QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

ANALIZNING ZAMONAVIY MUAMMOLARI

2023
2-3 Iyun

Qarshi shahri
2023-yil

RESPUBLIKA MIQYOSIDAGI ILMIY KONFERENSIYA MATERIALLARI

6. Ganikhodjaev N.N., Dusmurodova G. Kh. Four-dimensional and five-dimensional algebras created by quadratic stochastic operators. Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5, №1, pp. 25-30. [In Russian]

ФОРМУЛА КАРЛЕМАНА ДЛЯ $A(z)$ – АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Жабборов Н М.[1], Хусенов Б Э.[2]
[1]jabborov61@mail.ru, [2]husenovbehzod@mail.ru
[1]Белорусско-Узбекский межотраслевой институт прикладных технических квалификаций в городе Ташкенте,
[2]Бухарский государственный университет

Annotatsiya. *Мы рассматриваем $A(z)-$аналитических функций в случае, когда $A(z)$ является антианалитический функцией. Здесь, формула Карлемана методы Голузина-Крылова для $A(z)-$аналитических функций приведена как аналог теоремы.*

Пусть $A(z)$ антианалитическая, т.е. $\dfrac{\partial A}{\partial z}=0$, в области $D\subset\mathbb{C}$ такая, что $|A|\le c<1,\ \forall z\in D$, где $c=$ const. Решения уравнения Бельтрами:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar z}-A(z)\frac{\partial f}{\partial z}=0 \tag{1}$$

напрямую связано с квазиконформными отображениями. В литературе решения уравнения (1) обычно называют $A(z)-$*аналитическими* функциями. Класс $A(z)-$аналитических функций обозначим через $O_A(D)$.

Пусть выпуклая область $D\subset\mathbb{C}$. Рассмотрим этом области функция $\psi(z,a)=z-a+\overline{\int\limits_{\gamma(a,z)}\overline{A(\tau)}d\tau}$ является $A(z)-$аналитической функцией, где $\gamma(a,z)$ – гладкая кривая или касательная путь, соединяющая точки $a,z\in D$ (см. [1]).

Сначала, мы вводим класс Харди для $A(z)-$аналитических функций во выпуклом области $D\subset\mathbb{C}$ имеет гладкую границу ∂D. Тогда классы Харди $H^1(D)$ для $A(z)-$аналитических функций по определению состоят из таких функций f, $A(z)-$аналитических в D, для которых

$$\varlimsup_{\varepsilon\to 0}\int\limits_{\partial D}|f(\zeta-\varepsilon\nu_\zeta)|\,|d\zeta+A(\zeta)d\bar\zeta|<\infty, \tag{2}$$

где ν_ζ – вектор (единичной) внешней нормали к ∂D в точке ζ. Класс Харди для $A(z)-$аналитических функций в области D обозначаем как $H^1_A(D)$. Обозначим через H^∞_A класс функций, $A(z)-$аналитических и ограниченных в области D.

Теперь мы проведем интегральная формула Коши для класс H_A^1 во выпуклом области $D \subset \mathbb{C}$ со спрямляемой границей ∂D. Для функций f из класса Харди $H_A^1(D)$ справедлива формула Коши

$$f(z) = \int_{\partial D} f^*(\zeta) K(z,\zeta) \left(d\zeta + A(\zeta) d\overline{\zeta} \right), \ z \in D. \tag{3}$$

На границе ∂D рассмотрим измеримое множество M положительной меры: $\mu(M) > 0$. Здесь, мере $\mu(M)$ определяется как:

$$\mu(M) = \int_M \left| d\zeta + A(\zeta) d\overline{\zeta} \right|.$$

Ставится задача восстановления $f(z)$ в D по граничным значениям не на всей границе ∂D, как в (3), а только на $M \subset \partial D$. Конечно, M должно быть множеством единственности для $A(z)-$аналитических функций (например, тех из них, которые непрерывны на $\overline{D}$ или входят в класс Харди для $A(z)-$аналитических функций $H_A^1(D)$). Применяя простую, но очень плодотверную идею Карлемана, построим *«гасящую» функцию*, которая позволить избавиться в (3) от интегрирования по $\partial D \setminus M$. Для этой цели нужно сконструировать вспомогательную функцию $\varphi(z) \in H_A^\infty(D)$, удовлетворяющую двум условиям:

1) $|\varphi(\zeta)| = 1$ почти всюду на $\partial D \setminus M$,
2) $|\varphi(z)| > 1$ в D.

