

ISSN:2181-1458

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIV VA O‘RTA MAXSUS  
TA‘LIM VAZIRLIGI**

**NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI  
ILMIY AXBOROTNOMASI**

**НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК НАМАНГАНСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**SCIENTIFIC BULLETIN OF  
NAMANGAN STATE UNIVERSITY**



[namdu.uz](http://namdu.uz) [ilmiy@inbox.uz](mailto:ilmiy@inbox.uz)

[Namdu\\_ilmiybolim](#)

ISSN:2181-0427

2022

5



**Бош муҳаррир:** Наманган давлат университети ректори С.Т.Тургунов

**Масъул муҳаррир:** Илмий ишлар ва инновациялар бўйича проректор М.Р.Кодирхонов

**Масъул муҳаррир ўринбосари:** Илмий тадқиқот ва илмий педагогик кадрлар тайёрлаш бўлими бошлиги Д.Дехқонов

### ТАҲРИРҲАЙЪАТИ

**Физика-математика фанлари:** акад. С.Зайнобиддинов, акад. А.Аъзамов, ф-м.ф.д., доц. М.Тўхтасинов, ф-м.ф.д., проф. Б.Саматов. ф-м.ф.д., доц. Р.Хакимов, ф-м.ф.д. М.Рахматуллаев.

**Кимё фанлари:** акад.С.Рашидова, акад. А.Тўраев, акад. С.Нигматов, к.ф.д., проф.Ш.Абдуллаев, к.ф.д., проф. Т.Азизов.

**Биология фанлари:** акад. К.Тожибаев, акад. Р.Собиров, б.ф.д. доц.А.Баташов, б.ф.д. Н.Абдурахмонов.

**Техника фанлари:** - т.ф.д., проф. А.Умаров, т.ф.д., проф. С.Юнусов.

**Қишлоқ хўжалиги фанлари:** – г.ф.д., доц. Б.Камалов, қ-х.ф.н., доц. А.Қазақов.

**Тарих фанлари:** – акад. А.Асқаров, с.ф.д., проф. Т.Файзуллаев, тар.ф.д, проф. А.Расулов, тар.ф.д., проф. У.Абдуллаев.

**Иқтисодиёт фанлари:** – и.ф.д., проф.Н.Махмудов, и.ф.д., проф.О.Одилов.

**Фалсафа фанлари:** –ф.ф.д., проф. М.Исмоилов, ф.ф.н., О.Маматов, PhD Р.Замилова.

**Филология фанлари:** – акад. Н.Каримов, фил.ф.д., проф.С.Аширбоев, фил.ф.д., проф. Н.Улуков, фил.ф.д., проф. Ҳ.Усманова. фил.ф.д.,проф. Б.Тухлиев, фил.ф.н, доц.М. Сулаймонов.

**География фанлари:** - г.ф.д., доц. Б.Камалов, г.ф.д., проф.А.Нигматов.

**Педагогика фанлари:** - п.ф.д., проф. У.Иноятгов, п.ф.д., проф. Б.Ходжаев, п.ф.д., п.ф.д., проф. Н.Эркабоева, п.ф.д., проф.Ш.Хонкелдиев, п.ф.д., проф Ў.Асқарова, п.ф.н., доц. М.Нишонов, PhD П.Лутфуллаев.

**Тиббиёт фанлари:** – б.ф.д. Ғ.Абдуллаев, тиб.ф.н., доц. С.Болтабоев.

**Психология фанлари** – п.ф.д.,проф З.Нишанова, п.ф.н., доц. М.Махсудова

**Техник муҳаррир:** [Н.Юсунов](#)

**Таҳририят манзили:** Наманган шаҳри, Уйчи кўчаси, 316-уй.

**Тел:** (0369)227-01-44, 227-06-12 **Факс:** (0369)227-07-61 **e-mail:** [ilmiy@inbox.uz](mailto:ilmiy@inbox.uz)

Ушбу журнал 2019 йилдан бошлаб Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссияси Раёсати қарори билан физика-математика, кимё, биология, фалсафа, филология ва педагогика фанлари бўйича Олий аттестация комиссиясининг диссертациялар асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрлар рўйхатига киритилган.

