№ 6(45) 2022 ISSN 2181-8460

HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ MATEMATUKИ PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

 $N_{\rm 0} 6(45) 2022$

Журнал основан в 2015 году. Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Бурнашев В.Ф., Гасанов Э.Е. (Россия), Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А., Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Карачик В.В. (Россия), Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамедиева Д.Т., Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Раджабов С.С., Расулов А.С., Самаль Д.И. (Беларусь), Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Шадиметов Х.М., Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Маscagni М. (США), Мin А. (Германия), Rasulev В. (США), Schaumburg Н. (Германия), Singh D. (Южная Корея), Singh М. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна. За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А. Тел.: +(99871) 231-92-45. E-mail: info@pvpm.uz. Сайт: www.pvpm.uz.

Дизайн и компьютерная вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ. Подписано в печать 28.12.2022 г. Формат 60х84 1/8. Заказ №6. Тираж 100 экз.

Содержание

Аннакулова Г.К., Caudoв C.A.	
Устойчивость двухпозиционной гидравлической системы с учетом сухого и вязкого трений на стенках гидроцилиндра	8
Икрамов А.М., Одилов Ж.К.	
Вычислительный алгоритм определения напряженного состояния двумер-	
	18
Назирова Э.Ш., Неъматов А., Шукурова М.	
Численное моделирование задачи двухфазной фильтрации в системе «нефть-	
	26
Хасанов Ж.О.	
Математическое моделирование описанных процессов по кросс-диффузионной	
	39
Равшанов Н., Турсунов У.	
Математическое моделирование процесса ионообменной экстракции суспен-	
зии с учетом эффекта бародиффузии	48
Курбонов Н.М.	
Численное моделирование задачи фильтрации газа в пористой среде при	
наличии массообмена сквозь границы	38
Шафиев Т.Р., Собирова Д.О.	
Нелинейная математическая модель и численный алгоритм для мониторинга	
и прогнозирования концентрации вредных веществ в атмосфере	32
Нормуродов Ч.Б., Турсунова Б.А.	
Численное решение обыкновенного дифференциального уравнения с малым	
параметром при старшей производной спектральным методом	95
$Болтаев \ A.K.$	
Об одной дискретной системе типа Винеры-Хопфа оптимальной квадрату-	
роной формулы)1
Жалолов И.И.	
Алгоритм построения оптимальной квадратурной формулы в пространстве	1 1
Хёрмандера $H_2^{\mu}(R)$	14
Жалолов О.И., Исомиддинов Б.О.	
Нижняя оценка нормы функционала погрешности решетчатых кубатурных $H^{\mu}(\Omega)$	วก
формул в пространстве $H_P^{\mu}(\Omega)$	52
Равшанов Н., Пекосъ О.А., Абдуллаева С.Я., $Ахмедов \ \mathcal{A}$.	
Мобильные технологии и методы искусственного интеллекта в кардиореаби-	1 Q
литации: обзор актуальных задач	±O
Раббимов И.М.	
Алгоритм построения ансамбля деревьев решений для сентиментального анализа текста	3/1
	14

УДК 519.6+004.9:504.064

НЕЛИНЕЙНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ МОНИТОРИНГА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ВРЕДНЫХ ВЕЩЕСТВ В АТМОСФЕРЕ

Шафиев Т.Р., Собирова Д.О. tursunshafiyev@gmail.com

Бухарский государственный университет, 200118, Узбекистан, Бухара, ул. М. Икбол дом 11.

В статье разработана нелинейная математическая модель и эффективный численный алгоритм мониторинга и прогнозирования процесс распространения промышленных выбросов в атмосфере с учетом орографии местности скорости перемещения мелкодисперсных субстанции. Модель описывается многомерными уравнениями в частных производных с соответствующими начальными, внутренними и граничными условиями третьего рода для учета массоперенос через границы раздела. В работе для доказательства адекватности разработанного математического аппарата сопоставлены расчетные с натурными данными взято из конкретного объекта, где вычислительный алгоритм обеспечивает достаточную точность решения на основе чего можно сделать выводы о том, что разработанный математический модель и численный алгоритм имеет определенное преимущество перед другими численными методами. Введение представляет собой вступительную часть статьи, в которой идет речь о целях исследования, описывается суть решаемой проблемы, анализируются причины выбора темы. Введение не должно повторять аннотацию, содержать «воды» и отстраненных рассуждений, не имеющих прямого отношения к исследованию.

Ключевые слова: математическая модель, перенос и диффузия вредных веществ, численный алгоритм.

Цитирование: *Шафиев Т.Р., Собирова Д.О.* Нелинейная математическая модель и численный алгоритм для мониторинга и прогнозирования концентрации вредных веществ в атмосфере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – $2022. - N \cdot 6(45). - C. 82-94.$

1 Введение

На сегодняшний день загрязнение атмосферы является «экологической проблемой» мирового масштаба и математическое моделирование может претендовать на роль «решения» этих задач и принятия управленческих решении. Потому что, математическое моделирование, является эффективным инструментом для оценки и анализа качества воздуха и защита их от загрязняющих веществ. Из анализа проведенных многолетних наблюдений следует, что ни одна стратегия сокращения выбросов и контроля не может быть экономически эффективной без серьезного предварительного применения методов математического моделирования выше указанной задачи. Математическое моделирование — один из эффективного практического инструмента, который может ответить на наши вопросы «что, если». За последние годы учёными разработаны математические инструменты для исследования, прогнозирования и мониторинга экологического состояния промышленных регионов, которые

основывается на – математическую модель, численного алгоритма и программного средства для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ и получены значительные теоретические и прикладные результаты по выше указанной проблемой.

В частности в статье авторов [1] предложено математическая модель расчёта концентрации вредных веществ в атмосфере города. Предложенная математическая модель основывается на системы уравнений переноса универсального вида. Исследовано базовая трехмерная система уравнений в форме универсального уравнения переноса основе математических моделей предложенными М.Е. Берляндом [2] и Г.И. Марчуком [3]. Данный подход исследования позволило авторам упростить процесс моделирования за счёт использования универсальных численных алгоритмов для всех уравнений системы.

