

Министерство цифровых технологий Республики Узбекистан

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

# **СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

Сборник докладов международной научно-технической конференции

Бухара, 27-28 сентября 2024 г.

## **ЧАСТЬ 2**

Ташкент – 2024

УДК 519.6+519.7:004.8

ББК 22.18

С 56

**Современное состояние и перспективы развития цифровых технологий и искусственного интеллекта** : сборник докладов международной научно-технической конференции, г. Бухара, 27-28 сентября 2024 г. : в 2 ч. Ч. 2 / Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта. – Ташкент: изд-во НИИ РЦТИИ, 2024. – 445 с.

В настоящем сборнике вниманию читателей представлены доклады, отражающие результаты научных изысканий по направлениям интеллектуального анализа данных, обработки текстов, изображений и речевых сигналов, машинного обучения и представления знаний, развития цифровых технологий, математического моделирования, алгоритмизации, управления и оптимизации в технических, экономических и социальных системах, а также вопросы педагогики и образования в условиях цифровой трансформации. Авторами докладов рассматривается широкий спектр проблем развития технологий искусственного интеллекта. Освещаются вопросы применения цифровых технологий, анализа данных и машинного обучения при решении задач моделирования и управления объектами различной природы. Значительное место занимают исследования, связанные с теоретическими и прикладными вопросами разработки математических моделей, вычислительных алгоритмов и программного обеспечения. Приводятся результаты разработок моделей и программно-технических средств систем информационной безопасности, прикладных систем обработки информации, принятия решений и управления в нефтегазовой, машиностроительной, агропромышленной, телекоммуникационной, финансово-экономической отраслях и в образовании. Содержание сборника ориентировано на научных работников, докторантов, инженерно-технических работников, преподавателей ВУЗов, осуществляющих исследования, прикладные разработки, внедрение и эксплуатацию информационно-коммуникационных технологий, а также подготовку специалистов по соответствующим направлениям.

УДК 519.6: 536.25

## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЯВНО-НЕЯВНОЙ СХЕМОЙ СРЕДСТВАМИ PYTHON

*Жумаев Ж., Аминов А., Шамсиддинова М.У.*

j.jumaev@buxdu.uz

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

**Аннотация.** Рассмотрено численное решение уравнения одномерной теплопроводности в нелинейной постановке, когда коэффициент теплопроводности зависит от температуры материала. Используя явно- неявную схему и аппроксимируя частные производные уравнения теплопроводности в масштабных величинах соответствующими конечными разностями получено система линейных алгебраических уравнений, для решения которой, использован метод прогонки. Для программной реализации разработанного алгоритма использована средства языка Python.

**Ключевые слова:** одномерная теплопроводность, нелинейная постановка, коэффициент теплопроводности, уравнение теплопроводности, явно-неявная схема, метод прогонки, язык Python.

### 1 Введение

Задачи о распределении температуры в различных областях, который имеет разные теплофизические характеристики, возникает при решении многих проблем, связанных с прочностью различных конструкций, радиотехнике, в которых используются такие элементы и т.д. Разогревание пластины может происходить за счет потоков через границы, источников с внутренним подогревом и т.д.[1-3] Поэтому изучение и решение таких задач привлекает внимание специалистов в среде Python [4].

Во многих работах авторы уделяют внимание на такие процессы, где коэффициент теплопроводности принимается постоянным[5,6] и это может быть удовлетворительным, где температурные изменения небольшие.

В действительности коэффициент теплопроводности достаточно часто зависит от температуры. Например, для расчета коэффициента теплопроводности диоксида урана UO<sub>2</sub> используется следующая зависимость:

$$\lambda(T) = \frac{5500}{560 + T} + 0.942 \cdot 10^{-10} T^3 \quad (1)$$

Эта формула эмпирическая, коэффициенты размерные T-K,  $\lambda$ -Вт/(м·К).

Необходимо отметить, что в металлах с повышением температуры уменьшается теплопроводность.