“НамДУ илмий ахборотномаси–Научный вестник НамГУ” журнали Ўзбекистон Матбуот ва ахборот агентлигининг 17.05.2016 йилдаги 08-0075 рақамли гувоҳномаси ҳамда Ўзбекистон Республикаси Президенти Администрацияси ҳузуридаги Ахборот ва оммавий коммуникациялар агентлиги (АОКА) томонидан 2020 йил 29 август куни 1106-сонли гувоҳнома га биноан чоп этилади. “НамДУ Илмий Ахборотномаси” электрон нашр сифатида ҳалқаро стандарт туркум рақами (ISSN-2181-1458)га эга НамДУ Илмий-техникавий Кенгашининг 11.05.2022 йилдаги кенгайтирилган йигилишида муҳокама қилиниб, илмий тўплам сифатида чоп этишга рухсат этилган (**Баённома № 5**). Мақолаларнинг илмий савияси ва келтирилган маълумотлар учун муаллифлар жавобгар ҳисобланади.



qilishi; umumta'lim maktab bitiruvchilarini nafaqat fizikadan, balki matematikadan ham savodxonligini ortirishi; o'quvchilarda amaliy jihatdan qimmatli tushunchalar va tasavvurlarni shakllantirib, bu bilan ularning fizik bilimlarini orttirish imkonini berishi haqidagi fikrlar o'ztasdiqini topganligini ham ko'rsata olamiz [5].

Demak, fizika darslarida aynan amaliy metoddan foydalanish ko'proq samara beradi, chunki, yuz beradigan jarayonni tavsiflovchi formulalar asosida nazariy hisoblashlarni amalga oshirish orqali olingan bilimlar yanada mustahkamlanadi. Amaliy mashg'ulotlarda talabalarning bilim darajasini hisobga olgan holda, jumladan, iqtidorli talabalarga murakkabroq hisoblangan, ekstremal masalalar berilsa, talabalarning fikrlashi va ilmiy dunyoqarashini kengayishidan tashqari, murakkab matematik amallarni bajarish ko'nikmasini hosil bo'lishiga ham yordam berardi [6].

### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Исамуҳамедова М.С., Камардин И.Ф., Назиров Э.Н., Курбонов М., Султонов Ғ.С. Физикадан олимпиада масалалари. – Т.: Ўқитувчи, 1990. -192 б.
2. Колмаков Ю.Н., Пекар Ю.А. Задачи и методы их решения. – Тула: Университет, 1999. С. -110.
3. Yunusov F.M., Madaminova J.R. Ta'lim samaradorligini oshirishda ekstremal masalalarning o'rni // O'zMUda o'tkazilgan konferensiya materiallari. –Т. 2007, 188-189 б.
4. Яхёев М.С., Мўминов Қ.Б. Назарий механика. – Т.: Ўқитувчи, 1990. – 408 б.
5. Saidaxmedov N.S., Abduraximov S.A. Pedagogik mahorat va pedagogik texnologiyalar. Toshkent: TDTU, 2010. -208 б.
6. Каменецкий С.Е., Орехов В.П. Ўрта мактабда физикадан масалалар ечиш методикаси. – Т.: Ўқитувчи, 1976. -478 б.

### **ИТЕРАЦИОННОМ ПРОЦЕССЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Норова Фазилат Файзуллаевна

Бухарский государственный университет, преподаватель кафедры "Информационных технологий"

fazilat.norova@gmail.com

*Аннотация:* в этой статье дается один итерационный процесс решения задачи линейного программирования. Эти решения будут приняты на предыдущих уровнях по результатам, полученным на последующих этапах, что позволит найти окончательное решение методом последовательной аппроксимации.

*Ключевые слова:* Итерационном процесс, граничных плоскостей, выпуклые конусы, система уравнений, начальные условия.

### **CHIZIQLI DASTURLASH MASALLARINI ITERATIVE USULIDA YECHISH**

Norova Fazilat Fayzulloyevna

Buxoro davlat universiteti "Axborot texnologiyalari" kafedrasi o'qituvchisi

fazilat.norova@gmail.com



**Annotatsiya:** ushbu maqolada chiziqli dasturlash masallarini yechishda iterativ jarayonidan foydalanib yechimni aniqlash ko'rsatilgan. Bu yechimlar ketma-ket yaqinlashish usuli (iterativ) bilan oxirgi yechimni topish imkonini beradi.

**Kalit so'zlar:** iterativ jarayon, chegaraviy masalalar, tenglamalar sistemasi, boshlang'ich shartlar.

## AN ITERATIVE PROCESS FOR SOLVING THE PROBLEM OF LINEAR PROGRAMMING

Norova Fazilat Fayzullayevna

Bukhara state university, teacher of the chair of "Information technology"

fazilat.norova@gmail.com

**Annotation:** this article gives one iterative process for solving the problem linear programming. These decisions will be made at the previous levels based on the results obtained at subsequent stages, which will allow finding the final solution by the method of successive approximation.

