

HISOBLASH VA AMALIY МАТЕМАТИКА MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Спецвыпуск № 2/1(40) 2022

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Бурнашев В.Ф., Гасанов Э.Е. (Россия),
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамедиева Д.Т.,
Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Раджабов С.С.,
Расулов А.С., Самаль Д.И. (Беларусь), Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Шадиметов Х.М., Dimov I. (Болгария),
Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Rasulev V. (США),
Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 231-92-45.

E-mail: info@pvpm.uz.

Сайт: www.pvpm.uz.

Дизайн и компьютерная вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 29.04.2022 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №2. Тираж 100 экз.

<i>Ravshanov N., Mirobidova N.M.</i>	
Shartli generativ raqib tarmog‘i yordamida tasvirdan yomg‘ir chiziqlari va tumanni olib tashlash	153
<i>Равшианов Н., Назаров Ш., Боборахимов Б.</i>	
Трёхмерная модель процесса диффузии загрязняющегося вещества в неподвижной неограниченной среде	161
<i>Равшианов Н., Назаров Ш.Э., Расулмухаммедов А.</i>	
Исследование основных параметров процессе диффузии вредных веществ в атмосфере	174
<i>Равшианов Н., Саидов У., Орифжанова У.</i>	
Конструктивная методология математического моделирования для исследования массопереноса в сложных системах	192
<i>Рустамов Н.Т., Рустамов Е.Н.</i>	
К вопросу моделирования функционирования психики человека	216
<i>Садиков Р.Т., Маҳмудова М.М., Очилова А.Б.</i>	
Уч қатламли ўзаро динамик боғланган газ конлари филтрация жараёнини математик моделлаштириш	226
<i>Самижонов А., Ережепов К., Самижонов Б., Болтабоева М., Ёўлдошева А.</i>	
Тасвирлар мажмуаси асосида 3D моделларни куриш	239
<i>Самижонов А., Самижонов Б., Мамажоновна М., Умарова Б., Тўхтамуродов А.</i>	
Йўл белгиларини аниқлаш ва таниб олиш алгоритмлари	246
<i>Шадманов И.У., Шадманова К.У., Фатуллаева М.Ш.</i>	
Многомерная математическая модель и численный алгоритм решения задач совместного теплового переноса в неоднородных пористых тел	254
<i>Sharipov D., Mukhiddinov B., Ruziqulova N.</i>	
Segmentation in an ancient document imaging and characters	272
<i>Шарипов Д., Таиттемирова Н., Мурадова Ш.</i>	
Оролбўйи регионида тузланиш оқибатида атмосферага тарқалиш жараёнларнинг компьютер модели	280
<i>Umarov M.A., Muradov F.A., Iskandarova S.N., Tursunkulov O.O.</i>	
Deep Learning Studiodan foydalanib yo‘l belgilarini chuqur o‘qitish modellarini vizuallashtirish	286
<i>Ўринов Э.М., Болтабоева М.Р., Абдуваҳобов Ф.Ф.</i>	
Видеодан ёмғир чизикларини ўчириш алгоритмлари	295
<i>Зайнидинов Х.Н., Нурмуродов Ж.Н., Гофуржонов М.Р., Кобилов С.Ш.</i>	
Моделирование теплового поля печатной платы методом сплайн-функций	305
<i>Маматов Н.С., Абдукадиров Б.А., Муталов С.Х.</i>	
Биометрик идентификациялаш тизимида сохта чоп этилган ҳужумларни аниқлашга бўлган ёндашув	315

УДК 519

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДИФФУЗИИ ЗАГРЯЗНЯЮЩЕГОСЯ ВЕЩЕСТВА В НЕПОДВИЖНОЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

^{1*}Равшанов Н., ²Назаров Ш., ³Боборахимов Б.

*ravshanzade-09@mail.ru

¹Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий
и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, Ташкент, м-в. Буз-2, 17А;

²Бухарский государственный университет,

200118, Узбекистан, Бухара, ул. М. Икбол дом 11;

³Ташкентский университет информационных технологий имени
Мухаммада-ал-Хоразми 100202, Узбекистан, Ташкент, ул. Амира Темура, 108.

Для мониторинга, прогнозирования и исследования основных параметров процесса диффузии вредных загрязняющих веществ в приземном слое на основе многомерной математической модели объекта проведены численные расчеты с помощью полученного аналитического решения при различных диапазонах, а также изменения значения коэффициента диффузии и мощности много вентного точечного источника. Вычислительным экспериментом установлены, что процесс распространения загрязняющих веществ вокруг источника со временем будет расти, и она подчиняется закону $1/t^{3/2}$. Анализ численных расчетов показали, что максимальная концентрация наблюдается в точке выброса. Она убывает со временем, и подчиняется закону $1/t^{3/2}$ и с ростом коэффициентов горизонтальной диффузии распространения загрязняющего вещества по вертикали сильно не наблюдается. Так как среду рассмотрели анизотропной, диффузия загрязняющих веществ и аэрозольных частиц происходит в зависимости от коэффициентов диффузии и при росте коэффициентов горизонтальной диффузии граница области распространения их в атмосфере растет со временем. Когда из промышленных объектов производства выбрасывается газообразные загрязняющие вещества и скорость ветра равна нулю по трем направлениям, тогда диффузия существенно зависит от физико-химических свойств и их плотности.

Ключевые слова: математическая модель, аналитическое решение, процесс диффузии вредных веществ, численный алгоритм.

Цитирование: Равшанов Н., Назаров Ш., Боборахимов Б. Трехмерная модель процесса диффузии загрязняющего вещества в неподвижной неограниченной среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2022. – № 2/1(40). – С. 161-173.

1 Введение

Интенсивный рост хозяйственной деятельности человека, при игнорировании возможностей природы и закономерностей ее развития привел к необходимости решения одной из актуальных проблем мирового масштаба. Эта проблема связана с задачами защиты и охраны окружающей среды, запасов водных ресурсов и подземных недр от техногенных факторов и отрицательного антропогенного воздействия, которые напрямую влияют на экологическое состояние приземного слоя атмосферы и качества атмосферного воздуха. Надо отметить, что осаждение вредных мелкодисперсных аэрозольных частиц и примесей на подстилающую по-

верхность влечет загрязнение водоемов, почв и т.п. Подобное нарушение экологического баланса становится причиной массы проблем – рост онкологических, аллергических, астматических и других заболеваний среди населения, ухудшение плодородности сельскохозяйственных угодий, состояния флоры и фауны.

Проведение комплексных исследований, мониторинг, прогнозирование и анализ процесса распространения примесей в атмосфере, в почво-грунте и подземных водах являются одними из наиболее актуальных задач в проблеме охраны окружающей среды. Решение этих задач связано с учетом многих факторов, влияющих на рассеивание примесей в атмосфере, почво-грунте и подземных водах. К ним относятся антропогенные и метеорологические условия, тип источника, свойства примесей и т.д.

