ЮПҚА ПЛАСТИНАНИНГ ТЕРМО-ЭЛЕКТРО-МАГНИТ-ЭЛАСТИКЛИГИНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ

[1]Ф.М.Нуралиев, [2]М.К.Мирзаахмедов, [3]О.К.Абдуллаев, [4]Б.Н.Тоҳиров

https://doi.org/10.5281/zenodo.10723606

Аннотация. *Ушбу мақолада Гамильтон-Остроградский вариацияли тамойилидан фойдаланиб математик модел қуриш кўриб чиқилади. Киргофа-Лява гипотезаси асосида уч ўлчовли модель икки ўлчамли моделга ўтказилди. Потенциал ва кинетик энергияни вариациали кўриниши ҳамда ташқи кучлар иши вариацияси аниқланди. Геометрик чизиқли шаклда Коши ва Дюамеля-Неймана муносабатлари, Гук қонуни ҳамда Лоренц кучи ва Максвелл электромагнит тензор кўринишидан фойдаланиб, пластинанинг деформацион кучланиш ҳолатига термо-электро-мангнит-эластиклик таъсирлари кўрилди. Натижада кўчишга ва ҳароратга нисбатан бошланғич ва чегаравий шартларга эга хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системаси кўринишидаги математик модель олинди.*

Калит сўзлар: *математик модель, Гамильтон-Остроградский тамойили, Киргоф-Ляв гипотезаси, Коши, Дюамеля-Неймана муносабатлари, Гук қонуни, Максвелл электромагнит тензори, термо-электро-мангнит-эластиклик, магнитоэластик юпқа пластина, потенсиал энергия, деформация.*

Аннотация. *Данная статья посвящена построению математической модели на основе вариационного принципа Гамильтона-Остроградского. Трехмерная модель была преобразована в двумерную с использованием гипотезы Киргофа-Лявы. Определены вариации потенциального и кинетического изменения, а также изменения работы внешних сил. Используя соотношения Коши и Дуамеля-Неймана, закон Гука, силу Лоренца и электромагнитный тензор Максвелла в геометрической линейной форме, наблюдалось влияние термоэлектромагнитоупругости на напряженное деформационное состояние пластины. В результате была получена математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями по смещению и температуре.*

Ключевые слова: *математическая модель, принцип Гамильтона-Остроградского, гипотеза Киргофа-Лиава, Коши, соотношение Дуамелии-Неймана, закон Гука, электромагнитный тензор Максвелла, термоэлектромагнитная упругость, магнитоупругая тонкая пластина, потенциальная энергия, деформация.*

Abstract. *This article is devoted to the construction of a mathematical model based on the Hamilton-Ostrogradsky variational principle. The three-dimensional model was converted to a two-dimensional model using the Kirgofa-Lave hypothesis. The variation of potential and kinetic variation and work variation of external forces were determined. Using Cauchy and Duamelia-Neyman relationships, Hooke's law and Lorentz force and Maxwell's electromagnetic tensor in a geometric linear form, effects of thermo-electro-magnetic-elasticity on the deformation stress state of the elastic plate were observed. As a result, a mathematical model was obtained in the form of a system of differential differential equations with initial and boundary conditions for displacement and temperature.*

Keywords: *mathematical model, Hamilton-Ostrogradsky principle, Kirgoff-Liav hypothesis, Cauchy, Duamelia-Neyman relation, Hooke's law, Maxwell's electromagnetic tensor, thermo-electro-magnetic-elasticity, magnetoelastic thin plate, potential energy, deformation.*

Кириш

Термоэластиклик назарияси хозирги кунга келиб ривожланаётган назаряларадан бири ҳисобланади. Термоэластиклик соҳасидаги тадқиқотлардан олдин ҳарорат кучланиш назарияси доирасида кенг кўламли тадқиқотлар олиб борилган. Бу ном билан биз жисмнинг қизиши натижасида юзага келадиган деформациялар ва кучланишлар назариясини тушунамиз. Ушбу йўналиш бўйича Ж. Дюамель, Фойгтом, Джеффрисом, В. Новацкий , М. Биот, В. Д. Купрадзе, Т. Г. Гегелия, М. О. Башелишвили, Т. В. Бурчуладзе каби кўплаб олимлар тадқиқотлар олиб борганлар [1].

