



**FIZIKA, MATEMATIKA VA  
MEXANIKANING DOLZARB  
MUAMMOLARI  
XALQARO ILMIIY-AMALIY  
ANJUMANI  
MATERIALLARI**

**BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI**

**Buxoro - 2023**

Xudayarov S.S. Examples of two-dimensional QnSO.....	79
Халдужаев А. М., Мажидова М.Г. Асимптотика собственных значений билапласиана с возмущением ранга один на одномерной решетке.....	84
Халдужаев А.М., Боймуродов Ж.Х. О числе собственных значений модельного оператора типа Шредингера на решетке.....	81
Zhabborov N.M.,Husevov B.E. Generalization of the cauchy integral formula for a class of functions $H_{\lambda}^f$ .....	86
Абдуллаев Ж.И., Тоштурдиев А.М. Связанные состояния системы двух фермионов в подпространстве.....	89
Аноров О.У., Шамсидинов Н.Б. Об абсолютно непрерывных квадратических стохастических операторах.....	92
Даужанов А.Ш. Ёмкостный аналог теоремы лузина о $C$ – свойстве.....	95
Икромов И.А., Баракаев А.М. О точных оценках для максимальных операторов.....	98
Латишов Х.М. Исследование существенного спектра одной операторной матрицы четвертого порядка.....	101
Мадрахимов Р.М., Омонов О.И. Уточнение леммы Лелона о плуригармонических функциях.....	105
Умирзакова К.О. Трансляционно-инвариантной меры Гиббса для одной подродных ис моделей.....	107
Халдужаев. А.М., Хужамперов И.А. Условие существования собственного значения трехчастичного оператора Шредингера на решетке.....	110
Мамуров Б. Ж. О динамике одного невольтерровского квадратичного стохастического оператора.....	112

2. функция  $\mu \in (0, +\infty) \mapsto e(\mu)$  вещественно-аналитическая, строго убывающая, строго возмущая в  $(0, +\infty)$  с асимптотикой

$$\lim_{\mu \searrow 0} e(\mu) = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{e(\mu)}{\mu} = -\frac{1}{2}, \quad (1)$$

3. для достаточно малых и положительных  $\mu$  верно равенство

$$(-e(\mu))^{1/4} = \sum_{n \geq 1} A_n \mu^{n/3}, \quad (2)$$

где  $A_n, n = 1, 2, \dots$  - действительные коэффициенты с

$$A_1 = 2^{-1/3}, \quad A_2 = 0, \quad A_3 = \frac{31}{24}, \quad A_4 = -\frac{20 \cdot 2^{-2/3}}{3}.$$

## GENERALIZATION OF THE CAUCHY INTEGRAL FORMULA FOR A CLASS OF FUNCTIONS $H_\lambda^1$

<sup>1</sup>Zhabborov N. M., <sup>2</sup>Husenov B. E.

<sup>1</sup>Joint Belarus-Uzbekistan Intersectoral Institute of Applied Technical Qualifications,  
Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup>Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan  
[jabborov61@mail.ru](mailto:jabborov61@mail.ru), [husenovbehzod@mail.ru](mailto:husenovbehzod@mail.ru)

Let  $A(z) \in C^*(D)$  be an antianalytic function, i.e.  $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$  in the domain  $D \subset \mathbb{C}$ ;

moreover, let  $|A(z)| \leq c < 1$  for all  $z \in D$ , where  $c = \text{const}$ . The function  $f(z)$  is said to be  $A(z)$ -analytic in the domain  $D$  if for any  $z \in D$ , the following equality holds:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = A(z) \frac{\partial f}{\partial z} \quad (1)$$

We denote by  $O_\lambda(D)$  the class of all  $A(z)$ -analytic functions defined in the domain  $D$ .

Now we assume that the domain  $D \subset \mathbb{C}$  is convex and  $\zeta \in D$  its fixed point. We consider the function

$$K(z, \zeta) = \frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{1}{z - \zeta + \int_{\gamma(\zeta, z)} \overline{A(\tau)} d\tau}, \quad (2)$$

where  $\gamma(\zeta, z)$  is a smooth curve which connects the points  $\zeta, z \in D$ . Since the domain is simply connected and the function  $\overline{A(z)}$  is a holomorphic, then the integral  $I(z) = \int_{\gamma(\zeta, z)} \overline{A(\tau)} d\tau$  does not depend on of integration; it coincides with a primitive, i.e.  $I(z) = \overline{A(z)}$ .

According to, the function

$$\psi(z, a) = z - a + \int_{\gamma(a, z)} \overline{A(\tau)} d\tau$$

is an  $A(z)$ -analytic functions, where  $a, z \in D$ .

The following set is an open subset of  $D$ :

$$L(a, r) = \left\{ \psi(z, a) \mid \left| z - a + \int_{\gamma(a, z)} \overline{A(\tau)} d\tau \right| < r \right\}.$$

For sufficiently small  $r > 0$ , this set compactly lies in  $D$  (we denote this fact by  $L(a, r) \subset\subset D$ ) and contains the point  $a$ . This set  $L(a, r)$  is called the  $A(z)$ -lemniscate centered at the point  $a$ . The lemniscate  $L(a, r)$  is a simply - connected set (see [4]).