Задачами моделирования переноса и диффузии вредных веществ занимаются в научных школах, созданных под руководством зарубежных ученых J.W. Deardorff, M. Germano, U. Piomelli, L.C. Berselli, G.S. Winckelmans, W.C. Reynolds, T.Iversen., T.E. Nordeng, R.Lange, M. Peкар, Г.И. Марчука, В.В. Пененко, А.Е. Алояна, Л.Т. Матвеева, В.П. Дымникова И.Э. Нааца, И.А. Кибеля, Л.Н. Гутмана и др.

Фундаментальные аспекты конструктивной системной методологии математического моделирования переноса и диффузии вредных веществ и углекислых газов в приземном слое атмосферы сформулированы в работах таких ученых как T. Iversen., T.E. Nordeng, R.Lange, M. Peкар, С.А. Солодкова, М.Е. Берлянда, Е.Л. Гениховича, Р.И. Оникула, Н.Л. Бызовой, Ю.А. Анохиной, А.Х. Остромогильского и др.

Надо отметить, что указанными учеными и их коллегами, проводится исследования в ведущих научных центрах и ими получены значительные результаты фундаментального и прикладного характера. В частности, в работе [1] предложена гидродинамическая модель дальнего транспорта аэрозольных частиц в приземном слое атмосферы, где учтены основные физико-механические свойства и факторы процесса.

В работах [2, 3] проводится исследования задачи переноса вредных веществ выброшенных из объектов производства в атмосфере, и формулируются основные критерии опасности загрязнения атмосферы. Авторами статьи дано понятие предельно допустимой концентрации вредного вещества в атмосферном воздухе промышленных регионов, а также рассматривается понятие особо опасного загрязнения воздуха, и задаются значения концентраций при различных уровнях опасности. В статье [4] разработана математическая модель, численный алгоритм и программное средство для прогнозирования процесса переноса вредных веществ в условиях горного (городского) рельефа от импульсных источников.

Работа [5] посвящена разработке модели рассеивания примесей любого типа в мезо метеорологическом пограничном слое атмосферы. В данной постановке одновременно учитывающей орографическую неоднородность подстилающей поверхности земли, химическую трансформацию примесей, горизонтальную и вертикальную неоднородность турбулентно-диффузионных свойств воздуха. В исследовании автора, также учитывается влияние конвективно-стратификационных процессов и влажности на распространение примеси.

В статье [6] смоделирован процесс сухого осаждения аэрозольных частиц по аналогии с моделированием свободного падения тела с учетом сопротивления среды. Молекула вредной примеси рассматривается в качестве тела, падающего под действием силы тяжести.

Статья [7] посвящена исследованию процесса распространения активных аэрозольных частиц в приземном слое атмосферы с учетом химических превращений в воздушной среде и приведены химические реакции, происходящие с аэрозольными частицами в атмосфере.

В работе [8] разработана компьютерная модель для мониторинга и прогнозирования переноса диффузии аэрозольных частиц в приземном слое атмосферы автотранспортными средствами и приведено численное интегрирование модели на вычислительных системах с использованием метода контрольного объема на основе разработанного распределенного алгоритма.

В статье [9] разработана математическая модель и численный алгоритм для мониторинга и прогнозирования процесс переноса и диффузия газообразных опасных выбросов в атмосфере и уделено внимание к основным подходам для моделирования объекта исследования:

Гауссовские модели переноса и диффузии, называемые дисперсионными моделями; модели, основанные на интегральных законах сохранения массы и энергии; модели, построенные на численном решении системы уравнений сохранения масс, энергии и импульса – численное моделирование.

Разработана математическая модель, численный алгоритм и программные средства для описания трехмерной динамики загрязнений, в том числе от нестационарных источников выброса вредных веществ. Для конкретного задаваемого физического состояния атмосферы рассмотрено в работе [10]. Автор статьи для решения поставленной задачи, описывающий уравнением переноса примеси в атмосфере, с учетом основных физических факторов использует численный метод.

Статья [11] посвящена разработке математической модели динамики и кинетики процесса переноса и диффузии газовых и аэрозольных примесей в приземном слое атмосферы. В работе приведена модель переноса многокомпонентной примеси с учетом фотохимической трансформации и образования аэрозолей в тропосфере северного полушария с учетом кинетических процессов энуклеации, конденсации и коагуляции.

В работах [12, 13, 14] решена задача, связанная с мониторингом и прогнозированием экологического состояния воздушного бассейна промышленных регионов, где часто наблюдаются нарушение баланса санитарной нормы окружающей среды, вследствие большого количества выбросов вредных веществ в атмосферу. Авторы статьи при разработке математической модели процесса переноса и диффузии учли существующие факторы как эрозия почвы, которая при неустойчивой стратификации воздушной массы существенно:

- изменяет концентрацию вредных веществ в атмосфере;
- изменяет скорость перемещения воздушной массы атмосферы по трем направлениям со временем;
- изменяет коэффициент диффузии и коэффициент турбулентного перемешивания по вертикали при устойчивой и неустойчивой стратификации;
- изменяет направление ветра со временем в сутки, в зависимости от орографии местности;
- изменяет коэффициент взаимодействия, который зависит от характеристики подстилающей поверхности земли и орографии местности.

Проведены численные расчеты в вычислительной системе, результаты которых приведены в виде графических объектов.

Решение задачи мониторинга и прогнозирования экологического состояния приземного слоя атмосферы в промышленных регионах, где имеет место нарушение баланса санитарной нормы окружающей среды, вследствие большого количества выбросов вредных веществ рассмотрено в статье [15, 16]. Для ее решения разработаны математическая модель, описывающая рассматриваемый процесс с помощью уравнений гидромеханики с соответствующими начальными и краевыми условиями и программное обеспечение для проведения комплексного исследования процесса переноса и диффузии загрязняющих веществ, выброшенных в окружающую среду из производственных объектов.

В работе [16] разработана модель, численный алгоритм и программное средство для исследования, прогнозирования и мониторинга, а также для оценки экологического состояния атмосферы и подстилающей поверхности рассматриваемого региона пассивными и активными примесями, где учитываются основные параметры и возмущения, действующие на объект в целом. Для определения скоростей движения аэрозольных частиц под действием воздушного потока, получена система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, где учтены основные физико-механические свойства аэрозольных частиц, которые играют важную роль в рассматриваемом процессе.

