y$  hat). Quyidagi tenglamada biz sigmoid tenglamaning barqaror funksiyasini ko'ramiz.

$$\hat{y} = \sigma(z) = \begin{cases} \frac{1}{1+\exp(z)} & \text{agar } z > 0; \\ \frac{\exp(z)}{1+\exp(z)} & \text{boshqa hollarda} \end{cases}$$

Sigmoid funksiya grafigini quyida ko'ramiz:



Biz bashorat qilganimizdan so'ng, model parametrlarini optimallashtirish uchun asosiy gradient tushish algoritmini qo'llashimiz mumkin, ular bu holatda og'irlik va biasdir.

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \nabla L(f(x; \theta), y)$$

Parametrlar bilan tanishib o'taylik:

$\theta$  (teta) - bu parametr. Misol uchun, sizning vazningiz yoki noto'g'riligingiz.

$\theta_t$  - parametrning joriy qiymati.

$\theta_{t+1}$  - parametrning keyingi qiymati.

$\eta$  (eta) - odatda 0,1 dan 0,0001 gacha bo'lgan qiymatga o'rnatiladigan o'rganish tezligi.

$\nabla L$  (L)oss funksiyasining gradientlarini ( $\nabla$ , nabla) anglatadi. U bizning kirishlarni ( $x$ ), parametr qiymatlarni ( $\theta$ ) va teglarni ( $y$ ) oladi.

Yo'qotish funksiyasi (xatolik funksiyasi sifatida ham tanilgan) bizning bashoratimiz teglardan qanchalik farq qilishini o'lchash uchun ishlatiladigan funksiyadir. Ikkilik o'zaro tasniflashda entropiya - bu xato qiymatini beradigan ikkilik logistik regressiya algoritmi uchun ishlatiladigan funksiya.

$$L_{CE}(\hat{y}; y) = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y \log(\hat{y}) + (1 - y) \log(1 - \hat{y})$$

Tenglamadagi musbat belgisiga qarab, agar  $y = 0$  bo'lsa, chap tomon 0 ga, agar  $y = 1$  bo'lsa, o'ng tomon 0 ga teng bo'ladi.  $y$  yorlig'idan farq qiladi, bu ikkilik tasniflash algoritmidan faqat 0 yoki 1 bo'lishi mumkin.

Endi, gradient tushishi yordamida og'irliklarimizni optimallashtirish uchun gradientlarni hisoblash uchun yo'qotish funksiyamizning hosilasini hisoblashimiz kerak. Boshqacha qilib aytganda, ikkilik o'zaro faoliyat entropiyaning qisman hosilasini hisoblashimiz kerak. Yo'qotish funksiyasining hosilasini quyidagicha tasvirlab berishingiz mumkin:

$$\frac{\partial L_{CE}(\hat{y}, y)}{\partial w} = \frac{1}{m} (\hat{y} - y) x_i^T$$

$$\frac{\partial L_{CE}(\hat{y}, y)}{\partial b} = \frac{1}{m}(\hat{y} - y)$$

Oxirgi hisoblashdan yakuniy qiymatlarga ega bo'lamiz, uni gradient tushish tenglamasida ishlatishimiz va og'irlik va egilishni yangilashimiz mumkin.

Python misolidagi birinchi qadam ma'lumotlar to'plamini tanlashdir. Bizga bu ikkilik tasnif ma'lumotlar to'plami bo'lishi kerak, shuning uchun ushbu maqolada "Breast Cancer Wisconsin" ma'lumotlar to'plami deb nomlangan scikit-learn kutubxonasidagi ma'lumotlardan birini tanladim. Bunda biz odamda ko'krak bezi saratoni borligini aniqlash uchun foydalanishimiz mumkin bo'lgan bir nechta xususiyatlarga ega bo'lamiz.

## ADABIYOTLAR

1. *Andreas S.Muller, Sarah Guido. Introduction to Machine Learning with Python.2017*
2. *S.Kamolov, Sh.Rahmatov. Sun'iy intellekt asoslari.Mahinaviy o'qitish.2022*

## SUN'IY INTELEKT MASALALARINI YECHISH MODELLARI

<sup>1</sup>Qobilov K.H., <sup>1</sup>Olimov N.N., <sup>2</sup>Toyrova U.I

<sup>1</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

<sup>2</sup>Romitan tuman 1-son kasb -hunar maktabi, Buxoro, O'zbekiston

Sun'iy intellekt — informatikaning alohida sohasi bo'lib, odatda inson ongi bilan bog'liq imkoniyatlar: tilni tushunish, o'rgatish, muhokama qilish, masalani yechish, tarjima va shu kabi imkoniyatlarga ega kompyuter tizimlarini yaratish bilan shug'ullanadi.

Intellekt — insonning tafakkur yuritish qobiliyati. Suniy intellekt — inson intellektining ba'zi vazifalarini o'zida mujassamlashtirgan avtomatik va avtomatlashtirilgan tizimlar hususiyati.

Sun'iy intellekt shaxsning nisbatan barqaror bo'lgan, masalan, axborotni qabul qilish va undan ma'lum masalalarni hal qilishda foydalana olishi kabi aqliy qobiliyatini ifodalaydi.

Sun'iy intellekt masalalarini yechish modellari quyidagicha tavsiflanadi:

**Mantiqiy modellar.** Mantiqiy modellar predikatlarini xisoblash tilidan foydalanadilar. Birinchi predikatga munosabatlar nomi mos tushadi, dalillar terminiga esa ob'ektlar. Barcha predikatlarining mantiqida ishlatiluvchi mantiqiy fikrlar haqiqiy YOKI yolg'on mazmunga ega.

Mohiyatlar orasidagi munosabatlar mulohazalar yordamida ifodalanadi. Mulohaza - ko'rsatilgan mohiyatlarda o'ringa ega bo'lgan yoki bo'lmagan xayoliy mumkin bo'lgan vaziyat. Tilda (formal yoki tabiiy) mulohazalarga gaplar javob beradi. Mulohaza va gapni ham mohiyat deb qarash va uni predmet sohaga qo'shish mumkin.

Mantiqiy modellar bilan ishlashda quyidagi qoidalarga amal qilish zarur: Dalillar tartibi har doim berilgan predmet soxasiga qabul qilingan predikatlar izohi bilan mos holda berilishi kerak. Dasturchi dalillarning fiksirlangan tartibi haqidagi qarorni qabul qiladi va boshidan ohirigacha unga amal qiladi.

1. Predikat dalillarning istalgan miqdoriga ega bo'lishi mumkin.

2. Predikatdan tashkil topgan va u bilan dalillar orqali bog'langan alohida fikrlar, murakkab fikrlarga mantiqiy bog'lamalar orqali bog'lanishi mumkin.

Mantiqiy tillarda bajarilgan predmet sohalarni tavsiflash mantiqiy modellar deyiladi.

**To'rtli modellar.** Mohiyat deganda ixtiyoriy tabiatga ega bo'lgan ob'ektni tushunamiz. Bu ob'ekt real olamda mavjud bo'lishi mumkin. Bu holda u P-mohiyat deb ataladi. Bilimlar bazasida unga qandaydir tavsif mos keladi. Bu tavsifning to'liqligi P-mohiyat haqida intellektual tizim ega bo'lgan axborot bilan aniqlanadi. Bunday tasvirlash bilimlar bazasida M-mohiyat deyiladi. Shuni ta'kidlash joizki, Suhnday M-mohiyat mavjud bo'lishi mumkinki, unga mos P-mohiyat mavjud bo'lmasligi mumkin. Bunday M-mohiyatlar bilimlar bazasi ichida umumlashtirish amallariga o'xshash amallar yordamida hosil qilingan abstrakt ob'ektlarni o'zida ifodalaydi.

Mohiyatlarni ikki qismga ajratish birinchi marta semioptik modellarda shakllangan va ularga asoslangan vaziyatli boshqarish g'oyalarini to'rtli modellarda qo'llashga imkon beradi. Muammoli sohaning semioptik modeli deganda bilimlar bazasida P-mohiyatlar va ular orasidagi bog'lanishlarni tasvirlash imkonini beradigan protseduralar kompleksi tushuniladi. O'zaro bog'langan P-mohiyatlarni interpretatsiya qilish usuli denotativ semantika, o'zaro bog'langan M-mohiyatlarni

interpretatsiya qilish usuli konnotativ semantika deyiladi. P-mohiyat bilimlar bazasidagi unga mos M-mohiyatga nisbatan M-mohiyatning denotati yoki referenti deyiladi, M-mohiyat esa P-mohiyatga nisbatan uning degistanti, nomi, nishoni, identifikatori va sh.k. deyiladi. Degistant to'rtli modeldagi oddiyroq element. U to'rtli modeldagi terminal ob'ektlar sinfiga kiradi.

**Maxsuliy modellar.** Maxsulotlar freymilar bilan bir qatorda intellektual tizimlarda bilimlarni tasvirlashning mashxur vositalari xisoblanadi. Maxsulotlar bir tomondan mantiqiy modellarga yaqin bo'lib,

maxsuliy chiqarish protseduralarini tashkil etish imkonini bersa, boshqa tomondan klassik mantiqiy modellarga qaraganda ilimlarni ko'rgazmaliroq tarzda aks ettiradi. Ularda mantiqiy xisoblarga xos bo'lgan qat'iy chegaranishlar yo'q. Bu esa maxsulot elementlarini interpretatsiyasini o'zgartirish imkonini beradi.

Bir qator intellektual tizimlarda bilimlarni tasvirlashning to'rtli va maxsuliy modellarining kombinatsiyasi ishlatiladi. Bunday modellarda deklarativ bilimlar modelning to'rtli komponentida, protsedurali bilimlar maxsuliy komponentida tavsiflanadi.

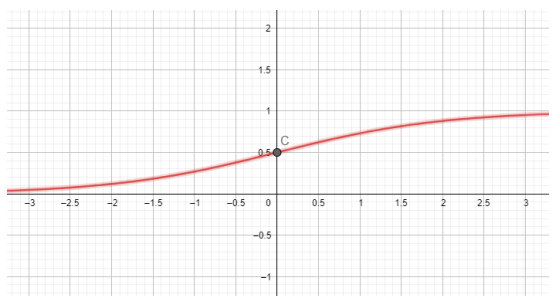
## SUN'IY INTELLEKTD A MANTIQUIY REGRESSIYANING O'RNI

Risqaliyev J.D.

Tartibga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchilar uchun tartibli mantiqiy regressiya qo'llaniladi [1]. **Mantiqiy regressiya** ( inglizcha *logit model*) - mantiqiy egri chiziq bilan taqqoslash orqali sodir bo'lgan voqea ehtimolini taxmin qilish uchun ishlatiladigan statistik modeldir [2].

Ushbu maqolada gipotezaning umumiy shakli, ya'ni tasniflash masalalarida bashorat qilish uchun foydalanadigan funksiya ko'rsatilgan. Bizning tasniflagichimiz noldan birgacha qiymatlarni olishi kerak  $0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$ . Buning uchun gipoteza funksiyasi kerak bo'lib, uning bashoratlari noldan birgacha bo'lgan segmentda yotadi. Chiziqli regressiya masalasida  $h_{\theta}(x) = \theta^T \cdot x$  ga teng edi.

Mantiqiy regressiyada formula biroz o'zgartirilgan va  $h_{\theta}(x) = g(\theta^T \cdot x)$  ga teng.  $G(z)$  funksiyasi quyidagicha ta'riflanadi:  $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$  ga teng. Bu funksiya sigmasimon yoki mantiqiy funksiya deb ataladi. Shuning uchun algoritm mantiqiy regressiya deb ataladi. Aytgancha, "sigmoid" va "mantiqiy funksiya" atamaları sinonimdir va mohiyatan bir xil ma'noni anglatadi. Umuman olganda, ular bir-birining o'rnini bosadi va  $g(z)$  funksiyasini ularning har biri orqali tasvirlash mumkin. Agar bu ikki tenglikni umumlashtirsak, u holda gipoteza uchun quyidagi ifoda olinadi  $h_{\theta}(x) = \frac{1}{1+e^{-\theta^T \cdot x}}$ . Faqat chapdagi birinchi tenglikdagi tenglamada  $z$  ni o'rniga qo'ydik. Mantiqiy funksiya deb ham ataladigan sigmasimon  $g(z)$  shunday ko'rinadi. Noldan boshlab, u boshlang'ich yaqinida tez o'sib boradi,  $y$  o'qini 0,5 da kesib o'tadi va keyin yana sekinlashadi va tekislanadi. Mana bunday:



Ko'rib turganingizdek, sigmasimon 1-darajali gorizontall chiziqqa va  $x$  o'qiga asimptotik tarzda yaqinlashadi.  $Z$  minus cheksizlikka yaqinlashganda,  $g(z)$  nolga yaqinlashadi,  $z$  cheksizlikka yaqinlashganda,  $g(z)$  birga yaqinlashadi.  $G(z)$  ning barcha qiymatlari 0 va 1 orasida joylashganligi sababli,  $h_{\theta}(x)$  funksiyaning qiymatlari ham 0 va 1 orasida yotadi. Endi, gipotezaning umumiy shaklini aniqlagandan so'ng, biz avvalgidek, bizning ma'lumotlarimizga mos keladigan  $\theta$  parametr

vektorini tanlashimiz kerak. Ya'ni, trening ma'lumotlariga asoslanib,  $\theta$  qiymatlarini aniqlaymiz. Bu bizga bashorat qilish uchun gipotezadan foydalanishga imkon beradi. Gipoteza  $x$  da qabul qiladigan qiymat nimani anglatadi? Bu sonni shu  $x$  uchun  $y$  ning birga teng bo'lish ehtimoli deb hisoblaymiz  $y=1$ . Aytaylik, biz o'smalarni tasniflash vazifasi bilan shug'ullanamiz. Ya'ni, bizning xususiyat vektorimizda  $x_0$ , har doimgidek, 1 ga teng va birinchi  $x$  o'simtaning o'lchamiga mos keladi  $x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ o'simta\ o'lchami \end{bmatrix}$ . Faraz qilaylik, bizni oldimizga bemor keldi, uning o'simta o'lchami ma'lum, biz algoritmgaga tegishli  $x$  vektorini beramiz va gipoteza bashoratini 0,7 ga teng deb olamiz  $h_{\theta}(x) = 0,7$ . Algoritm  $x$  xususiyatli vektoriga ega bo'lgan bemor uchun  $y = 1$  da ehtimoli 0,7 ga teng ekanligini taxmin qiladi. Boshqacha qilib aytganda, bemorga bunday o'simta, afsuski, 70% hollarda xavfli o'sma ehtimoli haqida xabar berishi kerak. Buni shunday yozish mumkin:  $h_{\theta}(x) = P(y = 1 | x; \theta)$ . Demak,  $y=1$  gipoteza qiymatiga mos kelishi ehtimoli. Ammo  $y$  faqat 0 yoki 1 bo'lishi mumkin. Shunday qilib,  $h_{\theta}(x)$  ni bilgan holda, biz  $y=0$  bo'lish ehtimolini ham bilamiz. Ya'ni,  $y$  ning qiymati 0 yoki 1 bo'lgani uchun  $y=0$  bo'lish ehtimoli va  $y=1$  ehtimoli yig'indisi 1 ga teng  $P(y = 0|x; \theta) + P(y = 1|x; \theta) = 1$ . Demak, ehtimollar yig'indisi 1 ga teng bo'lishi kerak. Agar bu atamani tenglamaning o'ng tomoniga o'tkazsak,  $y=0$  bo'lish ehtimoli  $P(y = 0|x; \theta) = 1 - P(y = 1|x; \theta)$  ga teng. Demak,  $h_{\theta}(x)$  gipoteza qiymati bizga bu qiymatni berganligi sababli,  $y=0$  bo'lish ehtimolini osonlikcha hisoblashimiz mumkin [3].

### ADABIYOTLAR

1. *Наследов А. Д.* SPSS: Компьютерный анализ данных в психологии и социальных науках. СПб., 2007; *Бююль А., Цёфель П.* SPSS: Искусство обработки информации. М., 2002.
2. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Логистическая\\_регрессия](https://ru.wikipedia.org/wiki/Логистическая_регрессия)
3. <https://www.coursera.org/lecture/machine-learning/hypothesis-representation-RJXfB>



## TA'LIM TIZIMIDAGI SUN'IY AQLNING KELAJAGI

**Ro'zimatov S. Sh., Rahimov A. G'.**

*Namangan muhandislik- texnologiya instituti, Namangan, O'zbekiston*

Sun'iy intellekt deganda o'rganish, umumlashtirish va fikr yuritish kabi odamlar kabi vazifalarni bajarish bilan dasturlashtirilgan kompyuter tizimlari yoki inson tomonidan yaratilgan robotlar nazariyasi tushuniladi. Ushbu qobiliyat bilan sun'iy intellekt inson hayotining muhim qismiga aylandi.

Eng ko'zga ko'ringan o'tish jarayoni akademik dunyoda ko'proq shaxsiylashtirish va qulaylik tug'dirishi mumkin. Hozirgi kunda sun'iy intellekt ta'lim sohasida hukmron kuchga ega va sun'iy intellekt echimlari etkazib beruvchilari kelajak uchun sun'iy intellektni rivojlantirish mexanizmini yoqishda ilg'or.

Hisobotga ko'ra, AQSh ta'limida 2022 yilga kelib sun'iy intellekt bozorida 48 foiz o'sish kuzatiladi. Bunday o'sish bilan sun'iy intellekt echimlari etkazib beruvchilari butun dunyo bo'ylab integral ta'lim va repetitorlik veb-echimlarini taqdim etishlari mumkin.

Sun'iy intellekt ta'lim sohasining kelajagini qanday shakllantiradi

Yangi ta'lim tizimi sun'iy intellektning haddan tashqari integratsiyalashuvi, talabalar ehtiyojlari va ehtiyojlarini qondirish natijasi bo'ladi. Avtomatlashtirish bunday tizimning eng muhim qismi bo'ladi.

Ta'lim sohasining kelajagi sun'iy intellekt orqali qanday o'zgarishi mumkinligi to'g'risida yaxshiroq ma'lumot olish uchun ro'yxat.

1. Sun'iy intellekt yordamida ishlaydigan shaxsiylashtirish

Sun'iy intellekt tizimlari xususiylashtirish asosida har bir talabning o'quv profilini ishlab chiqishi mumkin. Ushbu xususiylashtirish har bir talaba uchun tajriba, qobiliyat va afzal o'qish rejimini hisobga olgan holda o'quv materiallarini modullashi mumkin. Shaxsiylashtirish ta'lim sohasi uchun zarurdir, chunki barcha talabalar uchun o'qitish bir xil bo'lmasligi kerak, agar ular orasida o'rganish juda aniq bo'lsa.

2. Asosiy ta'lim faoliyatini avtomatlashtirish

Sinov va baholash kabi ba'zi mashg'ulotlar o'qituvchilar uchun zerikarli va ko'p vaqt talab qiladigan ish bo'lib qoldi. Sun'iy intellekt uchun odamning baholashini mutlaqo almashtirish imkonsiz, ammo u deyarli yaqinlashishi mumkin. sun'iy intellektni baholash "bo'sh joylarni to'ldirish va ko'p tanlovli testlar" uchun qulay, ammo testlarni yozish uchun bu murakkab ko'rinadi. Biroq, sun'iy intellekt echimlari ushbu kamchilikni bosqichma-bosqich o'rganmoqda va echimlarni topmoqda. Ushbu o'zgarish o'qituvchilarga vaqtni tejash va yaxshi joyga sarmoya kiritish orqali yordam berishi mumkin.

3. Talabalarni global sinflar bilan bog'lash

Texnologiya dunyo bilan bog'lanishni anglatadi. Sun'iy intellektni etkazib beruvchilar vositalarni ishlab chiqish uchun qo'llab-quvvatlovchi texnologik yutuqlardan foydalanish imkoniyatiga ega. Ushbu vositalar o'quvchilarga barcha turdagi o'quvchilar tushunadigan darajada ta'lim beradigan global sinflarning bir qismiga aylanishiga yordam beradi.

4. Sun'iy intellekt ga asoslangan repetitorlar

Yuqori darajadagi repetitorlik tizimlari yuqori darajadagi ijodkorlik va fikrlash kabi real dunyo talab qiladigan narsalarni engillashtirishga imkon beradigan sun'iy intellekt echimlarini etkazib beruvchilar uchun juda muhimdir. Talabalar hatto sun'iy intellekt bo'yicha o'qituvchilarning eng yaxshi qismini tashkil etadigan sinfdan tashqarida ham yordam olishadi.

5. Haqiqiy vaqtda qayta aloqa manbalari

Ta'lim sohasidagi sun'iy intellekt xizmatlarining ijobiy va salbiy tomonlari tufayli samaradorligini baholash qiyin. sun'iy intellekt dasturiy ta'minoti va dasturlari o'quvchilarning ta'lim olish imkoniyatlarini cheklaydi. Tez orada ularning ta'siri quyi pog'onadan yuqori pog'onalariga qadar ko'rinadi.

### ADABIYOTLAR

1. *Devies, M.* (2012) Umumjahon Kompyuter: Leybnitsdan Turing, Teylor va Frensis guruhiga yo'l.
2. *McCorduck, P.* (1979) o'ylaydigan mashinalar, A K Peters, Ltd.
3. *Rassell, S., Norvig, P.* (2009) Sun'iy intellekt: zamonaviy yondashuv, Prentice Hall

## APPLICATION OF THE CONDITIONS OF IMAMA BUKHARIY TO MODERN INFORMATION CHALLENGES

**<sup>1</sup>Saidov A.A., <sup>1</sup>Khakimova F.A., <sup>2</sup>Abdurakhmanov T.T.**

*<sup>1</sup>Customs Institute of the State Customs Committee Republic of Uzbekistan*

*<sup>2</sup>Department of Information and Communication Technologies and Cybersecurity of the State Customs Committee Republic of Uzbekistan*

### Introduction

An analysis of the problem of violations of customs legislation shows that every 4th such violation is associated with unreliable declaration of goods. The fight against the violation of customs legislation and

the control of the reliability of customs declarations is in the field of economic interests of any state, due to the fact that customs payments, as a rule, make up a considerable part of the revenue side of the state budget. For example, over the past five years, customs payments amounted to 13-18% of the total revenue part of the state budget of the Republic of Uzbekistan [1].

Therefore, the task of investigating methods for identifying unreliable customs declarations is relevant.

#### **Information reliability control methods**

The task of identifying unreliable customs declarations is a special case of the general and, as you know, ancient task of identifying false information, i.e. how to distinguish "truth" from "falsehood". Numerous scholars have been interested in this problem, starting with the ancient Greek philosopher Aristotle (384 B.C.). Also famous are Leibniz's "sufficient reason" Law, Godel's Incompleteness Theorem, Kolmogorov's Superposition Theorem, Satoshi Nakamoto's Blockchain System Technology, Xin Luna Dong's "Knowledge-based Reliability" Theory, and others.

Not only scientists of natural or secular sciences were interested in this problem. This refers to the scholars who were involved in determining the authenticity of hadith in Islam. The legendary Muhammad ibn Ismoil al-Bukhari (IX century) is considered to be one of them. He is said to have devoted his entire life to collecting and analyzing hadith, and he worked to develop methods that allowed him to identify "authentic" hadith. Having analyzed over 600,000 hadiths, he chose only 7,275 (1.21%) for his book, *Al-Jami as-Sahih*, which has been considered the most reliable book for over 11 centuries.

According to the conditions of Imam Bukhari, the criteria for the authenticity of hadith consist of two groups of conditions:

- Conditions for the source of the hadith;
- conditions for the content of the hadith.

Based on the concept of Imam Bukhoriy, the authors of this paper have developed criteria for the reliability of customs information, consisting of two groups and six conditions:

- conditions for the source of customs information;
- conditions for the content of customs information.

#### **Conclusion.**

In conclusion, we would like to note that the above-mentioned criteria for ensuring the reliability of customs information are implemented in the automated information systems of the State Customs Committee of the Republic of Uzbekistan and have shown their effectiveness. As a result of the functioning of this system during 2020 revealed 201 thousand 611 unreliable cargo customs declarations and charged to the state budget additional 36.7 billion UZS customs payments.

#### **REFERENCES**

1. *Saidov A.A.* Classical methods of controlling the reliability of information and peculiarities of their application to the customs case // Monograph. -Tashkent. -2021. – 498 p. <https://elibrary.ru/item.asp?id=47759425>.

#### **MATNLARNI INTELLEKTUAL TAXLIL QILISH MASALALARI**

**Samandarov B.S., To‘xtabaev U.A., Ispanova J.P.**

*Berdaq nomidagi Qoraqalpoq davlat universiteti, O‘zbekiston*

Keyingi yillarda lingvistik tahlil va matn qayta ishlash sohasida ko‘plagan tadqiqotlar olib borilib [1], bunda statistik usullar yordamida muallifning uslubini o‘rganish yoki axborot tizimlarida yangiliklar yoki blog materiallari reytingini o‘rganish, foydalanuvchi xatti-harakatlarini modellashtirish tadqiq qilib kelinmoqda [2]. Bugungi kunda Internet va boshqa manbalarda axborotlar keskin o‘shida davom etmoqda va bu axborotlarning asosiy qismi matn ko‘rinishida shakllantirilmoqda. Ushbu katta xajmdagi ma’lumotlardan foydalisini ajratib olish uchun maxsus usul va mexanizmlar zaruriyati kelib chiqadi [3].

Matndan belgilarni ajratib olish (Feature Extraction) – Data Mining sohasining keng uchrashadigan masalasi bo‘lib, aynan belgilarni generatsiya qilish bosqichida qo‘llaniladi. Shundan kelib chiqib, bugungi kunda matnlarni intellektual tahlil qilish Text Mining nomini oldi. Bu holatda Feature Extraction – NLP (**NLP, Natural Language Processing** – tabiiy tilga ishlov berish) sohasiga tegishli bo‘lib, sun‘iy intellekt va matematik lingvistikaning alohida sohasi sanaladi. Bugungi kunda NLP ko‘lami nutqni aniqlash va matn tarjima qilishdan boshlanib, bashoratli matn kiritish va mashina va odam o‘rtasida aloqa o‘rnatishgacha qo‘llaniladi. Bunda mashinani o‘qitish (Machine Learning) yordamida matn ma’lumotlarini tanib olish va tahlil qilish vazifalari hal qilinadi hamda matndan belgilarni ajratib olish va data scientist

mutaxassis ma'lumotlarni tayyorlashning (Data Preparation) ushbu bosqichini qanday amalga oshirishi tahlil qilinadi.

Matndan belgilarni ajratib olishda dastlab uni ML (Machine Learning) algoritmlari yordamida ishlov berishga yaroqli ko'rinishga keltirish zarurati kelib chiqadi. Buni amalga oshirish uchun matnlarni bir nechta bosqichda qayta ishlash zarurati kelib chiqadi:

▪ **Tokenlash** – matnning uzun qismlarini kichikroq qismlarga bo'lish (paragraflar, jumlar, so'zlar). TextMingda tokenlash matni qayta ishlashning birinchi sanaladi.

▪ **Normallashtirish** – matni «tozalangan» shaklga keltirish, ya'ni, so'zlarning yagona reestri, tinish belgilarining yo'qligi, shifrlangan qisqartmalar, raqamlarning og'zaki yozilishi va boshqalar;

▪ **Stemlash** - qo'shimchalarni (qo'shimcha, prefiks, tugatish) olib tashlash orqali so'zni o'z ildiziga olib kelish;

▪ **Lemmalash** - so'zni semantik kanonik shakliga qisqartirish;

▪ **Tozlash** - semantik yukni ko'tarmaydigan to'xtash so'zlarini (so'z birikmalari, qo'shma gaplar va boshqalar) olib tashlash.

Ushbu amallar orqali matnlar zarur belgilarni ajratib olish uchun sonli qayta ishlashga tayyor ko'rinishga keltiriladi.

Bizga sir emaski, ko'plagan kompaniyalarda juda katta miqdorda foydalanilmaydigan ma'lumotlar (dark data ) mavjud. IBM kompaniyasi hisob-kitoblariga ko'ra datchiklar va analog raqamli konvertorlar tomonidan shakllantirilayotgan ma'lumotlarning taxminan 90% xech qachon ishlatilmaydi. Xulosa qilib aytadigan bo'lsak, strukturalanmagan foydalanilmaydigan ma'lumotlardan foydali ma'lumotlarni ajratib olib ularga ishlov berish eng istiqbolli usullardan biri bo'lib qoladi.

#### ADABIYOTLAR

1. *В.Э.Паиковский, В.Р.Пиотровская, Р.Г.Пиотровский. Психиатрическая лингвистика* Изд. 4-е. – М.: ЛЕНАНД, 2015. – 168 с.

2. *Gir'on J., Ginebra J., Riba A. Bayesian Analysis of a Multinomial Sequence and Homogeneity of Literary Style // The American Statistician. 2005. Vol. 59. Issue 1. PP. 19–30*

3. *Faiyaz Ahmad, Yassar, Amreen Ahmad. Automatic Summarization of Textual Document // International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE), Volume-9 Issue-1, November 2019. PP 2486-2491*

## PREDICTING AND CLASSIFYING OF PUPILS' KNOWLEDGE USING MACHINE LEARNING ALGORITHMS

**Samandarov E.K.**

*National university of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

Educational Data Mining is a rising discipline that aims to develop methods to explore data from educational contexts, in order to understand students' behavior, interests and results in a better way. The EDM can be considered as the intersection of three main areas: education, statistics and informatics. This intersection among these three areas also generates other sub-fields, narrowly related to EDM, such as computer-based education, learning analysis, data mining (DM) and machine learning (ML).

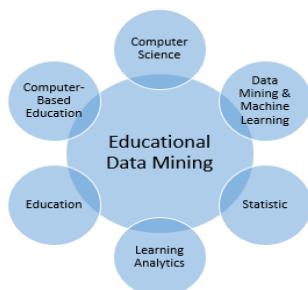


Figure 1

As seen in Fig. 1, machine learning is critical in educational data mining. It gives the capacity to forecast in the educational sector. One advantage of this approach is that it can identify recurring queries. There are four main types of machine learning: supervised, unsupervised, semi-supervised and reinforcement. The supervised learning is the most popular paradigm for machine learning, it aims to build a model based on observation data and desired results; This model allows the best approach to the relationship between input and output observable in the data. Supervised learning problems can be grouped into regression and classification problems. While, unsupervised learning uses only input observations data without having corresponding outputs. So, the goal of unsupervised learning is to

determine the patterns or clusters hidden in the data from unlabeled data. Unsupervised learning problems can be seen as a problem of clustering or association. The semi-supervised learning falls between the two previous types of learning. Indeed, data labeling is a very expensive operation and requires presence of human experts. However, the availability of labels in some observations, even if they are missing in the most cases, gives to the semi-supervised algorithms the best chance for model construction. The semi-supervised learning algorithms exploit the idea that, even if group memberships of unlabeled data are

unknown, this data has important information about the parameters of the group. Finally, the reinforcement learning is a relatively new approach to machine learning, and it is quite different from the previous types of learning. The Reinforcement algorithm works in an iterative fashion by using the observations collected from the interaction and taking actions to minimize the risk and maximize the benefits. The choice of machine learning algorithm strongly depends on the data used and the outcome of the model. Among the most used machine learning algorithms, we quote: Linear Regression, Neural Networks, Decision Trees, Naive Bayes, Nearest Neighbor, Vector Support Machines (SVM), K-means, etc. We note that all these algorithms are available in the `skit-learn` python library. In this work, we used the multiple regression algorithm to predict pupils' performance as we will present later.

## LITERATURE

1. *L. Ji, X. Zhang, L. Zhang*, Research on the Algorithm of Education Data Mining Based on Big Data, in: 2020 IEEE 2nd International Conference on Computer Science and Educational Informatization (CSEI), 2020, pp. 344–350
2. *Pallathadka H. et al.* Classification and prediction of student performance data using various machine learning algorithms //Materials Today: Proceedings. – 2021.

## BIG DATA VA MA'LUMOTLAR TAHLILI TURLI SOHALARDA QO'LLANILISHI

**Xazratov F. X., Rufatov J. Z., Boltayev S.B.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Bugungi kunda Data Mining texnologiyasi biznes muammolarini hal qilishda eng keng qo'llaniladi. Ehtimol, sababi aynan shu yo'nalishda Data Mining vositalaridan foydalanishning rentabelligi ba'zi manbalarga ko'ra 1000% gacha bo'lishi mumkin va uni amalga oshirish xarajatlari etarlicha tez to'lanishi mumkin.

Endilikda Data Mining texnologiyasi retrospektiv ma'lumotlar to'plangan inson faoliyatining deyarli barcha sohalorida qo'llaniladi.

**Bank ishi:** Biz Data Mining texnologiyasini qo'llashning to'rtta asosiy yo'nalishini batafsil ko'rib chiqamiz: ilm-fan, biznes, hukumat uchun tadqiqotlar va Internet.

1. Ilmiy tadqiqotlar uchun Data Mining dasturi. Asosiy yo'nalishlari: tibbiyot, biologiya, molekulyar genetika va gen muhandisligi, bioinformatika, astronomiya, amaliy kimyo, giyohvandlikka oid tadqiqotlar va boshqalar.

2. Biznes muammolarini hal qilish uchun Data Mining dasturi. Asosiy yo'nalishlari: bank, moliya, sug'urta, CRM, ishlab chiqarish, telekommunikatsiya, elektron tijorat, marketing, fond bozori va boshqalar.

3. Data Mining dasturini davlat darajasidagi muammolarni hal qilishda qo'llash. Asosiy yo'nalishlar: soliq to'lamaganlarni qidirish; terrorizmga qarshi kurashda anglatadi.

4. Web-muammolarni hal qilish uchun ma'lumotlarni tanlab olishdan foydalanish. Asosiy yo'nalishlar: qidiruv tizimlari, hisoblagichlar va boshqalar.

**Sug'urta:** Sug'urta biznesi ma'lum bir xavf bilan bog'liq. Bu erda Data Mining yordamida hal qilingan vazifalar bank ishlariga o'xshashdir.

Mijozlarni guruhlariga ajratish natijasida olingan ma'lumotlar mijozlar guruhlarini aniqlash uchun ishlatiladi. Natijada sug'urta kompaniyasi eng katta foyda va eng kam tavakkalchilik bilan mijozlarning ma'lum guruhlariga ma'lum xizmat guruhlarini taklif qilishi mumkin.

Firibgarlikni aniqlash vazifasi firibgar mijozlarning xulq-atvorining ma'lum odatiy stereotipini topish yo'li bilan hal qilinadi.

**Telekommunikatsiya:** Telekommunikatsiyalarda Data Mining yutuqlari ishonchli mijozlarni jalb qilish uchun ishlaydigan har qanday kompaniyaga xos bo'lgan muammolarni hal qilishda ishlatilishi mumkin - bu mijozlarning sodiqligini aniqlash. Bunday muammolarni hal qilish zarurati telekommunikatsiya bozorida qattiq raqobat va mijozlarning doimiy ravishda bir kompaniyadan ikkinchisiga ko'chib o'tishi bilan bog'liq. Ma'lumki, mijozni saqlab qolish uni qaytarishdan ko'ra ancha arzon. Shu sababli, xaridorlarning ayrim guruhlarini aniqlash va ular uchun eng jozibali xizmatlar to'plamini ishlab chiqish zaruriyati tug'iladi. Bu sohada, boshqa ko'plab sohalarda bo'lgani kabi, firibgarlik faktlarini aniqlash muhim vazifadir.

Faoliyatning ko'plab yo'nalishlari uchun xos bo'lgan bunday vazifalardan tashqari, telekommunikatsiya sohasining o'ziga xos xususiyatlari bilan belgilanadigan vazifalar guruhi ham mavjud.

**Elektron tijorat.** Elektron tijorat sohasida Data Mining tavsiyalar tizimlarini shakllantirish va veb-saytga tashrif buyuruvchilarni tasniflash muammolarini hal qilish uchun ishlatiladi. Ushbu tasnif kompaniyalarga aniq mijozlar guruhlarini aniqlash va aniqlangan mijozlarning qiziqishlari va ehtiyojlariga

muvofiq marketing siyosatini olib borish imkoniyatini beradi. Elektron tijorat uchun Data Mining texnologiyasi Web Mining texnologiyasi bilan chambarchas bog'liq.

**Marketing:**Data Mining marketingda keng qo'llaniladi. Asosiy marketing savollari "Nima sotilmoqda?", "Qanday sotilmoqda?", "Iste'molchi kim?" Tasniflash va klasterlash muammolariga bag'ishlangan ma'ruzada iste'molchilar segmentatsiyasi kabi marketing muammolarini hal qilish uchun klaster tahlilidan foydalanish batafsil bayon etilgan. Marketing muammolarini hal qilishning yana bir keng tarqalgan usullaridan biri bu assotsiatsiya qoidalarini topish usullari va algoritmlari. Bu erda vaqtinchalik naqshlarni qidirish ham muvaffaqiyatli qo'llanilmoqda.

#### **Chakana savdo sohasida, shuningdek marketingda quyidagilar qo'llaniladi:**

- assotsiatsiya qoidalarini topish algoritmlari (xaridorlar bir vaqtning o'zida sotib oladigan tez-tez uchrab turadigan tovar to'plamlarini aniqlash uchun). Ushbu qoidalarni aniqlash tovarlarni savdo maydonchalari javonlariga joylashtirishga, tovarlarni sotib olish va ularni omborlarga joylashtirish strategiyasini ishlab chiqishga va boshqalarga yordam beradi.

- vaqt ketma-ketliklaridan foydalanish, masalan, omborda kerakli miqdordagi tovar zaxirasini aniqlash.

- mijozlarning guruhlari yoki toifalarini aniqlash uchun tasniflash va klasterlash usullari, ularning bilimlari tovarlarni muvaffaqiyatli reklama qilishga yordam beradi.

#### **Fond bozori: Data Mining texnologiyasi yordamida hal qilinishi mumkin bo'lgan fond bozori muammolari ro'yxati:**

- moliyaviy vositalarning kelajakdagi qiymatlarini va ularning o'tgan qiymatlari asosida ko'rsatkichlarni prognoz qilish;

- moliyaviy vositaning tendentsiya prognozi (harakatning kelajakdagi yo'nalishi - o'sish, pasayish, yassi) va uning kuchi (kuchli, o'rtacha kuchli va hk);

- ma'lum xususiyatlar to'plami bo'yicha bozor, sanoat, sektorning klaster tuzilishini aniqlash;

- portfelni dinamik boshqarish;

- o'zgaruvchanlik prognozi;

- xavf-xatarni baholash;

- inqiroz boshlanishini bashorat qilish va uning rivojlanishini bashorat qilish;

- aktivlarni tanlash va boshqalar.

### **ADABIYOTLAR**

1. *Robert W. Sebesta*, Concepts of Programming Languages., John Wiley & Sons, USA 2015.
2. *Fundamentals of Computer Programming With C# (The Bulgarian C# Programming Book)*. Svetlin Nakov & Co.. 2013.
3. *Шилдт, Герберт. C# 4.0: полное руководство.: Пер. с англ. — М.: ООО "И.Д. Вильямс", 2011*
4. *Khazratov F. K.* Implementation of Geoinformation Systems for the Formation of Professional Competence of Teachers of Future Geography: Online – conferences platform. 23-august 2021. – USA, 2021. 47–49 б.

### **СОЗДАНИЕ АЛГОРИТМА ТОКЕНИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ БАЗА ЗНАНИЙ ДЛЯ УЗБЕКСКОГО ЯЗЫКА.**

**<sup>1</sup>Бакаев И.И., <sup>2</sup>Бакаева Р.И.**

<sup>1</sup>*НИИ РЦТТИИ, д.т.н.ф., (PhD), Ташкент, Узбекистан*

*[bakayev2101@gmail.com](mailto:bakayev2101@gmail.com)*

<sup>2</sup>*Бухарский педагогический колледж, Бухара, Узбекистан*

*[raihonbakaeva@yandex.ru](mailto:raihonbakaeva@yandex.ru)*

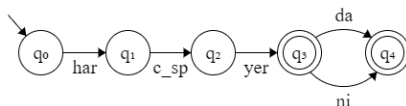
**Введение.** Токенизация является одним из важнейших этапов обработки текстовых корпусов, которая определяет входные последовательности символов на распознанные группы, так называемые лексемы или токенами. На сегодняшний день существует разные методики токенизации для флективных и агглютинативных языков мира. Например, методы на основе правил или признаков, лексические методы, статические методы и нечетные методы [1]. Хотя некоторые из них реализованы на языках программирование “python”, “R”, “C#” и т.д., но это недостаточно для языков сложной структурой, которые требуют отдельного подхода. Основные проблема токенизации текста в этих языках связаны со сложными словами виде n-gram, которые пишутся раздельно, но считаются одним словом. Далее решим эту задачу для узбекского языка.

**Подстановка задачи.** Дано сложное слова, который имеет следующий вид орфографии:

$$w_{qs} = w'_{qs} + c_{sp} + w''_{qs}, \quad (1)$$

где  $w_{qs}$  – сложные слова,  $c_{sp}$  – знак пробела, + – знак конкатенации,  $w'_{qs}, w''_{qs}$  — слово с самостоятельным значением.

**Метод решение.** Для определение сложных слов по орфографией (1) воспользуемся конечном автоматом (1-рис), который можно преобразовать виде регулярные выражение для языков программирование.



**1-рис. Конечный автомат для определения слов типа  $w_{qs}$**

Используя правило Томсона преобразуем конечный автомат виде регулярного выражение, который имеет следующий вид:  $([Hh]ar) \setminus s yer(da | ni)$  для слов “har yerda” и “har yerni”.

Далее для извлечения токенов из текста мы формируем базу знаний на основе продукционных правил. В общем виде под продукцией [2; с.36] понимается выражение следующего вида:

$$i = \langle Q; P; A \rightarrow B; N \rangle$$

где,  $i$  – токенизация (наименование продукции),  $Q$  – список токенов биграмм из текста (область применения),  $P$  – начальное условие проверки, наличия множества правил в базе знаний с именем, соответствующим комбинации 0-х индексов каждого элемента биграмм,  $A$  – условие соответствия регулярному выражению (правили),  $B$  – действие маркировки слов,  $N$  – действие добавления сложного слова в словарь. Например,  $\langle har yerda \rangle \langle hu \rangle$ . Если существует множество правил с именем  $\langle hu \rangle$ , тогда условие активации продукции выполняется, если условие истинно, то выполняется маркировка и добавление слова  $\langle har yerda \rangle$  в словарь.

В приведенном примере есть три правила в наборе под названием  $\langle hu \rangle$ , и эти три правила применяются к введенному слову последовательно одно за другим. Цикл останавливается, когда все правила применяются к введенному слову или, когда какое-либо правило возвращает истинное значение (таб. 1).

Таб. 1. Принцип работы базы знаний по сложным словам

Макс.кол. итераций	Раб. память.	множ-во	множества конфликтных прав.	Примен. прав.
3	har yerda	hy	Q16 (? :har)\s(?:yoq yer)(?:[a-z]+)? Q18(?:har)\s(?:yili) Q33(?:hamma)\s(?:yoq yer zamon joy vaqt) (?:[a-z]+)?	Q16

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шринивас Ч., Чандрасехкар Н. Токенизация для обработки естественного языка//интернет ресурс URL <https://ichi.pro/ru/tokenizacia-dla-obrabotki-estestvennogo-azyka-177543891237588>. [дата обращение: 25.04.2022]
2. А.В. Суханов, З.В. Лященко. Интеллектуальные информационные системы: учеб. пособие ; ФГБОУ ВО РГУПС. – Ростов н/Д, 2017. – 124 с.: ил. – Библиогр.: с. 122–123.

## СПЕЦИФИКАЦИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ДИДАКТИКИ

**Болтаев Т.Б., Ибрагимов С.И.**

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Данная статья является попыткой математического моделирования процесса персонально-ориентированного обучения [1], которое в свою очередь является составляющим звеном конструкционизма [2].

На основе описываемой модели можно специфицировать программную систему для машинной поддержки интеллектуального анализа процесса обучения. Выявлять правила (ассоциации), сходства, различия и аномальные явления в используемой дидактике и обучаемого. [3,4]

Исследования основывается на понятия модели учебного материала. Когда дидактически переработанный учебный материал имеет свойство настраиваться в зависимости от обучаемого для увеличения качество (сближение результата освоения к дидактической целью) и эффективности освоения (по времени и по другим всевозможным ресурсам), тогда мы говорим о персонально-ориентированном обучении[1].

В данной статье рассматривается процесс обучения как объект исследования. При этом дидактическая цель представляется как знание (Objective - O). Текущий уровень освоения обучаемого (запоминание, понимание, применение, анализ, синтез, и сравнительная оценка [5]) тоже рассматривается как знание (Comprehension - C).

Внутренняя представления знания (в памяти компьютера) имеет вид некоторой онтологии (семантической сети) [6], т.е. в виде некоторого графа.

Качество обучения представляется как некоторое значение, семантически означающее близость, схожесть (Similarity – S) или различие, дистанцию (Distance- D) между освоением обучаемого и целью обучения.

Вводится формальные понятия дидактики и дидактической цели. Внутренняя представления дидактически переработанного учебного материала имеет вид графа. На основе заранее подготовленного репозитория учебных материалов дается алгоритм конструирования корректной дидактики и доказывается, что такая дидактика представляет собой ациклический граф.

Вводится несколько свойств дидактики, такие как поддидактика, эквивалентная дидактика и т.д.

Вводится понятия процесса обучения на основе дидактики и приводится алгоритм определения минимальной дидактически покрываемой цели и обнаружения дидактически покрываемого подграфа обучения.

Доказывается древовидность найденного дидактически покрываемого подграфа. Оказывается, чтобы применить дерево обучения, следует его пронумеровать левосторонним восходящим методом [7] и при обучении следовать этой нумерации. Данную нумерацию можно использовать и при линейаризации дидактики, чтобы получить электронного учебника, соответствующего сконструированной дидактике.

Дерево обучения служит итеративному обучению с применением методики формирования знания Agile[8].

Когда дерево обучения применяется для обучаемого, то могут возникать разные события, в результате которых обучаемый «испытывает» соответствующие эпизоды обучения. Накладывания событий и эпизодов на дерева обучения превращает его в граф обучения с возможными циклами.

Траекторией обучения (Learning Trajectory) называется некоторый путь в графе обучения, по которому прошел конкретный обучаемый.

Используя описанной модели, траектория обучения, специфицируется несколько задач образовательного процесса, которых можно качественно решать, применяя алгоритмы интеллектуального анализа данных, которые подробно описываются в данной статье.

В заключение рассказывается об общей спецификации интеллектуальной LMS, который основывается на описанный модели дидактики.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Things You Should Know About Personal Learning Environments. EDUCAUSE Learning Initiative. 2009. Retrieved Apr 14, 2016. Available <https://library.educause.edu/-/media/files/library/2009/5/eli7049-pdf.pdf>
2. S. Pappert The Connected Family: Bridging the Digital Generation Gap, Taylor Trade Publishing, 1996, 210p.
3. A. Müller, S. Guido Introduction to Machine Learning with Python, USA, O'Reilly Media, Inc., 2016, 392p.
4. C. Aggarwal Data Mining, The Textbook, Springer International Publishing Switzerland 2015, 746p.
5. Bloom, B. S.; Engelhart, M. D.; Furst, E. J.; Hill, W. H.; Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Vol. Handbook I: Cognitive domain. New York: David McKay Company.
6. U. Lucke, A. Martens Utilization of Semantic Networks for Education: On the Enhancement of Existing Learning Objects with Topic Maps. Available at <https://cs.emis.de/LNI/Proceedings/Proceedings176/91.pdf>
7. A.V.Aho, J.E.Hopcroft, and J.D.Ullman, The Design and Analysis of Computer Algorithms, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1974.

## ФОРМИРОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ НА ОСНОВЕ МНОГОУРОВНЕВОЙ CNN-LSTM СИСТЕМЫ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

<sup>1</sup>Гаращенко А.В., <sup>2</sup>Эргашев Н.Х

<sup>1</sup>Национальный исследовательский университет «МИЭТ», Москва, Россия

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

[ant.gar1@mail.ru](mailto:ant.gar1@mail.ru), [ergashevnx@gmail.com](mailto:ergashevnx@gmail.com)

В современных условиях растет необходимость формирования гибкой распределенной системы непрерывного образования, с помощью которой обеспечивается доступ человека к мировым ресурсам информации и базам данных с возможностью непрерывно в течение жизни повышать свои профессиональные навыки. Благодаря инновационной диверсификации образования на сегодняшний день массово открытые онлайн курсы являются неотъемлемой частью образовательной среды. Такой подход к обучению дает равные возможности массового непрерывного получения знаний, общего обмена информацией для всех людей, независимо от социального положения, временных и пространственных рамок. Также немаловажным преимуществом является возможность участия студента в организации учебного процесса, что позволяет ему самостоятельно определять скорость и последовательность изучения материала с правом одновременного обучения по нескольким образовательным программам.

Однако для формирования оптимальной индивидуальной образовательной траектории ввиду большой комбинаторики её состояний необходим глубокий анализ множества фактов в области построения учебных программ, что становится основной проблемой при формировании образовательной траектории.

Самым распространенным решением обозначенной проблемы является привлечение профессиональных педагогов и учителей, которые учитывают большое число краевых ситуаций при формировании образовательной траектории. Ограничивающим фактором является время, требуемое для глубокого анализа множества фактов в области конструирования учебных программ, ввиду чего не может идти речи о ручной индивидуализации и построении образовательной траектории.

В рамках исследования для формирования оптимальной индивидуальной образовательной траектории предлагается построение графовой модели в соответствии со следующими правилами:

- ориентированная графовая модель  $G = (V, E, v_0)$  (классическое определение) – образовательная программа (курс);
- $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$  – множество вершин – конечные темы уроков,  $|V|$  зависит от конфигурации курса;
- $v_0 \in V$  – первый урок;
- $E = \{e_0, e_1, \dots, e_n\}$ ,  $|E|$  зависит от конфигурации курса – множество ребер – взаимосвязи и зависимости между уроками;
- $V \cap E = \emptyset$ .  $f: v_i \mapsto f(v_i), v_{i+1} = f(v_i)$ , где  $f \in E$ ;
- $T \subseteq V \times E \times V$  – множество отношений между уроками;
- $t_i = \langle v_i, e_j, v_{i+1} \rangle, t_i \in T$ ;
- отношение  $t_i = \langle v_i, e_j, v_{i+1} \rangle$  в  $T$  (также  $f_i(v_i) \rightarrow v_{i+1}$ ) значит, что усвоение темы  $v_i$  невозможно без усвоения  $v_{i+1}$ , применив связь  $e_j$ .

Тогда: индивидуальная образовательная траектория представлена в виде последовательности путей  $[e_1, \dots, e_j]$ , на ориентированном графе. Для формирования последовательности путей графовой модели используется CNN-LSTM система нейронных сетей. В качестве входных данных выступают следующие параметры:

- нормированные результаты тестирования входных знаний;
- нормированные результаты промежуточной аттестации;
- относительная сложность образовательного модуля;
- эталонная последовательность образовательных модулей;
- относительное качество решения промежуточных заданий;
- относительная вовлеченность слушателя;
- спрогнозированный показатель прохождения образовательного модуля;
- признак развития компетенции  $Z = [z_0, \dots, z_n]$ ,  $z_i \in [0..1]$ , где  $U$  - функция оценки;



Сверточные слои реплицируют веса путей на графе с шагом по входу, чтобы уменьшить количество параметров и обеспечить неизменность трансляции. При обучении CNN-LSTM нейронных сетей для уменьшения избыточной подгонки к тренировочным данным используется регуляризация, например, пакетная нормализация для регуляризации сверточных слоев и прореживание Alpha Dropout для полностью связанных слоев. Из-за относительно небольшой выборки обучающих данных применяется метод генерации новых наборов данных на основе полуручной корректировки имеющихся данных.

Предложенный подход формирования индивидуальной образовательной траектории на основе многоуровневой CNN-LSTM системы нейронных сетей позволил оптимизировать учебный курс по робототехнике для каждого слушателя в центре «Robots&Me». Критериями оптимизации в данном случае являлись: средняя успеваемость и скорость восприятия нового материала. В перспективе планируется применить данный подход для других курсов центра.

## ҚАРОРНИ ҚЎЛЛАБ-ҚУВВАТЛАШ ТИЗИМЛАРИНИ (ҚҚҚТ) ҚУРИЛИШ МАТЕРИАЛЛАРНИ ТАНЛАШГА ҚЎЛЛАШ

Ғайбулов Қ.М.

*Самарқанда давлат архитектура ва қурилиш институти, Самарқанд, Ўзбекистон*

Материалларни танлаш жараёни қарор қабул қилиш тизимида кўп қиррали муаммодир ва қарор одатда лойиҳани лойиҳалаштиришнинг дастлабки босқичларида амалга оширилади. Жадид ва Бадра (2012) материалларни танлаш учун қуйидаги мезонларни таклиф қилишди:

а) чидамлилиқ, фодаланиш пайтида шикастланишга бардошли;  
б) барқарорлик материални қайта ишлатишда қулайлик ва қисқартириш қулайлиги, г) эстетика, э) мослашувчанлик - демонтаж қилиш билан мослашувчан, ф) инсонлар ва атроф муҳитга таъсир қилмаслиги ва иқтисодий самарадорлик. Ақадири ва бошқлар. (2013) материал мезонларини танлашда ёрдам берадиган қуйидаги кўрсатмалар тўпламини ишлаб чиқди:

1) Мураккаблиқ - мезонлар иқтисодий, экологик, ижтимоий ва техник тўрт тоифани қамраб олиши.

2) қўллаш мумкинлиги - танланган мезонлар алтернативаларнинг таққосланишини таъминлаш учун кўриб чиқилаётган дизайн алтернативаларида қўлланилиши.

3) Шаффофлик - мезонлар аниқ, ўзига хос ва тушунарли бўлиши.

4) Амалийлик - танланган мезонлар баҳоладиган қарор мақсадлари учун фойдаланилиши ва ишлатиладиган воситалар, шунингдек, таҳлил қилиш ва баҳолаш учун вақт ва манбалари мавжудлиги. Қурилиш материалларини танлашда барқарор баҳолаш мезонларини ишлаб чиқди ва уларни экологик-иқтисодий ва техник мезонлар бўйича гуруҳлади. Атроф-муҳит мезонларига қуйидагилар қиради: қайта ишлаш ва қайта фойдаланиш потенциали, атроф-муҳитга зарарли чиқиндиларнинг мавжудлиги, материалнинг ҳаво сифатига таъсири, озоннинг эмирилиши, ҳосил йиғим-терими пайтида атроф-муҳитнинг таъсири, нол ёки кам заҳарлилиги, атроф-муҳитнинг қонунларга мувофиқлиги, минимал ифлосланиш, моддий чиқиндилар, хом ашёни қазиб олиш усули ва материал ичидаги энергия. Ижтимоий-иқтисодий мезонларга қуйидагилар қиради: йўқ қилиш қиймати, соғлиқ ва хавфсизлик, хизмат кўрсатиш қиймати, эстетика, маҳаллий материаллардан фойдаланиш, дастлабки сотиб олиш қиймати. Техник мезонлар: барқарорлик, қурилишнинг қулайлиги, парчаланишга қаршилиқ, ёнғинга чидамлилиқ, материалнинг хизмат қилиш муддати ва энергия тежаш ва иссиқлик изоляцияси.

Castillo-Lopez, E., Rodriguez-Hernandezлар томонидан турли мезонлар бўйича қарорларни қабул қилишнинг усулларининг қўлланилишини кўриб чиқилган бўлиб уларни ягонаҳамдагибрид тизимга ажратилди, бунда амалий усулдан фойдаланилган. ҚҚҚТдагибрид ёндошувлар қуйидаги усулларни кенгайтириш ёки бирлаштиришни ўз ичига олади: АНП + Fuzzy sets; АНП + Delphi + Fuzzy sets; АНП + MCS (Monte Carlo Simulations); GST + TOPSIS; АНП + ELECTRE + Fuzzy sets ва Fuzzy sets + TOPSIS.

Аниқ қарорлар қабул қилиш ҳар қандай муваффақиятнинг асосий омилidir. Бу қурилиш, айниқса маълумот ва билимларни бошқаришни талаб қиладиган соҳада жуда муҳимдир. П. О. Арқадири таҳлиллари шуни кўрсатадики барқарор дизайн ва қурилишнинг муҳим масалаларидан бири бу лойиҳа мақсадлари ва стандартларига, шу жумладан нарх, энергия сарф ва атроф муҳитга таъсир кўрсатадиган қурилиш материалларини танлаш масаласидир. Қурилиш лойиҳаларида тўғридан-тўғри қийматнинг 60-70 фоизи материалларга тўғри келади. АҚШда Яшил қурилиш Кенгашининг энергетика ва атроф-муҳитни лойиҳалаш бўйича етакчилиги туфайли, қурилиш саноати барқарорлик концепциясини қабул қилди.

### АДАБИЁТЛАР

1. Akadiri, P. O., Olomolaiye, P. O., and Chinyio, E. A. (2013). "Multi-criteria evaluation model for

the selection of sustainable materials for building projects." *Automation in Construction*, 30, 113-125.

2. Akanmu, A., Asfari, B., and Olatunji, O. (2015). "BIM-Based Decision Support System for Material Selection Based on Supplier Rating." *Buildings*, 5(4), 13211345.

## **ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ПОМОЩЬ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ**

**Кодиров З., Студенкова Д., Косимов Д.**

*Наманганский инженерно-строительный Институт, Наманган, Узбекистан*

Одной из больших проблем современного образования является списывание среди студентов. Особенно остро данная проблема встала в наши дни, когда многие учащиеся активно для списывания используют новейшие технологии, которые трудно выявить. Причём проблема стоит как в списывании на вступительных экзаменах в вузы, так и на протяжении всего процесса обучения [1].

Результаты зарубежных исследований дают неутешительный прогноз о том, что студенты, которые списывают во время учёбы в высших учебных заведениях, и на рабочем месте будут нечестными, а это, в свою очередь, снижает производительность труда, которая, как известно, является важным фактором экономического развития.

Преподаватели высших учебных заведений всеми силами пытаются справиться с тем, что учащиеся не хотят самостоятельно писать различные контрольные работы и тесты, а пытаются списать у товарищей, а чаще всего просто переписать информацию из Интернета, тайком пронося на экзамен смартфон. Принимая во внимание человеческий фактор, большое количество студентов в академической группе, так называемые «слепые зоны аудитории», и самое главное новейшие гаджеты позволяющие списывать даже с электронных часов, становится понятно, что сил преподавателя не хватит чтобы подчистую пресечь списывание.

Так что же делать? Как проверить то, что абитуриент обладает всеми не обходимыми знаниями, для поступления в вуз? И как повысить уровень проверки освоения программы у уже ставших студентами?

Решением стали системы прокторинга (термин происходит от английского слова proctor - следить, наблюдать) на базе искусственного интеллекта (ИИ) и нейросети, которые постепенно внедряются по всему миру. Их основная задача: определять степень честности учащихся при сдаче экзаменов. Запись всего экзамена ведется с помощью камеры и микрофона, а действия экзаменуемых отслеживает ИИ и специально обученный человек – проктор.

Часто производители таких систем предлагают расширенный функционал ПО, что позволяет минимизировать риск ошибок и применять прокторинг на различных видах экзаменов и олимпиад. Технологии прокторинга способны отследить наличие шпаргалок, посторонних голосов и других лиц в кадре, контролируют состояние рабочего стола (если экзамен проходит в онлайн формате или студент находится на дистанционном обучении), и даже анализируют, насколько вовлечен в процесс экзаменуемый. Их успешно можно применять как на устных и письменных экзаменах, так и в ходе всего процесса обучения [2].

К примеру, в Российской Федерации (РФ) уже два года контролировать сдачу единого государственного экзамена (ЕГЭ) помогает ИИ — специально разработанная технология анализа поведения с использованием нейросети. В онлайн-режиме искусственный интеллект одновременно «просматривал» видеопоток из 2921 аудитории, а в офлайн — архивные видео из 37586 аудиторий. За весь период проведения ЕГЭ нейросеть выявила более 14000 нарушений.

А, что если опыт зарубежных коллег интегрировать и в нашей стране...

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. *Стюарт Рассел*. Искусственный интеллект. Современный подход. 2006 г.
2. *Р. Дуда, П. Харт*. Распознавание образов и анализ сцен. 2021 г.

## **ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ АГЕНТОВ ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

**Сейтназаров К.К., Туремуратова Б.К.**

*Нукусский филиал ТУИТ, Нукус, Узбекистан*

Агентом является все, что может рассматриваться как воспринимающее свою среду с помощью датчиков и воздействующее на эту среду с помощью исполнительных механизмов. Человек, рассматриваемый в роли агента, имеет глаза, уши и другие органы чувств, а исполнительными механизмами для него служат руки, ноги, рот и другие части тела. Робот, выполняющий функции агента, в качестве датчиков может иметь видеокамеры и инфракрасные

дальномеры, а его исполнительными механизмами могут являться различные двигатели. Программное обеспечение, выступающее в роли агента, в качестве входных сенсорных данных получает коды нажатия клавиш, содержимое файлов и сетевые пакеты, а его воздействие на среду выражается в том, что программное обеспечение выводит данные на экран, записывает файлы и передает сетевые пакеты. Мы принимаем общее допущение, что каждый агент может воспринимать свои собственные действия. Мы используем термин восприятие для обозначения полученных агентом сенсорных данных в любой конкретный момент времени. Последовательностью актов восприятия агента называется полная история всего, что было когда-либо воспринято агентом. Вообще говоря, выбор агентом действия в любой конкретный момент времени может зависеть от всей последовательности актов восприятия, наблюдавшихся до этого момента времени. Если существует возможность определить, какое действие будет выбрано агентом в ответ на любую возможную последовательность актов восприятия, то может быть дано более или менее точное определение агента.

Функция агента представляет собой абстрактное математическое описание, а программа агента — это конкретная реализация, действующая в рамках архитектуры агента.

#### **Список литературы:**

1. *Усманов Р.Н., Сеитназаров К.К., Отениязов Р.И.* Геоинформационное моделирование при поддержке принятия решений по состояниям гидрогеологических объектов// Республиканская научно-техническая конференция «Фан, таълим ва ишлаб чикариш интеграциясида ахборот-коммуникация технологиялари куллашнинг хозирги замон масалалари», II-часть. – Нукус, 2015 – С.274-276.
2. *Бессмертный И.А.* Искусственный интеллект – СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. – 132 с.

## **ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТ В ОБЛАСТИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

**Туремуратова Б.К., Кенесбаева Д.А.**

*Нукусский филиал ТУИТ, Нукус, Узбекистан*

Работы в области ИИ сейчас ведутся во многих странах и развернуты широким фронтом. Они группируются вокруг следующих направлений.

Глубокое обучение. Здесь усилия направлены на существенное сокращение времени обучения нейросети и уменьшение объема обучающей выборки. В идеале нейросеть должна обучаться в реальном времени.

Синтез роботом ответов, исходя из того корпуса знаний, который в него загрузили, в привязке к контексту и последовательности слов. Робот должен научиться соотносить поступающую информацию со своей базой знаний и обучаться.[1]

Разработка нейро-морфных микросхем и компьютеров на их базе. Такие микросхемы уже выпустили корпорации IBM и Intel. Пока они содержат до 4096 искусственных нейронов и до 256 млн синапсов, но направление весьма перспективно. Разработка систем распознавания и понимания речи. Многие сервисы используют речевой интерфейс, требующий хорошего распознавания речи. Наряду с этим важно и понимание сказанного пользователем. В этом плане очень важно понимание такими системами контекста сказанного, поскольку контекст – важнейшая часть естественного языка. Передача поисковыми системами ряду популярных приложений запросов голосом, особенно со смартфонов, уже стала обыденным явлением, и объем таких запросов будет только увеличиваться. Изучение систем группового поведения роботов и взаимодействия роботов и людей в ходе выполнения каких-либо операций. Усилия исследователей направлены на изучение эффективного распределения задач между людьми и машинами. Это направление важно как для военных роботов, так и для сервисных роботов, а также и для производственной сферы.[2]

Таким образом мы можем видеть, что разработки в сфере ИИ ведутся почти во всех направлениях и в будущем не будет ни единой профессии, которая ни будет использовать ИИ.

#### **Список литературы:**

1. *Усманов Р.Н., Сеитназаров К.К., Отениязов Р.И.* Моделирование сложных процессов и управление ими в условиях нечеткой информации, 2014 – Ташкент: «Fanvatechnologiya», 2015, 300 стр. ISBN 978-9943-998-58-8.
2. *Усманов Р.Н., Сеитназаров К.К.* Структура программного комплекса нечетко-детерминированного моделирования гидрогеологических процессов// Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий Ал-Хорезми: Материалы Международной научной конференции. – Самарканд, 2014. – С. 152-154.

# МИЖОЗ СЕРВЕР ТЕХНОЛОГИЯЛАРИДА ИЛОВАЛАРНИ ИШЛАТИШ УЧУН MICROSOFT AZURE АСОСИДАГИ БУЛУТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИШ.

Эргашев А. А., Холиков А.О.

*Бухоро давлат университети, Бухоро, Ўзбекистон*

**Кириш.** Уникал сиқиш алгоритмларига асосланган Microsoft Azure каби булут инфратузилмаларидан фойдаланиш туфайли жуда катта ҳажмдаги маълумотларни сақлаш ва қайта ишлаш учун чексиз имкониятлар пайдо бўлмоқда.

Тўғри ишлайдиган инфратузилмани ўрнатиш ва сошлаш учун кўп вақт сарфланади. Шу билан бирга, экспертларнинг фикрича ечимларни сақлаш харажатлари жуда юқори, булутли платформадан фойдаланиш эса қимматли мутахассис ходимларни (масалан, маълумотлар базаси маъмури) ушлаб қолмасликка имкон беради.

Мижозлар базаси ва қайта ишланадиган маълумотлар ҳажмининг фаол ўсиши сиғимни тез-тез кенгайиб туриши янги хизматларни улашни талаб қилади. SQL билан ишлашда биз ушбу омилни ҳисобга олишимиз ва кенгаювчан қатламларни ўз вақтида ўрнатиш керак бўлади. Кенгаювчан қатламлар билан манбаларга бўлган талабни қондириш учун ўзгарувчан маълумотлар базасининг самарадорлигини ошириш ёки камайтиришга эътибор қаратиш шарт эмас.

Кенгаювчан қатламдаги маълумотлар базаси самарадорлик ресурсларидан талабга мос ҳолда истеъмол қилади, қатлам чегарасидан ошмайди, шу сабабли харажатларни олдиндан аниқлаш имконини беради.

Илова ёки хизматни яратиш ёки ундан фойдаланишда кўпинча савол туғилади. Ушбу вазифани бажариш учун қандай ресурслар керак? Сир эмаски, ўзида улкан маълумотларни сақлайдиган серверлар, турли дастурий таъминотлар ўрнатилган виртуал машиналар катта ресурсларни талаб қилади, маълумотларни йўқотмаслик учун доимо тизимни заҳиралаш керак бўлади, аммо backup заҳираларни қаерда сақлашимиз керак деган савол туғилади?

Azure ёрдамида маълумотларни сақлаш учун алоҳида жой ажратиш шарт эмас, маълумотларни сақлаш тизими ходимлар ишини осонлаштириб, серверни ўчириб қўйиш ёки ишдан бўшатилганда маълумотларни маълум қисмини ўзи билан олиб кетиш эҳтимолликларини йўққа чиқаради.

Microsoft Azure асосида сатр даражасида хавфсизлик кўзда тутилган. Масалан ходимлар учун фақат у ишлайдиган бўлимга тегишли бўлган сатрларгагина руҳсат бериш мумкин.

SQL маълумотлар базаси фойдаланишда, сақлашда ва сўровларни қайта ишлаш жараёнида Always Encrypted функцияси ёрдамида шифрланган ҳолда махфий маълумотларни ҳимоя қиладиган ягона тизим ҳисобланади. Always Encrypted функцияси – бу соҳада муҳим маълумотларни ўғирлашдан бекиёс даражада маълумотларни ҳимоя қилади. Масалан, Always Encrypted функцияси миждознинг кредит карта рақамларини ҳар доим маълумотлар базасида шифрланган шаклда сақлаш имконини беради, хатто сўров кўриб чиқилаётганда ҳам, ваколатли ходимларга ёки уларни қайта ишловчи дастурга фақат фойдаланиш вақтида уларни дешифрлаш имконини беради.

Microsoft Azure ядро қобиғи Microsoft SQL SERVER асосидаги SQL маълумотлар базаларида Azure ва бошқа интернет иловалари учун реляцион маълумотлар базаси хизматини тақдим этади.

**Хулоса.** Фойдаланувчи томонида бу қуйидагича кўринади. Фойдаланувчининг иш станциясида иловаларга турли маълумотлар манбалари билан ўзаро боғланиш имконини берувчи маълумотлар базасини дастурлаш интерфейсларидан фойдаланган ҳолда турли маълумотлар базалари билан ишлаш имкони мавжуд бўлади.

## Adabiyotlar

3. Эргашев А.А. Садикова Ф.С. Способы и методы анализа многомерного базы данных. Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2021. 12(93).

4. Эргашев А.А., Эшанкулов Х.И. Билимларни тасвирлашда фреймли моделлардан фойдаланиш.// Бухоро давлат университети Илмий Ахбороти журнали. - 2019/4. 92-б.

## **VII SHÛBA. AXBOROT XAVFSIZLIGI. INFORMATION SECURITY.**

### **PYTHON DASTURLASH TILI ORQALI AXBOROT XAVSIZLIGINI TAMINLASH.**

**Adizova Z.M., Davletov J. K.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Kompyuterlar va biznes tarmoqlaridagi texnik muammolarni bartaraf etish uchun Keylogger dasturlari ishlatiladi. U tarmoqdan foydalanishni kuzatish uchun ham ishlatilishi mumkin, lekin ko'pincha parollarni o'g'irlash kabi zararli maqsadlarda foydalaniladi.

Keylogger virus emas, lekin shunga qaramay u foydalanuvchilar uchun katta xavf tug'diradi, chunki u tajovuzkorga foydalanuvchining ishini kuzatish imkonini beradi va maxfiy ma'lumotlarni, jumladan, foydalanuvchi parollarini o'g'irlashda foydalanishi mumkin.

Siz bunday xavfdan xabardor bo'lishingiz va uni aniqlay olishingiz kerak. Ayg'oqchi dasturlarga qarshi kurashda birinchi qadam FireFox, Safari, Opera va boshqalar kabi muqobil brauzerdan foydalanish bo'ladi. Agar biron sababga ko'ra buni amalga oshirishning iloji bo'lmasa, tizimingizni doimiy ravishda oldini olish, aniqlash uchun choralar ko'rishingiz kerak. va keyloggerlarni olib tashlang. RootKit texnologiyasi bilan birlashganda keylogger tahdidi sezilarli darajada oshishi mumkin, bu sizga keylogger mavjudligini yashirish imkonini beradi. Bundan ham xavfli troyan yoki keyloggerni o'z ichiga olgan backdoor dasturidir - uning mavjudligi troyan funksiyalarini sezilarli darajada kengaytiradi va foydalanuvchi uchun u xavfli.

Pythonda Windows uchun Keyloggerni loyihalash va avtomatik ishga tushirish uchun kod yoziladi va Keylogger.py nomi bilan C diskka saqlanadi. Keylogger fonda ishga tushadi va barcha ma'lumotlarni "c:\output.txt" jurnali faylida saqlaydi.

Keylogger tayyor bo'lgandan so'ng, biz keyloggerni foydalanuvchidan yashirin va avtomatik ravishda ishga tushirishimiz kerak:

- Windows-ni yuklash...

Bu turli yo'llar bilan amalga oshirilishi mumkin. Masalan, buni bat-fayl yordamida, keyloggerni ishga tushirishni biron bir dasturga bog'lash yoki uni ishga tushirish uchun yozish orqali amalga oshirish mumkin.

Amaliyot shuni ko'rsatadiki, zararli dasturlarni ishlab chiquvchilar (viruslar, troyanlar, josuslik dasturlari) tobora ko'proq RootKit texnologiyalaridan foydalanishni boshlaydilar, bu esa ular yaratgan zararli dasturlarni aniqlash va o'chirishni sezilarli darajada murakkablashtiradi. Ko'pincha foydalanuvchi rejimida funktsiyalarni ushlab turish usullari qo'llaniladi, ammo yaqinda drayverlar yordamida juda samarali dasturlar paydo bo'ldi.

Ma'lumki, bugungi kunda apparat klaviaturalarini chetlab o'tishga imkon beruvchi universal va ishonchli texnika mavjud - bu ekran klaviaturasidan foydalanish va klaviaturadan foydalanmasdan ma'lumotlarni kiritishning boshqa usullari. Shuni ta'kidlash kerakki, eng zamonaviy

Ushbu maqsadlar uchun anti-keyloggerlar o'zlarining o'rnatilgan ekran klaviaturasini o'z ichiga oladi. Uskuna kalitloggerlarini topish, albatta, axborot xavfsizligi xodimlarining ish majburiyatlariga kiritilishi kerak. Shu bilan birga, albatta, apparat keyloggerini o'rnatish ehtimoli ish joyida kiritilgan ma'lumotlarning qiymatiga to'g'ridan-to'g'ri proporsional ekanligini yodda tutish kerak.

### **XODIMLARNI FACE ID YORDAMIDA BIOMETRIK AVTORIZATSIYADAN O'TKAZISH AXBOROT TIZIMINI TASHKIL ETISHNING TEXNIK TALABLARI**

**Eshonqulov Sh.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

*[eshonqulov5474@gmail.com](mailto:eshonqulov5474@gmail.com)*

Foydalanuvchining shaxsini tasdiqlash uchun biometrik xavfsizlik tizimlari tabiatan insonga tegishli bo'lgan narsalardan – yuzning matematik modeli, retinal tomirlar, barmoq izlari, kaft, qo'l yozuvi, ovoz va boshqalardan foydalanadi. Ushbu ma'lumotlarni kiritish odatiy parol o'rnini bosadi. Face ID bu qo'shimcha modul bo'lib, u kadrda yuzni aniqlay oladi va uni foydalanuvchi kartasidan ma'lumotlar bazasidan olingan fotosurat bilan solishtiradi.

Ko'p sonli xodimlarga ega bo'lgan kompaniyalar uchun asosiy biznes talablaridan biri axborot va ichki perimetrlarga kirishni nazorat qilishning tez va ishonchli mexanizmi hisoblanadi. Yuzni tanish ko'p faktorli autentifikatsiya protsedurasini tizimga kirishdan oldin foydalanuvchining shaxsini tasdiqlovchi kuchli parol himoyasi omili sifatida to'ldiradi[1].

Biz Face ID-ni yuzni tanish texnologiyasiga asoslangan ishonchli va yuqori aniqlikdagi biometrik identifikatsiya xizmati sifatida qarashimiz mumkin. Onlayn shaxsni aniqlash funksiyasi tufayli siz kameraning narigi tomonida boshqa odamlarning ma'lumotlaridan foydalanadigan firibgar emas, balki haqiqiy odam borligiga doimo amin bo'lasiz.

Face ID yordamida avtorizatsiyani o'tishning afzalliklari:

- Yuzni tanib olish qo'shimcha identifikatsiya darajasi sifatida ishlatiladi. Bu hududga/binoga boshqa birovning yoki soxta chiptalar bilan kirish, bir kartadan foydalangan holda bir nechta odamning kirish xavfini cheklaydi. Bu xodimlarning o'zlari uchun ham qulay: siz bilan "kalit" bo'lishi shart emas;

- vaqtni kuzatish: biometrik avtorizatsiya tizimi xodimlarning ishdan kelish va ketish vaqtlarini aniq qayd etish va bu ma'lumotlarni hisobxona tizimlari bilan sinxronlashtirish imkonini beradi;

- yuqori darajadagi himoyalangan ob'ektlarni nazorat qilish: yuzni tanish terminali faqat maxsus ro'yxatga kiritilgan va kirish huquqiga ega bo'lgan xodimlarga ruxsat beradi;

- ish joyini autentifikatsiya qilish. Korporativ tizimlaringizni himoya qilish darajasini oshiradi, parollarni uchinchi shaxslarga o'tkazish imkoniyatini yo'q qiladi;

- kameradan qat'iy nazar turli qurilmalarda ishlaydi (kompyuter yoki smartfonning web-kamerasi);

- shaxsni video selfi (tabassum orqali) bilan tekshirish foydalanuvchi uchun ishonchli himoya va ijobiy tajribani ta'minlaydi;

- xodimning orqasidan ekranni ko'rish yoki suratga olish orqali maxfiy ma'lumotlarni o'g'irlashdan himoya qilish;

- xizmat xodim nomidan saqlangan ma'lumotlarning u tomonidan kiritilishini ta'minlaydi.

Face ID yordamida korxonada va tashkilot xodimlarini biometrik avtorizatsiyadan o'tkazish jarayonlarini tashkil etish uchun texnik ta'minotni amalga oshirish kerak. Buning uchun:

- tashkilot perimetri bo'yicha kameralarni optimal o'rnatilishi uchun loyiha ishlab chiqish;

- kirib chiqish yo'laklarida kameralarni optimal o'rnatilishi uchun loyiha ishlab chiqish;

- texnik qurilmalar ro'yxatini shakllantirish (kamera, tok manbalari, kerakli o'rnatiluvchi kronshteynlar va hk.)

- loyiha asosida kameralarni o'rnatish va texnik qo'llab quvvatlash xizmatini tashkil etish;

Hozirda Buxoro davlat universitetining barcha kirish/chiqish yo'laklari va universitet perimetri bo'yicha maxsus video kameralar o'rnatib chiqilgan bo'lib, texnik qo'llab quvvatlash universitet Raqamli ta'lim texnologiyalar markazi xodimlari tomonidan amalga oshirib kelinmoqda.

#### **ADABIYOTLAR**

1. *Lulov Yovi* Biometric face recognition // Научни трудове на Съюза на учените – Пловдив. Серия А: Обществени науки, изкуство и култура. 2017. №. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/biometric-face-recognition> (дата обращения: 24.04.2022).

2. *Улендеева Н. И.* Особенности использования технических средств охраны и контроля в деятельности УИС // Новые импульсы развития: вопросы научных исследований. 2020. №6.

