



2
2024

FIZIKA, MATEMATIKA *va* INFORMATIKA

ILMIY-USLUBIY JURNAL

2001-yildan chiqa boshlagan

Toshkent – 2024

- Bosh muharrir** – Xolboy IBRAIMOV pedagogika fanlari
doktori, professor
- Muharrir** – Bakhshillo Amrillayevich OLIMOV f.-m.f.n.,
v.v.b., professor
- Mas’ul kotib** – Riskeldi Musamatovich Turgunbayev f.-m.f.n.,
professor

TAHRIR HAY’ATI A’ZOLARI

IBRAIMOV Xolboy
AYUPOV Shavkat Abdullayevich
OLIMOV Bakhshillo Amrillayevich
AKMALOV Abbas Akromovich
KUVANDIKOV Oblokul
BOYTILLAEV Dilmurod
TURSUNMETOV Kamiljan
MAKHMUDOV Yusup Ganiyevich
TURGUNBAYEV Riskeldi Musamatovich
KALANDAROV Ergash Kilichovich
MUSURMONOV Raxmatilla
MAXMUDOV Abdulxalim Xamidovich
MAMARAJABOV Mirsalim Elmirzayevich
KALIMBETOV Kamal Ilalovich
XUJANOV Erkin Berdiyevich
MANSUROV O’ktamjon Nosirboyevich
OCHILOV Fariddun Izatulloevich

Muassis:
T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti
71 256 53 57



MAPLE MATEMATIK TIZIMIDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH

*Sh.M. Imomova, BuxDU Amaliy matematika va
dasturlash texnologiyalari kafedراسي dotsenti.*

*M.A. Mardonova, BuxDU Amaliy matematika mutaxassisligi
magistranti.*

Matematik tizimlarning qator afzalliklari mavjudki, bu matematik misollarni yechishda foydalanuvchilarga katta imkoniyat yaratadi. Maple matematik va injener-texnik hisoblashlarni o'tkazishga mo'ljallangan dasturlashning integrallashgan tizimi hisoblanadi. Maqolada Maple matematik tizimida differensial tenglamalarni yechish masalasi haqida ma'lumot berilgan.

Kalit so'zlar: *Matematik tizim, Maple, differensial tenglama, simvolik yechim, raqamli yechim, funksiya, parametr, dsolve, odeplot, analyzer assistant, options, convert.*

Математические системы обладают рядом преимуществ, которые дают пользователям прекрасную возможность решать математические задачи. Maple представляет собой интегрированную систему программирования, предназначенную для проведения математических и инженерно-технических расчетов. В статье представлена информация о решении дифференциальных уравнений в математической системе Maple.

Ключевые слова: *Математическая система, Maple, дифференциальное уравнение, символьное решение, численное решение, функция, параметр, odeplot, analyzer assistant, options, convert.*

Mathematical systems have a number of advantages that give users an excellent opportunity to solve mathematical problems. Maple is an



integrated programming system designed to perform mathematical and engineering calculations. The article provides information on the solution of differential equations in the Maple mathematical system.

Key words: *Mathematical system, Maple, differential equation, symbolic solution, numerical solution, function, parameter, odeplot, analyzer assistant, options, convert.*

Differensial tenglama bu – bir yoki bir necha noma'lum funksiyalarning hosilalarini o'z ichiga olgan tenglama. Differensial tenglamani yechish funksiyani topishni anglatadi. Differensial tenglamaning tartibi shu tenglamada ishtirok etayotgan eng yuqori darajali hosila bilan aniqlanadi. Oddiy differensial tenglama bu – noma'lum funksiyasi bitta mustaqil o'zgaruvchidan iborat bo'lgan funksiyadir.

Maple matematik tizimi dasturlashsiz katta hajmdagi masalalarni yechish imkoniyatiga ega. Faqat masalalarni yechish algoritmini yozish va uni bir necha bo'laklarga bo'lish kerak. Bundan tashqari yechish algoritmlari funksiya va sistema buyruqlari ko'rinishida hal qilingan minglab masalalar mavjud. U formula, son, matn va grafika bilan ishlash uchun keng imkoniyatli tizimdir[1].