2 Постановка задачи

Для анализа и исследования основных параметров процесса диффузии загрязняющегося вещества в неподвижной среде, рассмотрим трехмерную математическую модель без учета

конвективного переноса их от мгновенного точечного источника $u = v = w = 0$ в трехмерном измерении. Пусть мгновенный выброс массы M происходит при $x=y=0$ с начальной концентрации

$$\theta(x, y, z, t) = M\delta(x)\delta(y)\delta(z) \text{ при } t=0. \quad (1)$$

Вдали от источника концентрация убывает до нуля, т.е. приняты условия

$$\theta(x, y, z, t) = 0 \text{ при } x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty, z \rightarrow \infty \quad (2)$$

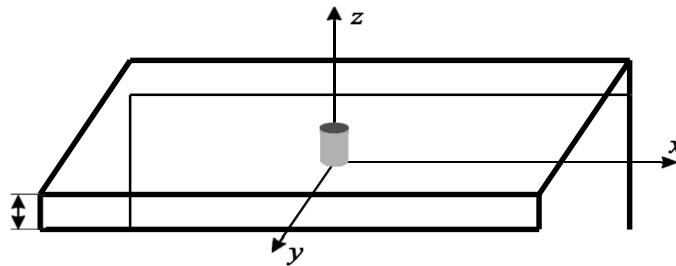


Рис. 1.

Для общности будем считать диффузию анизотропной, т.е. $\mu_x \neq \mu_y \neq \mu_z$. Тогда математическая модель процесса диффузии в трехмерной постановке можно описать с помощью соотношения (1), (2) и уравнения вида:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \mu_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \mu_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}. \quad (3)$$

Где θ - концентрация загрязняющих веществ в атмосфере, M - мощность источника, $\delta(x)$, $\delta(y)$, $\delta(z)$ - соответственно функция Дирака, μ_x , μ_y , μ_z - соответственно коэффициенты диффузии по горизонтали и вертикали.

Согласно закону Фика и уравнению (3) диффузия в направлениях ox , oy и oz зависит только от соответствующих распределений по x , y и z и исходя из сказанной выше решение поставленной задачи можно приставить как произведение трех несвязанных решений, описывающих распределение по одной из координат ox , oy и oz :

$$\theta(x, y, z, t) = \theta_1(x, t)\theta_2(y, t)\theta_3(z, t) \quad (4)$$

Подставим (4) в (3) получим:

$$\frac{\partial \theta_1 \theta_2 \theta_3}{\partial t} = \mu_x \frac{\partial^2 (\theta_1 \theta_2 \theta_3)}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2 (\theta_1 \theta_2 \theta_3)}{\partial y^2} + \mu_z \frac{\partial^2 (\theta_1 \theta_2 \theta_3)}{\partial z^2} = 0; \quad (5)$$

или уравнение (5) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & \theta_1 \left[\theta_2 \frac{\partial \theta_3}{\partial t} + \theta_3 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} \right] + \theta_2 \left[\theta_1 \frac{\partial \theta_3}{\partial t} + \theta_3 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \right] + \theta_3 \left[\theta_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} + \theta_2 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \right] = \\ & = \mu_x \frac{\partial^2 (\theta_1 \theta_2 \theta_3)}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2 (\theta_1 \theta_2 \theta_3)}{\partial y^2} + \mu_z \frac{\partial^2 (\theta_1 \theta_2 \theta_3)}{\partial z^2} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \theta_1 \left[\theta_2 \frac{\partial \theta_3}{\partial t} + \theta_3 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} \right] + \theta_2 \left[\theta_1 \frac{\partial \theta_3}{\partial t} + \theta_3 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \right] + \theta_3 \left[\theta_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} + \theta_2 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \right] = \\
& = \mu_x \theta_1 \left[\theta_2 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2} + \theta_3 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} \right] + \\
& + \mu_x \theta_2 \left[\theta_1 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2} + \theta_3 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} \right] + \mu_x \theta_3 \left[\theta_1 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} + \theta_2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} \right] + \\
& + \mu_y \theta_1 \left[\theta_2 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y^2} + \theta_3 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \right] + \mu_y \theta_2 \left[\theta_1 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y^2} + \theta_3 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} \right] + \\
& + \mu_y \theta_3 \left[\theta_1 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} + \theta_2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} \right] + \mu_z \theta_1 \left[\theta_2 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z^2} + \theta_3 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z^2} \right] + \\
& + \mu_y \theta_2 \left[\theta_1 \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z^2} + \theta_3 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} \right] + \mu_z \theta_3 \left[\theta_1 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z^2} + \theta_2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} \right] = 0; \tag{6}
\end{aligned}$$

Как было указано в работе [17] аналогично решению поставленной задачи (1-2, 6) можно представить мгновенном точечном источнике в трехмерном пространстве

$$\theta(x, y, z, t) = \frac{M}{(4\pi t)^{3/2} \sqrt{\mu_x \mu_y \mu_z}} \exp \left(-\frac{x^2}{4\mu_x t} - \frac{y^2}{4\mu_y t} - \frac{z^2}{4\mu_z t} \right). \tag{7}$$

Из анализа проведенных численных расчетов [17] решений уравнения диффузии для мгновенного точечного источника в одномерном, двумерном и трехмерном случаях максимум концентрации сохраняется в точке выброса и соответствующие значения $\theta(x, y, z, t)_{\max}$ могут быть вычислены по формулам:

$$\text{при одномерной постановке задача: 1D) } \theta_{\max} = \frac{M}{s\sqrt{4\pi\mu t}} \sim \frac{1}{\sqrt{t}}; \tag{8}$$

$$\text{при двумерной постановке задача: 2D) } \theta_{\max} = \frac{M}{L_z 4\pi t \sqrt{\mu_x \mu_y}} \sim \frac{1}{t}; \tag{9}$$

$$\text{при трехмерной постановке задача: 3D) } \theta_{\max} = \frac{M}{(4\pi t)^{3/2} \sqrt{\mu_x \mu_y \mu_z}} \sim \frac{1}{t^{3/2}}. \tag{10}$$

Как следует из соотношений (8), (9), (10), что при $t=0$ непосредственно в точке выброса дают бесконечное значение θ_{\max} . В одномерном, двумерном и трехмерном случае величина θ_{\max} пропорциональна и будет изменяться со временем соответственно по закону $1/\sqrt{t}$, $1/t$, $1/t^{3/2}$.

