

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОСНОВНЫХ ФАКТОРОВ НА ПРОИЗВОДСТВО ПРОДУКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДВУХФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Жумаев Жура

доцент

Бухарского государственного университета,
Республика Узбекистан, г. Бухара
E-mail: j.jumaev@buxdu.uz

Мухсинова Нодира Шухратовна

магистрант

Бухарского государственного университета,
Республика Узбекистан, г. Бухара

RESEARCH OF THE MAIN FACTORS INFLUENCE ON PRODUCT PERFORMANCE USING THE TWO-FACTOR EXPERIMENT METHOD

Jumayev Jura

Associate Professor

at Bukhara State University,
Republic of Uzbekistan, Bukhara

Nodira Muxsinova

Master's student

at Bukhara State University,
Republic of Uzbekistan, Bukhara

АННОТАЦИЯ

В статье произведена оценка эффективности влияния основных факторов, таких как температура, количество инициатора на производство сополимеров с использованием метода полного факторного эксперимента. Для этого были закодированы переменные, составлена матрица планирования эксперимента, рассчитаны уравнения регрессии. Уравнение было проверено на адекватность и проведен апостериорный анализ.

ABSTRACT

The article evaluates the effectiveness of the main factors influence, such as temperature, the amount of initiator on the production of copolymers using the method of full factor experiment. To do this, variables were encoded, an experiment planning matrix was compiled, regression equations were calculated, the equation was checked for adequacy and a posteriori analysis was performed.

Ключевые слова: регрессионные модели, факторы, производство сополимеров, метод наименьших квадратов, метод факторного эксперимента, кодирование факторов, матрица планирования, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Keywords: regression models, factors, copolymer production, least squares method, factor experiment method, factor coding, planning matrix, variance, standard deviation.

Введение

В практических приложениях часто применяются регрессионные модели, для нахождения связывающих уравнений факторов с зависящими от них величинами. Для этого существуют средства моделирования посредством метода наименьших квадратов,

метода полного факторного эксперимента и подобные им [3; 5; 8]. В последнее время исследователи часто прибегают к методу полного факторного эксперимента ввиду его наглядности и надежности.

В литературе [11] оценка эффективности влияния основных факторов на сушку проводилась с использованием метода полного факторного эксперимента.

Для этого переменные были закодированы, была составлена матрица планирования эксперимента, рассчитаны уравнения регрессии. Уравнение было проверено на адекватность и проведен апостериорный анализ.

В литературе [10] математически смоделирован процесс дробления щебня с использованием полного факторного эксперимента. С помощью полученного уравнения определена степень влияния каждого исследуемого фактора на конечный результат, который необходим для оптимизации процесса.

Вышеприведенный анализ показывает, что применение факторного анализа даёт приемлемые результаты для моделирования технологических процессов.

Методика. Для исследования влияния некоторых технологических факторов на производительность сополимера углеродных масел [9] были поставлены эксперименты по плану ПФЭ 2^2 , причем каждый эксперимент повторялся по три раза (см. таблицу 1).

В качестве факторов, влияющих на производительность сополимера, были выбраны следующие:

Z_1 – температура °С, $Z_1^- = 60$, $Z_1^+ = 80$;

Z_2 – количество инициатора %, $Z_2^- = 0,3$, $Z_2^+ = 0,7$;

Кодирование факторов

Построим исходную матрицу планирования ПФЭ 2^2 по полученным экспериментальным данным, эксперимент был проведен три раза. Считаем средние выборочные результаты для каждого эксперимента [4; 7; 12]:

$$\bar{y}_i = \frac{(y_{1i} + y_{2i} + y_{3i})}{3}$$

Строим матрицу планирования с учетом всех взаимодействий и средних значений отклика – таблица 1.

Таблица 1.

Матрица планирования для обработки результатов

№	Начальные значения		Кодовые значения		Y: значения эксперимента			Y Среднее значение
	°С	%	X ₁	X ₂	Y ₁	Y ₂	Y ₃	
1	60	0,3	-1	-1	45,7	46,2	47,0	46,3
2	80	0,7	+1	+1	55,8	55,2	57,3	56,1
3	80	0,3	+1	-1	46,4	47,3	47,9	47,2
4	60	0,7	-1	+1	50,6	52,1	52,7	51,8

Таким образом, кодирование факторов имеет следующий вид (таблица 2):

Таблица 2.