Mapleda oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun quyidagi bosqichlardan o'tish kerak: Oddiy differensial tenglamaning tizimini aniqlash; yechimlarini topish; yechimlarni nomlarga ajratish; yechimni grafikda ko'rish.

Oddiy differensial tenglamalar ikki xil ko'rinishdagi yechimga ega bo'lishi mumkin. Analitik (simvolik) hamda aniq (raqamli).

- **Simvolik (analitik) yechimlar** mustaqil o'zgaruvchilarni o'z ichiga olgan tenglamalarni qaytaradi. Bu yechimlar aniq va osonlik bilan boshqarilishi mumkin, masalan, nuqtadagi qiymat yoki yechimning integrali. Shuni ham bilish kerakki, har bir oddiy differensial tenglama yoki oddiy differensial tenglama tizimi analitik yechimga ega emas.



- **Raqamli yechimlar** oddiy differensial tenglamalarni birlashtiradigan protsedurani qaytaradi. Ular sonli integrallashganligi sababli, sonli yechimlar taxminiy hisoblanadi. Aksariyat oddiy differensial tenglamalarning analitik yechimi bo'lmasa ham, sonli yechish mumkin. Agar siz yechimingizning hosilalari yoki integrallarini topishingiz kerak bo'lsa, oddiy differensial tenglama tizimiga hosilalar va integrallar uchun tenglamalarni kiritishingiz kerak.

Boshlang'ich va chegaraviy masalalarni ham, birlamchi differensial algebraik masalalarni ham sonli yechish mumkin. Maple dasturi yordamida differensial tenglamaning boshlang'ich shartlarini inobatga olgan holda uning aniq yechimini aniqlashimiz mumkin. Dastlabki shartga ega bo'lgan oddiy differensial tenglamalar yechish uchun Maple o'zining standart buyruqlarini taqdim qiladi.

Maple muhitida differensial tenglamalarni analitik yechish uchun **dsolve(t,f,options)** buyrug'i ishlatiladi, bu yerda **t** – differensial tenglama, **f** – noma'lum funksiya, **options** – parametrlar. Differensial tenglamalarni tuzishda hosilalarni belgilash uchun **diff** buyrug'i ishlatiladi. Differensial tenglamalarning umumiy yechimi ixtiyoriy o'zgarmasdan, ya'ni differensial tenglama tartibini bildiruvchidan songa bog'liq bo'ladi. Mapleda bunday o'zgarmaslar, odatda, $_S1$, $_S2$,... va hokazo ko'rinishlarda belgilanadi.

dsolve buyrug'i differensial tenglamalarni yechimini hisoblanmaydigan formatda chiqarishni amalga oshiradi. Yechim bilan keyinchalik ishlash kerak bo'lsa, (masalan, yechim grafigini qurish kerak bo'lsa) olingan yechimning chap tomonini **rhs(%)** buyrug'i bilan ajratish kerak bo'ladi.

dsolve buyrug'i yechimning fundamental sistemasini topish imkoniyatini yaratadi. Buning uchun **dsolve** buyrug'i parametrida **output=basis** deb ko'rsatish kerak. **dsolve** buyrug'i Koshi masalasi yoki chegaraviy masalani yechadi, agar differensial tenglama bilan birga noma'lum funksiya uchun boshlang'ich yoki chegaraviy shartlar qo'yilgan bo'lsa, boshlang'ich yoki chegaraviy shartlarda hosilani belgilash uchun differensial operator **D** ishlatiladi, masalan, $y''(0)=2$