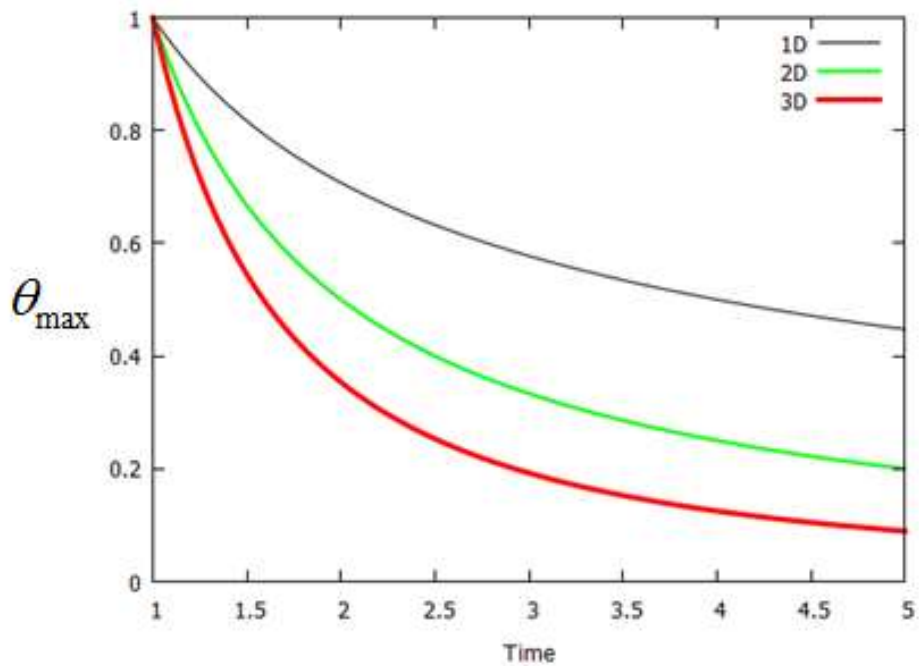


Рис. 2. Изменение концентрации загрязняющих веществ в атмосфере со временем.

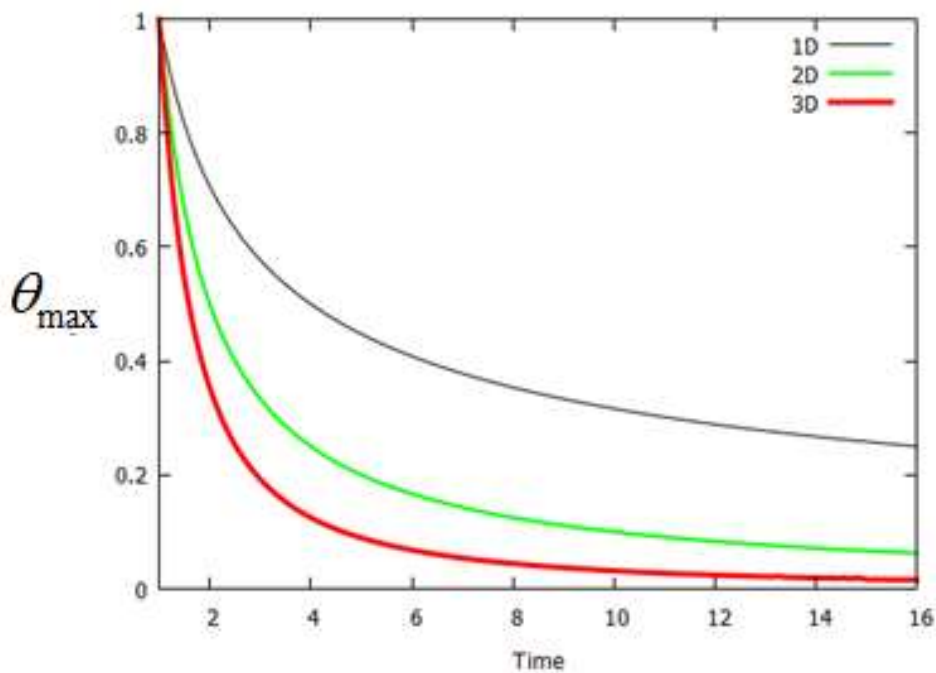


Рис. 3. Изменение концентрации загрязняющих веществ в атмосфере со временем.

Из кривых рис. 2-3 видно, что концентрация загрязняющих веществ со временем в атмосфере уменьшается при решении одномерных, двухмерных и трехмерных задач по заданному закону $1/\sqrt{t}$, $1/t$, $1/t^{3/2}$, а его максимальное значение будет убывать быстрее в трехмерном случае, когда диффузия загрязнения идет по всем направлениям.