В работе [4] представлена методика расчета рассеяния экологически вредных примесей при выбросах из производственной трубы. Получено выражение для расчета концентраций выбросов загрязняющих веществ в приземном слое атмосферы. Проведен проверочный расчет распространения выбросов на примере рассеяния сернистого ангидрида. На основании расчетов предложены рекомендации по реконструкции существующих производственных труб с целью соблюдения экологических и санитарных норм.

В статье [5] оценено влияния местоположения массовых взрывов, начальной высоты подъема пылегазового облака и скорости ветрового потока на верхнем борту карьера на время естественного проветривания карьера и уровень загрязнения атмосферы верхнего борта карьера вниз по ветровому потоку. С помощью программы СОМSOL выполнено компьютерное моделирование аэродинамики и переноса газовой компоненты в двухмерной геометрии. Показано, что для рециркуляционной схемы проветривания наиболее продолжительными являются ситуации местоположения массовых взрывов, смещенных к наветренному борту карьера. Спрогнозирован волнообразный характер выноса загрязнений с разной высотой максимумов и временем выхода на максимальное значение. Получена функциональная зависимость для оценки значения первого максимума загрязнения атмосферы на верхнем борту карьера вниз по потоку от двух переменных - начальной высоты подъема пылегазового облака и скорости набегающего ветрового потока. Доказано, что уменьшение высоты подъема пылегазового облака не гарантирует снижение уровня загрязнения на верхнем борту карьера вниз по потоку.

В работе авторов [6] анализирована загрязнения атмосферы при пылении хвостохранилища проведен с привлечением CFD-моделирования, выполненного с помощью программы Comsol. Для вычисления аэродинамических характеристик применено приближение несжимаемой жидкости с привлечением стандартной модели турбулентности. Процесс распространения мелкодисперсной пыли промоделирован посредством численного решения конвективно-диффузионного уравнения переноса примеси с учетом скорости оседания. Получены распределения динамической скорости для конкретных участков пыления, поинтервальные и суммарные пространственные распределения пылевых загрязнений (частицы пыли диаметром 0-70 мкм с шагом 10 мкм). Проанализированы и обобщены до функциональных зависимостей расчетные уровни загрязнения атмосферы для некоторых городов Российской Федерации, осредненные по количеству сочетаний участков пыления. Обобщенная функциональная зависимость позволило прогнозировать концентрацию пыли в г. Апатиты в зависимости от площади пыления случайным образом выбранных дискретных участков на поверхности хвостохранилища и скорости ветрового потока,

а также определять критическую площадь пыления, при которой уровень загрязнения атмосферы достигает предельно допустимых концентраций в зависимости от скорости ветрового потока.

В работе авторов [7] обсуждается аэрозольное загрязнение атмосферы в Южном Приаралье как фактор климатических изменений в регионе. Основными причинами загрязнения являются ветровой и конвективный выносы почвенных частиц с подстилающей поверхности. Поскольку влияние ветрового выноса аэрозоля с осущенного дна Аральского на региональный климат изучено в выполненных ранее нами исследованиях, в данной работе впервые в качестве фактора увеличения летних температур воздуха в Южном Приаралье рассматривается лишь конвективный вынос почвенных микрочастиц с пустынных поверхностей. В работе приведены результаты расчетов массовой концентрации аэрозоля в приземном слое атмосферы, обусловленной конвективными потоками. В результате численных экспериментов авторами выявлена зависимость повышения температуры воздуха конвективным выносом почвенных частиц от дисперсности аэрозоля в диапазоне 0.3-50С.

В работе [8] предложено методология для моделирование и оптимальный контроль опасности загрязнения атмосферы при ядерных и химических катастрофах. Для прогнозирования загрязнения атмосферы при ядерных и химических катастрофах использовано модели атмосферной дисперсии и модели оценки опасностей взрыва, и с помощью этих моделей было построено специальный вычислительный алгоритм и приложение для моделирования рассеивания газов. Исследовано результаты модельных и экспериментальных данных. Метеорологические данные были смоделированы с помощью мезомасштабной модели прогнозирования погоды MESO, а распределение концентраций смоделировано с помощью модели CDM (Atmospheric Pollution Chemical Accident Hazard Predicting) [9].

В статье [10] рассматривается численное моделирование процесса рассеивания атмосферных загрязнителей с учетом скорости осаждения частиц. Модель процесса описывается уравнениями в частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями. При построении модели использовано основные законы гидродинамики, а также набор параметров, существенно влияющих на процесс: погодные условия; способность поглощения атмосферы; свойства частиц и т. д. Разработано уравнение для расчета скорости осаждения твердых сферических частиц. Для численного решения задачи использовалась неявная конечно-разностная схема по времени со вторым порядком точности.

В статье [11] разработана математическая модель для рассеивания и перенос загрязняющих веществ в атмосфере. Исследована распространения активных и пассивных примесей из мгновенного точечного источника в атмосфере, а также предложено результаты исследования частичного поглощения примесей. Предложенном математическом модели задачи включает уравнения переноса, коэффициент вязкости и турбулентности, которые принимают постоянные значения.

В работе авторов [12] исследован влияния различных типологий городских кварталов на распространение городских загрязнителей. Пять типологий, полученных из реальных городов, были исследованы с использованием метода вычислительной гидродинамики: моноблочные, отдельно стоящие здания, центральный двор, внутренние дворы и ряд. Численное моделирование проводилось с использованием уравнений URANS (нестационарное усреднение по Рейнольдсу-Навье-Стокса) и для описания турбулентности использован модель. Для проверки адекватности разработанного математического аппарата авторы его применили с использованием экспериментальных

данных в аэродинамической трубе. Из полученных результатов авторы сделали вывод что чем больше скорость ветра, тем ниже концентрации загрязняющих веществ. Особые внимания удалено на расположения незастроенных участков, потому что эти участки являлись более важным параметром на рассеивания загрязняющих веществ.