Таким образом есть и такие процессы, где скачок температуры большие[7], в таких случаях приходится учесть это и в коэффициенте теплопроводности.

### 2 Методика

Рассмотрим процесс теплопередачи через изолированный стержень(рис.1). На одной границе стержня поддерживается постоянная температура  $T_l$ , на другой границе – температура  $T_n$ . Начальная температура по стержню равна  $T_0$ . Считается, что источники тепловыделения внутри пластины отсутствуют.

При заданных условиях температура будет изменяться только в направлениях, перпендикулярных границе стержня, если на границах значения температур различные.

Предположим, что теплофизические характеристики, в частности коэффициент теплопроводности зависит от температуры.

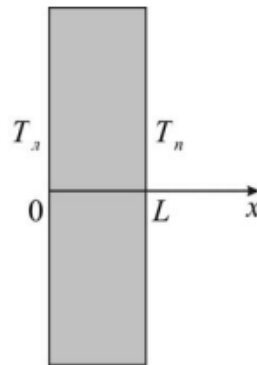


Рис. 1 Геометрия задачи.

В принятых предположениях нелинейное одномерное уравнение теплопроводности будет иметь вид:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad 0 < x < L \quad (2)$$

Следуя постановке задачи для уравнения (2) ставим начальные и граничные условия:

$$\begin{cases} t = 0 : T = T_0, 0 \leq x \leq L; \\ x = 0 : T = T_h, t > 0; \\ x = L : T = T_c, t > 0; \end{cases} \quad (3)$$

Для того чтобы дать полное математическое описание рассматриваемой задачи, необходимо еще задать физические условия однозначности. Если стержень изготовлен из диоксида урана, то  $\rho = 10950 \text{ кг} / \text{м}^3$ ,  $c = 236 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К})$ . Длина стержня  $L = 0.5 \text{ м}$ . На границах поддерживаются постоянные температуры, например,  $T_h = 373 \text{ К}$  при  $x = 0$  и  $T_c = 363 \text{ К}$  при  $x = L$ . Начальная температура области решения  $T_0 = 323 \text{ К}$ .

Эту задачу будем решать на равномерной сетке.

Следуя методике численного решения стержень разбиваем по длине на  $N-1$  равных промежутков.

Далее заменим дифференциальные операторы в (2) на их конечно-разностные аналогии. Так как здесь проблемной ситуацией является переменность коэффициента теплопроводности, зависящего от температуры то основной акцент сделаем на аппроксимации диффузионного члена. Рассмотрим явно-неявную схему [8-9], где значения коэффициента теплопроводности берутся из предыдущего слоя, исходя из этого итерация не проводится.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{h} \left( \lambda_{i+1/2}^n \cdot \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}}{h} - \lambda_{i-1/2}^n \cdot \frac{T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{h} \right), \quad (4)$$

$$\text{где} \quad \lambda_{i+1/2}^n = \frac{\lambda_{i+1}^n + \lambda_i^n}{2}, \quad \lambda_{i-1/2}^n = \frac{\lambda_{i-1}^n + \lambda_i^n}{2}$$

Таким образом, в результате аппроксимации частных производных соответствующими конечными разностями получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\rho \cdot c \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \frac{1}{h} \left( \lambda_{i+1/2}^n \cdot \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}}{h} - \lambda_{i-1/2}^n \cdot \frac{T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{h} \right), \quad i = 2, \dots, N-1, n \geq 0 \quad (5)$$

где  $\lambda_{i+1/2}^n = \frac{\lambda_{i+1}^n + \lambda_i^n}{2}$ ,  $\lambda_{i-1/2}^n = \frac{\lambda_{i-1}^n + \lambda_i^n}{2}$ , при этом  $\lambda_i^n$  вычисляются по формуле (1), например

$$\lambda_i^n = \frac{5500}{560 + T_i^n} + 0.942 \cdot 10^{-10} (T_i^n)$$

Добавляя к системе (4) конечно-разностные аналоги краевых условий:

$$T_i^n = T_0, i = 2, N-1$$

$$T_1^n = T_h, n > 0;$$

$$T_N^n = T_c, n > 0;$$

получим замкнутую разностную задачу.