**Key words:** iterative process, convex cones, boundary value problems, system of equations, initial conditions.

В пространстве  $R^n$  рассматривается задача отыскания максимума линейной формы

$$\max_{x \in \Omega} z(x) = \max_{x \in \Omega} (p, x) = \max_{x \in \Omega} \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (1)$$

на непустом выпуклом множестве  $\Omega$ , определяемом совместной системой линейных неравенств

$$\delta_i(x) \equiv (a_j, x) + b_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j} x_i + b_i \geq 0 \quad j \in I = \{1, \dots, m\} \quad (2)$$

В качестве начального приближения решения возьмем произвольную точку  $x^{(0)}(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \in \Omega$ , которую находим одним из известных приемов. Пусть уже найдено некоторое приближение  $x^{(k)} \in \Omega$ . Направление движения из точки  $x^{(k)}$  определяем следующим образом

$$N^{(k)} = \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p \quad (3)$$

где  $a_j = \{a_{1j}, \dots, a_{nj}\}$ , ( $j \in I_k$ ),  $p = \{p_1, \dots, p_n\}$ ,  $\lambda_j \geq 0$ ,  $\lambda \geq 0$ ,  $I_k = \{j | 0 \leq \delta_j(x^{(k)}) < \theta_k\}$ ;  $\theta_k$ - некоторое положительное число. Неизвестные параметры  $\lambda_j, \lambda$  находим из условий

$$\begin{cases} (N^{(k)}, a_j) \geq 0, (j \in I_k) \\ (N^{(k)}, p) \geq 0, \\ \lambda_j \geq 0, \lambda \geq 0, (j \in I_k) \end{cases} \quad (4)$$

Если  $N^{(k)}$  удовлетворяет условию

$$(p, N^{(k)}) \geq \eta_k \|N^{(k)}\|, \quad (5)$$

где  $\|p\| > \eta_k > 0$  - некоторое положительное число, то в этом направлении  $N^{(k)}$  делаем шаг

$$t_k = \min_{i \in I} \{t | \delta_j(x^{(k)} + tN^{(k)}) = 0, t > 0\} = \min_{i \in I} \left\{ -\frac{\delta_j(x^{(k)})}{(a_j, N^{(k)})} \right\} > 0, \quad (6)$$

и полагаем  $x^{(k+1)} = x^{(k)} + t_k N^{(k)}$ .

Если  $0 \leq (p, N^{(k)}) < \eta_k \|N^{(k)}\|$  и хотя бы для одного  $j \in I_k$  будет  $(a_j, N^{(k)}) > 0$ , то в направлении  $N^{(k)}$  делаем шаг

$$\tilde{t}_k = \frac{\min_{j \in I_k^0} \delta_j(x^{(k)})}{2\|a_0\|}, \quad (j \in I_k^0 = \{j | (a_j, N^{(k)}) < 0\}), \quad (7)$$

где  $\|a_0\| = \max_{j \in J} \|a_j\|$ . Из точки  $\tilde{x}^k = x^{(k)} + t_k N^{(k)}$  находим направление  $\tilde{N}^{(k)} = \sum_{j \in \tilde{I}_k^0} \lambda_j a_j + \lambda p$ , где  $\tilde{I}_k^0 = \{j | \delta_j(\tilde{x}^{(k)}) = 0\}$ , определяя шаг из (7), если  $\tilde{N}^{(k)}$  не удовлетворяет условия (5). Если  $\bar{x}^{(k)}$  такая точка, что направление движения из нее  $\bar{N}^{(k)}$  удовлетворяет условия (5), полагаем

$$x^{(k+1)} = \bar{x}^{(k)} + t_k \bar{N}^{(k)}.$$

Если же  $0 \leq (p, N^{(k)}) < \eta_k \|N^{(k)}\|$  и  $(a_j, N^{(k)}) = 0$  для всех  $j \in I_k$  (это же касается множеств  $I_k^0$ ), то положив  $\eta_{k+1} = (p, N^{(k)})$ , в направлении  $N^{(k)}$  делим шаг  $t_k$ , полагая

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + t_k N^{(k)}.$$

Таким образом, определяя шаг из (7), мы через конечное число шагов придем к выполнению условия (5), если точка  $x^{(k)}$  не лежит в оптимальном множестве задачи (1)-(2). В случае, если  $(p, N^{(k)}) = 0$ ,  $(a_j, N^{(k)}) = 0$ ,  $(j \in I_k)$ , то очевидно,  $\|N^{(k)}\| = 0$ , и поэтому следует заменить  $\theta_k$  на  $\theta_{k+1} < \theta_k$ , т.е. сузить множество  $I_k$ , определяя  $N^{(k)}$  из (4) уже для множества  $I_{k+1} \subset I_k$ . если при этом окажется  $\theta_{k+1} = 0$ , то точка  $x^{(k)}$  оптимальна.

