BUXORO
DAVLAT
1930 UNIVERSITETI

FIZIKA, MATEMATIKA VA MEXANIKANING DOLZARB MUAMMOLARI XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMANI

MATERIALLARI

Buxoro - 2023

2. *функция* $\mu \in (0,+\infty) \mapsto e(\mu)$ *вещественно-аналитическая, строго убывающая, строго вогнутая в* $(0,+\infty)$ *с асимптотикой*

$$\lim_{\mu \searrow 0} e(\mu) = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{\mu \to +\infty} \frac{e(\mu)}{\mu} = -\frac{1}{2}, \tag{1}$$

3. *для достаточно малых и положительных* μ *верно равенство*

$$(-e(\mu))^{1/4} = \sum_{n \geq 1} A_n \mu^{n/3}, \tag{2}$$

где A_n, $n = 1,2,\ldots$ *- действительные коэффициенты с*

$$A_1 = 2^{-1/3}, \quad A_2 = 0, \quad A_3 = \frac{31}{24}, \quad A_4 = -\frac{20 \cdot 2^{-2/3}}{3}.$$

GENERALIZATION OF THE CAUCHY INTEGRAL FORMULA FOR A CLASS OF FUNCTIONS H_A^1

[1]Zhabborov N. M., [2]Husenov B.E.

[1]Joint Belarus-Uzbekistan Intersectoral Institute of Applied Technical Qualifications, Tashkent, Uzbekistan

[2]Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

jabborov61@mail.ru, husenovbehzod@mail.ru

Let $A(z) \in C^\infty(D)$ be an antianalytic function, i.e. $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$ in the domain $D \subset \mathbb{C}$; moreover, let $|A(z)| \leq c < 1$ for all $z \in D$, where $c = \text{const}$. The function $f(z)$ is said to be $A(z)-$analytic in the domain D if for any $z \in D$, the following equality holds:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = A(z) \frac{\partial f}{\partial z} \tag{1}$$

We denote by $O_A(D)$ the class of all $A(z)-$analytic functions defined in the domain D.

Now we assume that the domain $D \subset \mathbb{C}$ is convex and $\zeta \in D$ its fixed point. We consider the function

$$K(z,\zeta)=\frac{1}{2\pi i}\cdot\frac{1}{z-\zeta+\int\limits_{\gamma(\zeta,z)}\overline{A}(\tau)d\tau}, \tag{2}$$

where $\gamma(\zeta,z)$ is a smtooh curve which connects the points $\zeta,z\in D$. Since the domain is simply connected and the function $\overline{A}(z)$ is a holomorphic, then the integral $I(z)=\int\limits_{\gamma(\zeta,z)}\overline{A}(\tau)d\tau$ does not depend on of integration; it coincides with a primitive, i.e. $I'(z)=\overline{A}(z)$.

According to, the function

$$\psi(z,a)=z-a+\overline{\int\limits_{\gamma(a,z)}\overline{A(\tau)}d\tau}$$

is an $A(z)-$analytic functions, where $a,z\in D$.

The following set is an open subset of D:

$$L(a,r)=\left\{|\psi(z,a)|=\left|z-a+\overline{\int\limits_{\gamma(a,z)}\overline{A(\tau)}d\tau}\right|<r\right\}.$$

For sufficiently small $r>0$, this set compactly lies in D (we denote this fact by $L(a,r)\subset\subset D$) and contains the point a. This set $L(a,r)$ is called the $A(z)-$ lemniscate centered at the point a. The lemniscate $L(a,r)$ is a simply – connected set (see [4]).

Initially, we introduce the Hardy class for $A(z)-$analytic functions. Let the convex domain $D\subset\mathbb{C}$ have a smooth boundary ∂D. Then the Hardy classes H^p by definition consist of $A(z)-$analytic functions $f\in O_A(D)$, and $\forall\varepsilon>0$, for which

$$\overline{\lim_{\varepsilon\to 0}}\int\limits_{\partial D}|f(\zeta-\varepsilon\nu_\zeta)|^p|d\zeta+A(\zeta)d\overline{\zeta}|<\infty, \tag{3}$$

where ν_ζ is the vector (unit) of the external normal to ∂D at point ζ and $p>0$. The Hardy class in the domain of D is $A(z)-$analytic functions is denoted as H_A^p.

Now, we introduce an angular limit for $A(z)-$analytic functions.