### **KIRUVCHI VA CHIQUVCHI TARMOQ TRAFIGINI TEKSHIRISH VA BOSHQARISHNING ILG'OR USULLARI**

**<sup>1</sup>Matyakubov A.S., <sup>2</sup>Tadjiev R.N., <sup>1</sup>Komilov R.K.**

*<sup>1</sup>O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

*<sup>2</sup>O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Biofizika va biokimyo instituti,*

*Toshkent, O'zbekiston*

*[ruhillo@mail.ru](mailto:ruhillo@mail.ru)*

Deep Packet Inspection (DPI) - Tarmoq trafiginin tekshirish va boshqarishning ilg'or usuli. DPI tizimida paketlarni aniq ma'lumot yoki foydali yo'l bilan aniqlaydigan, tasniflaydigan, qayta yo'naltiradigan yoki bloklaydigan paketlarni filtrlash shakli va tarmoq orqali o'tadigan barcha paketlarni teran tahlil qiladi. "Teran" atamasi standart port raqamlari bilan emas, balki OSI modelining yuqori darajalarida paketni tahlil qilishni nazarda tutadi.

Paketlarning teran tekshiruvchi xabarlarining mazmunini tekshirishi, kelgan mahsus dastur yoki xizmatni aniqlash va filtrlar tarmoq trafiginin IP manzil (internet protokol tarmoqlar aro protokol) manzillaridan qayta yo'naltirish uchun dasturlashtirilishi mumkin.

Paketlarni teran tekshirish, maxfiy faylni elektron pochta orqali yuborishda vujudga keladigan ma'lumotlarning tarqalishini oldini olishga yordam beradi. Masalan faylni muvaffaqiyatli yuklash o'rniga foydalanuvchiga kerakli ruxsatni qanday olish va uni yuklash uchun ruxsat olish haqida ma'lumot beriladi [1].

Odatda paketlarni teran tahlil qilish funksiyalari OSI modelining dastur darajasida ishlaydi, an'anaviy paketlarni filtrlash esa har bir paketning sarlavhali ma'lumotlarini bildiradi. DPI xizmati oldindan belgilangan mezonlarga ko'ra trafikni taniydi, statistik ma'lumotlarni to'playdi va u bilan real vaqtda ishlashga imkon beradi. DPI usuli xar qanday trafik hajmini qayta ishlashda minimal "kechikish" imkonini beradigan tarzda ishlab chiqilgan. Foydalanuvchilarning taqiqlangan saytlarning barcha toifalariga kirishini nazorat qilishni shuningdek, filtrlash qoidalarini yaxshiroq sozlash uchun "oq" va "qora" ro'yxatlarni qo'llab-quvvatlaydi.

DPI usuli belgilangan nuqtadan o'tgan paketlarning mazmunini tekshiradi va paketni o'z ichiga olgan qoidalarga qarab, kompaniya, provayder yoki tarmoq administratori tomonidan tayinlangan qoidalarga asosanib real vaqtda qarorlar qabul qiladi. Avval xavfsizlik devorlari real vaqtda katta hajmdagi trafikni keng qamrovli tekshirish uchun zarur bo'lgan hisoblash kuchiga ega emas edi [2].

Tarmoq trafigi oqimini optimallashtirish uchun tarmoqni boshqarishda paketlarni "teran" tekshirish ham mumkin. Misol uchun yuqori maqsadli deb belgilangan xabar, kamroq muhim yoki kam ustuvor xabarlar yoki tasodifiy Internet-brauzerda ishtirok etadigan paketlardan oldin maqsadga yo'naltirilishi mumkin. DPI shuningdek, P2P (peer-to-peer, person-to-person shaxsdan shaxsga) ning noto'g'ri ishlatilishiga yo'l qo'ymaslik uchun ma'lumotlarni uzatishni tartibga solish uchun ishlatilishi mumkin, bu esa tarmoq ishlash sifatini yaxshilaydi.

DPI usuli orqali paketlarni tekshirish jarayonida buferni to'ldiruvchi hujumlarini, troyan dasturlari va viruslarning korporativ tarmog'iga kirishini oldini olishi, qurilmalardan zararli so'rovlarni blokirovka qilish orqali DDOS hujumlarini oldini olish uchun, IoT (internet of things, - "Internet narsalar" (jismoniy qurilmalar tarmog'i)) qurilmalaridan foydalanishni va tarmoq ishini yaxshilash uchun ham ishlatilishi mumkin.

#### ADABIYOTLAR

1. Джеймс Куроуз, Кум Росс. Компьютерные сети. Нисходящий подход. — Москва: Издательство Э, 2016. — 912 с.
2. Dan Patterson Deep Packet Inspection: The Smart Person's Guide. [Electronic resource]. URL: <https://www.techrepublic.com/article/deep-packet-inspection-the-smart-persons-guide/>. (date of the application: 09.03.2017)

### KIBERJINOYATCHILIKKA QARSHI KIBERXAVFSIZLIK

**Mavlonov Sh. H., Baxramov M. S.**

*Guliston davlat universiteti, Sirdaryo, O'zbekiston*

Asrimizning global muammolari qatoriga yangidan-yangi turlari bilan tilga olinayotgan kiberjinoyatchilik kirib kelganiga ham ancha bo'ldi. Uning bizga ma'lum bo'lgan virusli dasturlarni tarqatish, parollarni buzib kirish, kredit karta va boshqa bank rekvizitlaridagi mablag'larni o'zlashtirish talon-toroj qilish, shuningdek, internet orqali qonunga zid axborotlar, xususan, bo'hton, ma'naviy buzuq ma'lumotlarni tarqatish bilan bashariyat hayotiga katta xavf solayotganidan ko'z yuma olmaymiz.

«Kiberjinoyatchilik» tushunchasi axborot-kommunikatsiya texnologiyalari vositalaridan foydalangan holda, virtual tarmoqda dahshat solish, virus va boshqa zararli dasturlar, qonunga zid axborotlar tayyorlash va tarqatish, elektron xatlarni ommaviy tarqatish (spam), xakerlik hujumi, veb-saytlarga noqonuniy kirish, firibgarlik, ma'lumotlar butunligi va mualliflik huquqini buzish, kredit kartochkalari raqami hamda bank rekvizitlarini o'g'irlash (fishing va farming) va boshqa turli huquqbuzarliklar bilan izohlanadi.

Shu o'rinda kiberterrorizm va uning jamiyat hayotiga solayotgan xavfining ko'lami ham oshib borayotganini ta'kidlash joiz. Kiberterroristik harakat (kiberhujum) - kompyuterlar va axborot kommunikatsiya vositalari yordamida amalga oshirilgan, odamlarning hayoti va sog'lig'iga bevosita xavf tug'diradigan yoki potentsial xavf tug'dirishi mumkin bo'lgan, moddiy ob'ektlarga katta zarar etkazishi yoki shunga olib kelishi mumkin bo'lgan, ijtimoiy xavfli oqibatlarining boshlanishi yoki maqsadi bo'lgan siyosiy sababdir. Zamonaviy terrorchilar uchun kibermakondan foydalanishning jozibadorligi kiberhujumni amalga oshirish katta moliyaviy xarajatlarni talab qilmasligi bilan bog'liq.

Ekspertlarning xulosasiga ko'ra, bu rivojlanayotgan davlatlarning taraqqiyotiga ko'maklashish, umuminsoniy demokratik tamoyillarni qaror toptirish niqobi ostida fuqarolar ongiga ta'sir o'tkazish, ularni turli yo'llar bilan o'z maqsadlari sari bo'ysundirish orqali amalga oshirilmoqda.

Afsuski, bu jarayonda kiberhujumlarni uyushtirish, bu yo'lda internet global tarmog'ining mislsiz imkoniyatlaridan «samarali» foydalanishga urinishlar tobora avj olmoqda.

Internetda mavjud ijtimoiy tarmoqlar, ularning ishlab chiqaruvchilari va homiylarining suveren davlat ichki ishlariga «aralashishlari» qanday rol o'ynashi oxirigacha o'rganilmaganligi bois ba'zan bunday «aralashuv» mazkur davlatga qarshi ekanligi hali hanuz e'tirof etilgani yo'q.

Ijtimoiy tarmoqlar egalari ushbu tarmoqlar sahifalarida davlat tuzumini ag‘darishga da‘vat qilgani uchun javobgarlikka tortilishining xalqaro miqyosdagi huquqiy asoslari yaratilmagan. Vaholanki, har bir qilingan jinoiy xatti-harakat yoki harakatsizlik mazmun-mohiyatiga ko‘ra, albatta, javobsiz va jazosiz qolmasligi kerak.

Internet saytlari to‘satdan paydo bo‘lib, ko‘pincha formatini, so‘ngra manzilini o‘zgartiradi. Shu bois ayrim ekspertlar internetning butkul ochiqligi kabi dastlabki kontseptsiyalardan voz kechib, uning yangi tizimiga o‘tishni taklif etmoqda.

Yangi modelning asosiy mohiyati tarmoqdan foydalanuvchilarning anonimligidan voz kechishdir. Bu tarmoqning jinoiy tajovuzlardan yanada ko‘proq himoyalangan bo‘lishini ta‘minlashga imkon berdi.

Misol tariqasida, yopiq tarmoq tizimiga o‘tgan Xitoy davlatini va bunday jarayonga tayyorgarlik ko‘rayotgan Rossiya davlatini keltirishimiz mumkin.

## ADABIYOTLAR

1. S.K.Ganiyev, A.A.Ganiyev, Z.T.Xudoyqulov. Kiberxavfsizlik asoslari: o‘quv qo‘llanma. – T.: «Aloqachi», 2020, 303 bet.

## ZAMONAVIY RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISHDA KIBERJINOYATCHILIKNING OLDINI OLISH

Mavlonov Sh.H.

*Guluston davlat universiteti, Sirdaryo, O‘zbekiston*

Bugungi kunda mamlakatimizda joriy etilayotgan zamonaviy raqamli texnologiyalar, fuqarolarimizga qator qulayliklar va imkoniyatlar eshigini ochmoqda.

Mazkur jarayon bilan bir qatorda, yaratilayotgan raqamli texnologiyalar va axborot tizimlarining xavfsizligini ta‘minlash muammosi ham mavjud, albatta.

Bu eng dolzarb masalalardan biri - kiberxavfsizlikni ta‘minlash, sodir etilishi mumkin bo‘lgan kiberjinoiyatlarning oldini olish va unga qarshi kurashish masalasi hisoblanadi.

Kundan-kunga takomillashib ketayotgan kiberjinoiyatchilikka qarshi kiberxavfsizlikni ta‘minlashda quyidagi asosiy talablarni bajarish orqali ulardan himoyalanih, ya‘ni kiberxavfsizlikni ta‘minlashimiz mumkin:

- xodimlarga axborot xavfsizligi asoslarini o‘rgatish;
- foydalanayotgan dasturiy mahsulotlarning zaifliklarini doimiy sinovdan o‘tkazish;
- ishonchli antivirus dasturidan foydalanish;
- litsenziyalangan rasmiy dasturlardan foydalanish;
- axborot tizimlarini himoyalashda ko‘p faktorli autentifikatsiyadan foydalanish;
- parollardan foydalanishda kuchli parolni saqlash siyosatiga rioya qilish;
- muntazam ravishda komp’yuter qattiq disklaridagi ma‘lumotlarni shifrlash.

Shu o‘rinda, mamlakatimizda kiberjinoiyatlarning oldini olish va unga qarshi kurashni olib boruvchi vakolatli davlat idoralari ham muayyan vazifalar yuklanishini alohida ta‘kidlash lozim.

Xususan, ular kiberjinoiyatchilikka qarshi kurash faoliyatida O‘zbekiston Respublikasi va uning xalqini axborot texnologiyalari va kommunikatsiyalari orqali amalga oshirilayotgan yoki bunga imkon berayotgan shaxs, jamiyat va davlat xavfsizligini va ularning manfaatlarini tashqi hamda ichki kibertahdidlardan himoya qilinishini ta‘minlash, mazkur sohada qonuniylik va qonun ustuvorligini mustahkamlash, kiberjinoiyatlar va kiberhuquqbuzarliklarning oldini olish, ularni aniqlash va barham berish kabi vazifalarni amalga oshirishi darkor.

Shuningdek, kiberjinoiyatlar va kiberhuquqbuzarliklarni tergov qilish va ularni aniqlash, bartaraf etish hamda oldini olish bo‘yicha zarur qarorlar qabul qilish, kiberjinoiyatchilikka qarshi kurashish bo‘yicha normativ-huquqiy hujjatlar loyihalarini ishlab chiqishda ishtirok etish, kiberterrorizm, kiberekstremizm, uyushgan jinoiyatchilikka qarshi kurashish, davlat organlari manfaatlariga hamda kiberxavfsizligiga tahdid soluvchi kiberhatarlarni aniqlash va ularga qarshi kurashish, kiberjinoiyatlar bo‘yicha tergovga qadar tekshiruv va dastlabki tergovni o‘tkazish, tezkor-qidiruv faoliyatini amalga oshirish, fuqarolarning huquq va erkinliklariga tahdid soluvchi kiberjinoiyatlarning sodir etilishiga imkon yaratuvchi sabablar hamda shart-sharoitlarni aniqlash va bartaraf etish kabi muhim vazifalarni bajarishlari lozim.

## ADABIYOTLAR

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-4947-sonli “2017-2021 yillarda O‘zbekistonni rivojlantirish bo‘yicha Harakat strategiyasi to‘g‘risida”gi Farmoni // O‘zbekiston Respublikasi Qonun xujjatlar to‘plami.- T., 2017.- B.37

2. Ganiyev S.K., Karimov M.M., Tashev K.A. Axborot xavfsizligi. Darslik (Professor S.K.Ganiyev tahriri ostida) Toshkent-2016 366 b.



3. Юсупов С.Й. Гуломов Ш.Р. “Цифровая криминалистика”: учебное пособие. Издательство «Алокачи», Ташкент -2018, 284 с.

4. Ганиев С.К., Гуломов СХ.Р. «Теория информации и кодирования»: учебное пособие для студентов вузов. Т.: Алокачи», Ташкент-2017, 100 с.

## POSTGRESQL - DATABASE FOR HIGH PROTECTION.

**Mirzakulov J.**

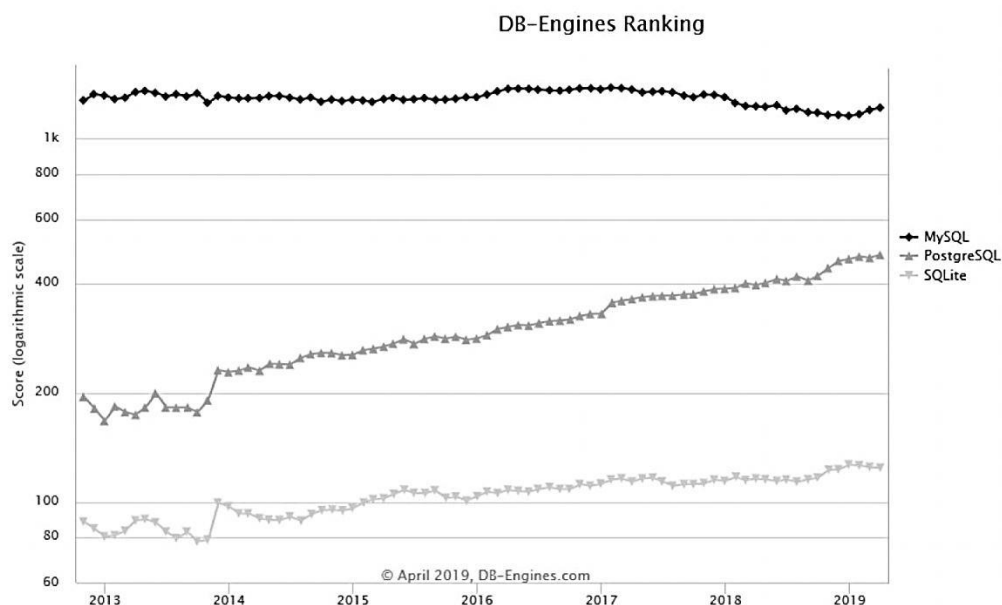
*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan,*

e-mail: [jahongir88@mail.ru](mailto:jahongir88@mail.ru)

Databases are designed to solve a very important problem: data storage. This can be any data: employees, products, orders, site visitors; can be represented as dates, integers or fractions, strings, or Booleans

Database management system (hereinafter referred to as DBMS) is a general term that refers to applies to all different kinds of solutions (i.e. computer programs or embedded libraries) that often work in very different ways. Applications control or they also help manage collections of information. Since the input information varies in size and shape, many DBMSs have been developed. DBMS are built on models - structures defined to manage data. Each new DBMS works different from others in terms of definitions and storage and retrieval operations of the mentioned data.

Figure given below compares the popularity of SQLite relational DBMS, MySQL, PostgreSQL according to the version of the DB-Engines website:



PostgreSQL is one of the most advanced object-relational databases, often used to maintain a database of websites. It is easy for data entry tasks from other types of databases using its own tools. It must be noted that PostgreSQL allows developers to manage both structured and non-structured data, based on the fact that it is one of the first created DBMS, as a result, it is now well developed.

Pros:

- user community;
- fully compatible with SQL;
- a huge number of additions;
- extensibility;
- object-oriented.

Minuses:

- Not popular;
- It is difficult to find hosting supporting PostgreSQL;
- Poor performance when working with simple operations.

In the development of simple sites, PostgreSQL is used less frequently than MySQL / MariaDB, but still this pair is far ahead in terms of frequency of use other database management systems. At the same time, in the development of complex sites and web applications PostgreSQL outperforms MySQL and MariaDB. Majority frameworks (e.g. Ruby on Rails, Yii, Django) support the use PostgreSQL.

# KRIPTOGRAFIK KALITLARNI SHAKLLANTIRISH UCHUN TASODIFIY SONLARNI GENERATSIYALASHDA SMARTFON SENSORLARIDAN FOYDALANISH

Nurullayev M.M.

*Buxoro muhandislik texnologiya instituti, Buxoro, O'zbekiston*

Kriptobardoshli kalitlarni shakllantirish tasodifiy sonlarni generatsiyasiga bevosita bog'liq. [1].

Ko'pgina smartfonlarda giroskop, magnetometr va akselerometr datchiklari borligini inobatga olib, taklif etilgan algoritmda ushbu datchiklar entropiya manbasi sifatida qo'llaniladi. Mobil operatsion tizimlarda mobil ilovalar biror datchikni entropiya manbasi sifatida qo'llashi uchun ushbu datchikka ruxsatga ega bo'lishi kerak (masalan, kamera [2], simsiz tarmoq, mikrofon). Lekin, mobil ilovaga faqat tasodifiy bitlarni generatsiyalash uchun bir qator datchiklarga ruxsat berish xavfsizlik nuqtai nazaridan maqbul usul hisoblanmaydi.

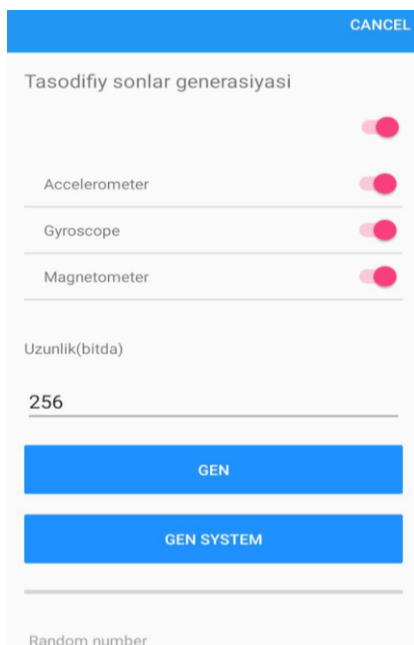
Tasodifiy bitlarni generatsiyalash algoritmi.

Akselerometr datchigi uch koordinata o'qi bo'yicha harakat tezlanish ( $m/s^2$ ) x, y, z qiymatlarini, giroskopa datchigi uch koordinata o'qi bo'yicha aylanish tezligi (radian/s) x, y, z qiymatlarini va magnetometr datchigi uch koordinata o'qi bo'yicha magnit maydon ko'rsatgichini (mT) x, y, z qiymatlarini qaytaradi.

Giroskop, magnetometr, akselerometr datchiklari qiymatlari o'zgarganda yangi qiymatlar tasodifiy sonlar generatoriga uzatiladi.

Ushbu algoritm samaradorligini aniqlash uchun u asosida mobil ilova yaratilib, smartfon orqali bir qator tajribalar o'tkazildi. Mobil ilovada bir yoki bir nechta datchik entropiya manbasi sifatida foydalanish uchun tanlanadi va generatsiya qilinishi kerak bo'lgan tasodifiy bitlar soni ko'rsatiladi (1-rasm.). "Gen" tugmasi bosilgandan so'ng, mobil ilova entropiya manbalaridan ma'lumotlarni o'qishni boshlaydi. Toki belgilangan sondagi tasodifiy bitlar generatsiya qilinmaguncha, ushbu jarayon davom ettiriladi (2-rasm).

Tajriba davomida generatsiya qilingan tasodifiy bitlar NIST statistik testlari asosida tekshirildi. Tekshiruv natijasida tasodifiy bitlar ketma-ketligi testlardan  $P \geq 0,01$  bahoga ega bo'ldi, bundan kelib chiqadiki taklif etilgan algoritm asosida generatsiya qilingan tasodifiy bitlar kriptografiyada kriptobardoshli kalitlarni generatsiya qilishda qo'llanilishi mumkin. P ning qiymati 0 va 1 orasida bo'lib, u qanchalik 1 ga yaqin bo'lsa, bitlar ketma-ketligi shuncha tasodifiy qisoblanadi. Generatorning o'ziga xos xususiyati shundaki, u 4 ta entropiya manbasidan foydalanadi. Ushbu entropiya manbalari qiymatlarini oldindan bashoratlash imkoni yo'q. Bundan tashqari u deyarli barcha smartfonlarda mavjud datchiklardan foydalanadi.



1-rasm. Parametrlarni tanlash.



2-rasm. Generatsiya qilingan tasodifiy bitlar.

## ADABIYOTLAR:

1. Meltem Sönmez Turan, Elaine Barker, John Kelsey, Kerry A. McKay, Mary L. Baish, Mike Boyle. (2018). NIST Special Publication 800-90B: Recommendation for the Entropy Sources Used for Random Bit Generation. <https://doi.org/10.6028/NIST.SP.800-90B>.

2. Zhang, X., Qi, L., Tang, Z., & Zhang, Y. (2014). Portable true random number generator for personal encryption application based on smartphone camera. *Electronics Letters*, 50(24), 1841–1843. <https://doi.org/10.1049/el.2014.2870>

## **AXBOROT TIZIMLARI FOYDALANUVCHILARINI FINGERPRINT YORDAMIDA BIOMETRIK AVTORIZATSIYADAN O‘TKAZISH**

**Salimov R.N.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O‘zbekiston  
salimovruzibek283@gmail.com*

Foydalanuvchining shaxsini tasdiqlash uchun biometrik xavfsizlik tizimlari tabiatan insonga tegishli bo‘lgan tana a‘zolari – retinal tomirlar, barmoq izlari, kaft, qo‘l yozuvi, ovoz va boshqalardan foydalanadi. Ushbu ma‘lumotlarni kiritish odatiy parol o‘rnini bosadi. Kompyuter texnologiyalari sohasida sizning barmoq izingiz barcha turdagi sizga tegishli raqamli ma‘lumotlar bilan birlashtirish uchun unikal identifikatorlarni yaratish jarayonini anglatadi. Ammo individual foydalanuvchilarni yoki hisoblash qurilmalarini aniqlashning muayyan usullari haqida gap ketganda, biz raqamli barmoq izingiz bilan brauzer yoki qurilmaga murojaat qilamiz. Biometrik avtorizatsiyaning FingerPrint usulida barmoq izi shaxsiy kompyuterda tegishli shaxsning avval olingan barmoq izlari bilan solishtirish orqali aniqlanuvchi jarayon hisoblanib, shu jarayon natijasi ha (true) yoki yo‘q (false) javob sifatida qaytariladi.

So‘nggi paytlarda bunday barmoq izlari shaxsni aniqlash va kredit kartalaridagi firibgarlikni oldini olishda keng foydalanib kelinmoqda. 2017 yil boshiga kelib, barmoq izi foydalanilgan brauzer bilan cheklangan edi, shuning uchun brauzerni o‘zgartirish orqali barmoq izini o‘zgartirish oson edi. 2017-yilda bir xil qurilmada foydalanuvchini turli brauzerlardan kuzatish imkonini beruvchi kross-brauzer barmoq izi usuli chop etildi.

Qurilmaning barmoq izi tushunchasi inson barmoq izlarining amaliy ahamiyati bilan bog‘liq. Ideal holda, barcha mashinalar boshqa barmoq izi qiymatiga ega va bu qiymat hech qachon o‘zgarmaydi. Bunday holda, foydalanuvchining roziligisiz tarmoqdagi har bir mashinani unikal tarzda aniqlash mumkin bo‘ladi.

Barmoq izi tekshiriluv jarayoni faol va nafaol usulda amalga oshiriladi. Faol usulda barmoq izi mijoz so‘rovlarni amalga oshirishga ruxsat berishga asoslanadi. Ushbu usul eng keng tarqalgan usul bo‘lib, jarayon natijasi true qiymat qaytarsa mijoz mashinasiga faoliyat yuritishga ruxsat beriladi. Bunday ma‘lumotlar mualliflik huquqini himoya qilishning texnik vositalari sohasidagi dasturlar uchun foydalidir.

Shuningdek, ikki faktorli autentifikatsiya turi mavjud bo‘lib, unda ko‘pchilik o‘z qurilmalarini kirishdan himoya qilish uchun parollardan foydalanadi. Masalan turli gadgetlarda Touch ID yoki Face ID bo‘lmasa, bu xavfsizlik tizimi foydalauvchiga qurilmada ishlash ruxsatini bermaydi[2].

Ikki faktorli autentifikatsiya foydalanuvchini o‘z shaxsini ikki xil usulda tekshirishga majbur qiladi va bu qurilmani buzishni deyarli imkonsiz qiladi. Misol uchun, agar smartfon o‘g‘irlangan bo‘lsa va o‘g‘ri undan parol olishga muvaffaq bo‘lsa, uni qulf(blok)dan chiqarish uchun egasining barmoq izi ham kerak bo‘ladi. Birovning barmog‘ini sezilmas tarzda skanerlash va uning teriga yaqin materialdan o‘ta aniq 3D modelini yaratish kundalik darajada real bo‘lmagan jarayondir.

Bu kungi kunda biometrik xavfsizlikni tizimlarini chetlab o‘tish qiyin. Gap shundaki, yuqorida aytib o‘tilgan xususiyatlar har bir kishi uchun o‘ziga xosdir. Hatto yaqin qarindoshlar orasida ham barmoq izlari boshqacha bo‘ladi. Albatta, skaner ba‘zi xatolarga yo‘l qo‘yadi, lekin o‘g‘irlangan qurilmaning biometrik ma‘lumotlari egasining ma‘lumotlari bilan 99,99% bir xil bo‘lgan shaxsga yetib borishi ehtimoli deyarli nolga teng.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Саломатин А. А., Исхаков А.Ю. Применение интегрированного показателя отпечатков браузера в задаче адаптивной аутентификации субъектов доступа // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2020. №4 (20).
2. Шафиев Т. Р. [и др.]. Проектирование национальной системы управления персональной библиографической информацией // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2021. (5(35)). С. 44–51.

## **AXBOROTLARNI KRIPTOGRAFIK HIMOYALASH MAVZUSI AMALIY MASHG‘ULOTNI TASHKIL QILISH KEYS-STADI METODIDAN FOYDALANISH.**

**Tahirov B.N.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O‘zbekiston*

**Keys-stadi metodidan foydalanib amaliy mashg‘ulotlarni tashkil qilish.**

**Keys-stadi metodi**

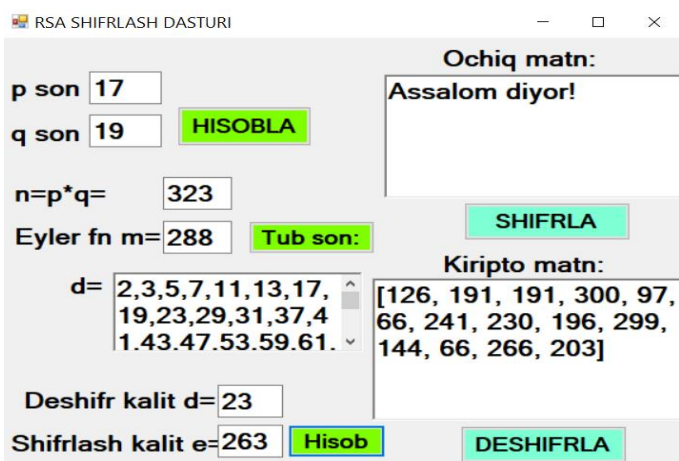
Bu metodning nomi inglizcha “**case-study**” soʻzlaridan olingan. Bunda “**case**” – yashik, quti, “**study**” – oʻrganish, tadqiq qilish, ilm bilan shugʻullanish, oʻquv fani, saboq olish, oʻqish maʼnolarini bildiradi. Bu metodni “**Amaliy holatlarni oʻqitish metodi**” deb ham ataladi.

“**Kriptografiya**” atamasi yunon tilidan olingan boʻlib, “yashirish, yozuvni berkitib qoʻymoq, sirli yozuv” maʼnosini anglatadi.

**1-Keys topshiriq: Microsoft Visual Studio muhitining WindowsFormsApplication C# dasturlash tilida RSA algoritmi loyihasini bajarish tartibi.**

Microsoft Visual Studio muhitida loyiha yaratish uchun:

1. Microsoft Visual Studio ilovasini <https://visualstudio.microsoft.com> rasmiy saytida yuklaymiz va komputerrimizga oʻrnatamiz.
2. Microsoft Visual Studio ilovasini ishga tushiramiz.
3. Unda New Project->Visual C#-> WindowsFormsApplication ni tanlaymiz.
4. WindowsFormsApplicationning oynasi obyektlar joylashtiramiz
5. Dastur yozamiz.



1-rasm. RSA algoritmi dastur nariyasi koʻrinish.

**2-Keys topshiq: Guruh talabalari uchun individual keys topshirigʻi asosida bilimni tekshirish.**

**Amaliy ishni bajarishdan maqsad:** Talalar axborotlarning kompyuter xotirasida qanday koʻrinishda kodlanishni oʻrganish.

**Ishni bajarish uchun dastur namunasi:**

```
s=input() # "Axborotni kiritish qabul qilish jarayoni"
n=int(len(s))
ss=""
for i in range (n):
    b=bin(ord(s[i]))
    b=b[2:]
    l=len(b)
    while (l!=8):
        b='0'+b
        l=l+1
    ss+=b
print(ss)
```

№	Axborot	ASCII oʻnlikdagi kodi	ASCII ikkilikdagi kodi
Misol uchun	Assalom	[65, 115, 115, 97, 108, 109]	[01000001011100110111001 01100001 01101100 01101111 01101101]
1.	Axborot		
2.	Olam		
3.	Dunyo		
4.	Texnologiyar		

**3 - Keys topshiq: Guruh talabalari uchun individual keys topshirigʻi asosida bilimni tekshirish.**

**Amaliy ishni bajarishdan maqsad:** Talalar axborotlarni RSA algoritimida deshifrlashni o'rganish.

№	Shifrlangan xabar	Deshifrlash kaliti (d ; n)	
Misol	[65, 115, 115, 97, 108, 111, 109]	203 ; 323	
1.	[68, 111, 351, 115, 116, 108, 97, 114]	293 ; 437	
2.	[79, 108, 97, 109]	137 ; 299	
3.	[68, 117, 110, 121, 111]	31 ; 253	
4.	[103, 9, 420, 36, 171, 36, 261]	157 ; 551	

Xulosa qilib, axborot xavfsizligini ta'minlash usullarini 4 ta asosiy sinfga ya'ni tashkiliy usul, huquqiy usul, apparat-dasturiy usul, kriptografik usulga bo'linadi. Axborot xavfsizligini ta'minlashning eng arzon va samarali usuli bo'lib aynan kriptografik usul hisoblanadi. Shu sababli bu usul amaliyotda, elektron raqamli imzoda va dunyo miqiyosida keng qo'llanilib kelinmoqda. Talabalarga bu kriptografik shifrlash algoritimlarining nazariy va amali jihat keys topshiriqlar bilan o'rgatish, bo'lajak axborot texnologiyalari mutaxasislari uchun juda muhim hisoblanadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

- Behzod Takhirov, Алгоритмы шифрования и их свойства// Universum: технические науки № 11 (92), ноябрь, 2021 г. С.66-68.
- Хаятов Х.У., Тахиров Б.Н. Постановка обратной задачи для уравнений математической физики// Academy. № 10 (61), 2020. С.32-35.
- Тахиров Б.Н. Понятие виртуальной реальности // Наука, образование и культура. № 8 (52), 2020. С.12-15.

## СТАНДАРТЛАРИДАГИ АЛГОРИТМЛАРИНИ ҚЎЛЛАБ-ҚУВВАТЛАЙДИГАН КРИПТОПРОВАЙДЕРНИНГ ИМКОНИАТЛАРИ

**Алаев Р.Х.**

*Ўзбекистон Миллий университети, Тошкент, Ўзбекистон*

Жаҳонда ахборот тизимлари ҳамда улардаги ахборотнинг хавфсизлигини таъминлаш усуллари, алгоритмлари ва тизимларини ишлаб чиқишга йўналтирилган илмий тадқиқотлар олиб борилмоқда. Хорижда Windows операцион тизими учун мўлжалланган дастурий воситаларда кriptografik амалларни бажаришда асосан криптопровайдерлардан фойдаланилади. Microsoft томонидан ишлаб чиқарилган барча дастурий воситаларда кriptografik амаллар криптопровайдерлар орқали амалга оширилади. Хорижий давлатларда ахборотнинг кriptografik муҳофазаси учун “Microsoft Primitive Provider”, “Microsoft Software Key Storage Provider”, “Microsoft SSL Protocol Provider”, “Microsoft Smart Card Key Storage Provider” номли CNG криптопровайдерлари (Microsoft, АКШ), “ViPNet CSP” (ИнфоТеКС, Россия), “КриптоПро CSP” (КриптоПро, Россия), “Signal-COM CSP” (Сигнал-КОМ, Россия), “Валидата CSP” (Валидата, Россия), “Лисси CSP” (ЛИССИ-Софт, Россия), “Tumar CSP” (Гамма Технологиялар, Қозоғистон), “AVEST CSP” (АВЕСТ, Белоруссия), “ИТ” (ИТ, Украина) криптопровайдерлари яратилган.

Мамлакатимизда қабул қилинган О‘зДСт 1106:2009, О‘зДСт 1105:2009 ва О‘зДСт 1092:2009 миллий стандартларидаги алгоритмларини қўллаб-қувватлайдиган «ARH Primitive Provider» Ва «ARH Key Storage Provider» номли криптопровайдерлар яратилди. Ушбу криптопровайдерлар ва уларнинг ёрдамчи модуллари қуйидаги имкониятларни тақдим этади:

- О‘зДСт 1092:2009 стандартидаги алгоритмларнинг жуфт калитларини яратиш, экспорт/импорт қилиш, қўллаш ва ўчириш.
- ПИН-код асосида аутентификациялаш.
- ПИН-кодсиз аутентификациялаш.
- Фойдаланувчининг кriptografik калитларини қўллаб-қувватлаш.
- О‘зДСт 1092:2009 стандартининг алгоритмлари билан имзони шакллантириш ва текшириш, О‘зДСт 1105:2009 ва ГОСТ 28147-89 стандартларининг алгоритмлари билан симметрик шифрлаш, О‘зДСт 1106:2009 стандартининг алгоритмлари билан маълумотларни хэшлаш.
- Операцион тизим сервис дастурлари учун кriptografik амалларни тақдим этиш.
- Операцион тизимнинг О‘зДСт 1106:2009 ва О‘зДСт 1092:2009 алгоритмлари асосида яратилган рақамли сертификатлар билан ишлашнинг таъминлаш.

- Microsoft Office иловаларида хужжатларнинг хавфсизлигини таъминлашда O'zDSt 1106:2009 ва O'zDSt 1105:2009 алгоритмларидан фойдаланиш.
- Симметрик шифрлаш алгоритмлари учун O'zDSt 1092:2009 стандартидаги биринчи алгоритмнинг калитлари асосида умумий махфий калитни генерациялаш.
- Очиқ калитлар инфратузилмасини ташкил этиш. Очиқ калитлар инфратузилмасининг 2 поғонали ва кўп поғонали иерархик моделини қўллаш.
- Турли мақсадлар учун рақамли сертификатларни яратиш, тузилмаси статик бўлмаган рақамли сертификатларни яратиш.

## МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ИМЕЮЩЕГОСЯ УРОВНЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

### Ёркулов Б.А.

*Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан*

При проведении анализа предметной области было выявлено, что текущий уровень информационной безопасности ОИС напрямую связан с интенсивностью повреждений информационных активов и средств защиты информации (СЗИ). Их уровень чаще всего определяется лицом принимающее решение (ЛПР) путем отслеживания изменений и оценивается вербально.

Для того, чтобы формализовать лингвистические оценки повреждений информационных активов и СЗИ предлагается использовать объявленную ранее лингвистическую переменную «Величина параметра» и терм-множество ее значений  $VP$ .

Для того, чтобы привести к формальному виду мнения экспертов о влиянии выявленных повреждений информационных активов и средств ЗИ на уровни всех сервисов информационной безопасности в образовательной информационной системе, целесообразно рассмотреть применение набор нечетких продукционных правил вида (1), которые представляют собой базу знаний (БЗ) [1]:

$$IF (\&_{i=1}^N [Pov_i == P_i]) Then (\&_{j=1}^M [(O_j)(K_j == S_j)]), \quad (1)$$

где:  $P_i, S_j \in VP$  – описанные словесным образом степени повреждения активов и СЗИ и оценки состояния характеристик ИБ; символ « $==$ » выступает в качестве оператора сравнения двух величин; " $Pov_i = P_i$ " - определяет уровень  $i$ -го повреждения актива или СЗИ; " $K_j == S_j$ " - определяет состояние  $j$ -го сервиса безопасности;  $O_j$  отражает степень уверенности эксперта в следствии, и согласно метрике Харрингтона имеет следующие вербальные соотношения: 0,00–0,19 – вероятность крайне низкая; 0,20–0,36 – вероятность низкая; 0,37–0,63 – вероятность средняя; 0,64–0,79 – вероятность высокая; 0,80–1,0 – вероятность крайне высокая.

При наполнении базы знаний может возникнуть такая ситуация, когда при высоком уровне одних повреждений становится достаточно проблематично выявить уровень других, что обусловлено взаимосвязью элементов различных уровней. Для решения этой проблемы была описана четырехуровневая иерархия повреждений (рис. 1).

Уровень №0 включает в себя [2]:

1. Повреждения каналов передачи информации (А).
2. Физические повреждения структурных компонентов серверов (Z).
3. Физические повреждения структурных компонентов рабочих станций (E).

4. Повреждения независимых структурных компонентов СЗИ: инженерно-технических и аппаратных средств; организационно-правовых мер ЗИ (В).

5. Повреждения съемных носителей с резервными копиями данных (С).

Уровень №1 включает в себя:

6. Повреждения системного программного обеспечения серверов (F).
7. Повреждения системного программного обеспечения рабочих станций (G).

Уровень №2 включает в себя:

8. Повреждения прикладного программного обеспечения серверов (H).
9. Повреждения прикладного программного обеспечения рабочих станций (I).

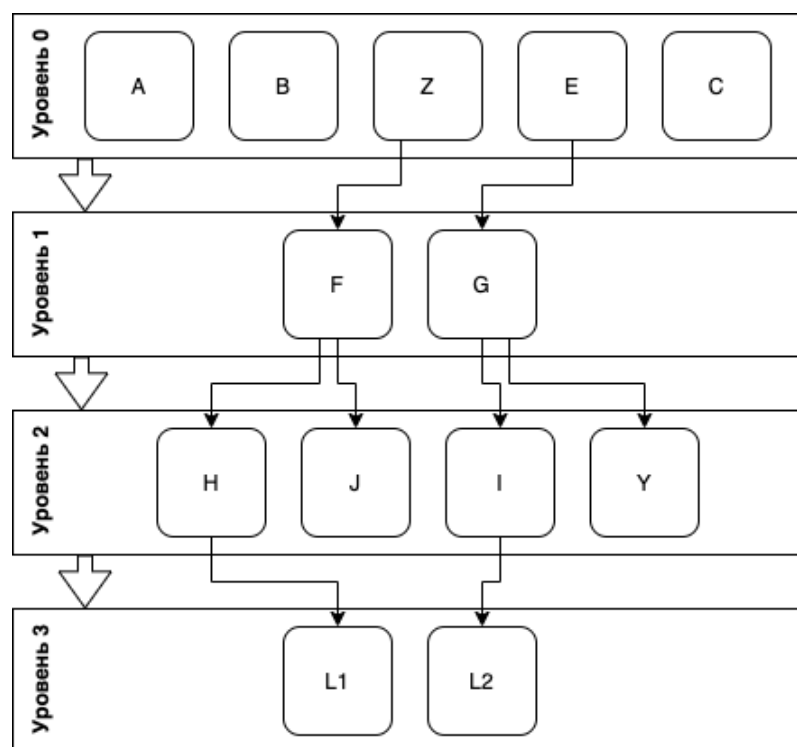
10. Повреждения программных СЗИ на серверах (J).

11. Повреждения программных СЗИ на рабочих станциях (Y).

Третий уровень включает в себя:

12. Повреждения файлов на серверах (L1).

13. Повреждения файлов на рабочих станциях (L2).



**Рисунок 1 – Иерархия повреждений активов и СЗИ**

Построенная таким образом система иерархий возможных повреждений удовлетворяет следующим условиям:

- в рамках одного уровня повреждения не оказывают существенного влияния друг на друга;
- повреждения, находящиеся на более низких уровнях иерархии способны оказывать влияние на выявление повреждений уровней, расположенных выше.

Каждый из уровней иерархической структуры возможных повреждений при желании может быть декомпозирован, однако только при строгом выполнении приведенных выше условий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Корченко, А. Г. Построение систем защиты информации на нечётких множествах. Теория и практические решения / А. Г. Корченко. Киев : МК-Пресс, 2006. 320 с;
2. Сорока Е. Г. Роль методов кибернетики и информатики в развитии теории управления качеством // Вестник СИБИТа. 2014. №2 (10). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rol-metodov-kibernetiki-i-informatiki-v-razvitii-teorii-upravleniya-kachestvom>

## МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ГРАФИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНЫХ ПОЛЕЙ ГАУССА И ЭЙЗЕНШТЕЙНА

**Мнухин В. Б.**

Методы криптографической защиты информации весьма востребованы в современном «цифровом» обществе. В настоящее время известен и активно используется ряд разнообразных криптосистем, (как симметричных, так и с открытым ключом), большинство которых так или иначе опирается на использование вычислений в конечных полях (протокол RSA, эллиптическая криптография, и пр.) Вместе с тем, оптимальный выбор криптосистемы для защиты определенного вида информации предполагает соблюдение баланса между стойкостью и практичностью используемого алгоритма. Так например, абсолютно стойкий шифр Вернама использует ключ той же длины, что и открытый текст, что резко ограничивает возможности его практического применения.

В связи со сказанным возникает вопрос об оптимальных методах защиты графической информации, в частности, цифровых изображений. Их особенностью является, с одной стороны, большой объем подлежащих защите данных, а с другой — сниженные, в ряде случаев, требования к криптостойкости. Например, криптозащита медицинских данных (рентгено-грамм и проч.) не требует той же стойкости, что и защита банковской информации.

В данной работе предлагается эффективный метод защиты цифровых изображений как в квадратном, так и в гексагональном растрах, основанный на их представлении функциями на конечных полях Гаусса и Эйзенштейна. Введем необходимые определения.

Пусть  $Z$  — кольцо целых, а  $C$  — комплексное поле. Как известно, в теории чисел *целыми Гаусса* и *целыми Эйзенштейна* называют, соответственно, комплексные числа вида  $a + ib$  и  $a + \omega b$ , где  $a, b \in Z$ , а  $\omega$  — не вещественный кубический корень из единицы. Целые Гаусса и Эйзенштейна образуют подкольца  $Z[i]$  и  $Z[\omega]$  поля  $C$ . Геометрически, они образуют, соответственно, квадратную и треугольную решетки на комплексной плоскости, что позволяет рассматривать обычные цифровые изображения как действительнзначные функции на  $Z[i]$ , а гексагональные — как функции на  $Z[\omega]$ . Однако невозможность деления в кольцах  $Z[i]$  и  $Z[\omega]$  затрудняет их использование для обработки изображений. Поэтому в работах [1] и [2] было предложено перейти от колец к конечным полям.

**Определение 1.** Пусть  $p \geq 3$  — простое число такое, что  $p \equiv 3 \pmod{4}$ . Конечное поле  $C(p) = Z_p[x]/(x^2 + 1) \cong GF(p^2)$  называется *полем Гаусса*.

**Определение 2.** Пусть  $p \geq 5$  — простое такое, что  $p \equiv 5 \pmod{12}$ . Тогда конечное поле  $E(p) = Z_p[x]/(x^2 + x + 1) \cong GF(p^2)$  называется *полем Эйзенштейна*.

Топологически, поля  $C(p)$  и  $E(p)$  можно считать дискретными торами  $Z_p \times Z_p$ , покрытыми, соответственно, квадратной и треугольной решетками, а изображения — функциями  $f(z)$  на узлах  $z$  этих решеток. Определенные алгебраические преобразования таких функций приводят к значительным искажениям соответствующих изображений, обеспечивая их криптозащиту. Простейшими примерами таких преобразований являются *вращения*  $R_w : f(z) \rightarrow f(wz)$ , где  $w$  — некоторый фиксированный элемент поля. Фактически, для целей криптозащиты можно использовать любые перестановочные многочлены полей  $C(p)$  и  $E(p)$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Karkishchenko A., Mnuhin V. Hexagonal images processing over finite Eisenstein fields. // 3rd International Conference «Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2017)» 25-27 April 2017, Samara, Russia.
2. Каркищенко А. Н., Мнухин В. Б. Применение гауссовских вращений для защиты графической информации // Машинное обучение и анализ данных, 2017. DOI: 10.21469/22233792.3.1.05.

## АЙРИМ НОСИММЕТРИК КРИПТОАЛГОРИТМЛАРНИ ТАКОМИЛЛАШТИРИШ

<sup>1</sup>Хазратов Ф.Х., <sup>2</sup>Гадоева М.В.

<sup>1</sup>Бухоро давлат университети АМ ва ДТ кафедраси катта ўқитувчи

<sup>2</sup>Бухоро давлат университети, 2-босқич магистр

Параметрлар алгебрасида асосий амаллар куйидагича аниқланади:  
 1) Параметр  $R$  кўпайтиришамали  $ab \equiv a + b + a * R * b \pmod{n}$ ,  $R$  параметрлар алгебрасида коэффициент ёки параметр деб аталади мумкин.  $R=0$  бўлганда бу ифода классик алгебрадаги кўшиш амалини ифодалайди. 2) Модул  $n$  бўйича параметр  $R$  ли тескарилаш амали  $a^{-1} \equiv a * (I + R * a)^{-1} \pmod{n}$ , бу ерда  $^{-1}$  модул  $n$  бўйича тескарилаш амали,  $^{-1}$  эса параметр  $R$  ва модул  $n$  бўйича тескарилаш амали бўлиб  $a \otimes a^{-1} \equiv 0 \pmod{n}$  таққосламани қаноатлантиради. Параметрлар алгебрасида  $0$  бирлик элементи ҳисобланиб,  $a0 \equiv a \pmod{n}$  хоссага эга. 3) Параметр  $R$  ли даражага ошириш амали  $a^{x+1} \equiv a * \sum_{i=0}^x F^i \pmod{n}$ , бунда  $F = I + R * a$  даражасини ҳисоблаш учун:  $a^{137} \equiv a^{132+4+1} = (((((a^2)^2)^2)^2)^2) \otimes (a^2)^2 a$  амалларини бажариш керак. Параметр  $R$  ли даражага ошириш амалини бажариш тезлигини ошириш учун параметрлар алгебрасининг  $a^x \equiv ((I + R * a)^x - I) * R^{-1} \pmod{n}$  хоссасидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ. Келтирилган амаллар орқали бир томонлама функцияларни ҳисоблаш жуда қулай, бу эса ушбу амаллар орқали янги криптоалгоритмларни яратиш ёки мавжуд криптоалгоритмларни такомиллаштириш имконини беради.

Чекли бутун сонлар тўпламида берилган амаллар асосида қурилган мавжуд криптоалгоритмларни такомиллаштиришда куйида келтирилган амалларнинг ўзаро аналогиясидан фойдаланиш кифоя:  $(+; *; \hat{; }^{-1}) \Leftrightarrow (\otimes R=0 \text{ ли холи}; R>0 \text{ ли холи. Яъни, ҳозирги кунда кенг қўлланиладиган криптоалгоритмлар – RSA, El Gamal, Diffi Helman, Россиянинг ГОСТ-Р алгоритмларини такомиллаштиришда кўшиш (+) амали ўрнига параметр } R=0 \text{ ли кўпайтириш амалини, кўпайтириш (*) амали ўрнига параметр } R>0 \text{ ли кўпайтириш амалини, даражага}$



ошириш ( $\uparrow$ ) амали ўрнига параметр  $R$  ли даражага ошириш ( $\downarrow$ ) амалини, модул  $n$  бўйича тескарилаш ( $\leftarrow$ ) амали ўрнига модул  $n$  бўйича параметр  $R$  ли тескарилаш ( $\rightarrow$ ) амалини қўлланса кифоя. Бу эса янги такомиллашган алгоритмларни криптобардошлигини оширишга, ишлатилиш соҳасини кенгайтиришга, ҳамда мавжуд криптотизимлар билан ишлаб чиқилган криптотизимларни уйғунлаштириш имконини беради.

Жахонда кенг тарқалган шифрлаш ва электрон рақамли имзо тизими – RSA алгоритминини такомиллаштирилган вариантини кўриб чиқамиз. Фараз қилайлик биринчи томон модуль сифатида  $n=35$  га, параметр сифатида  $R=8$  га, очиқ калит  $e=17$  га ва ёпиқ калит сифатида  $d=5$  га эга. Иккинчи томон биринчи томонга  $M=29$  матнини шифрлаб жўнатиш учун, унинг очиқ калити  $e=17$  дан фойдаланиб  $C \equiv 29^{17} \pmod{35} \equiv 24$  функциясини ҳисоблайди ва биринчи томонга шифрланган  $C \equiv 24$  матнни жўнатади. Биринчи томон шифрланган матнни олиб ўзининг ёпиқ калити  $d=5$  орқали шифрматнни очиқ олади, яъни  $M \equiv 24^5 \pmod{35} \equiv 29$  функциясини ҳисоблаб, дастлабки  $M=29$  матнга айлантиради.

Янги криптотизимлар яратиш ва мавжуд криптоалгоритмларни такомиллаштириш учун параметрлар алгебрасидан фойдаланишнинг умумий усули қуйидаги имкониятларни яратади:  $R$  параметрини махфий сақлаш алгоритмларнинг криптобардошлилигини *кескин оширади*;  $R$  параметри бирга тенг бўлганда мавжуд криптотизимлар билан *уйғунлашади*. Криптобардошлилиги янги муаммо ечишга, яъни, «*Даража параметри муаммоси*»ни ечиш мураккаблигига асосланган криптоалгоритмлар ишлаб чиқиш имконини беради;  $R$  параметри ёки унинг турлари сонини ошириш эвазига мавжуд криптоалгоритмлар учун мумкин бўлмаган *янги баённомалар* ишлаб чиқиш имконини беради. Бундай усул орқали кўпгина мавжуд криптоалгоритмларни, жумладан эллиптик эгри чизикқа асосланган криптоалгоритмларни ҳам такомиллаштириш мумкин.

# VIII SHŪBA. TAʼLIMDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR. DIGITAL TECHNOLOGIES IN EDUCATION.

## KOMPYUTER INJINIRINGI YOʻNALISHIDA “DISKRET TUZILMALAR” KURSINI OʻQITISHNING METODIK TAʼMINOTI SIFATIDA MOBIL ILOVA LOYIHASI

Abdullayeva N.I.

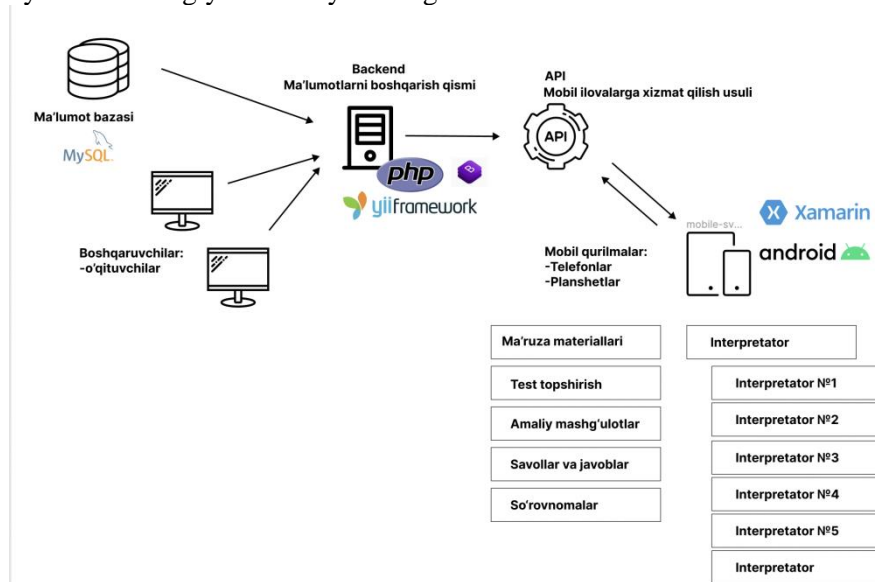
*Mirzo Ulugʻbek nomidagi Oʻzbekiston milliy universiteti, Oʻzbekiston*

Oliy taʼlim tizimining bakalavriat bosqichidagi talabalarning ilmiy-texnikaviy dunyoqarashini shakllantirish, zamonaviy texnika vositalari bilan tanishtirish va ulardan foydalanish koʻnikmasini hosil qilish uchun talabalarga matematik fanlarni oʻrgatish talab qilinadi. Matematik xarakterga ega boʻlgan baʼzi materiallar informatika va muhandislik oʻrtasidagi chegarada joylashgan va kompyuter injiniringi yoʻnalishi talabalariga oʻqitilishi lozim. Jumladan, Diskret tuzilmalar (diskret matematika) kursi mazmuni jihatidan shunday fanlar sirasiga kiradi[1].

Ushbu ishda Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari Universiteti Samarqand filialida matematik va tabiiy-ilmiy fanlar blokiga kiritilgan diskret tuzilmalar kursini Kompyuter injiniringi yoʻnalishi bakalavrlariga oʻqitishning metodik taʼminoti sifatida taklif etilayotgan Mobil ilova[2] loyihasi toʻgʻrisida soʻz yuritiladi.

Tadqiqotning asosiy gʻoyasi oʻqitishning ananaviy usuliga qoʻshimcha metodik taʼminot sifatida mobil ilovasini birlashtirishdir va hamkorlikda oʻqitish hamda aralash taʼlimni kompleks qoʻllash orqali Diskret tuzilmalar kursini oʻqitish uslubini takomillashtirishdan iborat. Mobil ilovaga oʻqitish bilimlari haqidagi maʼlumotlar - maʼruza materiallari, amaliy mashqlarni bajarish boʻyicha koʻrsatmalar, amaliy mashgʻulotlarning samaradorligini oshirish uchun jarayonlar imitatsiyasini koʻrsatuvchi interpretator dasturlari, talabalar uchun individual mustaqil taʼlim topshiriqlari joylashtirilgan va mobil terminalning real vaqt rejimida qayta aloqa oʻrnatish vositalaridan foydalaniladi, talabalar oʻzlashtirgan mavzulari boʻyicha test topshirish imkoniyati mavjud (1-rasm).

Dasturiy taʼminotni yaratish jarayonida asosiy dasturlash tili sifatida PHP 8.0 tilidan va Yii2 Framework dan foydalanilgan, maʼlumotlar bazasi uchun MySQL maʼlumotlar bazasi tanlangan, interfeys yoki FRONTEND uchun HTML5, CSS3 dizayni elementlaridan hamda dastur dinamikasini taʼminlashda JavaScript va JQuery veb texnologiyalardan foydalanilgan.



1-rasm. Mobil ilova funksional sxemasi

Bugungi kunga haqiqiy oʻqitish sharoitida talabalarning mobil telefonlarga qaramligi doimo oʻqitishning asosiy raqobatbardosh ob'ekti boʻlib qolmoqda. Zamonaviy yoshlar dars jarayonida ham telefonlaridan ajrala olmayotganini guvohi boʻlayapmiz, bunday muammoni yechimi boʻlib talabalarni oʻqitishda yaxshi mobil ilova muhitini yaratish va undan oqilona foydalanish xizmat qilishi mumkin. Mobil ilovalar "istalgan vaqtda oʻrganish, istalgan joyda oʻrganish, hamkorlikda oʻrganish" oʻqitish maqsadiga bosqichma-bosqich erishish imkonini beradi.

### ADABIYOTLAR:

1. Computer Engineering Curricula 2016, Curriculum Guidelines for Undergraduate Degree Programs in Computer Engineering, A Report in the Computing Curricula Series, Joint Task Force

on Computer Engineering Curricula, Association for Computing Machinery (ACM), IEEE Computer Society, 2016 December 15

2. Diskret matematika o'quv kursi mobil ilovasi O'zbekiston Respublikasi Intellektual mulk agentligi. EHM uchun yaratilgan dasturning rasmiy ro'yxatdan o'tkazish uchun topshirilgan. Raqami DGU № 27228. 05.05.2021 yil

## **TA'LIM JARAYONIDA DROPBOX PLATFORMASIDAN FOYDALANISH**

**Abdullayeva Z.G'.**

*Buxoro, O'zbekiston*

Bulutli texnologiyalar – bu foydalanuvchiga o'z maqsadlari, vazifalari, loyihalarini amalga oshirish uchun internet xizmatlari, turli xil apparat va dasturiy ta'minotlar, metodikalar va vositalar taqdim etilishi. Bu butunlay bulutga asoslangan

xizmat. Bulutli texnologiyadan foydalanish uzluksiz muvaffaqiyatga erishib borayotganligining sababi oddiy: ularni qo'llash turli imkoniyatlarga ega hamda, infra tuzilish, xizmat ko'rsatish va xodimlarga sarflanadigan xarajatlarni tejaydi.

Masofadagi ma'lumotlar markazida ma'lumotlarga ishlov berish va axborotlarni saqlashga imkon beruvchi texnik ta'minot yetarli darajada soddalashtirilishi mumkin.

Ta'lim jarayonida bulutli texnologiyalardan quyidagi maqsadlarda foydalanish mumkin: 1. Xodimlarni yillik reja yoki dastur kabi muhim hujjatlar ustida birgalikda ishlashni tashkil qiling. Har bir inson hujjatning o'z qismi uchun javobgardir va agar kerak bo'lsa, barcha foydalanuvchilar sharh qoldirish va ma'lumotni to'ldirish imkoniyatiga ega bo'ladilar. 2. Umumiy loyiha ishi, shuning uchun o'qituvchi o'quvchilarga topshiriqlarni topshirishi, vazifalarini bo'lishishi va sharhlar berish orqali hisobotlarni tekshirishi mumkin. 3. Bulut texnologiyasidan elektron kundalik yaratish va har qanday yozma topshiriqni uzatish uchun foydalanish mumkin. Uyda o'qiydigan yoki biron bir sababga ko'ra darslarni qoldiradigan bolalar uchun bu ajoyib imkoniyat.

Bulutli texnologiyada fayl formatida cheklovlar mavjud emas. Biroq, ba'zi turlari uchun bir nechta afzalliklar mavjud. Masalan, Office hujjatlarini saqlashda ularni to'g'ridan-to'g'ri brauzerda tahrirlashingiz mumkin.

Bulutli texnologiyalar uchta xizmat turiga bo'linadi: Infratuzilmani yaratish; Platforma xizmatlari; Dasturiy ta'minot xizmatlari.

Dropbox bulutli xotirasi foydalanuvchi ma'lumotlarini saqlash uchun ishlatiladi. Bulutli xotirada saqlangan ma'lumotlar foydalanuvchiga nafaqat uning kompyuteridan, balki boshqa qurilmalardan ham foydalanish mumkin. Siz fayllarni internet orqali boshqa foydalanuvchilar bilan baham ko'rishingiz, shuningdek bulutli xotiradan kompyuteringizga ma'lumotlarni yuklab olishingiz mumkin.

Dropbox fayllarini saqlash Windows, Linux va Mac OS X operatsion tizimlari, shuningdek mobil iPhone, iPad, Android, BlackBerry, Symbian, Bada va Kindle uchun mavjud.

Ommaviy bulut(public cloud) – bunday infratuzilmadagi bulutli hisoblash xizmatlaridan ta'lim jarayonlarida masofali o'qitish tizimida foydalanish mumkin, yetkazib beruvchilar tomonidan ma'lumotlar taqdim etiladi va korporativ tarmoqdan tashqarida joylashtiriladi. Bunday bulut foydalanuvchilari bulutdagi ma'lumotlarni boshqarish yoki unga xizmat ko'rsatish imkoniyatiga ega bo'lmaydi, barcha ma'suliyat bulut egasiga yuklatiladi. Bunday usullarni foydalanuvchilarga Amazon

YEC2 i Amazon Simple Storage Service (S3), Google Apps/Docs, Salesforce.com,

Microsoft Office Web onlayn-xizmatlarini misol sifatida keltirib otish mumkin.

Bulutli tarmoq platformasini tashkillashtirish uchun ko'plab serverlar bugungi kunda dunyo bo'ylab tashkil etilgan. Masalan, ommalashgan bulutli tizimlarga яндекс.disc va disc google misol keltirishimiz mumkin. Ushbu bulutli serverlar orqali dunyoning istalgan joyidan serverga ma'lumot joylash, saqlash va boshqarish

mumkin. Dropbox bulutli server xizmati asosida ta'lim tizimida masofali oqitishni

tashkillashtirish quyidagi ketma-ketlik asosida bo'ladi. Dropbox bulutli xizmat tizimi <https://www.dropbox.com/> sayti asosida tashkilashtiriladi. Ushbu saytda tizimni tashkillashtirish va unga ma'lumotlarni joylashtirish quyidagi ketma-ketlik asosida amalga oshiriladi: yangi papkalar yaratish; yangi fayllarni yukalsh; yangi kataloglar yaratish va qo'shish; umumiy ulanishni tashkillashtirish; fayllarni tahrirlash va o'chirish .

Shunday qilib, ushbu texnologiyalar ta'limda masofali oqitish tizimini samarali tashkillashtirish imkoniyatini beradi. Ta'lim tizimida elektron resurslarni boshqarish va foydalanish imkoniyatlarini ochib beruvchi zamonaviy texnologiya sifatida qarash mumkin.

## **FIZIKA FANINI O`QITISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSION TEKNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH.**

**Abdullayeva Z.G`.**

*Buxoro muhandislik texnologiya instituti akademik litseyi, O`zbekiston*

Hozirgi davrda barcha boshqa sohalar qatorida ta`lim tizimida ham turli fanlarni o`qitishda AKT imkoniyatlarini joriy etish dolzarb masala hisoblanadi. Ta`lim jarayoniga AKTning joriy etilishi bilan zamonaviy axborot muhitiga xos bo`lgan ta`limga yangicha yondashuv shakllana boshladi.

Bugungi kunda raqamli ta`lim resurslaridan keng foydalangan holda axborot-kommunikatsiya texnologiyalari (AKT) fizika fanini o`qitishda zamonaviy metodlarining ajralmas qismi hisoblanadi. Zamonaviy ta`lim jarayonining sifati bevosita texnologiya va o`qitish uslublarini takomillashtirish bilan bog`liq bo`lib, bu o`z navbatida o`qituvchilarning AKT vositalari majmuasidan foydalanishiga bog`liq.

Agar fizika darsi davomida 3D ekranda elektromagnetizm mavzusini bosqichma bosqich tushuntiradigan virtual taqdimot paydo bo`lsa, bunday taqdimotni o`quvchi hech qachon esdan chiqara olmaydi va chuqur o`zlashtira oladi. Fizika bu har xil hodisa va voqealarni atrofdamizdagi olam bilan bog`lab ilmiy yondashib diagrammalar va suratlar orqali ko`rib chiqish bo`lib hisoblanadi.

Quvvat to`g`risida faqat kitobdan o`qib, aniq tushunchalariga ega bo`la olish oson narsa emas. Mazmun tushunarli va qiziqarli bo`ladi faqat amaliy, hayot bilan bog`langan bo`lsa. Boshqa o`quv fanlarida ifodali va mul`timediyali taqdimotlar bir birini yaxshi tushunishlikka yordam bersa, ulardan farqli ravishda, fizika fanida esa AKTdan asosiy g`oyani ravshanlashtirishda foydalaniladi.

O`quvchilar ushbu fan haqida nazariyani egallashlaridan ko`ra yangi konsepsiya (g`oya) ni tushunishlari lozim. O`qituvchilarning aksariyati AKTdan foydalanishi, fizika fani bo`yicha darslar samarali bo`lishi kerak. O`qituvchilar turli xil dasturlarni: MS Word, MS Excel, MS PowerPoint, Photoshop, Flash, Movie Maker dasturlarini ishlatishi mumkin. MS Word yordamida savolnomalar, matnlar, tasvirlar va boshqa elektron hujjatlar tayyorlanishi mumkin.

MS Excel dasturi yordamida grafiklar, diagrammalarni gistogramma va sektorli diagramma shaklida diagrammalar orqali ma`lumotlarni tasvirlash va taqdimot qilish mumkin. Tasvirning sifatini Photoshop dasturida yaxshilash mumkin. Taqdimotni PowerPoint dasturida yaratish va ular yordamida turli konsepsiyalarni o`rgatish mumkin. Ushbu taqdimotlarda Photoshop dasturida tayyorlangan tasvirlar va Flash dasturida tayyorlangan animatsiyalar ishlatilishi mumkin.

Bunday vositalarni ishlatish orqali o`quvchilar konsepsiya (g`oyani) yaxshi o`zlashtirishlari mumkin. Ushbu vositalar nafaqat o`qitish jarayonini qiziqarli qiladi, balki o`quvchilarga davomli ta`sir ko`rsatadi.

O`qituvchilarning e`tiborini olish uchun fotokameraga olingan video, o`qituvchilarga o`rgatilgan. Animatsiya va kliplar quyida sanab o`tilgan dasturlarda tayyorlanga ushbu taqdimotlarda Photoshop dasturida tayyorlangan tasvirlar va Flash dasturida tayyorlangan animatsiyalar ishlatilishi mumkin. Tasvirning sifatini Photoshop dasturida yaxshilash mumkin. Taqdimotni PowerPoint dasturida yaratish va ular yordamida turli konsepsiyalarni o`rgatish mumkin.

Fizika darslarida AKTdan foydalanish orqali quyidagi natijalarga erishish mumkin: o`quv jarayonida va darsdan tashqari mashg`ulotlarda o`quvchilarning asosiy kompetensiyalarini shakllantirish; o`quvchilarning bilim olishga bo`lgan qiziqishini oshirish; o`quvchilar tomonidan kompyuter savodxonligini o`zlashtirish va kompyuter savodxonligi darajasini oshirish; o`quvchilarning mustaqil va tadqiqot faoliyatini tashkil etish; o`quvchilarning fazoviy tafakkurini, bilish qobiliyatini rivojlantirish; darslarning estetik jozibasini oshirish.

Fizika fanini o`qitish jarayonining samaradorligini oshirishda AKT vositalaridan, dasturiy ta`minotlardan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi. Bu fizikaning mohiyatini kamaytirmasdan, balki uni oson tushunishga imkoniyati paydo bo`lishini ta`minlaydi. Bu holat o`z navbatida ta`limda kompleks tushunchaning shakllanishiga asos bo`ladi.

## **IQTISODIYOT YO`NALISHIDAGI TALABALARNING MUTAXASSISLIK FAOLIYATIDA INFORMATSION TEKNOLOGIYADAN FOYDALANISH KOMPETENTLIGINI OSHIRISH**

**Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Mahmudova N.**

*Farg`ona politexnika instituti, Farg`ona, O`zbekiston*

Matritsaviy o`yinlar iqtisodiy va texnik masalalarni yechishda muhim rol o`ynaydi. Talabalarga bu masalalarni matematik modelini va yechish usulini qo`llash malakasini hosil qilish kerak. Ma`lumki, matritsaviy o`yinlar masalasini yechish usullari juda ko`p. lekin bu usullar yordamida optimal strategiyani topish ko`p hisob ishlarini bajarishni talab etadi. Informatsion texnologiyalarning rivojlanishi bu kabi

masalalarni yechishda o`yinlar nazariyasi masalasini chiziqli programmalashtirish masalasini yechishga keltirish va yechimni dastur programmalardan foydalanib topish kompetentligini shakllantirishi muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu maqolada asosiy masala matritsaviy o`yinlar nazariyasi bilan chiziqli programmalashtirish masalasi orasidagi o`zaro bog`lanishlar ko`rsatib o`tilgan.

$\Gamma_A(M, N, A)$  -matritsaviy o`yinni ikki yoqlama chiziqli programmalashtirish masalasiga keltirish algoritmi:

$$\begin{array}{ll} 1) & \\ \min x u T & \max y w T \\ x A \geq W & A y T \leq u \\ x \geq 0 & y \geq 0 \end{array}$$

bu yerda  $u(1,1,\dots,1) \in R^m$ ,  $w(1,1,\dots,1) \in R^n$

$\bar{x}$  va  $\bar{y}$  - bu masalalarni optimal yechish. Bu holda o`yin bahosi  $V_A = \frac{1}{a}$ ,

$a = \min_x x u T = \max_y y w T$ . Bu masalalar simpleks usulda yechildi. Yechimni toppish jarayonida juda ko`p hisob ishlarini amalga oshirishga to`g`ri keladi. Shuning uchun talabalarga Maple dastur tizimidan foydalanish malakasini hosil qilish zarur

Misol.

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 9 \end{pmatrix}$$

Yechish: Birinchi o`yinchi uchun

$$\begin{cases} 11x_1 + x_2 \geq 1 \\ 3x_1 + 10x_2 \geq 1 \\ 8x_1 + 9x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$f = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

Ikkinchi o`yinchi uchun

$$\begin{cases} 11y_1 + 3y_2 + 8y_3 \leq 1 \\ y_1 + 10y_2 + 9y_3 \leq 1 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$g = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max$$

> restart;

> with(simplex) :

> f := x1 + x2;

f := x1 + x2

> minimize(f, {11·x1 + x2 ≥ 1, 3·x1 + 10·x2 ≥ 1, 8·x1 + 9·x2 ≥ 1, x1 ≥ 0, x2 ≥ 0},  
NONNEGATIVE);

$$\left\{ x1 = \frac{9}{107}, x2 = \frac{8}{107} \right\}$$

> subs(%,f);

$$\frac{17}{107}$$

> restart;

> with(simplex) :

> g := y1 + y2 + y3;

g := y1 + y2 + y3

> maximize(g, {11·y1 + 3·y2 + 8·y3 ≤ 1, y1 + 10·y2 + 9·y3 ≤ 1, y1 ≥ 0, y2 ≥ 0, y3 ≥ 0},  
NONNEGATIVE);

$$\left\{ y_1 = \frac{7}{107}, y_2 = \frac{10}{107}, y_3 = 0 \right\}$$

> subs(%, g);

$$\frac{17}{107}$$

### ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Барсуқ В.А. Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении в отрасли связи / Барсуқ В.А., Губин Н.М., Батый А.Р. – М.: Радио и связь, 1964
2. Вагнер Г. Основы исследования операций / Вагнер Г. – М.: Мир.– Т. 1, 1972. – 335 с.; – Т.2, 1973. – 488 с.; – Т.3, 1973. – 501 с.

## TRANSPORT MASALASINI KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISHDA INTERFEYSNI TANLASH

<sup>1</sup>Abidov K.Z., <sup>2</sup>Ismatova K.O.

<sup>1</sup>Buxoro muhandislik texnologiya instituti, Buxor, O'zbekiston

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

Hisoblash texnikasining rivoji sonli tajriba va imitatsion modellashtirish kabi yangi tipdagi izlanish yo'llarini o'chib berdi. Algoritmni yozish va ularni qaysidir algaritmik tilga o'tkazib qo'llash matematika, fizika, ximiya kabi fanlarga o'qitishda modellashtirish dasturlarini ko'paytirishga imkon yaratdi. Ana shu imkoniyatlardan foydalanib turli fanlar bo'yicha ma'ruza, laboratoriya mashg'ulotlarini kompyuterda tashkil qilish talim to'g'risidagi qonunga qo'yilgan talablardan biridir.

Hozirgi paytda talabalarga optimallashtirish usullarini o'rgatuvchi fanlardan biri bu "O'yinlar nazariyasi va jarayonlar tadqiqoti" fanidir. "O'yinlar nazariyasi va jarayonlar tadqiqoti" fanini o'zlashtirish jarayonida talabalar amaliy faoliyatda duch kelinishi mumkin bo'lgan ekstremal masalalarni yechish usullari bilan tanishishadi.

Ushbu fanni o'qitishda ahamiyali mavzulardan biri bu transport usulidir. Agar transport masalasini qo'yilishiga e'tibor beradigan bo'lsak, unda ko'pgina parametrlar qatnashganini ko'ramiz:

<u>Jo'natish punktlari</u>	<u>Qabul qilish punktlari</u>				<u>Yuk zapaslari</u>
	$B_1$	$B_2$	. . . . .	$B_n$	
$A_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	. . . . .	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
$A_2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	. . . . .	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
$A_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	. . . . .	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_n$
<u>Yukka bo'lgan ehtiyoj</u>	$b_1$	$b_2$	. . . . .	$b_n$	$\sum a_i = \sum b_j$

Jadval ko'rinishini kompyuter ekranida ma'lumotlar bilan ishlash imkoniyatini hisobga olgan holda tasvirlashda qiyinchiliklar tug'iladi, chunki ko'pgina kataklarda ikkita qiymat jo'lashgan. Bunday ko'rinishni endi matnli ekranda koordinata orqali joylashtirsak qulay bo'lishi mumkin.

Buning uchun kompyuter ekrani koordinatalaridan foydalanamiz. Delphi dasturlash tilining imkoniyatlaridan foydalanib avvaldan tayyorlangan jadval kataklariga qiymatlarni joylashtiramiz:

```
for i:=1 TO 5 do begin s:=floattostr (c[1,i]); textout (60+i*120,200,s); end;
for i:=1 TO 5 do begin s:= floattostr (c[2,i]); textout (60+i*120,290,s); end;
for i:=1 TO 5 do begin s:= floattostr (c[3,i]); textout (60+i*120,380,s); end;
for i:=1 TO 5 do begin s:= floattostr (c[4,i]); textout (60+i*120,470,s); end;
```

2	5	3	4	1
8	3	7	2	6
4	2	5	7	3
5	4	2	3	2

Endi xuddi shu jadvalning birinchi satri kataklarida keyingi qiymatlar, ya'ni mahsulot qiymatlarini koordinatalar bo'yicha joylashtiramiz:

2	5	3	4	1
80	60	-	-	-

Ushbu joylashtirish quyidagi dastur qismi orqali amalga oshirildi:

```
s:=floattostr(x[1,1]);textout (240,250,s); textout (360,250,'-'); textout (480,250,'-'); textout (600,250,'-'); textout (720,250,'-');
```

Ekranida turli qiymatlarni bunday joylashtirish mavzuni talabalar tomonidan to'liqroq o'zlashtirilishiga olib keladi.

## SIMPLEKS USULINI KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISHDA RANGLASH EFFEKTLARIDAN FOYDALANISH

<sup>1</sup>Abidov K.Z., <sup>2</sup>Shamsiyeva N.R

<sup>1</sup>Buxoro muhandislik texnologiya instituti, Buxor, O'zbekiston

<sup>2</sup>Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston

Hozirgi davrda masofaiy ta'limning rivojlanishi, kredit-modul tizimi joriy etilishi munosabati bilan mustaqil ta'lim olish soatlarining oshib borayotgani, epidemilologik holatlarning salbiy ta'siri kabilar mavzularni mustaqil o'rgatuvchi dasturlarga bo'lgan talabni oshirmoqda. Ushbu dasturlar yordamida kompyuter ekranida jarayonlarni tushunarli, ranglar bilan ajratilgan holda taqdim etish tushunish va fikrlash qobiliyatini oshirishga imkon berishi mumkin.

Hozirgi paytda talabalarga optimallashtirish usullarini o'rgatuvchi fanlardan biri bu "O'yinlar nazariyasi va jarayonlar tadqiqoti" fanidir. "O'yinlar nazariyasi va jarayonlar tadqiqoti" fanini o'zlashtirish jarayonida talabalar amaliy faoliyatda duch kelinishi mumkin bo'lgan ekstremal masalalarni yechish usullari bilan tanishishadi.

Ushbu fanni o'qitishda ahamiyali mavzulardan biri bu simpleks usulidir. Simpleks usuli ko'p variantli yechimga ega bo'lgan iqtisodiy masalalarning eng yaxshi maqsadga muvofiq ( optimal ) yechimini topishga yordam beruvchi usuldir. Chiziqli dasturlash masalalarini yechishni simpleks usuli bir tayanch rejasidan boshqa tayanch rejasiga o'tishga asoslangan bo'lib, ketma-ket optimal yechimga yaqinlashiladi.