Это можно сделать, решая подходящую задачу Дирихле для $A(z)-$гармонических функций, например, рассматривая функцию

$$u(z) = -\frac{1}{2\pi} \int_M \frac{\partial G}{\partial n} \left| d\zeta + A(\zeta) d\overline{\zeta} \right|, \tag{4}$$

где $\zeta \in \partial D$, а $G(z,\zeta)$ – функция Грина для $A(z)-$гармонических функций в области D (см. [3]). Формула (4) представляет $A(z)-$гармоническую и ограниченную в D функцию $u(z)$ такую, что

$$u(z) = \begin{cases} 1, & \text{п.в. на } M, \\ 0, & \text{п.в. на } \partial D \setminus M, \end{cases}$$

т.е. $A(z)-$*гармоническую меру* M *относительно области* D. Пусть $v(z)$ – сопряженная к $u(z)$ $A(z)-$гармоническая функция, тогда $\varphi(z) = e^{u+iv}$ удовлетворяет указанным условиям 1) и 2) (см. [2])

Теорема 1. (аналог теоремы Голузина-Крылова). *Если* $f \in H_A^1(D)$ *и множество* $M \subset \partial D$ *положительной меры, то для любой точки* $z \in D$ *верна формула Карлемана для* $A(z)-$*аналитических функций*

$$f(z) = \lim_{m \to \infty} \int_M f^*(\zeta) K(z,\zeta) \left[\frac{\varphi(\zeta)}{\varphi(z)} \right]^m \left(d\zeta + A(\zeta) d\overline{\zeta} \right), \ z \in D. \tag{5}$$

сходимость в (5) равномерна на компактах в D.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sadullayev A., Jabborov N.M. On a class of A-analytic functions. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., Volume 9. Issue 3. 2016, 374-383 p.

2. Хурсанов Ш.Я., $A(z)-$гармонические функции, Вестник НУУз, №2\2, 2017, 5-8 с.

3. Husenov B.E., Construction of a quenching $A(z)-$analytic function, Международная научная конференция "Уфимская осенняя математическая школа", Башкирский государственный университет, Институт математики с ВЦ УФИЦ РАН, 28 сентября - 1 октября 2022 год, 198-201 с.

РЕГУЛЯРНЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

Камолов Х. К.
xkamolov@mail.ru
Ургенчский государственный университет

Аннотация. *В данной работе изучается регулярное параболичность неприводимых аналитических поверхностей, и построены специальные примеры. А также доказывается регулярное параболичность дополнения к алгебраическому множеству на комплексном пространстве.*

Рассмотрим аналитическую поверхность, т.е. неприводимое аналитическое множество X, $\dim X = n$, вложенное в комплексное пространство $\mathbb{C}^N$, $X \subset \mathbb{C}^N$, причем для любого шара $B(0,r) \subset \mathbb{C}^N$ пересечение $X \cap B(0,r) \subset\subset X$. Понятие параболичности поверхности X вводится аналогично параболичности многообразий (см. [1-5]).

Определение 1 (см. [6]). *Аналитическая поверхность X называется параболическим, если в ней не существует ограниченная плюрисубгармоническая функция, отличной от константы.*

Аналитическая поверхность X называется $S-$параболической, если в ней существует специальная функция исчерпания $\rho(z)$, удовлетворяющая условиям

а) $\rho(z) \in psh(X)$, $\{\rho \le c\} \subset\subset X \ \forall c \in \mathbb{R}$;

б) вне некоторого компакта $K \subset\subset X$, функция ρ^* является максимальной функцией на $X \setminus K$. Это эквивалентно тому, что $\left(dd^c \rho^*\right)^n = 0$ на $X^0 \setminus K$.

Аналитическая поверхность X называется S^*-параболической, если существует непрерывная специальная функция исчерпания $\rho(z) \in C\left(X^0\right)$.