Полученную систему можно свести к наиболее общему виду:

$$A_i \cdot T_{i+1}^{n+1} - B_i \cdot T_i^{n+1} + C_i \cdot T_{i-1}^{n+1} = F_i, \quad (6)$$

где  $A_i = C_i = \frac{\lambda_{i+1/2}^n}{h^2}$ ,  $B_i = \frac{\lambda_{i+1/2}^n + \lambda_{i-1/2}^n}{h^2} + \frac{\rho \cdot c}{\tau}$ ,  $F_i = -\frac{\rho c}{\tau} T_i^n$

$$\lambda_{i+1/2}^n = \frac{\lambda_{i+1}^n + \lambda_i^n}{2}, \lambda_{i-1/2}^n = \frac{\lambda_{i-1}^n + \lambda_i^n}{2}, \lambda_i^n = \frac{5500}{560 + T_i^n} + 0.942 \cdot 10^{-10} (T_i^n)$$

Далее система алгебраических уравнений (6) решается по методу прогонки[8-9].

### 3 Результаты

Визуализация разработанного алгоритма реализована на алгоритмическом языке Python. Программа имеет следующий вид:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
def lamda(x):
    return 5500/(560+x)+0.942*(1e-10)*x*math.sqrt(x)
n=101; T=[0]*n; T1=[0]*n; T2=[0]*n; T3=[0]*n;xx=[0]*n
alfa=[0]*n; beta=[0]*n
L=0.5; ro=10950; c=236 # dioksid uran
T0=323; Th=500; Tc=750 # temperatura
t_end=1500; tau=t_end/1500
h=L/(n-1)
for i in range (0,n):
    T[i]=T0
time=0; ntime=0; T[0]=Th
while time<=t_end:
    time=time+tau; ntime=ntime+1
    alfa[0]=0; beta[0]=Th
    for i in range(1,n-1):
        ai=0.5*(lamda(T[i])+lamda(T[i+1]))/(h*h)
        ci=0.5*(lamda(T[i-1])+lamda(T[i]))/(h*h)
        bi=ai+ci+ro*c/tau
        fi=-ro*c*T[i]/tau
        alfa[i]=ai/(bi-ci*alfa[i-1])
        beta[i]=(ci*beta[i-1]-fi)/(bi-ci*alfa[i-1])
    T[n-1]=Tc
    for i in range(n-2,0,-1):
        T[i]=alfa[i]*T[i+1]+beta[i]
```