shartni quyidagicha yozish kerak bo‘ladi: $(D@@2)(y)(0)=2$ yoki $y'(1)=0$ shart quyidagicha yoziladi: $D(y)(1)=0$. Eslatib o‘tamizki, n – tartibli hosila $(D@@n)(y)$ ko‘rinishda yoziladi.

```

> a := diff(y(x), x) + y(x) * sin(x) + sin(2 * x);
      a :=  $\frac{d}{dx} y(x) + y(x) \sin(x) + \sin(2x)$  (1)
>
> dsolve(a, y(x))
      y(x) = -2 cos(x) - 2 + e^{cos(x)} _C1 (2)
>
> b := diff(y(x), x$2) - 2 * diff(y(x), x) + y(x)
      b :=  $\frac{d^2}{dx^2} y(x) - 2 \left( \frac{d}{dx} y(x) \right) + y(x)$  (3)
>
> dsolve(b, y(x))
      y(x) = _C1 e^x + _C2 e^x (4)
> ]

```

1-rasm. dsolve buyrug‘i yordamida differensial tenglamalarni yechish.

```

> a := diff(y(x), x$4) - 3 * diff(y(x), x$2) + y(x)
      a :=  $\frac{d^4}{dx^4} y(x) - 3 \left( \frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + y(x)$  (1)
> dsolve(a, y(x), output = basis)
       $\left[ e^{-\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)x}, e^{\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)x}, e^{-\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)x}, e^{\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)x} \right]$  (2)
>
> b := diff(y(x), x$4) + diff(y(x), x$2) = 4 * cos(x)
      b :=  $\frac{d^4}{dx^4} y(x) + \frac{d^2}{dx^2} y(x) = 4 \cos(x)$  (3)
>
> c := y(0) = -2, D(y)(0) = 1, (D@@2)(y)(0) = 0, (D@@3)(y)(0) = 0
      c := y(0) = -2, D(y)(0) = 1, D^(2)(y)(0) = 0, D^(3)(y)(0) = 0 (4)
>
> dsolve({b, c}, y(x));
      y(x) = 2 - 4 cos(x) - 2 sin(x) x + x (5)

```

2-rasm. Differensial tenglamani fundamental basis sistemasi yordamida va Koshi masalasini yechishga doir misollar.

dsolve buyrug'i differensial tenglamalar sistemasi (yoki Koshi masalasi) yechimini topishi mumkin, agar unda quyidagilar ko'rsatilsa:

dsolve({sys}, {x(t), y(t), ...})

Bu yerda **sys** – differensial tenglamalar sistemasi, **x(t), y(t), ...** – noma'lum funksiyalar majmuasi.

Ko'p turdagi differensial tenglamalarning aniq analitik yechimini topish qiyin. Bunday holda differensial tenglamani taqribiy metodlar orqali yechish mumkin, xususan, noma'lum funksiyani darajali qatorga yoyish orqali.

Differensial tenglamaning yechimini darajali qator ko'rinishida yechish uchun **dsolve** buyrug'ida o'zgaruvchidan keyin **type=series** (yoki oddiy **series**) parametрни ko'rsatish kerak. Qator yoyish darajasi **n**, ya'ni yoyish amalga oshiriladigan daraja ko'rsatkichini ko'rsatish uchun, **dsolve** buyrug'ini oldiga daraja tartibini aniqlash buyrug'i **Order:=n** yoziladi.

Xususi yechimlarni ajratish uchun boshlang'ich shartlarni **y(0)=u₁**, **D(y)(0)=u₂**, **(D@@2)(y)(0)=u₃** va hokazalarni berish kerak bo'ladi.

Darajali qatorga yoyish turi **series** bo'ladi, shuning uchun keyinchalik bu qator bilan ishlash uchun uni **convert(%, polynom)** buyrug'i bilan polinom ajratish, so'ngra esa **rhs(%)** buyrug'i bilan olingan natijaning o'ng tomonini ajratish kerak bo'ladi.

Misol: $y''(x)-y^3(x)=ye^{-x}\cos x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini 4-tartibli darajali qatorga yoyish ko'rinishida toping. Yoyishni $y(0)=1$, $y'(0)=0$ boshlang'ich shartlarda amalga oshiring.