Обозначим через  $W \subset R^n$  множество векторов

$$W = \{x | \|x\| \neq 0, (a_j, x) \geq 0, (x, p) \geq 0, j \in I_k\} \quad (8)$$

через  $W^* \subset R^n$  –множество векторов

$$W^* = \{y | (x, y) \geq 0, x \in W\} \quad (9)$$

Легко видеть, что  $W$  и  $W^*$ -выпуклые конусы. Покажем, что если  $W \neq \emptyset$  ( $\|x\| \neq 0$ ), то и  $W \cap W^* \neq \emptyset$ . В самом деле, допустим, что  $W \cap W^* = \emptyset$ . Тогда найдется линейный функционал  $f$  такой, что  $f(x) > 0$  при  $x \in W$  ( $\|x\| \neq 0$ ) и  $f(y) \leq 0$  при  $y \in W^*$ . Рассмотрим вектор  $s$ , соответствующей функционалу  $f$ . Имеем  $(s, x) > 0$  при  $x \in W$  и  $(s, y) \leq 0$  для любого  $y \in W^*$ . Но из  $(s, x) > 0$  при  $x \in W$  следует  $s \in W^*$ , и таким образом должно быть  $(s, s) \leq 0$ , что абсурдно.

Как видно из (3),  $N^{(k)} \in W^*$ . С другой стороны, из (4) следует, что  $N^{(k)} \in W$ , где  $W, W^*$  в данном случае выпуклые конусы с вершиной в точке  $x^{(k)}$ . Очевидно, что если точка  $x^{(k)}$  не оптимальна, то  $W \neq \emptyset$ . Таким образом, если точка  $x^{(k)}$  не оптимальна, то система неравенств (4) имеет нетривиальное решение  $N^{(k)}$ , причем  $N^{(k)}$  выбирается среди векторов вида(3). Если же точка  $x^{(k)}$  оптимальна, то, как известно существует неотрицательная линейная комбинация векторов  $a_j, p$  такая, что  $N^{(k)} = \sum_{j \in I_k^0} \lambda_j a_j + \lambda p = 0$ , где  $I_k^0 = \{j | \delta_j(x^{(k)}) = 0\}$ , и  $\lambda_j \geq 0, \lambda \geq 0$  не все равны нулю. Следовательно, система (4) имеет относительно  $\lambda_j, \lambda$  нетривиальное решение в любом случае.

Будем считать что  $\|N^{(k)}\| = 1$  и пусть

$$(N^{(k)}, a_j) = 0, \quad (j \in I_k), \quad (N^{(k)}, p) = \eta > 0 \quad (10)$$

В этом случае  $p$  не может быть, очевидно, никакой линейной комбинацией векторов  $a_j$  ( $j \in I_k$ ). Обозначим через  $L$  подпространство, являющееся линейной оболочкой, натянутой на векторы  $a_j$  ( $i \in I_k$ ),  $L^0$  - ортогональное дополнение к  $L$ . Как видно из(10),  $N^{(k)} \in L^0$ . Предположим также, что  $p \notin L^0$  (если  $p \in L^0$ , то  $N^{(k)} = \frac{p}{\|p\|}$ ). Тогда  $p$  единственным образом может быть представлен в виде  $p = l + l^0$ , где  $l \in L, l^0 \in L^0$ , так что в  $L^0$  найдется единственный вектор  $l^0$  такой, что  $l^0 = p - l$ , где  $(-l) \in L$ . Существование вектора  $(-l) \in L$  вытекает из (4) и (10) (сначала нашлось нетривиальное



решение  $\lambda_j \geq 0, \lambda \geq 0$ ) системы (4) такое, что удовлетворяется (10). Очевидно  $N^{(k)}$  есть проекция вектора  $\lambda p$  на  $L^0$ .