В статье авторов [13] предлагаться методика расчета загрязнения промышленных центров города Воронежа тяжелимы металлами с учётом влияния конкретных промышленных объектов в локальном и региональном масштабе. Проведена оценка концентрации загрязняющих веществ в атмосферном воздухе и снеге в непосредственной близости от промышленного источника загрязняющих веществ на расстоянии 100 км. Приведенные результаты показывают, что предлагаемая модель может быт успешно использовано для расчета долгопериодных средних концентраций от промышленных источников с учетом локальной, региональной составляющей выбросов. Практика показывает, что для достаточно точного прогнозирования процесса рассеивания загрязняющих веществ в атмосфере необходимо учитывать в математических моделях такие факторы, как: изменение скорости выброса аэрозолей в атмосферу по трем направлениям; изменение коэффициента диффузии и коэффициента турбулентного перемешивания при устойчивой и неустойчивой стратификации; характеристика розы ветров и орография местности; фазовый переход веществ, возникающий из-за изменения температуры в слоях атмосферы. В работе авторов [14] рассматривается математическая модель, учитывающая эти факторы и ориентированная на краткосрочный прогноз концентрации загрязняющих веществ в пограничном слое атмосферы в промышленных регионах. Разработанная математическая модель основана на законе сохранения массы и импульса и описывается уравнениями переноса и диффузии. Также авторы разработали численный алгоритм и программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов. Проверка модели проводилась на основе краткосрочного прогноза концентрации твердых мелких частиц, выбрасываемых существующим цементным заводом в Самаркандской области Узбекистана.

Статья авторов [15] посвящена моделированию качества воздуха на основе ГИС технологии. Данная технология подразумевает интеграцию разнородных данных и веб-сервисов в автономную систему моделирования. Для исследования рассматриваемого процесса была разработана математическая модель, учитывающая такие важные параметры, как скорость осаждения частиц, коэффициент поглощения и коэффициент взаимодействия с земной поверхностью. Авторы предлагают на основе полученных результатов оптимальном размещении вновь проектируемых мощностей в промышленных регионах. А также оценена масштабы распространения вредных выбросов с последующим принятием решений по минимизации экологических рисков.

В статье авторов [16] разработан эффективный инструмент для преобразования результатов, полученных с помощью интегрированного подхода вычислительной гидродинамики (CFD - computational fluid dynamics [17]) и вычислительной динамики реакций (CRD - computational reaction dynamics [18]), и их визуализации в Google Earth. Наиболее часто используемые методы визуализации пересматриваются и внедряются в инструмент преобразования. Потенциал этого инструмента продемонстрирован на примере образования смога из-за интенсивных выбросов транспортных средств в Роттердаме (Нидерланды). Авторы показали, что Google Планета Земля может предоставить эффективные с вычислительной точки зрения и удобные для пользователя средства представления данных. Разработанная авторами функ-

ция может быть очень полезна для визуализации загрязнения на уровне улиц, что имеет большое значение для жителей города.

Подробный анализ научных работ связанных с проблемой математического моделирования процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере показало, что при математическом моделировании и исследовании процесса распространения вредных веществ в атмосфере в выше указанных работах: во первых, не рассмотрено скорости перемещения аэрозольных частиц в атмосфере в зависимости скоростей воздушного потока в атмосфере, которые изменяются со временем; во вторых, во всех приведенных математических моделях процесса, не учитывалась орография местности.

Исходя из вышесказанного целю данной статьи является разработка нелинейной математической модели для мониторинга и прогнозирования процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере, и разрабатываемая математическая модель должна учитывать возможность расчета загрязнения атмосферы учетом орографии местности, скорость и направление ветра, скорости перемешивания частиц, а также погодно-климатические факторы.

2 Методы

Подробный анализ научных работ связанных с проблемой математического моделирования процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере показало, что при математическом моделировании и исследовании процесса распространения вредных веществ в атмосфере в выше указанных работах: во первых, не рассмотрено скорости перемещения аэрозольных частиц в атмосфере в зависимости скоростей воздушного потока в атмосфере, которые изменяются со временем; во вторых, во всех приведенных математических моделях процесса, не учитывалась орография местности.

Исходя из вышесказанного целю данной статьи является разработка нелинейной математической модели для мониторинга и прогнозирования процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере, и разрабатываемая математическая модель должна учитывать возможность расчета загрязнения атмосферы учетом орографии местности, скорость и направление ветра, скорости перемешивания частиц, а также погодно-климатические факторы.

2.1 Постановка задачи

Для исследования процесса переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере с учетом существенных параметров $u_{\tt q}, v_{\tt q}, w_{\tt q}$, составляющие скорости ветра по направлениям x,y,z, соответственно и h параметр для определения рельефа местности рассмотрим математическую модель, описывающую на основе закона гидромеханики с помощью многомерного дифференциального уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_{\mathbf{q}} \frac{\partial h \theta}{\partial x} + v_{\mathbf{q}} \frac{\partial h \theta}{\partial y} + w_{\mathbf{q}} \frac{\partial h \theta}{\partial z} + \sigma h \theta = \mu \left(\frac{\partial^2 h \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h \theta}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varkappa \frac{\partial h \theta}{\partial z} \right) + \delta Q; \quad (1)$$

$$m\frac{du_{\mathbf{q}}}{dt} = c_f \pi r^2 \rho_{\mathbf{B}} (u_{\mathbf{q}} - U)^2; \tag{2}$$

$$m\frac{du_{\mathbf{q}}}{dt} = c_f \pi r^2 \rho_{\mathbf{B}} (v_{\mathbf{q}} - U)^2; \tag{3}$$

$$m\frac{dw_{\rm q}}{dt} = -\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{\rm q} - \rho_{\rm B})g - k_f \mu_{\rm B}\pi r w_{\rm q} + F_n \tag{4}$$