Математик моделлаштириш

Ушбу мақолада Гамильтон-Остроградский вариацияли тамойили асосида мураккаб шаклга эга юпқа пластинанинг термо-электро-магнит-эластиклик деформацияланиш жараёнининг чизиқли математик модели келтириб чиқарилган[2,3].

Пластинанинг ҳаракат тенгламасини ишлаб чиқишда кўчишнинг ўзгариш қонунлари сифатида Кирхгофа-Лява гипотезасидан фойдаланамиз [3,4].

$$u_1 = u - z\frac{\partial w}{\partial x},\quad u_2 = v - z\frac{\partial w}{\partial y},\quad u_3 = w; \tag{1}$$

бу ерда: $u, v, w -$ кўчишлар. Кирхгоф-Ляв гипотезасига кўра, юпқа пластина қалинлиги бўйлаб деформация бўлмайди, натижада масаланинг уч ўлчовли модели икки ўлчовли математик моделга айланади.

Гамильтон-Остроградский вариацион тамойилининг умумий кўриниши [2].

$$\int_t (\delta K - \delta \Pi + \delta A)dt = 0; \tag{2}$$

бу ерда: δ – вариация, К – кинетик энергия, П – потенциал энергия, А – ташқи ҳажм ва сирт кучлари бажарган иш.

Кинетик энергиянинг ўзгаришини ҳисоблашда қуйидаги муносабатдан фойдаланамиз:

$$\int_t \delta K dt = \int_t\int_V \left(\rho\frac{\partial u_1}{\partial t}\delta\frac{\partial u_1}{\partial t} + \rho\frac{\partial u_2}{\partial t}\delta\frac{\partial u_2}{\partial t} + \rho\frac{\partial u_3}{\partial t}\delta\frac{\partial u_3}{\partial t}\right)dVdt; \tag{3}$$

где: ρ – қаралаётган обект материалининг зичлиги; $u_1, u_2, u_3 -$ кўчиш, $V -$ ҳажми, $t -$ вақт.

Бу ерда $u_1,\ u_2,\ u_3$ ларнинг ўрнига (1) формуладаги қийматларини келтириб қўямиз.

Вариация остидаги кинетик энергияни бўлакларга бўлиб интеграллаймиз.

Бу ерда пластина қалинлиги бўйича бирлаштирилади.

$$\delta K = \int_x\int_y \left\{\rho h\frac{\partial u}{\partial t}\delta u + \rho h\frac{\partial v}{\partial t}\delta v + \rho h\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\right\}dydx\Big|_t + \int_y \rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 w}{\partial t\partial x}\delta w\Big|_x dy\Big|_t + \int_x \rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 w}{\partial t\partial y}\delta w\Big|_y dx\Big|_t -$$
$$-\int_t\int_x\int_y \left\{\rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\delta u + \rho h\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\delta v + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\delta w + \rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^4 w}{\partial t^2\partial x^2}\delta w + \rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^4 w}{\partial t^2\partial y^2}\delta w\right\}dydxdt. \tag{4}$$

бунда қуйидаги : $\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^4 W}{\partial x^2\partial t^2}$, $\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^4 W}{\partial y^2\partial t^2}$ ҳадларнинг тасир қиймат жуда кичиклиги сабаб тенгламадан тушириб қолдирилади. Натижада вариацион кинетик энергиянинг умумий кўриниши ҳосил бўлди:

$$\delta K=\int_x\int_y\left\{\rho h\frac{\partial u}{\partial t}\delta u-\rho h\frac{\partial v}{\partial t}\delta v+\rho h\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\right\}dydx\Big|_t-\int_t\int_x\int_y\left\{\rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\delta u-\rho h\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\delta v+\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\delta w\right\}dydxdt.$$

(5)