Затем еще, что  $(N^{(k)}, a_j) = 0$  для всех  $j \in I_k$  возможно лишь в случае, если  $(p, a_j) < 0$  хотя бы для одного  $j \in I_k, p \in L^0$ . В самом деле, пусть  $(p, a_j) \geq 0$  и  $(N^{(k)}, a_j) = 0$  для всех  $j \in I_k$ , т.е. пусть

$$\left( \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p, a_j \right) = 0, \quad (j \in I_k), \quad (11)$$

$$\left( \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p, p \right) = \eta > 0.$$

Умножив левые части равенств (11) соответственного на  $\lambda_j, \lambda$  и сложив, получим

$$\left( \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p, \lambda p \right) = \left( \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p, \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p \right)$$

или

$$\left\| \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p \right\|^2 + 2\lambda \sum_{j \in I_k} \lambda_j (a_j, p) + \lambda^2 \|p\|^2 = \lambda \sum_{j \in I_k} \lambda_j (a_j, p) + \lambda^2 \|p\|^2$$

откуда

$$\left\| \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j + \lambda p \right\|^2 + \lambda \sum_{j \in I_k} \lambda_j (a_j, p) = 0$$

что невозможно, так как  $\lambda_j \geq 0, \lambda \geq 0$  не все равны нулю,  $p \in L^0, (p, a_j) \geq 0, (j \in I_k)$  и в этом случае  $\left\| \sum_{j \in I_k} \lambda_j a_j \right\|^2 = 0$  не может быть.

Таким образом, в линейном многообразии  $(a_j, x) \geq 0, (j \in I_k)$  если найдется, то единственный вектор  $N^{(k)}$ , удовлетворяющий условиям (3), (4).

Как было сказано выше, если на каком-то линейном многообразии  $(a_j, x) = 0, (j \in I_k^0)$  окажется  $\eta = 0$ , то точно  $x^{(k)}$  оптимальна. Таких линейных многообразий в нашем случае конечное число, поэтому, если процесс бесконечен, мы можем считать, что  $\inf_k \eta^k \geq \eta^* > 0$ . Из любой точки  $x^{(k)}$  за конечно число шагов можно попасть в точку  $x^{(k+1)}$  такую, что направление движения из нее будет удовлетворять условию

$$(p, N^{(k+1)}) \geq \eta^*, \|N^{(k+1)}\| = 1 \quad (12)$$

Рассмотрим предельную точку  $x^*$  последовательности  $\{x^{(k)}\}$  и пусть  $\{x^{(k_i)}\}$  – сходящаяся к ней подпоследовательность, а соответствующие  $N^{(k_i)}$  удовлетворяют условию (12), т.е. шаг каждый раз определяется из (6). Ясно, что  $x^*$  принадлежит границе  $\Gamma(\Omega)$  области  $\Omega$ . Так как область  $\Omega$  предполагается ограниченной и замкнутой, то монотонно возрастающая последовательность  $\{z(x^{(k_i)})\}$  имеет конечный предел. Отсюда следуют, что  $\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = 0$ .

В самом деле, допустим противное  $\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = \theta > 0$ . Пусть

$$I^* = \{j | 0 \leq \delta_j(x^*) < \theta\}; \quad (13)$$

$$\theta \leq \delta_j(x^*) \text{ при } j \in I^*. \quad (14)$$

В силу непрерывности функций  $\delta_j(x)$  найдется окрестность  $u(x^*)$  точки  $x^*$  такая, что для всех  $x \in u(x^*) \cap \Omega$  будет выполняться  $0 \leq \delta_j(x) < \theta$ ,  $j \in I^*$ . Так как  $x^{(k_i)} \rightarrow x^*$ , то найдется номер  $K$  такой, что начиная с  $k_i \geq K$  будет  $x^{(k_i)} \in u(x^*) \cap \Omega$ .

Так как  $\theta_{k_i} \geq \theta_k$ , то в определении шага из точки  $x^{(k_i)}$  будут участвовать все уклонения (14), так что для как угодно больших  $k_i$  будем иметь

$$t_{k_i} \geq t^* = \min_j \frac{-\theta}{(a_j, N^{(k_i)})} > 0, \quad (j = 1, \dots, m).$$

Отсюда следует, что  $z(x^{(k_i)})$  может быть сделано как угодно большим для достаточно больших  $k_i$ , так как

$z(x^{(k_i)}) = (p, x^{(k_i)}) \geq (p, x^{(k_{i-1})} + t_{k_{i-1}} N^{k_{i-1}}) = (p, x^{(k_{i-1})} + t_{k_{i-1}} N^{k_{i-1}}, p) \geq (p, x^{(k_{i-1})} + t^* \eta^* \geq (p, x^{(k_{i-2})}) + 2t^* \eta^* \geq \dots \geq (p, x^{(k_i)}) + it^* \eta^* \rightarrow \infty$  при  $i \rightarrow \infty$ . Однако это противоречит ограниченности области  $\Omega$ .