с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\theta(x, y, z, 0) = \theta^{0}(x, y, z), \ u_{\mathbf{q}} = u(0), \ v_{\mathbf{q}} = v(0), \ w_{\mathbf{q}} = w(0), \ \text{at } t = 0;$$
 (5)

и граничными условиями

$$-\mu \frac{\partial h\theta}{\partial x}\Big|_{x=0} = \xi h \left(\theta_{\rm B} - \theta\right); \qquad \mu \frac{\partial h\theta}{\partial x}\Big|_{x=L_{\rm T}} = \xi h \left(\theta_{\rm B} - \theta\right); \tag{6}$$

$$-\mu \frac{\partial h\theta}{\partial y}\Big|_{y=0} = \xi h \left(\theta_{\text{\tiny B}} - \theta\right); \qquad \mu \frac{\partial h\theta}{\partial y}\Big|_{y=L_y} = \xi h \left(\theta_{\text{\tiny B}} - \theta\right); \tag{7}$$

$$-\varkappa \frac{\partial h\theta}{\partial z}\Big|_{z=0} = \xi h \left(\beta \theta - F_0\right); \qquad \varkappa \frac{\partial \theta h}{\partial z}\Big|_{z=H} = \xi h \left(\theta_{\rm B} - \theta\right); \tag{8}$$

где $U=\sqrt{u^2+v^2+w^2}$. Здесь, t-время; x,y,z-координаты; θ -концентрация распространяющегося вещества; h-параметр для определения рельефа местности; σ -коэффициент поглощения вредных веществ в атмосфере; μ -коэффициент диффузии; \varkappa -коэффициент турбулентности; δ -функция Дирака; Q-мощность источников; θ^0 -первичная концентрация вредных веществ в атмосфере; m-масса частицы; c_f -коэффициент лобового сопротивления частиц; r-радиус частицы; $\rho_{\rm B}$ -плотность воздуха; $\rho_{\rm q}$ -плотность частиц; g-ускорения свободного падания; k_f -коэффициент формы тела для силы сопротивления; $\mu_{\rm q}$ -вязкость воздуха; F_n -подъёмная сила воздушного потока; β -коэффициент взаимодействия с подстилающей поверхности; ξ -коэффициент для проведения граничного условия к размерному виду; $\theta_{\rm B}$ -концентрация взвешенных веществ в соседних областях решаемых задач.

Так как поставленная задача описывается системой нелинейных уравнений в частных производных, то получить аналитическое решение затруднительно. Учитывая сказанное выше, при численном решении задачи с целью повышения порядка аппроксимации по пространственным переменным. Параметр для определения рельефа местности определяется при помощи соотношения [19]:

$$h = \left\{ \begin{array}{l} 0 - \text{если слой находится под землой;} \\ 1 - \text{если слой находится в атмосфере} \\ \frac{\left(\eta - z_{k-0,5}\right)}{\Delta z} - \text{если слой находится под орографической поверхностью.} \end{array} \right.$$

Здесь η высота возвышенности над плоскостью, параллельной уровню моря, а $\Delta z = z_{k+0,5} - z_{k-0,5}$. Для каждого слоя вводится множитель $h(0 \le h \le 1)$, определяющий степень блокирования воздушного потока.

2.2 Вычислительный алгоритм

Так как, задача (1)-(8) описывается многомерным нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных с соответствующими начальными и краевыми условиями, то получить ее решение в аналитической форме затруднительно. Для решения задачи используем неявную конечно-разностную схему по времени со вторым порядком точности соответственно по x, y, z,и в конечном итоге получим система алгебраических уравнений относительно Ox [20], [21]:

$$a_{i,j,k}\theta_{i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{i,j,k}\theta_{i,j,k}^{n+1/3} + c_{i,j,k}\theta_{i+1,j,k}^{n+1/3} = -d_{i,j,k}$$

где прогоночные коэффициенты $\alpha_{0,j,k}$ и $\beta_{0,j,k}$ вычисляется с помощью:

$$\begin{split} a_{i,j,k} &= \frac{\mu h_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{u^{n+1/3} + |u^{n+1/3}|}{4\Delta x} h_{i-0,5,j,k}; \\ b_{i,j,k} &= \frac{\mu h_{i+0,5,j,k} + \mu h_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2} - \frac{|u^{n+1/3}| h_{i,j,k}}{2\Delta x} + \frac{3}{2\Delta t} + h_{i,j,k} \sigma; \\ c_{i,j,k} &= \frac{\mu h_{i+0,5,j,k}}{\Delta x^2} - \frac{u^{n+1/3} - |u^{n+1/3}|}{4\Delta x} h_{i+0,5,j,k} - \frac{3}{2\Delta t}; \\ d_{i,j,k} &= \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{h_{i,j+0,5,k} + h_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2} \mu - \frac{\varkappa_{k+0,5} h_{i,j,k+0,5} + \varkappa_{k-0,5} h_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2} - \frac{|u^{n+1/3}| h_{i,j,k}}{2\Delta x} - \frac{|v^{n+1/3}| h_{i,j,k}}{\Delta y} - \frac{|w^{n+1/3}| h_{i,j,k}}{\Delta z} \right) \theta_{i,j,k}^n + \\ &+ \left(\frac{u^{n+1/3} + |u^{n+1/3}|}{4\Delta x} h_{i-0,5,j,k} \right) \theta_{i-1,j,k}^n + \\ &+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{u^{n+1/3} - |u^{n+1/3}|}{4\Delta x} h_{i+0,5,j,k} \right) \theta_{i+1,j,k}^n + \\ &+ \left(\frac{\mu}{\Delta y^2} + \frac{v^{n+1/3} + |v^{n+1/3}|}{2\Delta y} \right) h_{i,j-0,5,k} \theta_{i,j-1,k}^n + \\ &+ \left(\frac{\mu}{\Delta y^2} - \frac{v^{n+1/3} - |v^{n+1/3}|}{2\Delta y} \right) h_{i,j+0,5,k} \theta_{i,j+1,k}^n + \\ &+ \left(\frac{\varkappa_{k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{w^{n+1/3} + |w^{n+1/3}|}{2\Delta z} \right) h_{i,j,k-0,5} \theta_{i,j,k-1}^n + \\ &+ \left(\frac{\varkappa_{k+0,5}}{\Delta z^2} - \frac{w^{n+1/3} - |w^{n+1/3}|}{2\Delta z} \right) h_{i,j,k+0,5} \theta_{i,j,k+1}^n + \frac{1}{3} \delta_{i,j,k} Q. \end{split}$$