Differensial tenglamaning sonli yechimini topish uchun **dsolve** buyrug'ida **type=numeric** (yoki oddiy **numeric**) parametрни ko'rsatish kerak bo'ladi. Bu holda differensial tenglamani yechish buyrug'i quyidagicha ko'rinishda bo'ladi: **dsolve (eq, vars, type=numeric, options)**, bu yerda **eq** – tenglama, **vars** – noma'lum funksiyalar ro'yxati, **options** – differensial tenglamani sonli integrallash metodlarini ko'rsatuvchi parametrlar.



```

> Order := 4:
> a := diff(y(x), x$2) - y(x)^3 = y(x) * exp(-x) * cos(x)
      a := \frac{d^2}{dx^2} y(x) - y(x)^3 = y(x) e^{-x} \cos(x) (1)
=
> f := dsolve(a, y(x), series)
f := y(x) = y(0) + D(y)(0) x + \left( \frac{1}{2} y(0)^3 + \frac{1}{2} y(0) \right) x^2 + \left( \frac{1}{2} y(0)^2 D(y)(0) - \frac{1}{6} y(0) \right.
      + \left. \frac{1}{6} D(y)(0) \right) x^3 + O(x^4) (2)
=
> y(0) := 1: D(y)(0) := 0: f;
      y(x) = 1 + x^2 - \frac{1}{6} x^3 + O(x^4) (3)

```

3-rasm. Differensial tenglamaning umumiy yechimini 4-tartibli darajali qatorga yoyishga doir misol.

Maple muhitida quyidagi metodlar ishlatiladi:

- **method=rkf45** – 4-5 tartibli Runge-Kutta-Felberg metodi;
- **method=dverk78** – 7-8 tartibli Runge-Kutta metodi;
- **method=classical** – 5-tartibli Runge-Kutta klassik metodi;
- **method=gear** va **method=mgear** – bir qadamli va ko‘pqadamli

Gira metodlari.

Differensial tenglamaning sonli yechimi grafigini yasash uchun **Odeplot (dd, [x,y(x)], x=x1..x2)** buyrug‘idan foydalaniladi. Bu yerda funksiya sifatida sonli yechim buyrug‘i **dd:=dsolve({eq,cond}, y(x), numeric)** qo‘llaniladi, undan keyin esa kvadrat qavsda o‘zgaruvchi va noma’lum funksiya **[x,y(x)]** hamda grafik yasash uchun **x=x1..x2** interval ko‘rsatiladi[4].

Masalan: $y'' - x * \sin(y) = \sin(2 * x) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$. Berilgan Koshi masalasini sonli va 6-tartibli darajali qator ko‘rinishida haqiqiy yechimini topish va uning grafigini yasash.

dsolve operatori.



dsolve operatorining ko'rinishlari:

- dsolve (ODE)
- dsolve (ODE, $y(x)$, variantlar)
- dsolve ({ODE, boshlang'ich shartlar}, $y(x)$, variantlar). Bu

yerda: ODE – oddiy differensial tenglama.

dsolve buyrug'i oddiy differensial tenglamalar yoki tenglamalar sistemasini yechish uchun qo'llaniladi. **dsolve buyrug'i** quyidagi differensial tenglamalarni yechish muammolarini hal qiladi:

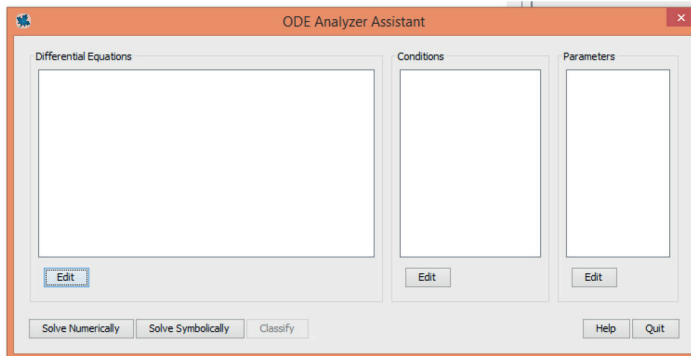
- Yagona oddiy differensial tenglama yoki oddiy differensial tenglama sistemalari uchun yopiq shaklli yechimlarni hisoblashda;
- Oddiy differensial tenglama yoki ularning sistemasini berilgan dastlabki shartlar bilan chegaraviy masalalarni yechishda;
- Polinom koeffitsiyentli chiziqli oddiy differensial tenglama uchun analitik yechimlarni hisoblashda;
- Integral hisoblashlardan foydalangan holda Laplas va Furiye masalalarini yechishda;
- Oddiy differensial tenglamalar va oddiy differensial tenglama tizimlari uchun sonli aniq yechimlarni hisoblashda;
- Oddiy differensial tenglama **Analyzer Assistant** yordamida raqamli va aniq yechimlarni hisoblashda va yechimni grafikda tasvirlashda qo'llaniladi.

Analyzer Assistant bo'limiga **Tools**→**Assistants**→**ODE Analyzer Assistant** ketma-ketligi orqali murojaat qilishingiz mumkin. Sizga quyidagicha muloqot oynasi hosil bo'ladi:

Bu muloqot oynadan foydalanib, differensial tenglamalarning aniq va analitik yechimlarini topishingiz mumkin. Shuningdek, parametrik ko'rinisdagi differensial tenglamalarni ham yechish imkoniyati mavjud. Agar oddiy differensial tenglama bitta bo'lsa, **dsolve buyrug'i** uni tasniflash usullari yoki simmetriya usullari yordamida yechadi. Simmetriya usullaridan foydalanib, **dsolve buyrug'i** birinchi navbatda berilgan differensial tenglamaning simmetriya guruhlari generatorini



qidiradi va keyin bu ma'lumotlardan uni integrallash yoki hech bo'lmaganda tartibini pasaytirish uchun foydalanadi.



4-rasm. ODE Analyzer Assistant muloqot oynasi.

Berilgan oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun quyidagilarni belgilashimiz mumkin:

- Agar oddiy differensial tenglamaning birinchi argumenti to'plam yoki ro'yxat bo'lsa, hatto bitta element bo'lsa ham yechish oddiy differensial tenglama tizimi sifatida ko'rib chiqiladi va javob tavsiflangan tegishli konvensiyalarga amal qiladi.

- $\{x, y(x)\}$ bu yerda o'zgaruvchi va shu o'zgaruvchi qatnashgan funksiya juftligini ifodalaydi. Yopiq shakldagi yechimlar aniq yoki yashirin tenglamalar ketma-ketligi sifatida dsolve tomonidan qaytariladi. Agar yechim topilmasa, bo'sh ketma-ketlik qaytariladi.

- dsolve buyrug'i jimlikda javobni aniq ko'rinishda qaytaradi. Agar yechim o'zgaruvchini ajrata olmasa yoki uning izolyatsiyasi kasr darajalarining inversiyasini talab qilmasa.

- dy/dx da yuqori darajadagi birinchi tartibli oddiy differensial tenglama bo'lsa, yechim parametrik ko'rinishida paydo bo'lishi mumkin.

- Yuqori tartibli oddiy differensial tenglamalar uchun dsolve buyrug'i oddiy differensial tenglamaning tartibini qisqartirishi mumkin, ammo muammoni oxirigacha hal qila olmaydi.



- Chiziqli oddiy differensial tenglama uchun agar dsolve buyrug'i yechim yoki tartibni qisqartirishni topa olmasa, Desol buyrug'i yordamida javob qaytariladi. Desol tuzilmalari chiziqli oddiy differensial tenglama buyurtmalarini qisqartirishni o'z ichiga olgan javoblarda ham paydo bo'lishi mumkin.