Докажем теперь, что  $x^*$  - оптимальная точка. Согласно предыдущему в точках под последовательности  $x^{(k_i)} \rightarrow x^*$  соответствующие  $\theta_{k_i}$  уменьшаются, если  $N^{(k_i)} = 0$ . Покажем, что в точке  $x^*$  будет  $N^* = 0$ .

В самом деле, пусть

$$\begin{aligned} \tilde{I}^* &= \{j | \delta_j(x^*) = 0\}; & (15) \\ \delta_j(x^*) &> 0, \quad (j \in \bar{I}^*); \\ \min_{j \in \tilde{I}^*} \delta_j(x^*) &= \sigma, \quad \theta^* = \frac{\sigma}{2}, \quad (I = \{1, \dots, m\}), \end{aligned}$$

тогда для всех точек некоторой окрестности  $u(x^*) \cap \Omega$  при достаточно большом  $k_i$  будет

$$\delta_j(x^{(k_i)}) \geq \theta^*, j \in \bar{I}^*,$$

так что при достаточно больших  $k_i$  в определении направления  $N^{(k_i)}$  могут участвовать лишь функции (15), и уменьшаться  $\theta_{k_i}$  может лишь, если  $N^{(k_i)} = 0$ . Однако это уже говорит об оптимальности точки  $x^*$ .

Пусть теперь  $0 \leq (p, N) < \eta^*$ . Тогда либо точка оптимальна, если выбирая шаг из (7), нам не удастся сойти со всех граничных плоскостей и при этом в конце концов окажется  $(N, p) = 0$  (в противном случае  $(N, p) \geq \eta^*$ ), либо должно найтись хоть одно  $\delta_j(x) > \theta$ , до которого можно сделать положительный шаг в направлении  $N$ , и мы сможем сойти со всех граничных плоскостей, попадая в некоторую точку  $x^{(k)}$ , шаг из которой определяется уже по формуле (6). Допустим, что такой процесс продолжается бесконечно, и пусть  $x^*$  - предельная точка последовательности  $\{x^{k+1}\}$ , а  $\{x^{k_i}\}$  - сходящаяся к ней под последовательность  $(x^{(k+1)} = \bar{x}^{(k)} + t_k \bar{N}^{(k)})$ . Покажем, что и этом случае  $\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = 0$ , а точка  $x^*$  - оптимальна.

Ясно, что опять  $x^* \in \Gamma(\Omega)$ . Допустим, что  $\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = \theta > 0$ , так что найдется  $K$  такое, что для всех  $k \geq K$  будет  $\theta_k = \theta$  и все  $x^{k_i}$  будут принадлежать множеству  $u_\varepsilon(x^*) \cap \Omega$ , где  $u_\varepsilon(x^*)$  - некоторая окрестность точки  $x^*$  радиуса  $\varepsilon, \varepsilon > 0$  - как угодно малое положительное число.

Из точки  $x^{k_i} \in u_\varepsilon(x^*) \cap \Omega (k_i \geq K)$  в направлении  $N^{(k_i)}$  сделаем шаг  $t$ , определяемый из (7) (предполагается, что  $\|N^{k_i}\| = 1$ ).

Так как по крайней мере для одного  $j \in j_k$  будет  $(N^{(k_i)}, a_j) > 0$ , то мы отойдем хотя бы от одной плоскости  $\delta_j(x) = 0, (j \in I_k)$ . Обозначим  $(a_j, N^{(k)}) = W_j, (j \in I_k)$ . Пусть  $W^0$  - наименьшее положительное среди чисел  $W_j (j \in I_k)$ . Так как множество  $I_k$  конечное, то  $W^0$