Потенциал энергия вариацияни аниқлашнинг умумий кўриниши [5]:

$$\delta\Pi=\int_v\left[\sigma_{xx}\delta e_{xx}+\sigma_{yy}\delta e_{yy}+\sigma_{xy}\delta e_{xy}\right]dv; \tag{6}$$

Бу ерда $e-$деформация, $\sigma-$кучланиш

Коши муносабатларига кўра Кирхгофа-Лява (1) гипотезасидан фойдаланиб деформация аниқланади ва Коши муносабатларига кўра вариациялаймиз [5].

$$\begin{cases} e_{xx}=\dfrac{\partial u_1}{\partial x}=\dfrac{\partial u}{\partial x}-z\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ e_{yy}=\dfrac{\partial u_2}{\partial y}=\dfrac{\partial v}{\partial y}-z\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ e_{xy}=\dfrac{\partial u_1}{\partial y}+\dfrac{\partial u_2}{\partial x}=\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}-2z\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}, \end{cases} \quad (7) \qquad \begin{cases} \delta e_{xx}=\delta\dfrac{\partial u}{\partial x}-z\delta\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ \delta e_{yy}=\delta\dfrac{\partial v}{\partial y}-z\delta\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ \delta e_{xy}=\delta\dfrac{\partial u}{\partial y}+\delta\dfrac{\partial v}{\partial x}-z\delta\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}. \end{cases} \quad (8)$$

Вариация потенциали (6) - формуладаги e_{xx}, e_{yy}, e_{xy} ни (8) – формуладан келтириб қўйилади. Бу ерда пластина қалинлиги бўйича бирлаштирилади.

$$\left.\begin{aligned} e_{xx}&=\frac{1}{E}\left(\sigma_{xx}-\mu\sigma_{yy}\right)+\alpha_T(T-T_0), \\ e_{yy}&=\frac{1}{E}\left(\sigma_{yy}-\mu\sigma_{xx}\right)+\alpha_T(T-T_0), \\ e_{xy}&=\frac{1+\mu}{E}\sigma_{xy}, \end{aligned}\right\} (9) \quad \left.\begin{aligned} \sigma_{xx}&=\frac{E}{1-\mu^2}\left(e_{xx}-\mu e_{yy}\right)-\frac{1}{1-\mu}\alpha_T(T-T_0), \\ \sigma_{yy}&=\frac{E}{1-\mu^2}\left(e_{yy}-\mu e_{xx}\right)-\frac{1}{1-\mu}\alpha_T(T-T_0), \\ \sigma_{xy}&=\frac{E}{1+\mu}e_{xy}. \end{aligned}\right\}$$

(10)

Потенсиал энергия вариацияси (1) - формуладагига e_{xx}, e_{yy}, e_{xy} ни (3) – формуладан келтириб қўйилади. Бу ерда пластина қалинлиги бўйича бирлаштирилади. Дюамеля-Неймана муносабати ва Гук қонунидан фойдаланиб ушбу ифодани келтириб чиқарамиз[1].

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{xx}&=\frac{E}{1-\mu^2}\left[\frac{\partial u}{\partial x}-z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\mu\frac{\partial v}{\partial y}+\mu z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right]-\alpha_T(T-T_0)\frac{1}{1-\mu}, \\ \sigma_{yy}&=\frac{E}{1-\mu^2}\left[\frac{\partial v}{\partial y}-z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\mu\frac{\partial u}{\partial x}+\mu z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]-\alpha_T(T-T_0)\frac{1}{1-\mu}, \\ \sigma_{xy}&=\frac{E}{2(1+\mu)}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\mu\frac{\partial v}{\partial x}-2z\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right). \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

E – эластик модул, μ – Пуассон коэффицэнти, α_T – иссиқликка чидамлилик коэффициэнти. T_0 – пластинканинг дастлабки ҳарорати, T – пластинка ҳарорати

Бу ерда пластина қалинлиги бўйича бирлаштирилади.