Ana shu jarayonni kompyuterda aniq berilganlar asosia tasvirlash uchun quyidagi chiziqli dasturlash masalasi olindi:

$$\begin{aligned}
 Z_{\max} &= c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &\leq b_1, \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &\leq b_2, \\
 a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &\leq b_3, \\
 x_{1,2,3} &\geq 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Masaladagi berilganlarni quyidagi jadval ko'rinishida joylashtirish mumkin:

Bazis o'zgaruvchilar	C <sub>j</sub>	B <sub>i</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	
Y <sub>1</sub>	C <sub>4</sub>	b <sub>1</sub>	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>13</sub>	
Y <sub>2</sub>	C <sub>5</sub>	b <sub>2</sub>	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>	a <sub>23</sub>	
Y <sub>3</sub>	C <sub>6</sub>	b <sub>3</sub>	a <sub>31</sub>	a <sub>32</sub>	a <sub>33</sub>	
Z <sub>j</sub> - C <sub>j</sub>		0	- c <sub>1</sub>	- c <sub>2</sub>	- c <sub>3</sub>	

Buni aniq qiymatlar yordamida Delphi dasturlash tili imkoniyatlaridan foydalanib quyidagicha tasvirlaymiz:

BAZIS	C[J]	B[J]	X[1]	X[2]	X[3]	B[I]/A[I,J]
			1	2	3	
Y1	0	14	1	2	3	
Y2	0	21	2	2	5	
Y3	0	22	1	1	2	
		0	-1	-2	-3	

Simpleks usuli qoidalari bo'yicha bu yerda hal qiluvchi ustunni topish kerak. Endi bu yerda maqsad funksiyasidagi qiymatlarni massivga olib undan absolyut qiymat bo'yicha eng kattasini tanlash va uning koordinatalarini eslab qolib, shu ustunni ranglash kerak. Buni quyidagicha amalga oshiramiz:

```
P:=0; j_ustun:=0; for i:=1 to 3 do if p>a[i,3] then begin p:=a[i,3]; j_ustun:=i; end; for i:=5 downto 2 do
```

```
TEdit(FindComponent('a'+inttostr(j_ustun+2)+inttostr(i))).Font.color:=clred;
```

BAZIS	C[J]	B[J]	X[1]	X[2]	X[3]
			1	2	3
Y1	0	<b>14</b>	1	2	<b>3</b>
Y2	0	<b>21</b>	2	2	<b>5</b>
Y3	0	<b>22</b>	1	1	<b>2</b>
		<b>0</b>	-1	-2	<b>-3</b>

Ranglash kabi effektlardan foydalanish talabalar uchun simpleks usulining har bir qadamini yanada tushunarli bo'lishiga olib keladi.

## TALABALARNI IJTIMOY FAOL SHAXS QILIB SHAKLLANTIRISH MODELI MAZMUNINI TALABALAR ONGIGA SINGDIRISHNING TIZIMIY YONDASHUVI

**Alqarov I.SH., Ergashev E.K.**

Ijtioy faol shaxs moduli mazmunini talabalar ongiga singdirishning va uning jamiyatimiz taraqqiyotidagi yo'limizni topib olishdagi ahamiyati nihoyatda kattadir. Respublika aholisining 60% ni 30 yoshgacha bo'lgan yoshlar tashkil etadi. Bunda ayniqsa, ta'lim-tarbiya jarayonining eng ilg'or uslub va vositalarini ishlab chiqish hamda ulardan samarali foydalanish shu kunning muhim muammolaridan biridir. Bu muammoni hal qilish uchun quyidagi komponentlarini tayyorlash lozim bo'ladi:

- boy milliy qadriyatlar haqidagi axborotlar tizimini tayyorlash;
- mustaqillik uchun kkurashib kelgan bubk ajdodlarimizning bunyodkorlik ishlari, barkamol, ijtimoiy faol shaxs tarbiyasi dagi ahamiyatini bayon qilish;
- g'oyaning namoyon bo'lish xususiyatlarini va jarayonlarini chuqur tahlil qila bilishga erishishni ta'minlash, bilim va malakalarini shakllantirish;
- milliy tarbiyaning tarixiy ildizlarini chuqur anglay bilish;
- talabalarni ijtimoiy faol shaxs qilib shakllantirish moduli tarkibiy qismlarining tarixiy ildizlari va mazmuni; keng anglash;
- bunyodkor g'oyalar, vayronkor g'oyalar, ularning asosiy maqsad - muddoasi, paydo bo'lish sabablari va ulardan kelib chiqadigan oqibatlarining bizga, balki butun dunyoga ta'sirini chuqur anglay bilishga erishish;
- mazkur yo'nalish bo'yicha qarashlar, g'oyalar, ta'limotlar va ular asosida talabalar ongida ijtimoiy faol shaxs qilib shakllantirishning uzluksiz tizimini yaratish;
- ishlab chiqilgan tizimni joriy qilishning ijtimoiy faol shaxs tarbiyasidagi ahamiyati va undan ta'lim-tarbiya jarayonida foydalanishga uslubiy tavsiyalar ishlab chiqish.

Yuqorida qayd etilgan komponentlarning har biri o'ziga yarasha qatta muammo va shuning bilan birga bunday ma'lumotlarni to'plab, bir tizimga keltirish muhim muammodir. Shu sababli yuqorida qayd etilgan komponentlarga mos ma'lumotlar "Axborotlar banki" tashkil etilsa, ular orasidagi uzviylik va



uzluksizlik ta'minlansa tarkibiy qismlarining mazmun mohiyatini singdirishning optimal varianti ta'minlangan bo'lar edi.

Natijada qadriyatlar ichidan 6 ta tarkibiy qismning asosiy ko'rsatkichlari mazmun mohiyatini qamrab oluvchi "Milliy-ma'naviy qadriyatlar" nomli qism tizim paydo bo'lish imkoniyati yaratildi.

Ijtioiy faol shaxs qilib shakllantirishning uzluksiz tizimi va undan foydalanishga ma'lumotlar bazasi, uslubiy tavsiyalar tayyorlanib, olindi va har bir tarkibiy qism uchun alohida - alohida kompyuter xotiralariga joylashtirilgan bo'lib, ularga doimo yangilanib borish imkoniyati yaratilgan.

Shaklda belgilangan ishlarni amalga oshirishda kompyuter uchun quyidagi muloqatli ishchi dastur(ID)lar tizimi ishlab chiqildi:

- aql, ong, fikr, tafakkur asosidagi qarashlar, g'oyalar, ta'limotlarni ifodalovchi ishchi dastur;
- qomuschi olimlar siymosi, hayoti, faoliyati, ijodi, yozgan asarlari va ularning bugungi barkamol avlod tarbiyasiga ahamiyatini ifodalovchi muloqatli - ishchi dastur (MID);
- bubk ajdodlarimiz, hadischi olimlar, shoirlar va yozuvchilar siymosi, hayoti, ijodi, asarlari va ularning komil inson tarbiyasidagi ahamiyatini ifodalovchi muloqatli-ishchi dastur;
- "Qadriyatlar" nomli kompyuterli tizim uchun muloqatli-ishchi dasturlar ishlab chiqilib amaliyotga joriy etilishiga katta zamin yaratadi.

Bu esa talaba qalbi va ongiga ijtioiy faol shaxs modelining tarkibiy qismlari mazmunini singdirishda ijobiy natijalarni berdi.

## WEB DASTURLASHDA — PHP

**Bahodirov M.D., Turdiyev A.P.**

*Guliston davlat universiteti, Sirdayo, O'zbekiston*

Ushbu maqolamizda yuqori darajadagi dasturlashni tillarini o'rganish maqsadida zamonaviy dasturiy vositalardan foydalanish haqida so'z boradi. Maqolamizda biz bugungi kungacha ishlab chiqarilgan dasturlash tillaridan keng tarqalgan, hamda interaktiv veb-sahifalarni yaratish, taxrirlash va foydalanish uchun juda qulay vosita bo'lgan yangi tillardan biri : dinamik Gipermatnli protsessor - PHP server skript tili yuqori darajadagi dinamik PHP server dasturlash tili skriptlar serverlarda ishlaydi. PHP dinamik tilida yaratilgan skriptni kompyuteringizdagi local server orqali ham ishlatishingiz va mustaqil foydalanishingiz mumkin. Shuningdek maqolamizda dinamik PHP server dasturlash tiliga yordamchi bo'lgan Microsoft kompaniyasining Visual Studio Code amaliy dasturi kengaytmalardan muhim bo'lgan elementlarni o'rnatishni hamda Tabnine tezkor kodlash usullarini o'rganamiz. Maqolada skriptdagi kelib chiqqan xatolarni kamaytirish va ular ustida qayta ishlash hamda samarali kodlashning eng yaxshi usullarini kashf qilish uchun yaratilgan bepul sun'iy intellekt yordamchisidan samarali foydalanish masalalari ko'rib chiqilgan. Keyingi yillardajuda ko'p yuqori darajadagi dasturlash tillari ishlab chiqarilgan bo'lib, ular qatoriga C, JAVASCRIPT, SCRATCH, JAVA, PHP, PYTHON kabi tillarni qo'shish mumkin. Bugungacha ishlab chiqarilgan dasturlash tillaridan keng tarqalgani PHP ingliz tilidan o'zbek tiliga tarjima qilinsa, "Gipermatnli preprotsessor" degan ma'noni anglatadi. Oldin, PHP qisqartmasi ingliz tilidan Personal Home Page(Shaxsiy Bosh Sahifa) so'zidan olingan bo'lib, keyinchalik PHP:Hypertext Preprocessor, PHP FAQda tasvirlanishicha, bu rekursiv qisqartma ekan. PHP bu dinamik veb sahifalarni yaratish uchun xizmat qiladigan juda mashhur va keng tarqalgan ochiq manbali server tomon skriptlash tili hisoblanadi. PHP bilan ko'pgina vazifalarni amalga oshirishingiz mumkin:

Veb sahifa va fayllarni dinamik ravishda yaratish,Serverdagi fayllarni ochish, o'qish,yozish va yopish,Veb forma orqali foydalanuvchi haqidagi ma'lumotlar, email, telefon raqam va boshqalarni yig'ish,Vebsayt foydalanuvchisiga email yuborish,Vebsayingizdan foydalanayotgan tashrif buyuruvchini harakatlarini,saqlash, kuzatish,Bazadagi ma'lumotni o'zgartirish, o'chirish, saqlash,Bu ro'yxat judayam uzun buni xala yana davom ettirish mumkun.

OSPanelni yuklab olish uchun o'zining rasmiy veb saytidan foydalanishimiz mumkun <https://ospanel.io>. Endi PHP skriptimizni yozib ko'rsak: buning uchun ospanel o'rnatilgan papkaga kirib undan domains papkasiga kiramizda qanaqa sayt tuzmoqchi bo'lgan sayt domen papkani xosil qiling masalan amaliy.uz ochib bo'lganingizdan so'ng ospaneldan перезапустить bandini bosish orqali qayta ishga tushuring Endi kod muharriridan foydalanib o'z kodlarimizni kiritishimiz mumkun Visual Studio Code dasturida kodni to'ldirish vositasi ya'ni **Tabnine** xatolarni kamaytirish va kodlashning eng yaxshi usullarini kashf etishga yordam beradigan kuchli sun'iy intellekt yordamchisi.Tabnine jamoatchilikka ma'lum bo'lgan kodni o'rganadi va bizni keyingi kodlash ehtiyojlarini bashorat qilish va bir marta bosish bilan kodni to'ldirishni taklif qilish imkoniyatini beradi. Kodlash uchun sintaksisini yodlamaysiz, xato

xatolaridan xavotirlanmaysiz, ushbu muhim vergulni qo‘shishni yoki hatto kodlash yechimlarini Internet orqali izlashni etiborsiz qoldirasiz va kodlashning eng yaxshi usullarini o‘rganish mumkun.

#### ADABIYOTLAR

1. *Никсон Р.* Создаем динамические веб-сайты с помощью PHP, MySQL, JavaScript, CSS и HTML5 3-е издание Перевел с английского Н. Вильчинский.
2. *Kevin Yank* PHP & MySQL: Novice to Ninja, 5th. Edition Authorized Russian translation of the English edition of PHP & MySQL: Novice to Ninja, 5th. Edition (ISBN 9780987153081) © 2012 Sitepoint Pty. Ltd.

### **BOLALARDA RAQAMLI TAFAKKURNI RIVOJLANTIRUVCHI VOSITALAR** **Bahromova M.M.**

*Namangan davlat universiteti, Namangan, O‘zbekiston*

Hozirgi zamon raqamli texnologiyalar davri. Bu esa, pedagoglarning zimmasiga kelajak yoshlarini zamon talablariga munosib, bardoshli qilib tarbiyalashdek mas’uliyatli vazifani yuklaydi. Bunda raqamli tafakkurning nechog‘li yuksak ahamiyat kasb etishi xorijiy manbalar tahlilida o‘z aksini topgan.[1] Rivojlanayotgan mamlakatlar ta’lim tizimi o‘rganilar ekan, ularni raqamli texnologiyalarga moslashuvchanlik ko‘nikmasini bolada qachon va qanday rivojlantirishi e’tiborlidir. Zero, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-6079-son farmoni ham “Raqamli O‘zbekiston — 2030” strategiyasini tasdiqlash va uni samarali amalga oshirish chora-tadbirlari to‘g‘risida.

Asosiy maqsad bolalarda raqamli tafakkurni to‘g‘ri rivojlantirish barobarida dasturlash ko‘nikmasini hosil qilishdir. Buning uchun esa, dastlab zarur bo‘lgan tafakkur shakllari qay darajada shakllangan va rivojlanganligini aniqlab olish muhim. Bolalarda tafakkur shakllarini to‘liq va o‘z vaqtida rivojlantirish ularni nafaqat dasturchilikda, balki har qanday sohada ham yetakchi o‘rinlarda faoliyat yuritishlariga zamin bo‘ladi.

Obrazli fikrlash-maktabgacha yoshdagi bolaning asosiy fikrlash turi. Shu bilan birga, u inson faoliyatining turli xil ko‘rinishlarida muhim o‘rin tutadi va eng muhimi, ijod qilish uchun katta ahamiyatga ega. Psixologik va pedagogik adabiyotlarda bolalarning intellektual rivojlanishini ularning tafakkur shakllarining holati bilan bog‘langan. 3-7 yoshli bolalarda obrazli tafakkurning quyidagi 5 xil tashkil etuvchilari paydo bo‘la boshlaydi. [2]

1. Topologik
2. Proyeksion
3. Tartibli
4. Metrik
5. Kompozitsion

Yuqoridagilarning qaysi biri qay darajada rivojlanganligini tasvirlarni turli holatda tanlash va fikr berishi orqali aniqlab olish mumkin. Topologik tafakkur shakli yaxshi rivojlangan bolalar odatda, shoshilishni yoqtirmaydi. [3] Chuqur o‘ylab, labirintlar bo‘ylab yurishlarni istaydi. Proyeksionda esa, narsalarni tasvirga moslashtirishni xush ko‘rishadi. Ular obyektini turli nuqtayi-nazardan ko‘rib chiqishni va o‘rganishni, kundalik hayotda amalda qo‘llashni yoqtirishadi. Tartibli tafakkur shakli yaxshi rivojlangan bolalar shakllarni taqqoslashni yoqtirishadi. (Katta-kichik, uzun-qisqa, yaqin-uzoq, o‘ng-chap, yuqori-past...) Bunday bolalar mantiqiy, izchil tartibda ishlaydilar. Ular uchun algoritm ustida ishlash sevimlidir. Metrik tafakkur shakli yaxshi rivojlangan bolalar hayotdagi barcha narsani hisob-kitob qilishadi. Ular asosan, “Qancha?”-deb savol berishadi. (Uzunlik, maydon, masofa, raqamli ifodadagi qiymatlar) Kompozitsion tafakkur shakli yaxshi rivojlangan bolalar butundan bo‘laklarni va aksincha bo‘laklardan yaxlitlikni qurishni xush ko‘rishadi. Ular to‘g‘ridan-to‘g‘ri harakatlardan teskari tomonga tez va oson o‘tadi. Shuningdek, topologlarga zid bo‘lmagan holda shoshqaloq. Kuzatuvlarga qaraganda, ular tez o‘ylaydi va tez amalga oshiradi. Lekin, ko‘pincha xato qiladi.

Demak, o‘z vaqtida va to‘g‘ri shakllangan tafakkur bolaning nafaqat mantiqiy balki, ijodkorlik qobiliyati uchun ham asos bo‘ladi.

#### ADABIYOTLAR:

1. *Икромова М.Н.*, Рақамли тафаккур ва уни таълимга жорий этиш масалалари (илмий манбалар таҳлили) // Современное образование (Узбекистан). 2021. №3 (100). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ra-amli-tafakkur-va-uni-talimga-zhoriy-etish-masalalari-ilmiy-manbalar-ta-lili>

2. Bahromova M.M., (2021). Multimediali intellektual o'yinlar orqali bolalarda dasturlash ko'nikmasini rivojlantirish. Academic research in educational sciences, 2 (6), 1189-1193. doi: 10.24412/2181-1385-2021-6-1189-1193

3. Каплунович С. М. Психолого-педагогические методы естественной диагностики структуры мышления учащихся // Вестник НовГУ. 2009. №53. URL:<https://cyberleninka.ru/article/n/psihologo-pedagogicheskie-metody-estestvennoy-diagnostiki-struktury-myshleniya-uchaschihsya>.

## ILMIY JURNALLAR UCHUN OCHIQ JURNAL TIZIMLARI HAQIDA VA ULARNI JORIY ETISH ISTIQBOLLARI

### Bahronova D.M.

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Open Journal Systems (OJS) – bu ochiq kodli ilmiy jurnallarni onlayn boshqarish tizimi hisoblanadi. Ushbu tizim nashriyotning Web serveriga alohida axborot tizimi sifatida o'rnatiladi va tizimning boshqaruv rollari asosida tayinlangan foydalanuvchilar tomonidan boshqariladi. OJS tizimi moslashuvchan boshqaruv mexanizmiga ega bo'lib, u muharrirning tanlovini va barcha turdagi (ochiq, yopiq, ikkilamchi yopiq) taqrizlar asosida ilmiy maqolalarning nashr qilish qilishni yagona axborot tizimida mujassam etgan tizim hisoblanadi[1].

OJS tizimi jurnal tahriyati web serveriga o'rnatilishi va kerakli sozlamalarni bajarilishi orqali jurnal muharrirlari to'g'ridan to'g'ri maqolalarni onlayn qabul qilish imkoniyatiga ega bo'ladilar. OJS jurnallarida foydalanuvchilar turli imtiyozlarga ega bo'lgan guruhlariga bo'linadi: nashr menejeri, muharrir, sharhlovchi, muallif, o'quvchi va boshqalar. OJS obunachilarga jurnal tarqatish uchun moduni o'z ichiga oladi. Albatta, bunda jurnal muharrirlari maqolalarga, maqolalar qabul qilinadigan bo'limlarga, ko'rib chiqish jarayoniga va boshqa talablarni o'rnatadilar[2].

OJS tizimining kodi PHP da yozilgan bo'lib, ushbu interpretatorni qo'llab-quvvatlaydigan har qanday web-serverda ishga tushirilishi mumkin. Tizim ma'lumotlar ombori sifatida MySQL yoki PostgreSQL ishlatiladi. Ushbu dasturiy ta'minot tuzilish jihatdan modulli tuzilishga ega va WordPress kabi ishlab chiquvchilar hamjamiyatlari tomonidan ishlab chiqilgan ko'plab ochiq kodli mahsulotlarga o'xshash funktsionallikni kengaytirish uchun plaginlarni ulash qobiliyatiga ega. Shu jumladan, Google Scholar va PubMed Central'da jurnal mazmunini indekslash imkonini beruvchi plaginlar mavjud. Open Journal Systems LOCKSS tipidagi loyihalar standartlariga mos keladi va bu muharrirlar uchun uzoq muddatda barcha jurnal maqolalarini xavfsiz yig'ish, saqlash va ularga obunachi va jurnal o'quvchilariga onlayn o'qish imkonini beradi. OJS tizimi maqolalar uchun raqamli ob'ekt identifikatorlarini qo'llab-quvvatlaydi va bu maqolalarni CrossRef, Multilingual European DOI Registration Agency va DataCite kabi nufuzli agentliklarda ro'yxatdan o'tkazish imkonini beradi.

OJS tizimida maqola yoki taqriz uchun to'lov tizimi sifatida PayPal to'lov tizimi sozlamada keltirilgan. Ammo tizim ochiq kodli bo'lganligi sababli unga O'zbekistonda mavjud bo'lgan Oson.uz, Payme, PayNet yoki Click tizimlariga ulashni integratsiyalash mumkin.

OJS tizimini elektron kutubxona tizimida ham sozlab qo'yish mumkin. Chunki tizimning ichida maqola muallifi, kalit so'zlar, maqola nomidan tashqari, maqola matni orqali ham qidirishni amalga oshiruvchi izlash moduli mavjud. Qidiruv moduli aktivlashtirilganga maqolalarni yoki katta kontentni bo'lakarga bo'lib maxsus jadvallarda indekslaydi, bu esa o'z navbatida qidiruv jarayonini tezlashishiga olib keladi.

OJS tizimi tahriyat web serverlariga o'rnatilgandan so'ng, tizim administratori foydalanuvchilar uchun web sayt tilini mavjud 30 tilning ichidan tanlaydi, jumladan tizim rus, ukrain, ingliz, nemis, frantsuz, ispan, portugal tillariga tarjima qilingan[3].

Ushbu ochiq jurnal tizimi doimiy ravishda ishlab chiquvchilar va foydalanuvchilar jamoasi tomonidan yangilanib boradi. Hozirgi kunda Brazilian Institute for Information in Science and Technology, The Journal of Medical Internet Research, Simon Fraser University boshqa dunyoning nufuzli universitetlari va ilmiy nashrlar a'zolari ushbu tizimni rivojlantirishga katta hissa qo'shmoqda.

Buxoro davlat universitetiga tegishli ilmiy jurnallarga maqola qabul qilishini oladigan bo'lsak, hozirda ushbu ilmiy jurnallarda maqola nashr qilish uchun yagona tizim mavjud emas. Muharrirlar o'z web saylarida keltirilgan telegram guruhlari yoki elektron pochta orqali maqolalarni qabul qilishadi. Maqola mualliflari maqolalarining holati haqida ma'lumotga ega bo'lishi uchun qayta-qayta jurnal tahriyati bilan bog'lanishlariga to'g'ri keladi. Shu sababli, OJS kabi axborot tizimlarini kelajakda ushbu jurnallarda o'rnatish orqali sohani ham raqamlashtirish yordamida nashr qilish vaqti va xarajatlarni kamaytirish mumkin deb xulosa qilishimiz mumkin.

## ADABIYOTLAR

1. R, Sreejith & Vijayan, Vijesh & J, Francis. (2019). Design and Implementation of Open Journal System (OJS) for Rajagiri Journals: A Review.
2. Елизаров А. М., Зуев Д. С., Луначёв Е. К. Свободно распространяемые системы управления электронными журналами и технологии электронных библиотек // Труды 15-й Всероссийской научной конференции «Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции» — RCDL-2013, Ярославль, Россия. — Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013.
3. Шафиев Т. Р. [и др.]. Проектирование национальной системы управления персональной библиографической информацией // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2021. (5(35)). С. 44–51.

## FOKS FUNKSIYASIGA OID

**Вахромова С.В.**

*Jizzax davlat pedagogika institute, Jizzax, O'zbekiston*

Tadbiqiy matematikaning integral alamshtirishlar qismi matematik fizika va amaliy matematikaning ko'plab masalalariga qo'llash orqali samarali natijalarga erishilib kelinmoqda. Shuning natijasida ko'plab yangi sohalarining ochilishiga ham erishilmoqda. Shulardan biri Foks maxsus funksiyasidir. Bu funktsiyaning keng qo'llanilishi matematiklarning katta qiziqishiga uchradi va natijada bu funktsiyaning tadbiqiy jihatlari o'rganila boshlandi. Bu yo'nalishda [1,2] adabiyotlar fundamental bo'lib, ularda bu funktsiyaning xossalari va tadbirlari keltirilgan. Ammo, bu adabiyotlarda keltirilgan ba'zi bir kamchiliklardan birini ushbu ishda aks ettirdim.

Ushbu ishda [1] adabiyotning 63-sahifasida keltirilgan (2.9.6) formulaning aniqligiga bag'ishlanadi. Unda quyidagi

$$H_{1,1}^{1,0} \left[ z \Big|_{(\alpha,1)}^{(\alpha+\beta+1,1)} \right] = z^\alpha (1-z)^\beta \quad (1)$$

tenglik keltirilgan. Ammo hisob kitoblar shuni ko'rsatadiki (1) tenglikning o'ng tomonida  $\frac{1}{\Gamma(1+\beta)}$  ko'paytuvchi ham bo'lishi kerak. Olingan natija [1] adabiyotning o'quvchilari uchun foydali bo'lishiga umid qilamiz.

## ADABIYOTLAR

1. Saigo M., Kilbas A.A. *H* –transforms: Theory and applications Boca Raton, 2004, p. 408.
2. Mathai A.M., Saxena R.K. *The H* –Function: Theory and Application. Springer, Berlin Heidelberg, 2010.

## UMUMTA'LIM MAKTABLARIDA ROBOTOTEXNIKANI FAN SIFATIDA O'QITISHNING DOLZARBLIGI.

**Bo'ronova G.Y., Qahhorova M.B.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Dunyo ta'lim tizimida ko'pgina tadqiqotchilar va o'qituvchilarning fikricha robototexnika, texnologiya, muhandislik va konstruktorlik fanlarini boshlang'ich ta'limga kiritish kuchli motivatsiya va bolalarda o'rganish tezligi yuqori bo'lishini va yaxshilanishini ta'minlaydi. Boshlang'ich maktablarning aksariyat o'quv dasturlarida umumta'lim va matematika fanlarini qamrab oluvchi bir qancha tushunchalar mavjud, biroq muammoni yechish, informatika, texnologiya va robototexnikani o'rgatishda kamroq e'tibor qaratiladi. Robototexnika tizimlaridan foydalanish va robototexnika fanini o'quv rejasi sifatida joriy etish bolalarga texnologiya asoslarini yetkazish va ularga boshqa turdagi loyihalash va tanqidiy fikrlash, muammolarni hal qilish imkoniyatlarini rivojlantiradi.

Mamlakatimizda informatika va axborot texnologiyalari hamda kompyuter texnologiyalarini o'rganishga oid darslik va qo'llanmalar istaganicha topiladi. Biroq robototexnika fanini o'rganishga qaratilgan ilmiy ishlar, darslik va o'quv qo'llanmalar hali yetarli darajada ishlab chiqilmagan. Lekin jahon tajribasiga tayansak, robototexnikani kichik maktab yoshidan boshlab yuqori sinflargacha fan sifatida o'zlashtirmasdan dunyo taraqqiyotiga qo'shilib, uning yutuqlariga erishib bo'lmaydi. Shu sababdan umumiy o'rta ta'lim hamda o'rta maxsus va oliy ta'lim muassasalarida robototexnika alohida fan sifatida o'qitilishi zamon talabiga aylandi. Robototexnika darsi o'ziga xos qiziqarli bo'lishi bilan birga maktablarda fizika, matematika, informatika darslarini chuqurroq o'rganish, yoshlarni chuqur fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, jamiyat hayotida o'z o'rinlarini his etishlari uchun juda katta ahamiyatga ega. Bu esa o'quvchilarda ushbu darslarga mehrni kuchaytiradi, qiziqishini orttiradi, nazariy bilimlarini amaliyotga

tatbiq etishda samarali natijalar beradi va eng asosiysi xalqaro talim tizimi “STEM — (Science, Technology, Engineering and Mathematics)”ni joriy qilinishida o‘z hissasini qo‘shadi. Ko‘pgina tadqiqotchilar ta‘limni qo‘llab-quvvatlash uchun robotlardan foydalanishni taklif qilishadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, robotlar o‘quvchilarda muammoni hal qilish qobiliyatini rivojlantirishga va kompyuter dasturlash, matematika va fanlarni o‘zlashtirishga yordam beradi. Ta‘limning birinchi bosqichidan boshlab, asosan, yangi avlodlarda mantiq va ijodkorlikni rivojlantirishga asoslangan ta‘lim yondashuvi juda istiqbolli hisoblanadi. Ushbu maqsadlar uchun robot tizimlaridan foydalanish, agar ta‘limning dastlabki bosqichidan boshlab qo‘llanilsa, asosiy bo‘lib qoladi. Boshlang‘ich maktablarda robot dasturlash qiziqarli va shuning uchun ham AKT bilan tanishish, ham bolalarning mantiqiy va lingvistik qobiliyatlarini rivojlantirishga yordam berish uchun ajoyib vositadir.

Dunyo ta‘lim tajribasiga nazar solsak rivojlangan davlatlar zamonaviy ta‘lim dasturlarida robotexnika kursi yetakchi o‘rin egallaydi. Sun‘iy intellekt bilan boshqariladigan texnologiyalar qamrovi oshayotgan bir davrda robototexnikani maktabda fan sifatida o‘rganish zaruriy ehtiyojga aylandi. Xorijiy davlatlar maktablarida olib boriladigan robototexnika darslarida o‘quvchining boshqa fanlardan o‘rgangan ma‘lumotlarini amaliy topshiriqlar yordamida mustahkamlayotgani kuzatiladi. Masalan, fizikadan o‘rgangan bilimlarini bola biror mexanik buyum yasayotganida qo‘llaydi, fizik qonun-qoidalar mohiyatini anglaydi, matematik hisob-kitobni amalga oshiradi, informatikadan o‘rgangan komandalariga murojaat qiladi. Nazariy bilimlarini amaliy boshqaruvga yo‘naltiradi. O‘quvchilar bu darslarda individual yasash ishlarida ham, jamoa bo‘lib topshiriqlarni bajarayotganida ham mexanikaning asoslarini tushunib yetadi va tahlil qilish qobiliyati rivojlanadi.

Italiya boshlang‘ich maktabida National Instrument va Università Politecnica delle Marche bilan hamkorlikda Italiya umumta‘lim maktablarining boshlang‘ich sinlaridan boshlab robototexnika fan dasturi joriy etilgan. Robototexnika fani barcha besh yillik shakllanish uchun boshlang‘ich maktab o‘quv dasturlariga kiradi. Dastur o‘qituvchilarga o‘qitish va bolalarning nafaqat texnologiyada, balki hamkorlikda va jamoada ishlashda ham ajoyib o‘rganish qobiliyatlarini namoyish etishiga imkon berdi. Bundan tashqari, robotlarni dasturlashni o‘rganish ham boshlang‘ich maktab o‘quvchilari uchun texnologik masalalarga emas, balki pedagogik masalalarga doimo e‘tibor qaratib, ularning til va mantiqiy ko‘nikmalarini rivojlantirish imkoniyatini yaratib beradi. Italiyada ta‘lim 6 yoshdan 16 yoshgacha majburiydir va besh bosqichga bo‘linadi: bolalar bog‘chasi (scuola dell’infanzia), boshlang‘ich maktab (scuola primaria), quyi o‘rta maktab (scuola secondaria di primo grado yoki scuola media), yuqori o‘rta maktab (scuola secondaria di secondo grado yoki scuola superiore) va universitet (università). Asosiy fan italyan tili, ingliz tili, matematika, tabiiy fanlar, tarix, geografiya, ijtimoiy fanlar, jismoniy tarbiya va tasviriy va musiqa san‘ati bilan birgalikda robototexnika ham alohida fan sifatida ta‘lim standartiga kiritilgan.

Aslida bolalar kichkinaligidan biror narsani buzib ko‘rishga, o‘sha buyumning ichida nima borligini bilishga qiziqadi. Mayda detallarni yig‘ib yuradi. Ana shu qiziqishni maktabda shakllantirsak, ayni muddao bo‘ladi. Robototexnika darslari amaliy faoliyatni taqozo etgani tufayli, maktab moddiy-texnik bazasini shu yo‘nalishdagi asbob-uskunalar bilan jihozlash muammosi ko‘ndalang bo‘lishi tabiiy. Chunki robototexnika uskunalar va jihozlarining kamyobligi va qimmatligi bor gap. Yasash va yaratish jarayonlarini tashkil etish bo‘yicha metodik ma‘lumotlar bazasi ham yaratilishi zarur. Shunday ekan, o‘quvchiga robototexnika sirlarini o‘rganish imkoniyatini maktabda yaratish davri kelganligini yana bir bor ta‘kidlayman. Shuni qayd etish lozimki, robototexnika fanini ta‘lim tizimi fan sifatida boshlang‘ich sinfdan boshlab izchillik bilan joriy etish kelajakda yoshlarning zamon talablariga mos tanqidiy fikrlash va muammoni hal etish doirasining shakllanishiga zamin yaratadi. Qolaversa, nafaqat robototexnika sohasida balki raqamli iqtisodiyotning barcha tizimlarida yuqori muvafaqqiyatlarga erishishimizga asos bo‘ladi.

#### **ADABIYOTLAR**

1. *Merlo S.* Costruiamo un robot – Il progetto e la sfida. Rassegna Istruzione, Volume 4, 2010-2011.
2. *Mayerová K.* Pilot Activities: LEGO WeDo at Primary School. Proceedings of 3rd International Workshop Teaching Robotics, Teaching with Robotics. 2012. p. 32-39.

#### **TA‘LIM YO‘NALISHLARI UCHUN TEXNOLOGIK XARITALARNI SHAKLLANTIRISHDAGI YONDASHUV**

**Daliyev Sh.K., Eshonqulov E.Sh., Soliyev S.O’.**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti, Samarqand, O‘zbekiston*

*E-mail: daliyev.sherzod@mail.ru*

So‘nggi yillarda yurtimizda oliy ta‘lim tizimidagi muammolarga bo‘lgan e‘tibor yanada kuchaymoqda. Bu borada hukumatimiz tomonidan bir qancha qarorlar va farmonlar ishlab chiqildi.

Jumladan, “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta‘lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847 sonli qarori oliy ta‘lim tizimidagi yangi islohotlarning debochasi bo‘lib xizmat qilmoqda. Hozirgi davrda dunyo miqyosida axborot oqimini shiddat bilan ko‘payib borayotganini hisobga olib, ma‘lumotlarni elektron tizimlarda to‘plash orqali, ular ustida turli amallar bajarish dolzarb masala bo‘lib qolmoqda. Bunday axborot tizimlari, har qanday sohada bo‘lgani kabi oliy ta‘lim muassasalari axborot makonida ham muhim ahamiyatga ega. Bu yerdagi ma‘lumotlarning xavfsizligi va hujjatlar aylanmasi ham maxsus tizimlar orqali amalga oshirish davr talabidir.

OTM ta‘lim yo‘nalishlari uchun avtomatik texnologik xaritalarni shakllantirishda axborot maydonini tashkil etish va ma‘lumotlarni tahlil qilish jarayonini avtomatlashtirish hisoblanadi. Bunda esa oliy ta‘lim tizimida eng asosiy axborot manbai bo‘lgan, tarmoq (global yoki lokal) texnologiyasi asosida ishlovchi “Talaba-dekanat-o‘quv-uslubiy boshqarma axborot maydoni” dasturiy vosita hisoblanadi. Dasturiy vosita tarmoq texnologiyasi asosida Yii 2 Framework asosida ishlab chiqiladi. Bunda web-sahifalar yaratish va uning dizaynini hosil qilish uchun HTML5 (Hyper Text Markup Language) va CSS3 (Cascading Style Sheets) interfeysidan foydalaniladi. Web-sahifalarni qayta ishlash uchun JQuery va JavaScript tilining skriptlari qo‘llaniladi. Yii 2 Framework MVC (model-view-controller) paradigmasidan foydalanadi. Shu sababdan dastur quyidagi uchta katta qismdan tashkil topadi: modellar, ko‘rinishlar va kontrollerlar. Ushbu uch xil fayllar mos ravishda models, views, controllers kabi papkalarda joylashishi talab qilinadi. Models papkasida joylashgan fayllar ma‘lumotlar bazasida joylashgan jadvalning nomi bilan mos tushsa, controllers papkasida joylashgan fayllarga esa jadval nomiga controller qo‘shimcha qo‘shilgan holatda bo‘ladi. Views papkasida esa jadval nomlariga mos papka nomlari joylashadi. Ushbu papkalarining barchasida \_form.php, \_search.php, create.php, index.php, update.php, view.php fayllar joylashadi.

Dasturiy vosita adaptatsiya qilinishi yuzasidan quyidagi imkoniyatlarga ega hisoblanadi:

- dasturdagi ma‘lumot faqat bir o‘quv yili uchun kiritib olingach, yangi o‘quv yili yoki semester qo‘shgan holda, qo‘shilgan o‘quv yiliga ma‘lumotlarning eksporti va importini amalga oshirish;
- tizim foydalanuvchisiga yangi rol qo‘shish hamda bu va boshqa rollarning vazifalarini dinamik ravishda o‘zgartirib borish;
- dasturdagi ma‘lumotlarni to‘liq o‘chirib yubormasdan, arxivga tashlab qo‘yish;
- dastur ko‘rinish (dizayn va interfeys) ini o‘zgartirish;
- dasturning muloqot tili sifatida yangi til qo‘shish;
- boshqa muassasa uchun dastur ma‘lumotlarini moslash;

## ADABIYOTLAR

1. Грей, Дж. Управление данными: прошлое, настоящее и будущее
2. Haigh T. How Data Got its Base: Information Storage Software in the 1950s and 1960s // IEEE Annals of the History of Computing. — 2009. — #4 October-December
3. Дейт К., Дж. – Введение в системы баз данных, 7-е издание.: пер с англ. – М. Издательский дом «Вильямс», 2001. – 1072 с. : ил. – Парал. тит. англ.
4. Qiang Xue, Alexander Makarov, Carsten Brandt, Klimov Paul, and many contributors from the Yii community – «Полное руководство по Yii 2.0», 2014, 578 с.
5. Rob Aley –Pro Functional PHP Programming – Oxford, United Kingdom, 2017, 301 p.

## BRAYL ALIFBOSINI TANIB OLIHDAGI YONDASHUVLAR

**Daliyev Sh.K., Mustafoyev E.M.**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti, Samarqand, O‘zbekiston*  
*daliyev.sherzod@mail.ru*

Hozirgi kunda dunyoda ko‘rish qobiliyati past yoki umuman ko‘rmaydigan kishilarni jamiyatdagi o‘z o‘rnini topishi va muloqatga kirishishi dolzarb masalalardan hisoblanadi. Jumladan, Jahon sog‘liqni saqlash tashkiloti (JSST) ma‘lumotlariga ko‘ra, dunyoda 2,2 milliardga yaqin odam ko‘zi ojiz yoki juda zaif ko‘rish qobiliyatiga ega kishilar hisoblanishadi[1]. Bunday kishilar jamiyat bilan muloqatga kirishishi uchun Brayl alifbosidan foydalanadilar. Ko‘zi ojiz yoki ko‘rish qobiliyati juda past odamlarga matnni o‘qish va yozish qiyin hisoblanadi, shuning uchun ular barmoq teginish hissi bilan o‘qilishi mumkin bo‘lgan ko‘tarilgan nuqtalar tizimidan foydalanadilar. Bu tizim Brayl alifbosi tizimi hisoblanadi. Brayl alifbosi yordamida ko‘zi ojiz yoki ko‘rish qobiliyati juda past odamlar jamiyat bilan aloqani o‘rnatishadi. Vizual (ko‘rish qobiliyati yaxshi ishilar uchun ishlab chiqilgan alifbolar) yozish usuli bilan taqqoslaganda, brayl yozuvi tizimi to‘liq taktik bilimlarga tayanadi. Brayl alifbosini o‘qitishda hozirgi kunda bir qancha usullar ishlab chiqilgan va ko‘pchilik o‘qituvchilar va o‘quvchilar bundan foydalanib kelmoqdalar.

So'nggi paytlarda Brayl harflarini aniqlash usullarini o'rganishga qiziqish ortib bormoqda. Shuningdek, Brayl alifbosini tanib olish uchun hozirda bir qancha ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Ko'zi ojiz yoki ko'rish qobiliyati juda past odamlar va oddiy odamlar o'rtasidagi tafovutlarni bartaraf etish hamda ko'zi ojizlar Brayl alifbosini tez o'qishlarini osonlashtirish uchun Brayl alifbosini avtomatik aniqlash ishlari jadallashmoqda [2]. Bundan tashqari, [3] tadqiqot ishida mualliflar Brayl harflarini tanib, ularni ingliz tiliga aylantirish uchun konvolyutsion neyron tarmog'i (CNN) va radio belgilar segmentatsiyasi algoritmidan (RCSA) foydalanganlar.

J. Mao, J. Zhu, X. Wang tadqiqotlarida 94,42% aniqlikka erishgan xitoycha belgilarni aniqlash modeli taklif qilingan. Ushbu tadqiqot ishida taklif qilingan usul belgilarni tabiiy nutqda o'qish uchun kengaytirilgan [4]. An'anaviy ketma-ketlik xaritalash usuli va chuqur o'rganish usulining kombinatsiyasi Brayl harflarini hind tiliga aylantirish uchun ishlatilgan va bu [5] ishda keltirilgan, bu erda chiqish nutq sifatida tavsiflangan. M. Jiang, X. Zhu, G. Gielen ishlarida Brayl alifbosidagi so'zlarni N-Best algoritmi yordamida xitoycha belgilarga o'giradigan yangi texnika deb ataladigan usul taklif qilingan. Mualliflarning ta'kidlashicha, taklif qilingan texnika 94,38% tarjima aniqligiga erishgan [6]. [7] ishda mualliflar Brayl musiqasi tasvirlaridan Brayl musiqasini tanib olish uchun chuqur o'rganish texnologiyasidan foydalanganlar.

Yuqorida keltirilgan tahlillardan kelib chiqib Brayl tasvir namunasi tanib olish va o'qilishi mumkin bo'lgan matnga o'tkazish ko'zi ojiz yoki ko'rish qobiliyati juda past odamlar bilan muloqot jarayonini yaxshilash uchun yordam beradi. Insonning teginish hissi va taktil bilimlarini uzatish usuli ko'plab tadqiqotlarni va ko'plab asboblarni uskunalarni talab qiladi. Biroq, arzonroq qurilmanni yaratish uchun eng oson boshqaruv tizimlariga ega bo'lgan tegishli dasturiy mahsulotlarni ishlab chiqish hozirgi kunda muhim omillardan biri hisoblanmoqda.

Shunday qilib, brayldagi tasvir namunalarini tanib olish va o'qilishi mumkin bo'lgan umumiy alifbo(kiril, ingliz, arab,...) matniga aylantirishi quyidagicha yondashuvni amalga oshirish mumkin.

**Birinchidan:** Brayl alifbosi tasvirlari ma'lumotlar bazasini shakllantirish.

**Ikkinchidan:** Dastlab, foydalanuvchi Brayl alifbosini qaysi alifboga aylantirish kerakligini aniqlash.

**Uchunchidan:** Foydalanuvchi maxsus brayl alifbosining rasmini tanlashi va yuklashi kerak.

**To'rtinchidan:** Kiritilgan tasvir ma'lumotlari uchun qayta ishlash jarayoni amalga oshirish zarur. Ya'ni, bunda tasvirni sifatini yaxshilash, kulrang tasvirga o'tkazish, shuningdek, ikkilik tasvirga o'tkazishni o'z ichiga oladi.

**Beshinchidan:** Tasvirning xususiyatlar to'plamini tashkil etish va ma'lumotlar bazasi sifatida saqlash.

**Oltinchidan:** Tasvirni tasniflash ya'ni, kirish tasvirini qaysi alifbo sinfiga tegishli ekanligini tasniflash uchun amalga oshirish zarur. Bunda foydalanuvchi tanib olish natijasini o'qilishi mumkin bo'lgan alifbo matni shaklida ko'rish imkoniyatiga ega bo'ladi.

#### Adabiyotlar

1. S. Shokat, R. Riaz, S. S. Rizvi, K. Khan, F. Riaz, and S. J. Kwon, "Analysis and evaluation of Braille to text conversion methods," *Mobile Inf. Syst.*, vol. 2020, pp. 1–14, Jul. 2020, doi: 10.1155/2020/3461651.

2. R. F. Turkson, F. Yan, M. K. A. Ali, and J. Hu, "Artificial neural network applications in the calibration of spark-ignition engines: An overview," *Eng. Sci. Technol., Int. J.*, vol. 19, no. 3, pp. 1346–1359, Sep. 2016, doi: 10.1016/j.jestch.2016.03.003.], [ I. G. Ovodov, "Optical Braille recognition using object detection CNN," 2020, *arXiv:2012.12412*.

3. B.-M. Hsu, "Braille recognition for reducing asymmetric communication between the blind and non-blind," *Symmetry*, vol. 12, no. 7, p. 1069, Jun. 2020, doi: 10.3390/SYM12071069.

4. J. Mao, J. Zhu, X. Wang, H. Liu, and Y. Qian, "Speech synthesis of Chinese Braille with limited training data," in *Proc. IEEE Int. Conf. Multimedia Expo (ICME)*, Jul. 2021, pp. 1–6, doi: 10.1109/icme51207.2021.9428160.

5. P. Kaur, S. Ramu, S. Panchakshari, and N. Krupa, "Conversion of Hindi Braille to speech using image and speech processing," in *Proc. IEEE 7<sup>th</sup> Uttar Pradesh Section Int. Conf. Elect., Electron. Comput. Eng. (UPCON)*, Nov. 2020, pp. 1–6, doi: 10.1109/UPCON50219.2020.9376566.

6. M. Jiang, X. Zhu, G. Gielen, E. Drábek, Y. Xia, G. Tan, and T. Bao, "Braille to print translations for Chinese," *Inf. Softw. Technol.*, vol. 44, pp. 91–100, Feb. 2002, doi: 10.1016/S0950-5849(01)00220-8.

7. W. Richards. (2020). *Music Braille Pedagogy: The Intersection of Blindness, Braille, Music Learning Theory, and Laban*. [Online]. Available: <https://researchspace.auckland.ac.nz/handle/2292/51655>

## MATEMATIKA FANINI O'QITISHDA ZAMONAVIY AXBOROT TEXNOLOGIYALAR O'RNI

**Elmurodov K.Q.**

*Buxoro, O'zbekiston*

O'quv jarayonida zamonaviy axborot texnologiyalarini qo'llash ta'lim metodlarining samaradorligini oshirishga, o'qituvchilar mehnat faoliyatining o'zgarishiga pedagogik tizimlarning tarkibiy o'zgarishiga samarali ta'sir etadi. Bu esa pedagogik jarayonlarni axborotlashtirishni tashkil etish va boshqarishda o'ziga xos vazifalarni qo'yadi. Pedagogik ta'lim jarayonlarini zamonaviy axborot texnologiyalari asosida samarali tashkil etish matematika fanini o'qitishda samarali vosita hisoblanadi.

Maktablarda matematika fani barcha sinflarda haftasiga 5 soat qilib belgilab qo'yilgan. Bir yil mobaynida o'quvchilar tekislikda va fazoda figuralar, kasrlar va boshqa mavzularni yaxshi o'zlashtirishi uchun zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish maqsadga muvofiq. Masalan kasrlar bilan ishlaganda o'quvchilarning tassavvurlarini yanada boyitish maqsadida kompyuter ekranida turli shakllarni chizdirib ularni qismlarga bo'lish bilan yoki 3d printerda chiqarilgan buyumlarni bo'laklarga bo'lib ulushlar tushunchasini yanada chuqur egallashi mumkin.

Matnli masalalarni yechish uchun o'quvchilarda fikrlash va tassavvur qilish qobiliyatini kengaytirish juda zarur. Buning uchun "Robototexnika" to'garagida tayyorlangan mashinalardan harakatlantirib foydalanilsa maqsadga muvofiq bo'ladi.

Masofaviy o'qitishda matematika darslarini Skreen Rekorder yoki shunga o'xshash dasturlardan foydalanib kompyuter ekranida bo'ladigan dars jarayonini ovozli yozib olib kundalik.com tizimi orqali o'quvchilarga yuborib mashg'ulotlarni onlayn tarzda olib borish mumkin.

Matematika fanini mustaqil o'rganishda ijtimoiy YOUTUBE tarmog'ida ham ko'plab o'zbek matematiklarning darslari qo'yilganligi o'quvchilarni darsdan keyin o'z vaqtini samarali o'tkazishi uchun zamin yasaydi.

## RAQAMLI TA'LIMNI JALB QILISHNING TALABALAR MUVAFFAQIYATIGA TA'SIRI

**Fayziyeva D.H., Yahyayeva Sh.T.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Gibrid raqamli ta'lim modellari endi ta'lim uchun norma bo'lib, ta'lim tizimlarimizdagi tengsizliklar bilan bog'liq muammolar tobora ko'proq namoyon bo'lmoqda. Mutaxassislar raqamli o'qitish pandemiyasi tugaganidan keyin ham maktab ta'limining asosiy tarkibiy qismi bo'lib qolishini tasdiqladi.

Ta'lim muassasalari gibrid ta'lim modellariga o'tganligi sababli, o'quv boshqaruv tizimlari (LMS) va boshqa raqamli vositalarni qabul qilish va ulardan foydalanish so'nggi bir yilda mos ravishda oshdi. 2020-yil mart oyida COVID-19 pandemiyasi sababli maktablar yopilganidan beri virtual repetitorlik, videokonferensiya va onlayn ta'lim dasturlari kabi o'qitish usullarida izchil o'sish kuzatildi.

Masofaviy ta'limning eng yaxshi sharoitlarida ham so'nggi yilda ham akademik, ham ijtimoiy-emotsional rivojlanish bo'yicha talabalarning sezilarli regressiyasi kuzatildi. O'rtacha, bolalar bog'chasidan beshinchi sinfgacha bo'lgan amerikalik o'quvchilar oddiy vaqtlarda o'rganishi mumkin bo'lgan o'qishning 20% va matematika bo'yicha 33% ko'nikmalarini o'tkazib yuborgan.

Masofaviy yoki gibrid ta'lim ta'lim texnologiyasidagi tengsizliklar tufayli ideal standartlarga javob bermaydi.

Hisoblash qurilmalari va Wi-Fi-dan foydalanish kam ta'minlangan oilalarda nomutanosib ravishda ta'sir qiladigan yana bir muammodir. Pandemiya boshida kam ta'minlangan uylardagi bolalar qurilmalardan doimiy foydalanish imkoniyatiga ega emas edi.

Talabalar natijalarini olish masalasi ham bor. Talabalar natijalari to'g'risida masofadan turib ma'lumotlarni yig'ish o'qituvchilar uchun juda qiyin vazifa sanaladi va shunday bo'ladi. Ushbu muammo bizda mavjud bo'lmagan (masalan, yil oxiridagi baholashlar) yoki yangi ma'noga ega bo'lgan (masalan, davomat) an'anaviy ma'lumotlar nuqtalari bilan kengaytiriladi. Qaysi talabalar LMSga kirishlari va ular bilan qanday shug'ullanayotgani kabi ishtirok etishning asosiy muammolarini o'lchash va tushunish standart amaliyotga aylanishi kerak, chunki gibrid ta'lim rivojlanishda davom etadi va bu ta'limining doimiy qismiga aylanadi.

Asosiy sohani aniq ko'rib chiqishda quyidagi savollar yuzaga keladi:

1. Qaysi talabalar masofaviy muhitda ta'lim olishlari mumkin?
2. Qaysi talabalar raqamli ta'limda faol ishtirok etmoqda?
3. Talaba muvaffaqiyati va raqamli o'quv vositalari bilan shug'ullanish o'rtasidagi to'g'ridan-to'g'ri, harakatchan munosabatlar qanday?



Xususan, talabalarning faolligi darajasini to'liq tushunish - katalizator o'qituvchilar o'rganishga to'sqinlik qilayotgan muayyan muammolarni tezroq aniqlash kerak.

Bu qiyinchiliklar ulkan imkoniyat beradi va innovatsiyalar uchun eshik ochadi. Onlayn o'rganish ma'lumotni saqlashni oshiradi va kamroq vaqt oladi. Shuningdek, raqamli o'rganish tanaffus va dam olish kunlarida qo'shimcha ta'lim berish uchun qimmatli vosita bo'lishi mumkinligini angladik. Ehtiyoj ixtironing onasi bo'lib, pandemiya davrida maktablarning yopilishi natijasida yuzaga kelgan ba'zi o'zgarishlar ijobiy natijalar bermoqda. Xususan televedeniya orqali haliyam

1-11-sinfgacha bo'lgan kanallar faoliyat olib boryapti. Wi-Fi zonalar IT parklar ochilishi raqamli ta'lim tizimini yuksalishiga xizmat qiladi. Raqamli ta'limning joriy etilishi o'qituvchilar orasida ishsizlikni keltirib chiqarishi extimolini yuzaga keltiradi, ammo buni ham bartaraf etish imkoni mavjud. Buning uchun o'qituvchilarni raqamli texnologiyalar bilan ishlash qobiliyatini o'stirish va internet orqali turli ochiq kurslar tashkil etish orqali bandligini ta'minlash mumkin. Bunda nafaqat mamlakatimizdagi balki chet eldagi qator ta'lim oluvchilarni ham jarayonga jalb etish imkoni bo'ladi. Bu o'z navbatida mustaqil mablag` topish imkonini bersa ikkinchidan o'qituvchini o'z ustida ko'proq ishlashi va raqobat tufayli ta'lim sifatini yanada ortishiga xizmat qiladi. Hozirgi vaqtda bunga telegram kanallari orqali amalga oshirilayotgan ta'limni misol sifatida keltirish mumkin. Bu kanallar orqali o'zlashtirish ko'p vaqt talab etadigan bilimlar qisqa muddatda yetkazib berilmoqda.

## **MOBIL TA'LIMNING AFZALLIKLARI VA KAMCHILIKLARI**

**Ibroximov S.R.**

*Namangan davlat universiteti, Namangan, O'zbekiston*

Mobil ta'limning nimaligini o'rganib chiqishdan oldin tarixga bir nazar tashlaymiz. Sobiq ittifoq davlatlarida 20-asrning 30-yillaridan boshlab sirtqi ta'lim shakli mavjud edi: Radio maruzalar (1932), radio kurslari (1943) va televizion darslar (1960-1970) yordamida masofaviy ta'limni joriy etishga ko'plab urinishlar mavjud bo'lgan[1].

Kelgusi yillarda M-learning tushunchasi yani mobil ta'lim 1970-yillarda Alan Kay tomonidan berilgan. U "Xerox Corporation's Palo Alto" tadqiqot markaziga qo'shilgan paytlarida, shaxsiy kompyuterda ishlaydigan portativ va ixcham bo'lgan "Dynabook" ni ishlab chiqish uchun guruh tuzgan. Guruhning maqsadi bolalarning raqamli dunyoga kirishiga imkoniyat yaratishdan iborat bo'lgan. O'sha paytda texnologiya hozirga nisbatan rivojlanmaganligi sababli bu loyiha muvaffaqiyatsizlikka uchragan.

Mobil ta'lim - bu ijtimoiy va boshqa platformalar orqali, shaxsiy mobil qurilma va elektron ta'lim resurslaridan birgalikda foydalangan holda o'qitish va o'qish jarayonini anglatadi. Masofaviy ta'lim shakli talabalar uchun o'zlariga qulay vaqtda har xil qurilmalar orqali ta'lim texnologiyasidan foydalanishdir. Yana ham soddalashtirilganda mobil ta'limning maqsadi o'quv jarayonini qulay, individual va moslashuvchan qilishdir.

Shu ma'lumotlarga tayangan holda bu ta'limning afzalliklarini ko'rib chiqamiz:

Mobil ta'limda texnologiyalar yordamida talabalar Internetdan ta'limga oid ma'lumotlar joylashtirilgan saytlarga ulanishlari va masofadan turib o'rganishlari mumkin. O'quvchilar elektron o'quv kurslari, testlar, amaliy mashg'ulotlar uchun topshiriqlar, ilmiy nashrlar va boshqa materiallar bilan ixtisoslashgan saytlarga kirish imkoniyatini beradi. Mobil telefonlarga o'rnatilgan elektron pochta, messenjerlar (ICQ, QIP, Telegram, Viber, WhatsApp va boshqalar), - bularning barchasi ma'lumotni qabul qilish va tezkor uzatishning samarali vositasidir. Ular o'quv jarayonini boshqarishga, savollarga javob berishga, ma'lumotlarni tezda uzatishga yordam beradi.

Mobil ta'lim yuqorida bayon qilingan afzalliklari bilan birga quyidagi salbiy jihatlarga ham ega:

Planshet, ayfon, smartfon kabi uyali aloqa vositalarining o'zidan turli chastotadagi elektromagnit to'lqinlarini tarqatishi va ularning o'sib kelayotgan yosh avlodning, sodda qilib aytganda, hali suyagi qotmagan (balog'atga yetmagan) va telefonda ko'p gaplashadigan yoshlarning organizmiga, ayniqsa, miya hamda aqliy qobiliyatlariga salbiy ta'sir ko'rsatishi hammaga ma'lum. Elektromagnit to'lqinlari bolalarning miya to'qimalariga ta'sir qiladi va bu bilan ularda o'sma kasalligini keltirib chiqarish uchun zamin tayyorlaydi[2].

### **ADABIYOTLAR**

1. Файн М. Б. Преимущества развития мобильного обучения в условиях современного образования // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – Т. 26. – С. 556–560. – URL: <http://e-koncept.ru/2014/64412.htm>
2. BBC NEWS. Radiation from smartphones: how dangerous is it and how to protect yourself? [Online] Available from: URL: <https://www.bbc.com/russian/features-43226267> (Date of Access: 20.01.2020).

## TA'LIM TIZIMIDA GOOGLE BULUTLI XIZMATLARIDAN FOYDALANISH

**Imomova Sh.M., Qosimova Y.A.**

*Buxoro davlat iniversiteti, Buxoro, O'zbekiston*

O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlanish konsepsiyasi O'zbekistonning milliy tiklanishdan milliy yuksalish bosqichida oliy ta'lim vazifalari, ta'lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etishning normativ-huquqiy hujjatlari, ilg'or ta'lim texnologiyalari va pedagogik mahorat, ta'lim jarayonlarida axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini qo'llash, o'quv jarayonini tashkil etishning zamonaviy uslublari bo'yicha so'nggi yutuqlar, pedagogning kreativ komponentligini rivojlantirish, global internet tarmog'i, multimediya tizimlaridan foydalanish va masofaviy o'qitishning zamonaviy shakllarini qo'llash bo'yicha tegishli bilim, ko'nikma, malaka va kompetentsiyalarni rivojlantirishga yo'naltirilgan.

Ta'lim faoliyatida bulutli texnologiyalardan foydalanish yo'nalishlari quyidagilardan iborat: 1. Hujjatlar bo'yicha xodimlarning hamkorligi. Masalan, ta'lim dasturi yoki yillik reja. Ushbu hujjat ma'muriyat xodimlari va har qanday sohaga mas'ul bo'lgan o'qituvchilar tomonidan tuziladi, masalan, ta'lim psixologi, ijtimoiy o'qituvchi yoki sog'liqni saqlash uchun mas'ul. Har kim hujjatning o'z qismi uchun javobgardir va boshqa bloklarga o'zgartirish kirita olmaydi. Bulutli texnologiyalarda hamkorlik qilish uchun siz bulutli xotiraga hujjat yaratishingiz yoki qo'yishingiz va unga havola yoki elektron pochta manzili bo'lganlarga kirishni ta'minlashingiz kerak bo'ladi. 2. Talabalarning birgalikdagi loyiha ishi. Talabalar loyihalar uchun mavzularni olishadi. Keyin ular 2 guruhga bo'linadi. Har bir guruhning o'z vazifalari bo'ladi, bunda menejer hujjat yaratadi va kirish huquqini beradi. Bular havolalar yoki elektron pochta manzillari bo'lishi mumkin. Talabalar uyda yoki maktabda loyiha ustida ishlashadi, hujjatlarni mazmun bilan to'ldiradilar, ish tugagach, o'qituvchiga kirish huquqi beriladi. Agar kerak bo'lsa, o'qituvchi o'quvchilar tuzatishlar kiritishi uchun sharhlar qoldirishi mumkin bo'ladi. Masalan, Google Docs-dan foydalanish, uning asosiy afzalligi hujjatlarni (matnlar, rasmlar, taqdimotlar, jadvallar) birgalikda tahrirlash imkoniyatidir. 3. Masofaviy ta'lim. O'qituvchi elektron kundalik yordamida talabalarga topshiriq taklif qiladi. Masalan, yozma topshiriqlar, talaba hujjat yaratadi yoki hujjat ustida ishlaydi. O'qituvchi o'zgartirilgan hujjatni ko'rishi mumkin, chunki u unga kirish huquqiga ega.

Google Classroom tomonidan ishlab chiqilgan bepul web-xizmatdir. Google maktablar uchun topshiriqlarni yaratish, tarqatish va baholashni soddalashtirishga qaratilgan. Google Classroomning asosiy maqsadi o'qituvchilar va talabalar o'rtasida fayllarni almashish jarayonini soddalashtirishdir. Google Classroom bu hujjatlar, slaydlar, gmail va taqvim o'quvchilar va o'qituvchilar aloqasini boshqarish uchun yaxlit platformadir. O'quvchilarni shaxsiy kod orqali sinfga qo'shilish yoki maktab domenidan avtomatik ravishda import qilish mumkin. O'qituvchilar Google ekotizimida topshiriqlarni yaratishi, tarqatishi va belgilashi mumkin. Har bir sinf tegishli foydalanuvchi papkasida alohida papka yaratadi.

Bulutli texnologiyadan foydalanish uzluksiz muvaffaqiyatga erishib borayotganligining sababi oddiy: ularni qo'llash turli imkoniyatlarga ega hamda, infratuzilish, xizmat ko'rsatish va xodimlarga sarflanadigan xarajatlarni tejaydi. Masofadagi ma'lumotlar markazida ma'lumotlarga ishlov berish va axborotlarni saqlashga imkon beruvchi texnik ta'minot yetarli darajada soddalashtirilishi mumkin.

Dropbox bulutli server xizmati asosida ta'lim tizimida masofali oqitishni tashkillashtiriladi. Ushbu saytda tizimni tashkillashtirish va unga ma'lumotlarni joylashtirish quyidagi ketma-ketlik asosida amalga oshiriladi: yangi papkalar yaratish; yangi fayllarni yuklash; yangi kataloglar yaratish va qo'shish; umumiy ulanishni tashkillashtirish; fayllarni tahrirlash va o'chirish.

Shunday qilib, bulutli texnologiyalar ta'limda masofali o'qitish tizimini samarali tashkillashtirish imkoniyatini beradi. Ta'lim tizimida elektron resurslarni boshqarish va foydalanish imkoniyatlarini ochib beruvchi zamonaviy texnologiya sifatida qarash mumkin.

## O'QUV JARAYONINI MATEMATIK MODEL ASOSIDA HISOBLASH

### TAJRIBALARI

**Jo'rakulov T.T.**

*Navoiy Davlat pedagogika institute, Navoiy, O'zbekiston*

Ta'lim nazariyasi ma'lum bir yo'nalishi taraqqiyotining maqsadi, didaktik jarayonni matematik modeli "o'qituvchi-o'quvchi" tizimi sifatida qaralsa, uning holati o'zgarishini tahlil qilishda, turli parametrlar qiymatlarini aniqlash, ko'pgina hisoblash tajribalarini o'tkazish bilan bevosita bog'liqdir.

Ta'lim olayotgan o'quvchi (yoki talaba)ning o'zlashtirish va unutish koeffitsiyentlarini  $\alpha$  va  $\beta$  parametrlar bilan belgilaymiz. O'qituvchi tomonidan qo'yiladigan talab  $u = u(t)$ . O'quvchi bilimining

o'sish tezligi, bilim darajasi  $b$  ( $0 \leq b \leq 1$ ) ning  $y$  darajasiga va  $M$  motivasiya ko'paytmasiga to'g'ri proporsional:  $dy/dt = \alpha My^b$ . O'quvchi qancha ko'p bilsa, u shuncha osonlik bilan o'zaro bog'liq yangi bilimlarni o'zlashtiradi. O'quvchining motivasiyasi qancha past bo'lsa, u shuncha kam  $F$  kuchlanish sarflaydi va shuncha past bilish tezligi bo'ladi. O'quvchining kuchlanishi  $F$  ( $M$  motivasiya), belgilab qo'yilgan talab ko'rsatkichi  $U$  va bilim darajasi  $y$  ayirmasiga to'g'ri proporsional:  $F = M = k(u - y)$ . Agar  $U - y$  ba'zi  $C$  chegaradan yuqori bo'lsa o'quvchi kuch sarflamaydi va  $F = 0$  bo'ladi.

Bilimni o'sish tezligi quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$dy/dt = \alpha F y^b - \gamma y \quad (1)$$

bunda  $\alpha$  va  $\gamma$  lar aniq o'quvchining bilish va unutish koeffitsiyentlari,  $b$  esa ega bo'lgan bilimning, yangi ma'lumotni o'zlashtirishga ta'sir darajasidir. O'quvchi bilimining o'sish tezligi:

$$\frac{dy}{dt} = \begin{cases} \alpha y^b (u - y) - \gamma y, & u \leq y + c, \\ -\gamma y, & u > y + c. \end{cases} \quad (2)$$

Agar  $y$  kichik bo'lsa, bilimni o'sish darajasi tezligi yuqori emas, chunki tushunchalarni aloqadorlik imkoniyati mavjud emasligi sabab,  $y$  ning o'sishiga bog'liq holda  $u$  o'sadi, lekin  $y \rightarrow u$  kamayadi,  $F$  kuchlanishning kamayishi evaziga. Agar  $u > y$  bo'lsa,  $C$  ning kritik qiymatiga mos qiymatga,  $u$  holda o'quvchi o'qimay qo'yadi. Differensial tenglamani yechish uchun sonli analizning Eyler va Runge-Kutta metodlari yordamida hisoblash algoritmi yaratilib, kompyuter dasturi tuzilgan.

Hisoblash tajribalarini o'tkazishda ikkita holat qaralgan.

1-holat. Turli o'zlashtirish koeffitsiyentlari  $\alpha_1$  va  $\alpha_2$  ega bo'lgan va bir xil unutish koeffitsiyenti bir xil  $\gamma$  bo'lgan ikki o'quvchi bir vaqtda bitta o'qituvchida ta'lim oladi, o'qituvchi  $t'$  vaqt birligi oralig'ida bir xilda  $U$  talabni qo'yadi. O'quvchilar bilimi o'zgarishini  $y_1(t)$  va  $y_2(t)$  funksiyalar yordamida modellashtirish talab qilinadi. O'zlashtirish koeffitsiyentlari  $\alpha$  turlicha bo'lgan ikki o'quvchining holatida, belgilangan  $t'$  vaqtda o'qitish o'tkazilgan va so'ngra to'xtatilgan holatda bilimni olish parametrlari tahlili o'tkazilib, hisoblash tajribalari tahlili ko'rsatadiki, o'qitish jarayonida o'quvchilarning bilim darajasi o'sadi va maksimumga yetadi, o'qitish tugatilgandan keyin esa eksponensial qonun bo'yicha kamayadi.  $\alpha = 0,03$  o'zlashtirish koeffitsiyentli o'quvchi  $t'$  vaqtda maksimum o'zlashtirish darajasiga ulgurmaydi.

2-holat. Ikkita bir xil o'quvchi ( $\alpha$  va  $\gamma$  koeffitsiyentlari bir xil), bir xil  $t'$  vaqt oralig'ida o'qitiladi. O'qituvchi o'quvchilarga turlicha  $u_1$  va  $u_2$  talablar qo'yadi va bunda o'qishga bo'lgan motivasiya yo'qolmaydi.  $y_1(t)$  va  $y_2(t)$  funksiyalarni qiymalari grafiklar ko'rinishida keltirilib, bu jarayonda qaysi o'quvchiga  $u_1$  yuqori talab qo'yilgan bo'lsa, u o'quvchi tez o'qiydi va yuqori bilimga erishadi. Bilish darajasi ikkala holda maksimum qiymatga erishadi, talab qilingan  $u$  darajaga bog'liq holda.

#### ADABIYOTLAR

1. Сувонов О., Журакулов Т. Инновационный подход математического моделирования процессов обучения как объекта оптимального управления // "ТАТУ хабарлари" илмий журнали 3(51) 2019. №3. 134-1426.
2. Suvonov O., Jurakulov T. On one problem of mathematical modeling of learning processes as an object of management // Electronic journal of actual problems of modern science, education and training. June, 2020. №3. 2181-9750 pp

### MUSTAQIL TA'LIMNI TASHKIL ETISH USULLARI

Jo'rayeva N.O.

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Mustaqil ta'lim olishni tashkil etishdan oldin, ta'limni egallashda zarur bo'lgan bosqichlar ketma-ketligini, egallangan bilimni qay maqsadda va qanday qo'llash imkoniyatlari mavjudligi, bu imkoniyatlardan foydalanish jarayonlarini aniqlashtirib olish talab etiladi.

Mustaqil ta'lim olish uchun maqsadni tanlashda, u aniq, o'z vaqtida natijasi namoyon bo'ladigan, real va amaliy bo'lishi kerakligini yodda tutish kerak. Ya'ni, "ikki oy ichida chet tilini o'rganaman" degan jumla natija bermaydi. Mustaqil ta'lim olishni samarali tashkil etishda, nega sizga yangi mahorat kerakligini o'ylab ko'rishingiz talab etiladi?

Misol uchun: Men joriy yilning 20-mayiga qadar chet tilini quyidagi maqsadlarda o'rganmoqchiman:  
-magistraturaga o'qishga kirish;  
-nufuzli ishga kirish;  
-ma'lum bir kompaniyada suhbatdan o'tish;  
-darhol yuqori maosh olish;  
-professional adabiyotlarni asl nusxada o'qish uchun.

Bunday aniq maqsad sizni muvaffaqiyat yo'lida doimo olg'a intilishga bo'lgan ishtiyoqni qo'llab-quvvatlaydi, o'qish usullarini tanlashda e'tiborli bo'lishga, unga erishishni rejalashtirishda va o'quv jarayonini oqilona tashkil etishda katta yordam beradi.

Mustaqil ta'lim olish usullarni shartli ravishda bir nechta guruhlariga ajratish mumkin: og'zaki, vizual va tasviriy-grafik, assotsiativ va amaliy.

Og'zaki usullar. Mustaqil ta'lim olish usullaridan biri bo'lib, bunda mustaqil ta'lim oluvchi yangi ma'lumotlarni o'zlashtirish materialni faol tinglash yoki o'qish orqali egallaydi. Ushbu usulning samaradorligi 5-10% ni tashkil qiladi. Binobarin, faqat ma'ruza shaklida o'qitish asta-sekin o'tmishga aylanib bormoqda. Endilik universitetlar ta'limning mustaqil shakllariga ustuvor ahamiyat beradi.

Vizual va tasviriy-grafik usullar. Mavzuni mustaqil o'rganishni nazarda tutuvchi o'qitish usullari nafaqat kitoblarni zerikarli o'qishdir. Vizual va tasviriy-grafik usullardan foydalanilsa, jarayonni tez va samarali amalga oshirish mumkin.

Oqitishning vizual-grafik usullaridan foydalanilsa, talabalarning mustaqil ishi samaraliroq bo'ladi.

Assotsiativ usullar. Katta hajmdagi ma'lumotlarni osongina eslab qolish va tez o'rganish uchun turli xil mnemonika usullardan foydalanishga harakat qiling. Ular xotirani rivojlantiradi va egallangan bilimlarni miyada ko'p yillar davomida saqlanib qolishiga yordam beradi. Bunga misol tariqasida mnemonika "Matryoshka" usulini keltirish mumkin. Sizdan bir-biri bilan bog'liq bo'lgan ko'plab atamalarni eslab qolishingiz talab etilgan bo'lsin. Buni amalga oshirish uchun siz ikkita tushunchani qabul qilasiz, bitta katta va bitta kichik. Qanday qilib katta tushuncha kichik tushunchani o'z ichiga olishini tasavvur qilasiz. Keyin siz kattarog'ini olib tashlaysiz, keyingi kichroq tushunchani oling va keyingisini eslab qolishingiz kerak. Jarayonni tushunchalarining tugaguncha takrorlang. Natijada siz har bir konsepsiya keyingisiga olib keluvchi zanjirga ega bo'lasiz. Ushbu uslub sizga uzoq raqamlarni, tarixiy sanalarni va murakkab tushunchalarni eslab qolish imkonini beradi.

Amaliy usul. Mustaqil ta'limning amaliy usullariga dizayn, interaktiv va evristik usullar kiradi. Loyiha yoki muammoli usul anchagina samarali usullardan bo'lib hisoblanadi. Mustaqil ta'limning loyiha usuli muammoli vaziyatlarni faol hal qilishni o'z ichiga oladi. U talabalarning mustaqil izlanish va bilish faoliyatiga asoslanadi. Ushbu o'rganish usuli muammoga sho'ng'ish, tadqiqot o'tkazish, ma'lumotlarni tahlil qilish va natijalarni tavsiflashda yordam beradi.

#### **ADABIYOTLAR.**

1. Сайидаҳмедов Н. Янги педагогик технологиялар. – Т.: Молия, 2003. –172 б.
2. Жўраева Н.О.. Таълим жараёнида мустақил ўқув фаолиятини ташкил этиш бўйича айрим кўрсатмалар. Таълим ва инновацион тадқиқотлар. №3, 2021 йил. -170-176 бет

### **MAPLE AMALIY DASTUR PAKETINING GRAFIK IMKONIYATIDAN TENGLAMALARNI YECHISHDA FOYDALANISH**

**Karimov Q.M.**

*Qarshi davlat universiteti, Qashqadaryo, O'zbekiston*

Ta'limning barcha bosqichlariga oid umumiy pedagogik va didaktik talab talaba (yoki o'quvchi)ning dasturiy bilim, tasavvur va ko'nikmalari aso-sida mustaqil ishlash samaradorligini takomillashtirish, ilmiy fikrlashga, o'quv faniga qiziqishini kuchaytirish, kasbiy bilimlarini chuqurlashtirish, nazariy va amaliy mashg'ulot mobaynida ularning faolligini oshirishdan iboratdir.

Hozirgi davrda real shart-sharoit shundan iboratki, ta'lim tizimini axborotlashgan asr ehtiyojlariga moslashtirmalikning iloji yo'q.

Ma'lumki, bo'lajak informatika o'qituvchilari informatika va axborot texnologiyalari yo'nalishidagi fanlarni o'qitishda, kasbiy faoliyatida zamonaviy amaliy dastur paketlarini qo'llash, bo'yicha bilim, ko'nikma va malakalarga ega bo'lishlari lozim.

Amaliy dastur paketining grafik imkoniyatidan foydalanib algebraik tenglamalarni grafik usulda yechishni o'rgatishda dastlab talabaga Maple amaliy dastur paketining tekislikda chizmalar qurish imkoniyatini o'rgatish maqsadga muvofiq. Grafiklardan tenglamalarning ildizlarini ajratishda va ildizlarining taqribiy qiymatlarini topish uchun foydalaninish mumkin.

O'qituvchi talabalarga Maple amaliy dastur paketining grafik imkoniyatlarini o'rgatishda mavzuning nazariy materiallarini tushuntirishda darsda o'zlashtirilayotgan bilimni mustahkamlash uchun talabalarga algebraik tenglamalarni yechishda uni qo'llash bo'yicha bilimni berishi mumkin. Bunda talabalar grafikni tez va aniq qurish, hamda amaliy dastur paketining grafik imkoniyati bo'yicha bilimi rivojlantiriladi.

Qarshi davlat universiteti matematika va kompyuter ilmlari fakulteti 4- kurs 5110700- informatika o'qitish metodikasi ta'lim yo'nalishi talabalariga "Amaliy dastur paketlari" tanlov fanini paketning grafik imkoniyatidan algebraik tenglamalarni yechishda foydalanish orqali o'qitish, ta'lim jarayoni samarasini oshiradi va talabalar paketning grafik imkoniyatining mazmun mohiyatini to'liq o'rganishlari, hamda kelajakda axborot texnologiyasiga oid bilimlarni o'rgatishda qo'llash bo'yicha tasavvurlarini kengayishiga olib kelishi tajribalarda aniqlandi.

Xulosa qilib aytganda, amaliy dastur paketining grafik imkoniyatlarini tenglamalarni yechishda foydalanish quyidagi yutuqlarni beradi:

- ijodiy fikrlaydi va amaliy dastur paketining grafik imkoniyatlarini chuqur o'rganadi.
- o'zlashtirish jarayonida faollik, mustaqillik va ijodiy fikrlash shakllanadi
- algebraik tenglamalarni yechishda amaliy dastur paketining grafik imkoniyatlaridan foydalanish bo'yicha bilim, ko'nikma va malakasi oshadi.
- amaliy dastur paketining grafik imkoniyatlari sohadagi bilimi takomillashishiga ko'maklashadi.

## **DIGITAL DOCUMENTATION OF MONUMENTS – MODERN INFORMATION TECHNOLOGIES AND METHODOLOGIES**

**<sup>1</sup>Kęsik J., <sup>1</sup>Szymczyk T., <sup>1</sup>Montusiewicz J., <sup>2</sup>Samarov Kh., <sup>3</sup>Abdullayev U.**

<sup>1</sup>*Department of Computer Science, Lublin University of Technology, Lublin, Poland*

<sup>2</sup>*Registan Ensemble, Samarkand, Uzbekistan*

<sup>3</sup>*Urgench State University, Urgench, Uzbekistan*

Modern information technologies, especially 3D scanning techniques, can be a substantial aid in documenting and preserving the state of heritage monuments.

Inside the Tillya-Kori madrassa, in Registan Square (Samarkand, Uzbekistan), there is the city's main mosque known as the Golden Mosque. An earthquake in the 19th century caused the outer dome of the Golden Mosque above the drum to collapse. The dome of the Golden Mosque was rebuilt in the 1970s. During the rebuild a number of errors were allowed, such as the use of bricks instead of ceramic tiles in the outer layer of the dome and a large amount of building materials, unnecessarily increasing the weight of the outer dome. As a result, it was suspected that the weight of the outer dome was causing the foundation of the mosque building to subside. The management of the Registan Ensemble Museum carried out recently a renovation which included dismantling the outer layer of the dome and replacing with a new one.

As an aid to this a team of scientists from the Lublin University of Technology (Poland) in June 2018, performed a 3D scanning of the interior of the Golden Mosque in order to, on the basis of the geometry of the base of the inner dome, assess the size of the subsidence. A Terrestrial Laser Scanner (Faro Focus) has been used during measurement. During the scan, 7 partial scans were performed in the settings compliant with the mosque layout and measurement spots were chosen on the inner dome ring.

It allowed for the measurement of the inner dome leveling. The dome is located over 14 meters above the floor and the direct measurement would require construction of scaffolding and closing the mosque for tourists and faithful, which was unacceptable for the authorities. Possibility of utilizing 3D scanning without interrupting normal tourist traffic was a solution. The self-levelling ability of the scanner ensured that each of the partial scans performed was levelled with an error of no more than 0.015°. Using that error value and the diameter of the dome base:  $d=10.75\text{m}$  the absolute error of dome levelling using the 3D scanning method is 0.283cm.