Аппроксимируя граничное условия (6) при x=0, открывая скобки, группируя схожие члены уравнения получим значения $\theta_{0,j,k}^{n+1/3}$:

$$\theta_{0,j,k}^{n+1/3} = \frac{4\mu c_{1,j,k} h_{0,5,j,k} - b_{1,j,k} \mu h_{1,j,k}}{3\mu c_{1,j,k} h_{0,j,k} - a_{1,j,k} \mu h_{1,j,k} + 2\Delta x \xi c_{1,j,k} h_{0,j,k}} \theta_{1,j,k}^{n+1/3} + \frac{d_{1,j,k} \mu h_{1,j,k} + 2\Delta x \xi c_{1,j,k} h_{0,j,k} \theta_E}{3\mu c_{1,j,k} h_{0,j,k} - a_{1,j,k} \mu h_{1,j,k} + 2\Delta x \xi c_{1,j,k} h_{0,j,k}};$$

где прогоночные коэффициенты $\bar{\alpha}_{i,0,k}$ и $\bar{\beta}_{i,0,k}$ вычисляется с помощью:

$$\bar{\alpha}_{i,0,k} = \frac{4\mu\bar{c}_{i,1,k}h_{i,0,5,k} - b_{i,1,k}\mu h_{i,1,k}}{3\mu\bar{c}_{i,1,k}h_{i,0,k} - \bar{a}_{i,1,k}\mu h_{i,1,k} + 2\Delta y\xi\bar{c}_{i,1,k}h_{i,0,k}};$$

$$\bar{\beta}_{i,0,k} = \frac{\bar{d}_{i,1,k}\mu h_{i,1,k} + 2\Delta y\xi\bar{c}_{i,1,k}h_{i,0,k}\theta}{3\mu\bar{c}_{i,1,k}h_{i,0,k} - \bar{a}_{i,1,k}\mu h_{i,1,k} + 2\Delta y\xi\bar{c}_{i,1,k}h_{i,0,k}}.$$

Далее, аппроксимируя граничное условия (7) при $y=L_y$, открывая скобки, группируя схожие члены уравнения получим значения $\theta_{i,M,k}^{n+2/3}$:

$$\theta_{i,M,k}^{n+2/3} = \frac{2\Delta y \xi h_{i,M,k} \theta - (\bar{\alpha}_{i,M-2,k} \bar{\beta}_{i,M-1,k} h_{i,M-1,k} + \bar{\beta}_{i,M-2,k} h_{i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{i,M-1,k} h_{i,M-0,5,k}) \mu}{(\bar{\alpha}_{i,M-2,k} \bar{\alpha}_{i,M-1,k} h_{i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{i,M-1,k} h_{i,M-0,5,k} + 3h_{i,M,k}) \mu + 2\Delta y \xi h_{i,M,k}};$$

Значения последовательности концентрации $\theta_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}, \theta_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}, ..., \theta_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ определяются методом обратной прогонки.

Аналогично, используя вышеуказанную технологию по координате Oz и получим:

$$\bar{\bar{a}}_{i,j,k}\theta_{i,j,k-1}^{n+1} - \bar{\bar{b}}_{i,j,k}\theta_{3,i,j,k}^{n+1} + \bar{\bar{c}}_{i,j,k}\theta_{i,j,k+1}^{n+1} = -\bar{\bar{d}}_{i,j,k},$$

где элементы матрицы переноса вычисляются:

$$\begin{split} \bar{a}_{i,j,k} &= \frac{\varkappa_{k-0,5}h_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2} + \frac{w^{n+1} + |w^{n+1}|}{4\Delta z} h_{i,j,k-0,5}; \\ \bar{b}_{i,j,k} &= \frac{\varkappa_{k-0,5}h_{i,j,k-0,5} + \varkappa_{k+0,5}h_{i,j,k+0,5}}{\Delta z^2} + \frac{|w^{n+1}| h_{i,j,k}}{2\Delta z} + \frac{3}{2\Delta t} + h_{i,j,k}\sigma; \\ \bar{c}_{i,j,k} &= \frac{\varkappa_{k+0,5}h_{i,j,k+0,5}}{\Delta z^2} - \frac{w^{n+1} - |w^{n+1}|}{4\Delta z} h_{i,j,k+0,5} - \frac{3}{2\Delta t}; \\ \bar{d}_{i,j,k} &= \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{h_{i+0,5,j,k} + h_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2} \mu - \frac{|w^{n+1}| h_{i,j,k}}{2\Delta x} - \frac{|w^{n+1}| h_{i,j,k}}{2\Delta x} - \frac{|w^{n+1}| h_{i,j,k}}{2\Delta z}\right) \theta_{i,j,k}^{n+2/3} + \\ &+ \left(\frac{\mu}{\Delta x^2} + \frac{u^{n+1} + |u^{n+1}|}{2\Delta x}\right) h_{i-0,5,j,k} \theta_{i-1,j,k}^{n+2/3} + \\ &+ \left(\frac{\mu}{\Delta x^2} - \frac{u^{n+1} - |u^{n+1}|}{2\Delta x}\right) h_{i,j-0,5,k} \theta_{i,j-1,k}^{n+2/3} + \\ &+ \left(\frac{\mu}{\Delta y^2} + \frac{v^{n+1} + |v^{n+1}|}{2\Delta y}\right) h_{i,j-0,5,k} \theta_{i,j-1,k}^{n+2/3} + \\ &+ \left(\frac{\mu}{\Delta y^2} - \frac{v^{n+1} - |v^{n+1}|}{2\Delta y}\right) h_{i,j+0,5,k} \theta_{i,j-1,k}^{n+2/3} + \\ &+ \left(\frac{w^{n+1} + |w^{n+1}|}{4\Delta z} h_{i,j,k-0,5}\right) \theta_{i,j-1,k}^{n+2/3} + \\ &+ \left(\frac{3}{2\Delta t} - \frac{w^{n+1} - |w^{n+1}|}{4\Delta z} h_{i,j,k+0,5}\right) \theta_{i,j+1,k}^{n+2/3} + \frac{1}{3} \delta_{i,j,k} Q. \end{split}$$