$$\delta\Pi=\int_x\int_y\left[\int_z\sigma_{xx}dz\delta\frac{\partial u}{\partial x}-\int_z z\sigma_{xx}dz\delta\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\int_z\sigma_{yy}dz\delta\frac{\partial v}{\partial y}-\int_z z\sigma_{yy}dz\delta\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\right.$$
$$\left.+\int_z\sigma_{xy}dz\delta\frac{\partial u}{\partial y}+\int_z\sigma_{xy}dz\delta\frac{\partial v}{\partial x}-\int_z z\sigma_{xy}dz\delta\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right]dydx \qquad (12)$$

у ерда белгилаш киритамиз:

$$N_{xx}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{xx}dz,\quad N_{yy}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{yy}dz,\quad N_{xy}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{xy}dz;$$
$$M_{xx}=\int_{-h/2}^{h/2}z\sigma_{xx}dz,\quad M_{yy}=\int_{-h/2}^{h/2}z\sigma_{yy}dz,\quad M_{xy}=\int_{-h/2}^{h/2}z\sigma_{xy}dz. \qquad (13)$$

(13) - формуладаги $N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$, (12) - формулага келтириб қўямиз

$$\delta\Pi=\int_x\int_y\left[\overset{(1)}{N_{xx}\delta\frac{\partial u}{\partial x}}-\overset{(2)}{M_{xx}\delta\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}}+\overset{(3)}{N_{yy}\delta\frac{\partial v}{\partial y}}-\overset{(4)}{M_{yy}\delta\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}}+\overset{(5)}{\frac{1}{2}N_{xy}\delta\frac{\partial u}{\partial y}}+\overset{(6)}{\frac{1}{2}N_{xy}\delta\frac{\partial v}{\partial x}}-\overset{(7)}{M_{xy}\delta\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}}\right]dydx.$$

(14)

Потенциал энергиянинг вариациясини ҳар бир ҳадини алоҳида бўлаклаб интеграллаймиз. Чегаравий шартга ва тенгламага тушадиган ҳадларни гуруҳлаб ўхшаш ҳадлар ихчамланади:

$$\delta\Pi=\int_y N_{xx}\delta u-M_{xx}\delta\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial M_{xx}}{\partial x}\delta w+N_{xx}\frac{\partial w}{\partial x}\delta w+\frac{1}{2}N_{xy}\delta v-M_{xy}\delta\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{1}{2}N_{xy}\frac{\partial w}{\partial y}\delta w\Big|_x dy$$
$$+\int_x N_{yy}\delta v-M_{yy}\delta\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial M_{yy}}{\partial y}\delta w+N_{yy}\frac{\partial w}{\partial y}\delta w+\frac{1}{2}N_{xy}\delta u+\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}\delta w+\frac{1}{2}N_{xy}\frac{\partial w}{\partial x}\delta w\Big|_y dx-$$
$$-\iint_{xy}\left[-\frac{\partial N_{xx}}{\partial x}\delta u-\frac{1}{2}\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}\delta u-\frac{\partial N_{yy}}{\partial y}\delta v-\frac{1}{2}\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}\delta v-\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2}\delta w-\frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2}\delta w-\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}\delta w\right]dxdy,$$

(15)

Электромагнит кучларни ҳисобга олган ҳолда ташқи кучлар бажарган вариацион ишнинг умумий кўриниши[12].

$$\int_t\delta Adt=\int_t\int_v\left[(X+K_x)\delta u_1+(Y+K_y)\delta u_2+(Z+K_z)\delta u_3\right]dvdt+$$
$$+\int_t\int_y\int_x\left[(q_x+T_{zx})\delta u_1+(q_y+T_{zy})\delta u_2+(q_z+T_{zz})\delta u_3\right]\Big|_z dxdydt$$

Бунда X, Y, Z, K_x, K_y, K_z- ҳосил бўлувчи ҳажм кучлари, $q_x=q_x^++q_x^-$, $q_y=q_y^++q_y^-$, $q_z=q_z^++q_z^-$, $T_{zx}=T_{zx}^++T_{zx}^-$, $T_{zy}=T_{zy}^++T_{zy}^-$, $T_{zz}=T_{zz}^++T_{zz}^-$ – ҳосил бўлувчи сирт кучлари; $T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}, T_{yx}, T_{yy}, T_{yz}-$ ҳосил бўлувчи контур кучлари.