Initially, we introduce the Hardy class for  $A(z)$ -analytic functions. Let the convex domain  $D \subset \mathbb{C}$  have a smooth boundary  $\partial D$ . Then the Hardy classes  $H^p$  by definition consist of  $A(z)$ -analytic functions  $f \in O_A(D)$ , and  $\forall \varepsilon > 0$ , for which

$$\overline{\lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\partial D} |f(\zeta - \varepsilon \nu_\zeta)|^p |d\zeta + A(\zeta) d\overline{\zeta}| < \infty, \quad (3)$$

where  $\nu_\zeta$  is the vector (unit) of the external normal to  $\partial D$  at point  $\zeta$  and  $p > 0$ . The Hardy class in the domain of  $D$  is  $A(z)$ -analytic functions is denoted as  $H_A^p$ .

Now, we introduce an angular limit for  $A(z)$ -analytic functions.

**Designation 1.** The  $A(z)$ -analytic function  $f^*(\zeta)$  is denoted the (angular or non-tangential) boundary function for function  $f(z)$ ; we will often write

$$f^*(\zeta) = \lim_{z \rightarrow \zeta} f(z) \text{ a.e. } \zeta \in \partial L(a; r).$$

Here, if we fix  $\zeta_0 \in \partial L(a; r)$ , and insert  $\psi(z; a) = \rho e^{i\theta}$ ,  $\psi(\zeta_0; a) = r e^{i\varphi_0}$ , substitutions, then  $f(z)$  tends to  $f^*(\zeta)$  with  $z$  tending to  $\zeta_0$  inside any sector of the form  $|\theta - \varphi_0| \leq c_1(r - \rho)$ , where  $c_1$  - const,  $0 < \theta < 2\pi$  and  $0 < \varphi_0 < 2\pi$ .

We show that class  $H^1_A$  coincides with the class of functions represented by their angular boundary values in the convex domain  $D \subset \mathbb{C}$  have a smooth boundary  $\partial D$  by the Cauchy integral or, in short, by their Cauchy integral.

To do this, we give the following theorem:

**Theorem 1.**  $A(z)$ -analytic function  $f(z)$  belongs to class  $H^1_A$ , if and only if its angular boundary values  $f^*(\zeta)$  satisfy condition

$$\int_{\partial D} f^*(\zeta) \psi^k(\zeta, a) (d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

From this, for functions  $f$  of the Hardy class  $H^1_A(D)$ , the Cauchy formula

$$f(z) = \int_{\partial D} f^*(\zeta) K(z, \zeta) (d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}), \quad z \in D$$

is valid.

## REFERENCES

1. Privalov I.I., Boundary properties of analytical functions, Moscow. Gostekhizdat, 1950, 337 p. (in Russian).
2. Aizenberg L.A., Carleman's Formulas in Complex Analysis, Springer Science+Business Media B.V., 299 p., 1993.
3. Koosis P., Introduction to  $H^p$ , Cambridge University Press, 1998, 287 p.



4. Sadullayev A. and Jabborov N.M. On a class of  $A$ -analytic functions. Journal Siberian Federal University. 2016. Vol. 9, No. 3, pp. 374–383.

## СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ФЕРМИОНОВ В ПОДПРОСТРАНСТВЕ

*Ж.И. Абдуллаев<sup>1,2</sup>, А.М. Тоштурдиев<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

<sup>2</sup>Институт математики имени В. И. Романовского Академии наук Узбекистана, Самаркандский филиал, Самарканд 140104, Узбекистан

*e-mail: jabdullaev@mail.ru, atoshturdiyev@mail.ru*

Связанные состояния гамильтониана  $H$  системы двух одинаковых частиц на одномерной решетке изучались в работе [1], на двумерной решетке в работе [2-3]. Инвариантные подпространства и собственные значения оператора Шредингера  $H(\mathbf{k})$  системы двух фермионов на трехмерной решетке исследовались в работе [4].

Здесь мы изучаем связанные состояния гамильтониана  $H$  системы двух фермионов на трехмерной решетке  $Z^3$ . Иными словами, мы изучаем дискретный спектр семейства операторов  $H(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3) \in T^3 = (-\pi; \pi]^3$ , соответствующие  $H$ . Оператор  $H(\mathbf{k})$  действует в гильбертовом пространстве  $L_2^0(T^3) = \{f \in L_2(T^3); f(-\mathbf{p}) = -f(\mathbf{p})\}$  по формуле

$$H(\mathbf{k}) = H_0(\mathbf{k}) - V.$$

Невозмущенный оператор  $H_0(\mathbf{k})$  есть оператор умножения на функцию

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = 6 - 2\cos\frac{k_1}{2}\cos p_1 - 2\cos\frac{k_2}{2}\cos p_2 - 2\cos\frac{k_3}{2}\cos p_3.$$

Оператор возмущения  $V$  является интегральным оператором в  $L_2^0(T^3)$  с ядром

$$(2\pi)^{-3/2} v(\mathbf{q} - \mathbf{s}) = (2\pi)^{-3/2} (F\hat{v})(\mathbf{q} - \mathbf{s}),$$

и принадлежит классу операторов Гильберта-Шмидта  $\Sigma_2$ .

Относительно функции  $\hat{v}$  предполагается, что