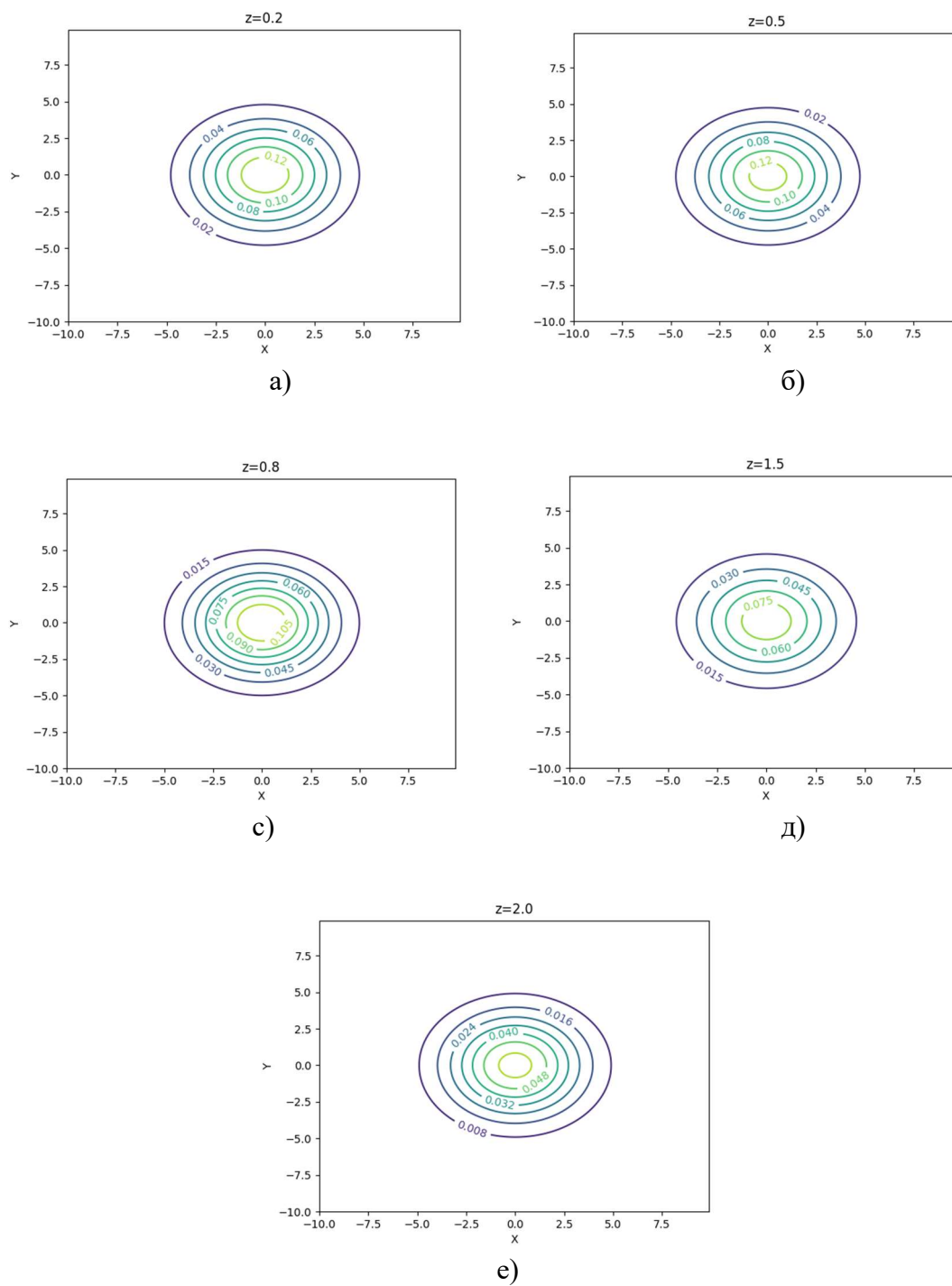


Рис. 4. Изолиния концентрации загрязняющих веществ в атмосфере при:
 $\mu_x = 0.8$; $\mu_y = 0.5$; $\mu_z = 0.2$; $x = 10\text{км}$; $y = 10\text{км}$; $t = 6\text{ч}$.

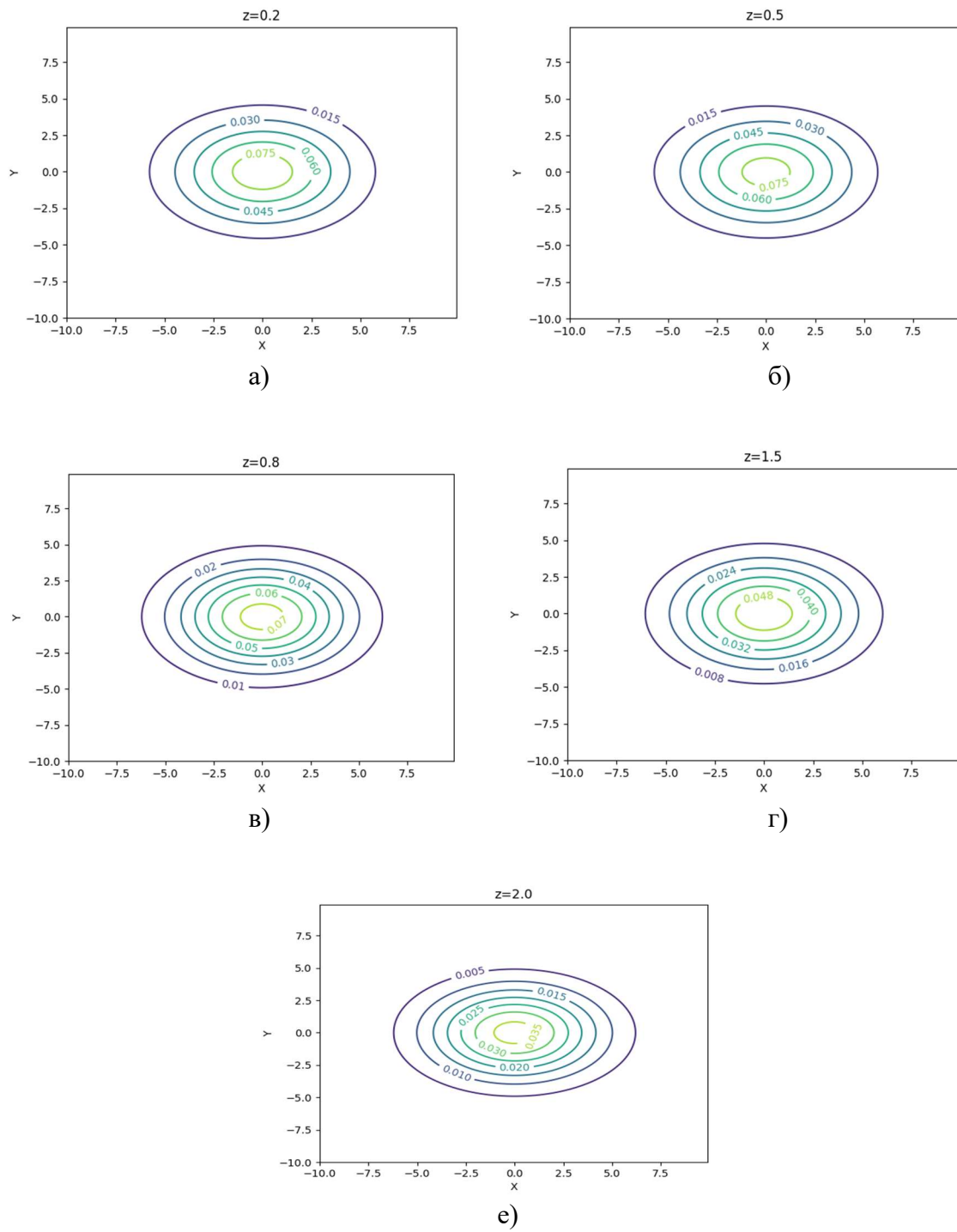


Рис. 5. Изолиния концентрации загрязняющих веществ в атмосфере при:
 $\mu_x = 1.2$; $\mu_y = 0.5$; $\mu_z = 0.2$; $x = 10\text{км}$; $y = 10\text{км}$; $t = 6\text{ч}$.