Мос равишда (1) ва (2) дан ўзгаришларни ташқи кучлар ишининг ўзгаришига алмаштириб, тегишли ҳисоблашларни бажариб, хусусан бўлаклаб интеграллаймиз, ифодаларни алмаштирамиз, u_1, u_2, u_3 қийматларни киритамиз [11]:

Ташқи кучлар ишини ўзгартиришда бўлакалаб интеграллаш амалларини бажарамиз, бундан ташқари қисмлар бўйича интеграллаш амалларини бажарамиз.

$$\delta A=\int_z\int_y\int_x F_x\delta u+F_y\delta v+F_z\delta w\big)dxdydz-\int_z\int_y\left(zF_x\delta w+zP_x\delta v\right)\Big|_x+\int_y\int_x\left(\frac{\partial F_x}{\partial x}\delta w+\frac{\partial P_x}{\partial x}\delta w\right)dxdy-$$
$$-\int_z\int_y\left(zF_y\delta w+zP_y\delta v\right)\Big|_y+\int_x\int_y\left(\frac{\partial F_y}{\partial y}\delta w+\frac{\partial P_y}{\partial y}\delta w\right)dydx+\int_z\int_y\int_x\left(P_x\delta u+P_y\delta v+P_z\delta w\right)dxdydz$$
$$+\int_x\int_z\left(N_{yy}\delta v+N_{xy}\delta u+\frac{\partial M_{yy}}{\partial y}\delta w\right)\Big|_y+\int_y\int_z\left(N_{xx}\delta u+N_{xy}\delta v+\frac{\partial M_{xx}}{\partial x}\delta w\right)\Big|_x dzdy$$

(16)

Пластинанинг қалинлиги бўйича интеграллаш жараёнини бажарамиз.

$$\delta A=\int_x\int_y\left\{hF_x\delta u+hF_y\delta v+hF_z\delta w\right\}dydx+\int_x\int_y\left\{hP_x\delta u+hP_y\delta v+hP_z\delta w\right\}dydx.$$

Электромагнит майдон таъсирида келиб чиқадиган ҳажм кучлар [12]

$$K=\frac{1}{4\pi}rot(rot(u\times H))\times H$$

(идеал ўтказувчан материал учун). Бундан фойдаланган холда:

$$\mathrm{R_x}=\int_z \mathrm{K_x dz}=\frac{\mathrm{h}}{4\pi}\left[(H_y^2+H_z^2)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+H_y^2\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-H_xH_y\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+H_z^2\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y}-H_xH_y\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}-\right.$$
$$\left.-H_xH_z\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}-H_yH_z\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}+H_xH_z\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right],$$

$$\mathrm{R_y}=\int_z \mathrm{K_y dz}=\frac{\mathrm{h}}{4\pi}\left[-H_xH_y\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+H_x^2\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}-H_xH_y\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+H_x^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+(H_x^2+H_z^2)\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\right.$$
$$\left.+H_yH_z\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}-2H_xH_z\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}-H_yH_z\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right],$$

$$\mathrm{R_z}=\int_z \mathrm{K_z dz}=\frac{\mathrm{h}}{4\pi}\left[-H_xH_z\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-H_yH_z\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}-H_xH_z\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y}-H_yH_z\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+(H_y^2-H_x^2)\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\right.$$
$$\left.+4H_xH_y\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}-(H_y^2-H_x^2)\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right]$$

Ҳосил бўлган потенциал энергия вариацияси, кинетик энергия ҳамда иш вариациясини (2) формулага келтириб қўямиз ва умумий ҳаракат тенгламаси ҳосил қиламиз. Шу билан бирга бошланғич ва чегаравий шартларни ҳам келтириб ўтамиз [7].