Кодирование факторов

Факторы	Верхний уровень $+i$	Нижний уровень $-i$	Центр Z_i^0	Интервал варьирования λ_i	Зависимость кодированной переменной от натуральной
z_1	80	60	70	10	$X_1 = \frac{Z_1 - 70}{10}$;
z_2	0,7	0,3	0,5	0,2	$X_2 = \frac{Z_2 - 0,5}{0,2}$;

Расчет коэффициентов модели

Осуществим поиск эмпирической зависимости по следующему выражению:

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad (1)$$

Коэффициенты модели рассчитываем по формуле [4]:

$$b_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N y_k \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N x_{1j} y_j}{\sum_{j=1}^N x_{1j}^2};$$

$$b_2 = \frac{\sum_{j=1}^N x_{2j} y_j}{\sum_{j=1}^N x_{2j}^2}; \quad b_{12} = \frac{\sum_{j=1}^N x_{1j} x_{2j} y_j}{\sum_{j=1}^N x_{1j}^2 x_{2j}^2};$$

Вставляя данные в эти формулы, получим:

$$b_0 = \frac{1}{4} (46,3 + 56,1 + 47,2 + 51,8) = 50,35$$

$$b_1 = \frac{1}{4} (-46,3 + 56,1 + 47,2 - 51,8) = 1,3$$

$$b_2 = \frac{1}{4} (-46,3 + 56,1 - 47,2 + 51,8) = 3,6$$

Уравнение имеет вид:

$$y = 50,35 + 1,3 \cdot X_1 + 3,6 \cdot X_2 \quad (2)$$

Проверка значимости коэффициентов модели:

Для этого вычислим дисперсию единичного измерения, дисперсию среднего значения функции отклика и соответствующее ей среднеквадратическое отклонение [1; 2]:

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S_k^2 = \frac{1}{4} (0,43 + 1,17 + 0,57 + 1,17) = 0,835$$

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S_y^2}{3} = \frac{0,835}{3} = 0,278 \quad S_{\bar{y}} = \sqrt{0,278} = 0,528$$

Для проверки на значимость зададимся доверительной вероятностью $P_1 = 0,975$ и рассчитаем число степеней свободы $f = 4 \cdot (3 - 1) = 8$. На основании этого по таблицам определим критическое значение критерия Стьюдента: $t_T = 2,31$.

Рассчитаем теперь значение критерия Стьюдента для каждого из факторов по формуле $t_{iP} = \frac{|b_i| \cdot \sqrt{N}}{S_{\bar{y}}}$ и сравним с табличным значением:

$$t_{p0} = \frac{50,35 \cdot \sqrt{4}}{0,528} = 190,9 > 2,31;$$

$$t_{p1} = \frac{1,3 \cdot \sqrt{4}}{0,528} = 4,93 > 2,31;$$

$$t_{p2} = \frac{3,6 \cdot \sqrt{4}}{0,528} = 13,65 > 2,31;$$

Отсюда видно, что все коэффициенты модели значимы, поэтому окончательное уравнение регрессии в кодовых переменных приобретает следующий вид:

$$y = 50,35 + 1,3 \cdot X_1 + 3,6 \cdot X_2 \quad (3)$$

Известно, что величина коэффициента уравнения регрессии – количественная мера его влияния. О характере влияния факторов говорят знаки коэффициентов. Знак «плюс» свидетельствует о том, что с увеличением значения фактора величина параметра оптимизации растет, а при знаке «минус» – убывает. На основании полученного уравнения регрессии можно сделать следующие **выводы**.

На выход продукции положительно влияют оба фактора. Коэффициент при первом факторе меньше коэффициента второго фактора, но фактическое значение первого фактора определяет меньшую величину второго фактора.

Проверим полученное уравнение (3) на адекватность по критерию Фишера. Так как дисперсия воспроизводимости найдена в предыдущем пункте, то для определения расчетного значения критерия $F_{\text{расч}}$, необходимо вычислить остаточную дисперсию $S_{\text{ост}}^2$.

Для этого найдем значения изучаемого параметра по полученному уравнению регрессии $\tilde{y}_j, j = 1..4$, подставляя +1 или -1 вместо x_i в соответствии с номером j эксперимента из таблицы.

Остаточную дисперсию $S_{\text{ост}}^2$ вычисляем по формуле:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{j=1}^N (\tilde{y}_j - \bar{y}_j)^2 = 1,445$$

Расчетное значение критерия Фишера $F_{\text{расч}}$ определяем по формуле:

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_{\text{ост}}^2}{S_{\{y\}}^2} = \frac{1,445}{0,8350} = 1,73$$

Для определения табличного значения критерия Фишера зададимся допустимой вероятностью: $PF = 0,95$. С учетом этого, а также числа степеней свободы числителя $f_{ad} = 1$ и знаменателя $f = 8$ по таблице определяем критическое значение критерия Фишера: $F_T = 5,32$.

Так как $F_{\text{расч}} = 1,73 < F_T = 5,32$, то уравнение регрессии (3) адекватно.