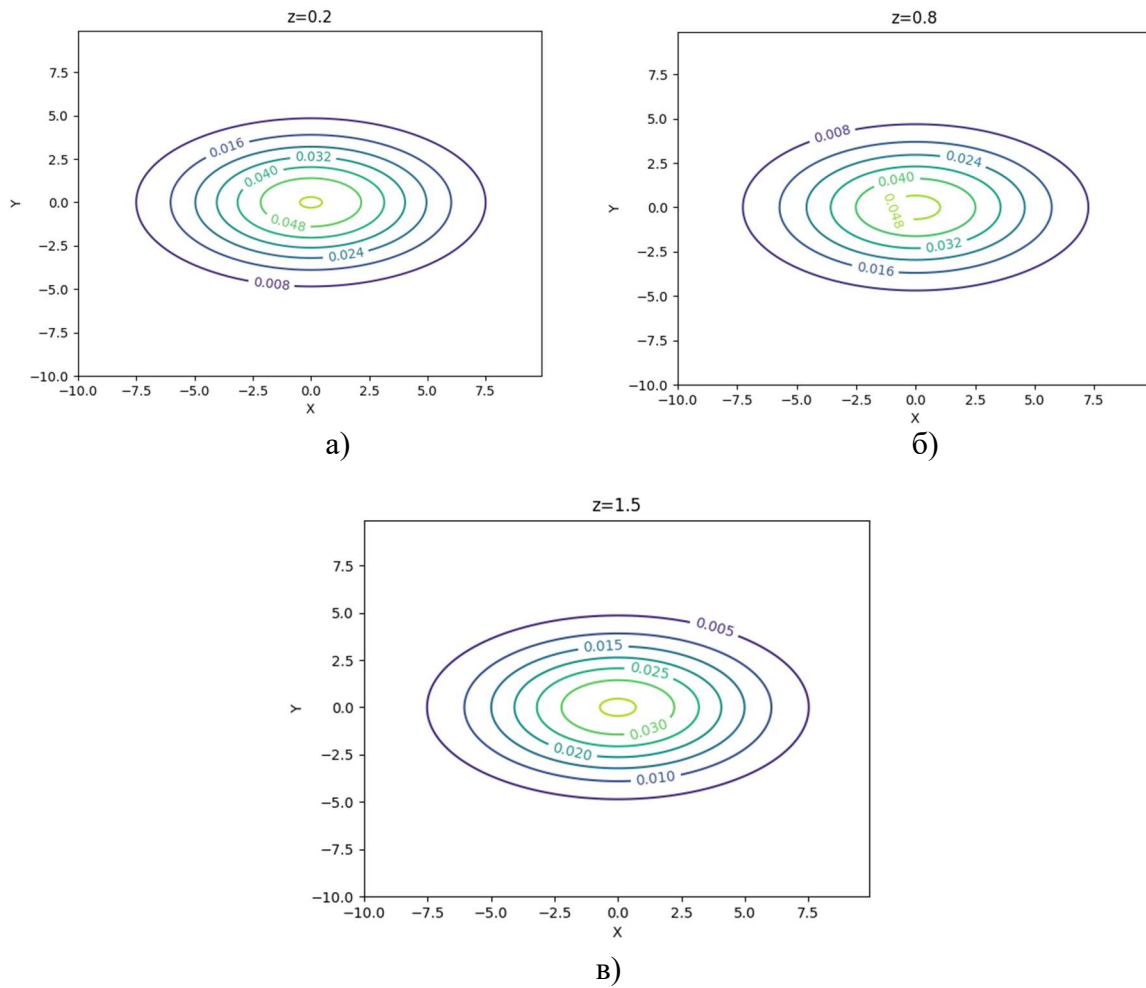


Рис.6. Изолиния концентрации загрязняющих веществ в атмосфере при:
 $\mu_x = 0.8$; $\mu_y = 0.8$; $\mu_z = 0.2$; $x = 10\text{км}$; $y = 10\text{км}$; $t = 6\text{ч}$.

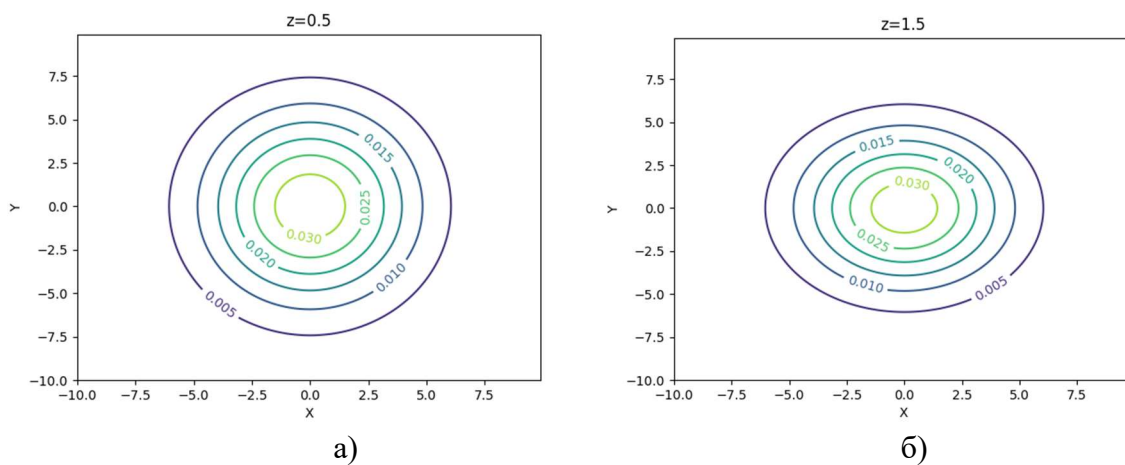


Рис.7. Изолиния концентрации загрязняющих веществ в атмосфере при:
 $\mu_x = 0.8$; $\mu_y = 1.5$; $\mu_z = 0.2$; $x = 10\text{км}$; $y = 10\text{км}$; $t = 6\text{ч}$.

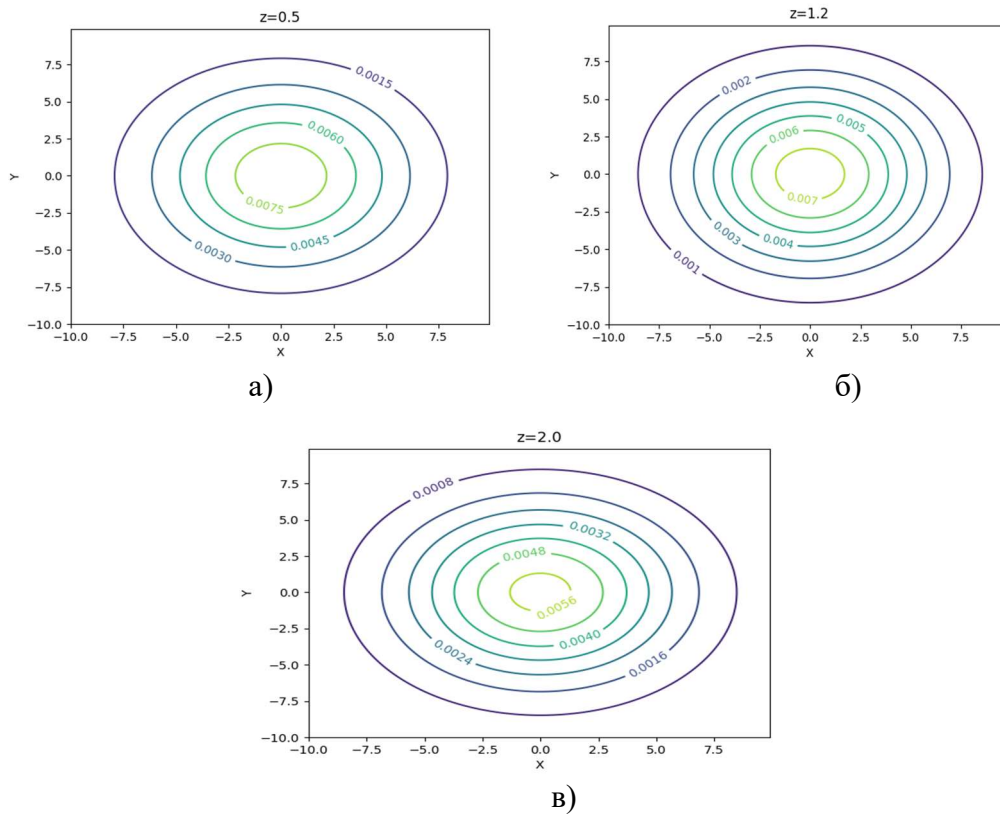


Рис. 8. Изолиния концентрации загрязняющих веществ в атмосфере при:
 $\mu_x = 1.8$; $\mu_y = 1.8$; $\mu_z = 0.5$; $x = 10\text{ км}$; $y = 10\text{ км}$; $M=10$; $t = 5\text{ ч}$.