$$\begin{cases}\rho h\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\dfrac{\partial N_{xx}}{\partial x}+\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial N_{xy}}{\partial y}+R_x+T_{zx}+q_x=0\\ \rho h\dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2}+\dfrac{\partial N_{yy}}{\partial y}+\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial N_{xy}}{\partial x}+R_y+T_{zy}+q_y=0\\ \rho h\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\dfrac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2}\delta w+\dfrac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}\delta w+\dfrac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2}\delta w+R_z+T_{zz}+q_z=0,\\ \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\dfrac{1}{a_T}\dfrac{\partial T}{\partial t}\end{cases} \qquad (17)$$

Бошлағич шарт:

$$\rho h\frac{\partial u}{\partial t}\delta u\Big|_t=0,\rho h\frac{\partial v}{\partial t}\delta v\Big|_t=0,\ \rho h\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\Big|_t=0,\ T\big|_{t=0}=T_0 \qquad (18)$$

Чегаравий шарт:

$$\begin{cases} N_{xx}\delta u\big|_x=0,\ \frac{1}{2}N_{xy}\delta v\Big|_x=0,\ -M_{xx}\delta\frac{\partial w}{\partial x}\Big|_x=0,\ -M_{xy}\delta\frac{\partial w}{\partial y}\Big|_x=0,\\ N_{yy}\delta v\big|_y=0,\ \frac{1}{2}N_{xy}\delta u\Big|_y=0,\ -M_{yy}\delta\frac{\partial w}{\partial y}\Big|_y=0, \end{cases} \qquad (19)$$

$$\begin{cases} \left[-\frac{\partial M_{xx}}{\partial x}+\frac{1}{2}N_{xx}\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{1}{2}N_{xy}\frac{\partial w}{\partial y}\right]\delta w\Big|_x=0,\\ \left[-\frac{\partial M_{yy}}{\partial y}+\frac{1}{2}N_{yy}\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}+\frac{1}{2}N_{xy}\frac{\partial w}{\partial x}\right]\delta w\Big|_y=0,\\ \frac{\partial T}{\partial n}+\alpha_T\left(T-T_0\right)=0\quad \textit{чегарада}; \end{cases}$$

бу ерда:

$$N_{xx}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{xx}dz, N_{yy}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{yy}dz, M_{xx}=\int_{-h/2}^{h/2}z\sigma_{xx}dz, M_{yy}=\int_{-h/2}^{h/2}z\sigma_{yy}dz,\ N_{xy}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{xy}dz;\quad M_{xy}=\int_{-h/2}^{h/2}z\sigma_{xy}dz.$$

Ҳаракат тенгламасидаги $N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$ ўзгарувчиларнинг ўрнига қийматини келтириб қўямиз ва ушбу ифодаларга эга бўламиз.

$$N_{xx}=\frac{Eh}{1-\mu^2}\left[\frac{\partial u}{\partial x}-\mu\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{a_T(T-T_0)}{1-\mu}\right],\ N_{yy}=\frac{Eh}{1-\mu^2}\left[\frac{\partial v}{\partial y}-\mu\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{a_T(T-T_0)}{1-\mu}\right],$$

$$N_{xy}=\frac{Eh}{2(1+\mu)}\left[\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right], M_{xx}=-\frac{E}{1-\mu^2}\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{E}{1-\mu^2}\mu\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$M_{yy}=-\frac{E}{1-\mu^2}\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{E}{1-\mu^2}\mu\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},\ M_{xy}=-\frac{E}{2(1+\mu)}\frac{h^3}{6}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y};$$

Харакат тенгламаси (17) даги $N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$ (13) қийматларини ўрнига келтириб қўямиз.

Кинетик энергия (5), потенциал энергия (14) ва ташқи кучлар ишининг (16) ўзгаришининг олинган натижаларини Кирхкофф-Лев гипотезасини (1) ва ҳисобга олган ҳолда Гамилтон-Остроградский вариацион принципига (2) алмаштирамиз[8]. Коши муносабати (7) мос келадиган бошланғич ва чегара шартларига эга бўлган мувозанат тенгламаларини оламиз.