```

if ntime==60:
    for j in range(0,n):
        T1[j]=T[j]
if ntime==300:
    for j in range(0,n):
        T2[j]=T[j]
if ntime==600:
    for j in range(0,n):
        T3[j]=T[j]
for i in range(0,n):
    T[i]=T[i]-273; T1[i]=T1[i]-273; T2[i]=T2[i]-273; T3[i]=T3[i]-273
for i in range(0,n):
    xx[i]=i/200
plt.plot(xx, T1, '-',xx,T2, '-.',xx,T3, '--',xx,T, ':')
plt.title('изменение температуры по стержню', fontsize=15)
plt.grid(True)
plt.xlabel('x',fontsize=12)
plt.ylabel('Температура',fontsize=12)
plt.legend(('t=60c','t=300c','600c','1500c'))
plt.show()

```

Некоторые результаты работы программы приведены на рисунках 2-3.

На рис.2 приведены распределение температуры на стержне по времени и с учетом переменности коэффициента теплопроводности, а на рис.3 с учетом постоянства коэффициента теплопроводности. Видно, что учет переменности коэффициента теплопроводности влияет на распределение температуры по стержню.

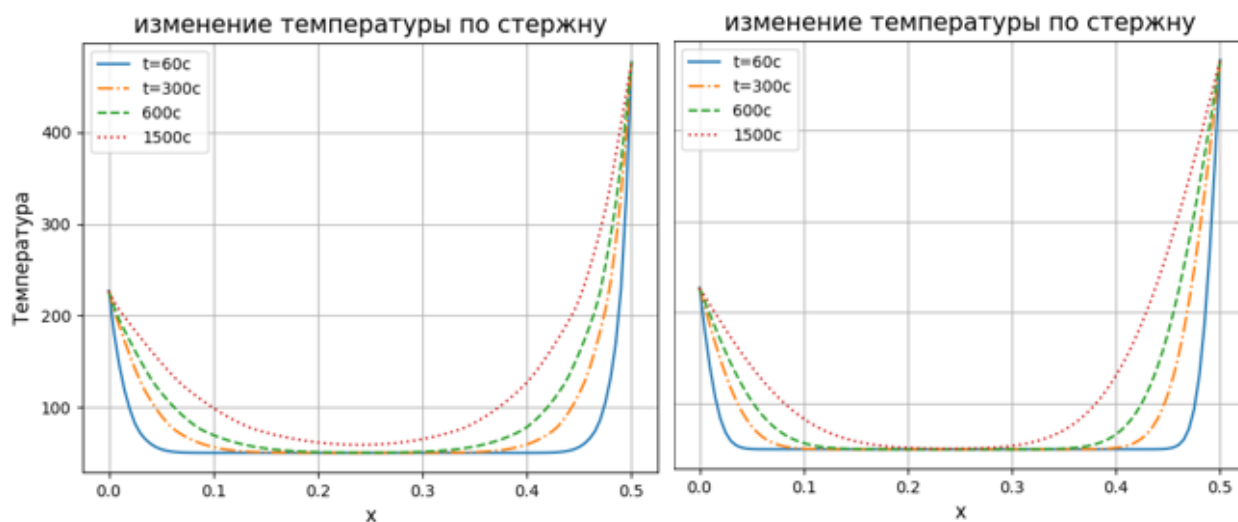


Рис. 2

Рис. 3

## 4 Выводы

При исследовании теплопроводности на стержне использовался явно-неявный метод аппроксимации уравнения теплопроводности, который позволяет исключить процесс итерации. Из полученных результатов можно делать вывод о том, что при больших изменениях температур его надо учитывать при моделировании таких процессов. Использование языка Python облегчает визуализацию результатов исследования.

## Литература

- [1] Назаров С. А., Свирс Г. Х., Слуцкий А. С. Задача теплопроводности для тонкой пластины с контрастными стержневыми включениями//Вестник СПбГУ. Сер. 1, 2009, вып. 4, с.44-54.
- [2] Дьяконов В.Г., Лонцаков О.А. Основы теплопередачи. Учебное пособие//КНИТУ, Казань, 2011. -230 с.
- [3] Чернышов А.Д., Горяйнов В.В., Марченко А.Н. Исследование температурных полей в прямоугольной пластине с внутренним источником, зависящим от температуры, при помощи быстрых разложений// Теплофизика и аэромеханика, 2016, том 23, № 2. с. 247-256.
- [4] Садыков Т.Н., Галкин В.А., Моргун Д.А. Использование Python для численного решения начально-краевых задач уравнения теплопроводности и визуализации результатов//Успехи кибернетики, 2023, 4(3). С. 31-38.
- [5] Жумаев Ж., Тошева М.М. Моделирование стационарной теплопроводности при свободной конвекции в ограниченном объеме// Universum. Технические науки. Выпуск 4(97). Апрель, 2022. Часть 3. С. 34-38. <http://7universum.com/ru/tech/archive/category/497>
- [6] Жумаев Ж., Фатиллоева М.Н., Шамсиддинова М.У. Решение задачи теплопроводности на пластинке методом локально-однородной схемы// Universum: технические науки : научн. журн. 2024. 4(121). С.57-60.
- [7] Логинов В.С. Теплообмен в пластине при действии внутренних источников тепла при малых числах Фурье ( $Fo < 0,001$ ) // Изв. Томского политехн. ун-та. 2003. Т. 306, № 2 С. 40–41.
- [8] Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие. / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