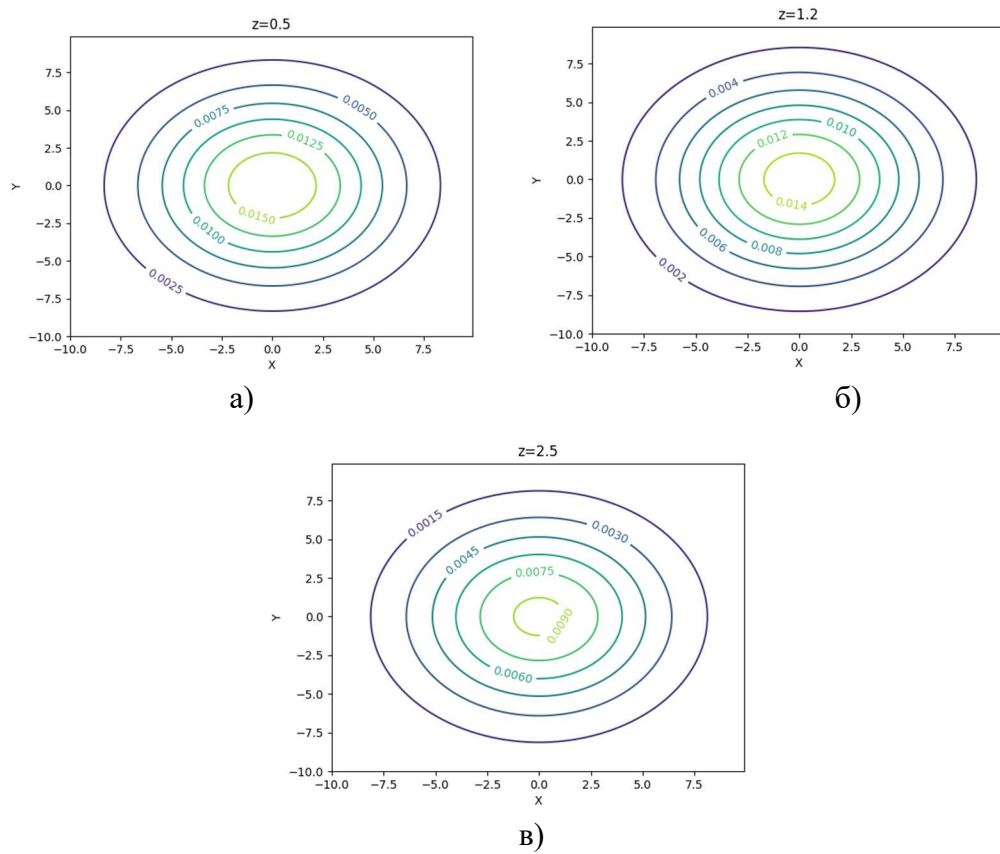


Рис. 9. Изолиния концентрации загрязняющих веществ в атмосфере при:
 $\mu_x = 1.8$; $\mu_y = 1.8$; $\mu_z = 0.5$; $x = 10\text{ км}$; $y = 10\text{ км}$; $M=20$; $t = 5\text{ ч}$.

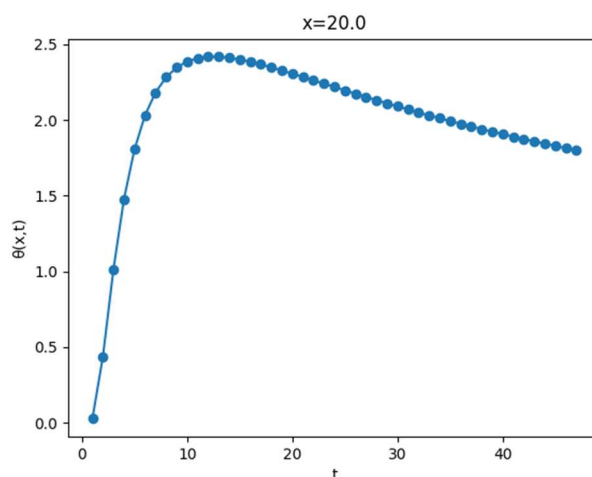


Рис. 10. Изменение концентрации загрязняющих веществ со временем.

Как следует из анализа проведенных численных расчетов концентрация загрязняющих веществ в атмосфере сконцентрировано вокруг источника (рис. 4). Распространение концентрации загрязняющего вещества в атмосфере существенно зависит от значения коэффициентов диффузий, как по горизонтали, так и по вертикали направления. Из рис. 4 а, б, с, д, е видно, что концентрация загрязняющего вещества пропорционально уменьшается по вертикали. Численные расчеты были проведены при различных значениях коэффициентов μ_x и μ_y (рис. 5, 6, 7). Диффузия загрязняющего вещества по направлениям ox и oy существенно зависит от значений этих коэффициентов. Численные расчеты показали, что с ростом коэффициентов горизонтальной диффузии распространения загрязняющего вещества по вертикали уменьшается.

Так же численные эксперименты были проведены при различных мощностях источников загрязнения (рис. 8, 9). Численные расчеты показали, что область покрытия загрязняющего вещества со времени растет как по горизонтали, так и по вертикали в основном за счет роста мощности источника загрязнения.

Как было отмечено в работе [17] коэффициент диффузии зависит в основном от плотности и температуры окружающей среды. При выбросе из промышленных объектов производства газообразных загрязняющих веществ, когда скорость ветра равна нулю, процесс распространения существенно зависит от физико-химических свойств и их плотности.

Проведенными численными расчетами установлено, что процесс диффузии загрязняющих веществ и аэрозольных частиц вокруг источника при трехмерной постановке задачи со временем будет расти, и она подчиняется закону $1/t^{3/2}$. Из анализа проведенных численных расчетов следует, что максимальная концентрация $\theta_{\max}(x, y, z, t)$ загрязняющего вещества всегда наблюдается в точке выброса, и она убывает со временем, подчиняясь закону $1/t^{3/2}$.

Анализ численных расчетов показало, что в анизотропной среде процесс диффузии загрязняющих веществ и аэрозольных частиц происходит в зависимости от коэффициентов диффузии и при росте коэффициентов диффузии граница области распространения их в атмосфере растет со временем. Когда из промышленных объектов производства выбрасывается газообразные загрязняющие вещества и скорость ветра равно нулю по трем направлениям, процесс диффузии существенно зависит от физико-химических свойств и их плотности.