Қавслар очилиб ўхшаш ҳадлар ихчамланади

$$\begin{cases} -\rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{Eh}{1-\mu^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{Eh}{1-\mu^2}\frac{\mu\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{Eh}{1-\mu^2}\frac{\partial(T-T_0)}{\partial x}\frac{a_T}{1-\mu}+\\ +\frac{1}{2}\frac{Eh}{2(1+\mu)}\frac{\partial u^2}{\partial y^2}-\frac{1}{2}\frac{Eh}{2(1+\mu)}\frac{\partial u^2}{\partial x\partial y}+R_x+T_{zx}+q_x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\rho h\dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2}+\dfrac{Eh}{1-\mu^2}\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}-\dfrac{Eh}{1-\mu^2}\dfrac{\mu\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\dfrac{Eh}{1-\mu^2}\dfrac{\partial(T-T_0)}{\partial y}\dfrac{a_T}{1-\mu}+ \\ +\dfrac{1}{2}\dfrac{Eh}{2(1+\mu)}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\dfrac{1}{2}\dfrac{Eh}{2(1+\mu)}\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}+R_y+T_{zy}+q_y=0 \\ -\rho h\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\dfrac{E}{1-\mu^2}\dfrac{h^3}{12}\dfrac{\partial^4 w}{\partial y^4}-2\dfrac{E}{1-\mu^2}\dfrac{h^3}{12}\dfrac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}-\dfrac{E}{1-\mu^2}\dfrac{h^3}{12}\dfrac{\partial^4 w}{\partial x^2}+R_z+T_{zz}+q_z=0 \\ \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\dfrac{1}{a_T}\dfrac{\partial T}{\partial t} \end{cases} \quad (20)$$

Мазрур тенгламалар юкоридаги бошлангич (18) ва чегаравий шартларни (19) хусусий холларида ечилади.

Хулоса

Ушбу илмий тадқиқот ишида, электромагнит майдон кучларини ҳисобга олган ҳолда мураккаб конструкциявий шаклдаги юпқа изотроп ва анизотроп пластиналарнинг геометрик чизиқли деформацияланиш жараёнлари тадқиқ қилинди.

Бунда, термо-электро-магнит-эластик мураккаб шаклдаги юпқа пластинанинг геометрик чизиқли деформацион-кучланиш ҳолатига электромагнит майдон ва температура таъсирлари ўрганилди, мазкур масаланинг математик модели ишлаб чиқилди;

Ишлаб чиқилган математик модель ва масалани ечишдан олинган натижалардан келгусидаги шу каби масалаларни тадқиқ қилиш жараёнларида фойдаланиш мумкин.

REFERENCES

1. В. Новацкий. Динамические задачи термоупругости. Москва 1970. С:14
2. Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности Ташкент Фан 1966. 392 с.
3. Рахматулин Х.А., Шкенев Ю.С. Взаимодействие сред и полей Ташкент ФАН 1985. 232 с.
4. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. - М.: Наука 1977. 272с.
5. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. Москва 1977. 272с. (17-стр).
6. В.В. Новожилов. Основы нелинейной теории упругости Ленинград 1948. 213 с. (21стр).
7. В.В. Новожилов. Теории упругости СУДПРОМГИЗ 1958. 364 с. (20-стр).
8. Васидзе К. Вариационной методы в теории упругости и пластичности .: Пер с англ. – М.: Мир, 1987. 542 с.
9. Кабулов В.К., Файзуллаев О.Х., Назиров Ш.А. Ал-Хоразми, алгоритм, алгоритмизация. – Ташкент: Фан, 2006 – 664 с.
10. Назиров Ш.А. Трехмерные нелинейные математические модели механики деформируемого твердого тела. Вопросы вычислительной и прикладной математики. Вып № 128. Ташкент 2012. С 14-46.
11. Нуралиев Ф.М. Математические модели магнитоупругости тонких оболочек и пластин. Вопросы вычислительной и прикладной математики. Вып № 128. Ташкент 2012. С 53-63.
12. Nuraliev F. M., Safarov Sh. Sh. Mathematical modeling of processes of the electromagnetic fields’ effecs on thin conductive bodies by the method of R-function. Proceedings of the International Scientific and Practical Conference. Dubai April 20-21, 2015, 24-29 p.