The results of the measurements confirmed that the dome tilts from the level to a minimum of 23.12 cm with the diameter of the base of the inner dome just over 10m. The measured tilt is significantly bigger than the possible measurement error which is estimated to be less than 0.1% of the measured value.

Following a secondary scanning has been conducted in year 2021 – just after the dome replacing by a new one. The setup of scanning positions and measurement spots has been kept same to the prior scanning. It revealed an increase in tilt of 1.14cm maximum. That tilt increase is still several times bigger than measurement error thus confirming the change in the dome leveling.

The presented technique confirmed the thesis about the foundation of the mosque building to subside unevenly. The measurements conducted so far cannot answer the question if the renovation of the dome has contributed to slowing down the process of the building subsiding. The renovation took place in the last part of the 3 year time frame between measurements. Further measurements should be performed after

the same time period (in the year 2024) to check whether the renovation has stopped or slowed down the subsidence. It can be done earlier (e.g. in 2022).

The presented method of digital documentation of monuments has proven to be worthy and cost-effective method of acquiring reliable data about the heritage object current state, which gathered once can be utilized for many scientific purposes.

This research was funded by Polish National Agency for Academic Exchange (NAWA), grant number PPI/APM/2019/1/00004.

## **ARDUINO PLATFORMASINI TA'LIMDAGI O'RNI**

**Kodirov Z.Z., Inamova G.A., O'rmonov M.N.**

*Namangan muhandislik-qurulish institute, O'zbekiston*

Arduino - bu dasturchilar va elektronika muhandislari ijodi uchun atalgan platformasi. Ushbu platformani mikrokontrollerni dasturlash va unga turli sensorlar va sensorlarni ulash uchun barcha kerakli komponentlarni birlashtirgan elektron plata sifatida ta'riflash mumkin.

Arduino elektronika, avtomatlashtirish, robototexnika ko'nikmalarini bolalarga ham, kattalarga ham o'rgatish uchun ajoyib platforma. Ushbu platforma asosida robot-mashina, kichik chiroq, aqlli uy elementini yig'ish mumkin. Dasturlash C++ ga o'xshash tilda, shuningdek, Scratch tiliga asoslangan maxsus Arduino IDE muhiti yordamida amalga oshiriladi [1].

Datchiklarni dasturlash va ulashdagi soddaligiga qaramay, platformadan IOT (Internet of Things), aqlli uy, o'yin robotlari, dronlarda ko'plab qurilmalarning algoritmlarini birlashtirib, ancha murakkab loyihalarni yaratishda foydalanish mumkin. Bundan tashqari, arduino turli elektronikaning kichik prototiplarini loyihalash uchun juda yaxshi [2].

Xozirda eng ommalashga turi bu Arduino Uno bo'lib u USB Type B turidagi portga ega. Uning o'chamlari 68.6x53.4mm va uning 14 ta digital va 6 ta analog pinlari mavjud. Arduinoda o'zining dastur yoziladigan xotirasi mavjud bo'lib u 32 KB ni tashkil etadi (32 KB bu keragidan ko'p kod sig'adi, 32000 ta belgili code yozgandan so'ng bu xotira to'lishi mumkin). Arduino qurilmamizni kabel orqali ulaganimizdan so'ng Arduino IDE dasturiga kiramiz.

Arduinoni boshqarish nazaroyasi fanida foydalanish orqali talabalarda - ijodiy faoliyatni oshirishga hissa qo'shadigan dizayn tadqiqot faoliyatiga bo'lgan ishtiyoq qobiliyatlari va ta'lim jarayonini individuallashtirish katta hissa qo'shmoqda. Ushbu platformaning ommlashishida sabab kerakli modul (extiyot qismlar) ning arzonligi va foydalanishning qulayligi.

Ustunliklari:

Birinchi: To'plamning arzonligi. Arduino platformasi boshqa platformalarga nisbatan ancha arzon.

Ikkinchi: Arduino dasturi OC Windows, Mac OS va Linux operatsion tizmlarida ishlash imkoniyatini beradi.

Uchinchi: ushbu muhit sodd va tushunarli hisoblanadi. Muhit yangi foydalanuvchilar uchun mo'ljallangan, hattoki dasturlashdan tushunchaga ega bo'lmagan foydalanuvchilar uchun ham. Muhit o'zida tahrirlash oynasi, kompilyator va maxsus modul uchun kodlardan iborat.

To'rtinchi: Dasturdan foydalanish mutlaqo bepul.

Beshinchi: Platformatni qo'shimcha modular bilan kengaytirish imkoniyati mavjud. Qo'shimcha qo'shilgan modular uchun kutubxonadagi shiledlardan foydalanish mumkin. Misol uchun tarmoq platasi o'rnatishdan so'ng, servo dvigatelni o'rnatishdan so'ng [4].

Arduino bilan bog'lanish uchun juda ko'plab turli xil preferik komponentlari mavjud:

- tugmacha(Кнопка)
- Sveta diod
- Dinamik va mikrofonlar
- Elektr dvigatel va servodvigatellar
- Suyuq kristalli ekranlar
- Radio tamg'alarni (RFID va NFC) o'quvchi
- ultra tovushli va lazerli uzoqni o'chash asboblari
- bluetooth, WiFi va Ethernet moduli
- SD xotira o'quvchi
- GPS va GSM modul

**Hamda ko'plab turli xildagi datchiklar mavjud:**

- Yorug'lik
- Magnit maydon
- Girooskop va akselometr
- Issiqlik va namlik va h.k

### Arduinoda dasturlash

Arduinoda dasturlash uchun Arduino IDE yoki internet veb sahifasi yordamida amalga oshirish mumkin. Sveta diodni yoqib o'chirish uchun qisqacha dastur yozamiz.

```
Int ledPin = 10; // chiroqni ulash uchun pin e'lon qilish
Void setup() // sozlamalarni o'rnatish
// Pin larni e'lon qilish
pinMode(ledPin, OUTPUT);
Void loop() // T siklini ishga tushirish
digitalWrite(ledPin, HIGH); // yoqish
delay(1000); // 1 sekund to'xtalish
digitalWrite(ledPin, LOW); // o'chirish
delay(1000); // 1 sekund to'xtalish
```

### ADABIYOTLAR

1. Электронный учебник / [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.arduino.cc/en/Tutorial/LiquidCrystalDisplay>.
2. Arduino-project. Интернет-сайт / [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.Arduinoproject.net/podklyuchenie-datchika-dht11-arduino>.
3. Чарльз Платт, Электроника для начинающих.
4. Улли Сомме, Программирование микроконтроллерных плат Arduino/Freduino

### TALABALARNI ISHGA JOYLASHISHIGA KO'MAKLASHISH DASTURIDA PROFESSOR-O'QITUVCHILARNING O'RNI

<sup>1</sup>Matyakubov A.S., <sup>1</sup>Esonmurodov S.Q., <sup>2</sup>Tadjiyev R.N.

<sup>1</sup> O'zbekiston Milliy Universiteti,

<sup>2</sup> O'zbekiston Milliy Universiteti huzuridagi Biofizika va Biokimyo instituti

Ta'lim muassalarini bitiruvchilarini ishga joylashtirish bo'yicha bir nechta dasturlar ishlab chiqilgan [1], [2]. Bu dasturlarda talabalarni ishga qabul qilish jarayonida professor-o'qituvchilarning ishtiroki ko'zda tutilmagan. Professor- o'qituvchilar talabalarga bilim berishdan tashqari ularning tarbiyasi, u yoki bu holatlarda o'zini tutishiga ham e'tibor qaratadi. Shu sababdan professor- o'qituvchilarning tavsiyasi ishga qabul qilinishida muhim deb hisoblaymiz. Biz taklif etayotgan dasturda talabani ishga kirishida asosan professor- o'qituvchilar bergan tavsiyaning mazmuni, berilgan tavsiyalar sifati va soni orqali sog'lom raqobatni rivojlantirish ko'zda tutilgan. Bunda universitet va professor- o'qituvchilarning reytingini aniqlab borish, tavsiya orqali ishga kirgan talabaning professor-o'qituvchisiga universitet va ish beruvchi korxonadan moddiy va mana'viy rag'batlantirishni yo'lga qo'yish ko'zda tutilgan. Bunda alohida nominatsiya bo'yicha yil professor-o'qituvchisi kabi rag'batlantirishga e'tibor qaratilgan.

Talabaning darslardan olgan baholari, darslarda qatnashishi, faolligi, salohiyatini to'g'ri baholash aynan talabani tavsiya qilgan professor- o'qituvchisi tavsiyalarida batafsil yoritiladi. Qolaversa bunda bevozita ish beruvchi korxonada va professor-o'qituvchi orasida muloqotni yo'lga qo'yish, aloqalarni ta'minlash ko'zlangan.

Dastur Java dasturlash tili va react muhitida yozilgan , xavfsizlik qismi jwt orqali ta'minlangan, bazadagi ma'lumotlar [vacancy.argos.uz](http://vacancy.argos.uz) [1] va [mehnat.uz](http://old.mehnat.uz) [2] saytlaridan olingan. Qolaversa dastur qulayligini ta'minlash malumotlar miqdorini tuldirish maqsadida bevosita [my.gov.uz](http://my.gov.uz) [3] saytidan ham foydalanilgan.

Kalit so'zlar: OTM, bitiruvchi, ish beruvchi, talab, yetuk va malakali kadr, sof raqobat, bilim, statistika.

### ADABIYOTLAR

1. <https://vacancy.argos.uz/> Ishlarni ko'rsatuvchi sayt.
2. <http://old.mehnat.uz> bandlikka yordam beruvchi sayt.
3. <https://my.gov.uz> ma'lumotlar sayti.

### CONTEMPORARY PROBLEMS OF 3D SCANNING OF CULTURAL HERITAGE OBJECTS - THE PROJECT "3D DIGITAL SILK ROAD"

<sup>1</sup>Milosz E., <sup>1</sup>Montusiewicz J., <sup>1</sup>Milosz M., <sup>2</sup>Kayumov R.

<sup>1</sup>Department of Computer Science, Lublin University of Technology, Lublin, Poland

<sup>2</sup>Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan

New information technologies make it possible to preserve the world's cultural heritage for future generations through their digitization. One of these technologies is three-dimensional (3D) scanning of museum objects or architectural monuments using 3D scanners or 360° cameras.

An example of the use of 3D scanning technology in practice is the "3D Digital Silk Road" project, financed by the Polish National Agency for Academic Exchange, and implemented in the period from October 1, 2019 to September 30, 2022 by the Lublin University of Technology (LUT, Poland) in cooperation with 4 Partner universities from Uzbekistan: National University of Uzbekistan, Samarkand State University (SamSU), Urgench State University, and Chirchik State Pedagogical Institute. The aim of the project is to conduct scientific and research work in the field of digitization of cultural heritage monuments of the Silk Road in modern Uzbekistan by specialists from the LUT in cooperation with Partners, and to disseminate research results through: international conferences, monographs, publications, training, and the silkroad3d.com website.

As part of the project, the following has been carried out so far:

- Three research expeditions to Uzbekistan for 3D scanning of museums and architectural monuments. Due to the Covid-19 pandemic, one trip was virtual.
- Training in Poland "3D scanning of small objects" for Partners from Uzbekistan.
- Two international conferences. The one was virtual: web-conference "The Silk Road - Cultural Heritage of Asia and Europe" (January 2021). The second was at the LUT "IT in Cultural Heritage of the Silk Road" (December 2021).

This year, two more expeditions are planned, another training in 3D scanning of architectural objects, more scientific publications, and a final conference in Uzbekistan.

The scientists from the Department of Computer Science of the LUT have extensive experience in the area of 3D scanning, which they share with Uzbekistan Partners, and have modern 3D scanning equipment (Artec Eva 3D scanner for structural light, Faro Fokus X330 laser scanner, low-cost Rangevision Neo scanner), which together with Partners, they use the Silk Road objects for 3D scanning.

The 3D scanning problems that had to be faced during the project implementation period concerned:

- Performing remote scanning during the Covid-19 pandemic (renting a scanner with shipment to Samarkand, learning how to use a video platform, preparation of the stand, and scanning of objects in SamSU under the remote supervision from LUT).
- Performing scanning in the museums of Tashkent, Chirchik, Urgench, and Khiva (preparation of the digitization position and transfer of selected valuable museum objects, scanning of objects in showcases under conditions of restricted access).
- Performing scanning of architectural monuments (organization of access to facilities by Partners, scanning in the presence of tourists, various parameters of temperature and humidity of the environment).
- Optimization of the digitization process with the use of various 3D scanners and cultural artifacts.

The obtained scan data made it possible to make digital copies of scanned objects: 3D models, 3D panoramas or virtual reality images, and placed on the Internet on the silkroad3d.com portal.

This research was funded by Polish National Agency for Academic Exchange (NAWA), grant number PPI/APM/2019/1/00004.

## **VIRTUAL MUSEUM FOR EDUCATION AND POPULARIZATION OF CULTURAL HERITAGE**

**<sup>1</sup>Milosz M., <sup>1</sup>Skulimowski S., <sup>2</sup>Mukhamedova D., <sup>3</sup>Mustafokulov S.**

*<sup>1</sup>Department of Computer Science, Lublin University of Technology, Lublin, Poland*

*<sup>2</sup>National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

*<sup>3</sup>Samarkand State Museum-Reserve, Samarkand, Uzbekistan*

Digital technologies can be used to record, document and protect cultural heritage and make it available online. Increasingly, new museums present their collections in digital form, making them widely available. These digital collections called Virtual Museums (VMs).

VMs have a number of advantages, such as: wide worldwide availability (conditioned by the wide availability of computers and smartphones, and the Internet), unlimited number of visitors, and 24-hour work. The possibility of a quick and cheap change of exposure is also a significant advantage. In addition, the VMs software enables the implementation of additional function practically impossible in classic museums: tracking the behavior of visitors and using the results to improve the quality of the exhibition. VM enables free, unlimited by display cabinets viewing of artifacts, as well as interacting with them.

Creating VMs requires the cooperation of museum historians and IT specialists – it is an interdisciplinary work. Scientists from the Department of Computer Science of the Lublin University of Technology (Poland) developed and implemented the methodology of creating VMs. It consists of the following phases:



Phase 1. Developing a concept for a new exhibition (selection of artifacts and preparation of information about them carried out by museum historians).

Phase 2. Preparation digital models of selected artifacts (3D scanning, data postprocessing and preparation of models for placement in a VM - task performed by IT specialists).

Phase 3. Developing a prototype of VM (preparation of the layout and placement of digital models in it - task performed by IT specialists).

Phase 4. Evaluation of the VM prototype (performed by historians with the help of IT specialists).

Phase 5. Development of the final version of the VM (task carried out by IT specialists).

Phase 6. Publishing VM on the Internet (performed by IT specialists)

Phase 7. Constant monitoring of visitors' behavior and improving the quality of the exhibition (joint work of museum historians and IT specialists)

As the database of digital artifact models grows, Phase 2 will come down to transforming the models for presentation on the Internet.

Researchers from the Department of Computer Science of the Lublin University of Technology in cooperation with museologists from the Samarkand State Museum-Reserve, using the developed methodology, created VM titled "Ancient Afrasiyab". VM "Ancient Afrasiyab" has four virtual rooms with artifacts (digital 3D models of objects from this ancient city), their descriptions and the functionality of virtual movement for the visitors. One of the rooms in the museum is a digital copy of the famous Hall of Ambassadors, in which the columns preventing viewing in the traditional museum have been removed. You can visit VM "Ancient Afrasiyab" using a smartphone and specially, inexpensive glasses that separate the images in both eyes.

Work on creating virtual machines and improving the methodology of their developing will be continued together with partners from Uzbekistan.

This research was funded by Polish National Agency for Academic Exchange (NAWA), grant number PPI/APM/2019/1/00004.

## **USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN ORGANIZING THE EDUCATIONAL PROCESS**

**<sup>1</sup>Muradova F.R., <sup>2</sup>Salimov S.S., <sup>2</sup>Hayitov I.N.**

*<sup>1</sup>Bukhara engineering - technological institute, Bukhara, Uzbekistan*

*<sup>2</sup>Bukhara state university, Bukhara, Uzbekistan*

Over the years, humanity has contributed to the development of the social system through the results of great discoveries, innovations and research to improve the quality of life in society. Among such discoveries, information and communication technologies have been the largest and one of the most necessary discoveries in all segments of society. There is no field that can be systematically organized without information and communication technologies, especially today, the educational process is unimaginable without information and communication technologies. As a result of the pandemic problem, which is destined for the peoples of the world in 2020, all the structures of management, production, education have moved to work on the basis of new online, innovative technologies. In this regard, the education system has a big problem: to educate students at home, to control them through information and communication technologies, and at the same time it has paid off. In this regard, our government has put forward a policy of transition to digital system, and all necessary measures are being taken to ensure that the new generation of textbooks will allow students to learn independently and provide comprehensive methodological assistance to teachers, distance learning methods. The most important advantages of ICT in the education system are free online education, modern specialties, the best teachers in the world, systematic presentation of materials, free lesson-based learning, interactivity, useful communication, rapid feedback and evaluation system. Today's education system is moving away from old-fashioned curricula to one that provides training for the innovative digital economy and information society. Approaches to teaching have also changed, and with the advent of the Internet and information technology, teachers are moving from ordinary educators to basic organizers. Due to the need for competitiveness, the ability to build partnerships in such an era, the content of the curriculum requires critical thinking, communication.

Today, the teacher has a responsibility to bring up a harmoniously developed generation, to set tasks aimed at improving the content of education, to keep pace with the times and to introduce modern educational technologies to students. they are required to develop an interest in science and a sense of respect. Achieving positive results in education is determined, first of all, by thoroughly teaching the younger generation the basics of scientific knowledge, expanding the scope of their worldview and thinking, the effective organization of educational work on the formation of spiritual and moral qualities. In this regard, many changes are being made in the educational process, new approaches are being

introduced. One of them is to use information and communication technologies to increase the effectiveness of teaching. Strengthening the material, technical and information base of educational institutions in the "National Program of Personnel Training" of the Republic of Uzbekistan, informing the system of continuing education to provide the educational process with high quality textbooks and advanced pedagogical technologies the issue is highlighted. Therefore, the introduction of information and communication technologies in the educational process is a requirement of the times. Enhancing students' interest in science, developing their intellectual and creative thinking, intellectual abilities, and providing interdisciplinary connections are among the important tasks of today's pedagogy. The priority is to organize lessons on the basis of advanced pedagogical technologies, to teach students to work independently, to use information technology wisely, to improve the quality of learning the subject. There are many different methods used in primary education. One of them is the use of modern information technology.

The e-textbook can be used for independent study and effective study of educational materials. In the e-textbook, science teaching materials are used in an interactive way, using psychological and pedagogical aspects, modern information technologies, audio and video animation. The bottom line is that the student's eyes, brain, and hands are involved in the test tasks, and the elements of the game play an important role in developing interest in what they are doing and, consequently, in ensuring the required level of intensity of the learning process. In addition to tests, crossword puzzles, diagrams, tables are used, and students work directly on the computer to study the course materials independently. Scholars differ on the information society. For example, Japanese scientists believe that the process of computerization in an informed society allows people to use a reliable source of information, to ensure a high degree of automation of information processing in production and social spheres and the driving force in the development of society should be the production of information, not material products. In an informed society, not only production, but the whole way of life, the system of values will change. All actions are focused on the production and consumption of goods, as opposed to an informed society, where knowledge is produced and consumed. This leads to an increase in the share of hoi mental labor. Creativity is required of a person, the need for knowledge increases. The material and technological basis of the information society is a variety of systems based on computer technology and computer networks, information technology, telecommunications.

## **PERSPECTIV MULTIMEDIA TECHNOLOGIES IN EDUCATION**

**<sup>1</sup>Muradova F.R., <sup>2</sup>Nuraliyeva P.E., <sup>3</sup>To'xtayeva N.R.**

*<sup>1</sup>Bukhara engineering - technological institute, Uzbekistan*

*<sup>2</sup>Navoi State Pedagogical Institute, Uzbekistan*

*<sup>3</sup>Bukhara state university, Uzbekistan*

Nowadays, the effectiveness of higher education in full or in part in the use of ICT, or the pedagogical principles of the use of ICT, its psychological characteristics, the mechanism and factors of its influence on the learning process, as well as many other aspects of complex research are becoming relevant. This contributes to the formation of a new content and essence in the education system, in particular, in the organization and implementation of educational processes, the development of teaching aids, in particular, the effectiveness of training and mastering. lays the foundation. In order to successfully carry out such a huge task, it is important to provide teachers and students with the necessary textbooks in the state language. The manual is intended for teachers working in secondary schools, which includes the organization and implementation of the educational process in the education system, in particular, the development of teaching aids, in particular, the knowledge of the formation of new content and essence in terms of passing the training sessions and increasing the effectiveness of mastering. The main goal of all reforms in the field of education is to bring up spiritually mature people, to improve the education system, to implement the teaching process on the basis of new pedagogical and information technologies in accordance with modern requirements. That is why today in the education system special attention is paid to the effective use of modern computer and information technologies. This means that in the educational process, teachers who teach students in various disciplines to use modern means of information technology, first of all, to increase the level of knowledge and skills in this area, technical support of the education system, full access to the Internet effective result can be achieved only through. One of the main ways to improve the quality and efficiency of the education system is the use of modern information and communication technologies in the educational process, including multimedia training courses, ensuring interactive interaction between teacher and student, multimedia learning. Involvement of highly qualified personnel in the development of training courses and textbooks. Multimedia provides the ability to visualize and create dynamic images of information in a variety of forms, and to receive and visualize it through the organs of sight and hearing. In multimedia technologies, the fact that information is expressed in the form of images, sounds and actions rather than in text, as in traditional technologies, teaches students to be more active, attentive and curious

in the classroom, because each piece of information recommended is their participation and movement. In the education system, multimedia technologies are a means of positively and effectively influencing students by combining theoretical, practical, visual, informative, simulative and control parts.

In addition, the use of multimedia training courses in the education system allows to create high-quality video recordings of theoretical materials, virtual laboratory works and practices, imitation animated models of various processes, for which students' classrooms, computer classes it will be necessary to organize practical training in the room of technical means, methodical rooms, libraries. All multimedia courses used in the education system must have practical application and experience, as well as have specific pedagogical and psychological features. The pedagogical and psychological features of multimedia training courses depend on the form and appearance of the description and expression of educational materials used to form knowledge and skills. They should focus not only on problem-solving and problem-solving, practical and laboratory work, but also on shaping students' knowledge, skills and abilities throughout the learning process. One of the main features of multimedia training courses created in the education system is determined by certain subtleties of the study of this topic, which in turn require a large number of visual materials, because without their participation in different areas of the living world, it is impossible to fully demonstrate the need to build it, the mechanism of formation and development of biological, chemical and physical processes. One of the main didactic issues in the field of modeling and general methods of influencing the objects of imagination is one of the most important in the creation of multimedia training courses for the education system. Creating and using multimedia training courses The local computer and the Internet open up a wide range of possibilities. The placement of multimedia courses on a worldwide computer network allows them to communicate directly in the use of the learning process, creating opportunities for students to find, search and learn information. When creating a multimedia training course, the main focus should be on the interactive components created by the various software tools. The organization of distance learning on the basis of distance learning technologies in the formation of a harmoniously developed generation should be recognized as a positive result of the implementation of these tasks in practice. Distance learning based on Internet technologies is a modern universal form of education that is tailored to the individual needs, personal needs and interests of students. The effectiveness of the organization of distance learning based on information technology in the educational process in combination with the traditional learning system depends on several factors:

- availability and adequacy of modern information and computer technology base in educational institutions;
- continuity of work on the Internet;
- high level of desire, interest and mastery of distance learning students;
- involvement of knowledgeable, qualified and experienced specialists and teachers in the distance learning system;
- the adequacy and adequacy of the distance learning system with the necessary and quality teaching materials, e-textbooks and training courses.

Systematic conduct of all classes in the distance learning system. In addition to traditional teaching aids, distance learning tools include:

- e-learning publications;
- computer training systems;
- audio-video educational materials;
- control tests recommended by various sources of literature and information;
- communication with the library database;
- virtual materials and laboratories;
- criteria and materials for assessing students' knowledge.

## **RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNI DARS JARAYONIDA QO'LLASHDAGI SAMARASI.**

**Murodova G.B.**

*Buxoro Davlat Universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Zamonaviy ta'limda raqamli texnologiyalardan sinfda foydalanish ta'limning ajralmas qismiga aylanadi. Raqamli texnologiyalardan foydalangan holda darslarning bir nechta shakllari mavjud: darslar – ma'ruzalar, darslar – testlar, yangi materiallarni joriy etish darslari, o'yin darslari va boshqalar.

Raqamli texnologiyalar o'qitishning turli bosqichlarida qo'llanilishi mumkin: yangi materiallarni (taqdimotlar, animatsiyalar, o'quv filmlaridan olingan filmlarning qismlari) tushuntirishda; o'quv materiallarini o'zlashtirishda (interaktiv o'yinlar va dasturlarni o'qitish); o'rganilgan materialni (kompyuter

simulyatorlari va dasturlari) takrorlash va mustahkamlashda; bilim va ko'nikmalarni oraliq yoki yakuniy tekshirish uchun (kompyuter testlar).

Amaliyot shuni ko'rsatadiki, raqamli texnologiyalardan sinfda foydalanish talabalarni mavzuni o'rganishga undashni kuchaytiradi, bilim faoliyatini faollashtiradi, materiallarni tushuntirishda vaqtni tejaydi, bilim darajasini oshiradi, darslikdagi materiallarni to'ldiradi va ortib borayotgan baholarni to'plashga imkon beradi.

Bugungi kunda an'anaviy ta'lim usullari Internet, elektron kompyuter tarmoqlari va telekommunikatsiyalardan foydalanishga asoslangan yangi ta'lim usullari bilan to'ldirilmoqda.

Internet texnologiyalari juda tez rivojlanmoqda. Har yili yangi narsa paydo bo'ladi. Ta'lim jamiyatning umumiy kompyuterlashtirilishidan uzoqlashmaydi, lekin vaqt o'tishi bilan, ba'zan oldinga siljiydi. Internet tobora talaba hayotida bir qismi hisoblanadi: tashkil etish va ta'lim o'tkazish uchun yordam onlayn xizmatlar bor. Ular uzoq masofali ta'sir o'tkazish imkoniyatlarining boy to'plami bilan jihozlangan.

Zamonaviy o'qituvchi mavzuning axborot-kommunikatsiya muhitidan faol foydalanishi va talabalarni ushbu ishda ishtirok etishi kerak. Shuni unutmashimiz kerakki, axborot va kommunikatsiya texnologiyalari – bu ta'limning maqsadi emas, balki savodli odamning qo'lida bo'lgan vositadir.

Ta'lim jarayonida ishlatilishi mumkin bo'lgan har qanday xizmat va vositalar mavjud, masalan: multimediali interaktiv mashqlarini yaratish uchun LearningApps xizmati, Google platformalarida amaliy interaktiv vazifalar va ijodiy ishlarni bajarish va boshqalar.

LearningApps.org – interaktiv modullar orqali o'qitish va o'qitishni qo'llab-quvvatlash uchun Web 2.0 ilovasi. Ushbu mashqlar darsning o'quv jarayoniga kiritilishi yoki o'zgartirilishi mumkin, bu esa o'quv jarayonini dastur kursini o'zlashtirish uchun taqdim etadi. O'rganilayotgan material moslashtirilgan. O'quv kursini o'zlashtirish va takrorlash uchun vaqt kamayadi.

Saytda mavjud bo'lgan barcha interaktiv modullarni shablon va vositalarga bo'lish mumkin. Jismoniy mashqlar va o'yinlarni rivojlantirish uchun talabalar aniq vazifalar, ijrolar, to'g'ri javoblar va harakatlar bilan shablonlardan foydalanadilar. O'z ishlarida ular muayyan muammolarni hal qilish uchun har qanday moduldan foydalanishlari mumkin. Bu dars uchun interfaol usullar yaratib, o'rganish jarayonini yorqin dog'lar bilan to'ldirib, uni boy va qiziqarli qilish orqali sinf ishini yangi usulda tashkil etishga yordam beradi.

## **MOBIL ILOVA VOSITASIDA TALABALARINING O'QUV-TADQIQOT KOMPETENSIYALARINI ANIQLASH**

**Murtazayeva U.I.**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti, Samarqand, O'zbekiston*

Bugungi kunda raqamli texnologiyalar hayotning barcha sohalarda faol qo'llanilmoqda. Iqtisodiyot, bank, xizmat sektori shuningdek ta'lim jarayonini ham tez sur'atlarda rivojlanishiga xizmat qilmoqda. Mamlakatda yashayotgan barcha fuqarolar, jumladan yosh bolalardan tortib nafaqaxo'rlarning ham ongida raqamli texnologiyalar orqali jamiyatdagi barcha muammolarni hal qilish mumkin degan fikrni shakllantirmoqda [1].

Butun dunyoda "COVID-2019" pandemiyasi barcha sohalarda, jumladan, ta'lim tizimiga ham o'z ta'sirini o'tkazdi, buning oqibatida bog'cha, maktab va oliy ta'lim muassasalarining barchasi ommaviy ravishda muddatidan oldin ta'tilga chiqishdi. Bu holat esa an'anaviy ta'lim tizimidan virtual ta'lim tizimiga o'tishga turtki turtki bo'ldi. Xususan, Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universitetida maktab va akademik litsey o'quvchilari, talabalar va AKT sohasida bilim olishni xohlovchilar uchun to'rtta virtual ta'lim tizimi faoliyat boshladi.

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universitetida ta'limning kredit tizimi joriy etilgani mahalliy IT-mutaxassislarini tayyorlash sifatini sezilarli darajada oshirdi, shuningdek, xorijiy ta'lim muassasalari va korxonalaridan ma'ruza va seminarlar o'tkazish uchun sohaning yetakchi mutaxassislarini jalb qilmoqda. Oliy ta'lim muassasalari talabalarining o'qish davrida o'quv-tadqiqot kompetensiyalarini rivojlantirish tadqiqotimizning asosiy maqsadi hisoblanadi. Bugungi kunda Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Samarqand filialida talabalarining o'quv-tadqiqot faoliyatini amalga oshirish uchun yetarli sharoitlar yaratilgan. Ushbu faoliyatni amalga oshirishga moyil bo'lgan talabalarimiz kafedralarning ilmiy ishlariga jalb qilinadi, ilmiy rahbarlar bilan ishlaydi, Ilmiy jamg'armalari tomonidan moliyalashtiriladigan ilmiy loyihalarni amalga oshirishda ishtirok etadi. Lekin bu ishlarning barchasi ko'pincha iqtidorli talabalar bilan amalga oshiriladi. Tadqiqotimizning maqsadi esa oliy ta'lim muassasalari talabalarining o'quv-tadqiqot faoliyatini olib borishni o'rgatishdan iborat. Uni o'rgatishdan oldin esa ularning o'quv-tadqiqot kompetensiyasiga qanchalik ega ekanligini bilishimiz zarur. Buning uchun biz talabaning o'quv-tadqiqot kompetensiyasi aniqlovchi mobil ilova yaratdik.

Talabalarining o'quv-ilmiy kompetentligini aniqlovchi mobil ilova telefonga o'rnatiladi. Ilovani ochganimizda ekranda asosiy oyna ochiladi. Bu oynada quyidagi bo'limlar mavjud: Anketa bo'limi, Ekspert baholash bo'limi, Statistika bo'limi, Chiqish bo'limi.

Anketa bo'limida talabalar o'zlari haqidagi ma'lumotlarni kiritishadi.

Ekspert baholash bo'limida talabalar o'zlarini ekspert baholash varaqasida o'quv-tadqiqot kompetensiyalarini 1 ball dan to 5 ballgacha 29 kriteriy bo'yicha o'zlarini baholaydilar.

Statistika bo'limida anketa va o'quv-tadqiqot kompetensiyalarini bo'yicha ekspert baholash varaqasining natijasi keltiriladi. Natijalarni Statistika bo'limida ismi familiyasi bo'yicha ko'rish mumkin.

Talabalarining o'quv-ilmiy kompetentligini aniqlovchi mobil ilovadan chiqib ketish uchun Chiqish tugmasi bosiladi.

Yaratilgan mobil ilovadan foydalanish talabalarining o'quv-ilmiy kompetensiyalarini aniqlash uchun muhim ahamiyatga egadir.

#### ADABIYOTLAR:

1. Hashimova D.P., Parpiyeva R.A. *Замонавий таълимда рақамли технологиялардан фойдаланиш истиқболлари // "Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar" ilmiy elektron jurnali. № 3, may-iyun, 2020 yil.*
2. Муминов А.Г. *Реформы в образовании Узбекистана: состояние и перспективы // Бюллетень науки и практики, 2019. Т. 5. № 9. С. 478.*

### TA'LIM TIZIMINI MODELLASHTIRISH TEXNOLOGIYASI HAMDA TA'LIM TIZIMIDA DASTURLI TA'LIM

**Narzullayeva F.S., Bahronova D.M.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

"**Modulli o'qitish**" termini xalqaro tushuncha-modul bilan bog'liq bo'lib, uning bitta ma'nosi - faoliyat ko'rsata oladigan o'zaro chambarchas bog'lik elementlardan iborat bo'lgan tugunni bildiradi. Bu ma'noda u modulli o'qitishning asosiy vositasi sifatida, tugallangan informatsiya bloki sifatida tushuniladi.

Modulli o'qitish-o'qitishning istiqbolli tizimlaridan biri hisoblanadi, chunki odam bosh miyasi o'zlashtirish tizimiga eng yaxshi moslashgandir. Modulli o'qitish asosan inson bosh miyasi to'qimalarining modulli tashkil etilganligiga tayanadi.

O'qitishning modul tizimi haqida rasmiy ravishda birinchi bo'lib 1972 yil, YUNESKOning Tokiodagi Butunjaxon Konferentsiyasida so'z yuritilgan edi. Modulli o'qitish texnologiyasi - funktsional tizimlar, fikrlashning neyrofiziologiyasi, pedagogika va psixologiyaning umumiy nazariyasidan kelib chiqadi.

Modulli o'qitish-o'quv jarayonini tashkil etish shakli bo'lib, unda o'qitish o'quv materialining mantiqan tugallangan birliklari modullarni, bosqichlar va qkadamlar bo'yicha o'zlashtirishni anglatadi.

Modulli o'qitish modullar bo'yicha tuzilgan o'quv programmalar asosida o'qitishni tashkil etishdir. Modul kurs mazmunini uch sathda qamrab oladi: to'la, qisqartirilgan va chuqurlashtirilgan. Programma materiallari bir vaqtning o'zida barcha ehtimol ko'rilgan kodlarda: rasm, test, ramzlar va so'z bilan berilishi mumkin.

O'qitish moduli o'quv materialining avtonom (mustaqil) qismi bo'lib, quyidagi komponentlardan tashkil topadi:

- aniq ifodaga ega bo'lgan o'quv maqsadi (maqsadli programma);
- axborotlar banki: o'qitish programmasi shaklidagi ayni o'quv materiallari;
- maqsadlarga erishish bo'yicha metodik qo'llanma;
- zaruriy malakalarni shakllantirish bo'yicha amaliy mashg'ulotlar;
- qo'yilgan modul maqsadiga qat'iy muvofiq keluvchi nazorat ishi.

Pedagogik texnologiyalarning elementar birliklari tizimi modullardan tashkil topadi.

**Modul** – pedagogik texnologiyani tashkil etuvchi, uning tarkibiy bo'laklarini ifodalovchi tushunchadir. Bunday bo'laklar kichik modul, birlamchi modul, modullar to'plami, modullar darajasi va modullarning majmuaviy tuzilmasi kabi turlardan iborat bo'ladi.

Modullar o'z ko'lamiga ko'ra mayda, o'rtacha va yirik bo'lishi mumkin. Ularning bir-biriga nisbatan proportsionalligi qat'iy bo'lmasligi, ularning o'zaro ta'siri umumiy jarayonda turlicha bo'lishi mumkin.

Modulli o'qitish – pedagogik jarayonni ilmiy va metodik jihatdan tartibli va maqsadga muvofiq bajarishga xizmat qiladi. Har qanday pedagogik texnologiyaning tarkibiy bo'laklari o'zaro joylashuvi va pedagogik texnologiya jarayonlarini amalga oshirish ketma-ketligining oldindan belgilangan tartib-qoidalari algoritm deyiladi.

Eng kichik bo'lak pedagogik texnologiyaning o'ziga hos qismi bo'lib, bunday kichik modullardan birlamchi modul tashkil topadi. Modullar to'plami o'qitish jarayonini ilmiy tashkil etishga va uning sifat hamda samarasini ta'minlash uchun qo'llaniladi. Modullarning o'zgaruvchan va modernizatsiyalanadigan tabiati tufayli ulardan dinamik ravishda foydalaniladi. Modulli o'qitish – tartibli o'qitish demakdir. Bunda o'quv material bitta o'quv mashg'uloti hajmida, o'quv predmetining biror mavzusi yoki biror bo'limi darajasida, ba'zan esa o'quv fanining yirik tarkibiy qismi o'lchamida, ya'ni bloklar tarzida ham modullar yordamida o'qitilishi mumkin. Oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi muassasalarida bir necha turdosh o'quv fanlarining tarkibiy bo'laklarini hamda ayrim fanlarni o'qitish texnologiyasini tashkil qiluvchi modullar (bloklar) tarzida o'qitish keng qo'llanilmoqda. Davlat ta'lim standartlarining tarkibiy bo'laklariga mos keladigan bloklardan ham foydalanilmoqda. O'quv reja va dasturlarning tarkibiy bo'laklarini hamda ularning bajarilishini ta'minlaydigan texnologiyaga xizmat qiluvchi modullar ham mavjud. Ta'lim usullari, metodlari va vositalari uchun qo'llaniladigan modullar ham yaratilmoqda. Modullar, birinchi navbatda, ta'lim mazmuniga daxldor tushunchalar, qoidalar, nazariyalar, qonunlar va ular orasidagi umumiy bog'lanishni ifodalovchi qonuniyatlarni tushuntirishga samarali xizmat qiladi. Bilim oluvchilarning o'quv-bilish faoliyatlari hamda ularning o'zlashtirishini nazorat qilishda ham modullardan foydalaniladi.

Modullashtirish va o'quv jarayonini texnologiyalash yuzasidan keyingi yillarda ilmiy-pedagogik tadqiqotlar o'tkazilmoqda. Lekin bu borada o'quv tarbiya jarayonini modullashtirish va algoritmlashtirish ishlari nihoyasiga etkazilgan emas. Bu holatning nezi va takomillashuvini atroflicha tadqiq etish orqali va tajriba-sinov ishlari hamda pedagogik eksperimentning qat'iy xulosalariga tayanib ta'lim jarayoniga modulli yondashuvni kuchaytirish mumkin. Ta'lim-tarbiya jarayonlariga modullashtirish va algoritmlash madaniyati to'la kirib borganida pedagogik texnologiyalarning yaratilishi va ularning amalda qo'llanilishi borasida sezilarli yutuqlarga erishish imkoniyati kuchayadi.

## **“DIFFERENSIAL TENGLAMALAR” FANINI O`QITISHDA MUAMMOLI TA`LIM METODIDAN FOYDALANISH**

**<sup>1</sup>Nuriddinov J.Z., <sup>2</sup>Isaqova U.H.**

*<sup>1</sup>Buxoro davlat universiteti, O'zbekiston*

*<sup>2</sup>Jizzax davlat pedagogika institute, O'zbekiston*

So'nggi yillarda oliy ta'lim sohasida aniq fanlarni o'qitish, o'zlashtirilgan aniq bilimlar darajasini yangi pedagogik texnologiyalarga suyangan holda tashkil qilish, baholash, aniq fanlar bo'yicha yangi o'quv dasturlarini yaratish muhim muammolardan biriga aylandi.

Oliy ta'limda aniq fanlarni muammoli o'qitish usuli orqali tashkil etishning ahamiyati katta. Muammoli o'qitish texnologiyasining asosiy maqsadi bilim oluvchilarning mustaqilligi va faolligini oshirish, tafakkurini rivojlantirish, o'zlashtirilgan bilimlarning amaliyotga tatbiq etilishini kuchaytirishdan iborat. Muammoli ta'limni qanday nomlashdan qat'i nazar uning asosiy xususiyati – bilim oluvchining aqliy faolligini oshirish, mustaqil ijodiy izlanish, o'zi uchun yangi bilim, ko'nikma va malakalarni kashf etishdir. Muammoli o'qitishning o'qituvchi shunday tashkil etadiki, bunda talabalar notanish bilimni o'zlashtirishi uchun nima qilish kerakligi haqida mulohaza yuritadi va o'ziga bir necha savollar bilan murojaat etadi. Masalan, dastlab u “Muammoni hal etish va u bilan bog'liq bilimni o'zlashtirish uchun nima qilishi kerak?”, “Masala yechimining tamoyili qanday?” kabi savollarga javob topishga urinadi. Muammoni hal etish jarayonida talabalar ma'lumotlarni qayta ishlabgina qolmaydi, balki ularni o'zlashtiradi va o'zi uchun yangi bilimlarni kashf etadi. Muammoli o'qitishning asosiy mohiyati va afzalligi shundaki, o'qituvchi ta'lim usullari (muammoli savollar qo'yish, farazlarni ilgari surish va ularni tasdiqlash yoki rad etish, talabalarga “yordam so'rab” murojaat etish va shu kabilar) orqali ularni ijodiy fikrlashga va munozaraga chorlaydi.

Muammoli metodlar muammoli vaziyatlarni vujudga keltirib, talabalarning muammoni hal etish, murakkab savollarga javob topish jarayonida alohida obyekt, hodisa va qonunlarni tahlil qilish ko'nikmalari va bilimlarni faollashtirishga asoslangan faoliyatini taqozo etadi. Muammoli vaziyat muayyan pedagogik vositalarda maqsadga muvofiq tashkil etiladigan o'ziga xos o'qitish sharoitida yuzaga keladi hamda o'rganilgan mavzular xususiyatlaridan kelib chiqib, bunday vaziyatlarni yaratishning maxsus usullarini ishlab chiqish zarur. O'qitishda muammoli vaziyat shunchaki “fikr yo'lidagi kutilmagan to'siq” bilan bog'langan aqliy mashaqqat holati emas, balki u bilish maqsadlari maxsus taqozo qilgan aqliy taranglik holatidir. Bunday vaziyat negizida avval o'zlashtirilgan bilim izlari va yangi yuzaga kelgan vazifani hal qilish uchun aqliy va amaliy harakat usullari yotadi. Bunda har qanday mashaqqat muammoli vaziyat bilan bog'liq bo'lmasa, ya'ni yangi bilimlar avvalgi bilimlar bilan bog'lanmasa, aqliy mashaqqat muammoli bo'lmaydi.

Mavzu doirasida ta'lim texnologiyasini yaratish mavjud sharoit va o'rnatilgan vaqtda belgilangan ta'limiy maqsad va ko'zlanayotgan natijalarga kafolatli erishishni vositali ta'minlovchi, muloqot, axborot va boshqaruvning eng qulay yo'l va o'qitish vositalarining tartibli yig'indisi ekanligiga e'tibor qaratish demakdir.

Oliy ta'lim muassasalarida "Differensial tenglamalar" fanidan "Chiziqli differensial tenglamalar sistemasi" mavzusini o'tishda talabalarga quyidagicha muammoli vaziyatlarni misol qilib olish mumkin.

1. Bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama uchun Rezonans holini izohlang?
2. Bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama uchun Rezonans holini izohlang?

Ta'lim jarayonida muammoli vaziyat talabalarda quyidagi xususiyati rivojlantiradi:

- talabalar uchun noma'lum yangilik mavjudligi;
- muammolarni o'zlari hal etishlari;
- shaxsiy qiziqish va ehtiyojlari yuzaga kelgan tushunmovchiliklarni o'zlari o'rganishga harakat qilishlari;
- nima noma'lum ekanligini bilib, ma'nosini tushunib, uni hal etishga intilish.

#### ADABIYOTLAR

1. *Tolipov O'., Usmonboeva M.* Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari. – T.: Fan, 2006. 114 b.
2. *Ishmuhammedov R., Yuldashev M.* Ta'lim va tarbiyada innovatsion pedagogik texnologiyalar. – T.: 2017. 315 b.

### PEDAGOGIK DASTURIY VOSITALAR YARATUVCHI DASTURLAR TASNIFI

**Nurulloyev F.N.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Pedagogik dasturiy vositalar ta'minoti - bu ta'lim sohasida foydalanish uchun mo'ljallangan har qanday va barcha dasturiy ta'minotga nisbatan qo'llaniladigan keng qamrovli atama. Bu atama talaba axborot tizimlari va sinfni boshqarish dasturidan tortib, ma'lumotnoma boshqaruv dasturi va til o'rganish dasturigaacha bo'lgan hamma narsani o'z ichiga oladi. Biroq, bularning barchasi ta'lim sanoatining ba'zi jihatlari yanada samaraliroq yoki samaraliroq qilish maqsadida foydalaniladi. Maktablar texnologiyani o'zlashtirgan so'nggi joylardan biri sifatida obro'ga ega, ammo raqamli transformatsiya har bir sektorda sanoatni qayta qurish va qayta tashkil etishga olib kelganligi sababli, ular ham muqarrar narsani qabul qila boshladilar. Pedagogik dasturiy vositalar ta'minotining bir turi deyarli har bir ta'lim muassasasi tomonidan qo'llaniladi va yechimlar soni va bu yechimlarning imkoniyatlari ko'payishi bilan hamma joyda mavjud bo'ladi. Ta'lim sohasidagi vositalar ko'lami, ayniqsa, sun'iy intellekt dasturiy ta'minotining kirib kelishi va xususiy sektorning ta'limga oid dasturiy ta'minotni ishlab chiqish bilan bog'liq ulkan salohiyatni tan olishi bilan kengaymoqda.

Nima uchun Pedagogik dasturiy vositalardan foydalanish kerak? Ta'lim dasturlari o'qituvchilar, ma'murlar, talabalar va ota-onalar uchun juda foydali. Ushbu toifadagi yechimlar foydalanuvchilarga ko'rinish va kontentni taqsimlashdan tortib, tahliliy va yaxshi aloqa kanallarigaacha bo'lgan ko'plab afzalliklarni taqdim etadi. Aqlli kontent, takomillashtirilgan aloqa, ma'lumotlar va ma'lumotlarni birlashtirish, samaradorlik va samaradorlikni oshirish - bularning barchasi ta'lim dasturlarini joriy etish bilan birga keladigan afzalliklardir.

*Smarter Content* - Pedagogik dasturiy vositalar kontentni yaratish va talabalarga taqdim etish usulini inqilob qilish imkoniyatiga ega. Sun'iy intellekt imkoniyatlari bilan o'rnatilgan raqamli kontent talabalarining bilim darajalariga mos keladigan materialni taklif qilishi mumkin. Ushbu "aqlli" tarkib talabalarining turli avlodlari tomonidan osongina o'zgartiriladi, tarqatiladi va qayta ishlatiladi. Raqamli kontent o'qituvchi nazoratining qo'shimcha bonusini o'z ichiga oladi va ko'pincha o'qituvchilar talabalar natijalarini sinab ko'rish va kuzatish uchun foydalanishi mumkin bo'lgan ichki baholashlarni o'z ichiga oladi.

*O'qituvchi, ota-ona va o'quvchilarning muloqoti* - o'qituvchilar, ota-onalar va talabalar o'rtasidagi aniq muloqot o'quv jarayoni uchun juda muhimdir. Talabalarni to'g'ri tarbiyalash uchun kuchli hurmat va ishonch darajasi bo'lishi kerak. Ta'lim dasturlari va ilovalari forumlar, portallar va boshqa interaktiv elementlar orqali barcha tomonlar o'rtasida mustahkam aloqalarni rivojlantirishga yordam beradi. Ota-onalar va talabalar o'zlari, o'qituvchilari va ma'murlari o'rtasida oson muloqotni ta'minlaydigan vositalarga ega. Aniq va samarali aloqa kanallari bir-biriga zid bo'lgan tomonlar o'rtasidagi tushunishni osonlashtiradi. Talabalar o'qituvchilarga kurs materiallari va baholash usullari bo'yicha noaniqliklarni bartaraf etish uchun

savollar berishlari mumkin va ota-onalar o'z farzandlarining faoliyatiga aniq oynaga ega bo'lishlari mumkin.

*Axborot konsolidatsiyasi* - Ko'pgina turdagi ta'lim dasturlari tegishli ma'lumotlarni markazlashtirilgan omborda birlashtirish uchun mo'ljallangan. Bitta dastur doirasida barcha tegishli ma'lumotlarni birlashtirish yaxshiroq nazorat qilish va ushbu ma'lumotlardan aniqroq tushunchalarni olish imkonini beradi. Ma'murlar va ta'lim mutaxassislari ushbu tushunchalardan quyi darajadagi o'qitish strategiyasini va yuqori darajadagi ma'muriy siyosatni boshqarish uchun foydalanishlari mumkin.

*Yaxshilangan samaradorlik va samaradorlik* - Har qanday muassasaning maqsadi yanada samarali va samarali bo'lishdir va ta'lim dasturlari tashkilotlarga ushbu maqsadlarga erishishda yordam beradi. O'qituvchilar chalg'itishni cheklash va kurs materialiga diqqatni jamlashni yaxshilash uchun sinfni boshqarish dasturlari kabi resurslardan foydalanishlari mumkin. Ma'murlar siyosat va ma'muriy qarorlarni shakllantirish uchun axborot tizimlari tomonidan taqdim etilgan tushunchalardan foydalanishlari mumkin. Ta'lim dasturlari, shuningdek, ma'murlar va o'qituvchilarga baholash kabi ma'muriy vazifalarni bajarishda ko'p vaqtni tejaydi va ularga o'z natijalarini yaxshilashning yanada ijodiy usullarini topish imkoniyatini beradi.

*Yaxshiroq ta'lim muhiti* - Ta'lim bo'yicha mutaxassislarga talabalarning sinf materialini tushunishlarini ta'minlash vazifasi yuklangan. Mavjud ta'lim dasturlari miqdori va ular kontsertda qamrab oladigan funktsionallikning kengligi o'qituvchilarga o'z talabalari uchun eng yaxshi ta'lim muhitini yaratish uchun zarur vositalarni taqdim etadi. Bu sinfda to'ldirilgan raqamli materiallar, ta'limni boshqarish tizimidan foydalanish, o'quvchilarni vazifada ushlab turish uchun mo'ljallangan sinfni boshqarish vositalari yoki butunlay boshqa narsa shaklida bo'lishi mumkin. O'qituvchilar o'z sinflarini moslashtiradilar va har bir guruh talabalarining ehtiyojlariga qarab o'qitish uslublarini o'zgartiradilar. Ta'lim dasturlari har bir o'quv uslubiga mos keladigan vositalarni taqdim etish orqali o'qituvchilarga o'quv muhitini o'zgartirishga yordam beradi.

Pedagogik dasturiy vositalardan kim foydalanadi? Pedagogik dasturiy vositalardan foydalanuvchilarning asosiy guruhlari o'qituvchilar, o'quvchilar, ota-onalar va maktab ma'muriyatidir. Har bir guruh o'z ta'lim tajribasini yaxshilash, samarasizlikni kamaytirish va muloqotni osonlashtirish uchun Pedagogik dasturiy vositalardan foydalanadi. Ta'lim dasturlarining aksariyati ma'murlar va o'qituvchilar uchun kontent yaratish, darslarni almashish, sinflarni boshqarish va maktab va o'quvchilarga tegishli ma'lumotlarni saqlash uchun mo'ljallangan. Talabalar tanlangan tarkib va dars rejalarini iste'mol qilish, imtihon topshirish va o'qish uchun bir nechta toifadagi yechimlardan foydalanadilar. Ota-onalar farzandlari kerakli yordamni olishini ta'minlash va o'quvchilarning samaradorligini saqlab qolish uchun ushbu vositalar ularga taqdim etadigan ma'murlar va o'qituvchilar bilan aloqadan foydalanadilar.

Pedagogik dasturiy vositalary ta'minoti bilan bog'liq tendentsiyalar.

*Sinfda sun'iy intellekt (AI)* - Sun'iy intellekt sinfda ko'plab potentsial ilovalarga ega. Sun'iy intellektli o'qituvchi yordamchilari (AITA) o'qituvchilar va oddiy o'qituvchi yordamchilari uchun ish yukining bir qismini yengillashtirish uchun ma'lum sinflarda qo'llaniladi. Ushbu raqamli o'qituvchi yordamchilari odatda o'qituvchilarga saralash uchun soatlab talab qilinadigan talabalar savollarini ko'rib chiqadilar. Ushbu AITAlar mashinani o'rganish uchun ilovalar bo'lganligi sababli, ular qanchalik ko'p savollarni ko'rib chiqsa va ular qamrab oladigan mavzular qanchalik kengroq bo'lsa, ular shunchalik aniq bo'ladi. Keyinchalik o'qituvchilar ushbu ilovalar tomonidan bo'shatilgan qo'shimcha soatlardan haqiqiy qo'shimcha vazifalarga e'tibor berish uchun foydalanishlari mumkin.

*Raqamli materiallar* - raqamli transformatsiya sinfni qamrab oldi, chunki maktablar raqamli o'quv materiallarini qabul qilishga intilmoqda. Materiallarning raqamli versiyalari ancha oson o'zgartiriladi va tarqatiladi va talabalarga o'rganish jarayonida yordam berish uchun qo'shimcha funktsiyalar bilan o'rnatilishi mumkin. Ushbu materiallar AI baholovchilari tomonidan baholanishi va tahlil qilinishi mumkin bo'lgan baholashlarni o'z ichiga oladi, bu o'qituvchilarning qimmatli vaqtini tejaydi. Ta'lim dasturlari bilan bog'liq mumkin bo'lgan muammolar.

*Xavfsizlik* - Tashkilotning faylida qancha ko'p ma'lumot va ma'lumotlar bo'lsa, yomon ishtirokchilar uchun bu ma'lumotlarni o'g'irlash ehtimoli shunchalik jozibali bo'ladi. Maktablar dunyodagi eng qimmatli ma'lumotlarga ega bo'lmasa-da, to'lov tafsilotlari va shaxsga oid ma'lumotlar, shuningdek, o'quvchilarning shaxsiy shaxsiy ma'lumotlari faylda bo'lishi mumkin. Shu sababli, ta'lim dasturlarida xavfsizlik birinchi o'rinda turadi. Pedagogik dasturiy vositalary ta'minoti xavfsizlikni o'zining asosiy belgilaridan biri sifatida ko'rsatmaydi, ammo bu o'zgarishi mumkin, chunki ta'lim muassasalari ilovalarida ko'proq maxfiy ma'lumotlar saqlanadi.

*Chalg'itish* - sinfdagi texnologiya hamma joyda paydo bo'lganligi sababli, asosiy muammolardan biri chalg'itish potentsialiga aylanadi. Planshetlar va internetga ulangan boshqa qurilmalar bilan qurollangan



talabalar dars davomida mavzu materialiga e'tibor qaratishdan osongina chalg'ishadi. Bu muammoning yechimi? O'qituvchilarga o'quvchilarni ba'zi veb-saytlardan foydalanishni kuzatish va blokirovka qilish imkonini beruvchi sinfni boshqarish dasturini joriy etish. Sinfni boshqarish o'qituvchilarga o'z talabalarining topshiriqlarini bajarishlarini ta'minlashga imkon beradigan ajralmas vositaga aylandi.

#### ADABIYOTLAR:

1. *Nurulloyev F.N.* "Ta'lim jarayonini axborotlashtirishning uslubiy ta'minoti". "o'zbekistonda ilmfan, ta'lim va texnologiyani rivojlantirishning dolzarb masalalari" mavzusida respublika miqyosida ilmiy-amaliy konferensiya materiallari to'plami. Namangan shahri 24-25-sentabr 2021 yil. 117-119-bet.
2. *Nurulloyev F.N.* Zamonaviy o'qitish usullari: an'anaviy va zamonaviy ta'limning afzalliklari// Pedagogik mahorat. -Buxoro, 2021,- №5.-51-56.
3. *Nurulloyev F.N.* "Masofali ta'lim tashkil etishning ijobiy va salbiy tomonlari, masofali ta'lim olishga qaratilgan notog'ri qarashlar." Oliy ta'lim tizimida masofali ta'limni joriy etishning texnik-dasturiy va uslubiy ta'minotini takomillashtirish istiqbollari respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi Qarshi sh. 2021-yil 28-may.33-36-bet
4. *Nurulloyev F.N.* O'rta ta'lim maktablarida ta'lim boshqaruvini yangi bosqichga olib chiqish. //Pedagogik mahorat. -Buxoro, 2021 (maxsus son).-211-214.
5. *Numonjonovich N. F.* Opportunities to Take Education Management to a New Level in Secondary Schools // " ONLINE-CONFERENCES" PLATFORM. – 2021. – C. 147-150.
6. *Numonjonovich N.F.* Technical and Ergonomic Requirements in Creation of Pedagogical Software // PINDUS Journal Of Culture, Literature, and ELT. – Vol 2 №.2 (2022). – C. 155-156.
7. *Nurulloyev F.N.* Ways to Increase the Efficiency of Educational Methods in the Experience of Teachers 'Pedagogical Skills// European Journal of Innovation in Nonformal Education.- Vol 2 №.3 (2022).- C. 33-35.
8. *Nurulloyev F.N. Hamroyeva X.* Masofaviy ta'lim texnologiyalari - bu fan va ta'limni kengaytirishning turi va vositalari// Pedagogik mahorat. -Buxoro, 2022,- №1.-175-177.

### MATEMATIKA FANINING JAMIYATDAGI O'RNI.

#### Obloqulov U.T.

*Buxoro, O'zbekiston*

Matematikani yaxshi o'zlashtirgan o'quvchining tahliliy va mantiqiy fikrlash darajasi yuqori bo'ladi. U nafaqat misol va masalalar yechishda, balki hayotdagi turli vaziyatlarda ham tezkorlik bilan qaror qabul qilish, muhokama va muzokara olib borish, ishlarni bosqichma-bosqich bajarish qobiliyatlarini o'zida shakllantiradi. Shuningdek, matematiklarga xos fikrlash uni kelajakda amalga oshirmoqchi bo'lgan ishlar, tevarak-atrofdagi sodir bo'layotgan voqea-hodisalar rivojini bashorat qilish darajasiga olib chiqadi.

Asosiy matematik qonunlarni va zamonaviy dunyoda ulardan foydalanishni bilmasdan turib, deyarli har qanday kasbni o'rganish juda qiyin bo'ladi. Raqamlar va ular bilan operatsiyalarni nafaqat moliyachi va buxgalterlar amalga oshiradilar. Bunday ma'lumotsiz, astronom yulduzga masofani va uni kuzatish uchun eng yaxshi vaqtni aniqlay olmaydi, molekulyar biolog esa gen mutatsiyasiga qanday munosabatda bo'lishni tushunmaydi. Muhandis ishlaydigan signal yoki video kuzatuv tizimini loyihalashtirmaydi va dasturchi operatsion tizimga yondashuv topmaydi. Ushbu va boshqa kasblarning ko'pi matematikasiz mavjud emas. Bizning hayotimizdagi matematika nafaqat kasbni egallash va olingan bilimlarni hayotga tatbiq etish jarayonida mavjud. Bu yoki boshqa usul bilan, biz deyarli har bir daqiqada fan malikasini ishlatamiz. Shuning uchun matematikaga etarlicha erta o'qitish boshlanadi. Oddiy va murakkab vazifalarni hal qilishda bola shunchaki qo'shishni, tushirishni va ko'paytirishni o'rganmaydi. U asta-sekin, asoslardan zamonaviy dunyoning tuzilishini tushunadi. Va bu texnik taraqqiyot yoki do'konda o'zgarishlarni tekshirish qobiliyati haqida emas. Matematika fikrlashning ba'zi xususiyatlarini shakllantiradi va dunyoga bo'lgan munosabatga ta'sir qiladi. Matematika bolalarning rivojlanishi uchun zarurdir. Bolaning ongini rivojlantirishi bilan bir qatorda, maktab bosqichida oqilona fikrlash va intellektual rivojlanish uchun zamin yaratadi. Mantiqni shakllantiradigan matematika turli tushunchalarni taqqoslash, ularni oqilona va tushunish uchun imkon beradigan ongimizni mashq qiladi. Matematika shunchaki formulalar va hisob-kitoblar emas, bu ularning qoidalari va funksiyalaridan kelib chiqadigan mantiq va tartibdir! Matematik bilim odamga to'g'ri fikr yuritishga, fikrlarini shakllantirishga, boshida murakkab ketma-ketlikni saqlashga va ular o'rtasida munosabatlarni qurishga imkon beradi. Ko'pgina gumanitar fanlar matematikaga kerak emas deb o'ylashadi va matematik fikrlash aniq fanlarga aloqasi bo'lmagan har qanday kasbda yordam berishini unutishadi. Uzoqqa borishingiz shart emas, advokatlarini eslang: ular sudda himoya qilishadi, shaxmatchilar singari,

o'ta murakkab va favqulodda qarorlar chiqarishadi, qonunchilik bazasi va harakatlarning mantiqiy tartibidan foydalanadilar. Maxsus matematik kursni o'rganish mantiqqa to'g'ri kelmaydi. Kerakli asosiy bilimlarni olish uchun maktab va boshlang'ich universitet ma'lumotlari etarli bo'lib, unda umumiy ta'lim fanlari ham texnik, ham gumanitar fanlar uchun majburiydir. Ko'p yo'nalishli mavzularni o'rganish inson bilimlarini uyg'un ravishda to'ldiradi, bu nafaqat kelajakdagi kasbda, balki kundalik hayotda ham foydali bo'ladi.

## **OLIV O'QUV YURTLARIDA PYTHON DASTURLASH TILINI O'QITISHNING MAZMUNI HAQIDA**

**Otaxanov N.A.**

*Namangan davlat universiteti, Namangan, O'zbekiston*

Python tili misolida juda katta va boy imkoniyatlariga ega bo'lgani uchun, uning asosiy tashkil etuvchilari bo'lgan dasturlash tuzilmalari, funktsiya, modul, usul, obyekt, sinf kabi tushunchalarini birdaniga talabalarga o'rgatish ancha mushkul masala hisoblanadi. Vaholangki, bu tushunchalar talabalar ehallaydigan bilim, malaka va ko'nikmalari birgalikda raqamlashgan jamiyat ishtirokchilarining kasbiy faoliyatga tayyorlik darajasini belgilashda asosiy mezon bo'lib xizmat qiladi.

O'rta umumta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari bitiruvchilar tomonidan "informatika va axborot texnologiyalari" fani bo'yicha tegishli davlat ta'lim standartlarida belgilangan ko'nikma va malakalarni chuqurlashtirish jarayoni ta'lim izchilligiga binoan oliy o'quv yurtlarda yuqoriroq bosqich, mazmun va shakllarda davom etadi.

Dasturlash tillarini o'qitish oliy o'quv yurtlarida, bakalavr yo'nalishlarining o'ziga hos hususiyatlaridan kelib chiqqan holda, turli fanlar doirasida davom ettiriladi. Tegishli bakalavriyatlarni o'quv reja va fan dasturlariga ko'ra dasturlash tillarini "Raqamli va axborot texnologiyalari" fani doirasida o'qitish (masalan, biologiya yo'nalishida -3, iqtisodiyot uchun 4 semestr) belgilangan.

Biz katta hajmdagi axborotlarni hamda tajriba natijalarini qayta ishlash bilan bog'liq bakalavr yo'nalishlarida raqamli va axborot texnologiyalari fani ahamiyatini e'tiborga olib, quyidagi takliflarni ilgari suramiz:

- fan uchun ajratilgan o'quv soatlari hajmini 300 soatgacha (60 ma'ruza+90 amaliy+150 mustaqil) ko'paytirish lozim;

- o'quv mashg'ulotlarini iloji boricha I va II semestrlarga o'tkazish;

- fan dasturini zudlik bilan qayta ko'rib chiqish va predmetga yo'naltirilgan Python dasturlash tiliga moslashtirish;

- fan dasturini uzog'i bilan har uch yilda dasturlash tillari sohasidagi dunyodagi ilg'or tajribalar asosida qayta ishlab chiqish;

- Word, Excell va boshqa axborot texnologiyalari, shuningdek internet bilan ishlash bo'yicha o'quv materiallarini mustaqil ta'lim shaklida tashkil qilish.

Chet ellarda muayyan yo'nalishlar uchun tavsiy qilingan o'quv adabiyotlar ustida olib borgan shaxsiy tahlillarimiz barcha yo'nalishlar uchun tegishli fan (masalan, algoritmlash asoslari va dasturlash, raqamli va axborot texnologiyalari v.b.) dasturida Python dasturlash tilinig quyidagi tayanch tuzilma hamda modullarini fan dasturiga kiritish maqsadga muvofiq bo'ladi degan hulosaga keldik:

1. Python dasturlash tili haqida boshlang'ich tushunchalar: alifbosi; o'zgaruvchi va o'zgarmaslar; arifmetik amallarni yozish qoidalari; ma'lumot tiplari va ularni bir turdan boshqasiga o'tkazish; ma'lumotlarni kiritish va chiqarish buyruqlari va ularni amalda qo'llash usullari.

2. Tarmoqlanuvchi va takrorlanuvchan jarayonlarni tashkil qilish usullari.

3. Ro'yhat, lug'at va to'plamlarni tashkil qilish va ular ustida amallar bajarish.

4. Fayllarni yaratish, ma'lumot yozish, o'qish va qayta ishlash.

5. Yangi funktsiya, lambda funktsiya va dekoratorlarni e'lon qilish va amalda qo'llash. Modullar.

6. Sinf va obyektlarni e'lon qilish va ulardan amalda foydalanish.

7. Pythonning ichki va tashqi modullari: matplotlib, keras, PyTorch, ScyPy, itertools, time, datetime va calendar.

Bu mavzular bo'yicha o'quv materiallarini mutahassislik xarakteridan kelib chiqqan holda tanlash lozim. Aks holda mavzu talabalar uchun tushunarsiz va zerikarli bo'ladi va fanni o'rganishga bo'lgan ishtiyoqning so'nishiga olib keladi.

### **ADABIYOTLAR**

1. *Ken Youens-Clark*. Mastering Python for Bioinformatics. -USA:O'Reilly Media, 2021. – 402 p.

2. *Yves Hilpisch*. Python for Finance. -USA, O'Reilly Media, 2016. -605 p.

# VIRTUAL LABORATORIYA MASHG'ULOTLARNI BAJARISHDA ELECTRONICS WORKBENCH MULTISIM DASTURIY KOMPLEKSIDAN FOYDALANISHNING AFZALLIKLARI

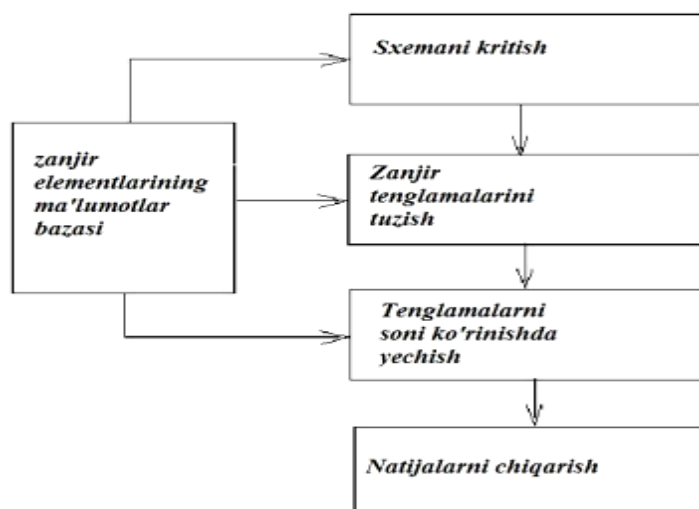
**Primova G.G'.**

*Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O'zbekiston*

Amaliy mashg'ulotlarning samaradorligini oshirish maqsadida virtual laboratoriya, jarayonlar imitatsiyasi, avtomatlashtirilgan o'qitish va nazorat qilish tizimlarining dasturiy ta'minotini yaratish muhim ahamiyat kasb etadi. Kompyuterli o'qitishning afzalliklari juda ko'p: talabalarda ma'lum malakalarni shakllantirish vaqti qisqaradi; mashq qilinadigan topshiriqlar soni oshadi; talabalarining ishlash sur'ati jadallashadi; kompyuter tomonidan faol boshqarishni talab qilinishi natijasida talaba ta'lim sub'ektiga aylanadi; talabalar kuzatishi, mushohada qilishi qiyin bo'lgan jarayonlarni modellashtirish va bevosita namoyish qilish imkoniyati hosil bo'ladi; kompyuter bilan muloqot didaktik o'yin xarakterini oladi va bu bilan talabalarda o'quv faoliyatiga motivatsiya kuchayadi va hokazo[1].

Hozirgi vaqtda jahonda ko'plab kompyuterda modellashtirish dasturlari qo'llanilmoqda. Ular ichida o'quv yurtlarida eng ko'p qo'llaniladigan dasturlardan biri Interactive Image Technologies firmasining Electronics Workbench Multisim dasturidir. Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Samarqand filialda ixtisoslik fanlari blokidagi "Elektronika va sxemalar 2" fanidan laboratoriya mashg'ulotlarini o'qitishda ham aynan shu dasturdan foydalanib kelinmoqda. Kompyuterda modellashtirish dasturining tarkibiy sxemasi 1-rasmda keltirilgan.

Dastur zanjir elementlarining ma'lumotlar bazasi ko'plab elementlar -rezistorlar, kondensatorlar, g'altaklar, diodlar, tranzistorlar, mikrosxemalar va boshqa elementar to'g'risidagi ma'lumotlarni o'z ichiga olgan. Ma'lumotlar bazasidagi har bir element o'zining ekvivalent sxemasi va parametrlarining tavsifiga ega. Qurilmaning sxemasini kiritish uchun ma'lumotlar bazasidan kerakli elementlar olinadi (chaqiriladi). Ekranda elementning shartli belgisi, nomi (turi) va asosiy parametrlari hosil bo'ladi. Elementlar bir-biriga simlar bilan ulanadi. Modellashtirish dasturida sxemaning ichki tavsifi hosil qilinadi[2].



1-rasm. Kompyuterda modellashtirish dasturining tarkibiy sxemasi.

Zamonaviy elektr va elektron qurilmalarni loyihalash va ishlab chiqish katta aniqlik va chuqur tahlilni talab qiladi. Bundan tashqari, bajariladigan ishlarining katta hajmga egaligi va murakkabliligi sababli kompyuter texnologiyalaridan foydalanilish samaradorlikni oshiradi. Electronics Workbench Multisim dasturiy kompleksi elektr zanjirlarni dasturiy loyihalash va imitatsiya qilish vositalaridan biri bo'lib hisoblanadi. U elektr zanjirlarni va elektron qurilmalarni loyihalovchi korxonalarda va oliy o'quv yurtlarida qo'llanilishi mumkin. Dastur bilan ishlash kompyuter texnikasi bo'yicha chuqur bilimlarni talab qilmaydi. Dasturning interfeysini bir necha soat davomida o'zlashtirib olish mumkin. Bunday imkoniyatlar o'z navbatida, talabalarining mazkur fan bo'yicha bilimlarini chuqur o'zlashtirishlarining asosiy omili bo'lib, ta'lim-tarbiya sifati va samaradorligini oshiradi.

## ADABIYOTLAR.

1. Якимова, Л. Г. Применение интерактивной модели виртуальной лаборатории в учебном процессе вузов МЧС России: автореф. дис. ... канд.пед. наук / Л. Г. Якимова. – СПб., 2012.
2. Marc E. Herniter. Электронное моделирование в Multisim. - М.: ДМК - Пресс, 2009.

## O'QITISH JARAYONIDA ELEKTRON TA'LIMDA VOSITALARIDAN FOYDALANISHDAGI IMKONIYATLAR

Ramazonov X.S.

*Nizomiy nomidagi TDPU, Toshkent, O'zbekiston*

O'quv jarayonida axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish nafaqat ta'lim jarayoni samaradorligini sezilarli darajada oshiradi, balki, talabalarni bilimlarini hisobga olish va baholashda, qiyin vazifalarni hal qilishda, har bir ta'lim oluvchiga yakka tartibda yordam berishini ta'minlashda, yangi kurslarni yaratish va o'zlashtirishni osonlashtirishda, professor-o'qituvchilarga katta imkoniyatlar yaratadi.

Ma'lumki, ta'lim jarayonlari amaliyotida o'qitishning to'rtta asosiy metodidan foydalaniladi. Bular: *tushuntirish-illyustratsiyalash; reproduktiv; muammoli; tadqiqotchilik metodlaridir.*

Ayniqsa, bu metodlardan **tadqiqotchilik metodidan** foydalanilganda ta'lim faol tadqiqot, kashfiyot va o'yin natijasi sanaladi. Buning natijasida, odatda, yuqorida ta'kidlab o'tilgan metodlardan foydalanilganidan ko'ra muvaffaqiyatliroq bo'ladi, chunki unda axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanilgan holda katta yutuqlarga erishish mumkin. Pedagog-kadrlar bu metodni qo'llash uchun albatta, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari sohasida etarli darajadagi bilim, malakaga ega bo'lishlari zarur.

Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari so'z, raqam, tasvir, tovush va boshqa ko'rinishlarda beriladigan axborotni qayta ishlash uchun keng imkoniyatli vosita sanaladi. Ularning vosita sifatidagi asosiy xususiyati axborot olish va qayta ishlash bilan bog'liq turli xil amallarni bajarish uchun mavjudligidir.

O'quv jarayonida axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish ta'limni faollashtirish uchun printsipliy yangi imkoniyatlarni taqdim qiladi. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari auditoriya va mustaqil ta'lim mashg'ulotlarni yanada qiziqarli, dinamik va ishonchli, o'rganiladigan axborotning katta oqimini oson o'zlashtirish imkonini beradi.

Shuningdek, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari vositasidan foydalanish ta'lim jarayonini yanada faollashtirish, unga tadqiqotchilik va izlanuvchanlik xarakterini bag'ishlash imkonini yaratadi. Darsliklar, televidenie va kinofilmlardan farqli o'laroq, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari ta'lim oluvchining hatti-harakatiga zudlik bilan javob berish, turli toifadagi ta'lim oluvchilar uchun materialni takrorlash, tushuntirish, puxtaroq tayyorgarlikka ega bo'lgan ta'lim oluvchilar uchun yanada murakkab va o'ta murakkab materialga o'tish imkoniyatini ta'minlaydi. Bunda individual sur'atlarda o'qitish oson va tabiiy tarzda amalga oshiriladi.

Ta'kidlab o'tish joizki, o'quv jarayonida yangi texnologiyalarning joriy etilishi, professor-o'qituvchini texnikaviy vositalar tomonidan siqib chiqarishga emas, balki uning zamonaviy ta'lim tizimida vazifalari va rolini o'zgartiradi.

Axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanib, ta'lim jarayonida darslarni tashkil etishi uchun, avvalambor, professor-o'qituvchilarga kerakli shart-sharoitlar, texnik va dasturiy vositalar ya'ni **axborot resurslari va maxsus dasturiy ta'minotlarni** mavjud bo'lishi lozim.

Ta'kidlash joizki, aniq jarayonlarni aks ettiruvchi tasvirlar, katta elektron ekranda ko'rsatib tushunchalar berilsa, talabaniq bilim va malakalari yanada boyitiladi, shuningdek darsga bo'lgan qiziqishlari yanada ortadi.

Professor-o'qituvchi o'quv mashg'ulotlarini axborot-kommunikatsiya vositalaridan foydalangan holda tashkillashtirganda quyidagi yutuqlarga erishadi:

- talabalarda mustaqil ishlash, o'z-o'zini tarbiyalash, o'z-o'zini o'qitish, o'z faolligini oshirish, o'zi mustaqil qaror qabul qilish ko'nikmalarini shakllantiradi;
- talabalarni nazariy-ijodiy va modulli-refleksli fikrlashlariga ta'sir ko'rsatadi, negaki o'quv axborotlarini kompyuterda vizuallashtirish tasavvur etishni shakllanishiga ta'sir ko'rsatadi, obrazli fikrlashda markaziy o'rin egallashi, obrazli tasavvurlash yoki boshqa xil namoyon bo'lishlar va talabaniq xotiraga olish jarayoni o'quv materialini qabul qilishni osonlashtiradi va rivojlantiradi.

Hozirgi kunda "innovatsiyani" ta'lim jarayoniga kirib kelishining asosiy maqsadi o'quv jarayonini zamon talabiga mos ravishda yuksalishga qaratilganligidir.

Xulosa qilib aytganda, o'quv jarayonini innovatsion texnologiyalar yordamida ya'ni zamon talabi darajasida tashkillashtirish esa, ko'p jihatdan ta'lim muassasalarida faoliyat yuritayotgan professor-o'qituvchiga bog'liqdir. Shu ma'nodaki, har bir professor-o'qituvchi o'zining ta'lim berayotgan soha yo'nalishida yangi pedagogik va axborot texnologiyalarni ajratib olmog'i hamda uni o'quv jarayoniga tatbiq eta bilmog'i, ilg'or o'qitish vositalaridan, interaktiv doskalardan, prezentatsiyalardan, interaktiv o'quv majmualardan va hokazolardan foydalanishni bilishi, ularni ta'lim jarayonida faol qo'llay olishi kerakligini bildiradi.

## ADABIYOTLAR

1. *Begimqulov U.Sh.* va boshqalar. Pedagogik ta'limni axborotlashtirish: nazariya va amaliyot. Toshkent.: Fan, 2011. -177 b.
2. *Azizxo'jaeva N.N.* Pedagogik texnologiyalar va pedagogik mahorat. Toshkent: O'zbekiston Yozuvchilar uyushmasi Adabiyot jamg'armasi nashriyoti. 2006 y. -116 b.

### TA'LIM SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA DIDAKTIK DASTURIY O'YIN VOSITALARIDAN FOYDALANISH

**Rustamov H.Sh., Qurbonov S.B., Akramov O. I.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Zamonaviy didaktik dasturiy o'yin vositalari nafaqat o'quvchilar o'rtasida, balki talabalar va kattalar orasida ham ommabop hisoblanadi. Didaktik dasturiy vositalari nafaqat ko'ngil ochish, dam olish yoki g'alaba hissini his etishni, balki yangi bilim va ko'nikmalarga ega bo'lish imkoniyatini ham beradi. Didaktik dasturiy o'yinlar foydalanuvchining algoritmik savodxonligini, mantiqiy fikrlashini va matematik tafakkurini rivojlantirishga yordam beradi.