- dsolve buyrug'i tomonidan qaytarilgan javoblarda paydo bo'ladigan integrallar Int yordamida ifodalanadi. Bu integrallar ularni hisoblay olmasa yoki yechish jarayonida ularni baholamaslik qulay bo'lib ko'rinsa, paydo bo'ladi.

- Berilgan oddiy differensial tenglamada paydo bo'ladigan suzuvchi nuqtali raqamlar muammoni hal qilishga urinishdan oldin ratsional aniq raqamlarga aylantiradi.

Xulosa qilib aytish mumkinki, differensial tenglamalarni qo'llash muhim matematik model bo'lib hisoblanadi. Maple matematik tizimida dasturlashsiz differensial tenglamalarni yechish ta'lim oluvchilarda katta ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Imomova Sh.M., Xayotov X.U., Jalolov O.I., Djaborova N.N. Kompyuterli matematik tizimlar. // Darslik. – Buxoro, “Durдона” nashriyoti. 2023. – 220 b.

2. Аладьев В.З. Системы компьютерной алгебры: Maple: Искусство программирования. – М.: Лаборатория базовых знаний. 2006, 792 с.

3. Imomova Sh.M. Matematikani o'qitishda matematik tizimlardan foydalanish. // Pedagogik mahorat. Maxsus son (2022, derkabr). 77-80 betlar.

4. Imomova Sh.M., Rahmonqulova Z.B. Funksiyalarni mathcad muhitida sonli integrallash. // Buxoro DU ilmiy axboroti. №4, 2023. 9-14 betlar.



MUNDARIJA

ILMIY-OMMABOP BO'LIM

<i>D.E. Davletov, A.A. Akmalov, G.N. Bekmurzayeva. Sharigin uchburchagi va uning ba'zi xossalari</i>	3
<i>A.X. Ramazanov, K.A. Tursunmetov. "Yadro texnologiyalari" fanining "Yadro reaktorlari" bo'limini integratsion o'qitish omillari</i>	12

MATEMATIKA JOZIBASI

<i>R.M. TurgunbaySh.Sh. Abdiyeva. Kvadrat funksiya grafigi va to'g'ri chiziq, kvadrat funksiya grafiglari bilan chegaralangan shakllarning yuzlarini hisoblash formulalari</i>	23
<i>R.M. Turgunbayev, D.H. Abdurahimova, D.S. Nuriddinova. Pik formulasining matematik induksiya metodiga asoslangan isboti</i>	30

ILG'OR TAJRIBA VA O'QITISH METODIKASI

<i>A.K. Qutbedinov. Fizikadan o'quvchilarning kognitiv mustaqilligini shakllantirishda nostandart topshiriqlardan foydalanishning didaktik xususiyatlari</i>	37
<i>O.Q. Quvondiqov, B.U. Amonov, T.U. Toshboyev, M.T. Ubaydullayev, S.K. Shaminova. Fizikani o'qitishda smart texnologiyalaridan foydalanish istiqbollari</i>	45
<i>Sh.M. Imomova, M.A. Mardonova. Maple matematik tizimida differensial tenglamalarni yechish</i>	56
<i>B.A. Nazarov. Umumta'lim maktablarida "informatika" fanini takomillashtirilgan metodika asosida o'qitish</i>	65
<i>D.K. Nasriddinov. Fizika fanida mobil ilovalar hamda robototexnika elementlaridan foydalanish harbiy mutaxassislar tayyorlashning politexnik innovatsiyalar sohasi sifatida</i>	72
<i>M.Saidaripova. "Fizikadan laboratoriya va namoyish" tajribalarini o'rganishda fanlararo aloqadorlikdan foydalanib o'quvchilarning kasbiy kompetensiyasini shakllantirish</i>	76
<i>E.O. Sharipov, Sh.O. Xolbekov. Ta'lim jarayonida "oliy matematika" va "fizika" fanlarini integratsiyaviy yondoshuv asosida o'qitish</i>	84

OLIMPIADA VA MASALALAR YECHISH BO'LIMI

<i>Masalalar va yechimlar</i>	91
-------------------------------------	----