Аппроксимируя граничное условия (8) при z=0, открывая скобки, группируя схожие члены уравнения получим значения $\theta_{i,j,0}^{n+1}$:

$$\theta_{i,j,0}^{n+1} = \frac{4\varkappa_{1}\bar{c}_{1}h_{i,j,0,5} - \bar{b}_{1}\varkappa_{1}h_{i,j,1}}{3\varkappa_{1}\bar{c}_{1}h_{i,j,0} - \bar{a}_{1}\varkappa_{1}h_{i,j,1} - 2\Delta z\beta\bar{c}_{1}h_{i,j,0}}\theta_{i,j,1}^{n+1} + \frac{\bar{d}_{1}\varkappa_{1}h_{i,j,1} - 2\Delta z\bar{c}_{1}h_{i,j,0}F_{0}}{3\varkappa_{1}\bar{c}_{1}h_{i,j,0} - \bar{a}_{1}\varkappa_{1}h_{i,j,1} - 2\Delta z\beta\bar{c}_{1}h_{i,j,0}F_{0}};$$

где прогоночные коэффициенты $\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,0}$ и $\bar{\bar{\beta}}_{i,j,0}$ вычисляется с помощью:

$$\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,0} = \frac{4\varkappa_1\bar{\bar{c}}_1h_{i,j,0,5} - \bar{\bar{b}}_1\varkappa_1h_{i,j,1}}{3\varkappa_1\bar{\bar{c}}_1h_{i,j,0} - \bar{\bar{a}}_1\varkappa_1h_{i,j,1} - 2\Delta z\beta\bar{\bar{c}}_1h_{i,j,0}};$$

$$\bar{\bar{\beta}}_{i,j,0} = \frac{\bar{d}_1 \varkappa_1 h_{i,j,1} - 2\Delta z \bar{c}_1 h_{i,j,0} F_0}{3\varkappa_1 \bar{\bar{c}}_1 h_{i,j,0} - \bar{\bar{a}}_1 \varkappa_1 h_{i,j,1} - 2\Delta z \beta \bar{\bar{c}}_1 h_{i,j,0}}.$$

Аппроксимируя граничное условия (8) при $z = L_z$, открывая скобки, группируя схожие члены уравнения получим значения $\theta_{i,j,0}^{n+1}$:

$$\theta_{i,j,L}^{n+1} = \frac{2\Delta z \xi h_{i,j,L} \theta - \left(\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-2}\bar{\bar{\beta}}_{i,j,L-1}h_{i,j,L-1} + \bar{\bar{\beta}}_{i,j,L-2}h_{i,j,L-1} - 4\bar{\bar{\beta}}_{i,j,L-1}h_{i,j,L-0,5}\right)\mu}{\left(\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-2}\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-1}h_{i,j,L-1} - 4\bar{\bar{\alpha}}_{i,j,L-1}h_{i,j,L-0,5} + 3h_{i,j,L}\right)\mu + 2\Delta z \xi h_{i,j,L}}$$

Для решения уравнения (2)-(4) используем неявную схему:

$$u_{\mathbf{q}}^{n+\frac{1}{3}} = \frac{3m}{3m - 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}\tilde{u}\Delta t + 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}U\Delta t}u_{\mathbf{q}}^{n} - \frac{c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}\tilde{u}^{2}\Delta t + c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}U^{2}\Delta t}{3m - 2c_{f}\pi r^{2}\rho\tilde{u}\Delta t + 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}U\Delta t}.$$

$$v_{\mathbf{q}}^{n+\frac{1}{3}} = \frac{3m}{3m - 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}\tilde{v}\Delta t + 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}U\Delta t}v_{\mathbf{q}}^{n} - \frac{c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}\tilde{v}^{2}\Delta t + c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}U^{2}\Delta t}{3m - 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}\tilde{v}\Delta t + 2c_{f}\pi r^{2}\rho_{\mathbf{B}}U\Delta t};$$

$$w_{\mathbf{q}}^{n+\frac{1}{3}} = \frac{9m}{9m + 3k_{F}\mu_{\mathbf{q}}\pi r\Delta t}w_{g}^{n} - \frac{4\pi r^{3}(\rho_{\mathbf{n}} - \rho_{\mathbf{B}})g\Delta t - 3F_{\mathbf{n}}\Delta t}{9m + 3k_{F}\mu_{\mathbf{q}}\pi r\Delta t}.$$

Аналогично, используя вышеуказанную технологию вычисляется значения $u_{\mathbf{q}}^{n+\frac{2}{3}}, u_{\mathbf{q}}^{n+1}, v_{\mathbf{q}}^{n+\frac{2}{3}}, v_{\mathbf{q}}^{n+1}, w_{\mathbf{q}}^{n+\frac{2}{3}}, w_{\mathbf{q}}^{n+1}$ на каждом временном слое.