Didaktik dasturiy o'yin vositasi o'quvchining asosiy faoliyati sifatida belgilanishi bilan birga, o'yin instinktlariga asoslangan tug'ma faoliyat bo'lib, o'quvchini biologik rivojlantirish maqsadga muvofiqdir.

Chex pedagogi Veronika Stoffovanning ta'kidlashicha, "Bolalarning didaktik dasturiy o'yinlari ularning ijtimoiylashuvining tabiiy qismi bo'lib, didaktik o'yinlar maktab yoshidagi bolalarga o'qishning yaxshi natijalarini egallashlariga imkoniyat yaratib beradi"[2]. Didaktik dasturiy o'yinlar o'quvchilarning bilish faoliyatini, psixik funktsiyalarini hamda qobiliyat va ko'nikmalarni rivojlantiradi.

Haqiqatdan ham, maktabgacha yoshdagi bolalarga o'yin o'ziga xos mavqega ega bo'lib, ushbu yoshdagi bolalarning asosiy faoliyati kognitiv, amaliy, hissiy, motivatsion, ijodiy, xayoliy, ijtimoiy, dam olish, diagnostik va boshqa turdagi didaktik o'yinlarning mavjudligi e'tirof qilinadi [3].

Didaktik dasturiy o'yinlar- didaktik maqsadlarga qaratilgan ta'lim vositasi bo'lib, bir qator qoidalarga ega va doimiy boshqaruvni hamda yakuniy baholashni talab qiladi. Didaktik yoki ko'pincha o'quv o'yinlari deb nomlanadigan dasturlar innovatsion va zamonaviy o'quv vositalari toifasiga kiritiladi. Didaktik o'yinlardan darslarni tushuntirish va tasdiqlashda, shuningdek darslarga hayajon qo'shishda va o'quvchilarni rag'batlantirishda foydalanish mumkin[1]. Ularni darsdan keyin ham (maktab klublarida, bo'sh vaqtlarda va hokazo) yoki uyda o'qish, mashq qilish yoki yangi bilimlarni mustahkamlash, uy vazifalarini bajarish yoki darslarini tayyorlash uchun ishlatish mumkin. Ular o'quvchilarni faollashtirishi, diqqatini jalb qilishi, qiziqishini uzoq vaqt saqlab turishi va ularni yanada yaxshi ishlashga undashi bilan birga ularda o'tilgan mavzularni muntazam ravishda o'zlashtirib borishda mas'uliyat hissini shakllantirishga "majbur" qiladi. Didaktik dasturiy o'yin vositalari o'quvchining yoshiga mos bo'lishi va tarbiyaviy jihatlarni o'zida mujassamlashtirganligi bilan ajralib turishi lozim. Ko'pgina hollarda didaktik dasturiy o'yinning qiymati ko'pincha kashf etilishi, ishlatilishiga va mantiqiy jihatiga bog'liq. Hatto ko'plab "klassik" dasturiy vositalar ham didaktik asosga ega va ko'pincha o'yin jarayonida yaxshilanadigan ko'plab ko'nikmalar uyg'unligiga asoslanadi. Bu nafaqat qoidalarga rioya qilish, balki strategik, kombinatorial, mantiqiy va algoritmik fikrlashga asoslangan g'olib strategiyani qidirish masalasi hisoblanadi.

Shuning uchun didaktik dasturiy o'yinlar nafaqat ma'lum intizom va farosatni talab qiladi, balki o'quvchi(geymer) ning strategik, kombinatorial, mantiqiy va algoritmik fikrlashlarini rivojlantirishni qo'llab-quvvatlaydi. Didaktik dasturiy o'yinning maqsadi ma'lum ko'nikmalarni mashq qilish bo'lishi mumkin - aqliy yoki jismoniy yoki har ikkalasining kombinatsiyasi [2]. Didaktik dasturiy o'yin davomida yuzaga keladigan muammoli vaziyatlarni hal qilish, shuningdek, o'yinchilarni kundalik hayotdagi haqiqiy muammolarni tezkor hal qilishga tayyorlaydi, shu bilan birga ularga qiyin vaziyatlarni yengishga imkon beradi.

Didaktik dasturiy o'yinlarni tabiatiga va mazmuniga qarab quyidagi toifalarga ajratish mumkin.

Yo'naltirilgan didaktik dasturiy o'yinlar - ushbu toifada o'yin didaktik maqsad bilan muammoni hal qilish jarayoni; ya'ni muammoni hal qilish uchun bolaga ma'lum bilim va ko'nikmalar kerak, shu bilan birga o'quvchining qaysidir ko'nikmalarini aniqlashi mumkin. Odatda muammoning algoritmik yechimi, g'alaba qozonish strategiyasi yoki g'alaba ehtimolini oshiradigan strategiya mavjudligidir.

O'yin va raqobat muhiti shakllantiruvchi didaktik dasturiy o'yinlar - didaktik o'yin o'zi faqat o'quv jarayonini amalga oshirish uchun o'ynoqi, quvnoq va raqobat muhitini yaratadi.

Shuningdek, PEXESO (o'yin konsentratsiyasi uchun chexiya ekvivalenti) turli xil mavzuiy birliklar uchun oddiygina yaratilishi mumkin - undan til ta'limi bo'yicha lug'atni kengaytirish, mavzularni asosiy atamalarini o'rganish va hokazolar uchun foydalanish mumkin. SCRABBLE, didaktik krossvordlar va yoshlar orasida mashhur bo'lgan ko'plab boshqa o'yinlar ham ushbu toifaga kiritilishi mumkin[3].

Shunday ekan, dars jarayonida didaktik dasturiy o'yin dasturlaridan foydalanilsa, o'quvchilarni fanga bo'lgan qiziqishini, dars samaradorligini va natijaviyligini hamda beixtiyor o'quvchilarni muntazam ravishda dars materiallarini o'rganib borishlariga jalb qilgan bo'lamiz.

#### ADABIYOTLAR

1. *Rustamov H.Sh.* Matematikani o'qitishda didaktik–dasturiy va multimediali interfaol majmualardan foydalanish, Fizika-matematika va informatika jurnali, 2019, №5, 86-91
2. *Stoffova V.* Using mathematics education game based ICT: why children like to play game? Journal of Physics: Conference Series, 2018, №9, 113-116
3. *Bright, G. – Harvey, J. – Wheeler, M.* (1985): Learning and mathematical games. The National Council of Teachers of Mathematics. Reston.

### UMUMTA'LIM MAKTABLARDA INFORMATIKA FANINI O'QITISH JARAYONINI TASHKIL ETISH HAMDA SAMARADORLIGINI OSHIRIRSH.

**Samatboyeva M.B.**

*Guliston davlat universiteti, Sirdayo, O'zbekiston*

Hozirgi kunda yosh bo'lishiga qaramasdan jadal sura'tda rivojlanib borayotgan fanlardan biri bu informatika fanidir. Zero, informatika fanining asosiy ishchi quroli kompyuterdir. Kompyuter texnologiyalarining tez sura'tda rivojlanib borayotganini fanning bir bo'lagi, ya'ni algoritmlar misolida ko'rsak maqsadga muvofiq bo'ladi. Algoritmlar birinchi navbatda informatika fani bilan bog'liqdir.

“Informatika” yo'nalishidagi fanlarni o'qitish zaruriyati, tuzilmasi va faoliyat ko'rsatish sohalarida yuqori sur'atlar va fundamental o'zgarishlar sodir bo'layotgan hozirgi jarayonning o'ziga xos xususiyatlaridan kelib chiqadi. Jamiyatdagi bunday o'zgarishlarning ildizi axborotlar hosil qilish, ularni saqlash, uzatish va ulardan foydalanishning yangi usul va vositalariga borib taqaladi. Biz axborotlashgan davrda yashayapmiz. Doimo ortib borayotgan axborot hajmini qayta ishlash va o'z faoliyat doirasida undan unumli foydalanish zaruriyatiga duch kelayotgan jamiyat a'zolari, kasb egalari soni tobora ortib bormoqda.

Maktabgacha ta'lim, umumiy o'rta ta'lim, o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi va undan keyingi ta'lim bosqichlarini o'z ichiga olgan hamda informatika va dasturiy ta'minot bo'yicha mutaxassis bo'lmaganlarga mo'ljallangan “Informatika” fani pedagogikamiz uchun yangi bo'lgan nizom va qarashlar tizimiga asoslangan:

- “Informatika” yo'nalishidagi fanlarni o'qitish dunyoning hozirgi holati va rivojlanish istiqbollarini hisobga olgan holda ta'lim mazmunidagi o'zgarishlarni aks ettirishi kerak;

- informatika va dasturiy ta'minot bo'yicha mutaxassis bo'lmaganlarga dasturlashni o'rgatish zaruriyatidan voz kechish lozim;

- “Informatika” yo'nalishidagi fanlarni o'qitish dialektik spiral tamoyili asosida qurilishi kerak;

- ishlab chiqilayotgan o'quv kurslari mazmunining yangiligi va dolzarblik muddatini uzaytirishni axborotni qayta ishlash tamoyillariga urg'u berish asosidagina amalga oshirish mumkin;

- shaxsni o'qitish, tarbiyalash va rivojlantirish sifatlarini kafolatlashga yo'naltirilganlik;

- o'qish vaqti resurslarni o'quvchilarning tafakkurini rivojlantirish, o'quv ijodiy faoliyatini tashkil etish foydasiga qayta taqsimlash.

Ko'p yillik tajribalar “Informatika” fanidan o'quv mashg'ulotlarini tashkil etishda, o'quvchilar diqqatini jamlash, ularda malaka va ko'nikma hosil qilish maqsadida aqliy hujum, klaster, pinbord kabi usullardan foydalanish, yangi bilimlarni bayon etishda, mustahkamlashda va o'quvchilar bilimni baholashda esa elektron o'quv qo'llanmadan va interfaol usullardan foydalanish maqsadga muvofiqligini ko'rsatadi.

“Informatika” fanidan o'quv mashg'ulotlarini elektron o'quv-metodik qo'llanma, zamonaviy pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib tashkil etilgan o'quvchilarning o'zlashtirish darajasini aniqlash uchun baholash mezonlari ishlab chiqilgan. Ta'lim oluvchining bilimlarini baholashda o'quv maqsadlari va natijalarini belgilash, natijalar asosida nazorat topshiriqlari va baholash mezonlari ishlab chiqiladi. Baholash mezonlarini ishlab chiqishda o'quv fanining xususiyatidan kelib chiqqan holda mavzu, uning mazmuni, bajarilishi lozim bo'lgan faoliyat bo'yicha o'quvchilarning bilishi lozim bo'lgan bilimlarning o'ziga xos xususiyatlari hisobga olinadi.

#### ADABIYOTLAR

1. *Abduqodirov A.A., Toshtemirov D.E.* Ta'lim muassasalarida axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish metodikasi. // Monografiya. Guliston: Universitet, 2019. – 232 b.
2. *Yuldashev, U.A., Xudoyberdiev, M.Z., Axmedov, T.B.* (2021). O'quv jarayonining sifatini oshirishda zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish. //Academic research in educational sciences, 2(3), 1262-1268.

## **EDVANTAGES AND DISADVANTAGES OF USING MODERN TECHNOLOGIES IN EDUCATION**

**Sayidova N.S., Sodikova D.K.**

*Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan*

[snazokat1972@mail.ru](mailto:snazokat1972@mail.ru)

In the 21st century, an educated person is a person who is well versed in information technology. After all, now more and more people's activities depend on their awareness and ability to use information effectively.

A modern specialist of any profile in information flows should be able to receive, process and use information using computers and other means. The main role will soon be played by the system of dissemination, storage and processing of information. A technique that has made it much easier for many people is modern information technology.

Digital education creates new opportunities for learning. Opportunities for personalized learning are emerging, new models of collaboration are emerging, and the range of innovative and student-friendly learning strategies is expanding. But besides the obvious advantages of modern technologies in education, there are also disadvantages - "pitfalls" that teachers face when implementing.

### **Advantages:**

Technology allows more experimentation with pedagogy and instant feedback.

Modern technologies allow children to become more active participants in the educational process, and teachers to create new approaches, methods, models of education and upbringing.

There are many resources for organizing productive learning activities for students.

Technology helps to ensure the active involvement of students in the learning process

Technology will help the teacher to automate or simplify the performance of a number of tedious tasks.

Technology provides instant access to the right information and develops important skills in working with sources.

Knowing how to use technology is a life skill and an important type of literacy.

### **Minuses:**

Technology can distract from the learning process.

Technology can adversely affect the development of students' communication skills and social interaction.

Technology can provoke deception and avoidance of tasks.

Students do not have equal access to technological resources

The quality of sources on the Internet leaves much to be desired.

Thus, information technology in its development has reached a higher level. Information technologies based on the latest computer technology contribute to the highly efficient organization of management at an enterprise, in an educational institution; help reduce the time spent on various operations.

Summing up, we note that the importance of information technology for a modern person is very high, because now more and more different processes in a person's life occur not without the participation of information technology. And many employers today require from future potential employees - new personnel knowledge of the PC device and the ability to use the information environment.

## **SCHOOLGY PLATFORMASIDAN FOYDALANISH**

**Sayidova N.S., Jo`rayev I.I., Abdullayeva M.S., Raxmatova D.I**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O`zbekiston*

Hozirgi kunda masofaviy ta'limga e'tibor orta boshladi. Oliy ta'lim muassasalarida talabalar MOODLE yoki HEMIS platformalari orqali ta'lim olmoqdalar. Lekin maktablarda darslarni tashkil etishda va o'quvchilarni o'qitishda bir qancha muammolarga duch kelinmoqda. Bu esa o'z navbatida maktablarda ham masofaviy ta'limni rivojlantirish zarurligini bildirib qo'ydi. Masofaviy ta'lim platformalari juda xilma-xildir. Shu o'rinda masofaviy ta'limdan foydalanish bilan birgalikda uni boshqara olish ham zarur.

Learning Management Systems (LMS) – bu ta'limni boshqarish tizimi demakdir. Biz esa bugun shu tizimlardan biri bo'lgan SCHOOLGY platformasidir. Schoologyda ikkita versiya mavjud: pullik va bepul.

Schoology - 2007 yilda Jeremi Fridman, Trinidad jamoasi va Rayang Xvang Schoologyni ishlab chiqdilar. 2014 yilning noyabr oyidan buyon ro'yxatdan o'tgan 200 ta davlatdagi 60 000 ta maktabda uning foydalanuvchilari soni 7,5 millionga yetdi. 2015-yil noyabrida JMI Equity boshchiligidagi moliyalashtirish bosqichida 32 million dollar to'pladi. Xizmatning mobil versiyalari iOS va Android tizimlariga asoslangan. Schoology - bu ijtimoiy tarmoq veb-sahifalaridan biri bo'lib, fan bilimlarini ijtimoiy tarmoqlar bilan birlashtirishning qiziqarli strategiyasiga ega va ulardan foydalanishni osonlashtiradi. Maktabshunoslik bilan o'rganish muammosiga osongina erishish mumkin. Ushbu veb-sahifa darsni tushunishga yordam beradigan o'qituvchi takliflarini beradi. Sinfdagi ta'lim singari, Schoology ham o'qituvchilar va o'quvchilardan iborat. O'quvchilarga yo'l-yo'riq ko'rsatish uchun kirish kodini taqdim etish orqali o'quvchilarni kurs ilovasiga qanday kiritish mumkin.

Schoology o'qituvchilar uchun ham, ular boshqaradigan o'quvchilar uchun ham foydalanish mumkin bo'lgan va o'quv jarayonida bizga ko'p yordam beradigan juda ko'p funktsiya yoki xususiyatlarni taklif etadi.

Aloqada bo'ling, O'qituvchilar o'quvchilar tomonidan bajarilishi kerak bo'lgan barcha tadbirlarni tashkil qilishi mumkin, ham kursni kengaytiradi, ham o'quvchilarga fikr-mulohaza bildiradi.

Dars vaqtini uzaytiring, O'quvchi savollarni onlayn ko'rishi, mustaqil ravishda o'rganishi va do'stlari bilan qayerda va qachon bo'lmasin guruhlar tuzishi mumkin.

Android va iOS qurilmalaridan foydalaning, Uni mobil telefoningiz yoki noutbukingizga o'rnatish orqali bepul olishingiz mumkin. Chunki Schoology Android va iOS tizimlariga asoslangan.

Schoology ega bo'lgan xususiyatlar:

Kurslar har bir fan bo'yicha darslarni o'tkazish vositasidir. Masalan, kimyo, fizika, matematika. Guruhlar, o'quv resurslari guruhlarini yaratish uchun vositadir.

“Kurs” menyusida siz bir nechta tanlov, moslash, rost-yolg'on, to'ldirish (qisqa) va boshqalar ko'rinishida viktorinalar yoki mashq savollarini berishingiz mumkin. Bundan tashqari, bu muammolarni import qilish mumkin. Schoolgy veb-saytidagi onlayn savollarning afzalligi shundaki, biz o'quvchilar tomonidan berilgan savollarni tekshirish haqida tashvishlanishimiz shart emas.

Topshiriqlar o'quvchilar tomonidan uyda bajarilishi mumkin va o'qituvchi hatto masofadan turib ham o'quvchilar ishining natijalarini kuzatishi mumkin. Matematik muammolarni yaratish o'qituvchilar uchun osonroq bo'ladi, chunki ularning ko'pchiligi tenglamalar, panjaralar va belgilar bilan jihozlangan. Shunday qilib, uni soddalashtirishdan tashqari, uni yanada jozibali qiladi.

Schoology kamchiliklari:

U internetga asoslanganligi sababli, siz maktab o'qishiga kirishni istasangiz, sizga internet kerak bo'ladi, chunki oflayn kirish hali mavjud emas. Faqat inglizcha versiyasi mavjud. Mobil telefon orqali kirishda mavjud kontent to'liq emas.

Schoology xizmati yordamida hal qilinadigan vazifalar:

- kontentni ishlab chiqish va tahrirlash;
- o'quv materiallarini boshqarish;
- sinflar (guruhlar) yaratish;
- davomatni nazorat qilish;
- samaradorlik va mahsuldorlikni baholash;
- mashg'ulotlarni yuqori samaradorlik bilan o'tkazish imkoniyatini beruvchi vositalarning keng bazasi.

Ta'lim boshqaruvilari: Kurs muharriri, Guruh boshqaruvi, Hisobotlar

Ta'lim platformalari: Ishtirokchilar statistikasi, Gamifikatsiya vositalari, Kurs yasovchisidan iborat.

## **UCH O'LCHOVLI MODELLASHTIRISH DASTURLARI VA ULARNING QO'LLANILISHI**

**Sariyev R.B., Saidova N.**

*Buxoro muhandislik texnologiya instituti, Buxoro, O'zbekiston*

Hozirgi kunda hech bir sohani axborot texnologiyalarisiz tasavvur qilib bo'lmaydi. Katta tezlikda inson hayotiga kirib kelayotgan yangidan yangi texnologiyalar har sohani mukammallashtirilishida asos bo'lib xizmat qilmoqda. Texnologiyalarni ishlash jarayonini amalga oshiruvchilar esa — dasturlar hisoblanadi yoki amaliy dasturlar paketlari deb nom olgan. Bular ichida uch o'lehovli amaliy dasturlar paketlari alohida o'rin egallaydi. Quyida uch o'lehovli amaliy dasturlarning bir qator sohalarda qo'llanilishini ko'rib chiqamiz.

**Uch o'lehovli amaliy dasturlarning kinosanoatida qo'llanilishi.** Kinosanoatida birinchilardan



bo'lib uch o'lchovli grafika 1980 yillarda rejissyor Stiven Lisberg tomonidan qo'llanilgan. U "Tron" deb nomlangan filmni suratga olish asnosida bir dasturchining kompyuter o'yinlari ichiga tushib qolishini ochib bergan. Film uchun kartondan dekoratsiyalar yaratish rejissyorga aqlga sig'maydigan ishdek tuyulgandi. Ammo, u bosh qahramonni kompyuterni ichida suratga olishi lozim edi. Kompyuterni ichini dekoratsiyasini yaratishni esa dunyodagi eng yaxshi multfilmlar ishlab chiqaruvchi kompaniya — Walt Disney o'z zimmasiga oldi. Kompyuter grafikasi yordamida yorqin kartinalar, real bo'lmagan harakatlanish vositalari yaratildi.

**Arxitektura sohasida uch o'lchovli grafikaning qo'llanilishi.** Yillar mobaynida arxitektura sohasida faoliyat ko'rsatuvchilar A3 va A2 formatlardagi qog'ozlarda o'z loyihalarini tasvirlab kelgan. Dasturiy mahsulotlarning rivojlanib borishi har bir soha vakillariga yengillik yaratgani kabi arxitektura soha vakillariga ham shunday yengillikni taqdim etdi. Arxitektorlar, dizaynerlar uchun mo'ljallangan AutoCAD, 3D Studio MAX paketlari turli murakkablikdagi loyihalarni ifodalashda o'z hissasini qo'shib kelmoqda.

AutoCAD dasturi ushbu soha vakillariga mukammal yechim bo'lganligini binoning loyihasi bilan tortib, uni ichki intererini bezatishgacha bo'lgan ishlarni bitta tizimda amalga oshirilishida ekanligi bilan isbotlashimiz mumkin.

#### **Uch o'lchovli grafikani tibbiyotda qo'llanilishi.**

Uch o'lchovli grafikaning qo'llanish sohasidan yana bir bu tibbiyot sohasi hisoblanadi. Tibbiyotda uch o'lchovli grafika tana a'zolarini modelini hosil qilishda va tibbiyotga oid videoroliklar yaratishda qo'llanilib kelinmoqda. Qolaversa, tibbiyot institutit talabalarini o'qitishda ham kompyuter grafikasining bu turidan keng foydalanish mumkin.

Uch o'lchovli grafika tibbiyotning yana bir yo'nalishida o'z o'rniga ega bo'ldi. Dunyoning yetakchi tibbiyot klinikalarida so'ngi vaqtlarda jarrohlik jarayonlarini oldindan demostratsiya qilish amalga oshirilmoqda. Bu esa jarrohlik jarayonida yo'l qo'yilishi mumkin bo'lgan xatolarni oldini olishi mumkin.

#### **Uch o'lchovli grafikani ta'limda qo'llanilishi.**

Axborot texnologiyalarini oliy ta'limning o'quv jarayoniga tadbiiq etishning eng qulay usullaridan biri bu amaliy dasturlar paketi hisoblanadi. Amaliy dasturlar paketi talabalarning ilmiy bilimlarni o'zlashtirishida yuqori samaradorlikni ta'minlab beradi. Qolaversa, amaliy dasturlar paketiga ilmiy bilimlarning element sifatida qarash mumkin va talabalar qancha ko'p amaliy dasturlar paketidan foydalanishni o'zlashtirsa, ularning mehnat bozoridagi o'rni shunchalik mustahkam bo'ladi[1].

Pedagogika oliy ta'lim muassasalarida informatika va axborot texnologiyalariga taa'lluqli bo'lgan mutaxassisliklarning fanlari tarkibida uch o'lchovli modellashtirish, multimedia tizimlari kabi fanlar mavjud bo'lib, talabalarga bilim berishda AutoDesk 3DMax, Maya singari amaliy dasturlar paketidan foydalanib kelinmoqda. Vizual effektlar hosil qilish va videoroliklar yaratishda AutoDesk 3DMax amaliy dasturlar paketining ahamiyati juda muhim.

### **ADABIYOTLAR**

1.S.R.Bobomuradovich, Integration of education, science and production as a basis of an innovative educational process, European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 2020 8/12.

### **LMS TIZIMLARI VA ULARNING O'QUV JARAYONIDA QO'LLANILISHI**

**Sariyev R.B., Axmedova Z.**

*Buxoro muhandislik texnologiya instituti, Buxoro, O'zbekiston*

Hamмамizga ma'lumki, har bir universitet yoki ta'lim muassasi o'z ta'lim jarayonini boshqarish uchun zamonaviy texnologiyalardan kelib chiqqan holda, o'zining virtual axborot ta'lim muhitini yaratishga harakat qiladi. Hozirgi vaqtga kelib, virtual axborot ta'lim muhitini yaratishning hojati qolmagan, chunki Web muhitiga moslashgan har hil turdagi dasturiy majmualar jonkuyar dasturchi va ta'lim sohasida ishlab kelayotgan xodimlarning hamkorlikda ishlashlari shuningdek, ta'limga yo'naltirilgan fondlar tomonidan qo'llab quvvatlanishi natijasida, erkin va ochiq kodli dasturiy ta'minotlar yaratilgan[1].

Masofaviy ta'lim jarayonini amalga oshirishda qo'yida ko'rsatilgan bosqichlar asosida amalga oshirish mumkin:

- 1-bosqich: Tahlil;
- 2-bosqich: Loyihalashtirish;
- 3-bosqich: Joriy qilish;
- 4-bosqich: O'quv kontentlarini yaratish;
- 5-bosqich: Ishga tushirish;
- 6-bosqich: Rivojlantirish.

Elektron ta'limi – axborot-kommunikatsiya texnologiyalari asosidagi ta'limning turli ko'rinishlarini anglatuvchi keng tushunchadir. Elektron ta'limni tashkillashtirishning ko'pgina manbalari orasidan quyidagilarni ko'rsatish mumkin:

Mualliflik dasturiy mahsulotlari (Authoring tools);

Virtual ta'lim jarayonini boshqaruvchi tizimlar LMS (Learning Management Systems);

Ichki kontentni boshqaruv tizimlari CMS (Content Management Systems).

Qo'yida maosafaviy ta'lim jarayonini tashkillashtirish imkoniyatini beruvchi erkin va ochiq kodli LMS dasturiy majmualarning nomlari va ularning asosiy imkoniyatlari bo'yicha ma'lumotlarni bayon qilamiz.

Atutor – Ochiq kodli ta'lim jarayonini boshqaruvchi LMS tizimi hisoblanadi. Tizimda mavjud o'qitish modullari: Forums, Materials, Messenger, Chat, Exercises, Group work, Student tracking va boshqa modullari mavjud. Tizim bir nechta standartlarni qo'llab quvvatlaganligi sababli, internet orqali jismoniy nuqsonga ega bo'lgan o'quvchi-talabalar tizim orqali o'quv resurslardan foydalanishlari mumkin. Xususan ko'zi ojiz talabalar maxsus veb ilovalar orqali tizimga bog'langan holda o'quv kontentdagi so'zlarni audio formatda utkazgan holda tinglashi mumkin.

Moodle – Web muhitida o'qitish va on-line rejimdagi darslarni tashkil qiluvchi kuchli pedagogik dasturiy majmua hisoblanadi. Tizimda mavjud o'qitish modullari: Forums, Materials, Messenger, Chat, Exercises, Group work, Student tracking va ancha ko'p bo'lgan boshqa modullari mavjud. Boshqa LMS lar singari IMS, SCORM va boshqa standartlarni qo'llab quvvatlaydi. Tahlillar shuni ko'rsatadiki, boshqa LMS tizimlarga qaraganda eng ko'p qo'shimcha plugin va modullari mavjud bo'lgan dasturiy majmua aynan, Moodle dasturiy majmuasi hisoblanadi[2].

#### ADABIYOTLAR

1. *Sariyev R.B.*, Integrative essence of technologies innovative educational process, International Engineering Journal For Research & Development, 8/2020.

2. *Sodikova F.C., Sapuev P.B.*, Обучение с Moodle в высшем образовании, Молодой ученый, 19/ 2019.

### TA'LIM MUASSASALARIDA BULUTLI HISOBLASHLARDAN SAMARALI FOYDALANISH

**Sodiqova F.S.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Bulutli hisoblash dinamik miqyoslilikgi va virtuallashtirilgan resurslardan Internet orqali xizmat sifatida foydalanish tufayli ko'plab tashkilotlar uchun mavjud texnologiyaga aylanmoqda. Hozirgi kunda "bulutli hisoblash" atamasi axborot texnologiyalari (IT) dunyosida muhim atama hisoblanadi. Bulutli hisoblash - yaxshi miqyosda va foydalanuvchilar o'rtasida taqsimlanishi mumkin bo'lgan virtuallashtirilgan resurslardan foydalanadigan hisoblash turi. Bulut o'z foydalanuvchilariga hisoblash va saqlash resurslarini taqdim etadi.

Hozirgi jamiyatda bulutli texnologiyalar asosida juda ko'p odamlar ta'lim olmoqda. So'nggi bir necha yil ichida "bulutli hisoblash" haqida ko'proq muhokama qilinmoqda. Bu foydalanuvchiga yo'naltirilgan va noutbuklar, planshetlar va smartfonlar kabi turli xil mobil qurilmalardan foydalanishning ko'payishi bilan bog'liq bo'lgan IT-industriyasi rivojlanishining nisbatan yangi tendentsiyasidir.

Bulutli xizmatlar va ilovalardan foydalangan holda, talabalar va o'qituvchilar o'zlarining harakatchanligini oshirishlari mumkin, chunki ularning o'quv resurslari va muhim ilovalariga noutbuklar va Internetga ulangan qurilmalar orqali kirish mumkin. Masalan, darslar maktab/fakultetdan tashqarida o'tkazilishi yoki talabalar turli joylarda topshiriqlarni bajarishlari mumkin.

Ta'limda bulutli texnologiyalardan foydalanishga misol tariqasida, talabalar va o'qituvchilar uchun shaxsiy hisoblar, elektron kundaliklar va jurnallar, interaktiv qabul xonasi, o'quvchilar ma'lumot almashadigan tematik forumlar va boshqalarni nomlash mumkin. Bu, shuningdek, talabalar o'qituvchining yo'qligida yoki uning rahbarligida ham muayyan ta'lim muammolarini hal qilishlari mumkin bo'lgan ma'lumot qidirishdir.

Eng mashhur bulutli provayderlar: Amazon, TheRackspace, Google, Microsoft, Joyent, GoGrid, Terremark, Savvis, Verizon, NewServers bilan birgalikda hosting. Bu qo'llanma Google -ning ba'zi bulutli xizmatlari bilan ishlashni batafsil qamrab oladi: hujjatlar, Picasa, Blogger.

O'quv jarayonidada eng ko'p ishlatiladigan Google xizmatlari:

- Google ArtProject - interaktiv tarzda dunyodagi mashhur muzeylar,
- Google Taqvim - onlayn taqvim,
- Google Docs - onlayn ofis,

- Gmail - bepul elektron pochta,
- Google Knol - viki ensiklopediyasi,
- Google Xaritalar - xaritalar,
- Google saytlari - viki texnologiyasidan foydalangan holda bepul xosting,
- Google Translate - tarjimon,

Bulutli saqlash va xizmatlarning afzalliklari quyidagilardan iborat:

- ✓ deyarli har qanday joyda va qurilmada istalgan hujjat ustida ishlash imkoniyati;
- ✓ mutlaqo istalgan joyda joylashgan va har xil qurilmalardan foydalana oladigan bir nechta foydalanuvchilar uchun ma'lumotlarga umumiy kirishni va keyinchalik sinxronlashni tashkil etish;
- ✓ ma'lumotlar uchun cheksiz bo'sh joy;
- ✓ ma'lumotlarni uzatish qulayligi;
- ✓ muhim ma'lumotlarning nusxalarini saqlash;
- ✓ bulutli xizmatlardan foydalanuvchilar, barcha manbalari ishlatilmaydigan serverni ijaraga olish uchun emas, balki aslida foydalangan joy uchun haq to'laydilar;
- ✓ foydalanuvchiga ma'lumotlarni saqlash infratuzilmasini sotib olish, qo'llab-quvvatlash va texnik xizmat ko'rsatish bilan shug'ullanishning hojati yo'q, natijada ishlab chiqarish umumiy tannarxini pasaytiradi.

Google App Education (GAE) bulutli hisoblashga asoslangan veb-ilovalarni ishlab chiqish platformasining yangi avlodi sifatida o'z foydalanuvchilariga professor-o'qituvchilar, tadqiqotchilar va talabalar va boshqalarga imkon beradi.

Google Infrastructure.GAE ichida veb-ilovalarni boshqarish institutlar, universitetlar va ta'lim hamjamiyatiga bepul taqdim etiladi. O'qituvchilar, talabalar va xodimlar samarali muloqot va almashish vositalariga ega bo'lib, g'oyalarni tezroq almashishlari va ishlarni adekvat ravishda bajarishlari mumkin. Google Apps Education Edition texnik ma'murlarga Google Mail, Google Talk, Google kabi veb-ga asoslangan xabar almashish vositalari to'plamini taqdim etish imkonini beradi.

Google Docs Package kabi samaradorlik va hamkorlik vositalariga qo'shimcha ravishda o'qituvchilar, talabalar va xodimlarga Saytlar, Google Video va Google Taqvim bepul.

Shunday qilib, o'quv jarayonida bulutli texnologiyalardan foydalanishning asosiy didaktik afzalligi - bu talabalar va o'qituvchilarning birgalikdagi ishini tashkil etish va o'qituvchilar o'z ishlarida bulutli xizmatlardan qanchalik erta foydalana boshlasalar, ular individual ta'limni yaratishning samarali vositasini shunchalik tez olishadi, o'quv jarayoni ularga samarali va qiziqarli bo'lishi mumkin.

## **TALABALARNING DASTURLASHGA OID ALGORITMIK FIKRLASHINI RIVOJLANTIRISHDA AXBOROT TA'LIM MUHITINING IMKONIYATLARI**

### **Toxirov F.J.**

*Navoiy davlat pedagogika institute, Navoiy, O'zbekiston*

Oliy ta'lim muassasalarida talabalarni dasturlashga oid algoritmik fikrlashini rivojlantirish metodikasini takomillashtirish hamda informatika va axborot texnologiyalari sohasini rivojlantirish dolzarb masalalardan biri bo'lib qolmoqda [1-2]. Ushbu muammolarning yechimi dasturlash sahosi bo'lajak mutaxassislarini tayyorlash uchun pedagogik tadqiqotning metodologik xususiyatlariga muvofiq, dasturlash texnologiyalarini o'qitishning muqobil algoritmini ishlab chiqish lozim [3-4].

Uzluksiz ta'lim tizimiga axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish nazariyasi, metodologiyasi, axborot-ta'lim muhitlari, elektron ta'lim resurslarini yaratish va foydalanish metodikasi, informatika turkumiga kiruvchi fanlarni o'qitish metodikasini takomillashtirishga oid mamlakatimiz va Mustaqil Davlatlar hamdo'stligida A.A.Abduqodirov, N.A.Otaxanov, N.I.Taylakov, M.R.Fayziyeva, U.N.Taylakov, A.O.Norbekov, N.A.Goncharova, F.V.Shkarban, T.V.Atyaskina, A.A.Andreyev, V.A.Brilyova kabi olimlar tomonidan ilmiy-tadqiqot ishlari olib borilgan.

Ammo ularning tadqiqotlarida dasturlashni, xususan talabalarning dasturlashga oid algoritmik fikrlashini rivojlantirishga mo'ljallangan axborot-ta'lim muhitlari yaratish va ulardan foydalanishga doir tadqiqotlar yetarlicha tadqiq etilmagan.

Shu bilan birga N.A.Otaxanov, M.R.Fayziyeva, F.V.Shkarban, T.V.Atyaskinalarning tadqiqotlarida dasturlashni o'qitish uslubiyoti yuzasidan izlanishlar olib borilgan bo'lsada, ularning tadqiqotlarida talabalarning dasturlashga oid algoritmik fikrlashini rivojlantirishga yetarlicha e'tibor qaratilmagan. Shu bois, ilgari surilayotgan tadqiqot bugungi ta'lim tizimi uchun dolzarb hisoblanadi.

Tadqiqotlar tahliliga ko'ra, ushbu muammoni yechimi sifatida talabalarning dasturlashga oid algoritmik fikrlashini rivojlantiruvchi axborot-ta'lim muhitlarini yaratish va ulardan ta'lim jarayonida foydalanish lozim degan xulosaga keldik.

Shu bois, tadqiqot doirasida global tarmoqning best-programming.uz manzilida axborot-ta'lim muhiti yaratildi.

Ushbu axborot-ta'lim muhiti "Algoritmik fikrlashini rivojlantirish", "Topshiriqlar", "Video darslar" va "Metodik yordam" bo'limlaridan iborat bo'lib, undagi elementlardan talabalar ochiq foydalanish imkoniyatiga ega.

Tajriba sinov ishlari tahliliga ko'ra ma'lum bo'ldiki, mazkur axborot-talim muhiti dasturlashni o'qitish sifati samaradorligini yanada oshiradi, talabalarining dasturlashga oid algoritmik fikrlashini rivojlantirishda ma'lum darajada xizmat qiladi.

#### ADABIYOTLAR

1. *Tokhirov F.J.* Problems of Developing Students' Algorithmic Thinking about Programming // "ONLINE-CONFERENCES" PLATFORM. – 2021. – C. 169-170.
2. *Jamoliddinovich T.F.* METHODOLOGY OF DEVELOPING ALGORITHMIC THINKING OF STUDENTS ON PROGRAMMING IN HIGHER EDUCATIONAL INSTITUTIONS // Berlin Studies Transnational Journal of Science and Humanities. – 2022. – T. 2. – №. 1.5 Pedagogical sciences.
3. *Jamoliddinovich T.F.* METHODS OF USING PROBLEM EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' PROGRAMMING ALGORITHMIC THINKING // "ONLINE-CONFERENCES" PLATFORM. – 2022. – C. 243-244.
4. *Jamoliddinovich T.F.* Algorithmic Thinking of Students in Program using Electronic Learning Resources Principles in Development // Kresna Social Science and Humanities Research. – 2022. – T. 3. – C. 93-94.

#### TA'LIM TIZIMIDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH – TA'LIM SIFATINI OSHIRISHNING SAMARALI USULI

**Turdiyeva G.S., Akramov O. I.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Bugungi kunda ta'lim tizimi iqtisodiy o'sish va samarali mehnat munosabatlari bilan ajralib turadigan raqamli jamiyatga ishonchli o'tishni ta'minlashga qaratilgan bo'lishi kerak. Sun'iy intellektga asoslangan kompyuterlar allaqachon mehnat bozorida faol qo'llanilmoqda, ular muntazam ishlarni muvaffaqiyatli bajarmoqda. Zamonaviy insonning vazifasi innovatsiyalarni yaratish va amalga oshirish uchun ijodkorlik va ijodiy fikrlashni ko'rsatishdir. Kelajakning raqamli sanoatini yaratish, inson kapitalini rivojlantirish darajasini oshirish orqali ta'limda raqamli transformatsiyani ishga tushirishni, ta'limda tezkor suratlarda raqamli o'zgarishni talab qiladi.

Raqamli texnologiyalar endi nafaqat vosita, balki inson mavjudligi uchun yangi muhitdir. Raqamli ta'lim muhiti printsiplari jihatdan yangi imkoniyatlarni taqdim etadi: sinfda o'rganishdan istalgan joyda va istalgan vaqtda o'qishga o'tish; individual ta'lim yo'nalishini loyihalash, shu bilan o'quvchi shaxsining ta'lim ehtiyojlarini qondirish; talabalarni nafaqat elektron resurslarning faol iste'molchilariga, balki yangi resurslar yaratuvchisiga aylantirish kabi imkoniyatlar. O'qituvchi qanchalik ko'p texnologiyaga ega bo'lsa, dars shunchalik qiziqarli va rang-barang bo'lishi mumkin. Bugungi kunda barcha ta'lim berish auditoriyalari iPad, plashetlar, smart-doskalar va boshqa turdagi ta'lim texnologiyalari bilan jihozlangan.

Ta'limni raqamlashtirish mehnat bozorida, ta'lim standartlarida o'zgarishlarga olib keladi, aholining yangi kompetensiyalarini shakllantirishga bo'lgan ehtiyojlarni aniqlashga olib keladi va ta'lim jarayonini qayta tashkil etish, o'qituvchi rolini qayta ko'rib chiqishga qaratilgan. Ta'limni raqamlashtirish strategiyasi sun'iy intellekt, blokcheyn va virtual reallik kabi istiqbolli innovatsion texnologiyalarni nazarda tutadi. Binobarin, ta'limni raqamlashtirish uni tubdan, sifat jihatidan qayta qurishga olib keladi. O'qituvchi yangi texnologik vositalar va deyarli cheksiz axborot resurslaridan foydalanishni o'rganishi kerak.

O'quv jarayonidagi raqamli transformatsiya quyidagilarni o'z ichiga oladi:

- Onlayn ta'limning video bilan integratsiyasi;
- Virtual haqiqat;
- Gamifikatsiya;
- Smart imtihon portallari;
- O'quv platformasi va boshqalar.
- Veb-kvest texnologiyasi.

Onlayn texnologiyalar orasida "Gamifikatsiya (o'yinlashtirish)" texnologiyasi muhim o'rin tutadi. Bu texnologiyani o'quv jarayoniga qo'llash va integratsiyalash kasbiy kompetensiyani samarali

shakllantirish imkonini beradi, ushbu texnologiya talabalarning ilmiy-tadqiqot faoliyatini tashkil etish imkonini beradi. Virtual haqiqat ko'zoynaklari yoki bosh kiyimlari yordamida o'zaro aloqada bo'lishi mumkin bo'lgan 3D muhitning simulyatsiyasini yaratadi. Bu texnologiyalar tarix, geografiya, biologiya kabi fanlarni jonlantiradi, 3D insonni modellashtirishdan foydalangan holda anatomiya va jarrohlikdan dars berish imkoniyatini yaratadi.

Web-kvest - bu muammoli vazifa, Internet resurslaridan foydalangan holda loyiha. Webquest orqali har qanday mavzu bo'yicha talabalarning loyiha faoliyatini tashkil qilish, talabalarni o'qituvchidan mustaqil ravishda bilim olishga undash, talabalarning tadqiqot va ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirish imkoniyatini yaratadi.

Klaxoon-bu bir platformada birlashtirilgan fikr-mulohazalar va o'zaro aloqalarni tashkil qilish uchun turli xil vositalar to'plami. Talabalarning platforma bilan asosiy aloqasi telefon yoki planshet orqali amalga oshiriladi. Klaxoon aqliy hujum seanslari, uchrashuvlar o'tkazish, loyihalarni boshqarish va tezkor jamoaviy ish uchun harakat qilishdan manfaatdor bo'lishi mumkin bo'lgan raqamli hamkorlik vositalari va resurslari ro'yxatiga qo'shadigan yana bir bulutga asoslangan all-in-one vositasi bo'lib hisoblanadi. Bu platformadan talabalar bilan interfaol muloqotni tashkil etish uchun foydalanish mumkin.

Ta'limda gadgetlar va dasturlar masofaviy o'qitish, uy vazifalarini tayyorlash va bajarish, taqdimotlar qilish, dasturlash va ijodiy vazifalarni bajarish uchun ishlatiladi. Virtual va kengaytirilgan haqiqat materialni yaxshiroq idrok etishga va o'rganishni yanada interaktiv qilishga yordam beradi. Ta'limda o'qituvchiga xos bo'lgan interaktivlik va intellektual komponentni kuchaytiradigan o'quv dasturi yaratish imkonini beradi.

Web 2.0 vositalari, bloglar, vikilar, ijtimoiy tarmoqlar, 3D muhit stimulyatorlari, Google bulut xizmatlari, Klaxoon bulutli platformalar, Office 365 va boshqalar orqali ta'lim jarayonini tashkillashtirish motivatsiyani oshirish, ta'limda innovatsion metodlarni qo'llash; o'qitishda grafik vizualizatsiya usullaridan foydalanish; axborot madaniyatini shakllantirish; ijodiy muammolarni hal qilish; o'quv faoliyatini optimallashtirish imkoniyatini yaratadi. Bu esa ta'lim jarayonini sifatli tashkil etish, talabalarning ijodkorlik qobiliyatini oshirish, ilmiy lohiyalar va ishlanmalarni yaratish va amaliyotga tadbiiq etish, janoh standartlari talabiga mos malakali kadrlarni tayyorlash kabi ta'limdagi muhim masalalarni hal etadi.

Raqamli ta'lim o'quv jarayonida faol foydalanish imkonini beruvchi tegishli raqamli kontent va uslubiy materiallar bilan birga bo'lgandagina samarali bo'ladi.

## **KORXONA MAHSULOTLARI ELEKTRON SAVDOSINI BOSHQARISHDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI Tuychiyev Sh.Sh.**

*Toshkent moliya instituti, Toshkent, O'zbekiston*

Axborot texnologiyalari iqtisodiyotning barcha tarmoqlari uchun yangi imkoniyatlarni taqdim etadi. Bugungi kunda axborot texnologiyalarining jadal rivojlanishi natijasida iqtisodiyot tub o'zgarishlarga uchramoqda va undan foydalanish orqali savdo ishlarini amalga oshirish xaridorlarga xizmat ko'rsatish qulaylashmoqda va tezlashmoqda.

Bugungi kunda ishlab chiqarish korxonasini elektron savdosini boshqarishda axborot texnologiyalari keng miqyosida qo'llanilmoqda bu esa optimal strategiyalari uzoq muddatli raqobatdosh ustunlikni yaratish va korxonaning investitsion jozibadorligini oshirishning asosiy omiliga aylanmoqda. Samarali boshqaruv pul yoki moddiy boyliklar kabi resursdir. Aynan axborot texnologiyalarini ishlash imkoniyatlarni oshirish savdo jarayonlarini avtomatlashtirish orqali, doimiy ravishda o'zgarib turadigan bozor kon'yunkturasiga dinamik javob berishga, korxonaning faoliyatining barcha jabhalarini nazorat qilishga, qiyinchiliklarni tezda aniqlashga va hozirda eng zarur bo'lgan joyda harakatlarni amalga oshirishga yordam beradi. So'nggi yillarda iqtisodiyotni rivojlantirishda ilg'or texnologiyalar va innovatsiyalarning ahamiyati oshib bormoqda. Eng yangi texnologiyalar ishlab chiqarish va biznes jarayonlarining samaradorligini oshirishi mumkin. Eng yangi texnologiyalar inson faoliyatining barcha yangi sohalari va sohalariga kirib borishi bilan an'anaviy yondashuvlar va ish uslublari o'zgaradi. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining (AKT) paydo bo'lishi va tarqalishi global iqtisodiyotga shu qadar ta'sir ko'rsatdiki, yangi bir hodisa -raqamli iqtisodiyot paydo bo'ldi. Aqilli texnologiyalari ta'siri ostida odamlarning turmush tarzi o'zgarib boshladi, foydalanuvchilar o'rtasidagi aloqalar o'zgardi - turli jug'rofiy mintaqalar, faoliyat sohalar va boshqalardagi odamlar o'rtasida aloqa o'rnatish imkoniyati paydo bo'ldi.

Zamonaviy sharoitda axborot texnologiyalaridan foydalanmasdan korxonani samarali boshqarish mumkin emas. Dasturiy ta'minot mahsuloti va ishlab chiquvchi kompaniyani to'g'ri tanlash korxonani avtomatlashtirishning birinchi va aniqlovchi bosqichidir. 2023 yilga kelib, kompaniyalarning 80 foizi tarqoq resurslar va ma'lumotlarni boshqarish, optimallashtirish va himoya qilish uchun sun'iy intellekt (AI)

qo‘llab-quvvatlaydigan bulut xizmatlaridan foydalanadi.

Texnologiyaning rivojlanishi bilan yangi korxonalar paydo bo'ladi. Biznesning kengayishi bilan texnologiya yordamga keladi va korxonani osonlashtiradi. IT-texnologiyalari va korxonani simbiozda mavjud bo'lib, ular doimo birga yashashini ta'minlaydi.

### **Axborot texnologiyalari biznesga ta'siri**

Axborot texnologiyalari kompaniyalarga ishlab chiqaruvchi korxonalariga an'anaviy tadqiqot va javob strategiyasidan ko'ra o'zgaruvchan mijozlar ehtiyojlarini tezroq aniqlashga yordam beradi. Oxir oqibat, bu korxonaga tashqi muhitdagi o'zgarishlarga tezda javob berishga yordam beradi. Axborot texnologiyalari yangi mahsulotlarni bozorga chiqarish vaqtini tezlashtirishi mumkin.

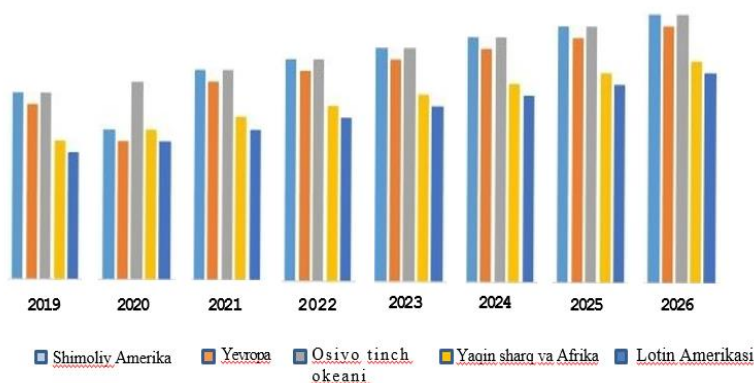
### **Axborot texnologiyalari jahon bozorini ko'rib chiqadigan bo'lsak**

Osiyo-Tinch okeani mintaqasi 2019-yilda axborot texnologiyalari bozoridagi eng yirik mintaqaga bo'lib, bozor ulushini taxminan 40% ni tashkil etdi. Shimoliy Amerika bozor ulushi bo'yicha 25% ga yaqin bo'lgan ikkinchi yirik mintaqaga bo'ldi va Afrika 2% atrofida bozor ulushini egallagan eng kichik mintaqaga edi.

2020-yilda Shimoliy Amerika global axborot texnologiyalari bozoridagi eng yirik mintaqaga bo'lib, bozorning 34% ni tashkil etdi. Osiyo Tinch okeani ikkinchi yirik mintaqaga bo'lib, jahon axborot texnologiyalari bozorining 32% ni tashkil etdi. Afrika global axborot texnologiyalari bozoridagi eng kichik mintaqaga edi.

Bulutli hisoblash xizmatlariga bo'lgan talab prognoz davrida axborot texnologiyalari xizmatlariga talabni oshirishi kutilmoqda. Bulutli hisoblash modelida ma'lumotlar Internetda bulutli hisoblash provayderi tomonidan saqlanadi, u ma'lumotlarni saqlashni xizmat sifatida boshqaradi va boshqaradi. Ko'pgina kompaniyalar o'zlarining kundalik operatsiyalari uchun bulutda joylashtirilgan ilovalarni tanlashmoqda. Misol uchun, hostingtribunal.com tomonidan taqdim etilgan statistik ma'lumotlarga ko'ra, 2019-yilda hisoblash ish yuklarining 60% umumiy bulutda ishlagan. Xuddi shunday, 2022-yilda korxonani ish yuklarining 94% bulutli ma'lumotlar markazlari tomonidan qayta ishlanishi kutilmoqda. Shunday qilib bu, axborot texnologiyalari xizmatlariga talabni oshiradi.

**Global axborot texnologiyalari bozori 2019-2026**



Global axborot texnologiyalari bozori 2019 yilda 300 milliard dollarga baholandi va 2026 yilga kelib prognoz davrida CAGR 14,72 foizni tashkil etib, 900 milliard dollarga yetishi kutilmoqda.

### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. *Dong Uk Im, Jong Oh Lee.* Mission-type Education Programs with Smart Device Facilitating // International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering Vol. 8, No. 2, March, 2013.
2. European Investment Bank (2012) JESSICA for Smart and Sustainable Cities//Horizontal Study Smart Technology based Education and Training// SMART DIGITAL FUTURES. Netherland: Amsterdam: IOS Press BV 2014
3. *Hwang, D.J., Yang, H., Kim, H.,* E-Learning in Republic Korea, UNESCO Institute for Information Technologies in Education, Moscow, 2010.
4. *Ji-Seong Jeong, Mihye Kim and Kwan-Hee Yoo.* A Content Oriented Smart Education System based on Cloud Computing//International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering Vol.8, No.6 (2013), pp.313-328 <http://dx.doi.org/10.14257/ijmue.2013.8.6.31>
5. Россия на пути к Smart-обществу: монография / под ред. Проф. Н.В. Тихомировой, проф.

В.П. Тихомирова. — М.: НП «Центр развития современных образовательных технологий», 2012. –280с.

6. Тихомиров В.П. Мир на пути Smart Education: новые возможности для развития// Открытое образование. 2011.№ 3, С.22-28.

7. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. от 21.07.2014) «Об образовании в Российской Федерации».

## **KREDIT MODUL TIZIMIDA TA'LIM YO'NALISHI O'QUV JARAYONINI SHAKLLANTIRISH AXBOROT TIZIMI**

**Xudoyberganov M. O', Ziyadullayev M.U.**

*O'zbekiston milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston*

Hozirgi kunda elektron ta'lim jadal rivojlanib borayotganligining guvohi bo'lmoqdamiz. Bu esa o'z navbatida elektron ta'lim tizimi, elektron darsliklar, masofadan o'qitish tizimlarining ishlab chiqilishiga sabab bo'ldi. Hozirgi kunda o'quv jarayonini tashkil etish va boshqarishga mo'ljallangan ko'p axborot tizimlarini ko'rsatish mumkin. Albatta bu tizimning yetarlicha afzalliklari va kamchiliklari mavjud. Ushbu ishda kredit modul tizimida tahsil olayotgan talabalarining ta'lim muassasasidagi amalga oshiradigan ishlarini, ya'ni "Ta'lim olishdagi harakat trayektoriyasi" ni belgalab beruvchi va bajarilgan ishlarning portfoliyosini jamlovchi o'quv rejalarga muvofiq kredit-modul tizimida o'qishni boshlaydigan talabalar uchun oliy ta'lim jarayoni va talabalarining bilimini nazorat qilishni adolatli, samarali va shaffof tashkil etish dasturi sifatida ishlab chiqiladi.

Bunda axborot tizimi O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining kredit modul tizimini joriy etishning tashkiliy masalalariga taaluqli hujjatlar namunalarini tasdiqlash to'g'risidagi 30-son buyrug'i, "O'zbekiston Respublikasi ta'lim muassasalarida ikkinchi va undan keyingi ta'limni olish tartibi to'g'risidagi nizam haqida"gi 15-sonli bayoni hamda Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti (keying o'rinlarda - Universitet) Ustaviga asosan ishlab chiqiladi.

Ushbu elektron ta'lim tizimining boshqa prototiplaridan afzalligi elektron o'qitish tizimida ta'lim strategiyasining tuzilishi va har bir talaba uchun o'quv materiallarini yakka tartibda va ketma – ketlikda taqdim etish kabi imkoniyatlarni beradi. Shunga muvofiq talabaning bilim darajasi bosqichma-bosqich ravishda rivojlanishi shu bilan bir qatorda elektron ta'lim tizimini amalga oshirishda zaruriy baholash va boshqarish sifatleri shakllanadi. Hozirgi davrda avtomatlashtirilgan ta'lim tizimlari sifatli baholash uslublari o'qish jarayoni natijalari nuqtai nazaridan, o'qitish tizimlarini baholashga yetarlicha imkon bermaydi, yani uslublari umumiy bo'lib, amalda bo'lgan elektron ta'lim tizimi hayot siklining turli bosqichlari sifatini boshqarishga yetarli darajada imkon bermaydi.

Shu sababli ham elektron ta'lim tizimi sifatini baholash mezonlari va usullari o'qitish jarayoni sifatini boshqarishni amalga oshirishga imkon beruvchi, joriy etish va foydalanish bosqichlarini ishlab chiqish zarur.

Kredit to'plash o'lchovining kiritilishi talabaga katta erkinlik berish bilan bir qatorda, kelajakda tanlagan sohasining raqobatbardosh mutaxassisi bo'lib yetishishi uchun akademik jarayonni mustaqil rejalashtirish imkonini ham taqdim etdi. Ayni chog'da, baholash tizimi va ta'lim texnologiyalarining takomillashishiga ham olib keldi. Kredit-modul tizimi aynan mustaqil ta'limga urg'u qaratgani holda, asosan, ikkita funksiyani bajarishga xizmat qiladi:

birinchisi, talabalar va o'qituvchilarning mobilligini, ya'ni bir oliy ta'lim muassasasidan boshqa OTMga to'siqlarsiz, erkin ravishda o'tishini (o'qishni yoki ishni ko'chirish)ni ta'minlaydi;

ikkinchisi, talabaning tanlagan ta'lim yo'nalishi yoki mutaxassisligi bo'yicha barcha o'quv va ilmiy faoliyati uchun akademik yuklama — kredit aniq hisoblab boriladi. Kredit yig'indisi talabaning tanlagan dasturi bo'yicha nimani qancha o'zlashtirganligini namoyon etadi.

Yuqoridagi funksiyalarga asoslangan holatda tizim modeli quyidagi: ta'lim maqsadi haqida; o'quv kursi doirasida o'rganuvchining bilimi haqida (o'quv kursining joriy holati); nazorat savollari va vazifalar tanlovi hamda o'quv materiallarini uzatish asoslari haqida; o'quvchilar bilan ishlash natijalari bo'yicha o'qitish modelining o'zgarishi qoidalari haqida axborotlarni jamlashi kerak. Har bir o'rganuvchiga tizimning boshlang'ich sozlanishni ajratish va o'rganuvchi bilan kelajakda ishlash uchun baza paydo qilishda ko'plab o'quv materiallari va tizim bilan ishlashda o'ziga maqsad berilgan bo'lishi zarur.

O'qitishning barcha xususiyatlari mujassamlangan ishlanmaning uslubi va o'rganilayotgan fan bo'yicha o'quvchilarning o'zlashtirgan bilimlarini baholashda darajalarga ajratish tizimining ishlashi hamda o'lchov xususiyatlarini aniqlashtirish zarurati yuzaga keladi. Mazkur qoidalar birinchi navbatda, tizim bilan uning ishlash natijalari bo'yicha o'qitish modelining o'zidagi o'zgarishlarni kuzatishni talab etadi.

Tizimining asosiy vazifalari sifatida quyidagilar e'tirof etiladi:

- ✓ o'quv jarayonlarini modul asosida tashkil qilish;
- ✓ bitta fan, kurs (kredit)ning qiymatini aniqlash;
- ✓ talabalar bilimni reyting ball asosida baholash;
- ✓ talabalarga o'zlarining o'quv rejalarini individual tarzda tuzishlariga imkon yaratish;
- ✓ ta'lim jarayonida mustaqil ta'lim olishning ulushini oshirish;
- ✓ ta'lim dasturlarining qulayligi va mehnat bozorida mutaxassisga qo'yilgan talabdan kelib chiqib o'zgartirish mumkin.

Yuqorida ta'kidlaganimizdek, kredit-modul tizimida talaba har bir o'quv yili uchun to'plab borishi kerak bo'lgan kreditlar miqdori oldindan belgilab qo'yilgan. Bu 60 kreditni tashkil qiladi. Har bir semestr uchun belgilangan kreditlar miqdori esa 30 kreditni tashkil qiladi. Bundan tashqari, talaba har bir kreditni qo'lga kiritish uchun belgilangan o'qish yuklamasi miqdori ham aniq va bu 25-30 soat oralig'ida. Shunday ekan, talabalar har o'quv yilidagi o'qish yuklamasi o'rtacha 1500-1800 soat ( $60 \cdot 25 = 1500$ ;  $60 \cdot 30 = 1800$ ), har semestrda o'qish yuklamasi esa o'rtacha 750-900 soatni tashkil etadi ( $30 \cdot 25 = 750$ ;  $30 \cdot 30 = 900$ ). Talabaning bir yillik va bir semestrda o'qish yuklamasi bu miqdordan ko'p ham, kam ham bo'lishi mumkin emas.

Kredit-modul tizimida kreditlarning fanlar bo'yicha o'rtacha taqsimoti 5, 6 yoki 7.5 ni tashkil etadi. Bu degani talaba bir semestrda ko'pi bilan 4, 5 yoki juda borsada 6 fan o'rganadi ( $30/7.5=4$ ;  $30/6=5$ ;  $30/5=6$ ). Bu talabalar semestr davomida o'rganishi zarur bo'lgan fanlarning soni amaldagidan ko'ra ancha qisqarishini anglatadi. Ya'ni kredit-modul tizimi OTM o'quv dasturlariga me'yor va sifat olib kirishi, ta'limni tashkil etishda son ko'rsatkichidan sifat ko'rsatkichiga o'tishga xizmat qiladi. Chunki fanlar soni bu tarzda qisqarishi talabalar o'z vaqt va imkoniyatlarini shu kam sonli fanlarni chuqurroq va har tomonlama o'rganishlariga imkoniyat yaratadi.

#### ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasining Prezidentining "O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida"gi PF-5349-son Farmoni.
2. *Sh.A.Toshmatov, S.A. Giyasov* Ta'lim jarayonini tashkil etish va talabalar bilimni nazorat qilish tartibi (Akademik qoidalar) Uslubiy qo'llanma Toshkent-2021. 64 bet.

### TALABALARGA MUSTAQIL TA'LIMNI TASHKIL ETISH UCHUN ONLAYN KURSLAR TASHKIL QILISHDA TESKARI ALOQA MUHITINI YARATISH TIZIMI Xushvaqto'v A.K.

*Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari Universiteti Samarqand filiali, O'zbekiston*

Mazkur ishdan ko'zlangan maqsad web hamda tarmoq texnologiyalarini ta'lim jarayoniga qo'llash va ta'lim berishni zamonaviy tashkil qilish uchun muayyan fan bo'yicha talabalarga mustaqil ta'limni tashkil etish uchun onlayn kurslar tashkil qilishda teskari aloqa tizimini yaratish va dasturiy ta'minotini ishlab chiqishdir. Ishda Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari Universiteti Samarqand ixtisoslik fanlari blokiga kiritilgan Kompyuter arxitekturasi kursidan talabalar mustaqil ta'limni tashkil etish uchun onlayn kurslar tashkil qilishda teskari aloqa muhitini yaratish tizimi loyihasi to'g'risida so'z yuritiladi.

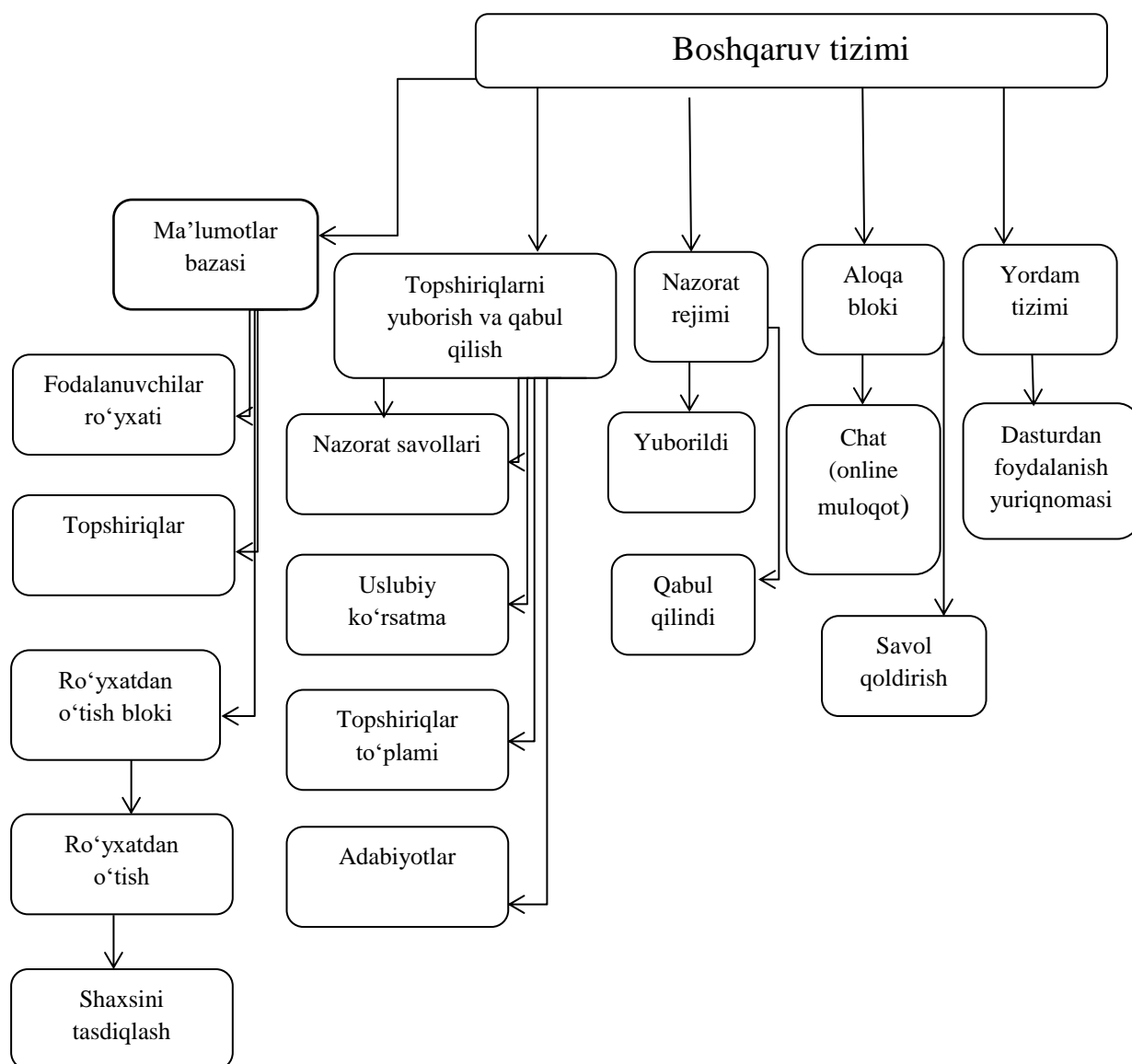
Ishlab chiqilgan tizim quyidagi funksiyalarni o'z ichiga oladi:

- Foydalanuvchilarni avtorizatsiya qilish;
- Foydalanuvchi turiga qarab kurs talabasi, kurs muallifi va administratorlar dastur oynasini moslashtirish;

- Talabalar mustaqil ishlarini yuklanishi va baholanishi;
- Mustaqil ta'lim topshiriqlarini o'z vaqtida bajarilishini nazorat qilish;
- Onlayn kurs bo'yicha forma asosida so'rovnomalar o'tkazish;
- Berilgan javoblar natijalarini son va foiz miqdorlarda jadvalda tasvirlash;
- Statistika tahlil qilish va natijalarni diagrammalarda tasvirlash;
- Kurslar uchun kiritilgan qo'shimcha talab va takliflarni chop qilish;
- Dastur sahifalarini chop qilish versiyasiga moslab berish;
- Dastur interfeysini o'zbek, rus va ingliz tillarida taklif etish.

Quyidagi funksional sxema ana shunday tizimlarni yaratish loyihasi sifatida taklif etilgan(1-rasm).





1-rasm. Talabalarning mustaqil ta'limni tashkil etish uchun onlayn kurslar tashkil qilishda teskari aloqa muhitini funksional sxemasi.

Ushbu tizim kredit tizimi sharoitida tahsil olayotgan talabalar uchun bir qancha afzalliklarni beradi: talabani mustaqil izlanishga undaydi; fikrlash va ijodkorlik qobiliyatini oshiradi; fanni o'zlashtirishga yordam beradi; topshiriqlar bajarish vaqtini eslatib turadi; vaqtdan samarali foydalanishni o'rgatadi.

#### ADABIYOTLAR.

1. Лаура Томсон и Льюк Веллинг. “Разработка Web –приложений на PHP и MySQL”. ДиаСофт. Санкт-Петербург – 2003.
2. Raghu Ramakrishnan, Johannes Gehrke. “Database management systems(DBMS)” Second Edition, McGraw-Hill Higher Education company.

### WEB-SAYT DIZAYNI SARLAVHASINI YARATISHDA PHP DASTURIDAN FOYDALANISH Yuldashev U.A.

*Guliston davlat universiteti, Sirdaryo, O'zbekiston*

Biz Web-sayt sarlavhasini yaratamiz. Ushbu sarlavhada veb-sayt sarlavhasi va veb-brauzer oynasini yopish tugmasi ko'rsatiladi. Buni amalga oshirish uchun kod *websiteheader.php* nomli faylda saqlanadi.

*websiteheader.php*

```
<? Php
```

```
GetWebSiteHeader() funksiyasi
```

```
{
```

```
$result = '<header style="width:100%; height:50px; background-color: #8D8D8D; color: white;">';
```

```

$result .= '<div style="display: inline-block; width:90%; text-align: center;"><h1
style="margin: 0px 0px 0px 0px;">Shaxsiy kontaktlar ro'yxati veb- sayti</h1> </div>';
$result .= '<div style="display: inline-block; width:10%;"><a href="#"
onclick="window.close();return false;"></a></div></header>';
$natijani qaytarish;
}
? >

```

Bu kod <header> HTML yorlig'i bilan string tuzadi. Ushbu teg bizning veb-sahifamizdagi sarlavha bo'limini aniqlash uchun ishlatiladi. Tegda belgilangan uslub atributini ko'rib chiqamiz. Ushbu atribut har qanday elementning veb-brauzerda ko'rsatilishini unga qo'shtirnoq ichiga olingan bir qator xususiyatlarni belgilash orqali boshqaradi. Bunday holda, width xususiyati veb-brauzerga sarlavha brauzer oynasining butun kengligini (100%) qamrab olishini bildiradi. Balandlik xususiyati brauzerga sarlavha 50 piksel balandlikda (50px) bo'lishini aytadi. Fon rangi xususiyati sarlavha foni uchun kulrang shkala rangini o'rnatadi va rang xususiyati ko'rsatilgan barcha matn uchun oq rangni o'rnatadi.

Veb-sayt sarlavhasida sayt sarlavhasi va veb-brauzer oynasini yopish tugmasi ko'rsatiladi. Buni amalga oshirish uchun sarlavha qismini ikkita kichik bo'limga bo'lish kerak. Bu vazifani bajarish uchun <div> tegidan foydalaniladi.

Birinchi <div> tegi sarlavha ko'rsatiladigan kichik bo'limni yaratadi. Ushbu kichik bo'lim uchun atribut brauzerga sarlavha veb-brauzer oynasi kengligining 90% ni qamrab olishini, matn kichik bo'lim chegaralarida markazlashtirilishini va bo'lim yopish tugmasi ko'rsatiladigan bir qatorga tegishli ekanligini bildiradi (*display: inline-block*);).

Ikkinchi <div> tegida Yopish tugmasi paydo bo'ladi. Shu maqsadda rasmlar papkasida saqlangan *closebutton.png* nomli rasm (vab-saytning ildiz papkasida joylashgan) giperhavola (<a> teg) sifatida ishlatiladi.

*OnClick* giperhavola hodisasi atributiga ikki qator kod tayinlangan. Ushbu kod foydalanuvchi Yopish tugmasi tasvirini bosganida bajariladi. Birinchi qator oyna ob'ektining *close()* usulini chaqiradi (oyna ob'ekti veb-brauzer oynasiga teng), ikkinchi qator kod esa brauzerni oldini olish uchun noto'g'ri qiymatni qaytaradi.

## ADABIYOTLAR

1. *Yuldashev U.A.*, "Bo'lajak mutaxassislarining veb-texnologiyalardan foydalanish bo'yicha kasbiy kompetentligini rivojlantirish// Jurnal O'zMU xabarлари, Toshkent – 2022
2. *Xose Roberto Olivas Mendoza*, PHP Succinctly// book Aerial Center Parkway-2017

## QR-CODE YARATISH UCHUN MO'LJALLANGAN WEB SAYTLAR BILAN ISHLASH

**Zaripov N.N., Akramov O. I.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

QR-kod – inglizcha “Quick Response” so'zlaridan olingan bo'lib, Quick – tez, Response – javob, ya'ni “tezkor javob” (быстрый отклик) ma'nosini beradi.

Ushbu tizim 1994-yilda Yaponiyaning Denso-Wave kompaniyasi tomonidan yaratilgan. QR-kod – maxsus algoritm yordamida kodlangan ma'lumot va kvadrat ko'rinishidagi tasvirdir.

**QR-kod (Quick Response Code)** — tezkor aniqlanadigan kod hisoblanadi. Ushbu kod obyekt haqidagi ma'lumotni o'zida mujassam etadi. **QR-kodda** oddiy matn, internet manzili, telefon raqami, ma'lum bir joyning joylashgan o'rni va boshqa shu kabilar bo'lishi mumkin.

**QR-kodda** o'qish uchun kamera ega zamonaviy **telefonlardan** foydalanish mumkin. Bitta QR-kod 7089 ta raqam, 4296 ta raqam-harf, ikkilik sanoq sistemasida 2953 bayt yoki 1817 ta ierogliflarni o'z ichiga olishi mumkin. Bugungi kunda QR-kod aloqa (kommunikatsion) jarayonlarini optimallashtiradi, masalan, u yordamida:

- vizitkada telefon nomerni shifrlash mumkin va bir marta bosishning o'zi bilan kontaktlar ro'yxatiga qo'shib qo'yish;
- internet havolasi bo'yicha tezkor o'tish;
- elektron xat yoki SMS yuborish;
- manzilning joylashuvini aniqlash;
- Wi-Fi (internet) routeriga avtomatik tarzda ulanish mumkin.

Shuningdek, tashqari ushbu tizim kundalik va turli savdo jarayonlarini sezilarli darajada optimallashtirdi. Bu kichik kvadratlarni mahsulot yorlig'ida, kommunal xizmatlar kvitansiyasida yoki veb-sayt sahifalarida topish mumkin.

Agar sotuvchi yoki xizmat ko'rsatuvchida QR-kod yordamida to'lash imkoniyati mavjud bo'lsa, ular bank kartalarini qabul qilish uchun savdo terminaliga muhtojlik sezmaydi. Shunda xaridorga bank kartasini olib yurish hojati ham qolmaydi va buning ustiga kartasini boshqa odamning qo'lga berish xataridan o'zini himoya qiladi. Agar to'lov — onlayn xarid bo'lsa, bank kartasi yoki shaxsiy ma'lumotlarni internet saytlariga kiritish shart bo'lmaydi.

QR-kod yordamida qanday to'lash kerak

Smartfonga to'lovlar uchun ilovani (Payme, Click va hokazo) yuklab olish lozim. Ilova QR-kod tizimini qo'llab-quvvatlashi kerak;

Bank kartasini ilovaga bog'lash kerak bo'ladi;

To'lov ilovasidan foydalanib QR-kod (ma'lum bir mahsulot yoki xizmat uchun shakllantirilgan kod)ni skanerlash lozim;

Smartfon ekranida pul mablag'larini qabul qiluvchi hamda xarid narxi ko'rsatiladi;

To'lovni tasdiqlash.

QR kodlar dunyodagi eng ko'p quyidagi formatlarda tarqalgan:

**Internet-manzil** (QR kodlari Internet resurslari bilan bog'lanishni o'z ichiga oladi. Kodni o'qish foydalanuvchini kerakli saytga yo'naltiradi. brauzerning manzil satrida ko'plab belgilarni diqqat bilan kiritish zarurligini bartaraf etadi).

**Aloqalar ma'lumotlari** (kod biznes kartalari juda keng tarqalgan, kodni skaner qilib telefon yoki kompyuterning manzillar kitobidaaloqani saqlash mumkin).

**SMS** (Ko'pincha, tadbirda, aksiyada, o'yinda ishtirok etish uchun SMS yuborish talab qilinadi. SMS yuborishda QR kodlari sizni yozishdan xalos qiladi. Buning uchun siz kodni skaner qilishingiz va yuborishingiz mumkin bo'ladi).

**Geografik ma'lumotlar** (QR kodi shifrlangan bo'lishi mumkin. Bu sizga bir yoki bir nechta joyni ko'rish imkonini beradi, masalan, "Google xaritalar"da).

**Matn** (bu format turli maqsadlar uchun javob beradi, masalan, axborot, ma'lumot olish uchun).

**Elektron pochta manzili** (QR kodi elektron pochta manzilni va qabul qiluvchining nomini o'z ichiga olishi mumkin).

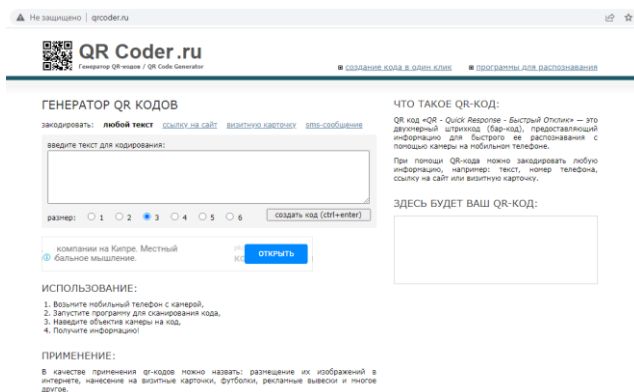
**Telefon raqamlari** (QR kodini skanerlashda telefon raqamini ham ko'chirib olib, darhol qo'ng'iroq qilishingiz mumkin).

QR kodini bir necha usulda o'qishingiz mumkin:

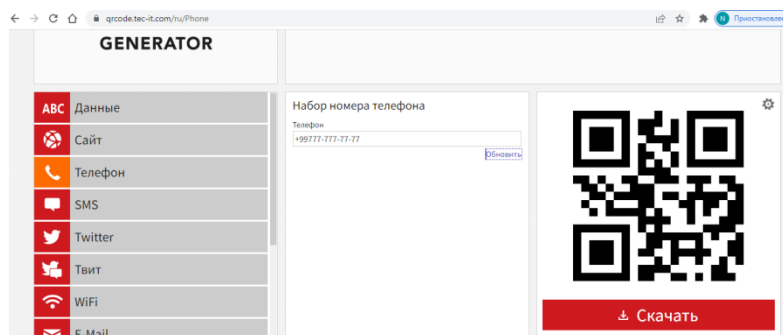
Hozirda QR kodni o'qish uchun juda ko'p dasturlar mavjud. Ulardan eng ko'p tarqalganlari: iPhone qurilmalari uchun Bakodo, Android tizimida ishlovchi qurilmalar uchun esa Barcode scanner.