Designation 1. The $A(z)-$analytic function $f^*(\zeta)$ is denoted the (angular or non-tangential) boundary function for function $f(z)$; we will often write

$$f^*(\zeta)=\lim_{z\to\zeta} f(z) \text{ a.e. } \zeta\in\partial L(a;r).$$

Here, if we fix $\zeta_0\in\partial L(a;r)$, and insert $\psi(z;a)=\rho e^{i\theta}$, $\psi(\zeta_0;a)=re^{i\varphi_0}$, substitutions, then $f(z)$ tends to $f^*(\zeta)$ with z tending to ζ_0 inside any sector of the form $|\theta-\varphi_0|\le c_1(r-\rho)$, where c_1 – const, $0<\theta<2\pi$ and $0<\varphi_0<2\pi$.

We show that class H_A^1 coincides with the class of functions represented by their angular boundary values in the convex domain $D\subset\mathbb{C}$ have a smooth boundary ∂D by the Cauchy integral or, in short, by their Cauchy integral.

To do this, we give the following theorem:

Theorem 1. $A(z)-$analytic function $f(z)$ belongs to class H_A^1, if and only if its angular boundary values $f^*(\zeta)$ satisfy condition

$$\int_{\partial D} f^*(\zeta)\psi^k(\zeta,a)\left(d\zeta+A(\zeta)d\overline{\zeta}\right)=0,\quad k=0,1,2,\ldots.$$

From this, for functions f of the Hardy class $H_A^1(D)$, the Cauchy formula

$$f(z)=\int_{\partial D} f^*(\zeta)K(z,\zeta)\left(d\zeta+A(\zeta)d\overline{\zeta}\right),\ z\in D$$

is valid.

REFERENCES

1. Privalov I.I., Boundary properties of analytical functions, Moscow. Gostekhizdat, 1950, 337 p. (in Russian).

2. Aizenberg L.A., Carleman's Formulas in Complex Analysis, Springer Science+Business Media B.V., 299 p., 1993.

3. Koosis P., Introduction to H^p, Cambridge University Press, 1998, 287 p.

4. Sadullayev A. and Jabborov N.M. On a class of A-analytic functions. Journal Siberian Federal University. 2016. Vol. 9, No. 3, pp. 374–383.

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ФЕРМИОНОВ В ПОДПРОСТРАНСТВЕ

Ж.И. Абдуллаев[1,2], *А.М. Тоштурдиев*[1]

[1]*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*

[2]*Институт математики имени В. И. Романовского Академии наук Узбекистана, Самаркандский филиал, Самарканд 140104, Узбекистан*

e-mail: jabdullaev@mail.ru, atoshturdiyev@mail.ru

Связанные состояния гамильтониана H системы двух одинаковых частиц на одномерной решетке изучались в работе [1], на двумерной решетке в работе [2-3]. Инвариантные подпространства и собственные значения оператора Шредингера $H(\mathbf{k})$ системы двух фермионов на трехмерной решетке исследовались в работе [4].

Здесь мы изучаем связанные состояния гамильтониана H системы двух фермионов на трехмерной решетке $\mathbb{Z}^3$. Иными словами, мы изучаем дискретный спектр семейства операторов $H(\boldsymbol{k})$, $\boldsymbol{k} = (k_1, k_2, k_3) \in \mathbf{T}^3 = (-\pi;\pi]^3$, соответствующие H. Оператор $H(\boldsymbol{k})$ действует в гильбертовом пространстве $L_2^o(\mathbf{T}^3) = \{f \in L_2(\mathbf{T}^3): f(-\mathbf{p}) = -f(\mathbf{p})\}$ по формуле

$$H(\mathbf{k}) = H_0(\mathbf{k}) - V.$$

Невозмущенный оператор $H_0(\mathbf{k})$ есть оператор умножения на функцию

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = 6 - 2\cos\frac{k_1}{2}\cos p_1 - 2\cos\frac{k_2}{2}\cos p_2 - 2\cos\frac{k_3}{2}\cos p_3.$$

Оператор возмущения V является интегральным оператором в $L_2^o(\mathbf{T}^3)$ с ядром

$$(2\pi)^{-3/2}\ v\,(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{s}) = (2\pi)^{-3/2}(F\hat{v})(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{s}),$$

и принадлежит классу операторов Гильберта-Шмидта $\sum_2$.

Относительно функции $\hat{v}$ предполагается, что