Сходимость итерационного процесса проверяться с помощью условий:

$$|u^{(s+1)} - u^{(s)}| < \varepsilon; |v^{(s+1)} - v^{(s)}| < \varepsilon; |w_a^{(s+1)} - w_a^{(s)}| < \varepsilon;$$

здесь ε - требуемая точность решения, S- число итерации, при этом начальное итерационное значение выбирается равным решению на предыдущем временном слое.

3 Результаты

В рамках данного исследования разработан объектно-ориентированный программноинструментальный комплекс, включающий в себя ряд связанных программных средств, разработанных с помощью современных, наиболее широко распространенных технологий, таких как Microsoft Visual Studio (язык С#), фреймворк Microsoft .NET Framework 4.6.2, наборы библиотек визуализации Ilnumerics и др.

Проведены вычислительные эксперименты для изучения процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере с учетом орографии рассматриваемой территории.

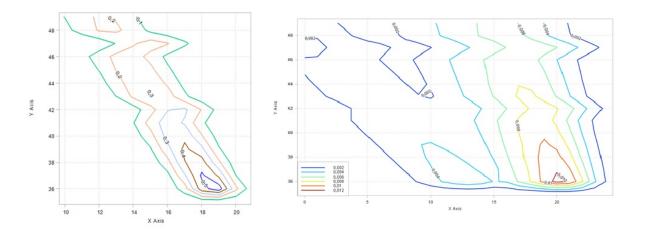


Рис. 1 Результат вычислительных экспериментов с учетом орографии рассматриваемой местности для исследования процесса переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере (z=10m).

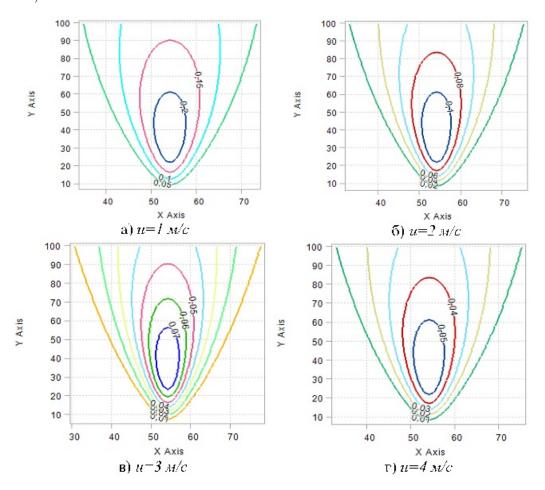


Рис. 2 Визуализация процесса переноса и диффузии оксида серы (IV) при разных скоростях ветра ($\Pi Д K = 0,05 \text{мг/м3}$).

На рис.2 можно видеть, что при учете параметра h орографии рассматриваемой территории как одного из основных параметров в математической модели, тогда

можно видеть, что вредные вещества распространяются по местности неравномерно. При выбросе вредных веществ из источника и распространения их в атмосфере после прохождения частицей орографии местности, т.е. h=1, процесс переноса и диффузии проходит равномерно (рис. 2). В соответствии с результатами проведенных вычислительных экспериментов можно сказать, что на горизонтальную и вертикальную скорость частиц вредных веществ наряду со скоростью ветров разных направлений также подтверждено сильное воздействие физико-механических свойств рассматриваемого вредного вещества (радиус, плотность, масса и другие свойства частицы).

4 Выводы

Разработана математическая модель для прогнозирования, мониторинга и оценки экологического состояния атмосферы и подстилающей поверхности загрязняющими веществами, где учитываются орография местности и изменяющаяся скорость перемещения частиц в атмосфере.

Для вычисления скоростей перемещения частиц вредных веществ в атмосфере получена система нелинейных уравнений, где учтены основные физико-механические свойства частиц и скорость перемещения воздушной массы атмосферы.

Для определения соотношения рельефа местности предложена функциональная зависимость, которая определяет коэффициента орографии местности на каждом временном слое.

Так как разработанная нелинейная математическая модель мониторинга и прогнозирования процесса распространения вредных веществ в атмосфере описывается многомерным нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных с соответствующими начальными и краевыми условиями, для ее решения разработан численный алгоритм с использованием неявной конечно-разностной схемы со вторым порядком точности.

Полученные результаты в виде математического обеспечения могут быть успешно использованы для мониторинга распростронения вредных веществ в атмосфере, а также оптимального размещения вновь построенных объектов в промышленных регионах; для оценки масштабов промышленных выбросов в окружающую среду; для оценки концентраций вредных веществ в атмосфере и на подстилающей поверхности с последующим принятием решений по минимизации рисков нарушения окружающей среды.

Литература

- [1] Сухинов А.И., Гадельшин В.К., Любомищенко Д.С. Математическое моделирование распространения вредных примесей в атмосфере города на основе іосу метода // Известия ЮФУ. Технические науки. 2005. С. 177–186.
- [2] Берлянд M.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы // Гидрометеоиздат. -1985.-272 с.
- [3] $\mathit{Марчук}\ \Gamma$. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. // М: Наука 1982. 320 с.
- [4] *Янов А.Ю.* Распространение экологически вредных примесей в приповерхностном слое атмосферы // Инновации в науке. № 32. 2014. 320 с.
- [5] *Амосов П.В.* Результаты анализа численного моделирования процесса проветривания карьера при различных местоположениях пылегазового облака и вариации скорости ветрового потока // Известия СПбГТИ (ТУ). − № 60(82). − 2022. − P. 63–69.