## QR-kod hosil qiluvchi online web saytlar

<http://qrcoder.ru>



<https://qrcode.tec-it.com>



<https://ru.qr-code-generator.com>

<https://www.the-qr-code-generator.com>

<https://www.qrcode-monkey.com>

## ADABIYOTLAR

1. <https://qrd.by/qr-code-generator-pdf>
2. <https://qrd.by/qr-code-generator-pdf>
3. <https://www.qr-code-generator.com/>

## MOODLE YORDAMIDA TA'LIM TIZIMINI BOSHQARISH TEXNOLOGIYASI

**Zaripova G.K., Norova F.F., Namozova N.Sh.**

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Moodle nima? Moodle bu ta'limni boshqarish tizimi, kurslarni boshqarish tizimidir, yoki boshqacha qilib aytganda virtual o'quv muhiti bo'lib hisoblanadi, bunda u qaysi muddatni afzal ko'rishingizga bog'liq bo'ladi. Uning maqsadi professor-o'qituvchilar va talabalarga o'qitish hamda o'rganish uchun zarur bo'lgan vositalarni berishdan iboratdir. Moodle ijtimoiy konstruktiv pedagogikadan kelib chiqadi, ammo uni har qanday o'qitish va o'rganish uslubini qo'llab-quvvatlash uchun ishlatilishi mumkin.

Ta'lim muassasalari uchun muhim bo'lgan boshqa turdagi dasturiy ta'minot tizimlari mavjud, masalan, ePortfoliolar, bunda talabalar uchun axborot tizimlari va Kontent omborlari tashkil etiladi. Umuman olganda, Moodle ushbu funksional sohalarni qayta ixtiro qilishga urinmaydi. Buning uchun, mumkin bo'lgan eng yaxshi LMS bo'lishga harakat qilish zarur va keyin boshqa funktsiyalar sohalarini ta'minlaydigan boshqa tizimlar bilan yaxshi o'zaro hamkorlik qilish lozim bo'ladi. Biroq, Moodleni boshqa hech narsa bilan birlashtirishdan, mustaqil tizim sifatida ishlatish juda mumkin. Moodle – bu PHP tilida yozilgan veb – ilova bo'lib, Moodle ochiq manba hisoblanadi. Mualliflik huquqi alohida hissa qo'shuvchilarga tegishli bo'lib, birorta tashkilotga birlashtirilmagan, ammo Moodle asoschisi Martin Dugiamasga tegishli bo'lgan Avstraliyaning Pert shahridagi Moodle Pty Ltd kompaniyasi loyihani boshqaradi. Moodle modulli tizim sifatida ko'pgina muvaffaqiyatli ochiq kodli tizimlar singari, Moodle ham o'ziga xos funktsionallikni ta'minlash uchun ko'plab plaginlar bilan o'ralgan asosiy tizim sifatida tuzilgan.

Moodle plaginlari o'ziga xos turlarga egadir. Ya'ni, autentifikatsiya plagini va faoliyat moduli Moodle yadrosi bilan plagin taqdim etadigan funktsionallik turiga moslashtirilgan turli xil API'lar yordamida aloqa qiladi. Barcha plaginlar uchun umumiy bo'lgan funktsionallik (o'rnatish, yangilash, ruxsatlar, konfiguratsiya va h.k.) barcha plagin turlarida doimiy ravishda ishlanadi.

Standart Moodle taqsimoti Moodle yadrosi va har bir turdagi bir qator plaginlarni o'z ichiga oladi, shuning uchun yangi Moodle o'rnatilishi darhol o'qitish va o'rganishni boshlash uchun ishlatilishi mumkin. O'rnatishdan so'ng Moodle sayti standart konfiguratsiya opsiyasini o'zgartirish va plaginlarni o'rnatish hamda uni olib tashlash orqali ma'lum bir maqsadga moslashtirilishi mumkin.

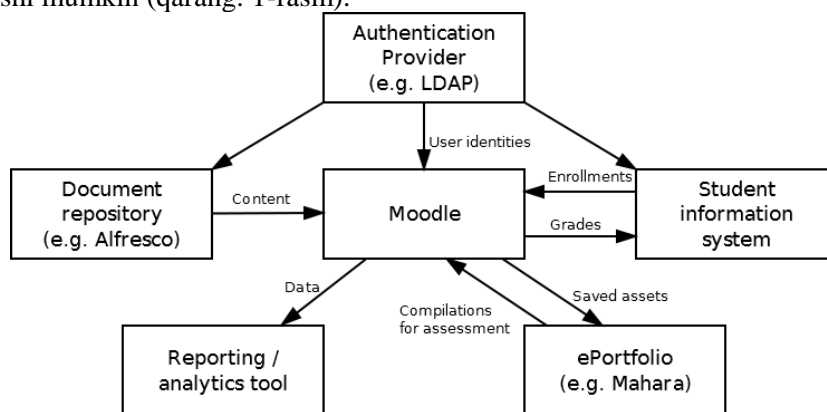
Jismoniy jihatdan Moodle plagini shunchaki PHP skriptlari (va agar kerak bo'lsa CSS, JavaScript hamda boshqalar) papkasidir. Moodle yadrosi plagin bilan ko'pincha plagin ichidagi lib.php faylida aniqlangan maxsus kirish nuqtalarini qidirish orqali bog'lanadi. Bunda Moodle kodi qanday tashkil etilgan. Bunda Moodle asosan tranzaksiya skripti yondashuviga amal qiladi. Ya'ni, siz Forumni qidiraysiz deylik. URL manzili `.../mod/forum/view.php?id=1234` bo'ladi va `mod/forum/view.php` ushbu sahifani yaratuvchi PHP skripti. Tranzaksiya skripti Moodle kabi murakkab dastur uchun mos model emas, deb bahslashish mumkin. Biroq, bu PHP ilovasi uchun juda tabiiy arxitektura va Moodle bitta murakkab dastur emas, balki ko'plab turli plaginlarning yig'indisidan iboratdir. Ushbu asosiy tranzaksiya skripti yondashuvi ortida, ko'plab asosiy funktsiyalar kutubxonalarga (asosan lib papkasida) qayta tiklandi. Bu domen modelining elementlarini taqdim etadi. Moodle loyihasi PHP obyektga yo'naltirilgan kod bilan ishlashdan oldin

boshlangan, ammo Moodle kodining so'nggi qismlaridan tashqari obyektga yo'naltirilgan domen Modelini kutmang. Taqdimotni biznes mantig'idan ajratish uchun ikkita qatlam qo'llaniladi. Tashqi qatlam Moodle interfeysining ko'proq vizual tomonlarini boshqaradigan mavzu (yuqoriga qarang). Keyinchalik tranzaksiya skriptlari va domen Modeli tomonidan taqdim etilgan ma'lumotlardan chiqadigan HTMLni yaratadigan renderer sinflari mavjud. Afsuski, na PHP, na Moodle arxitekturasi UI qatlamini aniq ajratishni talab qilmaydi. Bezovta ishlab chiquvchilar tartibsizlik qilishlari mumkin va bu o'tmishda sodir bo'lgan. Standart Moodle taqsimotidagi kod asta-sekin tozalanmoqda.

Moodle ma'lumotlar bazasi ham mavjud bo'lib, unda Moodle ma'lumotlar bazasi ko'plab jadvallarni (250 dan ortiq) o'z ichiga oladi, chunki butun ma'lumotlar bazasi har bir plaginga tegishli asosiy jadvallar va jadvallarning yig'indisidir. Yaxshiyamki, bu katta tuzilma tushunarli, chunki bitta plugin uchun jadvallar odatda bir-biriga va bir nechta asosiy jadvallarga bog'lanadi. Qo'shimcha ma'lumot olish uchun Ma'lumotlar bazasi sxemasiga kirishga qarang. Moodle ma'lumotlar bazasi strukturasi har bir plagindagi db jildidagi install.xml fayllarida aniqlanadi. Masalan, mod/forum/db/install.xml forum moduli uchun ma'lumotlar bazasi ta'rifini o'z ichiga oladi. lib/db/install.xml Moodle yadrosi tomonidan ishlatiladigan jadvallarni belgilaydi. install.xml fayllari har bir jadval va ustunning maqsadini tushuntirishi kerak bo'lgan izohlarni o'z ichiga oladi. Ushbu sharhlarni Moodle o'rnatishingizdagi Sayt ma'muriyati -> Ishlab chiqish -> XMLDB muharriri bo'limiga o'tish va [Hujjat] havolasini bosish orqali odamlar o'qiy oladigan hujjatga aylantirish mumkin.

Moodle – bu ta'lim muhitida qo'llaniladigan veb – ilova bo'ib hisoblanadi. Ushbu bob Moodle qanday ishlashining barcha jihatlari haqida umumiy ma'lumot berishga harakat qilsa-da, u Moodle dizayni ayniqsa qiziqarli bo'lgan sohalarga qaratilgan: 1) ilovani pluginlarga bo'lish usuli; 2) qaysi foydalanuvchilar tizimning turli qismlarida qanday amallarni bajarishini nazorat qiluvchi ruxsat berish tizimi; 3) turli xil ko'rinishlarni berish uchun turli mavzular (ko'rinishlar) ishlatilishi va interfeysni lokalizatsiya qilish uchun chiqishni yaratish usuli; 4) ma'lumotlar bazasi abstraksiya qatlami.

Moodle talabalar va professor-o'qituvchilar o'qitish va o'rgatish hamda o'rganish uchun birlasha oladigan onlayn joyni taqdim etadi. Moodle sayti kurslarga bo'lingan. Kursda foydalanuvchilar turli rollarda, masalan, Talaba, yoki O'qituvchi kabi ro'yxatdan o'tgan. Har bir kurs bir qator resurslar va tadbirlarni o'z ichiga oladi. Resurs PDF fayli, Moodle ichidagi HTML sahifasi, yoki Internetdagi boshqa biror narsaga havola bo'lishi mumkin. Faoliyat forum, viktorina, yoki viki bo'lishi mumkin. Kurs doirasida ushbu resurslar va tadbirlar qandaydir tarzda tuziladi. Masalan, ular mantiqiy mavzularga, yoki taqvimdagi haftalarga guruhlanishi mumkin (qarang: 1-rasm).



1-rasm. Universitet tizimlarining tipik arxitekturasi.

## LMS DASTURI YORDAMIDA TA'LIM TIZIMINI BOSHQARISH TIZIMLARINI TAKOMILLASHTIRISH

Zaripova G.K., Norova F.F., Namozova N.Sh.

*Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O'zbekiston*

Ta'limni boshqarish tizimi (LMS) – bu ma'lum turdagi o'quv jarayonini rejalashtirish, bajarish va baholash uchun qo'llaniladigan onlayn tizim, yoki dasturiy ta'minotdir. Oddiy jumlar bilan aytganda, eLearning dasturlarida qo'llanilib kelinayotgan va boshqaruv, hujjatlashtirish, kuzatish hamda ularni yozib olishda yordam beradigan dasturiy ta'minot bo'lib hisoblanadi. Ta'limni boshqarish tizimlari Internet orqali onlayn hamkorlikni ta'minlash uchun ishlatiladi. Oliy o'quv yurtlari, kollejlar, korxonalar ulardan onlayn o'qitish uchun foydalanadilar hamda korporatsiyalar ularni o'qitish maqsadlarida, shuningdek, xodimlarning hisoblarini yuritish uchun foydalanadilar. Ba'zilar ulardan talabalarga ta'lim olish imkoniyatini beruvchi kurslarni taklif qilish uchun, boshqalari esa xodimlar kurslarini o'tkazishni qo'llab-

quvvatlash va talabalar hamda xodimlar uchun onlayn ta'lim berish uchun shu bilan birga bundan aralash ta'lim imkoniyatlarini taqdim etish uchun foydalanadigan onlayn tizim sifatida dunyoga mashhurdir. Ta'limni boshqarish tizimlarini kashf qilishni o'rganish va uni takomillashtirish ta'limni boshqarish tizimlarining asosiy maqsadi bilan chanbarchas bog'liqdir. Bu esa o'z navbatida o'quv jarayonini yaxshilashga va uni mukammal takomillashtirishdan iboratdir. Ta'limni boshqarish tizimi nafaqat tarkibni taqdim etadi, balki kurslarni ro'yxatdan o'tkazish, kurslarni boshqarish, malakalardagi bo'shliqlarni tahlil qilish, kuzatish va hisobot berish bilan shug'ullanadi. Ko'pgina LMS'lar web texnologiyalariga asoslangan bo'lib, turli ta'lim institutlari va kompaniyalarda, sinfda o'qitish, o'rganish metodologiyasida hamda kompaniya yozuvlarini yaxshilashda bu dasturlar keng foydalaniladi. Ular turli sohalarda va stsensariylarda, masalan, moliyaviy xizmatlarda, muvofiqlik bo'yicha treninglarda, kompyuterga asoslangan treninglarda, onlayn baholashda, hamkorlikda o'rganishda, ilovalarni almashishda va h.k.larda qo'llaniladi. Ba'zi LMS'lar, shuningdek, xodimlarni baholash, vakolatlarni boshqarish va malaka bo'shliqlarini tahlil qilishni o'z ichiga olgan samaradorlikni boshqarish tizimini o'z ichiga oladi.

LMS'lar ta'limni boshqarish tizimlari nima uchun ishlatiladi? LMS'lar ommaviy darajada tashkilotlar, jumladan, oliy o'quv yurtlari va kompaniyalar uchun juda foydalidir. Ta'limni boshqarish tizimining asosiy qo'llanilish sohasi bilimlarni boshqarish(BB) uchundir. BB resurslar, hujjatlar va insonlar ko'nikmalari nuqtai nazaridan oliy o'quv yurti, yoki korxonaning bilimlarini to'plash, tartibga solish, o'zgartirish va tahlil qilishni anglatadi. Biroq, LMS'ning o'ziga xos vazifasi oliy o'quv yurtining o'qitish strategiyasi hamda maqsadlariga qarab o'zgaradi. Ta'lim muassasalari tomonidan qo'llaniladigan ba'zi mashhur LMS'larga Moodle, Blackboard Learn va Schoology kiradi. Mashhur korporativ darajadagi LMS'larga Adobe Captivate Prime, Docebo LMS, TalentLMS, iSpring Learn va eFront kiradi.

Xodimlarni o'qitish va ishga tushirish korporativ muhitda LMS uchun eng keng ko'lamli xaridlardan biri bo'lib hisoblanadi. Shuning uchun, LMS turli qurilmalarda va texnik jihozlarda o'quv materiallariga kirish uchun taqdim etish imkoniyatlari orqali yangi xodimlarni o'qitishga yordam berish uchun ishlatiladi. Yangi xodimlar o'z bilimlari va fikr-mulohazalarini qo'shganda hamda ularni qo'llab-quvvatlaganda bularni hisobga olishi mumkin, bu esa, o'z navbatida, ish beruvchilarga o'quv kurslari qanchalik samarali ekanligini tushunishga yordam beradi hamda yangi xodimlar ko'proq yordamga muhtoj bo'lgan sohalarni aniqlashga yordam beradi. LMS'lardan kengaytirilgan korporativ ta'lim maqsadlarida ham foydalanish mumkin. Bunga mijozlar, hamkorlar va a'zolar uchun trening kiradi. Mijozlarni o'qitish dasturiy ta'minot va texnologiya kompaniyalarida keng tarqalgan bo'lib, unda foydalanuvchilarga yangi mahsulotdan foydalanishdan oldin tizim qanday ishlashini o'rgatish kerak. Davom etayotgan mijozlarga ta'lim, shuningdek, mijozlar tajribasini yaxshilash va tovar sadoqatini oshirishga yordam beradi. Korporativ muhitda LMS'larning yana bir keng tarqalgan qo'llanilishi xodimlarni rivojlantirish va ushlab turishdir. LMS joriy xodimlarga kerakli kurslarni tayinlash uchun ishlatilishi mumkin, ular samarali mehnat ko'nikmalarini rivojlantiradi, mahsulotdagi o'zgarishlar haqida xabardor bo'lib oladi va yangi mahsulot hamda muvofiqlik bo'yicha treninglar orqali tegishli bilimlarni saqlab qoladi. Avtomatlashtirish – ta'limni boshqarish tizimlari ma'murlarga takroriy va zerikarli vazifalarni avtomatlashtirishga imkon berishi zarur. Lokalizatsiya – LMS'lar uchun ko'p tilli qo'llab-quvvatlash funksiyalarini o'z ichiga olishi muhim, shuning uchun o'rganish va o'qitish mazmuni til to'siqlari ta'siridan chetda qolishi mumkin. Ba'zi LMS'lar geolokatsiya xususiyatlarini birlashtiradi, bu ularga kirishdan so'ng darhol kursning tegishli versiyasini avtomatik ravishda taqdim etish imkonini beradi. Sun'iy intellekt (SI) – nihoyat, sun'iy intellekt LMS'ga ularning ehtiyojlariga mos kurs formatlarini taqdim etish orqali va foydalanuvchi allaqachon tugatgan kurslari asosida qiziqarli bo'lishi mumkin bo'lgan mavzularni taklif qilish orqali foydalanuvchilar uchun shaxsiylashtirilgan ta'lim tajribasini yaratishga yordam beradi.

## **TA'LIM TIZIMIDA ARALASH TA'LIMDAN FOYDALANISH**

**Zufarov Z.M.**

*O'zbekiston davlat san'at va madaniyat institute, Toshkent, O'zbekiston*

Axborot kommunikatsiya texnologiyalari rivojlangan bugungi kunda dars jarayonlarini tashkil etishda faqatgina elektron ta'limdan foydalanish yoki an'anaviy ta'limdan foydalanish yoxud ilg'or ta'lim texnologiyalaridan foydalanish yuqori samara bermaydi. Sababi har bir ta'lim turining afzalliklari va kamchiliklari mavjud bo'ladi. Shuning uchun bu ta'lim turlarini birgalikda qo'llash hozirda ta'lim sohasida yaxshi samaralar bermoqda va bu aralash ta'lim (blended learning) deb yuritilmoqda.

O'quv mashg'ulotining ushbu turida ta'lim oluvchilar auditoriyadan professor o'qituvchi bilan yuzma-yuz ko'rishib ta'lim olishi va auditoriyadan tashqarida onlayn ravishda masofali ta'lim tizimlari orqali mustaqil ravishda ta'lim olishi mumkin. O'qitishning bunday tashkil etilishi materialni o'qish

vaqtini, tempini(tezligini), yo'lini va joyini boshqarish imkoniyatini beradi, ta'lim sifati samaradorligi ortadi. Aralash ta'lim an'anaviy metodika va ilg'or texnologiyalarni birlashtirish imkonini beradi.

Ta'lim oluvchilarning auditoriyadan tashqarida ta'lim olishlari, mavzuni to'liq o'zlashtirishlari uchun quyidagi ta'lim elementlaridan foydalanish tavsiya etiladi:

- mavzu matni;
- mavzu taqdimoti;
- mavzu bo'yicha glossariy;
- mavzuning videosi;
- mavzu bo'yicha internetdan olingan ma'lumotlar;
- mavzu bo'yicha testlar;
- mavzu bo'yicha topshiriqlar;
- mavzu bo'yicha adabiyotlar;
- mavzu bo'yicha internet sayti manzillari.

Ta'lim oluvchi biror mavzuni (ma'ruza, amaliy, laboratoriya) mustaqil o'zlashtirishi uchun avval mavzu matnini bir necha marta o'qib chiqadi (agar mavzu tanish yoki yengilroq bo'lsa mavzu taqdimotini ko'rib chiqadi), mavzudagi maxsus atamalar, qisqartmalar va tushunchalar ma'no va mohiyatini to'liq tushunish uchun mavzu bo'yicha glossariydan foydalanadi, professor o'qituvchilar tomonidan ishlab chiqilgan mavzu videosini qayta-qayta tomosha qiladi. Agar o'zlashtirgan bilimlaridan qoniqmasa yoki yetarli emas deb hisoblasa, professor-o'qituvchilar tomonidan tavsiya etilgan mavzu bo'yicha internetdan olingan ma'lumotlar bilan tanishadi.

Ta'lim oluvchi mavzu bo'yicha testlarni yechadi va topshiriqlarni bajaradi. Qoniqarli natijaga erishilmasa, yuqoridagi jarayon qaytadan takrorlanadi. Bilim, ko'nikma va malakani yanada mustaxkamlash uchun taqdim etilayotgan adabiyotlardan va internet saytlaridan foydalaniladi.

Albatta mavzuning hajmi va murakkabligiga qarab, ta'lim oluvchi xarchand xarakat qilmasin, uni to'liq o'zlashtira olmasligi mumkin. Bunday xollarda ta'lim oluvchi mavzuni auditoriyada professor-o'qituvchi yordamida o'zlashtiradi.

Xulosa o'rinda shuni aytish kerakki, blended learning (aralash ta'lim) asosida ta'lim tizimi tashkil etishni yo'lga qo'yish, ta'lim samaradorligini oshirish hozirgi zamon talabidir. Bizning nazarimizda, bu borada aralash ta'lim an'anaviy va masofali ta'lim tizimida o'qitish ishlarini takomillashtirish, ommalashtirish, aralash ta'lim bo'yicha rivojlangan davlatlar tajribasini chuqur o'rganish aralash ta'lim milliy modelini yaratilishiga imkon yaratadi.

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ**

**Абдукадирова Д.Т.**

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан*

Мы живем в мире, наполненном и даже перенасыщенном информацией. Научные учреждения создают и внедряют информацию. Она необходима для принятия политических решений, лежит в основе процессов обучения и образования, в основе любой творческой деятельности. Разумеется, что информация, рассматриваемая изолированно, сама по себе не может произвести коренных изменений в нашей жизни. Но информация, влияющая на деятельность человека, а через нее и на окружающий мир, становится гигантской технической, социально-экономической и культурной силой. Поэтому в современном мире при прочих равных условиях победит и выиграет историческое соревнование та общественная система, которая сможет производить больше информации, будет создавать информацию лучшего качества и сумеет внедрять ее быстрее во все сферы общественной жизни. Ясно, что делать это можно не традиционными методами, возможности которых ограничены, а лишь с помощью современной сверхсложной информационной технологии. Нынешняя борьба за социальное и физическое выживание человека и человечества все в большей степени зависит от уровня и качества такой технологии. Вследствие этого процесс, в котором осуществляется ускоренное развитие и внедрение информационной технологии, а также экспоненциально нарастающий прирост информации, представляет собой особый интерес с точки зрения философского осмысления общества. Данный процесс получил название информатизации общества. Информатизация, стало быть, есть особый социально-исторический процесс, в котором реализуется информационная революция и который ведет к новому состоянию общества. Это новое состояние называется информационным обществом или информационной цивилизацией

Суммируя все сказанное, можно сформулировать концепцию современного информационного общества.

Общество является информационным, если:

1) любой индивид, группа лиц, предприятие или организация в любой точке страны и в любое время могут получить за соответствующую плату или бесплатно на основе автоматизированного доступа и систем связи любые информацию и знания, необходимые для их жизнедеятельности и решения личных и социально значимых задач;

2) в обществе производится, функционирует и доступна любому индивиду, группе или организации современная информационная технология, обеспечивающая выполнимость предыдущего пункта;

3) имеются развитые инфраструктуры, обеспечивающие создание национальных информационных ресурсов в объеме, необходимом для поддержания постоянно убаыстряющегося научно-технологического и социально-исторического прогресса. Общество в состоянии производить всю необходимую для жизнедеятельности информацию, и прежде всего научную. Ученными выделяются два основных теоретико-методологических подхода к информатизации общества: 1) технократический, когда информационные технологии считаются средством повышения производительности труда и их использование ограничивается, в основном, сферами производства и управления;

2) гуманитарный, когда информационная технология рассматривается как важная часть человеческой жизни, имеющая значение не только для производства, но и для социальной сферы.

Принятая здесь концепция позволяет теперь ранжировать и установить соотношение между понятиями информатизации, медиатизации, компьютеризации и электронизации общества.

Электронизация представляет собой в общем и целом инженерно-технический процесс, состоящий в производстве, конструировании и широком внедрении полупроводников, приборов и других электронных технологий и создании на их основе различных электронных устройств, включая интегральные схемы, микропроцессоры и так далее, применяемые в промышленности, научных исследованиях, бытовых приборах, транспорте. Электронная промышленность охватывает изготовление новых материалов с заданными свойствами, элементной базы для компьютеров, средств связи и так далее. Сама по себе электронизация общества еще не означает радикальных изменений в социальной сфере, хотя предполагает более или менее существенные изменения в сфере промышленного производства и экономики.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Афанасьева Н.Ю.* \\\Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента. 2016
2. *Бабаиш А.В.* и другие \\\ Информационная безопасность. 2016
3. *Косырева В.П., Еремина Л.В.,* Экономическая информатика: Учебник / Под ред. - М.: Финансы и статистика, 1996., стр. 37-41.
4. *Вендров А.М.* Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем. - М.: Финансы и статистика, 2000., стр. 15-23.
5. *Евдокимов В.В.* Экономическая информатика: Учебник для вузов / Под ред. В.В. Евдокимова. - СПб., 1997, стр.45-49.
6. *Чистова Д.А.,* Информационные системы в экономике: Учебное пособие / Под ред. Проф.. - М.: ИНФРА-М, 2009. - стр.3-9.

## РИВОЖЛАНГАН МАМЛАКАТЛАРНИНГ МАСОФАВИЙ ТАЪЛИМНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БЎЙИЧА ТАЖРИБАЛАРИ

<sup>1</sup>Абдураимов Д.Э., <sup>2</sup>Абдураимов Р.Э., <sup>1</sup>Нуркулов Ж.А.

<sup>1</sup>Гулистон давлат университети,

<sup>2</sup>Тошкент давлат техника университети

Айни дамда ривожланган мамлакатларда масофавий ўқитиш тажрибаси анча узоқ даврларга бориб тақалади. Масофадан туриб олий маълумот олиш имконияти дастлаб 1836 йилда Буюк Британияда Лондон университети ташкил этилганда пайдо бўлди. 1840 йилда Исаак Питман Буюк Британияда почта жўнатмалари орқали талабаларни стенографияга ўқитиб, масофавий таълимга дастлабки қадам қўйди.

1969 йилда Буюк Британия Очик университети (UKOU) ташкил этилиши масофавий таълим тизими ривожланишига катта турки бўлди. Буюк Британия Европа Иттифоқи мамлакатлари ичида нафақат компьютерлаштириш даражаси бўйича, балки масофавий таълим тизими тадбиқи даражаси бўйича ҳам етакчи ўринни эгаллайди.



XIX асрнинг 70-йилларида АҚШда ҳам масофавий таълимни ташкил этиш бўйича бир қанча ишлар амалга оширилди. АҚШда масофавий таълимнинг асосчиси бўлган Вильям Рейни Харпер 1892 йилда Чикаго университети қошида университет масофавий таълим бўлимини ташкил этди.

Марказий ва Шарқий Европада таълимнинг масофавий шаклига дастлаб Россия таълим муассасалари қизиқиш билдиришди. Масофавий таълим технологиясининг дастлабки элементлари 1907 йилда йилда Находка шаҳридаги Денгизчилар мактабида ва 1908 йилда А.М. Шанявский номли Москва халқ университетида қўлланилди. 1917 йилдан бошлаб Россияда масофавий таълим кенг қўлланилди.

Ўтган асрнинг 70-80 йилларида масофадан туриб таълим берадиган ўқув муассасалари Европа ва Осиёнинг бир қанча мамлакатларида ташкил этилди. Ўша даврда Испания (1972), Покистон (1974), Таиланд (1978), Корея (1982), Индонезия (1984), Ҳиндистон (1985) университетлари масофавий таълим хизматлари бозорига кириб келди.

Хитойда маданий инқилоб даврида ёпилган анъанавий олий таълим муассасалари ўрнига 1979 йилда Миллий радио ва телевизион университетлар тармоғи ташкил этилди. Хорижий тажрибалар ва мамлакатимиз таълим муассасалари тажрибаларидан кўриш мумкинки, педагогик технологиялар сифатини бошқариш жараёнида компьютер телекоммуникацияларидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ.

Хулоса қилиб айтганда, ривожланган хорижий мамлакатлар тажрибаси Ўзбекистонда масофавий таълим тизимида қўлланиладиган педагогик технологиялар сифатини бошқариш самарадорлигини оширишда қўлланилиши мумкин ва у яхши самара беради, деб умид қиламиз.

#### АДАБИЁТЛАР

1. *Аль-Фади С.* Факторы, влияющие на принятие дистанционного обучения: социологическое исследование в Открытом университете Кувейта // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2010. – № 2. – С. 78–85.
2. *Bonk C.J., Lee M., Thomas H. Reynolds T.H.* A Special Passage Through Asia E-Learning // International Journal on E-Learning. – 2009. – Vol. 8. – № 4. – P. 439–445 // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2010. – № 1. – С. 111–113.
3. Система дистанционного обучения МИЭЭ: [сайт]: URL: <http://edu.mieen.ru/moodle/login/index.php>.

### КАСБ-ҲУНАР ТАЪЛИМИДА ЎҚУВЧИЛАРНИНГ ЛОЙИҲАЛАШ ФАОЛИЯТИНИ РАҚАМЛИ ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ АСОСИДА ТАШКИЛ ЭТИШ

Абидова З.К.

*Бухоро муҳандислик-технология институти, Бухоро, Ўзбекистон*

Ҳозирги кунда касб-ҳунар таълимининг ўқув жараёнида замонавий технологиялар жадал кириб келмоқда. Бугунги кунда мавжуд бўлган айрим педагогик технологияларни янги рақамли муҳитда маслаҳувчанлигини таъминлашни муҳим ҳисобланади. Ўқув жараёнида ўқувчиларнинг когнитив ва ижодий фаоллигини амалга ошириш учун уларнинг репродуктив фаоллиги улушини минималлаштириш ва таълим сифатини оширишга имкон берадиган замонавий рақамли технологиялардан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир.

Рақамли технологиялар ўқувчиларнинг лойиҳавий, ўқув ва тадқиқот фаолиятини ташкил этишда энг самарали воситалардан бири бўлиб ҳисобланади. Улар рақамли таълим ресурсларнинг вариатив электрон ўқув модулларидан фойдаланиш, шунингдек лойиҳа фаолияти натижаларини самарали тарзда тақдим этиш имкониятларини яратади. Лойиҳани амалга ошириш воситаси сифатида рақамли таълим технологияларидан фойдаланганда, ўқувчининг ижодий ўзини-ўзи англаш имкониятлари кенгайди, унинг қобилиятлари ривожланади, чунки у лойиҳа мавзусини очиб бериш учун зарур бўлган маълумотлар ва амалий ишларни бажариши учун тегшли ахборотлар билан таъминланади [1].

Олиб борилган амалий тадқиқотларимиз даврида “Енгил саноат маҳсулотларини лойиҳалаш” фанидан ўқувчиларнинг лойиҳа фаолиятини ташкил этиш учун рақамли таълим ресурслари ишлаб чиқилди. Ўқувчиларнинг лойиҳа ишини ташкил этиш ва амалга ошириш учун махсус веб-саҳифалардан, веб-квестлардан фойдаланилди. Маъмурий саҳифада жойлаштирилган веб-квестлар таркибини куйидаги компоненталар ташкил этди: лойиҳа иштирокчилари асосий ўқув гуруҳининг электрон почта манзиллари рўйхати; босқичлар бўйича ишларни бажариш жадвали; ҳар бир босқични ва бутун лойиҳани баҳолаш мезонлари.

Лойиҳанинг мазмуни веб-квестнинг ишчи саҳифасида куйидаги тартибда жойлаштирилди: лойиҳа иштирокчиларини муаммоли вазиятларни ҳал қилиш жараёнида ахборот билан таъминлаш

учун рақамли технологиялар асосида ишлаб чиқилган электрон ўқув модуллари билан таништириш; муаммоли вазиятнинг ноаниқлигини, унинг юзага келиш сабабларини ўрганишдан иборат бўлган асосий саволлар; режалаштирилган кузатишлар серияси, амалий ишлар. Веб-квестда жойлаштирилган маълумотлар ўқувчилар томонидан лойиҳада белгиланган вазифаларни самарали ечиш учун асос бўлиб хизмат қилди.

Хулоса қилиб таъкидлаш жоизки, ўқувчиларнинг лойиҳалаш фаолиятини ташкил этишда рақамли таълим ресурсларидан фойдаланиш юқори педагогик технологияларга тегишли бўлиб, ўқитувчи томонидан ҳам, ўқувчилар томонидан ҳам пухта тайёргарликни талаб қилади ва лойиҳа устида жамоа бўлиб ишлаш жараёнида субъектларнинг барча фаолиятини янада самарали мувофиқлаштиради.

Демак, касб-хунар таълимида рақамли технологиялар асосида ўқувчиларнинг лойиҳалаш фаолиятини ташкил этиш, замонавий таълим ва тарбия тизимининг мақсадларига эришишнинг энг самарали усулларида бири сифатида қаралиши лозим.

#### АДАБИЁТЛАР

1. *Абидов К.З.* Создание математических моделей реальных процессов на основе компьютерных технологий. Международная научно-практическая конференция: Реальность – сумма информационных технологий. Курск, 08-10 сентября. 2016 г. С. 32-34.

### ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ХОДЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ МАРШРУТОВ ДЛЯ СТУДЕНТОВ С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ

**Аверьянова С. Ю.**

*кандидат педагогических наук,*

*Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южном федеральном университете», Россия*

На текущем этапе развития государства перед системой образования России поставлена задача достижения нового современного качества высшего образования, отвечающего требованиям времени, приближение образовательно-профессиональных программ к личным потребностям обучающихся и требованиям общества. Действующие нормативно-правовые документы, определяющие функционирование образовательной системы все больше фокусирует в себе функции социализации личности, в том числе лиц с ограниченными физическими возможностями [1].

Получение высшего образования лицами с особыми образовательными потребностями в группах совместно со студентами с нормативным развитием требует от профессорско-преподавательского состава поиска новых, дифференцированных подходов по оказанию психолого-педагогической поддержки и помощи в освоении образовательных программ и развитии профессиональных компетенций, так как ограниченность здоровья в той или иной степени не всегда позволяет работать в общем темпе группы, присутствовать очно на всех видах аудиторных занятий и т.п.

Эффективным инструментом для преодоления данных проблем является индивидуальный образовательный маршрут студента, под которым мы понимаем собственный проект его продвижения по траектории самообразования, приводящий к определенным, заранее планируемыми результатам.

В современной дидактике рассмотрено достаточное количество создания индивидуальных образовательных маршрутов [2]. Однако с учетом необходимости изменения образовательного процесса для студентов с особыми образовательными потребностями, использование информационных технологий становится все более актуально.

В филиале Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южном федеральном университете» (ЮФУ) в городе Новошахтинске данная поддержка осуществляется при изучении дисциплины математика с использованием корпоративной платформы Microsoft Teams, которая позволяет не только обеспечить доступ к учебно-методическим материалам (учебным планам, рабочим программам, электронным учебным изданиям и т.п.), объединять в рабочем пространстве чат, встречи, заметки и вложения, но и фиксировать и хранить информацию о ходе продвижения студента по заданному маршруту, осуществлять своевременную коррекцию.

Прохождение маршрута разбито на изучение теоретической части и овладение способами действия. Готовность к переходу на новый этап усвоения материала проверяется с помощью

тестовых заданий, размещенных в Microsoft Teams. Предложенные задания позволяют определить минимальный уровень необходимых теоретических знаний, позволяющих осуществлять дальнейшее продвижение по образовательному маршруту. В случае преодоления оценочного порога, определенного педагогом, студенты переходят к практическим действиям. При недостижении минимума необходимо получить дополнительную консультацию у преподавателя, определить причину неудачи, проработать повторно теоретический материал.

Оценочный этап – выполнение итоговой работы, определение уровня усвоения изученного материала. Программа позволяет устанавливать календарные и временные рамки для выполнения контрольных заданий, отправлять их на доработку при нахождении ошибок и недочетов. Возможности платформы позволяют накапливать все результаты работ, что позволяет отслеживать процесс усвоения и индивидуальный темп работы над материалом, демонстрирует объем затраченных студентом усилий.

Предложенная модель использования информационных технологий позволяет учитывать персональные особенности студентов с особыми образовательными потребностями, служит достижению поставленных педагогических целей.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273 «Об образовании в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/) (Дата обращения 25.04.2022 г.).
2. *Ткаченко Е. В.* О проблемных вопросах российского образования на современной этапе [Текст]// Образование и наука. – 2000. – №2(4). – С. 15-24.

### ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СОВРЕМЕННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

<sup>1</sup>Акабирова Л. Х., <sup>2</sup>Атаева Г. И.

<sup>1</sup> Бухарский инженерно-технологический институт

<sup>2</sup> Бухарский государственный университет

Под цифровыми технологиями мы подразумеваем использование компьютерных и технологических стратегий для поддержки обучения в учебных заведениях. Подходы в этой области сильно различаются, но обычно включают:

- технологии для учащихся, когда учащиеся используют программы или приложения, предназначенные для решения проблем или открытого обучения; или
- технологии для учителей, такие как интерактивные доски или обучающие платформы.

*Насколько это эффективно?* Исследования постоянно показывают, что цифровые технологии связаны с умеренными успехами в обучении: в среднем это дополнительные четыре месяца. Тем не менее, есть значительные различия в воздействии.

Имеющиеся данные свидетельствуют о том, что технологические подходы следует использовать в дополнение к другому обучению, а не заменять более традиционные подходы. Маловероятно, что конкретные технологии вызывают изменения в обучении напрямую, но некоторые из них могут способствовать изменениям во взаимодействии преподавания и обучения. Например, они могут помочь учителям обеспечить более эффективную обратную связь или использовать более полезные представления, или они могут мотивировать учащихся больше практиковаться.

Исследования показывают, что подходы, которые индивидуализируют обучение с помощью технологий (например, предоставление ноутбука один на один, когда учащиеся выполняют учебную деятельность в своем собственном темпе, или индивидуальное использование программного обеспечения для тренировок), могут быть не такими полезными, как обучение в небольших группах с использованием технологий или совместное использование техники.

Имеются четкие доказательства того, что подходы с использованием цифровых технологий более полезны для практики письма и математики, чем правописания и решения задач, и есть некоторые свидетельства того, что они более эффективны для младших школьников.

Несмотря на широкомасштабное внедрение цифровых технологий для преподавания и обучения, остается ограниченное количество исследований их влияния на обучение и успеваемость учащихся. Доступные исследования сосредоточены в основном на реализации конкретных программ в школе или школьном сообществе, изучении изменений в вовлеченности и мотивации учащихся. В нескольких исследованиях также изучаются изменения академических результатов в результате использования цифровых технологий. Результаты исследований различаются, несмотря на некоторые наблюдаемые положительные последствия.

Имеются обширные данные о положительных эффектах в разных возрастных группах и для большинства областей учебной программы. Однако различия в воздействии и спектр доступных технологий предполагают, что всегда важно отслеживать влияние на обучение любого нового подхода.

Темпы технологических изменений означают, что фактические данные обычно относятся к технологиям вчерашнего дня, а не к сегодняшним, но средние эффекты остаются постоянными в течение некоторого времени, что позволяет предположить, что общее сообщение об умеренном положительном воздействии, вероятно, останется актуальным.

*Каковы затраты?* Общие затраты на использование цифровых технологий, включая все оборудование, могут быть высокими, но большинство учебных заведений уже оснащены таким оборудованием, как компьютеры и интерактивные доски.

Подходы к цифровым технологиям часто требуют дополнительного обучения и поддержки учителей, что может иметь важное значение для обеспечения надлежащего использования технологий и достижения успехов в обучении. Можно квалифицировать данные затраты как умеренные.

Эффективное использование цифровых технологий обусловлено целями обучения и преподавания, а не конкретной технологией: технология не является самоцелью. Вы должны четко понимать, как любая новая технология улучшит взаимодействие при преподавании и обучении.

Новые технологии не приводят автоматически к увеличению достижений. Как любая новая технология поможет учащимся работать усерднее, дольше и эффективнее, чтобы улучшить свое обучение?

Мотивация учащихся к использованию технологий не всегда приводит к более эффективному обучению, особенно если использование технологий и желаемые результаты обучения не тесно связаны.

Учителям нужна поддержка и время, чтобы научиться эффективно использовать новые технологии. Это включает в себя больше, чем просто изучение того, как использовать аппаратное или программное обеспечение; обучение также должно помочь учителям понять, как его можно использовать для обучения.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Edwards, B. & Cheok, A.* (2018). Why not robot teachers: artificial intelligence for addressing teacher shortage. *Applied Artificial Intelligence*, 32(4), 345-360.
2. *Fullan, M., Quinn, J., Drummy, M. & Gardner, M.* (2020) Education reimaged: the future of learning. [https://edudownloads.azureedge.net/msdownloads/Microsoft-EducationReimagined-Paper.pdf?utm\\_medium=social&utm\\_source=twitter](https://edudownloads.azureedge.net/msdownloads/Microsoft-EducationReimagined-Paper.pdf?utm_medium=social&utm_source=twitter)

### ТАЛАБАЛАРНИ ИЖТИМОЙ ФАОЛ ШАХС ҚИЛИБ ШАКЛЛАНТИРИШ МОДЕЛИ МАЗМУНИНИ ТАЛАБАЛАР ОНГИГА СИНГДИРИШНИНГ ТИЗИМИЙ ЁНДАШУВИ Алқаров И.Ш.

Ижтиойй фаол шахс модули мазмунини талабалар онгига сингдиришнинг ва унинг жамиятимиз тараққиётидаги йўлимизни топиб олишдаги аҳамияти ниҳоятда каттадир. Республика аҳолисининг 60% ни 30 ёшгача бўлган ёшлар ташкил этади. Бунда айниқса, таълим-тарбия жараёнининг энг илғор услуб ва воситаларини ишлаб чиқиш ҳамда улардан самарали фойдаланиш шу куннинг муҳим муаммоларидан биридир. Бу муаммони ҳал қилиш учун қуйидаги компонентларини тайёрлаш лозим бўлади:

- бой миллий қадриятлар ҳақидаги ахборотлар тизимини тайёрлаш;
- мустақиллик учун ккурашиб келган бубк аждодларимизнинг бунёдкорлик ишлари, баркамол, ижтимоий фаол шахс тарбияси даги аҳамиятини баён қилиш;
- ғоянинг намоён бўлиш хусусиятларини ва жараёнларини чуқур таҳлил қила билишга эришишни таъминлаш, билим ва малакаларини шакллантириш;
- миллий тарбиянинг тарихий илдизларини чуқур англай билиш;
- талабаларни ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантириш модули таркибий қисмларининг тарихий илдизлари ва мазмуни; кенг англаш;
- бунёдкор ғоялар, вайронкор ғоялар, уларнинг асосий мақсад - муддоаси, пайдо бўлиш сабаблари ва улардан келиб чиқадиган оқибатларнинг бизга, балки бутун дунёга таъсирини чуқур англай билишга эришиш;

- мазкур йўналиш бўйича қарашлар, ғоялар, таълимотлар ва улар асосида талабалар онгида ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантиришнинг узлуксиз тизимини яратиш;

- ишлаб чиқилган тизимни жорий қилишнинг ижтимоий фаол шахс тарбиясидаги аҳамияти ва ундан таълим-тарбия жараёнида фойдаланишга услубий тавсиялар ишлаб чиқиш.

Юқорида қайд этилган компонентларнинг ҳар бири ўзига яраша қатта муаммо ва шунинг билан бирга бундай маълумотларни тўплаб, бир тизимга келтириш муҳим муаммодир. Шу сабабли юқорида қайд этилган компонентларга мос маълумотлар "Ахборотлар банки" ташкил этилса, улар орасидаги узвийлик ва узлуксизлик таъминланса таркибий қисмларининг мазмун моҳиятини сингдиришнинг оптимал варианты таъминланган бўлар эди.

Натижада қадриятлар ичидан 6 та таркибий қисмнинг асосий кўрсаткичлари мазмун моҳиятини қамраб олувчи "Миллий-маънавий қадриятлар" номли қисм тизим пайдо бўлиш имконияти яратилди.

Ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантиришнинг узлуксиз тизими ва ундан фойдаланишга маълумотлар базаси, услубий тавсиялар тайёрланиб, олинди ва ҳар бир таркибий қисм учун алоҳида - алоҳида компьютер хотираларига жойлаштирилган бўлиб, уларга доимо янгиланиб бориш имконияти яратилган.

Шаклда белгиланган ишларни амалга оширишда компьютер учун қуйидаги мулоқатли ишчи дастур(ИД)лар тизими ишлаб чиқилди:

- ақл, онг, фикр, тафаккур асосидаги қарашлар, ғоялар, таълимотларни ифодаловчи ишчи дастур;

- қомусчи олимлар сиймоси, ҳаёти, фаолияти, ижоди, ёзган асарлари ва уларнинг бугунги барқамол авлод тарбиясига аҳамиятини ифодаловчи мулоқатли - ишчи дастур (МИД);

- бубк аждодларимиз, ҳадисчи олимлар, шоирлар ва ёзувчилар сиймоси, ҳаёти, ижоди, асарлари ва уларнинг комил инсон тарбиясидаги аҳамиятини ифодаловчи мулоқатли-ишчи дастур;

- "ҚАДРИЯТЛАР" номли компьютерли тизим учун мулоқатли-ишчи дастурлар ишлаб чиқилиб амалиётга жорий этилишига катта замин яратади.

Бу эса талаба қалби ва онгига ижтимоий фаол шахс моделининг таркибий қисмлари мазмунини сингдиришда булардан фойдаланиш ижобий натижаларни берди.

## **ТАЛАБАЛАРНИ ИЖТИМОЙ ФАОЛ ШАХС ҚИЛИБ ШАКЛЛАНТИРИШ МОДУЛИНИНГ МАЗМУН-МОҲИАТИНИ ЎЗЛАШТРИШ ЖАРАЁНИНИНГ АХБОРОТЛИ ТАЪМИНОТИ**

**Алқаров И. Ш., Эргашев Э.К**

Талабаларни ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантириш учун битирувчи талаба, яъни мутахассис ижтимоий фаол шахс моделининг таркибий қисмлари мазмуни бўйича қуйидаги билимларга эга бўлиши керак, мазмун моҳиятини талабалар онгига ва қалбига сингдиришга тизимий ёндашув тарихи уларнинг мақсади, вазифаси, таркиби ҳақида билим ва кўникмага эга бўлиш; бой миллий маънавий қадриятлар ҳақидаги билим ва кўникмага эга бўлиш лозим. Улар:

- Ўзбек халқининг бунёдкорлик фаолияти: тарихи ва ҳозирги кундаги ҳолати бўйича маълумотга эга бўлиш;

- комил инсон тарбияси таълимотининг асослари ("Авесто", "Қурони", «Ҳадис» ва буюк донишмандлар таълимотлари)ни тарғиб қилиш;

- замонавий фан-техника ютуқлари ва уларнинг жамиятни ахборотлаштиришдаги ўрни ва аҳамиятини тушинтириб бераолиш каби хислатларга эга бўлиш.

Юқоридаги босқичлар бўйича тест-саволлари тузилган ва улар компьютер хотирасидаги "ҚАДРИЯТЛАР" ва "БУНЁДКОР" номли компьютерли тизимнинг қисм тизимлари бўлиб, ҳар бир босқич учун тайёрланади.

Ахборотли таъминотини ишлаб чиқиш ва амалиётга жорий этиш мақсадида қуйидаги ишлар амалга оширилди:

- бу борада ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантириш моделининг таркибий қисмларининг мазмун моҳиятини талабалар онгига сингдиришнинг восита ва йўллари ҳамда унинг ахборотли таъминоти яратилди;

- талабаларни ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантириш жараёнининг маънавий-маърифий ва ахборотли асослари ишлаб чиқилди;

- миллий қадриятлар тўғрисидаги билими ва малака кўникмалари ўз навбатида босқичма-босқич ошириб борилди ва шакллантирилди.

Тарғиботчи ҳар томонлама етук бўлиши учун унинг касбий фазилатлари ҳам камолот сари юксалган бўлиши керак. Улар:

- таркибий қисмлари мазмунини тарғиботнинг воситалари, омиллари, йўллари, усуллари, йўналишлари, шакллари ва уларни ташкиллаштиришни билиши;
- мактаб, оила, маҳалла, жамоатчилик ҳамкорликда ижтимоий фаол шахсни шакллантириш бўйича тарбиянинг мазмунини ва шакллари билиши;
- тарғибот даврида тайёр компютерли тизимлардан, жумладан, "ҚАДРИЯТЛАР" ва "БУНЁДҚОР" компютерли тизимлар учун ишлаб чиқилган электрон қўлланмалардан фойдаланишни билиш лозим ва ҳоказо.

Ҳамма босқичлар бўйича компютерли тренажор тайёрланган, талаба ҳамма босқичдан ўтиб бўлгандан кейин, компютерли тизимнинг "талабаларни ижтимоий фаол шахс қилиб шакллантириш модели тарбиянинг мазмун моҳиятини тарғибот қилишга тайёргарлик даражасини аниқлаш" блокага ўтади ва ундаги мезон асосида қуйидагича хулоса берилади:

- элим деб, юртим деб ёниб яшовчи фидокор инсон сенга порлоқ келажак ёр бўлсин;
- баркамолликка интилувчи бўлажак мутахассис сенга меҳнатсеварлиги, янгиликка интилувчанлик доимо ҳамроҳ бўлсин;
- сенда шаклланган билимлар ва хислатларни янада ривожланишда улуғ аждодларимиз руҳи доимо мададкор бўлсин;
- ўзлимизни англаш, миллий ғуруримизга, мустақиллик ғоясига содиқ бўл;
- сенга республикамизнинг мустақил фарзанди бўлишдек буюк неъматга эга бўлишда куч - ғайрат ёр бўлсин

## **“ТЕХНИК МЕХАНИКА” ФАНИНИ ЎҚИТИШДА ТАЛАБАЛАРНИНГ МУСТАҚИЛ ИШИНИ ТАШКИЛ ЭТИШ**

**Асраев З.Р.**

*Бухоро муҳандислик технология институти, Бухор, Ўзбекистон*

Ҳозирги кунда кредит-модул тизимида таълимнинг амалий йўналишини таъминлайдиган энг муҳим восита талабаларнинг мустақил иши ва уни фаоллаштиришдир. Замонавий ўқув жараёнида мустақил ишларни фаоллаштириш, талабаларни илмий тадқиқот ишларига жалб этиш, ахборот технологиялари платформасида ўқитишнинг янги шакл ва усулларида фойдаланиш зарур деб ҳисоблаймиз. Ўқув жараёнини кредит-модул тизими асосида ташкил этишда ўқув вақтининг 60% гача бўлган қисми талабаларнинг мустақил ишларини ташкил қилишга қаратилади. Ушбу муаммони ҳал қилишнинг мумкин бўлган вариантларидан бири замонавий ахборот-коммуникация технологияларидан, хусусан, ЭТР имкониятларидан фойдаланишдир.

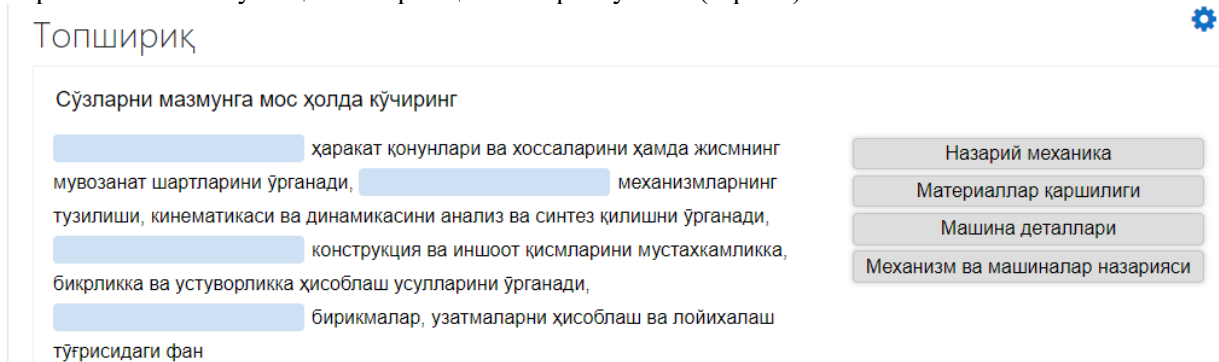
Талабаларнинг мустақил ишларини электрон таълим ресурслари ёрдамида ташкил этиш имкониятлари дидактик жиҳатдан самарали ҳисобланади. Педагогик амалиётда ЭТР рақамли шаклда тақдим этилган ва тузилиши, мавзулари мазмуни ва улар ҳақидаги метамаълумотларни ўз ичига олган таълим ресурси сифатида тавсифланади. Тадқиқотчилар талабаларнинг мустақил ишларини ташкил этишнинг энг самарали воситаси LMS Moodle платформасидан фойдаланиш эканлигини таъкидлайдилар. Таҳлил қилинган илмий ишлар ва турли ўқув платформаларидан фойдаланиш тажрибасига асосланиб, биз олий таълим муассасаси базасида LMS Moodle ишончли ва ЭТР ни жойлаштиришнинг қулай усули деган хулоса қилиш мумкин.

Умумкасбий фанлардан мустақил ишларни самарали ташкил этиш мақсадида Бухоро муҳандислик-технология институти техника йўналиши талабалари учун “Амалий механика” фани бўйича интерфаол электрон таълим ресурслари ишлаб чиқилди ва Moodle платформасига жойлаштирилди. Moodle платформасига жойлаштирилган мустақил ишларнинг ҳар хил турларидан фойдаланиш, шунингдек, талабалар билан гуруҳ ва индивидуал ишларни ташкил этиш имконини берди.

Жумладан, институтнинг “Кимёвий технология” йўналишида таҳсил олаётган талабалар ўқув режада “Амалий механика” фани учун ажратилган ўқув юкламининг умумий ҳажми 248 соатни ташкил этган бўлса, шундан 90 соат мустақил иш учун ажратилган. Мазкур фан учун “Moodle” платформасида жойлаштирилган курснинг кириш қисмида фаннинг намунавий дастури, иш режаси, календар ҳафталик режаси, онлайн манбаларга ҳаволалар ва керакли адабиётлар рўйхати, олинган билимларни баҳолаш мезонлари, оралиқ ва якуний назорат саволлари ҳамда тестлар, курснинг асосий тушунчалари кўрсатилган глоссарий, фанни ўрганиш бўйича ва мустақил ишларни бажариш учун умумий кўрсатмалар. Курснинг ушбу қисмида платформада ишлаш билан боғлиқ масалалар бўйича умумий янгиликлар форуми ҳам тақдим этилади.

Ҳар бир дарс амалий кўникмаларни эгаллаш учун зарур бўлган вазифаларни бажариш бўйича босқичма-босқич кўрсатмаларни ўз ичига олади. Бунда ўрганилаётган фан бўйича олинган кўникмаларни мустақамлаш учун мўлжалланган мустақил иш учун топшириқлар, тавсия этилган ўқув нашрларига ҳаволалар, матнли ҳужжатлар ва мавзу бўйича видео материаллар, шунингдек оралик ва якуний назоратни ташкил этиш учун тест топшириқлари келтирилган.

Биз томонимиздан “Амалий механика” фанидан самарали ташкил этиш учун ўқув машғулотларининг таркибий қисмлари ишлаб чиқилди ва талабалар мавжуд муаммолар бўйича турли қарашлар билан мустақил равишда танишишлари учун имкониятлар яратилди. Масалан, курс иштирокчилари маъруза материаллари билан танишиб чиққанларидан сўнг, уларга турли савол ва топшириқлар бериб, ўзлаштирганлик даражаларига кўра кейинги мавзуга ўтиш ёки шу мавзунинг такроран ўрганишга имкон берилди. Бундан ташқари мавзунинг чуқур ўрганиш учун матнли ҳужжатларга ва видеоларга ҳавола қилувчи гиперҳаволалар ёрдамида ЭТРлар тақдим этилди. Шунингдек, берилган топшириқ ёрдамида талабалар дарс материалининг қай даражада ўзлаштирилганлигини мустақил назорат қилишлари мумкин (1-расм).



1-расм. Мустақил топшириқ намунаси

Шундай қилиб, ишлаб чиқилган курснинг асосий мақсадларидан бири талабаларнинг мустақил ишларини фаоллаштириш ва таълим мақсадларига эришиш учун қулай педагогик шароитлар яратишдир.

#### АДАБИЁТЛАР

1. *Осин А.В.* Мультимедиа в образовании.- М. 2004.
2. *Эрдеди А.А.* Техническая механика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. -М.: Издательский центр «Академия», 2014.

### МАТЕМАТИКА ЎҚИТИШДА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДАН Фойдаланиш

**Ботиров З.Ш., Остонов Қ.**

*СамИСи,АЛ, Самарқанд, Ўзбекистон*

Ҳеч кимга сир эмаски, рақамли технологиялардан фойдаланиш кўплаб профессионал соҳаларда асосий талаб ҳисобланади. Бу, албатта, таълимга ҳам тегишли. Планшетлар, iPadлар, мобил телефонлар, ақлли соатлар, виртуал реаллик кўзойнаклари бутунги авлод ўқувчиларининг кундалик ҳаётига мустақам кириб борди. Бизнинг рақамли ҳаётимиз жадал ривожланмоқда. Ҳар бир замонавий ўқитувчи таълим жараёнида инновацион компьютер технологияларидан фойдаланган ҳолда, янги услубда ўқитиш зарурлигини тушунади. Таълимнинг янги парадигмаси пишиб етди: Интернет технологиялари ёрдамида ўқувчиларни мустақил равишда билим олишга ўргатиш. Ўқитувчи эса ўқувчилар фаолиятини йўналтирувчи ва тузатувчи тарбиячи вазифасини бажаради.

Энди рақамли технологиялар ёрдамида ўқитувчилар материални янада самаралироқ etkaziшлари мумкин, шунинг учун ўрганиш имкониятлари сезиларли даражада кенгайтирилади.

Дарсларда, оғзаки сўров пайтида таққослаш учун топшириқлардан фойдаланиш мумкин, чунки чизилган стрелкалар билан таққослашда маълумотларнинг яхлитлигини идрок этиш қийин, чунки битта объектдан чалғиган ҳолда унинг ажралмас қисми бўлган бошқасига ўтиш ва таққослашдан сўнг слайддаги маълумотлар яхлит кўринишга эга бўлади. Албатта, натижаларни дарҳол муҳокама қилиш керак. Бунинг учун кейинги слайдда тўғри жавоб кўрсатилиши керак.

Энг сўнгги техник ишланмалардан фойдаланган ҳолда электрон платформалар яратилиши юқори сифатли таълимни онлайн тарзда ташкил этиш имконини беради. Масофавий таълимни ташкил этиш учун ваколатли тузилма, мослашувчанлик ва кўплаб функцияларни бирлаштирган Moodle тизимидан фойдаланиш жуда осон. Moodle - бу ўқитувчи ва талабага онлайн режимда

самарали мулоқот қилиш имконини берувчи замонавий дастурий таъминот. Рақамли таълим ресурсининг мақсади масофавий таълимни ташкил этишдир. Бу талаба учун қулай, Интернет мавжуд бўлган ҳар қандай жойдан онлайн таълимнинг инновацион моделидир. Ўқув муҳитидан бутунжаҳон Интернет тармоғига кириш имконига эга бўлган ҳар қандай компьютер ёки замонавий мобил қурилмада фойдаланиш мумкин. Бунда ўқув материали модул шаклида тақдим этилган бўлиб, мавзуни ўрганиш бўйича услубий тавсиялар, кўргазмалар ва назарий манбалар ва амалий топшириқлар учун тушунтиришлар, керакли адабиётларга ҳаволалар мавжуд. Курс яратувчиси, унга масъул ўқитувчи ўқувчилар фаолиятини доимий назорат қилиб боради, талабалар билан алоқада бўлади. МТВ ўқитувчи ва курсдошлар билан мулоқот қилишнинг кенг имкониятларини тақдим этади: форум, блоглар, электрон почта, видео чат, онлайн семинарлар. Тингловчининг ўзи кўп мавзуларни ўзлаштиради, лекин реал вақт режимида маърузалар ҳам албатта тақдим этилади. Курс давомида тизимли равишда текшириш тестлари, мустақил ва назорат ишлари олиб борилади. Улар 30 дан 70 тагача саволни ўз ичига олиши мумкин ва улар балл билан баҳоланади. Дарс вақтини топшириқларни ёзишдан ёки уйда нима қилиш мумкинлигидан бўшатиш имконини беради, анъанавий маърузаларни мукамал равишда тўлдиради, кўпроқ амалиёт беради, талабаларнинг мотиватсиясини оширади.

### АДАБИЁТЛАР

1. *Ахметжанова Г.В.* Цифровые технологии в образовании / Г.В. Ахметжанов, А.В. Юрьев // *Науки об образовании.* – 2019. – С. 334–336. 2.
2. *Вяткина И.С.* Цифровые образовательные ресурсы в преподавании математики // *Актуальные проблемы обучения математике и информатике в высшей и средней школе: материалы Всерос. науч.-практ. конф.* – Новосибирск: Немо-Пресс, 2019.

## ПРЕИМУЩЕСТВА ПРОГРАММЫ AUTOCAD ПРИ РЕШЕНИИ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ

**Жаббаров А.Э., Ахмедов Н.О.**

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан*

В последние годы новые образовательные технологии внедряются во все сферы образования. Теоретические знания обучают чтению чертежей, пространственному представлению предметов по заданному, какие действия необходимо предпринять для решения задачи, знакомит с законами и правилами. Программное обеспечение для компьютерной графики позволяет нам быстро, чисто и точно чертить.

Задача. Найдите горизонтальные и фронтальные следы плоскости заданные  $\Delta ABC$ . [1]

Дано :  $P(D ABC)$

Найти:  $P(PH, PV)$ -?

Алгоритм выполнения эпюры следующем порядке :

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| 1. $(AB) \cap H = M_H (m_H, m'_H)$          | 2. $(AB) \cap V = N_V (n_V, n'_V)$ |
| 3. $(BC) \cap H = M_{1H} (m_{1H}, m'_{1H})$ | 4. $M_H \cup M_{1H} = P_H$         |
| 5. $P_H \cap [OX] = P_X$                    | 6. $P_X \cup N_V = P_V$            |

Для решения этой задачи в AutoCAD, используя бумажный формат, помещаем горизонтальные, фронтальные проекции треугольника в этот формат с использованием абсолютных или относительных координат.

Прежде всего, прежде чем вводить эти координаты, необходимо определить положение оси координат X. Координаты треугольника ABC следующие :

A (65,43,30), B(40,12,60), C(0,15,14)

Мы вводим эти размеры в AutoCAD как относительные или абсолютные координаты. [2]

Вводим абсолютные координаты фронтальной проекции треугольника :

Command: LINE Specify first point: 125,140

Specify next point or [Undo]: 150,170 Specify next point or [Undo]: 190,124

Specify next point or [Close/Undo]: c

Вводим абсолютные координаты горизонтальной проекции треугольника:

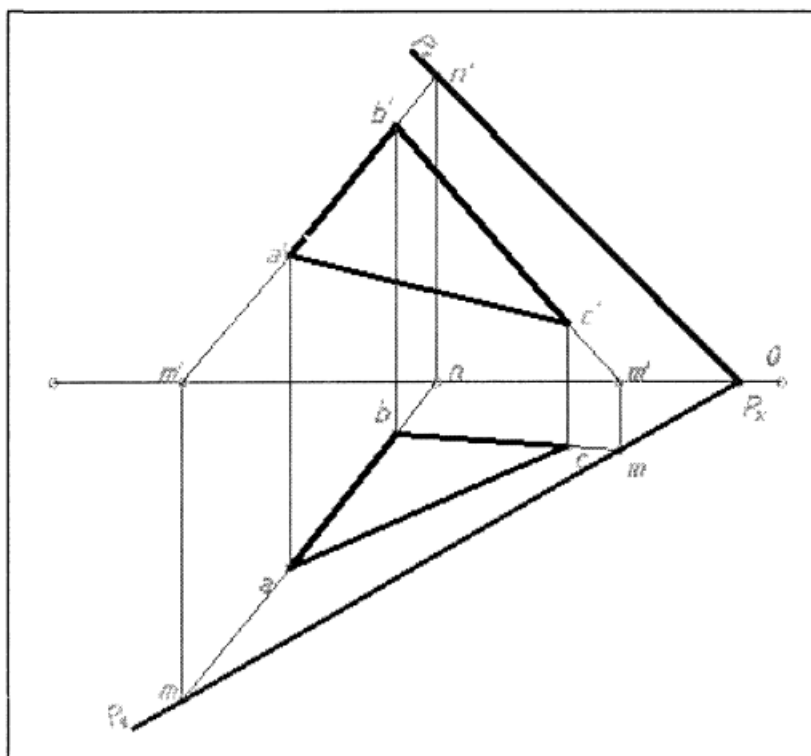
Command: LINE Specify first point: 125,67

Specify next point or [Undo]: 150,98

Specify next point or [Undo]: 190,95

Specify next point or [Close/Undo]: c





Полученные треугольные проекции должны нарисовать линию, которая продолжается до тех пор, пока не заканчивается осью X. [3]

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аскарлов Ю.А., Жаббаров А.Э., Ибрагимов А.А., Шадиметов Х.М., Сайдалиев С.С. Чизма геометрия ва компьютер графикаси. (Учебник) 2019 г.
2. Шадиметов Х.М., ва бошкалар. AutoCAD дастурини “Чизма геометрия, мухандислик ва компьютер графикаси” фанида куллаш. Т:2009 г.
3. Жарков Н.В., AutoCAD 2016 Самоучитель.– Санкт-Петербург , 2016 г.

### ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

**Инамова Г., Кодиров З., Содикжанова М.**

В настоящее время цифровые технологии стремительно вошли в нашу жизнь. О важнейших приоритетах развития цифровых технологий в стране говорил 25 января 2020 года Президент Республики Узбекистан Шавкат Мирзиёев в своем обращении к Олий Мажлису: «Для дальнейшего развития науки в нашей стране, обучения наших молодых людей глубоким знаниям, высокой духовности и культуры, ускорения нашей работы по формированию конкурентоспособной экономики будем продолжать повышать уровень науки, образования и цифровой экономики в 2020 году» [1].

Как основа информационного общества воспринимаются новые цифровые технологии. Общество в котором большинство его членов занимается производством, хранением и обработкой информации. определяется как информационное общество.

В настоящее время в учебно-воспитательном процессе высшего учебного заведения разрабатывают конкретные цифровые стратегии по использованию новых технологий.

Информационные технологии – понятие сложное и включает множество компонентов, на сегодня в документах республиканского уровня все чаще можно увидеть формулировку «цифровые технологии».

Цифровые технологии активно стали внедряться в образовательный процесс в последнее десятилетие, сегодня уже сложилась целая сеть специализированных платформ, порталов, сайтов которые предлагают готовые обучающие материалы и даже целые уроки. Разрабатываемые технологии, такие как электронные «умные» устройства и датчики, облачные технологии, передовые аналитические инструменты меняют содержание высшего образования. Эти технологии открывают новые возможности для совершенствования процесса обучения. При этом важна цифровая грамотность педагога, под которой подразумеваются «знания и навыки

преподавателя при использовании доступных технологий и устройств, для достижения желаемых результатов».

Система образования должна обеспечить уверенный переход в цифровую эпоху, которая характеризуется ростом экономики и новыми трудовыми отношениями. На рынке труда должен появиться искусственный интеллект, выполняющий рутинные процессы.

Система образования должна акцентировать свое внимание на подготовке специалистов новых профессий, обладающих такими профессиональными компетенциями, которые предполагают склонность к творческим нестандартным решениям, а также развитие коммуникативных навыков.

Одним из основных элементов цифровизации образования является цифровая грамотность. Цифровая грамотность – главный приоритет образования, это способность проектировать и использовать контент с помощью цифровых технологий, применяя компьютерное программирование, графические техники визуализации, компьютерную графику, мультимедиа разработку онлайн-курсов и т.д., поиск и обмен информацией, коммуникация с другими обучающимися.

Под цифровой грамотностью рассматриваем различные ее виды: медиаграмотность, отношение к инновациям, коммуникативная, компьютерная, информационная грамотность.

Электронной информационно-образовательной среде – необходимый компонент, предназначенный для обеспечения современного образовательного процесса. ЭИОС должна использовать современные технологические платформы для реализации потока знаний, позволяя всем участникам эффективно взаимодействовать в образовательном процессе посредством синхронной и асинхронной коммуникации. При правильном построении образовательного процесса с помощью ЭИОС, преимущества этого нововведения очевидны.

В современных условиях несут ответственность за то, чтобы научить студентов извлекать максимальную пользу из цифровых технологий в процессе обучения. Вузы, которые разрабатывают правильную стратегию обучения, могут открыть множество новых интересных возможностей для взаимодействия со студентами и профессорско-преподавательским составом. Не существует единого способа достижения конкретных результатов с помощью цифровых технологий.

Предоставляя отдельным педагогам возможность опробовать новые способы работы с цифровыми технологиями, и оказывая им необходимую поддержку, педагогический вуз может стать динамичным учреждением с собственной цифровой индивидуальностью. Использование преимуществ цифровой эры зависит от каждого преподавателя.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://uza.uz/ru/politics/poslanie-prezidenta-respublikiuzbekistan-shavkata-mirziyeev-25-01-2020/> (дата обращения: 01.11.2020).
2. <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovizatsiya-i-tsifrovye-tehnologii-v-obrazovanii/pdf>

## МУҲАНДИСЛИК ЛОЙИҲАЛАРИДА AUTOCAD МУҲИТИ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИШ

Исмаилов О.Р.

*Тошкент Давлат транспорт университети, Тошкент, Ўзбекистон*

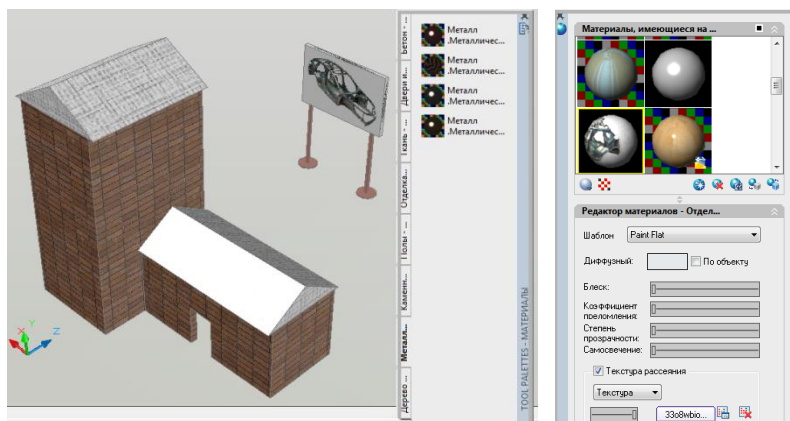
AutoCAD дастури — икки ўлчамли чизмаларни тузиш ва қаттиқ жисмли параметрик моделлаштиришга мўлжалланган универсал муҳандислик дастури бўлиб, машинасозлик ва қурилиш объектларини лойиҳалаш билан боғлиқ вазифаларни бажариш учун кенг имкониятларга эга.

Ушбу дастур иш чизмаларни чизиш, адаптив конструкторлик элементларни ва уч ўлчамли моделларни яратиш ва бошқа вазифаларни бажариш учун турли инструменлар ва тайёр элементлар базасига эга.

Объектларни лойиҳалашда натижавий визуал информацияни аниқ, яққол, шу билан бирга табиий ҳолга яқин ва кўргазмали тарзда етказиб бериш муҳимдир. Тугалланмаган, лойиҳалаш босқичида бўлган объектларнинг фотореалистик тасвирларига қараб лойиҳани баҳолаш ва қўшимча параметрларни белгилаш, талаблар ва таклифлар ишлаб чиқиш мумкин.

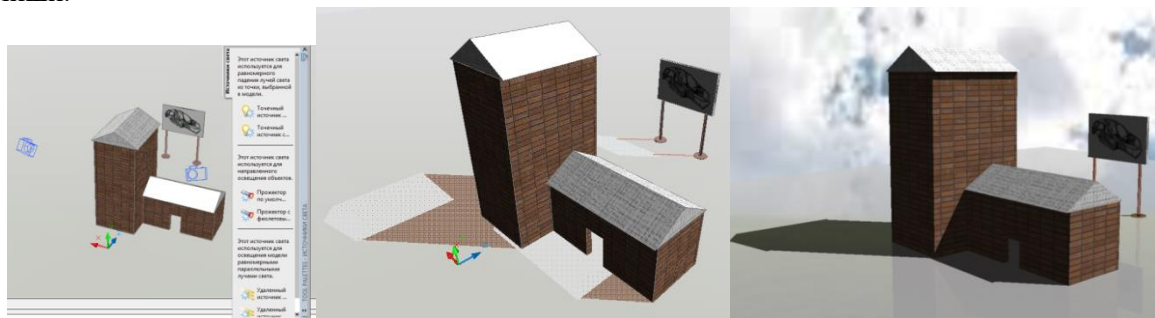
AutoCAD дастурида уч ўлчамли объектларни яратиш ва визуализация қилиш жараёни қуйидаги босқичлардан иборат: 1. 3D моделни яратиш; 2. Материаллар ва текстураларни белгилаш; 3. Камералар ва ёруғлик манбаларини ўрнатиш; 4. Визуализация (Рендер).

Яратилган ва тонировка қилинган 3D объектларга реалистик кўриниш бериш учун объект юзасига материаллар хусусиятларини бериш мумкин. AutoCAD кутубхонаси базасида 300 дан ортик материал ва текстура мавжуд. Материалларни аниқ объектларга, блоklarга ва қатламларга боғлаш “MATERIALS” палитраси инструментлари ёрдамида бажарилади. Материаллар билан ишлаш мулоқат ойнаси ёрдамида моделга материаллар ҳамда текстура бериш.



Уч ўлчамли моделларни перспектив кўринишга ўтказиш учун ихтиёрий кўриш нуқталарига бир қанча камералар ўрнатиш ва ёруғлик манбаларини белгилаш мумкин. Бу “СОЗДАТ КАМЕРУ” ва “СВЕТ” инструментлари ёрдамида бажарилади. Бунда камера вазияти ва фокус нуқтасини белгилаб, объектни ёритиш учун асосий ёруғлик манбаларидан бири яратилиши мумкин:

Point (Точечный) – оддий лампочка аналогии бўлиб, ёруғлик шу нуқтадан барча йўналишларда тарқалади; Spot (Прожектор) – ёруғлик оқими ушбу ёруғлик манбаидан белгиланган йўналишда тарқалади; Distant (Удаленный) – объектнинг ёруғлик манбаи узок масофада бўлгандаги ёритилиши.



Ҳосил бўлган объектга материалларни, ёруғлик манбаларини ва ракурсни тўғри белгилаш ва соzлашлар билан керакли параметрларга кўра рендер қилиш орқали хатто фотографик сифатга яқин объектнинг тасвирини ҳосил қилиш мумкин.

## АДАБИЁТЛАР

1. *Munir Hamad*. AutoCAD 2018 3D Modeling. Mercury Learning and Inf., 2017.
2. *George Omura, Brian C. Benton*. Mastering AutoCAD 2017 and AutoCAD LT 2017. Sybex, 2016.
3. *Attila G. Horvath*. AutoCAD Architecture My First Project. George and Steve, LLC., 2015.

## ГРАФИКАВИЙ ТАЪЛИМ ЖАРАЁНИНИ ТАШКИЛ ЭТИШДА ЎҚИТУВЧИ ВА ТАЛАБАНИНГ ҲАМКОРЛИГИ МУАММОЛАРИ Исмаилов О.Р.

*Тошкент давлат транспорт университети, Тошкент, Ўзбекистон*

Олий таълимнинг асосий мазмуни ва муҳим масаласи – маълум билимлар тизимини ва керакли малакалар мажмуасини ўзлаштиришдир.

Олий ўқув юртига кирган талаба ўқиш жараёнида бир қатор ўқишга рағбатлантирувчи, фаоллигини оширувчи, шунингдек сусайтирувчи омилларга дуч келади. Бу омиллар ҳар бир талаба учун шахсий аҳамиятга эга бўлиб, турли сабабларга боғлиқдир.

Талабанинги ўқишдаги муваффақиятига қуйидаги омиллар салбий таъсир кўрсатади: олган билимларидаги нуқсонлар ва мустақил фикрлаш қобилиятининг ривожланмаганлиги, касб танлашда мақсаднинг муқаммал, онгли равишда асосланмаганлиги, олий таълим тизимига кўникиш жараёнини мураккаб ўтиши, ўқув машғулотларининг талаба учун зерикарли ташкил қилинганлиги, ҳозирги замон талабаларига жавоб берувчи моддий-техник базанинги ва адабиётларнинг етарли эмаслиги, энг асосийси, ўқитувчиларнинг педагогик маҳоратидаги айрим нуқсонлар ҳамда уларнинг талабаларга бўлган муносабатларидир.

Бундай вазиятда, ўқув фаолиятини талаба томонидан ташкил этилиш ва бошқариш жараёни дастлабки пайтларда ўқитувчининг бевосита раҳбарлигида ва кўмагида амалга оширилиши мақсадга мувофиқдир. Маълумки, таълим икки ёқлама, икки томонлама йўналган ақлий жараён бўлиб, бу илм берувчи ва илм олувчиларнинг фаол қатнашувида ўз ифодасини топувчи ҳамкорлик фаолиятидан иборатдир.

Шуни айтиш керакки, ўқитувчи билан талабаларнинг ҳамкорлик даражаси қанча кенг бўлса, билимларни ўзлаштириш даражаси шунчалик юқори, ўзаро таъсир ўтказиш доираси қанчалик кенг бўлса, у ҳолда таълим муаммоларини ҳал қилиш жараёнлари шунчалик тез амалга оширилади. Талабалар институтда таълим олиш фаолиятини тўлароқ тасаввур этишга интиладилар, лекин уни бошқариш тўғрисида етарли маълумотга эга бўла олмайдилар. Урта таълим ва олий таълим ўқув материалларининг мазмуни ва ҳажми жиҳатидан кескин фарқланиши, ўқитишнинг турли усуллари бўйича материалларни ўзлаштириш малакаларининг етишмаслиги ва бошқа сабаблар ўқув ишларини ташкил этишда қийинчиликлар туғдиради.