– конечное число. Обозначим  $\tilde{x}_1 = x^{(k_i)} + \tilde{t}N^{(k_i)}$ . Тогда в точке  $\tilde{x}_1$  будет независимо от  $\varepsilon$  для  $j \in I_k$

$$\delta_j(\tilde{x}_1) = \delta_j(x^{(k_i)}) + \tilde{t}(a_j, N^{(k_i)}) \geq \tilde{t}(a_j, N^{(k_i)}) = \tilde{t}W_j \geq \frac{\theta}{2 \max_{j \in I} \|a_j\|} \cdot W_j \geq \frac{\theta}{2 \|a_0\|} W^0 \quad ;$$

(16)

для  $j \in I_k$

$$\begin{aligned} \delta_j(\tilde{x}_1) &= \delta_j(x^{(k_i)}) + \tilde{t}(a_j, N^{(k_i)}) \geq \min_{j \in I_k^0} \delta_j(x^{(k_i)}) + \tilde{t}(a_j, N^{(k_i)}) \\ &= \min_{j \in I_k^0} \delta_j(x^{(k_i)}) - \tilde{t} |(a_j, N^{(k_i)})| \geq \min_{j \in I_k^0} \delta_j(x^{(k_i)}) - \tilde{t} \|a_0\| \\ &= \min_{j \in I_k^0} \delta_j(x^{(k_i)}) - \frac{1}{2} \min_{j \in I_k^0} \delta_j(x^{(k_i)}) = \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

Если  $\tilde{x}_1 \in \Gamma(\Omega)$ , то мы получим точку  $x^{(k+1)}$ . Если же  $\tilde{x}_1 \in \Gamma(\Omega)$ , то, обозначив  $\gamma = \min \left\{ \frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{2 \|a_0\|} W^0 \right\}$ , мы вновь избавляемся от граничных плоскостей, попадая в точку  $\tilde{x}_2$ , для которой уклонения будут удовлетворять условиям (16), (17), но вместо  $\theta$  надо поставить  $\gamma$ , а множество  $I_k$  заменить множеством  $I_k^0$ . через конечно число шагов мы попадем в некоторую точку  $\bar{x}^{(k_i)}$  такую, что она уклонена от всех граничных плоскостей не менее, чем на некоторое конечное число  $\gamma^*$ , зависящее лишь от  $\theta$  и системы (2) и не зависящее от  $\varepsilon$ , после чего попадаем в точку  $x^{(k_{i+1})}$ . Будем иметь (см.(6))

$$p, x^{(k_{i+1})} = \left( p, \bar{x}^{(k_i)} + \frac{p}{\|p\|} t_k \right) = \left( p, \bar{x}^{(k_i)} \right) + \|p\| \cdot \min_{j \in I} \left\{ -\frac{\delta_j(x^{(k)})}{a_{j, \frac{p}{\|p\|}} > 0 \right\} = \left( p, \bar{x}^{(k_i)} \right) + \|p\| \cdot$$

$$\frac{\gamma^*}{\|a_0\|}$$

все последующие точки  $x$  последовательности  $\{x^{(k_i)}\}$  будут принадлежать полупространству  $(p, x) \geq (p, x^{(k_{i+1})}) + \|p\| \cdot \frac{\gamma^*}{\|a_0\|}$ , т.е. будем иметь для как угодно большого  $s$

$$(p, x^{(k_{i+s})}) - (p, x^{(k_i)}) \geq \|p\| \cdot \frac{\gamma^*}{\|a_0\|}$$

или

$$\|p\| \|x^{(k_{i+s})} - x^{(k_i)}\| \geq \|p\| \cdot \frac{\gamma^*}{\|a_0\|}$$

или

$$\|x^{(k_{i+s})} - x^{(k_i)}\| \geq \frac{\gamma^*}{\|a_0\|}$$

Однако в таком случае точка  $x^*$  не является предельной. Отсюда следует, что  $\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = 0$  и в этом случае. Из вышеприведенных рассуждений видим, что точка  $x^*$  оптимальна, так как допустим противное, опять получим, что  $x^*$  не может быть предельной точкой.

Так как всех возможных сочетаний векторов  $a_j$  конечное число, то на практике можно считать, что  $(p, N) \geq \eta^*$ , как только  $(p, N) > 0$ , и освободиться от граничных плоскостей, если  $(p, N) = 0$ . Поэтому нет необходимости нормировать направление.

Приведенный алгоритм легко переносится на задачи отыскания чебышевской точки системы линейных уравнений

$$\delta_j(x) = (a_j, x) + b_i = 0, (j \in I = \{1, \dots, m\}),$$

отыскания чебышевской точки системы линейных неравенств

$$\delta_j(x) = (a_j, x) + b_i \geq 0, (j \in I = \{1, \dots, m\})$$

или точки  $x^*(x_1^*, \dots, x_n^*)$ , для которой достигается



$$L = \inf_x \max_{j \in I} \delta_j(x)$$

приближенного решения задачи линейного программирования с непрерывно заданными ограничениями на коэффициенты.