- [6] Амосов П.В. et al. Численное моделирование загрязнения атмосферы в подходах случайного выбора дискретных участков пыления и поинтервального распределения размера пыли // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института. № 1(60). 2022. Р. 62—73.
- [7] Тлеумуратова, Б.С. Нарымбетов Б.Ж. Конвективный вынос аэрозоля в пустынных зонах как фактор повышения температуры воздуха // Аридные экосистемы. \mathbb{N} 1(60). 2022. Р. 11–19.
- [8] Shunxiang H. et al. Modeling and Optimal Control of Atmospheric Pollution Hazard in Nuclear and Chemical Disasters // UTAM Symposium on the Dynamics of Extreme Events Influenced by Climate Change. Procedia IUTAM 17 – 2015. – P. 79–90.
- [9] HUANG S. et al. Numerical Simulation and Experimental Comparison on Atmospheric Pollution Chemical Accident Hazard Predicting(CDM) // Acta Sci. Nat. Univ. Pekin. – vol.47 – № 4. – 2011. – P. 664–670.
- [10] Muradov F., Akhmedov D. Numerical Modeling of Atmospheric Pollutants Dispersion Taking into Account Particles Settling Velocity // International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities.ICISCT – 2019.
- [11] Aydosov A., Urmashev B., Zaurbekova G. Modeling the spread of harmful substances in the atmosphere at a variable velocity profile // Open Eng. vol.1 Nº 6. 2016. P. 264–269.
- [12] Trindade da Silva F. et al. The impact of urban block typology on pollutant dispersion // J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. Elsevier B.V. − vol.210 № 6. − 2022. − P. 104−113.
- [13] *Астанин И.К.*, *Астанина Н.Н.* Расчет рассеивания промышленных выбросов загрязняющих веществ в атмосфере // Вестник ВГУ, серия География. Геоэкология. vol.1 2006. P. 47–52.
- [14] Sharipov D., Muradov F., Akhmedov D. Numerical modeling method for short-term air quality forecast in industrial regions // Appl. Math. E Notes. 2019.
- [15] Akhmedov D., Ravshanov N., Muradov F. Mathematical software to study the harmful substances diffusion in the atmosphere // PONTE Int. Sci. Res. J. 2018.
- [16] Liu D., Kenjeres S. Google-earth based visualizations for environmental flows and pollutant dispersion in urban areas // Int. J. Environ. Res. Public Health. 2017.
- [17] Thabet S., Thabit T.H. Computational Fluid Dynamics: Science of the Future // Int. J. Res. Eng. Marwah Infotech vol.5 N^o 6. 2018. P. 430–433.
- [18] Laganà A., Riganelli A. Computational Reaction and Molecular Dynamics: from Simple Systems and Rigorous Methods to Large Systems and Approximate Methods // Reaction and Molecular Dynamics. Springer, Berlin, Heidelberg, 2000. P. 1–12.
- [19] Sharipov D.K., Tashtemirova N., Narzullayeva N. Numerical modeling of the spread of harmful substances in the atmosphere taking into account terrain // Probl. Comput. Appl. Math vol.1 2016. P. 60–72.
- [20] Ravshanov N., Shafiev T.R., Tashtemirova N. Nonlinear mathematical model for monitoring and forecasting the process of distributing aerosol particles in the atmosphere // Bull. TUIT Manag. Commun. Technol. vol.1 2018. P. 1–9.
- [21] Ravshanov N., Abdullayev Z., Shafiev T.R Mathematical model and numerical algortm to study the process of aerosol particles distribution in the atmosphere // International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities.ICISCT. Tamkeht: IEEE 2019.

UDC 519.6+004.9:504.064

NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL AND NUMERICAL ALGORITHM FOR MONITORING AND PREDICTING THE CONCENTRATION OF HARMFUL SUBSTANCES IN THE ATMOSPHERE

Shafiyev T.R., Sobirova D.O.
tursunshafiyev@gmail.com
Bukhara State University,
705018, Muhammad Ikbol 11, Bukhara, Uzbekistan.

The article developed a nonlinear mathematical model and an efficient numerical algorithm for monitoring and predicting the process of distribution of industrial emissions in the atmosphere, taking into account the orography of the terrain, the speed of movement of finely dispersed substances. The model is described by multidimensional partial differential equations with the corresponding initial, internal and boundary conditions of the third kind to take into account the mass transfer through the interfaces. In order to prove the adequacy of the developed mathematical apparatus, the calculated data are compared with natural data taken from a specific object, where the computational algorithm provides sufficient accuracy of the solution, on the basis of which it can be concluded that the developed mathematical model and numerical algorithm have a certain advantage over other numerical methods. The introduction is the introductory part of the article, which deals with the objectives of the study, describes the essence of the problem being solved, and analyzes the reasons for choosing the topic. The introduction should not repeat the abstract, contain "water" and detached arguments that are not directly related to the study.

Keywords: mathematical model, transfer and diffusion of harmful substances, numerical algorithm.

Citation: Shafiyev T.R., Sobirova D.O. 2022. Nonlinear mathematical model and numerical algorithm for monitoring and predicting the concentration of harmful substances in the atmosphere. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(45): 82-94.

Об издании

Научный журнал «Проблемы вычислительной и прикладной математики» основан в 2015 году.

Свидетельство о регистрации СМИ за № 0856 выдано 5 августа 2015 года Агентством информации и массовых коммуникаций при Администрации Президента Республики Узбекистан.

Периодичность выхода – 6 выпусков в год.

Тематика журнала включает в себя следующие основные направления:

- математическое моделирование физических, технических, биологических и социально-экономических систем;
- вычислительная математика и численные методы для решения прикладных задач;
- решение обратных и некорректно поставленных задач;
- интеллектуальный анализ данных, распознавание образов и обработка изображений;
- искусственный интеллект и технологии обработки баз знаний;
- технологии параллельных и распределенных вычислений;
- технологии программирования.

Правила для авторов

- 1. Правила подготовки и пример оформления статей можно загрузить с вебстраницы журнала http://www.pvpm.uz
- 2. Подготовленные файлы статей и экспертных заключений отправлять на адрес: submission@pvpm.uz
- 3. Статьи, оформленные без соблюдения правил, к рассмотрению не принимаются.
- 4. Представленные в редакцию рукописи авторам не возвращаются.
- 5. Плата с авторов за публикацию статей не взимается, и гонорары авторам не выплачиваются.