Дарс жараёнида ўқитувчи талабаларга мазкур фан унинг юқори даражали мутахасси бўлиши учун зарур эканлигига ишонтириб, унда фанни онгли равишда эгаллашга интилиш уйғота олган тақдирдагина мўлжалланган мақсадга эришиш мумкин. Амалда эса ўқув материалларини ўзлаштириш жараёнини талабалар тасодикий бошқаришга ҳаракат қиладилар. Улар маърузанинг бир қисмини тинглайди, лекин моҳиятини тўлиқ англай ололмайдилар. Бунинг устига айрим ўқитувчилар талабалар билан “масофа” дан туриб мулоқот қиладилар. Натижада талабаларни қизиқтирган саволлар кўпинча жавобсиз қолади, машғулотларига эса бефарқ муносабатда бўладилар. Ўқув йили давомида ана шу ҳолнинг давом этиши таълим жараёнининг сифати ва самарадорлигини оширишга катта тўсқинлик қилади. Шунга кўра, кафедраларининг ва профессор-ўқитувчиларнинг асосий вазифаси, талабани ўқув материалларининг асосий манбалари билан ишлашга, ўзини-ўзи бошқариш ва мустақил таълим фаолиятини уюштиришга ўргатиш, ҳозирги замон талабларига жавоб берувчи фаол таълим олиш усуллари билан қуроллантиришдир. Бу эса ўқитувчи ва талабанинг биринчи навбатда ўзаро ҳамкорлигини ташкил этиш билангина амалга оширилиши мумкин.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Э.Фозиев. Олий таълим психологияси. Тошкент, “Ўқитувчи”, 1997
2. Туттов В.А. Педагогика зарубежных стран (сравнительная педагогика). А-Приор, 2010.

### ОРГАНИЗАЦИЯ МОБИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ КАК НОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

Исмоилова М.Н., Мухсинова М.Ш.

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Термин «мобильное обучение» (м-обучение) mobile learning (m-learning) относится к использованию мобильных и портативных ИТ - устройств, таких, как карманные компьютеры PDA (Personal Digital Assistants), мобильные телефоны, ноутбуки и планшетные ПК в преподавании и обучении. Так как компьютеры и Интернет стали необходимыми образовательными инструментами, технологии стали более портативными, доступными, эффективными и простыми в использовании, это открывает широкие возможности для расширения участия и доступа к ИКТ, в частности в Интернете.

Посмотрим конкретные формы и методы внедрения мобильных технологий в учебных процесс:

1. Мобильный телефон обеспечивает доступ в Интернет на сайты с обучающей информацией – применяется как одна из форм дистанционного обучения. Также возможен обмен электронной почтой в образовательных целях и обмен мгновенными сообщениями в программах ICQ, QIP, версии которых существуют и для мобильных телефонов. Таким образом, на всех этапах обучения существует много возможностей для передачи информационных материалов обучаемому, а также контроль всего процесса обучения и помощь в решении возникающих проблем. Примером такого использования мобильных телефонов является активно развивающийся проект M-Ubuntu, разработанный крупной шведской организацией Learning Academy Worldwide во второй половине 2007 года. В рамках этого проекта была представлена платформа дистанционного обучения, позволяющая создать все условия для получения новых знаний и активного использования новейших информационных технологий даже в отдаленных регионах и странах третьего мира. Особенное внимание разработчики M-Ubuntu уделили обучению с помощью мобильных телефонов, причем воспользоваться такой системой могут не только учащиеся. Специально для преподавателей

были разработаны приложения для повышения квалификации, а также программы тестирования и контроля студентов. Любой учитель, независимо от его местонахождения, используя платформу M-Ubuntu, способен проконсультироваться у профессоров крупнейших университетов.

2. Мобильный телефон – средство воспроизведения звуковых, текстовых, видео- и графических файлов, содержащих обучающую информацию. Вторым способом возможного применения мобильных телефонов для обучения является использование специальных программ для платформ сотовых телефонов, которые способны открывать и просматривать файлы офисных программ, таких как Office Word, Power point, Excel. Таким образом, имея в памяти мобильного телефона такие файлы, содержащие обучающую информацию, можно просматривать их версии, адаптированные специально для экрана телефона, с удобными полосами прокрутки, подходящим шрифтом и удобным интерфейсом. Также источником информации могут служить видео и аудиофайлы, программы-плееры для которых есть в каждом телефоне последних лет выпуска. Особенно ценной данная возможность является для желающих изучить иностранные языки – доступно огромное множество аудиокурсов и аудиокниг, включающих файлы разного формата и длины. Примером успешного применения данного способа обучения является ряд образовательных программ в университетах Японии и Китая. Рассматривая мобильные технологии, преподаватели этих университетов считают их очень перспективными в условиях информатизации современного общества. Национальный КиберИнститут в Японии, специализирующийся на дистанционном обучении через Интернет, в 2008 году предложил инновационную систему обучения - с помощью мобильного телефона, что позволяет изучать любые дисциплины, как дома, так и в кафе или в метро. Если на компьютере во время занятия в центре экрана показываются текст лекции и все необходимые рисунки, а в углу идет трансляция видеозаписи самой лекции, то версия для мобильного телефона основана на технологии потокового видео, и все тексты и чертежи скачиваются дополнительно. Студентам было предложено изучать около 100 различных предметов, в том числе древнюю китайскую культуру, журналистику и английскую литературу. В Китае фирма Nokia развивает программу Mobiledu, которая началась в 2007 году и включает англоязычные учебные материалы и другой образовательный контент от огромного количества поставщиков оперативной информации непосредственно к мобильным телефонам. Получить доступ к этой информации можно через мобильные телефоны Nokia либо через сайт программы. За время работы программы Mobiledu уже более 20 млн. человек стали ее подписчиками. Мобильный телефон и его функциональные возможности позволяют организовать обучение с использованием адаптированных электронных учебников, учебных курсов и файлов специализированных типов с обучающей информацией – учебные пособия разрабатываются непосредственно для платформ мобильных телефонов. Еще одним способом применения мобильных телефонов для обучения является использование специализированных электронных учебников и курсов, адаптированных для просмотра и выполнения на мобильных телефонах учащихся. Студентам предлагается загрузить к себе на телефон Java-приложения, содержащие, к примеру, тестирования по определенным предметам, а также информацию (электронные учебники, тексты лекций), необходимую для их успешного выполнения. Современные технологии позволяют достаточно легко спроектировать и программно реализовать такие электронные пособия. Возможность размещения схем, чертежей и формул делает написание электронных учебных курсов для мобильных телефонов универсальным и применимым абсолютно к любому изучаемому предмету. Возможна также реализация обучающих программ в игровой оболочке, используя возможности графики телефонов, однако реализация таких приложений – довольно сложный и трудоемкий процесс. Вследствие этого написание электронных учебников и программ предметного тестирования для мобильных телефонов кажется более перспективным направлением. Существует огромное количество специальных приложений для мобильных телефонов, таких, как калькуляторы разной степени сложности (простые, научные), офисные программы для мобильных телефонов, приложения, содержащие различные тесты с ответами (например, для психологов) и т.д. Научные исследования возможностей мобильных технологий и условий их реализации в системе образования активно продолжаются, и на сегодняшний день начинает развиваться их практическое применение. Большое количество интернет - ресурсов предлагают учащимся электронные англо-русские словари, программы-калькуляторы и множество шпаргалок по различным предметам для использования на мобильных телефонах.

С использованием различных форм мобильного обучения реализуется множество образовательных проектов, среди которых, например, 2010 Horizon Project (2010 Horizon Report). Он является совместным проектом New Media Consortium и EDUCAUSE Learning Initiative. В этом

проекте предполагается использование мобильных компьютерных систем, объединенных в сеть, которые уже используются студентами и установлены во многих кампусах. Возможности такого обучения велики, т.к. практически все студенты высших учебных заведений используют ту или иную форму мобильного устройства и сотовой сети, которая их поддерживает, и число подключений продолжает расти. Все большее число преподавателей и сотрудников учебных технологий экспериментируют с возможностями сотрудничества и взаимодействия, предлагаемыми мобильными вычислительными системами. Устройства от смартфонов до ноутбуков являются портативными инструментами для повышения производительности обучения и общения, предлагая более широкий спектр мероприятий, в полном объеме поддерживаемых приложениями, предназначенными специально для мобильных телефонов. Осуществление мобильных уроков способствует как частным, так и общественным коммуникациям с помощью устных или текстовых каналов связи, которые также являются полезными. При рассмотрении мобильных уроков в свете гипотезы формирования МТО (Man, Technology and Organisation) в качестве основы для оценки социального контекста в концептуальной модели Мантовани, Стаупе и Колас заключают, что если организационной части не хватает, и модель работает на самом низком уровне, концепции трудно распространяться вверх по структуре модели Мантовани.

Таким образом, широкие технические и функциональные возможности мобильных телефонов для образовательных целей применяются следующим образом:

- используется возможность SMS–переписки либо обмен мгновенными сообщениями с преподавателем для получения консультации;
- возможность выхода в глобальную сеть позволяет посещать необходимые сайты, обмениваться электронной почтой, пересылать необходимые информационные файлы;
- прохождение тестирования на мобильном телефоне позволяет учащемуся самостоятельно контролировать уровень знания предмета;
- электронные учебники для мобильных телефонов дают возможность получать новую информацию независимо от времени и месторасположения ученика;
- возможность воспроизведения звуковых, графических и видеофайлов дает расширенные возможности, в особенности для обучения языковым предметам и творческим специальностям, позволяет использовать разнообразные источники и способы получения знаний, заинтересовать обучаемого необычными методами преподавания;
- мобильные аналоги языковых словарей и справочников, различного вида математических калькуляторов удобны в использовании и способны содержать более полную и оперативно обновляемую информацию.

Таким образом, самостоятельно студенты слабо используют возможности мобильных телефонов для обучения, несмотря на достаточно высокий уровень технического оснащения. Очевидно, что для использования новых возможностей мобильного обучения в учебном процессе необходима организационная, исследовательская и методическая работа по внедрению современных стратегий, форм и методов мобильного обучения в учебный процесс.

Внедрение мобильных технологий в образование :

- позволяет участникам образовательного процесса свободно перемещаться; • расширяет рамки учебного процесса за пределы стен учебного заведения;
- дает возможность учиться людям с ограниченными возможностями;
- не требует приобретения персонального компьютера и бумажной учебной литературы;
- учебные материалы легко распространяются между пользователями благодаря современным беспроводным технологиям (WAP, GPRS, EDGE, Bluetooth, Wi-Fi);
- информация в мультимедийном формате способствует лучшему усвоению и запоминанию материала, повышая интерес к образовательному процессу.

Таким образом, очевидна целесообразность использования этих современных средств коммуникации в обучении. В будущем, преподаватели и студенты больше не должны быть ограничены возможностью учить и учиться в определенном месте и времени. Мобильные устройства и беспроводные технологии станут в ближайшем будущем повседневной частью обучения, как внутри, так и вне аудиторий. Большинство современных студентов технически и психологически готовы к использованию мобильных технологий в образовании, и необходимо рассматривать новые возможности для более эффективного использования потенциала мобильного обучения. Решение этой задачи требует организационной усилий со стороны руководителей

образования, исследовательской и методической работы ученых и преподавателей по внедрению стратегий, форм и методов мобильного обучения в учебный процесс высших учебных заведений.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Исмоилова М.Н., Тураева Г.Х.* (2021) Методы обучения на основе мобильных технологий для изложения новых учебных материалов // Вестник Науки и образования. Стр. – 65-67.
2. *Исмоилова М.Н., Султонова З.Ш.* Требования к методике обучения// Ученый XXI века. № 3-2 (38). 2018 . С 84-88.

### QR-КОД КАК ДИСПЕТЧЕР ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ НА УРОКЕ

**Кузнецова В.Б., Мухтарова Г.Х.**

В век революции ИТ сильное отставание в использовании цифровых образовательных технологий создает серьезную опасность в резком падении качества образования и неудовлетворенности общественных потребностей. Иногда даже разумный консерватизм, присутствующий в образовании, превращается в камень. Отсюда возникла необходимость резкого повышения уровня использования цифровых технологий, качественной переподготовки преподавателей высшей школы, которую необходимо осуществлять поэтапно.

Внедрение цифровых технологий в образовательный процесс и их использование в образовательном процессе приводит к повышению качества обучения. Например: QR-код позволяет отслеживать как посещаемость студентов, так вести учет рабочего времени педагогов:

- в первую очередь будет контролироваться вход и выход как студентов так и преподавателей, следовательно учитель вовремя начинает урок;
- во-вторых, как следствие, своевременное начало урока влияет на качество процесса образования и эта же ситуация заставляет студента не опаздывать на занятия;
- далее возможно автоматизировать анализ статуса использования библиотеки студентами, и другие дополнительные сведения по учебному процессу.

В соответствии с концепцией электронного образования 2020-2025 года, инновации в управлении и учебном процессе образовательного учреждения на базе ИТ-технологий является ключевым механизмом, который позволяет создавать преимущества в конкурентной среде. Основными мероприятиями в развитии информатизации становится создание надежной и эффективной инфраструктуры, внедрение унифицированных способов доступа к данным, улучшение управляемости всего комплекса информационных ресурсов, а также обеспечение соответствия двух стратегий – стратегии информатизации и стратегии ВУЗа в целом.

Комплексная реализация данных мероприятий может быть увязана с формированием информационной среды, что обеспечивает интеграцию информационных ресурсов и позволяет автоматизировать учебный процесс в соответствии с организационной структурой и академической политикой института.

Данная система основана на использовании цифровых технологий и нетрадиционных методов в учебном процессе Система, применяемая в процессе обучения, работает на основе предлагаемого алгоритма.



С этой целью создан электронный журнал для преподавателей и студентов. На этом этапе появляется потребность использования технических средств обучения в облачном образовании.

Информационные технологии, которые мы принимаем в учебном процессе, значительно повышает качество образования, а также очень сильно меняет роль педагога, который из единственного носителя знаний превращается в учебного наставника, направляя и контролируя усилия студентов по освоению определенной программы.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

<sup>1</sup>Мурадова Ф.Р., <sup>2</sup>Журакулов Ж.Ж., <sup>2</sup>Абдиева Ю.У.

<sup>1</sup>Бухарский инженерно-технологический институт, Узбекистан

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет, Узбекистан

С каждым днем информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) внедряются во все сферы нашей жизни, что повышает эффективность нашей профессиональной деятельности. Сегодня мы не можем представить свою жизнь без современных устройств, используя их, мы обогащаем содержание нашей жизни, облегчаем наши задачи в работе и образовании. В настоящее время, наряду со всеми другими направлениями в системе образования, актуальным вопросом является внедрение возможностей ИКТ в преподавании различных дисциплин. ИКТ служат не только для формирования у учащихся знаний и умений, но и для развития их личностных качеств, повышения познавательных интересов.

Внедрение ИКТ в учебно-воспитательный процесс имеет следующие преимущества:

- средства ИКТ являются одним из важных факторов, способствующих особому вовлечению и повышению интереса учащихся к овладению предметами в образовательном процессе;
- побуждает учащихся к интеллектуальной деятельности;
- формирует у учащихся навыки работы с информацией,
- развивает коммуникативные способности учащихся;
- формирует самостоятельные и алгоритмические способности учащихся;
- формирует и развивает у студентов исследовательские навыки, умения принимать оптимальные решения в рамках подготовки личности «информационного общества», обеспечивает студентов доступной для освоения и в достаточном количестве информацией.

Служит повышению интереса учащихся к уроку, предоставляет множество возможностей для творческого подхода учителя к своей профессии, предоставляет широкие возможности для самостоятельного обучения учителя, дистанционного повышения квалификации. ИКТ также оказывают сильное влияние на развитие творческого мышления и расширение кругозора учащихся. Образное выражение информации в процессе обучения учащихся способствует обогащению и легкому усвоению учебного материала. Мы становимся свидетелями того, как подчеркиваются идеи о том, что ИКТ развивают знания, творческое мышление учащихся. Использование возможностей ИКТ способствует обогащению круга предоставляемой в процессе обучения информации и ее интересному усвоению учащимися. С внедрением ИКТ в образовательный процесс стал формироваться новый подход к образованию, характерный для современной информационной среды. Целью внедрения информационно-коммуникационных технологий в образовательный процесс является ознакомление студентов с современной информацией, техническими средствами, повышением уровня грамотности в этой сфере, а самое главное, усовершенствованием навыков правильного использования этой информации. Внедрение ИКТ в образовательный процесс имеет важное значение для того, чтобы педагог развивался в своей профессиональной деятельности, приобретая большие знания и опыт. В результате глубокого влияния информационных технологий на образование появляется электронная педагогика как составляющая педагогики. В результате глубокого влияния информационных технологий на образование появляется электронная педагогика как составляющая педагогики. Система LMS подразумевает следующие типы работ:

- использование информационно-коммуникационных и интерактивных технологий в педагогическом процессе;
- использование ресурсов сети Интернет;
- основные услуги сети Интернет и других образовательных порталов;
- коллективная работа в электронной среде педагогов, учащихся;
- организация блогов, форумов и тематических чатов;
- организация личного, профессионально-информационного пространства педагога наряду с сетевым сотрудничеством педагогов;
- создание информационного пространства педагога с помощью информационных технологий, формирование электронного портфолио, проектирование педагогического процесса в электронной информационно-образовательной среде, система управления обучением.

Год назад была внедрена единая технология видеоконференцсвязи между высшими образовательными учреждениями (вузами) Республики Узбекистан, и в настоящее время большое



внимание уделяется электронному образованию. При этом ведется планомерная работа по открытию перед вузами новых возможностей и перспектив.

## **АНАЛИЗ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ В АКТИВНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМАХ**

**Носков М.В., Вайнштейн Ю.В., Кустицкая Т.А.**

*Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия*

Современные тенденции в области цифровой трансформации образования влекут развитие активных информационно-обучающих систем, анализ образовательных данных которых открывает широкие возможности для повышения качества образования. Под активной информационно-обучающей системой (ИОС), с точки зрения теории систем, будем понимать систему управления субъектом, реагирующую на изменение его состояния с целью оптимального управления, где в качестве субъекта выступает студент, а в качестве объекта – ИОС. Распространение в вузах получило использование пассивных ИОС, реагирующих только на запросы студентов. Активная система отличается от пассивной встроенной системой сервисов, которые оценивают текущее состояние студента и на основе накопленных в ИОС данных дает прогноз динамики его состояния на перспективу и необходимые рекомендации [1]. Оценка текущего состояния студента и прогнозирование динамики его изменения проводится на основе анализа образовательных данных в электронных обучающих курсах (ЭОК), например, результатов выполнения заданий, тестов, количества эффективных входов, активности обучающихся и т.д.

К распространенным задачам анализа образовательных данных можно отнести: прогнозирование (ранее, текущее и т.д.) успешности (неуспешности) обучения, в том числе прогнозирование риска отчисления студентов и персонализированное адаптивное обучение (ПАО). В Сибирском федеральном университете достаточно успешно проводятся исследования в области подходов к решению этих задач.

Для прогнозирования успешности обучения и раннего обнаружения обучающихся, подверженных риску отчисления используются методы теории массового обслуживания, в частности, марковские цепи, где учебный процесс представляется как стохастический процесс с непрерывным временем и конечным числом состояний [2] и байесовские сети [3].

Под ПАО понимается образовательный процесс, реализуемый в электронной среде, который включает стратегии адаптации, динамически изменяющие содержание образовательного контента, формы обучения и формирующие индивидуальную образовательную траекторию на основе персональных потребностей, целей, образовательных результатов и индивидуальных характеристик обучающихся [4]. Для организации обучения учебной дисциплине выстраивается персонализированная адаптивная обучающая система, которая обеспечивает автоматизированное формирование образовательных траекторий в учебном предмете на основе динамического анализа данных в активных ИОС.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Цибульский Г.М., Носков М.В., Барышев Р.А., Сомова М.В. Активная информационная система вуза в информационно-образовательной среде // Педагогика. – 2017. – № 3. – С. 28-32
2. Носков М.В., Сомова М.В., Федотова И.М. Управление успешностью обучения студента на основе марковской модели // Информатика и образование. 2018. – № 10 (299). – С. 4–11.
3. Kustitskaya T.A., Kytmanov A.A., Noskov M.V. Early Student-at-Risk Detection by Current Learning Performance and Learning Behavior Indicators // Cybernetics and information technologies. – 2022. – V. 22. – № 1. – P.117-133.
4. Vainshtein I.V., Shershneva V.A., Esin R.V., Noskov M.V. Individualisation of Education in Terms of E-learning: Experience and Prospects // Journal of Siberian Federal University. Humanities & Social Sciences. – 2019. – № 9. – P. 1753-1770

## **КАСБИЙ КОМПЕТЕНЦИЯНИ ШАКЛЛАНТИРИШДА МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШНИНГ АҲАМИЯТИ**

**Ўллатова Ҳ., Юлдашев О.**

*Наманган муҳандислик-қурилиш институти, Наманган, Ўзбекистон*

Техника олий таълим муассасалари муҳандислик ихтисосликлари талабаларини касбга йўналтиришнинг аниқ фанлар негизида амалга ошириши муҳим аҳамият касб этади. Бўлажак

муҳандислар математик билим ва кўникмаларни синтезлаш асосида касбга йўналтиришнинг эвристик ва индуктив функциялари алоқадорлигини чуқур англаб етишлари керак.

Талабаларини касбга йўналтириш методик тизими ишлаб чиқариш жараёнлари билан боғлиқ аниқ фанлар элементларини (математик ва физик тушунчалар) сингдириш асосида такомиллаштирилади. Касбий масалаларни лойиҳалаштириш ҳамда моделлаштириш асосида интегратив билимларни шакллантириш орқали касбий компетентликни оширишнинг дидактик (муаммолилик, қизиқтириш, ижодий ва амалий йўналганлик) имкониятлари кенгайтирилади. Мантиқий, абстракт ва ностандарт фикрлаш қобилиятларини аналитик, график, сонли, тақрибий усуллардан фойдаланиш орқали ривожлантириш асосида назарий билимларни мустаҳкамлашга қаратилган ижодий топшириқлар (касбий жараёнларни лойиҳалаштириш, конструкциялаш ҳамда касбий мазмундаги креатив масалалар ва бошқалар) тизими ишлаб чиқилади.

Муҳандислик ихтисосликлари талабаларини аниқ фанлар таълими жараёнида касбий тайёргарлигини самарали амалга ошириш учун куйидагилар зарур: математик моделлар ёрдамида ифодаланадиган, соҳаси билан боғлиқ жараёнлари ҳақидаги мисол ва масалалар билан таништириш; маъруза, амалий дарслар жараёнида ва талабаларнинг мустақил ишларида касбга йўналтирувчи масалалардан фойдаланиш; кўп қўлланиладиган дифференциал тенгламаларни ечишнинг нафақат аналитик усулидан, балки график, сонли, тақрибий усулларидан ҳам кенг фойдаланиш; масалаларни ечишнинг математик методига асосланган–математик моделлаштириш усулидан фойдаланишни ўзида жамлаган дифференциал тенгламалар бўлимининг назарий ва амалий қисмини ўрганиш бўйича методик тавсиялар.

Ўрганилаётган ходиса, жараён ёки объектни математик ифодалар (муносабатлар) ва формулалар ёрдамида ифодалаш жараёни **математик модель** дейилади. Математик модел куриш ва уни ечиш жараёни **математик моделлаштириш** дейилади.

Ҳар қандай объектнинг математик модели тузилаётганда объектнинг хоссалари, ўзгарувчан параметрлари, турли фараз(гипотеза)лар, ечимга таъсир этувчи асосий омиллар аниқланади ва улар математик моделлаштиришда эътиборга олинади.

Тадқиқ этилаётган объектни моделлаштиришда математика фани тушунчалари, атамалари ва уларни талқини ўртасидаги мослик ўрнатилади. Муҳандисликда фойдаланиш мумкин бўлган, турли типдаги математик моделларнинг асосийлари аниқланади. Тушунчалар ва уларнинг талқини ўртасида мувофиқлик ўрнатилади.

Масалан: **ҳосила – техник жараённинг тезлиги, дифференциал тенглама - технологик жараёнларнинг математик модели ва х.к.**

Математик модель ташкил этилгандан сунг, яъни масалага математик шакл берилгандан сунг уни ўрганиш, ечимини топиш учун математик усуллардан фойдаланишимиз мумкин.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Эшматов Х., Юсупов М., Айнакулов Ш., Ходжаев Д. “Математик моделлаштириш” Ўқув қўлланма, Тошкент, 2008.
2. Пўлатова Х.Х., “Қурувчи муҳандислар учун математик таълимнинг айрим масалалари” 2020 Organized by Novateur Publications, Pune, Maharashtra, India JournalNX- A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal ISSN: 2581-4230, Website: journalnx.com, August 8th, 2020. Impact Factor-7.223
3. Камилов М.М., Эргашева А.К., “Математик моделлаштириш”, Маърузалар, Тошкент, 2008.

### **ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ СРЕДСТВАМИ ТЕХНОЛОГИИ ВЕБ-КВЕСТ Рахматов С.С.**

*Бухарский инженерно-технологический институт, Бухара, Узбекистан*

В настоящее время, перед современным образованием стоит задача поиска новых видов и форм организации учебной деятельности. Обучение должно быть развивающим в плане развития самостоятельного критического и творческого мышления.

Современная программа требует от учащихся умения работать с информацией, поток которой непрерывно растёт. Веб-квест как образовательная технология опирается на такой подход к обучению, в процессе которого происходит конструирование нового. Согласно данному подходу, преподаватель становится не урокадателем а консультантом, организатором и координатором проблемно-ориентированной, исследовательской, учебно-познавательной деятельности обучаемых.

В педагогической практике мы применяем кратковременные формы Веб-квестов, которые рассчитаны на одно-три занятия и имеют целью углубление знаний по определенной теме и их интеграцию. Особенностью Веб-квестов является то, что часть или вся информация для самостоятельной или групповой работы учащихся находится на различных веб-сайтах [1].

Веб-квест включает в себя в качестве обязательных следующие части:

введение, задание, порядок работы, оценка, заключение, обобщение результатов, подведение итогов.

Тематика веб-квестов может быть самой разнообразной, проблемные задания могут отличаться степенью сложности. В частности на 10 классе курса физики при изучении темы «Термодинамика» я предлагаю в группе, обучающейся по профессии «Законы термодинамики», поработать над веб-квестом.

Для выполнения заданий группа делится на 4 малых группах (отделы) по 1-4 человека на роль: историки, рекламодатели, эксперты, учащиеся: историки выясняют историю развития термодинамики; рекламодатели выясняют все положительные аспекты работы термодинамических устройств; эксперты выясняют положительные стороны законов термодинамики; учащиеся изучают основные законы термодинамики и их свойства.

В каждой микрогруппе назначается руководитель, ответственный за работу в целом. Каждый член группы должен действовать по совместно созданному микрогруппой плану для достижения общей цели, применяя учебники, дополнительную литературу, информационные технологии.

После завершения работы каждая группа защищает своей проект, используя таблицы, словесное описание, презентации, диаграммы, при этом каждый из участников имеет право высказать свою точку зрения.

В завершении работы над веб-квестом, после подведения итогов, важно использовать материальное и моральное стимулирование высоких результатов.

Таким образом, технология и веб-квеста носит универсальный характер, развивает сферу самостоятельной познавательной деятельности, основанной на усвоении способов приобретения знаний, умений из различных источников, а, следовательно, необходима в современном образовательном процессе.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. *Абидов К.З.* Создание математических моделей реальных процессов на основе компьютерных технологий. Международная научно-практическая конференция: Реальность – сумма информационных технологий. Курск, 08-10 сентября. 2016 г. С. 32-34.

### **ДИСТАНЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ И ПРЕИМУЩЕСТВА СИСТЕМЫ ПОДГОТОВКИ В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ**

**Саидова Ш.Ш., Нам Ф.Л., Саидов Б.З.**

*ТДТрУ, Узбекистан*

Сегодня каждый день проходит под потоком сильных изменений и обновлений благодаря очень быстро меняющемуся научному прогрессу. Человек не может нормально функционировать без влияния информации, её осмысление, изучение, сбор и усвоение. Поэтому открытие широкого пути к современным знаниям, эффективное использование новых информационных технологий в совершенствовании образования стало требованием сегодняшнего дня. Национальная программа подготовки кадров и Закон Республики Узбекистан «Об образовании» возлагают на нас такую же ответственность. Одним из существенных изменений в системе образования являются широко используемые формы дистанционных методов обучения. Самостоятельное обучение развивает у человека способность самостоятельно мыслить, оценивать ситуацию, делать выводы и прогнозы.

Огромное преимущество составляет возможность обучаться в престижных иностранных вузах мира, не выезжая из дома. Еще одним преимуществом дистанционного обучения является то, что студент может заниматься в удобное для него время и даже не отрываясь от работы. Благодаря этому преимуществу этот стиль сегодня широко используется в мире. Многие крупные предприятия используют этот метод для повышения квалификации своих специалистов, экономя миллионы долларов в год. Кроме того, еще одним преимуществом обучения является то, что продолжительность обучения определяется самим студентом, то есть студент начинает заниматься в любое время, сдавая материалы под контролем преподавателя. Усвоение определяется выполнением заданий, тестов. Дистанционное обучение экономически очень удобно, особенно для развивающихся стран.

При дистанционном обучении основное внимание должно быть уделено подготовке учебных материалов. Потому что качество учебных материалов является одним из основных факторов качества дистанционного обучения.

Чем более понятным и подробным будет учебный материал, тем полезнее он будет для учащегося, т. е. материал должен быть методологически основательным. Учебно-методические материалы для дистанционного обучения включают в себя:

1. Учебник;
2. Аудио- и видео учебники;
3. Онлайн-уроки (интернет-сайт);
4. Электронные библиотеки;
5. Тесты;
6. Мультимедийно-электронный учебник.

В настоящее время методические материалы дистанционного обучения используются при преподавании некоторых предметов в республике и дают хорошие результаты. Процедура чтения, следующая: Преподаватель знакомит с курсом и дает задания. Учащийся выполняет задание с указанными ресурсами и отправляет его учителю. Учитель проверяет его и возвращает вам ответ. При необходимости дает инструкции. В таком порядке изучается тема курса. Переговоры ведутся в основном по электронной почте. В процессе чтения студент использует учебники, электронную библиотеку и электронные учебники, электронные форумы, видеоконференции. Этот метод требует эффективного использования передовых технологий и достоин изучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Толипов У., Усманова М.* Прикладные основы педагогических технологий - Т.: 2006.
2. *Сайфуров Д.* Становление и развитие системы дистанционного обучения // Профессиональное образование ж. - Т.: 2004. - №6. - 16-20-б.
3. *Бегимкулов У.Ш.* Научно-теоретические основы внедрения современных информационных технологий в педагогическое образование. Монография. -Т.: Фан, 2007.

### КРЕДИТ МОДУЛ ТИЗИМИДА РЕЙТИНГ БАЛЛАРИНИНГ СТАТИСТИК ТАҲЛИЛИ Сагтаров А.

*ЖИДУ, Ўзбекистон*

Маълумки кредит тизимида ўтган ОТМларда талабалар билимини баҳолашда рейтинг тизими қўлланилади ва талаба модул (фан) бўйича маълум рейтинг балини тўплагандагина керакли кредитни тўлаган ҳисобланади. Ҳар бир модул бўйича тўплаш рейтингининг қуйи чегараси ва кредитлар сони фан учун ажратилган соатларга боғлиқ бўлиб, у одатда ОТМнинг ўқув бўлими орқали ўрнатилади. Масалан, ЖИДУ биринчи курс талабалари учун Ахборот технологиялари фанидан бир семестрда 60 соат аудитория соатлари ва 4 кредит ажратилган бўлиб, уларнинг билимлари 100 баллик системада баҳоланади ва камида 55 балл тўлаган талаба 4 кредитга эга бўлади.

Мазкур мақолада талабаларнинг тўлаган балларига кўра статистик таҳлил R[1] тилида келтирилган. Малумки R тили маълумотларни статистик таҳлил ва уларни визуаллаштириш учун кенг имкониятларга эга.

Фараз қилайлик Bal номли Excel файлда талабаларнинг якуний рейтинг баллари битта устунда (бу шарт эмас) жойлашган бўлсин. ImportDataset менюсинг From Excel буйруғи ёрдамида маълумотларни R га импорт қиламиз:

```
>library(readxl)
>Bal <- read_excel("D:/R_program/Vedomost/Bal.xlsx")
>View(Bal)
```

Юқоридаги буйруқлар Excel даги маълумотлар Bal номли рўйхатга импорт қилинганлигини билдиради:

```
>typeof(Bal)
[1] "list"
Bal нинг ўлчами эса:
>dim(Bal)
[1] 166 1
```

ёрдамида аниқланади. Демак 166 та талабанинг якуний баллари рўйхат шаклида Bal номли ўзгарувчида жойлашган. Бу маълумотлар устида арифметик амаллар бажариш учун уни сонли векторга ўтқизиш керак:

```
>Bal=unlist(Bal)
```

натижада Bal номли сонли векторда 166 та талабанинг тўплаган баллари жойлашади. Бу сонларни [0;100] оралиғида жойлашган тасодифий миқдорлар деб қараш мумкин. Қуйидаги формулалар ёрдамида сонларнинг ўрта арифметикини ва стандарт чекланишини ҳисоблаймиз:

$$Sa = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Bal_i \quad So = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Bal_i - Sa)^2}{n - 1}}$$

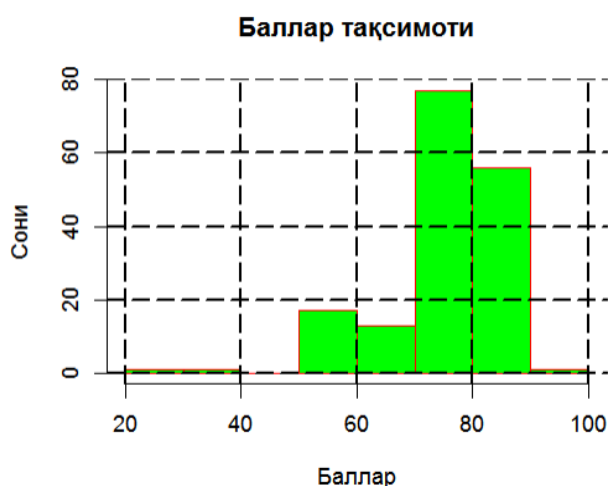
```
>Sa=mean(Bal); So=sqrt(sum((Bal-Sa)^2)/(length(Bal)-1))
```

```
> cat(Sa,So)
```

```
76.21084 10.43816
```

Бундан кўришиб турибдики, талабаларнинг тўплаган баллари нормал тақсимотга бўйсинмас экан. Табиий ҳам шундай бўлиши керак. Қуйида баллар тақсимотининг гистограммаси келтирилган:

```
>hist(Bal,main="Баллар тақсимоти",border="red", col="green", ylab="Сони",xlab="Баллар")
>grid(col="black",lwd=2,lty=5)
```



## ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЦИФРОВОМ ОБРАЗОВАНИИ

Синдаров Р.У.

*Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан*

Цифровые технологии в образовании – это способ организации современной образовательной среды, основанный на цифровых технологиях. Цифровизация образования - именно так называется процесс перехода на электронную систему.

Актуальность проблемы применения информационно- коммуникационных технологий (ИКТ) в цифровом образовании обусловлена развитием современного уровня информатизацией образования, направленной на совершенствование учебно-воспитательного процесса на основе внедрения средств ИКТ, обеспечивающие реализацию психолого-педагогических целей обучения и воспитания в условиях ВУЗа.

Можно сформулировать две основные цели использования ИКТ в образовании: 1) повышение качества образования; 2) повышение доступности образования [1].

Одним из популярных систем дистанционного обучения является LMS (англ. *e-Learning Management System*) MOODLE, имеющая огромный набор реализованных функций, удобство и простоту использования [2].

В связи с пандемией COVID-19 студенты вынуждены были оставаться дома и самостоятельно изучать контент по всем предметам, а также выполнять свои лабораторные графические работы с помощью графической системы AutoCAD и сдавать через систему MOODLE. Необходимо отметить, что для самостоятельного изучения системы AutoCAD нужна хорошая информационная база (самоучители, анимации, видео уроки и т.д.). Если у студента всего этого не имеется, то естественно, что он не сможет изучать основы системы AutoCAD.

Студенты, живущие в отдаленных районах от столицы, имели большие затруднения, связанные с отсутствием возможности подключения к платформе MOODLE. Отсутствие хорошего

и качественного интернета не позволяет полноценно вести дистанционную учебу и в последствии чего, студент лишается возможности пользоваться системой MOODLE.

Для выявления достоинств и недостатков электронного обучения на базе Moodle нами был проведен опрос студентов. Выборка составила 28 человек (студенты из одной группы очного обучения). Результаты опроса показали, что основными достоинствами дистанционного обучения (указали 64% студентов) является то, что часть заданий (тестов, проверочных) можно проходить в домашних условиях, при этом 51% опрошенным важна возможность чат-общения и обмена сообщениями с преподавателем (offline).

Основными недостатками системы Moodle отметили отсутствие в системе Moodle привязки к социальным сетям, а также отсутствие видеолекций преподавателей не по всем темам, однако этот недостаток возможно минимизировать при проведении вебинаров (например, ZOOM).

Исходя из вышесказанного, необходимо подчеркнуть следующее:

-смешанное обучение способствует повышению качества подготовки студентов, является оптимальным в процессе передачи знаний;

-анализ контента, представленных в работе курса в полной мере отвечает не только внутренним требованиям вуза, но и ожиданиям студентов к электронной обучающей.

Для успешного освоения студентами дистанционного курса они должны имеют учебный материал, представленный в структурированном виде, доступные научно обоснованные методически рекомендации и четкие требования к выполнению и оценке задания, к знаниям и умениям, которые студент должен приобрести в процессе учения, алгоритмы и примеры выполнения заданий.

#### ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Артемова О.Г., Мальцева Н.А.* Проблемы использования дистанционного обучения - Современные образовательные технологии и методы их внедрения в систему обучения: Материалы научно-методической конференции. Вязьма: ВФ ГОУ МГИУ, 2011. 282 с.
2. *Sanchez, R.A., A.D. Hueros*, 2010, Motivational factors that influence the acceptance of Moodle using TAM. *Computers in Human Behavior*, 26(6), p. 1632-1640.

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКОЙ НА ОСНОВЕ ИКТ

**Тўйчиев Ш.Ш.**

*Ташкентский финансовый институт, Ташкент, Узбекистан*

В современных условиях транспортный комплекс определяет уровень экономической активности субъектов, выступая связующим звеном в процессе производства и распределения товаров, в осуществлении международных связей. Международная практика иллюстрирует, что неадекватное развитие транспортных систем на национальном уровне приводит к неоправданно завышенным затратам в сферах производства и предоставления услуг, к сдерживанию развития практически всех отраслей хозяйственной деятельности, ограничению социальных льгот для граждан. Рациональное же использование транзитно-транспортных возможностей стимулирует ускоренное развитие сопряженных отраслей и сфер экономики: нефтедобычи, обрабатывающей промышленности, легкой и пищевой, сельского хозяйства и др /1,2/.

Важнейшей задачей успешной перевозки грузов является обеспечение сохранности перевозимых грузов путём соблюдения оптимальных режимов перегрузочных работ, рационального размещения в грузовых помещениях и созданий условий сохранения качества грузов в процессе перевозки. Важным направлением в технологии и организации перевозки грузов является формирование транспортной логистики перевозочного процесса.

Страны Центрально-Азиатского Региона объединены не только географически, у них общая культурная, политическая и экономическая история, и сегодня перед ними стоят общие задачи трансформирования системы государственного управления и государственных предприятий в более эффективные структуры. Это требует решения очень многих проблем, одной из которых является преодоление значительного «экономического расстояния», отделяющего их от мировых рынков товаров и услуг. Так как «экономическое расстояние» это сумма всех временных и материальных затрат, понесенных в процессе доставки груза на внешние рынки, вопросы оптимизации и снижения издержек на пути движения товаров, а также построение грамотной логистической цепочки поставок, для всех стран региона, являются определяющим фактором в их экономическом развитии.

Узбекистан благодаря своему географическому положению издревле являлась транзитным пунктом в международной торговле. Транспортные коридоры пересекают Узбекистан с востока на запад и с севера на юг. Анализ статистики показывает, что основной поток грузов, как правило - транзитных, перемещается с востока на запад через магистральные дороги и железнодорожные линии, соединяя Узбекистан, страны СНГ и Азии не только с Западной Европой, но и со всем миром.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зондберг Л. Транспортная логистика начинается с доставки. // Логинфо №7-8/2003. с. 5-35.
2. Сафронова А.А. Оценка эффективности систем автоматизации и телемеханики железнодорожного транспорта: Учебное пособие.- М.: МИИТ, 2006.- 108 с.
3. Прудникова В.П. Контейнер - как средство перевозки грузов: Учебное пособие. - Владивосток: МГУ им. адм. Г.И. Невельского, 2009. - 29 с.
4. Транспортное обеспечение коммерческой деятельности: Учеб. пособие / Под ред. Г.Я. Резго. - М.: Финансы и статистика, 2005. - 128 с.
5. Туранов Х.Т., Корнеев М.В. Транспортно-грузовые системы на железнодорожном транспорте: Учебное пособие. - Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2008. - 445 с.

## ИНТЕГРАЦИЯ МЕТОДОЛОГИЙ SCRUM И AGILE В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС

Тураева Г.Х.

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

Scrum vs Agile являются гибкими методологиями, которые используются в управлении IT-проектами. *Методологии работы SCRUM и Agile существуют более 20 лет. Их главное отличие — быстрая адаптация продукта к меняющимся условиям. Сначала эти техники относились к сфере IT, затем перекочевали в бизнес и управление. В этой статье рассмотрим, как эти методологии прижились и в образовании.*

Как Scrum адаптировали для школы?

Scrum – одна из методологий Agile. Слово «scrum» переводится как «схватка». Основа подхода – за короткий период достичь поставленной цели, адаптируясь под изменения. Интенсивные периоды называются «спринтами», а работа идет в команде, которая состоит из владельца продукта, команды разработки и Scrum-мастера.

В 2011 году Вейли Вейнандс, учитель химии и физики из Голландии, основал программу EduScrum и адаптировал бизнес-технологии для образовательных нужд.

В школе работа по Scrum выглядит следующим образом. Сначала преподаватель или весь класс выбирает EduScrum-мастера, который рекрутирует себе команды. Главное условие – выбрать людей с разными навыками и компетенциями. Сперва роль EduScrum-мастера разделяет и учитель, чтобы постепенно полностью передать полномочия капитану.

Получается следующее распределение ролей:

1. Учитель – владелец продукта.
2. Команда разработки – команда школьников (четыре-пять человек).
3. EduScrum-мастер – капитан команды и частично учитель.

Далее учитель обозначает:

- Что именно должно быть изучено? Например, нужно выполнить сопоставленный анализ поэтических текстов: определить идею, проблематику, мотив, композицию, стилистику и так далее.

- Зачем это изучать? Например, чтобы написать сочинение.


И следит за ходом работы.

Ученики в командах анализируют тексты, ищут информацию, делают выводы, а в конце представляют получившийся результат. Коммуникация между командами приветствуется.

Основа EduScrum-процесса – спринты. Это может быть несколько уроков или триместр. Школьники регулярно проводят быстрые собрания («летучки»), чтобы обсудить сделанное и определить план до следующей встречи.

Отдельная роль отводится Scrum-доске. Она наглядно показывает прогресс, который видит каждый участник. На ней обозначены статусы каждой задачи в спринте:

- надо сделать;
- в процессе работы;
- сделано.

Проект 		Название команды		Члены команды
История/задания	Критерии приемки	Сделать	В работе	Готово
Критерии готовности	Критерии успеха	График сгорания задач	Препятствия	

В итоге работа по SCRUM еще сильнее, чем обычные проекты, помогает развить у учеников soft skills, автономность, ответственность и гибкость.

## ОЛИЙ ТАЪЛИМ МУАССАСАЛАРИДА КРЕДИТ-МОДУЛЬ ТИЗИМИ ВА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ИНТЕГРАЦИЯСИ

**Хўжаев С.С.**

*Бухоро давлат университети, Бухоро, Ўзбекистон*

Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2020 йил 31 декабрдаги 824-сонли “Олий таълим муассасаларида таълим жараёнини ташкил этиш билан боғлиқ тизимини такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги қарори билан тасдиқланган “Олий таълим муассасаларида ўқув жараёнига кредит-модуль тизимини жорий этиш тартиби тўғрисида”ги низом асосида Бухоро давлат университетида 2020/2021 ўқув йилидан бошлаб кредит-модуль тизими жорий этилди.

Кредит-модуль тизимининг тарихига назар ташлайдиган бўлсак-Кредит-модуль тизими XIX асрнинг иккинчи ярмида даставвал Америка қўшма штатларининг олий таълим муассасаларида жорий этилган. Ўша вақтда олий таълим муассасалари қатъий белгилаб қўйилган ўқув дастурлари асосида фаолият юритган.

1969 йилда Гарвард Университетига ўша даврнинг энг илғор фикрловчиларидан бўлган Чарлес Эллион президент этиб сайланди. У кўп ўтмай университетдаги қатъий белгилаб қўйилган ўқув дастурларини бекор қилди. Талабалар ўқув дастурида таклиф қилинадиган фанлар орасидан ўзлари хоҳлаган ва қизиққан фанларини танлаб, ўрганиш имкониятига эга бўлдилар. Талабалар ўзлари фанларни танлаётганлари учун университет ўқув дастуридаги фанлар ҳам табиий равишда саралана бошлайди. Замон талабига жавоб бермайдиган, талабаларда қизиқиш бўлмаган кераксиз фанлар ўқув дастурини тарк эта бошлайди. Университет фанлар рўйхати меҳнат бозори ва талабалар эҳтиёжидан келиб чиқиб шакллантирилади.

Ўз фанларига талабаларни жалб қилиш мақсадида ўқитувчилар ҳам дарсларни сифатини яхшилашга ҳаракат қила бошлайди. Акс ҳолда улар ўқитаётган фан ўқув дастурларидан чиқарилиб юборилиши мумкинлигини ҳис қилиб, ҳаракатни бошлашади.

Гарвард Университети қатъий ўқув дастурларидан воз кечгандан сўнг, бир қатор саволлар тўғрисида бошлади. Университетда қатъий белгилаб қўйилган дастурлар йўқлиги, талабалар курсдан-курсга ўтиши ёки университетни битириши қандай меъзонлар асосида амалга оширилиши мумкин?

Бу саволларнинг барчасига жуда оддий ечим топилди. Ҳари бир фанга ўқиш юкласидан келиб чиқиб рамзий ўлчов бирликлари, яъни кредитлар тақсимланди. Ҳар бир фан муайян миқдордаги кредитларда акс этади. Ҳар бир талаба ўқув йили охиригача муайян миқдордаги кредитларни тўплаши кераклиги белгилаб қўйилади.

2020/2021 ўқув йилидан бошлаб Ўзбекистондаги нуфузли олий таълим муассасалари ҳам хорижий олий таълим муассасалари тажрибаси асосида кредит-модуль тизими жорий қилинди. Ушбу тизимни жорий этиш мавзусида вазирликнинг масъул мутасаддилари иштирокида ўқув-семинарлари, тренинглари ўтказилди ва профессор-ўқитувчиларга тегишли ахборотлар бериб борилди.

Кредит-модуль тизимини сифатли амалга ошириш мақсадида олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан NEMIS OTM рақамли ахборот тизими ишлаб чиқилди ва жорий этилди. Ушбу тизим олий таълим муассасаларинг серверида жойлаштирилган бўлиб, OTMларнинг административ



ва ўқув фаолиятларини автоматлаштириш, ўқув жараёнларини ташкил этиш ва бошқариш ҳамда вазирлик ахборот тизимига тегишли маълумотларни юклаш вазифаларини бажаради.

НЕМИС ОТМ рақамли ахборот тизимидан фойдаланиш учун ректор, проректорлар, мутахасасислар, деканлар, декан муовинлари, кафедра мудирлари, ўқитувчилар, талабалардан олиҳида билим ва малака талаб этилади. Фойдаланувиларнинг лавозимига қараб рол тақдим этилади ва турли ваколатлар берилади.

Тизимдан фойдаланувчилар интернет тармоғига уланган замонавий русумдаги компьютерлардан, планшет, ёки замонавий мобил қурилмалари ёрдамида тизимдан фойдаланадилар.

Бу платформа талабалар учун ҳам профессор-ўқитувчилар учун ҳам жуда катта афзалликларга эга ҳисобланади.

НЕМИС ОТМ рақамли ахборот тизими Олий таълим тизимидаги жараёнларини рақамлаштириш орқали қоғозбозликни олди олинадиган ва профессор-ўқитувчилар асосий вақтларини билим бериш ва изланиш билан шуғулланишига имкон яратади.

Билим ва илмнинг шаклланиши эса бевосита таълим тизимига бориб тақалади. Таълим тизими самарадорлигини ўқитувчи савияси, талаба эҳтиёжи, ўқув адабиётлари мазмуни ҳамда мустақил таълимни шакллантиришга қаратилган инфратузилма бевосита таъминлаб беради. Демак, малакали кадрларни тайёрлаш, уларни меҳнат бозори талабларига мувофиқ рақобатдошлигини ошириш, ижодий фикрлайдиган мутахасисларни етиштириш ўқув даргоҳларида йўлга қўйилган таълим бериш жараёни билан чамбарчас боғлиқ.

2030 йилга қадар республикадаги барча олий таълим муассасаси (ОТМ)нинг 85 фоизи, жумладан, 2020/2021 ўқув йилининг ўзидан 33 та олий таълим даргоҳини кредит-модуль тизимига ўтказиш кўрсатиб ўтилди.

Қисқа қилиб айтганда кредит-модуль тизими, бу — таълимни ташкил этиш жараёни бўлиб, ўқитишнинг модуль технологиялари жамламаси ва кредит ўлчови асосида баҳолаш модели ҳисобланади. Уни бир бутунликда олиб бориш серқирра ҳамда мураккаб тизимли жараёндир.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Ўзбекистон Республикаси Президенти Шавкат Мирзиёевнинг 2020 йил 24 январда Олий Мажлисга йўллаган Мурожаатномаси.
2. “Иқтисодиёт ва инновацион технологиялар” илмий электрон журнали. № 3, май-июнь, 2020 йил
3. Шаронин Ю.В. Цифровые технологии в высшем и профессиональном образовании: от лично-ориентированной Смарт-дидактики к блокчейну в целевой подготовке специалистов // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 1.
4. Абдуллаев, М., Аюпов, Р., Рақамли иқтисодиёт - кадрлар тайёрлашнинг долзарб йўналишлари. (2020).

### LMS ТИЗИМИНИ ЯРАТИШДА БОШҚАРУВ ЖАРАЁНЛАРИ

<sup>1</sup>Элов Б.Б., <sup>2</sup>Примова М.Ҳ.

<sup>1</sup>ТошДЎТАУ, Тошкент, Ўзбекистон

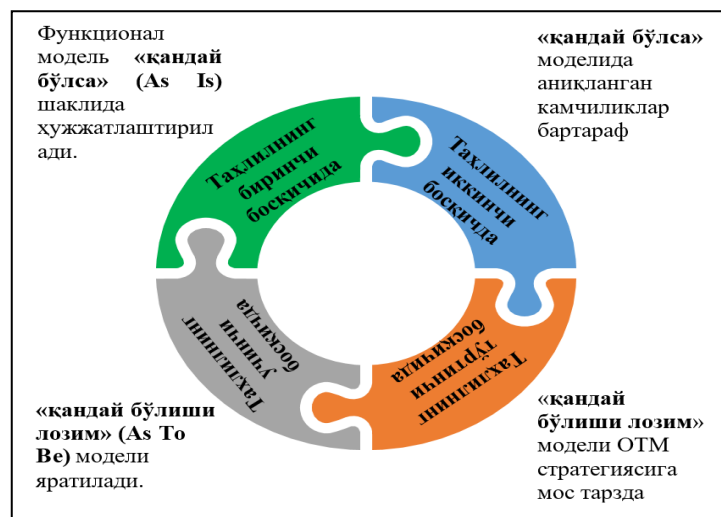
<sup>2</sup>ЎЗМУ, Тошкент, Ўзбекистон

ОТМга ахборот технологияларини жорий этиш ва улар асосида LMS тизимларини тадбиқ қилиш ташкилот фаолиятининг технологик ривожланишига ва самарадорликнинг оширишга олиб келади. ОТМ раҳбариятининг фаолиятда ахборот тизимини ишлаб чиқиш, лойиҳалаштириш ва жорий этиш талаблари ва қоидаларига тўлиқ амал қилишлари орқали кутилган натижага эришлари мумкин.

**LMS тизимини яратишда бошқарув жараёнларида умумий ҳолда тўртта босқичда амалга оширилади.**

Таҳлил босқичида лойиҳалаштириладиган тизимга қўйилган қуйидаги талаблар ишлаб чиқилади:

- *класслар ва уларга мос бизнес-транзакциялар диаграммалари;*
- *амалий соҳа жалараёнлари моделлари (диаграммалар) ва уларга мос LMS функциялари;*
- *предметли соҳа объектларига мос класслар ва уларга мос «объект-алоқа» диаграммалари;*
- *LMS фойдаланувчилари, бўлимлар ва хизмат кўрсатиш тузилмаларининг топологияси;*
- *LMS маълумотларини, ахборотларни ва тизимни ҳимоялаш технологиялари (параметрлари).*



LMS тизимининг биринчи босқичи натижаларини ифодаловчи асосий хужжат сифатида **LMS техник топшириғи** ҳосил қилинади. Ушбу хужжатда юқори келтирилган спецификациялар билан биргаликда тизимни яратиш кетма-кетлиги, ажратиладиган ресурслар, босқичларни амалга ошириш босқичлари, ташкилий процедуралар ва тадбирлар, лойиҳа маълумотларини ҳимоялаш ва бошқа хужжатлар шакллантирилади.

LMS тизимни яратишнинг кейинги босқичи – **лойиҳалаштириш** ҳисобланади. Лойиҳалаштириш босқичида бошланғич шартлар ва чеклагичларни инobatга олган ҳолда мавжуд технология воситалари ёрдамида моделлаштириш амалга оширилади. LMS тизимларни лойиҳалаштириш – лойиҳа мақсади аниқлашдан бошланади [1].

Ихтиёрий лойиҳанинг ишга туширилган вақдан фойдаланишгача бўлган босқичларда муваффақиятли амалга оширилиши учун қуйидагилар таъминланиши лозим:

- *тизим функционалига амалга оширилган ўзгаришларга тезда мослашувчанлиги;*
- *тизимнинг узлуксиз фаолияти, фойдаланувчи сўровларини қайта ишлашнинг ўз вақтида амалга оширилиши;*
- *фойдаланиши ва қўллаб-қувватлашнинг соддалиги ва қулайлиги;*
- *маълумотлар хавфсизлиги ва фойдаланувчиларнинг роллари.*

LMS тизимининг самарадорлиги ва мустаҳкамлиги тизим эффективлигини ифодаловчи асосий фактор ҳисобланади. Яхши лойиҳавий ечим тизимнинг юқори самарадорлигини таъминлашга хизмат қилади. LMS тизимини лойиҳалаштириш учта асосий соҳани қамраб олади.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Элов Б., Примова М., Создание и внедрение информационной системы управления учебным процессом в НУУз. Вестник ТашГТУ. - Ташкент, 2018, - № 2.ст. 215-221

## БЛОКЧЕЙН ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИ ТАЪЛИМ СОҲАСИДА ҚўЛЛАШ ИСТИҚБОЛЛАРИ ҲАҚИДА

**Эргашева Ф.Т., Бобоқулова Ш.Ш.**

*Навоий давлат педагогика институти, Навоий, Ўзбекистон*

Кейинги йилларда дунёда рақамли иқтисодиётни ривожлантириш борасида турли давлатларда турлича ёндашувлар асосида ислохотлар амалга оширилмоқда. Хусусан, Республикаимизда ҳам амалга оширилаётган ислохотларнинг устувор йўналишларидан бири сифатида инвестиция киритиш жозибадорлигини ошириш ва хорижий инвестицияларни жалб қилиш, бизнесни юритиш учун қулай шарт-шароитларни яратиш ҳуқуқий норматив хужжатлар билан белгилаб берилган [1].

Маълумки, ҳозирги кунда дунё жамоатчилиги томонидан жуда қўп тилга олинаётган “Блокчейн (инглизча Blockchain) технологияси” рақамли иқтисодиётга жалб қилиниши ва бу технология келажак технологияси эканлиги таъкидланмоқда. Ҳақиқатан ҳам, ушбу технология қарийиб барча соҳа вакилларини қизиқтириб келмоқда. Блокчейн ва криптовалюталар билан ишлашнинг асосий афзаллиги – уларнинг инфратузилмаси марказлашмаганлиги, яъни умумий серверда сақланмаслиги ва ҳеч ким томонидан бошқарилмаслиги ва назорат қилинмаслигидир.

«Блокчейн» технологиялари нафақат иқтисодиётнинг кўплаб секторларига, балки давлат бошқаруви тизимига, фан, таълим ва бошқа кўплаб жамоатчилик муносабатларига аста-секин жорий этилмоқда.

**Таълим тизими** давлат ички сиёсатининг устувор йўналиши ҳисобланади, чунки иқтисодий, ижтимоий ва технологик ривожланиш - инсон капиталини шакллантириш, сақлаш ва кўпайтириш, мутахассисларнинг касбий билим ва кўникмалари сифатини ошириш билан чамбарчас боғлиқ.

Глобал ўзгаришларга ўз вақтида жавоб бериш - илмий ва технологик модернизациянинг янги шароитларига тезроқ мослашишга, умумий ўрта таълим мактаблари, ўрта махсус ва касб-хунар таълими ҳамда олий таълим муассасаларида янада самарали ижтимоий ва технологик инновацияларнинг пайдо бўлишига ёрдам беради [2]. Масалан, олтинчи технологик режимга ўтиш [3] - ишлаб чиқариш ва истеъмолни индивидуаллаштиришга, одамлар ҳаётининг давомийлиги ва сифатини ошириш мақсадида тиббиёт, таълим ва алоқа соҳаларида янги технологияларни ишлаб чиқишга қаратилган. Технологик тартиб техник ишлаб чиқаришлар мажмуи сифатида нафақат илмий-техника тараққиётининг бир хилда боришини, балки жамият тафаккурининг инерциясини ҳам назарда тутлади.

Блокчейн технологияси нафақат бизнеснинг барча соҳаларига, балки таълимга ҳам аста-секин киритилмоқда, чунки бизнес ва фан ўртасидаги ўзаро таъсир инновацион маҳсулотлар ишлаб чиқаришга катта ҳисса қўшади. Рақамли иқтисодиётнинг ривожланиши билимлар иқтисодиётининг ривожланиши билан узвий боғлиқдир. Билимлар иқтисодиёти номоддий ишлаб чиқаришга асосланади ҳамда ўсиш - билим ва бу билимларга эга бўлган одамлар томонидан бошқарилади.

Ушбу маърузада блокчейн технологиялари истиқболлари, айниқса таълим соҳасида бу технологияни жорий этиш муаммолари ва эришиладиган имкониятлар таҳлил қилинади. Блокчейн технологиялари соҳасида кадрлар тайёрлаш механизмлари, тайёрланадиган кадрлар салоҳияти асосида бу технологиядан самарали фойдаланиш ва турли кибер таҳдидларга қарши курашиш бўйича таклифлар ишлаб чиқилган.

#### ADABIYOTLAR

1. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2018 йил 2 сентябрдаги “Ўзбекистон Республикасида крипто-биржалар фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-3926-сон қарори. - URL: <https://lex.uz/docs/3891616>.
2. *Откидывчев В.В., Зурабов В.М.* Проблемы и перспективы российского образования // Научный журнал. 2018. №3 (26) [Сайт]. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problemy-i-perspektivy-rossiyskogoobrazovaniya>.
3. Шесть технологических укладов [Сайт]. - URL: <https://generalskokov.livejournal.com/24586.html>.

## МАТЕМАТИКА ЎҚИТУВЧИНИНГ ДАРСЛАРДА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАРНИ ҚЎЛЛАШ КОМПЕТЕНТЛИГИНИ ШАКЛЛАНТИРИШ

**Эсанов О.Ж., Оstonов Қ.**

*СамИСИ,АЛ, Самарқанд, Ўзбекистон*

Математика ўқитишда ўқитувчининг рақамли технологиялардан фойдаланиши анча хилма-хил бўлиши керак, чунки ўқитувчи ўзининг ўқитиш тажрибасини нафақат талабалар учун тарқатади. Таълимда рақамли технологиялардан фойдаланиш нафақат давр талаби, балки ўқитувчининг касбий фаолиятида ривожланиши ва ўзини ўзи англаши учун заруратдир [1].

Математика ўқитувчиси ишида рақамли технологияларнинг мақсад ва вазифаларини аниқлаш учун рақамли технологияларнинг таърифини, бу технологиялар ЭТР (электрон таълим ресурслари) тушунчасидан қандай фарқ қилишини билиши керак.

Рақамли технологиялар - ўқитувчилар фаолиятини такомиллаштириш, шунингдек, болаларнинг таълим жараёни (ишлаб чиқиш, диагностика, тузатиш) учун ўқув жараёнида ўқув-услубий материаллар, компьютер технологияларининг техник ва инструментал воситалари мажмуасидан иборат. Ўқитувчиларнинг рақамли технологиялар бўйича малакасини оширишни давом эттиришнинг энг муҳим омили уларнинг ишлаётган ва тегишли АКТ жиҳозларидан мунтазам фойдаланишидир ҳамда бу ўқитувчиларнинг ўз фанини билишларига, АКТ ресурсларидан қандай фойдаланиш ва улар билан боғланишига боғлиқ. Рақамли технологиялар янгиланган ва қўшимча ўқув ресурсларидан фойдаланиш имкониятини таъминлаш орқали ўқитувчига ўз фанлари бўйича мустақил билим олиш имконини беради [2]. Математика синфларида рақамли технологиялардан самарали фойдаланиш ўқитувчиларни тайёрлаш даражасини ва малака оширишга бўлган эҳтиёжни

оширади ҳамда кўпроқ ва яхшироқ таълим мазмунига киришни таъминлаш орқали ортиб бораётган талабни қондиришга ёрдам берадиган муҳим восита бўлиши мумкин, улар математикани ўқитишнинг самарали усулларининг моделлари ва имитацияларини тақдим этишлари ва талабаларни қўллаб-қувватлаш, масофавий таълимни, шунингдек реал вақт режимида ёки асинхрон равишда таъминлашга қодир.

Муваффақиятли касбий ривожланиш моделларини уч босқичга бўлиш мумкин: бошланғич тайёргарликка эътибор қаратиладиган дастлабки хизмат кўрсатиш; фанларни билиш, бошқарув кўникмалари ва турли ўқитиш воситаларидан фойдаланиш; олдинги таълимга асосланган ва бевосита ўқитувчиларнинг эҳтиёжлари билан боғлиқ бўлган тизимли шахсга йўналтирилган ва масофавий таълим имкониятларини ўз ичига олади; кундалик эҳтиёжлар ва муаммоларга йўналтирилган ўқитувчилар учун АКТ томонидан доимий расмий ва норасмий педагогик ва техник ёрдам.

Ўқитувчиларнинг самарали касбий ривожланиши синф муҳитига имкон қадар яқинлаштириши керак. Рақамли технологиялардан фойдаланиш бўйича "амалий" кўрсатмалар, улар математикани ўқитиш жараёнининг муҳим таркибий қисми ҳисобланганда керак. Бундан ташқари, касбий ривожланиш тadbирлари самарали амалиёт ва хулқ-атворни моделлаштириши, ўқитувчилар ўртасидаги ҳамкорликни рағбатлантириши ва қўллаб-қувватлаши керак. Мавжуд АКТ воситаларидан фойдаланган ҳолда мактаб даражасида доимий касбий ривожланиш муваффақиятнинг асосий омили сифатида қаралади, айниқса ўқитувчиларнинг кундалик эҳтиёжлари ва амалиёти билан бевосита боғлиқ бўлган ресурслар ва кўникмалар ҳақида гап кетганда [2].

#### АДАБИЁТЛАР

1. Беспалько В.П. Образование и обучение с помощью компьютеров (в педагогике третьего тысячелетия): Учебно-методическое пособие. – М., 2002. – 352с
2. Якушина Е.В. Электронно-образовательные ресурсы: педагогические качества, достоинства и недостатки // Народное образование, 2011. – №2. – С. 151–155.

### УМУМКАСБИЙ ФАНЛАР ЎҚУВ МАШҒУЛОТЛАРИНИ РАҚАМЛИ ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ АСОСИДА ТАШКИЛ ЭТИШ

**Қурбонов Ғ.Ғ.**

*Бухоро давлат университети, Бухоро, Ўзбекистон*

Ўқув жараёнини рақамли таълим технологиялари асосида ташкил этиш масаласи, бугунги куннинг долзарб муаммоларидан ҳисобланади. Бунда, дастурий таълим воситалари компьютер технологиялари ёрдамида ўқув жараёнини қисман ёки тўлиқ автоматлаштириш учун мўлжалланган дидактик восита бўлиб хизмат қилади. Улар таълим жараёни самарадорлигини оширишнинг истиқболли шакллари билан бири ҳисобланиб, замонавий технологияларнинг ўқитиш воситаси сифатида ишлатилади. Педагогик дастурий воситалари динамик иллюстрациялар, овозли жараёнлар, анимациялар каби эффектларни амалга оширувчи дастурлардан фойдаланиб яратилади [1].

Ҳозирги кунда юқоридаги фикр - мулоҳазалардан келиб чиққан ҳолда, “Ахборот тизимлари ва технологиялари” йўналиши мисолида умумкасбий фанлар блокига киритилган “Сонли усуллар” ва “Чизиқли алгебра ва аналитик геометрия” фанларидан ўқув машғулотларини дастурий таълим воситалари асосида ташкил этиш бўйича бир қатор самарали ишлар амалга оширилди.

“Сонли усуллар” фанидан барча мавзуларни қамраб олган мобил дастурий восита ишлаб чиқилган ва ўқув жараёнига жорий қилинмоқда. Мобил дастурий таълим воситаси мазкур фан бўйича аниқ дидактик мақсадларга эришишга йўналтирилган дастурлаштирилган (дастурлар мажмуаси), техник ва методик таъминот, қўшимча ёрдамчи воситаларни ўз таркибига олган.

Маълумки, дастурий таълим воситалари ўргатувчи дастурлар, тест дастурлари, машқ қилдиргичлар, ўқитувчи иштирокидаги виртуал ўқув муҳитини шакллантирувчи дастур турларига ажратилади.

Бундан ташқари, ўз тажрибаларини ижодий нуқтаи назардан янада мустаҳкамлаш ва реал амалиётдаги шароитда синаш ва амалий кўникмаларни инновацион билимлар асосида ривожлантириш мақсадида дастурий таълим воситаларидан фойдаланишнинг такомиллаштирилган методикаси ишлаб чиқилиб, амалиётга жорий қилинган.

Шунингдек, “Чизиқли алгебра ва аналитик геометрия” фанидан дастурлаштирилган электрон ўқув – услубий мажмуа ишлаб чиқилди ва ўқув жараёнига жорий қилинмоқда (Ўзбекистон Республикаси интеллектуал мулк агентлигининг 09.10.2021 йилдаги DGU 2021 2969 рақамли

гувоҳномаси). Ишлаб чиқилган дастурлаштирилган электрон ўқув – услубий мажмуа мундарижа, маърузалар матни, амалий машғулоти ишланмалари, ҳар бир мавзуга оид тест топшириқлари, тавсия қилинадиган адабиётлар каби компоненталардан ташкил топган. Уларда келтирилган маълумотлар талабаларнинг ўқув фани бўйича билим, кўникма ва малакага мустақил равишда эга бўлишига хизмат қилмоқда.

Хулоса қилиб айтганда, рақамли технологиялар талаба шахсининг ривожланишида асосий омил бўлиб, унинг келгуси фаолиятида мустақил ишлай олиш хусусиятларини тавсифловчи бўлиб хизмат қилмоқда ва келгуси фаолияти давомида ўз йўлини белгилашнинг воситаси бўлиб, ўз имкониятларини баҳолай олишига сабаб бўлади.

#### **АДАБИЁТЛАР:**

1. Бегимкулов У.Ш. Педагогик таълимда замонавий ахборот технологияларини жорий этишнинг илмий-назарий асослари / Монография. – Т.: Фан, 2007.- 39 с.