3 Выводы

В одномерном, двумерном и трехмерном случае величина θ_{\max} будет изменяться пропорционально со временем соответственно по закону $1/\sqrt{t}$, $1/t$, $1/t^{3/2}$ и его максимальное значение будет убывать быстрее в трехмерном случае, когда диффузия загрязнения идет по всем

направлениям.

Так как среду рассмотрели анизотропной, диффузия загрязняющих веществ и аэрозольных частиц происходит в зависимости от коэффициентов диффузии и при росте коэффициентов горизонтальной диффузии, граница области распространения их в атмосфере растет со временем.

Литература

- [1] *Штырева Н.В.* Численная модель дальнего переноса загрязняющих веществ в атмосфере, реализованная на супер ЭВМCRAYY-Y-MP8E // Труды Гидрометцентра РФ. – 2000. – Вып. 334. – С. 121–129.
- [2] *Iversen T., Nordeng T.E.* A numerical model suitable for the simulation of a broad class of circulation systems on the atmospheric mesoscale // Norwegian Institute for Air Research Techn. Rep. – 2001. – № 2. – P. 38–51.
- [3] *Lange R.* ADPIC - A three-dimensional particle-in-cell model for the dispersal of atmospheric pollutants and its comparison to regional tracer studies // Journal Applied Meteorology. – 1978. – Vol. 17. – P. 320–329.
- [4] *Алборов И.В., Алехин В.И., Вагин В.С.* Математическое моделирование процесса переноса вредных веществ в условиях горного (городского) рельефа от импульсных источников // Журнал Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал) – 2003. – Вып. № 11 – С. 1–3.
- [5] *Бузало Н.С.* Математическое моделирование переноса примеси в мезометеорологическом пограничном слое атмосферы // Новочеркасск – 2003. – С. 167.
- [6] *Уалханова А.Т.* Численное моделирование покомпонентного переноса вредных примесей в воздушном бассейне промышленного города // Информатика Реферат диссертации на соискание академической степени магистра естественных наук – 2012. – С. 18.
- [7] *Anderson G.E.* Musicales influences on wind fields. // Appl. Meteor. – 1971. – P. 377–386.
- [8] *Kordzadze A.* Mathematical modelling of dynamical and ecological processes in the system sea-land-atmosphere // Air, Water and Soil Quality Modelling for Risk and Impact Assessment – 2007. – P. 181–193.
- [9] *Лисанов М.В., Пчельников А. В., Сумской С.И.* Моделирование рассеяния выбросов опасных веществ в атмосфере // Рос.хим.журнал об-ва им. Д.И. Менделеева – 2005. – Том XLIX, №4 – С. 18–28.
- [10] *Белослудцев А.А., Гусаров Д.В., Еремин М.А., Кузьмин Н.М., Хоперсков А.В., Храпов С.С.* Информационно-компьютерный комплекс для моделирования динамики примесей от предприятий химической промышленности Вестник Волгоградского государственного университета. // Серия 1: Математика. Физика – 2009. – Вып. №12 – С. 24–31.
- [11] *Алоян А.Е.* Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. // ИВМ РАН – 2002. – С. 201.
- [12] *Ravshanov Z., Tashtemirova N., Mukhamadiev A.* Advanced mathematical model of the process of fine-disperced perticles distribution in the atmosphere // Theoretical and Applied Science – 2018. – Vol. 65, Issue 9. – P. 63–69. – DOI: <https://dx.doi.org/10.15863/TAS>.
- [13] *Равшанов Н., Таштемирова Н., Равшанов З.* Компьютерная модель для исследования и прогнозирования концентраций вредных веществ в атмосфере // Информатика: Проблемы, методология, технологии. Материалы XV Международной научно-методической конференции, Воронеж – 2015. – Том 1 – С. 12–13.
- [14] *Жабборов Н.М., Равшанов З.Н.* Численное моделирование процесса распространения активных аэрозольных выбросов в атмосфере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2018. – С. 20–35.
- [15] *Равшанов Н., Мурадов Ф.А., Набибулина Л.М.* Численное моделирование процесса переноса и диффузии активных аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы. // Проблемы вычислительной математики и прикладной информатики – 2016. – С.47–59.

- [16] Ravshanov N., Shafiev T. Nonlinear mathematical model for monitoring and predicting the process of transfer and diffusion of fine-dispersed aerosol particles in the atmosphere // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. – 2019. – Vol. 1260. – P. 102013.
- [17] Ravshanov N., Shafiev T. Nonlinear mathematical model for monitoring and predicting the process of transfer and diffusion of fine-dispersed aerosol particles in the atmosphere // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series – 2019. – Vol. 1260 – P. 102013. –

Поступила в редакцию 12.04.2022

UDC 519

A THREE-DIMENSIONAL MODEL OF THE PROCESS OF DIFFUSION OF A POLLUTING SUBSTANCE IN A STILL UNLIMITED ENVIRONMENT

^{1*}Ravshanov N., ²Nazarov Sh., ³Boborakhimov B.

*ravshanzade-09@mail.ru

¹Research Institute for the Development of Digital Technologies and artificial intelligence,

100124, 17A Buz-2, Mirzo-Ulugbek district, Tashkent, Uzbekistan.

²Bukhara State University, 705018, 11 Muhammad Ikbol, Bukhara, Uzbekistan;

³Tashkent University of Information Technologies,

100200, 108, Amir Temur str., Tashkent, Uzbekistan;

To monitor, predict and study the main parameters of the process of diffusion of harmful pollutants in the surface layer on the basis of a multidimensional mathematical model of the object, numerical calculations were carried out using the obtained analytical solution for various ranges, as well as changes in the value of the diffusion coefficient and the power of the multivariate point source. Computational experiment established that the process of distribution of pollutants around the source will grow with time, and it obeys the law $1/t^{3/2}$. The analysis of numerical calculations showed that the maximum concentration is observed at the point of release. It decreases with time and obeys the law $1/t^{3/2}$, and with an increase in the horizontal diffusion coefficients, the vertical distribution of the pollutant is not strongly observed. Since the medium was considered anisotropic, the diffusion of pollutants and aerosol particles occurs depending on the diffusion coefficients, and with an increase in the horizontal diffusion coefficients, the boundary of their distribution area in the atmosphere grows with time. When gaseous pollutants are emitted from industrial production facilities and the wind speed is zero in three directions, then diffusion significantly depends on the physical and chemical properties and their density.

Keywords: mathematical model, analytical solution, process of diffusion of harmful substances, numerical algorithm.

Citation: Ravshanov N., Nazarov Sh., Boborakhimov B. 2022. A three-dimensional model of the diffusion process of a pollutant in a stationary unbounded medium // *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 2/1(40): 161-173.



100124, Toshkent sh., Buz-2, 17A
Tel.: +(99871)231-92-45
E-mail: info@pvpm.uz
© RTSIR ITI, 2022