Заметим наконец, что в силу того, что система неравенств(4) относительно  $\lambda_j, \lambda$  всегда совместна, то для решения этой системы могут быть применены релаксационные алгоритмы.

#### **Литературы:**

1. Пятков С.Т. Об одном линейном уравнении неклассического типа высокого порядка. Новосибирск, 1981, - 24с.
2. Исмоилова М.Н. Норова Ф. Ф. Разрешимость краевых задач для прямо и обратно параболических уравнений. Vuxoro davlat universiteti ilmiy axboroti. 2020, -64с.
3. Зуховицкий С.И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. Наука. 1989, -218с.

### **ТЎРТИНЧИ ТАРТИБЛИ КАРРАЛИ ХАРАКТЕРИСТИКАЛИ ТЕНГЛАМА УЧУН ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА**

Апаков Юсупжон Пулатович

ЎзФА В.И. Романовский номидаги математика институти

Наманган муҳандислик-қурилиш институти

Мелиқўзиева Дилшода Мухторжон қизи

Наманган муҳандислик-қурилиш институти

Тел:(+998912930307)

Meliquziyevadilshoda@gmail.com

*Аннотация:* Ушбу мақолада тўртинчи тартибли каррали характеристикали тенглама учун қўйилган чегаравий масала ечими кўрсатилган.

*Калит сўзлар:* Характеристик тенглама, характеристик сон, Фурье усули, Фурье коэффициенти.

### **КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

*Аннотация:* В статье представлено решение краевая задача для уравнения четвертого порядка с кратными характеристиками.

*Ключевые слово:* Характеристическое уравнение, характеристическое число, метод Фурье, коэффициент Фурье.

### **BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A FOURTH ORDER EQUATION WITH MULTIPLE CHARACTERISTICS**



14	<b>Итерационном процессе для решения задачи линейного программирования</b> F.F.Norova .....	76
15	<b>Тўртинчи тартибли каррали характеристикали тенглама учун чегаравий масала</b> Ю.П.Апаков, Д. М. Мелиқўзиева .....	82
16	<b>Экстремальность трансляционно-инвариантных мер гиббса для модели <i>nc</i>-блюма-капелья в случае «Цикл» на дереве кэли</b> Н.М.Хатамов, Б.А.Эргашев, А.М.Мирзаакбаров .....	92
17	<b>Негладкая задача оптимального управления для динамической системы с дискретным параметром</b> С.Отакулов, Т.Т.Хайдаров .....	101
18	<b>Оценка скорости сходимости в законе больших чисел</b> А.Э.Мадрахимов, О.У.Ахмедов .....	106
19	<b>Поляризационно - спектральные зависимости трехфотонного межзонного линейно-циркулярного дихроизма в полупроводниках кубической симметрии</b> В.Р. Расулов, Р.Я. Расулов, И.М. Эшболтаев, М.Х. Кучкаров .....	112
20	<b>Начально-граничная задача для гиперболического уравнения с двумя линиями вырождения второго рода</b> А.К.Уринов, Д.А.Усмонов .....	119
21	<b>Бешинчи тартибли каррали характеристикали тенглама учун чегаравий масаланинг ечилиши.</b> Ю.П.Апаков, О.М.Мирзаев .....	129
22	<b>O'zaro qutbiy muntazam qavariq ko'pyoqli sirtlarning dekart talqini</b> E.Q.Qurbonov, A.Shamshiyev, Sh.A.Xasanova .....	137

**КИМЁ ФАНЛАРИ**

**02.00.00**

**ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ**

**CHEMICAL SCIENCES**

23	<b>Гидроизоляциялаш турлари ва уни танлаш учун дастлабки маълумотлар</b> Б.Н.Хамидов, А.А.Ўринов .....	144
24	<b>Лимон меваси таркибидаги витамин с миқдорини иодометрик титрлаш методи билан аниқлаш</b> И.Р. Асқаров, Н.Б.Атакулова, И.Р.Асқаров, Н.Б. Атакулова.....	149
25	<b>Organik birikmalardan monokristall olishda qayta kristallashning ahamiyati</b> A.G'.Tojiboyev, M.O.Xakimov, A.Q.Nuritdinov.....	153