## МУНДАРИЖА

Хамидов О.Х. КИРИШ СЎЗИ .....	5
Шадиметов Х.М. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ .....	6
<b>И ШЎЪБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ. MATHEMATICAL ANALYSIS.....</b>	<b>8</b>
Abdullaev J.I., Khalkhuzhaev A.M.ON THE LOCATION OF AN EIGENVALUE OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR ON THE THREE DIMENSIONAL LATTICE .....	8
Absalamov A.T., Ziyadinov B.A. THE DYNAMICAL SYSTEM ON THE INVARIANT CURVE OF A NONLINEAR OPERATOR.....	8
Akramova D.I, Ikromov I.A. ON ESTIMATES FOR CONVOLUTION OPERATORS RELATED TO STRICTLY HYPERBOLIC EQUATIONS .....	9
Alimov A.A. A SEPARABILITY CRITERION FOR IDEALS OF COMPACT OPERATORS .....	10
Aliyev A.F., Tirkasheva G.D.HAUSDORFF DIMENSION OF INVARIANT MEASURE OF PIECEWISE LINEAR CIRCLE MAPS WITH TWO BREAKS .....	11
Allaberganov O. $\mathbb{C}\setminus\mathbb{N}$ - PARABOLIK KO'PXILLIKDA POLINOMLAR FAZOSI.....	12
Mamurov B.J. REGULARITY OF A NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR ON THE 2D SIMPLEX .....	13
Bahronov B.I., Rasulov T.H.EXISTENCE OF THE EIGENVALUES OF A TENSOR SUM OF THE FRIEDRICH'S MODELS WITH RANK 2 PERTURBATION .....	14
Boysunova M.Y. KILLING VEKTOR MAYDONLAR GEOMETRIYASI.....	16
Dilmurodov E.B., Rasulov T.H. FINITENESS OF THE DISCRETE SPECTRUM OF THE LATTICE SPIN-BOSON HAMILTONIAN WITH AT MOST TWO PHOTONS.....	16
Eshimbetov M.R. ON AN EXAMPLE OF A SEMIRING WHICH IS NOT IDEMPOTENT.....	17
Eshimova M.K. A NEW EQUIVALENT CONDITION FOR BOUNDEDNESS OF HARDY-VOLTERRA OPERATOR.....	19
Ikromov I.A., Safarov A.R. ESTIMATES FOR TWO-DIMENSIONAL INTEGRALS WITH MITTAG-LEFFLER FUNCTIONS.....	20
Jamilov U. U., Aralova K. A. THE DYNAMICS OF SUPERPOSITION OF NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATORS .....	20
Karimov J.J., Ibodullayeva H.F. RETURN TIMES FOR CIRCLE HOMEOMORPHISMS WITH SOME IRRATIONAL ROTATION NUMBER .....	22
Khalkhuzhaev A.M., Boymurodov J.H. EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE.....	23
Khalkhuzhaev A.M., Khamidov Sh.I., Mahmudov H.Sh. ON THE EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE ONE PARTICLE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR .....	24
Kholbekova S.M. 2-LOCAL *-ANTIAUTOMORPHISM OF $M_n(\mathbb{C})$ IS AN INNER *-ANTIAUTOMORPHISM.....	25
Kuliev K. ESTIMATES FOR THE NORM OF AN INTEGRAL OPERATOR WITH OINAROV'S KERNEL.....	26
L. M. Lugo, Juan E. Nápoles Valdés, Miguel Vivas-Cortez. SOME COMPLEMENTARIES NOTES TO MULTI-INDEX GENERALIZED CALCULUS .....	27
Latipov H.M., Rasulov T.H. QUARTIC NUMERICAL RANGE OF A TRIDIAGONAL $4 \times 4$ OPERATOR MATRICES.....	28
Luciano M. Lugo Motta Bittencurt. THE GENERALIZED FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATION OF LAGUERRE TYPE .....	29
Madatova F.A. THE SPECTRUM OF THE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR WITH TWO-RANK PERTURBATION .....	29
Mahmudov B.E. ERDOSH TIPIDAGI MAXSUSLIKLAR HAQIDA .....	30
Mamadiyev F.R. TASHQI INVESTITSIYALAR HAJMI UCHUN STATISTIK TAHLIL ASOSIDA BASHORAT MODELI.....	31
Masharipov S. CONNECTION OF BISTOCHASTIC MATRICES WITH QUADRATIC OPERATORS .....	32
Muhamedov A. CONVERGENCE OF KERNEL ESTIMATORS OF A DENSITY FUNCTION FROM STATIONARY SEQUENCE OF STRONGLY LINEARLY POSITIVE QUADRANT DEPENDENT RANDOM VARIABLES.....	33

Muminov M.I., Khurramov A.M., Bozorov I.N. ON THE NUMBER OF EIGENVALUES OF A TWO-PARTICLE HAMILTONIAN ON THREE-DIMENSIONAL LATTICE .....	34
Muminov M.E., Jurakulova F.M. ON THE BRANCHES OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF OPERATOR MATRIX IN BOSONIC FOCK SPACE .....	36
Qushaqov H., Muhammadjonov A., Ismoilova M. ABOUT ONE EQUALITY WITH EXPONENTIAL MATRIX .....	37
Rahmatullaev M.M., Tukhtabaev A.M. ON $G_k^{(2)}$ -PERIODIC $p$ -ADIC GENERALIZED GIBBS MEASURE FOR ISING MODEL THE CAYLEY TREE .....	38
Rajabov Sh.Sh. PROPAGATION THEOREM FOR THE PROBLEM OF FINDING THE ORIGINAL FUNCTION IN MATRIX ARGUMENT FUNCTIONS. ....	39
Rasulov T.H., Umirkulova G.H. BOUNDS OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A THREE-PARTICLE MODEL HAMILTONIAN ON A 1D LATTICE .....	40
Rasulov T.H., Sharipova M.Sh. CUBIC NUMERICAL RANGE OF $3 \times 3$ BLOCK OPERATOR MATRICES .....	41
Rozikov U. A., Shoyimardonov S. K. A SET OF FIXED POINTS OF A COVID-19 SPREADING MODEL WITH VACCINATED CASE .....	42
Ruzieva D.S. STRONG LAW OF LARGE NUMBERS FOR RANDOM FIELDS WITH VALUES IN HILBERT SPACE. ....	44
Sharipov O.Sh. Hamdamov A.H. GILBERT FAZOSIDA QIYMAT QABUL QILUVCHI U-STATISTIKALAR UCHUN KUCHAYTIRILGAN KATTA SONLAR QONUNI .....	45
Sharipov O.Sh. Kushmurodov A.A. MARCINKIEWICZ-ZYGMUND LAW OF LARGE NUMBERS FOR AUTOREGRESSIVE PROCECESS IN BANACH SPACES .....	46
Sharipov S. A LIMIT THEOREM FOR BRANCHING PROCESSES WITH IMMIGRATION .....	46
Shomalikova M.Sh. DARAXTSIMON METRIK GRAFLARDA ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASI UCHUN $\delta'$ ULANISH SHARTLI MASALA .....	48
Tagaymurotov A.O. REPRESENTATION OF A MAX-PLUS-POLAR OF THE SET OF IDEMPOTENT PROBABILITY MEASURES BY THE POLAR OF THE SET OF PROBABILITY MEASURES .....	49
TALHA USMAN. A CLOSED FORM OF INTEGRAL TRANSFORMS IN TERMS OF LAURICELLA FUNCTION AND THEIR NUMERICAL SIMULATIONS .....	49
Tosheva N.A. FINITENESS OF THE NUMBER OF EIGENVALUES OF THE FAMILY OF $3 \times 3$ OPERATOR MATRICES: 1D CASE .....	50
Xalxujayev A.M., Khayitova K.G. ANALYTIC DISCRIPTION OF THE ESSENSIAL SPECTRUM OF A OPERATOR MATRIX IN FERMIONIC FOCK SPACE .....	51
Xudayarov S.S. ON INVARIANT SETS OF A QUADRATIC NON-STOCHASTIC OPERATOR. ....	52
Xurramov Y.S. $s - d$ MODELGA MOS SCHRÖDINGER TIPLI OPERATORNING SPEKTRAL XOSSALARI .....	53
Абдикади́ров С.М. ОБ АНАЛОГЕ ТЕОРЕМЫ БЛАНШЕТА ДЛЯ $\alpha$ – СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ .....	54
Актамов Ф.С. ПРИНЦИП РАВНОМЕРНОЙ ОГРАНИЧЕННОСТИ МАХ-PLUS-ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ .....	55
Атамуратов А.А., Расулов К.К. МНОЖЕСТВО ОСОБЕННОСТЕЙ СЕПАРАТНО-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ .....	56
Бегижонов И. И. КРИТЕРИЙ ЦИКЛИЧЕСКОЙ КОМПАКТНОСТИ МНОЖЕСТВ В БАНАХОВЫХ МОДУЛЯХ .....	57
Бекназаров Дж.Х. ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ СУММАМИ ФУРЬЕ–ЧЕБЫШЁВА В ПРОСТРАНСТВЕ $L_{2,\mu}$ .....	59
Гадаев С. С-СВОЙСТВО $\alpha$ –СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ .....	60
Ганиходжаев Р.Н., Эшмаматова Д.Б, Таджиева М.А. ДИНАМИКА КВАДРАТИЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ С ВЫРОЖДЕННОЙ КОСОСИММЕТРИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕЙ .....	61
Икромов И.А, Баракаев А.М. ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ МАКСИМАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ $L2R3$ .....	62
Икромова Д. И. ОБ ОЦЕНКАХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ МЕР, СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НА ПОВЕРХНОСТЯХ, ИМЕЮЩИХ ОСОБЕННОСТЬ ТИПА $E8$ .....	63

Мавлонов М., Хасанов А. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)$ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЧЕТЫРЬМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ. ....	64
Маликов А.М. О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ В СРЕДНЕМ НА ВСЕЙ ОСИ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМАМИ С ВЕСОМ ЧЕБЫШЕВА-ЭРМИТА.....	66
Мамиров Б, Абдивохидов А., Бегимкулов Д. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДВУХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА НА РЕШЕТКЕ .....	66
Нарекеев Б.М., Мырзанова Д.Е., Нарекеева А.Б. ГОЛОМОРФНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ ОДНОЙ МАТРИЧНОЙ ОБЛАСТИ В $C^{pqn}$ .....	68
Неъматиллаева М.Д. ТЕОРЕМА МИТТАГ - ЛЕФФЛЕРА ДЛЯ $A(z)$ - АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИИ .....	69
Нортожиева Н. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТИПА ЭЙЛЕРА ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)$ ОТ ЧЕТЫРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА.....	70
Пулатова М.И., Хамраева З. УСКОРЕНИЕ СХОДИМОСТИ ИНТЕРВАЛЬНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ТИПА РУНГЕ .....	71
Садуллаев А.ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА R-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ .....	72
Туйчиев А.М. НАИЛУЧШИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЧАСТИЧНЫМИ СУММАМИ РЯДОВ ФУРЬЕ-ЧЕБЫШЁВА .....	724
Тухлиев К. ТОЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ТИПА ДЖЕКSONA-СТЕЧКИНА В ПРОСТРАНСТВЕ $L_2, \mu[-1, 1]$ .....	75
Тухлиев Д.К., Муродов К.Н. НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ КОНСТАНТЫ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ В КРУГЕ ФУНКЦИЙ.....	77
Хамдамов Ш.Дж. НАИЛУЧШИЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ИНТЕГРАЛОВ С ВЕСОМ ЯКОБИ .....	78
Хамдамов И.М. СОВМЕСТНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛОВ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ .....	79
Хасанов А., Холиёров Ш. ФОРМУЛА РАЗЛОЖЕНИЕ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ КАМПЕ ДЕ ФЕРИЕТ $F_{1;1;1}^{2;1;1}[x, y]$ ОТ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА .....	80
Хусенов Б. СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ $A(z)$ – АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ .....	81
Шарипов О.Ш. Кобилов У.Х. О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ СТРОГО ПОЛОЖИТЕЛЬНО ЗАВИСИМЫХ В КВАДРАНТЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.....	82
Эшмаматова Д.Б. ДИНАМИКА КОМПОЗИЦИИ КВАДРАТИЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ДВУМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ СИЛЬНЫМ ТУРНИРАМ.....	83



<b>II ШЎБА. АЛГЕБРА ВА ГЕОМЕТРИЯ. ALGEBRA AND GEOMETRY.....</b>	<b>85</b>
Abduraimov Y. RIMANNING DZETA FUNKSIYASINING NOLLARI HAQIDA .....	85
Barotov A. S., Abdullayev S. A. ROBOTOTEXNIK MEXANIZMLARNING MAXSUSLIKLARINI IZLASHDA MATRITSAVIY USULNING QO'LLANISHI .....	86
Beshimov R.B., Husenova D. TOPOLOGIK FAZOLARNING NASLIY XOSSALARI.....	87
Beshimova Sh.X. DERIVATIONS OF SOME SIX-DIMENSIONAL 4-LIE ALGEBRAS.....	87
Chilin V.I., Muminov K.K. DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR PATHS, WHICH ARE EQUIVALENT WITH RESPECT TO THE ACTION OF THE GALILEAN-SYMPLECTIC GROUP ..	91
Ergashova M. M. GIPERBOLOIDNING EGRILIK CHIZIQLARI.....	92
Homidov A.R. PSEVDORIMAN KO'PXILLIKLARIDA LORENS ALMASHTIRISHLARI .....	93
Ismoilov Sh. Sh. RELATION BETWEEN GEODESIC MAPPING AND DUAL MAPPING IN ISOTROPIC SPACE.....	94
Kayumov X. A. MUHANDISLIK VA KOMPYUTER GRAFIKASI FANI O'QUV MASHG'ULOTLARIDA TO'RT POG'ONALI TA'LIM USULINI QO'LLASHNING AXAMIYATI.	95
Mamadaliyev N.K., Toshbuvayev B.M. ACTING OF COVARIANT FUNCTORS ON SOME CLASSES OF CONTINUOUS MAPPINGS.....	96
Mamurov I., Mamurova F., Adilov Sh. TO'G'RI CHIZIQLI SILINDRIK SIRTLARNING TURLARI VA UNING ZARURLI HOLLARI .....	96
Muminov K.K., Juraboyev S. S. A SYSTEM OF $d$ -GENERATORS OF THE $d$ -FIELD OF INVARIANT $d$ -RATIONAL FUNCTIONS WITH RESPECT TO THE ACTION OF UNITARY-SYMPLECTIC GROUP .....	97
Narmanov A., Aslonov J. ON THE GEOMETRY OF THE ORBITS OF KILLING VECTOR FIELDS	99
Qurbonov E.Q., Pardayeva Z.A. MUNTAZAM IKOSAEDR HAMDA DODEKAEDRLARNING SFERIK TASVIRLARI .....	100
Raxmonova N. V. ABELIANITY OF RICKART $C^*$ -ALGEBRA .....	101
Sharipov A.S., Topvoldiyev F.F. ON THE PROPERTIES OF CYLINDRICAL IMAGE.....	101
Shodmonova Sh. CHEBISHEV FUNKSIYALARI UCHUN BA'ZI BAHOLAR.....	102
Sodikkhujayeva Sh.Kh. BEHAVIORS OF SOUSLIN AND SHANIN NUMBERS UNDER CONTINUOUS MAPPINGS.....	104
Temirova M. GORIZONTAL CONFORMAL SUBMERSIYA .....	105
Tojiboyev E. BA'ZI BIR NILPOTENT ZINBIEL ALGEBRALARIDA ROTA – BAXTER OPERATORLARI .....	105
Tur dibaeva N. M. VON NEYMANN ALGEBRALARI MARKAZIY KENGAYTMALARI IZOMORFIZMLARI .....	107
Tur dibaeva N.M., Maxmudova D.M. ISOMORPHISMS OF COMMUTATIVE REGULAR ALGEBRAS .....	107
Xusanov J., Shamsiddinov N.B., Shoimqulova D., Norqulova Z. GEOMETRIK MASALANI TURLI YECHISH USULLARI YORDAMIDA O'QUVCHILARNING IJODIY FIKRLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISH .....	109
Yusupov B. B., Nurullayeva M.M. LOCAL DERIVATIONS ON MAXIMAL SOLVABLE LIE ALGEBRAS WHOSE NILRADICAL IS A FILIFORM LIE ALGEBRAS .....	110
Zoyidov A.N. GEOMETRY OF CONFORMAL SUBMERSIONS .....	111
Алимов Ф.Х., Рахматов М.И., Эгамшукуров П.С. ТЎҒРИ ЧИЗИҚ КЕСМАСИНИНГ ҲАҚИҚИЙ УЗУНЛИГИНИ АНИҚЛАШ .....	112
Аллаков И., Сафаров А.Ш. О КОЛИЧЕСТВЕ ГОЛЬДБАХОВЫХ ЧИСЕЛ В АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.....	114
Артикбаев А. БУ ҲАМ НОЕВКЛИД.....	115
Аюпов Ш.А., Жураев Т.Ф. РЕЗКО-ОЧЕРЧЕННЫЕ ПАРЫ $(F(X), \eta_F(X))$ КОМПАКТОВ ВИДА $F(X)$ .....	116
Жаббаров А.Э., Ахмедов Н.О., Ахмедова З.О. РЕШЕНИЕ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ .....	117
Жувонов К.Р., Баракаева М.И., Атамуродова Д.Р. ГОМОТОПИЧЕСКИ ПЛОТНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА ГИПЕРПРОСТРАНСТВА $\exp[0,1]$ .....	118
Жумаев Д. И., Зайтов А. А. КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ И ГРУППА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРОСТРАНСТВА ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР .....	119

Имамов О.Ш., Бахриддинова Ю.Б. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИОФОНТОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЕ С ДВУМЯ ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ И КВАДРАТА ПРОСТОГО ЧИСЛА.....	120
Каландаров Т.С. 2-ЛОКАЛЬНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ АЛГЕБР АРЕНСА .....	121
Каримова Н. Р. УНИВЕРСАЛЬНАЯ И ЭКЗИСТЕНЦИАЛЬНАЯ ОПРЕДЕЛИМОСТЬ НЕГАТИВНЫХ СИСТЕМ.....	122
Курбанов Х. Х. ПРОСТРАНСТВО ПОЛУАДДИТИВНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ И КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ.....	123
Мамуров И., Ахмедов Н. ПРОЕКЦИЯ КРУГА - НЕ ОВАЛЬНАЯ ЛИНИЯ, А МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ ЭЛЛИПСА .....	124
Муминов У.Р. УСЛОВИЯ АССОЦИАТИВНОСТИ И АЛЬТЕРНАТИВНОСТИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГЕБР.....	125
Рахимов А.А., Ризоев У.Р. ВЕЩЕСТВЕННЫЕ Т-ФАКТОРЫ. ....	126
Тиллабаев И.Н. О СЛАБО ПОЧТИ СОВЕРШЕННЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ СУПЕРПАРАКОМПАКТНЫХ ПРОСТРАНСТВ.....	128
Ходжамуратова И.А. СВОЙСТВА ТИПА ПРОДУКТИВНОСТИ .....	129
Холтураев Х.Ф., Ишметов А.Я. КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ И ПРОСТРАНСТВО ИДЕМПОТЕНТНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР .....	129
Шарипова С.А. АБЕЛ КОСАЭРМИТ ҚИСМЛИ ҲАҚИҚИЙ $W^*$ -АЛГЕБРАЛАРНИНГ ИЗОМОРФЛИК ШАРТЛАРИ .....	130
Эрдонов Б.Х. ДИОФОНТОВА ПРИБЛИЖЕНИЕ С ПРОСТЫМ ЧИСЛОМ, КВАДРАТА И К-ОЙ СТЕПЕНИ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ .....	132
Эшкobilова Д.Т. О НОВОЙ СИСТЕМЕ ПСЕВДОМЕТРИК, ПОРОЖДАЮЩЕЙ РАВНОМЕРНОСТЬ НА ГИПЕРПРОСТРАНСТВЕ .....	133
Юлдашев И.Г. ЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ МЕТАБЕЛЕВЫХ ФИЛИФОРМНЫХ АЛГЕБР ЛИ .....	134

### **III ШУЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА МАТЕМАТИК ФИЗИКА.**

#### **DIFFERENTIAL EQUATIONS AND MATHEMATICAL PHYSICS.....136**

Abdullayev J.I., Toshturdiyev A.M. KUCHLI TA'SIRLASHUVDA BO'LGAN UCH ZARRACHALI SISTEMANING BOG'LANGAN HOLATLARI .....	136
Abduxakimov S.X., Vahobov M.A., Samatov B.A. IKKI FERMIONLI SISTEMAGA MOS DISKRET SCHRÖDINGER OPERATORI XOS QIYMATLARINING MAVJUDLIGI.....	137
Ahmadjonova D.D. REDUCTIONAL METHOD IN PERTURBATION THEORY OF SPECTRAL PROBLEM.....	138
Akramov M., Matrasulov D. DYNAMICS OF PT-SYMMETRIC SOLITONS IN DISCRETE NETWORKS .....	139
Aliev N.M. ASYMPTOTICS OF EIGENVALUES OF THE THREE-PARTICLE HAMILTONIAN ON A ONE-DIMENSIONAL LATTICE .....	139
Amrilloeva K.S., Subhonova Z.A., Elmurodova H.B. KASR DIFFUZIYA TENGLAMASI UCHUN TESKARI MASALA .....	141
Ashurov R.R., Fayziev Yu.E., Tokhtaeva N., Kenjaeva G. ON THE CAUCHY PROBLEM FOR A BOUSSINESQ TYPE TIME-FRACTIONAL EQUATIONS WITH HILFER DERIVATIVE .....	142
Ashurov R.R., Mukhiddinova O.T. INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A TIME-FRACTIONAL SUBDIFFUSION EQUATION WITH AN ARBITRARY ELLIPTIC DIFFERENTIAL OPERATOR.....	142
Ashurov R.R., Shakarova M.D. TIME-DEPENDENT SOURCE IDENTIFICATION PROBLEM FOR A FRACTIONAL SCHRÖDINGER EQUATION WITH THE RIEMANN-LIOUVILLE DERIVATIVE.....	143
Ashurov R.R., Fayziyev Yu. E., Maxmasoatov M.G. ISSIQLIK TARQALISHI TENGLAMASI UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALA.....	144
Ashurov R.R., Fayziev Yu.E., Nosirova D., Amrullaeva D., Latipova Sh. ON THE NON-LOCAL PROBLEMS FOR A BOUSSINESQ TYPE TIME-FRACTIONAL SUBDIFFUSION EQUATIONS..	145
Axmedov O.S. IKKITA BUZILISH CHIZIG'IGA EGA BO'LGAN ARALASH TIPDAGI TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA.....	145
Bozorov Z.R., Davlatova D. S. O'ZGARUVCHAN KOEFFITSIYENTLI ELASTIK-YOPISHQOQ TENGLAMASI UCHUN TESKARI MASALA.....	146
Bozorov Z.R., Avezov B.A. O'ZGARUVCHAN KOEFFITSIYENTLI ELASTIK YOPISHQOQLIK TENGLAMASIDAGI INTEGRAL HAD YADROSINI ANIQLASH. ....	147

Cabada A. CONSTANT SIGN GREEN'S FUCTIONS.....	149
Durdiyev D. K. Boltaev A. A. INVERSE PROBLEM FOR VISCOELASTIC SYSTEM IN A VERTICALLY LAYERED MEDIUM.....	149
Durdiyev D.K., Jumaev J.J., Atoev D.D. INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE KERNEL IN AN INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION OF PARABOLIC TYPE WITH NONLOCAL CONDITION .....	150
Durdiyev D.K., Rahmonov A.A., Mirzaev B.R. A MULTI-DIMENSIONAL DIFFUSION COEFFICIENT DETERMINATION PROBLEM FOR THE TIME-FRACTIONAL EQUATION.....	150
Durdiyev U.D. AN EXISTENCE THEOREM FOR AN INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE EQUATION OF FORCED VIBRATIONS OF A BEAM WITH A BASE STIFFNESS COEFFICIENT .....	151
Durdiyev D.K., Nuriddinov J.Z., Qarshiboyeva Sh.Q. MULTIDIMENSIONAL KERNEL DETERMINATION PROBLEMS FROM HEAT EQUATIONS WITH MEMORY .....	152
Durdiyev D.K., Isayev S.U. KASR TARTIBLI DIFFUZIYA TENGLAMASIDAN MANBANI ANIQLASH TESKARI MASALASI MASALASI .....	153
Durdiyev D.K., Nuriddinov J.Z., Ochilova Z.Sh. KERNEL DETERMINATION PROBLEM FOR A PARABOLIC INTEGRO--DIFFERENTIAL EQUATION WITH A VARIABLE THERMAL CONDUCTIVITY.....	154
Ergasheva N.Sh. INTEGRO-DIFFERENSIAL ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASIDAN YADRONI ANIQLASH TESKARI MASALASI .....	154
Fayziyev Yu. E., Sulaymonov I.A. HADAMARD KASR TARTIBLI HOSILALI TENGLAMALAR UCHUN KOSHI MASALASI .....	155
Isayev S.U. RIMANN-LIUVILL KASR OPERATORLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN DYUAMEL PRINSIPI.....	156
Jo'raev D.A, Maxmasoatov M.G', Maxmasoatov Sh.G'.BURGERS TIPIDAGI RIEMAN SISTEMASI UCHUN GEPIRBOLIK TENGLAMA .....	157
Jumaboyeva O. B. INTEGRO-DIFFERENSIAL MAKSVELL TENGLAMASIDAN LAME KOEFFITSENTINI ANIQLASH MASALASI.....	158
Jumaev J. J., Ibragimova Sh.E. TWO-DIMENSIONAL INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE KERNEL OF THE INTEGRO-DIFFERENTIAL HEAT EQUATION.....	159
Juraev D. A. INTEGRAL REPRESENTATIONS FOR MATRIX FACTORIZATIONS OF THE HELMHOLTZ EQUATIONS.....	159
Karimov E.T., Toshtemirov B. H. NON-LOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE SPACE-DEGENERATE PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION.....	161
Karimov T.E., Jumayev J.A. VAQT BO`YICHA O`ZGARUVCHI KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN TESKARI MASALA .....	162
Kurbonov O.I., Axralov H.Z, Aktamova V.U. THRESHOLD ANALYSIS OF THE ONE-RANK PERTURBATION NON-LOCAL DISCRETE LAPLACIAN .....	163
Malikov Z., Otajonova S.Sh.3 O`LCHOVLI FAZODA ELLIPTIK TIPLI TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN KOSHI MASALASINING REGULYARIZATSIA YASI .....	164
Muminov M.I., Radjabov T.A. ON PERIODIC SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATION WITH CONSTANT ARGUMENT .....	166
Muminov M.I., Ochilov Z.Kh. THE PROBLEM OF INTEGRAL GEOMETRY IN THREE-DIMENSIONAL SPACE WITH A WEIGHT FUNCTION OF A SPECIAL FORM .....	167
Muminov Z.I., Radjabov T.A. ON THE DISCRETE SPECTRUM OF THE THREE-PARTICLE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A TWO-DIMENSIONAL LATTICE .....	168
Muxtarov Ya., Xudoyberdiyev S.IKKINCHI TARTIBLI BIR JINSLI CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING YECHIMINI TEKSHIRISH.....	169
Muxtorov Ya., O'roqov N. CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHDA OPERATOR USULINI QO`LLASH .....	169
Nomanjonova D., Alimjonova G. SOHA CHEGARASIDA BUZILUVCHI GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR UCHUN NOLOKAL CHEGARAVIY MASALALAR .....	170
Ochilova N.K. NONLOCAL PROBLEM FOR THE DEGENERATING MIXED TYPE EQUATION	171
Rasulov M.S, Norov A.Q. A QUASILINEAR DIFFUSIVE LOGISTIC EQUATION WITH FREE BOUNDARY .....	172
Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. BUZILISH CHIZIG`IGA EGA KVAZICHIZIQLI ELLIPTIK TENGLAMA UCHUN DIRIXLE-NEYMAN MASALASI.....	172

Raupova M.X. IKKITA BUZILISH CHIZIG'IGA EGA GIPERBOLIK TIPDAGI KVAZICHIZIQLI TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI .....	173
Safarov J.Sh. ON AN INVERSE PROBLEM FOR AN INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION IN A CIRCLE .....	174
Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Turgunboeva M.A.ON THE DIFFERENTIAL GAME OF $l$ -CATCH FOR GRONWALL TYPE CONSTRAINT .....	175
Sattorov E.N., Ermamatova Fotima E. ON THE CONTINUATION OF THE SOLUTIONS OF A GENERALIZED CAUCHY-RIEMANN SYSTEM .....	176
Sayfullayeva Sh.Sh. BUZILISH CHIZIG'IGA EGA ELLIPTIK TENGLAMA UCHUN <b>ND1</b> CHEGARAVIY MASALASINING GRIN FUNKSIYASI HAQIDA .....	177
Sobirjonov A.Q. KASR TARTIBLI REAKTIV-DIFFUZIYA TENGLAMASI UCHUN BIR CHEGARAVIY MASALA HAQIDA .....	178
Sobirov Z. A., Abdullaev O. Kh., Khujakulov J. R.INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A TIME FRACTIONAL HEAT EQUATION ON A METRIC GRAPH .....	179
Tashpulatov S.M., Parmanova R.T. STRUCTURE OF ESSENTIAL SPECTRA AND DISCRETE SPECTRUM OF ENERGY OPERATOR OF FOUR-ELECTRON SYSTEMS IN THE IMPURITY HUBBARD MODEL. FIRST TRIPLET STATE. TWO- AND THREE-DIMENSIONAL CASE.....	180
Toshmatov D.Sh., Rahmonov A.A.NOLOKAL SHARTLI KASR TARTIBLI DIFFUZIYA TENGLAMASINING YECHIMI HAQIDA.....	181
Xalmuxamedov A., Bakirov S. SHREDINGER OPERATORINING SPEKTRI HAQIDA .....	182
Xoitmetov U.A., Sobirov Sh.Q. INTEGRAL TURDAGI MOSLANLANGAN MANBALI YUKLANGAN MODIFITRSIRLANGAN KORTEVEG-DE FRIZ TENGLAMASI UCHUN QO'YILGAN KOSHI MASALASINI YECHISH .....	183
Xudoyberdiyev A.A. CHEGARAVIY MASALALI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN RITS METODI .....	184
Yüksekkaya. H, Pişkin. E. MATHEMATICAL BEHAVIOR OF SOLUTIONS FOR A HYPERBOLIC-TYPE EQUATION WITH DELAY.....	185
Абдуллаев О. Х. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ НАГРУЗКОЙ .....	186
Абдурасулова З.Б. ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОБЩИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА .....	187
Акбаров У.Й., Сулаймонов М.М. УСТОЙЧИВОСТЬ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПРИ СОВМЕСТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НАГРЕВА И ВНЕШНИХ НАГРУЗОК .....	189
Апаков Ю.П., Умаров Р.А.РЕШЕНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА .....	190
Апаков Ю.П., Мирзаев О.М.О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ.....	191
Ахматов А.А., Бердияров А.Ш.ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ..	192
Ахматов З.А., Тотиева Ж.Д. ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОСТИ В СЛАБО ГОРИЗОНТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ .....	193
Ашуров Р.Р., Мурзамбетова М.Б.КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ .....	194
Болтаев А.Т. , Хамдамова Ч.А.СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА ШРЕДИНГЕРА, АССОЦИИРОВАННОГО С $s-d$ ОБМЕННОЙ МОДЕЛЬЮ НА РЕШЕТКЕ .....	195
Буранов Ж.И., Соатов У.А., Хусанов Д.Х.УСТОЙЧИВОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ФАЗОВЫМ ПРОСТРАНСТВОМ.....	196
Джамалов С. З., Худойкулов Ш. Ш., Маъруфов А., Камолдинов М.ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТРЁХТОЧЕЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.....	197
Джамалов С. З., Худойкулов Ш. Ш., Маъруфов А., Камолдинов М.ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТРЁХТОЧЕЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ .....	198
Джамалов С. З., Сипатдинова Б.К., Исломова. Д.ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ ....	199

Джамалов С.З., Курбанов. О, Дехканов Х. ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ПОЛУНЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ПЕРВОГО РОДА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА. ....	200
Джамалов С.З., Курбанов О., Арзикулов З. ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ПОЛУНЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА. ....	201
Джамалов.С.З., Сипатдинова Б.К., Абдуганиев Н. О. ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПЛОСКОСТИ .....	202
Дурдиев Д.К., Суяров Т.Р. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ В СОСТОЯНИИ ПОКОЯ .....	203
Дурдиев Д.К., Турдиев Х.Х. ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЯДЕР В СИСТЕМЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ АКУСТИКИ .....	204
Жураев А. Х., Абдуфаттохов И.А. О РЕШЕНИИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ .....	206
Жураев Ф.М, Аслонова М.А. ЗАДАЧИ ДЛЯ СМЕШАННОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА .....	207
Зайтов А. А., Бешимова Д. Р. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА ГИПЕРПРОСТРАНСТВЕ И КОМПАКТЫ ДУГУНДЖИ.....	208
Имомназаров Х.Х., Мукимов А.Х., Салаев Д. К. ОДНОМЕРНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТИПА ХОПФА .....	209
Иргашев Б.Ю. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТИПА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ .....	210
Исканаджиев И. О СУЩЕСТВОВАНИЕ БОРЕЛЕВСКОГО ИЗМЕРИМОГО СЕЧЕНИЯ МНОГОЗНАЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ .....	212
Исломов Б.И., Ахмадов И.А. СИЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ И ВОЛЬТЕРРОВОСТЬ АНАЛОГА ЗАДАЧИ ТРИКОМИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОПЕРАТОРОМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА ГЕРАСИМОВА-КАПУТО .....	212
Исломов Б.И., Рузиева Т.Ж. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ, КОГДА НАГРУЖЕННОЙ ЧАСТЬ УРАВНЕНИЯ СОДЕРЖИТ СЛЕД ОПЕРАТОРА ДРОБНОГО ПОРЯДКА .....	214
Клово А.Г., Куповых Г.В. К ВОПРОСУ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗНОСТНЫМИ СХЕМАМИ В ЗАДАЧАХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ .....	215
Кўчқоров Э.И., Турғунов К.Т. БЎЛАКЛИ - СИЛЛИҚ РАДИАЛ-СИММЕТРИК ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ШРЁДИНГЕР ОПЕРАТОРИНИНГ ХОС ФУНКЦИЯЛАРИ БЎЙИЧА СПЕКТРАЛ ЁЙИЛМАЛАРИ ҲАҚИДА .....	216
Мамажонов С. М. О РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	217
Меликузиева Д.М. ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ.....	218
Нарманов О., Ражабов Э. ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.....	220
Рахимов Д.Г., Ахмаджонова Д.Д. О РЕШЕНИИ ВОЗМУЩЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РЕДУКЦИИ.....	221
Рахматова Н.Ж., Умарова Ш.Х. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДРОБНОЙ ДИФФУЗИИ .....	221
Рузиев М.Х., Юлдашева Н.Т. О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНОЙ ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ РИМАНА-ЛИУВИЛЛЯ.....	222
Сатторов Э.Н., Мардонов Дж.А., Абдусайтов Д.Ш. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛАПЛАСОВА ПОЛЯ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ .....	223
Сатторов Э.Н., Рустамов С.У. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЕ УРАВНЕНИЙ КОШИ-РИМАНА С КВАТЕРНИОННЫМ ПАРАМЕТРОМ.....	224
Турдиев Х.Х., Суяров Т.Р. ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ В СОСТОЯНИИ ПОКОЯ .....	225

Турдиев Х.Х., Хамроев А.М. НАЧАЛЬНО-КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ АКУСТИКИ.....	226
Турдиева М.Б. ЗАДАЧА С УСЛОВИЕМ БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО С АНАЛОГОМ УСЛОВИЯ ФРАНКЛЯ НА ОТРЕЗКЕ ЛИНИИ ВЫРОЖДЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА, КОГДА ЧАСТЬ ГРАНИЦЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ СОВПАДАЕТ С ОТРЕЗКОМ $y > 0$ . .....	227
Турсунов Ф.Р., Рузикулов Ф.Ф., Уразбоева Н. К. ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	229
Турсунова С.Ф., Субхонова Н.У. ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ .....	230
Усмонов Б. З. НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ЭЛЛИПТИКО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА.....	230
Хойтметов У.А., Хасанов Т.Г. ИНТЕГРИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗА С ИСТОЧНИКОМ В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ ФУНКЦИЙ.....	232
Хуррамов Н.Х., Бобамуратов У.Э, Тоштемиров У.Э. О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ ОБЛАСТИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ .....	233
Ҳасанов.И. Рахмонов.А. Ҳасанов.Қ. ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ АДВЕКЦИИ-ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА.....	234
Шодиев Д.С., Зулфикорова К., Шодиева С. О РЕГУЛЯРИЗАЦИИ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ НА ПЛОСКОСТИ.....	235
Эргашева С.Б. ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ НЕРАВЕНСТВЕ ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ..... $\tau(x) \cdot Dx, 11 - \alpha - \beta\tau(x)$ .....	236
Эсанов Ш., Хакимова И.К. КВАДРАТ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ РАЗНОСТНЫХ ФОРМУЛ .....	237
Юсупова З.С. ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВУЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ С ВЯЗКОУПРУГИМИ ШАРНИРАМИ .....	238

#### IV ШЎБА. ҲИСОБЛАШ МАТЕМАТИКАСИ ВА МАТЕМАТИК

#### МОДЕЛЛАШТИРИШ. COMPUTATIONAL MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELING. ....240

Abdisalam Hassan Muse. ADAL-G FAMILY OF LIFETIME DISTRIBUTIONS: PROPERTIES, HAZARD-BASED REGRESSION MODELS AND APPLICATIONS TO SURVIVAL ANALYSIS..	240
Akhmedov D.M. OPTIMAL QUADRATURE FORMULAS FOR APPROXIMATE SOLUTION OF THE FIRST KIND SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS WITH CAUCHY KERNEL IN THE SOBOLEV SPACE .....	240
Aloev R.D., Dadabaev S.U. Bahriddinova N. CONSTRUCTION AND INVESTIGATION OF A DIFFERENCE SCHEME FOR CONTROLLING CHARACTERISTIC VELOCITIES FOR HYPERBOLIC SYSTEMS .....	242
Asrakulova Dono Sunnatullayevna, Djumanazarova Zamira Kojabayevna. EPIDEMIOLOGICAL MODEL WITH NON-LINEAR INCIDENCE.....	243
Atabaev Odiljon. UPPER SOLUTIONS OF THE SYSTEM OF NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS NOT IN DIVERGENT FORM .....	244
Babaev Samandar, Abduganiyev Jamshid. DISCRETE BACK PROJECTION USING OPTIMAL INTERPOLATION FORMULA IN $W_2, \sigma(2, 1)$ SPACE .....	245
Babaev Samandar, Mirzayeva Gulchehra. CONSTRUCT BASIS FUNCTIONS FOR GALERKIN FINITE ELEMENT METHOD .....	246
Bakhromov Sayfiddin, Muydinov Lazizbek. DIGITAL PROCESSING OF GASTROENTEROLOGICAL SIGNALS BASED ON A LOCAL INTERPOLATION CUBIC SPLINE MODEL CONSTRUCTED AT UNEQUAL INTERVALS WITH AN APPROXIMATION ORDER ( $h^3$ ) .....	246
Bobokandov Makhmud. ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF SOLUTIONS FOR A DOUBLY NONLINEAR PARABOLIC NON-DIVERGENCE FORM EQUATION WITH DENSITY .....	247
Dalabaev Umuridin, Hasanova Dilfuza. AN EXPLICIT EXPRESSION OF THE APPROXIMATION ERROR OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS BASED ON THE MOVED NODE METHOD .....	248
Elmurodov A.N. PREDATOR-PREY MODEL WITH A FREE BOUNDARY .....	249
Erich Novak. ON OPTIMAL ALGORITHMS FOR NUMERICAL INTEGRATION .....	250
Eshankulov Khamza. MATHEMATICAL MODEL FOR INFORMATION MONITORING SYSTEM OF FAT AND OIL ENTERPRISES .....	251
Fayziev Bekzodjon, Nugaev Sardor, Sagdullaev Otabek. A MODEL OF TWO-COMPONENT SUSPENSION FILTRATION IN POROUS MEDIA TAKING INTO ACCOUNT MULTISTAGE DEPOSITION KINETICS .....	254
Jumaev J.J., Ibragimova Sh. E., Rahmonov N.F. ONE-DIMENSIONAL INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE KERNEL OF THE INTEGRO-DIFFERENTIAL HEAT EQUATION IN A BOUNDED DOMAIN .....	255
Khusanov Jumanazar, Kakhkharov Azizbek, Berdiyarov Azamat. STABILITY OF THE NONLINEAR LOTKA-VOLTERRA MODEL WITH VARIABLE DELAY .....	256
Juraev G.U., Musurmonova M.O. DIFFRACTION OF A NON-STATIONARY TRANSVERSE PLANE WAVE BY A THICK-WALLED ELASTIC SPHERICAL SHELL IN A POROUS-ELASTIC SPACE .....	257
Karimov R.S. THE NORM OF THE ERROR FUNCTIONAL FOR THE OPTIMAL DIFFERENCE FORMULA IN THE HILBERT SPACE $W_2^{(3,2)}(0,1)$ .....	258
Khayriev Umedjon N. CONSTRUCTION OF AN OPTIMAL QUADRATURE FORMULA IN A HILBERT SPACE OF PERIODIC FUNCTIONS .....	259
Khuzhayorov B, Kaytarov Z, Akramov Sh. A PROBLEM OF ANOMALOUS SOLUTE TRANSPORT IN FRACTAL NONHOMOGENEOUS POROUS MEDIA .....	260
Kuldoshev Hakim. THE DISCRETE ANALOGUE OF A DIFFERENTIAL OPERATOR .....	261
Mamatov A.U. INVESTIGATION OF THE PROPERTIES OF SOLVING A NONHOMOGENEOUS SYSTEM OF NONLINEARTY EQUATIONS IN MULTIDIMENSIONAL DOMAINS WITH DENSITY AND SOURCE .....	262
Dr. Mutti-Ur Rehman. A NOVEL ITERATIVE METHOD TO APPROXIMATE STRUCTURED SINGULAR VALUES .....	263
Rasulov Abdujabar, Raimova Gulnora and Hasanova Dilfuza. THE MONTE CARLO SOLUTION OF SOME NONLINEAR PROBLEMS .....	263

Rasulov Sh.Kh., Ergashev B. T. PHYSICO-CHEMICAL SIMULATION OF THE PROCESS OF DRYING VEGETABLES OF LOCAL PRODUCTION .....	264
Shadmanov I.U., Shadmanova K.U., Fatullaeva M.Sh. MULTIDIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESSES OF JOINT HEAT AND MOISTURE TRANSFER FOR INHOMOGENEOUS POROUS BODIES .....	265
Suvonov Olim Omonovich. ON A NONLINEAR CONTROL PROBLEM IN SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS .....	267
Takhirov Jozil Ostanovich, Anvarjonov Bunyodbek Bahodirjonovich. GLOBAL DYNAMICS OF AN EPIDEMIC MODEL WITH NONLINEAR INCIDENCE AND RELAPSE .....	268
Takhirov Jozil Ostanovich, Boborakhimova Makhbuba Ikhtiyorovna. POPULATION DYNAMICS IN RIVER ECOSYSTEMS .....	268
Aripov M., Matyakubov A.S, Khasanov J.O , Sharipova L.Sh. NOCHIZIQLI MUHITDA O'ZGARUVCHAN ZICHLIKKA VA MANBAGA EGA NODIVERGENT PARABOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR SISTEMASIGA QO'YILGAN KOSHI MASALASINING ASIMPTOTIKALARINI O'RGANISH.....	270
Babaev Samandar, Amonova Nilufar. DIFFERENSIAL MASALANI RITS USULIDA YECHISHDA YANGI BAZIS QURISH.....	271
Babayev Samandar, Quvvatov Behruz. INTEGRALLARNI TAQRIBIY HISOBLASHNING REKURSIV TRAPETSİYALAR QOIDASI VA DASTURIY MODULI .....	271
Davronov Javlon. $L_2^{(2,0)}(0,1)$ FAZOSIDA SARD MA'NOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULANING KOEFFITSIYENTLARI.....	273
Fayziyev Tohir Qahramon o'g'li. KUBIK SPLAYNNING PYTHONDA MODULINI YARATISH ....	275
Hamroyev Y.Y, Ostonova D.A. MAXSUSLIKKA EGA BO'LGAN CHEGARAVIY MASALANI TENGMAS QADAMLI TO'RDA AYIRMALI USULDA YECHISH.....	276
Hayotov A.R., Boytillaev B.A. ABEL INTEGRAL TENGLAMASINI TAQRIBIY YECHISH USULI.....	278
Husanov Abduroziq Zarifjon o'g'li. <b>K2 P2</b> HILBERT FAZOSIDA EKSPONENSIAL VAZNLI OPTIMAL KVADRATUR FORMULA VA UNI YELPIG'ICH NURLI KOMPYUTER TOMOGRAFIYASI TASVIRLARINI TIKLASHDA QO'LLASH .....	279
Karimov Feruz Raimovich, Xakimova N.J. ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH .....	280
Mamurov T.T. ELEKTR TARMOQLARINI GNU OCTAVE DASTURI ASOSIDA KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH HAQIDA .....	281
Muxsinova Mehriniso Shavkatovna, Bahronova Dilorom Bobir qizi. ODDIY DIFFERENSIAL TENGAMALARNI TAQRIBIY YECHISHDA KETMA-KET DIFFERENSIALLASH USULI ALGORITMI VA MAPLEDA DASTURI.....	282
Normurodov Ch.B., Toyirov A.X., Ziyakulova Sh.A. EVOLUTSION TENGLAMANI SPEKTRAL METOD BILAN SONLI MODELLASHTIRISH .....	283
Qurbonnazarov A. $K_2(P_2)$ FAZOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULA QURISH.....	284
Rasulov Behzod Botirjon o'g'li. BIR JINSLI BO'LMAGAN MUHITLARDA ELASTIK TO'LQINLARNI SONLI MODELLASHTIRISH .....	285
Sheraliyev I.I, Homidov Q.A. MASHINA MEXANIZMLAR NAZARIYASI FANI MASALALARIDA IKKINCHI TARTIBLI O'ZGARMAS KOEFFISIENTLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMANING TATBIQ ETISH.....	287
Suvonov O.O., Subxonkulov U.T., Xotamova A.O. MATEMATIK MODELI CHIZIQSIZ PARABOLIK TENGLAMADAN IBORAT ISSIQLIK KONVEKSIYASI MASALASINI YECHISHDA HISOBLASH TAJRIBALARI.....	288
Toshboyev S. BIR NOMA'LUMLI CHIZIQSIZ TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH USULLARI.....	289
Xolmurodova Zuhra Nishonovna, Ma'murov Tal'at Tursunpo'lotovich. ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASHNING ZAMONAVIY DASTURIY VOSITALARI .....	290
Ziyakulova Sh.A., Umarzoda Sh.A., Xakimova D.X. ISSIQLIK O'TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN VAZNLI AYIRMALI SXEMALAR .....	292
Абдикайимов Б.Н., Абдикайимова Г.А. ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦЕНТОВ ФУРЬЕ .....	293
Абдуллаев У.А. О ВОЗМОЖНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ САМООРГАНИЗАЦИИ ТОРГОВОГО ПРЕДПРИЯТИЯ.....	294



Абдураимов Д.Э, Нуркулов Ж.А. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУМЕРНОГО СОСТОЯНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ И ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ .....	295
Абдуразаков Абдужаббор, Махмудова Насиба, Мирзамахмудова Нилуфар. ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОЛУДИСКРИТИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАЗИДВУХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ ..	296
Абираев Имомали Мелибоевич. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ МНОГОМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛТЕРРА ВТОРОГО РОДА С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕТИКОЧИСЛОВИХ СЕТОК.....	297
Абираев Имомали Мелибоевич. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ .....	298
Азамов С.С., Нишанова Г.Х. ЭЛЕМЕНТ РИССА В ПРОСТРАНСТВЕ $K_2(P_2)$ .....	300
Алоев Р.Д., Акбарова А.А., Яхёхонова С.О., Абрайкулов С.Ю. РАСЧЁТ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЯ САН-ВЕНАНА.....	301
Арипов М., Имомов А., Тошбоев С. УКРУПНЁННЫЕ АЛГОРИТМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ .....	302
Арипов М.М. , Нигманова Д.Б. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ РЕАКЦИИ-ДИФфузии С ДВОЙНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ С ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ .....	303
Ахмадалиев Г.Н. ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМУЛ ПРИБЛИЖЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ $K_{m,\omega}$ .....	304
Болтаев А.К., Сапарбаев З.С., Атамуродова Б.М. СИСТЕМА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОДНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ .....	306
Болтаев А.К., Бобожонов С.А., Болтаев Э.К. СИСТЕМА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОДНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ .....	307
Болтаев Н.Д. ОПТИМАЛЬНАЯ КВАДРАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ИНТЕГРАЛОВ .....	309
Гайбулов Ю. Ш. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКО ДАВЛЕНИЯ НЕФТИ НА ПЛУНЖЕР ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНЫХ СКВАЖИН ГЛУБИНЫМИ НАСОСАМИ	310
Дониёров Н. ОБ ОДНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЕ .....	311
Жабборов Х.Х. ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ С ЯДРОМ ГИЛЬБЕРТА .....	312
Жалолов О.И., Хаятов Х.У., Ярашов И.Б. АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ ТИПА ЭРМИТА В ПРОСТРАНСТВЕ С.Л.СОБОЛЕВА $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ .....	312
Жалолов О.И., Мухсинова М.Ш., Каримова С.Х. АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ РЕШЕТЧАТЫХ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ С РЕГУЛЯРНЫМ СМЫСЛЕ СОБОЛЕВА ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ $H_p^\mu(\Omega)$ .....	314
Жалолов И .Ф., Файзиева Ш.Д., Норова М.О. О НАХОЖДЕНИИ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ ТИПА ЭРМИТА В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ .....	316
Жалолов Ик.И., Мухсинова М.Ш., Каримова С.Х. ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА $H_2^\mu(R)$ .....	317
Жалолов Ф.И., Насриддинова Х.Ф., Расулова К.Х. ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ $\tilde{H}_p^\mu(T_n)$ .....	319
Жумаев Ж., Кодиров Ж., Мирзаев Ш.М. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА В ПЛОСКОМ СОЛНЕЧНОМ КОЛЛЕКТОРЕ .....	321
Жумаев Ж., Тошева М.М. ЯВНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ МЕЖДУ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ .....	322
Ибрагимов А.А., Хамроева Д.Н. ОБ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНОЙ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ .....	323

Ибрагимов А.А., Мамуров Т.Т., Актамов Ш.Ш. ОБ ОДНОМ ИНТЕРВАЛЬНОМ ИТЕРАЦИОННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УЗЛОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ .....	325
Икрамов А.М., Полатов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О. РАСЧЕТ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МКЭ .....	326
Имомназаров Б.Х., Имомназаров Х. Х., Урев М.В. НЕКОТОРЫЕ ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ С СЕДЛОВЫМИ ТОЧКАМИ ВОЗНИКАЮЩИЕ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ И МНОГОСКОРОСТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ .....	327
Исматуллаев Г.П., Мирзакабилов Р.Н. КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБЛАСТЕЙ .....	328
Каюмова Н.Н. ОБ ОДНОЙ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО ПОРЯДКУ СХОДИМОСТИ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЕ В ПРОСТРАНСТВЕ $L_p^{(m)}(K_n)$ .....	329
Ким В.А., Паровик Р.И. БИБЛИОТЕКА VOFDDE 1.0 В СРЕДЕ MAPLE ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДРОБНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ДУФФИНГА .....	331
Куповых Г.В., Клово А.Г., Тимошенко Д.В., Кудринская Т.В. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ .....	332
Макаров Д.В. , Паровик Р.И. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИННЫХ ВОЛН Н.Д. КОНДРАТЬЕВА С ЭФФЕКТАМИ ПАМЯТИ .....	333
Махмудов Ж.М., Кулжанов Ж.Б., Исанов О. ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ И ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ .....	334
Махмудов Ж.М., Назаров О.У., Сайдуллаев Д.З. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ СУСПЕНЗИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ КОНСОЛИДАЦИИ ОСАДКИ .....	335
Маматова Н.Х. ОПТИМАЛЬНОЙ РЕШЕТЧАТОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ С ПРОИЗВОДНЫМИ .....	336
Матякубов А.С., Раупов Д.Р. ОЦЕНКА ДЛЯ VLOW-UP СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ НЕДИВЕРГЕНТНОГО ВИДА .....	337
Мусурмонов Х.О., Шукуров А.М. РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОСОСИММЕТРИЧНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В УПРУГОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ .....	339
Нармурадов Ч. Б., Турсунова Б. А. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ ОДНОРОДНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЕВА ВТОРОГО РОДА .....	339
Неъматова Д.Э., Рихсибоев Д.Р., Улашев А.Э., Каримов Д.К. РАСЧЁТ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТОМ .....	341
Неъматова Д.Э., Рихсибоев Д.Р., Исмоилова Г.Б., Тураев З.У. РАСЧЁТ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ .....	342
Нуралиев Ф.А., Уликов Ш.Ш. СИСТЕМЫ ТИПА ВИННЕРА –ХОПФА В ФАКТОРИЗОВАННОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА .....	345
Нуралиев Ф.А., Кузиев Ш.С., Йулдашов Ш.Ш. НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ С ПРОИЗВОДНЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА .....	346
Нуралиев Ф.А., Кульдашева М.Н. ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА .....	347
Олимов М., Студенкова Д., Парпиев С. ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ .....	348
Паровик Р. И. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В ИССЛЕДОВАНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С НАСЛЕДСТВЕННОСТЬЮ .....	349
Полатов А.М., Икрамов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ СОСТАВНЫХ ОБЛАСТЕЙ .....	350
Равшанов Н., Назаров Ш.Э., Боборахимов Б. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ .....	351
Салиева О.К., Муаззамов Б.Б. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СУШКИ ВИНОГРАДА .....	353

Сафаров И.И., Ахмедов М.Ш., Хомидов Ф.Ф. АКТИВНОЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ .....	354
Твёрдый Д.А., Малкин Е.И., Паровик Р.И. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПОЛОСКОВОМ ВОЛНОВОДЕ ПРИ УСЛОВИИ КОНЕЧНОЙ И НЕОДНОРОДНОЙ ПРОВОДИМОСТИ ГРАНИЦ .....	355
Твёрдый Д.А., Паровик Р.И., Рехвиашвили С.Ш. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ В РАМКАХ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ. ....	356
Тешаев М.Х., Аvezов А.Х. УРАВНЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДИССИПАТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ТОЧЕЧНЫМИ СВЯЗЯМИ .....	357
Тешаев М.Х., Райимов Д.Г., Жураев Ш.И. АКТИВНАЯ ВИБРОЗАЩИТА ТЕЛА, УСТАНОВЛЕННОГО НА ВЯЗКОУПРУГИХ ОПОРАХ .....	358
Тошбоев О.Н. ОПТИМАЛЬНАЯ КВАДРАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРАВОСТОРОННОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ .....	359
Файзиев Б.М., Бегматов Т.И., Санаев М.Э. ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА КИНЕТИКИ В МОДЕЛИ ФИЛЬТРАЦИИ СУСПЕНЗИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ .....	360
Фозилов А.Н., Шаев А.К. МЕТОД ПРЯМЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В МНОГОСЛОЙНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ПЛАСТАХ. ....	361
Хаётов А.Р., Холиёров И. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОПТИМАЛЬНЫХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $L_2^{(2)}(0,1)$ .....	362
Хаятов Х.У., Расулова К.Х., Насриддинова Х.Ф. ВЫЧИСЛЕНИИ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФОРМУЛ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\tilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ .....	363
Ходжиев Сафар. МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОД РАСЧЕТА СМЕШЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ СПУТНЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ. ....	366
Ходжиев С., Примов А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ТРЕХМЕРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ СТРУЙ. ....	367
Ходжиев С., Йулдошев Ш.С., Савриев Ш.Ш., Самадова Д.Э. ВЛИЯНИЯ НЕИЗОБАРИЧНОСТИ СТРУИ НА ПАРАМЕТРЫ ДИФФУЗИОННОГО ФАКЕЛА .....	367
Худойберганов.М.Ў, Дадабаев С.У, Ньматова Д.Э, Ботиров.И.Б. РАСЧЕТ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ПРОТИВОПОТОЧНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМИ СКОРОСТЯМИ СИММЕТРИЧЕСКОЙ Т-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ. ....	369
Хўжаев И.К., Ширинов З.З. ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДА .....	371
Хўжаев И.К., Ҳамдамов М.М. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ГОРЕНИЯ В ГОРЕЛОЧНЫХ УСТРОЙСТВАХ .....	373
Хужаёров Б.Х., Усмонов А.И., Очиллов Ш. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ .	374
Шадиметов Х.М., Гуломов О.Х. СОСТАВНЫЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА. ....	375
Шадиметов Х.М., Давлатова Ф.И. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ ОТ БЫСТРООСЦИЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИИ .....	376
Шадиметов Х.М., Далиев Б.С. ОБ ОДНОМ НОВОМ ОПТИМАЛЬНОМ АЛГОРИТМЕ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЩЕГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА АБЕЛЯ.....	378
Шафиев Турсун Рустамович. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ И ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ РЕГИОНОВ .....	380
Шоназаров С.Қ. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБЩЕЙ ПЕРИОДИЗАЦИИ ФУНКЦИИ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕНИЙ ИНТЕГРАЛОВ ФУРЬЕ.....	381
Эрмаматова Зухро. ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В ДВУМЕРНОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ.....	382
Эсонтурдиев М.Н., Қобилов Т.А. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НАКОПЛЕНИЯ И СРАБОТКИ ВОДОХРАНИЛИЩ СЕЗОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ .....	383

Эсонтурдиев М.Н., Кобилов Т.А. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ДЕКАДНОГО ГИДРО – И ПОЛИВНОГО МОДУЛЯ ПО РЕЖИМАМ ОРОШЕНИЯ СЕЛЬХОЗКУЛЬТУР НА ВЕГЕТАЦИОННЫЙ ПЕРИОД .....	384
Юлдошова З.С., Джаббаров М.С. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ СТРУИ ПРОМЫВОЧНОЙ ЖИДКОСТИ НА ЗАБОЙ В БУРЕНИИ НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ СКВАЖИН .....	385
Абдураимов Д.Э., Абдураимов Р.Э., Нуркулов Ж.А. ИККИ ЎЛЧОВЛИ ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИ СОНЛИ ЕЧИМИ ВА ДАСТУРИЙ ТАЪМИНОТИ.....	386
Дехқонов У.Ғ., Тиллабоев Ё.К. БОТИҚ ЮЗАЛИ РОТОР ҚАНОТИНИНГ ШАМОЛ БОСИМИ ТАЪСИРИДА ҲОСИЛ ҚИЛУВЧИ ҲАРАКАТЛАНТИРУВЧИ МОМЕНТИ ТЕНГЛАМАСИ .....	388
Исмоилов Ш.М., Маматов У, Ғаниев О. КЎНДАЛАНГ КЕСИМИ ИХТИЁРИЙ СТЕРЖЕНЛАРНИНГ ҲАРОРАТНИ ҲИСОБГА ОЛГАН ҲОЛДА ДЕФОРМАЦИЯЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИНИНГ ТАДҚИКИ .....	389
Мамуров И.Н. СУҒУРТА ФАОЛИЯТИНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИ ҲАҚИДА.....	390
Махмудов С.А., Ахмаджонов С.С. ГАЗ МАССА САРФИНИНГ ЯНГИ ЎЗГАРМАС ҚИЙМАТГА ЎТИШИ ҲАҚИДАГИ УМУМИЙ МАСАЛАНИНГ АНАЛИТИК ЕЧИМИ .....	391
Расулов Р.Ғ., Маҳкамова Д.Т. ГИЛЬБЕРТ ФАЗОСИДА ЭЙЛЕР-МАКЛОРЕН ТИПИДАГИ КВАДРАТУР ФОРМУЛАЛАР ХАТОЛИК ФУНКЦИОНАЛИ НОРМАСИНИНГ СОНЛИ ТАҲЛИЛИ .....	392
Тўхтасинов М.Т., Нишанова И.Р. РАҚАМЛИ ТАСВИР СИФАТИНИ ЯХШИЛАШНИНГ МЕДИАНА УСУЛИДА ҲАҚИДА .....	393
Холматова И.И. ҒОВАК МУҲИТДАГИ СУЮҚЛИКЛАР ФИЛТРАЦИЯСИ МАСАЛАСАНИ СОНЛИ ЕЧИШ.....	394
Худойбергганов Мирзоали Ўразалиевич, Эгамбердиев Нодир Абдуназарович. ОЧИҚ КАНАЛДА СУВ РЕСУРСЛАРИНИ БОШҚАРИШНИНГ ИНТЕЛЛЕКТУАЛ ТИЗИМИ .....	396
Foxirova T.O. QIMMATLI QOG'OZLARNI VANOLASHNING MATEMATIK MODELLARI .....	397
Саттаров Ахат. КРЕДИТ МОДУЛ ТИЗИМИДА РЕЙТИНГ БАЛЛАРИНИНГ СТАТИСТИК ТАҲЛИЛИ .....	399

**V SHŪBA. ALGORITMLAR NAZARIYASI VA DASTURLASH TEXNOLOGIYALARI.  
ALGORITHM THEORY AND PROGRAMMING TECHNOLOGIES. .... 401**

Alimov F.X., Raxmatov M.I., Egamshukurov P.S. AUTOCAD DASTURIDA IKKI VA UCH O'LCHOVLI GRAFIKASINING ALGORITM ASOSLARI .....	401
Allanazarov A.B., Shimbergenova A J., Kenesbayeva D. A. SERVERLARDA FAYL TIZIMI BILAN ISHLASHDA PHP DASTURLASH TILI IMKONIYATLARIDAN FOYDALANISH .....	402
Allanazarov A.B., Shimbergenova A J., Kenesbayeva D.A. PHP TILI CURL KUTUBXONASI IMKONIYATLARIDAN FOYDALANISH .....	402
Arabov U. H. TIZIMLI YONDASHUVNI QO'LLASH ORQALI QARORLAR QABUL QILISH .....	403
Avezov A.A., Sattorov S.S. PYTHONDA MATPLOTLIB KUTUBXONASI IMKONIYATLARI .....	404
Avezov A.A., Salimov S.S. WEB SAHIFALAR YARATISHDA PYTHON DASTURLASH TILINING DJANGO FRAMEWORKNING IMKONIYATLARI .....	405
Azamov S.S., Xayatov X.U., Djabborova N.N. MAPLE MATEMATIK PAKETIDA DASTURLASH ELEMENTLARI.....	406
Eshankulov H.I., Salimova M.N., Toshboyeva G.O'. ONTOLOGIK YONDASHUV ORQALI INTEGRATSIYALASH USULLARINING TAHLILI.....	408
Eshankulov H.I, Boltayev Sh.J. IDEF STRUKTURAVIY MODELLASHTIRISH STANDARTLARI OILASI .....	410
Eshankulov H.I., Murodova Z.R., Boltayev Sh.J. BIZNES JARAYONLARINI TAVSIFLASH VA MODELLASHTIRISHNING MOHIYATI.....	411
Fayziyeva D.H., Tojiyev A.H. PYTHONDA TURTLE GRAFIK MODULIDA ISHLASH.....	413
Gabbarov S.N. YAYLOVLARDA CHORVACHILIK BILAN SHUG'ULLANADIGAN XO'JALIKLARNING DAROMADLARINI MAKSIMALLASHTIRISHDA RAQAMLI IQTISODIYOT METODLARINI QO'LLASH .....	415
Geldibayev B.Y. BLOCKCHAIN TEXNOLOGIYASI ASOSIDAGI ISHLAYDIGAN SMART CONTRACTLAR VA ULARNING IMKONIYATLARI .....	416
Geldibayev B.Y., Bekniyazova N. D. Baytileuova G. D. JAVASCRIPT TILIDA KESHLASHNI AMALGA OSHIRISHDA SERVICE WORKERLARNING HAYOT SIKLI TAHLILI .....	417
Jalolov I.I., Xayatov X.U., Sherriyev M.A. PHPDA MYSQL BERILGAN BAZASI BILAN ISHLASH.....	418
Kayumov X.A. QURUVCHI MUHANDISLARNI TAYYORLASHDA KOMPYUTER TEXNOLOGIYASI IMKONIYATLARI.....	419
Mirzakulov J. DATA MINING TECHNOLOGY IN THE BANKING SECTOR .....	420
Rustamov H.Sh., Akramov O.I. OLIMPIADA MASALALARINI YECHISHDA SLIDING WINDOW TEXNIKASIDAN FOYDALANISH .....	421
Rustamov Kh.Sh., Babadjanova M.A., Akramov O. I. COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PYTHON PROGRAMMING LANGUAGE.....	423
Sayidova N.S., Avezov A.A. PYTHONNING TKINTER KUTUBXONASI VA UNING IMKONIYATLARI .....	425
Shixiyev R.M. QISHLOQ XO'JALIGI TEXNIKALARIDAN SAMARALI FOYDALANISH AXBOROT TIZIMI MA'LUMOTLAR BAZASINI LOYIHALASH .....	426
Toshev O. ILMIY ASARLARNI NASHR QILISH AXBOROT-TAHLILY TIZIMINING MOBIL ILOVASINI ISHLAB CHIQISH .....	427
Xazratov F.X., G`apporov U.A. XODIMLARNING KASBIY KOMPETENTLIGINI MONITORING QILISH ONLAYN TIZIMINI YARATISHDA MA'LUMOTLAR BAZASINING O`RNI.....	428
Бакаев И. И., Иброгимов А. Б. СТЕММИНГ АЛГОРИТМЛАРИ ВА УЛАРНИНГ ҚИЁСИЙ ТАҲЛИЛИ .....	429
Кузнецова В.Б., Мухтарова Г.Х. УЧЕТ АВТОМОБИЛЕЙ НА КОНТРОЛЬНО-ПРОПУСКНОМ ПУНКТЕ ТЕРРИТОРИИ ПРЕДПРИЯТИЯ.....	430
Ходиев Ш.И. РЕАЛИЗАЦИИ ИНСТРУМЕНТОВ СЕМАНТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ....	431
Шадманов И.У., Шадманова К.У., Мирзаева Н.М. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ .....	432

**VI SHŪBA. SUN'IIY INTELLJEKT. ARTIFICIAL INTELLIGENCE. .... 434**

Atamuradov J. J., Bolteyev S.B. SUN'IY INTELLJEKT BILAN ISHLASHGA MO'LJALLANGAN MEDIAPIPE DASTURIY TA'MINOTI IMKONIYATLARIDAN FOYDALANIB TASVIRLARNI ANGLASH. ....	434
Davronov R.R. UZROBERTA: A PRE-TRAINED LANGUAGE MODEL FOR UZBEK.....	437

Dusmukhametov A.I., Saidov A.A., Khakimova F.A. PROBLEMATIC ISSUES OF CUSTOMS CONTROL ORGANIZATION RELATED TO THE USE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE METHODS .....	437
Ergashev A.A., Kayumova N.N. MA'LUMOTLAR BAZASINING TAHLILYI IMKONIYATINI OSHIRISH .....	438
Eshankulov H.I., Sultonov H. TAQSIMLANGAN AXBOROT TIZIMLARINING ARXITEKTURASI .....	439
Eshonqulov H.I. IDEOLOGY OF ONTOLOGY WEB LANGUAGE .....	440
Ibragimov S. MODELING INDIVIDUAL LIFE TRAJECTORIES BY GRAPH .....	441
Ibragimov Sh.M. ARTIFICIAL INTELLIGENCE – DEVELOPMENT PROSPECTS.....	443
Ismoilova D. ASSOTSATSIYA QOIDASINI O'RGANISH VA QO'LLASH.....	443
Polvonov S.Z., Akramov O. I. PYTHONDA LOGISTIK REGRESSIYA ALGORITMINI AMALGA OSHIRISH .....	444
Qobilov K.H., Olimov N.N., Toyirova U.I. SUN'IY INTELLEKT MASALALARINI YECHISH MODELLARI .....	446
Risqaliyev J.D. SUN'IY INTELLEKTDI MANTIQIY REGRESSIYANING O'RNI .....	447
Ro'zimatov S. Sh., Rahimov A. G'. TA'LIM TIZIMIDAGI SUN'IY AQLNING KELAJAGI .....	448
Saidov A.A., Khakimova F.A., Abdurakhmanov T.T. APPLICATION OF THE CONDITIONS OF IMAMA BUKHARIY TO MODERN INFORMATION CHALLENGES .....	448
Samandarov B.S., To'xtabaev U.A., Ispanova J.P. MATNLARNI INTELLEKTUAL TAXLIL QILISH MASALALARI .....	449
Samandarov E.K. PREDICTING AND CLASSIFYING OF PUPILS' KNOWLEDGE USING MACHINE LEARNING ALGORITHMS .....	450
Xazratov F. X., Rufatov J. Z., Boltayev S.B. BIG DATA VA MA'LUMOTLAR TAHLILI TURLI SOHALARDA QO'LLANILISHI.....	451
Бакаев И.И., Бакаева Р.И. СОЗДАНИЕ АЛГОРИТМА ТОКЕНИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ БАЗА ЗНАНИЙ ДЛЯ УЗБЕКСКОГО ЯЗЫКА. ....	452
Болтаев Т.Б., Ибрагимов С.И. СПЕЦИФИКАЦИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ДИДАКТИКИ.....	453
Гаращенко А.В., Эргашев Н.Х. ФОРМИРОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ НА ОСНОВЕ МНОГОУРОВНЕВОЙ CNN-LSTM СИСТЕМЫ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ .....	455
Ғайбулов Қ.М. ҚАРОРНИ ҚЎЛЛАБ-ҚУВВАТЛАШ ТИЗИМЛАРИНИ (ҚҚҚТ) ҚУРИЛИШ МАТЕРИАЛЛАРИ ТАНЛАШГА ҚЎЛЛАШ .....	456
Кодиров З., Студенкова Д., Косимов Д. ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ПОМОЩЬ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ.....	457
Сеитназаров К.К., Туремуратова Б.К. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ АГЕНТОВ ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ .....	457
Туремуратова Б.К., Кенесбаева Д.А. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТ В ОБЛАСТИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА .....	458
Эргашев А. А., Холиков А.О. МИЖОЗ СЕРВЕР ТЕХНОЛОГИЯЛАРИДА ИЛОВАЛАРНИ ИШЛАТИШ УЧУН MICROSOFT AZURE АСОСИДАГИ БУЛУТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИШ .....	459
<b>VII SHÛBA. AXBOROT XAVFSIZLIGI. INFORMATION SECURITY..... 460</b>	
Adizova Z.M., Davletov J. K. PYTHON DASTURLASH TILI ORQALI AXBOROT XAVSIZLIGINI TAMINLASH .....	460
Eshonqulov Sh. XODIMLARNI FACE ID YORDAMIDA BIOMETRIK AVTORIZATSIYADAN O'TKAZISH AXBOROT TIZIMINI TASHKIL ETISHNING TEXNIK TALABLARI .....	460
Matyakubov A.S., Tadjiev R.N., Komilov R.K. KIRUVCHI VA CHIQUVCHI TARMOQ TRAFIGINI TEKSHIRISH VA BOSHQARISHNING ILG'OR USULLARI .....	461
Mavlonov Sh. H., Bahramov M. S. KIBERJINOYATCHILIKKA QARSHI KIBERXAVFSIZLIK .....	462
Mavlonov Sh.H. ZAMONAVIY RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISHDA KIBERJINOYATCHILIKNING OLDINI OLISH.....	463
Mirzakulov J. POSTGRESQL - DATABASE FOR HIGH PROTECTION. ....	464
Nurullayev M.M. KRIPTOGRAFIK KALITLARNI SHAKLLANTIRISH UCHUN TASODIFIY SONLARNI GENERATSIYALASHDA SMARTFON SENSORLARIDAN FOYDALANISH .....	465

Salimov R.N. AXBOROT TIZIMLARI FOYDALANUVCHILARINI FINGERPRINT YORDAMIDA BIOMETRIK AVTORIZATSIYADAN O‘TKAZISH .....	466
Tahirov B.N.AXBOROTLARNI KRIPTOGRAFIK HIMOYALASH MAVZUSI AMALIY MASHG‘ULOTNI TASHKIL QILISH KEYS-STADI METODIDAN FOYDALANISH. ....	466
Алаев Р.Х. СТАНДАРТЛАРИДАГИ АЛГОРИТМЛАРИНИ ҚЎЛЛАБ-ҚУВВАТЛАЙДИГАН КРИПТОПРОВАЙДЕРНИНГ ИМКОНИАТЛАРИ .....	468
Ёркулов Б.А. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ИМЕЮЩЕГОСЯ УРОВНЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ.....	469
Мнухин В. Б. МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ГРАФИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНЫХ ПОЛЕЙ ГАУССА И ЭЙЗЕНШТЕЙНА .....	470
Хазратов Ф.Х., Гадоева М.В. АЙРИМ НОСИММЕТРИК КРИПТОАЛГОРИТМЛАРНИ ТАКОМИЛЛАШТИРИШ .....	471

## **VIII ШЎЪБА. ТАЪЛИМДА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАР. DIGITAL TECHNOLOGIES IN EDUCATION.....**

Abdullayeva N.I. KOMPYUTER INJINIRINGI YO‘NALISHIDA “DISKRET TUZILMALAR” KURSINI O‘QITISHNING METODIK TA‘MINOTI SIFATIDA MOBIL ILOVA LOYIHASI .....	473
Abdullayeva Z.G`. TA‘LIM JARAYONIDA DROPBOX PLATFORMASIDAN FOYDALANISH ....	474
Abdullayeva Z.G`. FIZIKA FANINI O‘QITISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSION TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH.....	475
Abdurazakov A., Mirzamahmudova N., Mahmudova N. IQTISODIYOT YO‘NALISHIDAGI TALABALARNING MUTAXASSISLIK FAOLIYATIDA INFORMATSION TEXNOLOGIYADAN FOYDALANISH KOMPETENTLIGINI OSHIRISH .....	475
Abidov K.Z., Ismatova K.O. TRANSPORT MASALASINI KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISHDA INTERFEYSNI TANLASH .....	477
Abidov K.Z., Shamsiyeva N.R. SIMPLEKS USULINI KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISHDA RANGLASH EFFEKTLARIDAN FOYDALANISH.....	478
Alqarov I.SH., Ergashev E.K. TALABALARNI IJTIMOIIY FAOL SHAXS QILIB SHAKLLANTIRISH MODELII MAZMUNINI TALABALAR ONGIGA SINGDIRISHNING TIZIMII YONDASHUVI ..	479
Bahodirov M.D., Turdiyev A.P. WEB DASTURLASHDA — PHP.....	480
Bahromova M.M. BOLALARDA RAQAMLI TAFAKKURNI RIVOJLANTIRUVCHI VOSITALAR .....	481
Bahronova D.M. ILMIY JURNALLAR UCHUN OCHIQ JURNAL TIZIMLARI HAQIDA VA ULARNI JORIY ETISH ISTIQBOLLARI .....	482
Baxromova S.B. FOKS FUNKSIYASIGA OID .....	483
Bo`ronova G.Y., Qahhorova M.B. UMUMTA‘LIM MAKTABLARIDA ROBOTOTEXNIKANI FAN SIFATIDA O‘QITISHNING DOLZARBLIGI. ....	483
Daliyev Sh.K., Eshonqulov E.Sh., Soliyev S.O`. TA‘LIM YO‘NALISHLARI UCHUN TEXNOLOGIK XARITALARNI SHAKLLANTIRISHDAGI YONDASHUV .....	484
Daliyev Sh.K., Mustafojev E.M. BRAYL ALIFBOSINI TANIB OLI SHDAGI YONDASHUVLAR .	485
Elmurodov K.Q. MATEMATIKA FANINI O‘QITISHDA ZAMONAVIIY AXBOROT TEXNOLOGIYALAR O‘RNI .....	487
Fayziyeva D.H., Yahyayeva Sh.T. RAQAMLI TA‘LIMNI JALB QILISHNING TALABALAR MUVAFFAQIYATIGA TA‘SIRI.....	487
Ibroximov S.R. MOBIL TA‘LIMNING AFZALLIKLARI VA KAMCHILIKLARI .....	488
Imomova Sh.M., Qosimova Y.A. TA‘LIM TIZIMIDA GOOGLE BULUTLI XIZMATLARIDAN FOYDALANISH .....	489
Jo‘rakulov T.T. O‘QUV JARAYONINI MATEMATIK MODELII ASOSIDA HISOBLASH TAJRIBALARI .....	489
Jo‘rayeva N.O. MUSTAQIL TA‘LIMNI TASHKIL ETISH USULLARI .....	490
Karimov Q.M. MAPLE AMALIY DASTUR PAKETINING GRAFIK IMKONIYATIDAN TENGLAMALARNI YECHISHDA FOYDALANISH.....	491
Kęsik J., Szymczyk T., Montusiewicz J., Samarov Kh., Abdullayev U. DIGITAL DOCUMENTATION OF MONUMENTS – MODERN INFORMATION TECHNOLOGIES AND METHODOLOGIES.....	492
Kodirov Z.Z., Inamova G.A., O‘rmonov M.N. ARDUINO PLATFORMASINI TA‘LIMDAGI O‘RNI	493
Matyakubov A.S., Esonmurodov S.Q., Tadjiyev R.N. TALABALARNI ISHGA JOYLASHISHIGA KO‘MAKLASHISH DASTURIDA PROFESSOR-O‘QITUVCHILARNING O‘RNI.....	494

Miłosz E., Montusiewicz J, Miłosz M., Kayumov R. CONTEMPORARY PROBLEMS OF 3D SCANNING OF CULTURAL HERITAGE OBJECTS - THE PROJECT "3D DIGITAL SILK ROAD" .....	494
Milosz M., Skulimowski S, Mukhamedova D., Mustafokulov S. VIRTUAL MUSEUM FOR EDUCATION AND POPULARIZATION OF CULTURAL HERITAGE .....	495
Muradova F.R., Salimov S.S., Hayitov I.N. USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN ORGANIZING THE EDUCATIONAL PROCESS .....	496
Muradova F.R., Nuraliyeva P.E., To'xtayeva N.R. PERSPECTIV MULTIMEDIA TECHNOLOGIES IN EDUCATION .....	497
Murodova G.B. RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNI DARS JARAYONIDA QO'LLASHDAGI SAMARASI. ....	498
Murtazayeva U.I. MOBIL ILOVA VOSITASIDA TALABALARINING O'QUV-TADQIQOT KOMPETENSIYALARINI ANIQLASH .....	499
Narzullayeva F.S., Bahronova D.M. TA'LIM TIZIMINI MODELLASHTIRISH TEXNOLOGIYASI HAMDA TA'LIM TIZIMIDA DASTURLI TA'LIM.....	500
Nuriddinov J.Z., Isaqova U.H. "DIFFERENSIAL TENGLAMALAR" FANINI O'QITISHDA MUAMMOLI TA'LIM METODIDAN FOYDALANISH .....	501
Nurulloyev F.N. PEDAGOGIK DASTURIY VOSITALAR YARATUVCHI DASTURLAR TASNIFI .....	502
Obloqulov U.T. MATEMATIKA FANINING JAMIYATDAGI O'RNI. ....	504
Otaxanov N.A. OLIY O'QUV YURTLARIDA PYTHON DASTURLASH TILINI O'QITISHNING MAZMUNI HAQIDA.....	505
Primova G.G'. VIRTUAL LABORATORIYA MASHG'ULOTLARNI BAJARISHDA ELECTRONICS WORKBENCH MULTISIM DASTURIY KOMPLEKSIDAN FOYDALANISHNING AFZALLIKLARI.....	506
Ramazonov X.S. O'QITISH JARAYONIDA ELEKTRON TA'LIMDA VOSITALARIDAN FOYDALANISHDAGI IMKONIYATLAR.....	507
Rustamov H.Sh., Qurbonov S.B., Akramov O. I. TA'LIM SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA DIDAKTIK DASTURIY O'YIN VOSITALARIDAN FOYDALANISH .....	508
Samatboyeva M.B. UMUMTA'LIM MAKTABLARDA INFORMATIKA FANINI O'QITISH JARAYONINI TASHKIL ETISH HAMDA SAMARADORLIGINI OSHIRIRSH. ....	509
Sayidova N.S., Sodikova D.K. EDVANTAGES AND DISADVANTAGES OF USING MODERN TECHNOLOGIES IN EDUCATION .....	510
Sayidova N.S., Jo`rayev I.I., Abdullayeva M.S., Raxmatova D.I. SCHOOLGY PLATFORMASIDAN FOYDALANISH .....	510
Sariyev R.B., Saidova N. UCH O'LCHOVLI MODELLASHTIRISH DASTURLARI VA ULARNING QO'LLANILISHI .....	511
Sariyev R.B., Axmedova Z. LMS TIZIMLARI VA ULARNING O'QUV JARAYONIDA QO'LLANILISHI .....	512
Sodiqova F.S. TA'LIM MUASSASALARIDA BULUTLI HISOBLASHLARDAN SAMARALI FOYDALANISH .....	513
Toxirov F.J. TALABALARNING DASTURLASHGA OID ALGORITMIK FIKRLASHINI RIVOJLANTIRISHDA AXBOROT TA'LIM MUHITINING IMKONIYATLARI .....	514
Turdiyeva G.S., Akramov O. I. TA'LIM TIZIMIDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH – TA'LIM SIFATINI OSHIRISHNING SAMARALI USULI .....	515
Tuychiyev Sh.Sh. KORXONA MAHSULOTLARI ELEKTRON SAVDOSINI BOSHQARISHDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI.....	516
Xudoyberganov M. O', Ziyadullayev M.U. KREDIT MODUL TIZIMIDA TA'LIM YO'NALISHI O'QUV JARAYONINI SHAKLLANTIRISH AXBOROT TIZIMI.....	518
Xushvaqtoq A.K. TALABALARGA MUSTAQIL TA'LIMNI TASHKIL ETISH UCHUN ONLAYN KURSLAR TASHKIL QILISHDA TESKARI ALOQA MUHITINI YARATISH TIZIMI.....	519
Yuldashev U.A. WEB-SAYT DIZAYNI SARLAVHASINI YARATISHDA PHP DASTURIDAN FOYDALANISH .....	520
Zaripov N.N., Akramov O. I. QR-CODE YARATISH UCHUN MO'LJALLANGAN WEB SAYTLAR BILAN ISHLASH.....	521
Zaripova G.K., Norova F.F., Namozova N.Sh. MOODLE YORDAMIDA TA'LIM TIZIMINI BOSHQARISH TEXNOLOGIYASI .....	523



Zaripova G.K., Norova F.F., Namozova N.Sh. LMS DASTURI YORDAMIDA TA'LIM TIZIMINI BOSHQARISH TIZIMLARINI TAKOMILLASHTIRISH .....	524
Zufarov Z.M. TA'LIM TIZIMIDA ARALASH TA'LIMDAN FOYDALANISH .....	525
Абдукадинова Д.Т. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ	526
Абдураимов Д.Э., Абдураимов Р.Э., Нуркулов Ж.А. РИВОЖЛАНГАН МАМЛАКАТЛАРНИНГ МАСОФАВИЙ ТАЪЛИМНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БЎЙИЧА ТАЖРИБАЛАРИ .....	527
Абидова З.К. КАСБ-ХУНАР ТАЪЛИМИДА ЎҚУВЧИЛАРНИНГ ЛОЙИХАЛАШ ФАОЛИЯТИНИ РАҚАМЛИ ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ АСОСИДА ТАШКИЛ ЭТИШ .....	528
Аверьянова С. Ю. ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ХОДЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ МАРШРУТОВ ДЛЯ СТУДЕНТОВ С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ.....	529
Акабировова Л. Х., Атаева Г. И. ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СОВРЕМЕННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ .....	530
Алқаров И.Ш. ТАЛАБАЛАРНИ ИЖТИМОЙ ФАОЛ ШАХС ҚИЛИБ ШАКЛЛАНТИРИШ МОДЕЛИ МАЗМУНИНИ ТАЛАБАЛАР ОНГИГА СИНГДИРИШНИНГ ТИЗИМИЙ ЁНДАШУВИ .....	531
Алқаров И. Ш., Эргашев Э.К. ТАЛАБАЛАРНИ ИЖТИМОЙ ФАОЛ ШАХС ҚИЛИБ ШАКЛЛАНТИРИШ МОДУЛИНИНИНГ МАЗМУН-МОҲИЯТИНИ ЎЗЛАШТРИШ ЖАРАЁНИНИНГ АХБОРОТЛИ ТАЪМИНОТИ .....	532
Асраев З.Р. “ТЕХНИК МЕХАНИКА” ФАНИНИ ЎҚИТИШДА ТАЛАБАЛАРНИНГ МУСТАҚИЛ ИШИНИ ТАШКИЛ ЭТИШ .....	533
Ботиров З.Ш., Остонов Қ. МАТЕМАТИКА ЎҚИТИШДА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДАН ФОЙДАЛАНИШ .....	534
Жаббаров А.Э., Ахмедов Н.О. ПРЕИМУЩЕСТВА ПРОГРАММЫ AUTOCAD ПРИ РЕШЕНИИ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ .....	535
Инамова Г., Кодиров З., Содикжанова М. ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ .....	536
Исмаилов О.Р. МУҲАНДИСЛИК ЛОЙИХАЛАРИДА AUTOCAD МУҲИТИ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИШ .....	537
Исмаилов О.Р. ГРАФИКАВИЙ ТАЪЛИМ ЖАРАЁНИНИ ТАШКИЛ ЭТИШДА ЎҚИТУВЧИ ВА ТАЛАБАНИНГ ҲАМКОРЛИГИ МУАММОЛАРИ .....	538
Исмоилова М.Н., Мухсинова М.Ш. ОРГАНИЗАЦИЯ МОБИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ КАК НОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ .....	539
Кузнецова В.Б., Мухтарова Г.Х. QR-КОД КАК ДИСПЕТЧЕР ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ НА УРОКЕ .....	542
Мурадова Ф.Р., Журакулов Ж.Ж., Абдиева Ю.У. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ .....	543
Носков М.В., Вайнштейн Ю.В., Кустицкая Т.А. АНАЛИЗ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ В АКТИВНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМАХ .....	544
Пўлатова Х., Юлдашев О. КАСБИЙ КОМПЕТЕНЦИЯНИ ШАКЛЛАНТИРИШДА МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШНИНГ АҲАМИЯТИ .....	544
Рахматов С.С. ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ СРЕДСТВАМИ ТЕХНОЛОГИИ ВЕБ-КВЕСТ .....	545
Сайдова Ш.Ш., Нам Ф.Л., Сайдов Б.З. ДИСТАНЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ И ПРЕИМУЩЕСТВА СИСТЕМЫ ПОДГОТОВКИ В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ .....	546
Саттаров А. КРЕДИТ МОДУЛ ТИЗИМИДА РЕЙТИНГ БАЛЛАРИНИНГ СТАТИСТИК ТАҲЛИЛИ .....	547
Синдаров Р.У. ВОПРОСЫ ПРИМЕНЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЦИФРОВОМ ОБРАЗОВАНИИ .....	548
Тўйчиев Ш.Ш. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКОЙ НА ОСНОВЕ ИКТ .....	549
Тураева Г.Х. ИНТЕГРАЦИЯ МЕТОДОЛОГИЙ SCRUM И AGILE В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС .....	550
Хўжаев С.С. ОЛИЙ ТАЪЛИМ МУАССАСАЛАРИДА КРЕДИТ-МОДУЛЬ ТИЗИМИ ВА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ИНТЕГРАЦИЯСИ .....	551
Элов Б.Б., Примова М.Х. LMS ТИЗИМИНИ ЯРАТИШДА БОШҚАРУВ ЖАРАЁНЛАРИ.....	552

Эргашева Ф.Т., Бобокулова Ш.Ш. БЛОКЧЕЙН ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИ ТАЪЛИМ СОҲАСИДА ҚЎЛЛАШ ИСТИҚБОЛЛАРИ ҲАҚИДА .....	553
Эсанов О.Ж., Оstonов Қ. МАТЕМАТИКА ЎҚИТУВЧИНИНГ ДАРСЛАРДА РАҚАМЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАРНИ ҚЎЛЛАШ КОМПЕТЕНТЛИГИНИ ШАҚЛЛАНТИРИШ.....	554
Қурбонов Ғ.Ғ. УМУМКАСБИЙ ФАНЛАР ЎҚУВ МАШҒУЛОТЛАРИНИ РАҚАМЛИ ТАЪЛИМ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ АСОСИДА ТАШКИЛ ЭТИШ.....	555