Выписываем уравнение регрессии (3) в натуральных переменных:

$$y = 50,35 + 1,3 \cdot \frac{Z_1 - 70}{10} + 3,6 \cdot \frac{Z_2 - 0,5}{0,2}$$

Получим:

$$y = 32,25 + 0,13z_1 + 18z_2 \quad (4)$$

Интерпретация регрессионного уравнения в натуральных переменных идентична уравнению в кодированных переменных.

Свойства полученного уравнения регрессии можно видеть в следующем графике (рис. 1) [6].

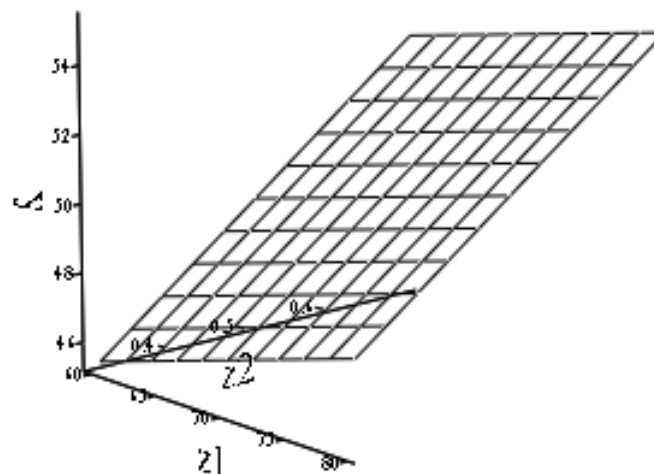


Рисунок 1. График функции $y = 32,25 + 0,13z_1 + 18z_2$

Из графика видно, что оба фактора положительно влияют на производительности инициатора.

Заключение. Полученное эмпирическое уравнение позволяет с достаточной точностью определять

выход продукции в исследуемом диапазоне изменения факторов. С помощью данных уравнений можно выявить степень влияния каждого исследуемого фактора на конечный результат, что необходимо для оптимизации процесса.

Список литературы:

1. Гафуров К.Х., Мухаммадиев Б.Т., Мирзаева Ш.У. Сверхкритическая [СК] CO₂ экстракция глицирризиновой кислоты из местных лакричных корней // Бутлеровские сообщения. – 2017. – №1. – Т.49. – Татарстан. – С. 108–114.
2. Гафуров К.Х., Мухаммадиев Б.Т., Рузиева К.Э., Ахмедов В.Н., Мирзаева Ш.У. Моделирование разных режимов экстракции системой растворителей этанол+CO₂ // Ученый XXI века. – № 1-3. – 2017. – С. 44–47.
3. Григорьев Ю.Д. Методы оптимального планирования эксперимента. Линейные модели. – М. Лань, 2015. – 320 с.
4. Джураев Х.Ф., Гафуров К.Х., Мухаммадиев Б.Т., Жумаев Ж., Мирзаева Ш.У. The influence of technological parameters on the process of CO₂-extraction of biologically active substances from licorice root // The American Journal of Applied Science. 2020 Vol. 2. Pp. 273–286. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://usajournalshub.com/index.php/tajas/article/view/1067> (дата обращения: 12.09.2023).
5. Ермаков С.М., Бродский В.З., Жиглявский А.А. Математическая теория планирования эксперимента. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1983. – 392 с.
6. Жумаев Ж., Опокина Н.А. Решение математических задач в пакетах математических программ Maxima и MathCAD: учеб. пособие. –Казань: КФУ, 2021. – 228 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/163784> (дата обращения: 10.09.2023).
7. Жураев Х., Гафуров К., Жумаев Ж., Мирзаева Ш. Математическое моделирование процесса сверхкритической экстракции биологически активных веществ из лакричного корня // Universum. Технические науки. Вып. 10 (79). Октябрь 2020. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/10822> (дата обращения: 25.09.2023).
8. Красовский Г.И., Филаретов Г.Ф. Планирование эксперимента. – Мн.: Изд-во БГУ, 1982. – 302 с.
9. Тимофеев В.С. Принципы технологии основного органического и нефтехимического синтеза : учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2003. – 536 с.
10. Akobirova L., Gafurov K., Jumayev J., Kuldasheva F., Xikmatov D. Experimental study of crushing process of the crushed stone // E3S Web Conferences. 2021. Vol. 264. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126404093>
11. Kholikov A.A., Jumaev J., Hikmatov D.N., Kuvvatov Kh. Optimization of onion drying process parameters using the full factorial experiment method // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2021 Vol. 848. doi:10.1088/1755-1315/848/1/012010
12. Mirzaeva Sh.U. Extraction of Glycyrrhizic Acid from Licorice Root using CO₂ // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. Vol. 6. Is. 4. April 2019. India. Pp. 8939-8946.