- [9] Jumayev J., Shirinov Z., Kuldashev H. Computer simulation of the convection process near a vertically located source//International conference on information Science and Communications Technologiyes (ICISCT) 4-6 november. 2019. Tashkent. Conference Proceedings. pp.635-638. DOI: 10.1109/ICISCT47635.2019.9012046

<i>Rustamov N.T., Amirtaev K.B.</i>	
Heuristic modeling of the start-up process .....	7-13
<i>Safarov A.M., Sattarov X.A., Kudenov I.G.</i>	
Modulyatsiya signallarining elektromagnit tok o'zgartirgichlari sezgirligiga ta'siri .....	14-20
<i>Shadmanov I.U., Adizova Z.M.</i>	
Don mahsulotlarini saqlash jarayonida issiqlik uzatish va namlikni yo'qotish jarayonlarini kuzatish va matematik model ishlab chiqish .....	21-25
<i>Tahirov B.N., Nuraliyev F.M.</i>	
Murakkab shakildagi anizotrop yupqa plastinaning termo-elektro-magnit-elastiklik deformatsiyalanish jarayonlarini matematik modellashtirish .....	26-34
<i>Урунбаев Э., Абдирофиев Н.А.</i>	
Разработка математической модели и алгоритма для принятия решений на примере заболевания артрита .....	35-40
<i>Амиров С.Ф., Мамадалиев У.Ш.</i>	
Ўзгарувчан юзали бурчак силжишларини ўлчовчи янги трансформатор ўзгартиргичлар хатоликлари .....	41-48
<i>Болтаев З.И., Хожиев А., Нарзуллоев М.</i>	
О воздействии гармонических волн на многослойное подкреплённое отверстие с жидкостью .....	49-54
<i>Жалолов И., Аминова Ш.Ё.</i>	
О нахождении элемента Рисса и нормы функционала погрешности оптимальных решетчатых интерполяционных формул в пространстве Л. Хёрмандера .....	55-56
<i>Жалолов Ф.И., Кайимова М.Б.</i>	
Алгоритм нахождения коэффициенты оптимальной квадратурной формулы в пространстве С.Л. Соболева .....	57-59
<i>Жалолов О.И., Махмудов М.М.</i>	
Нахождение элемента Рисса и нормы функционала погрешности квадратурной формулы типа Эрмита в пространстве С.Л. Соболева .....	60-61
<i>Жалолов О.И., Элмуродова С.С.</i>	
Практичные асимптотические оптимальные кубатурные формулы с заданием производных в пространстве С.Л. Соболева .....	62-63
<i>Жумаев Ж., Аминов А., Шамсиддинова М.У.</i>	
Решение уравнения теплопроводности явно-неявной схемой средствами Python .....	64-68
<i>Зайнидинов Х.Н., Ходжаева Д.Ф., Хурамов Л.Я.</i>	
Процесс оптимизации заполнения воды адаптивными сплайнами .....	69-76
<i>Каюмов Ш., Зиядуллаева Ш.С., Бекчанов Ш.Э.</i>	
Построение математической модели и разработки вычислительных алгоритмов двумерных задач фильтрации структурированных флюидов в двухслойном пласте .....	77-83
<i>Маликов З.М., Назаров Ф.Х.</i>	
Численное исследование динамики транзвукового потока на основе пакета программ Comsol Multiphysics 6.2 .....	84-91
<i>Мирзоев А.А., Иброхимов А.Р., Ахмадов И.А.</i>	
Численное исследование движения дисперсных частиц в потоке по трубопроводам .....	92-97
<i>Нуралиев Ф.М., Мирзаахмедов М.К.</i>	
Математическая модель термо-электро-магнито-упругости тонких пластин .....	98-106