

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И
ПРИМЕНЕНИЯ АНАЛИЗА**

Материалы республиканской

научной конференции

4-5 октябрь 2019 года

**ТАҲЛИЛНИНГ ДОЛЗАРБ МУАММОЛАРИ
ВА ТАТБИҚЛАРИ**

*Республика илмий анжумани
материаллари*

4-5 октябрь 2019 йил

October 4-5, 2019.

**ACTUAL PROBLEMS AND APPLICATIONS OF
ANALYSIS.**

Materials of the republican scientific conference

Қарши – 2019

24. Тишабаев Ж.К.	Продолжение голоморфных отображений шаров относительно метрики Кобаяси до отображений матричных областей.	36
25. Туйчиев Т. Т.	Об областях сходимости рядов Лорана-Хартогса	37
26. Утаев А. Т.	Отображения, ограниченно искажающие модули и квазиконформность.	39
27. Хайдаров Ш.А.	Аппроксимирование функций методом наименьших квадратов	40
28. Халкназаров А.	О вычислении коэффициентов ортонормальной системы в пространстве матриц	43
29. Хурсанов Ш.Я., Юнусова Ш.	Аналог теоремы Лиувилля для A -гармонических функций прислучае $A \equiv const$	44
30. Хурсанов Ш.Я.	Некоторые свойства потенциала в классе A -субгармонических функций	45
31. Хусенов Б.Э.	Теоремы М. М. Лаврентьева для $A(z)$ – аналитических функций	46
32. Шаимкулов Б. А., Бозоров Ж. Т.	Критерий голоморфной продолжимости функций, заданных на остоле поликруга.	49
33. Шоимкулов Б. А., Махкамов Э.М.	Формула Бишопа в матричном полиэдре	50
34. Яхшибоев М.У., Газиев А.	Усеченная дробная производная типа Маршо-Адамара в весовых пространствах суммируемых функций	51
35. Vuvayev Q. T.	Уч каррали Фурье қаторларининг Лебер константаси ҳақида	53
СЕКЦИЯ-2. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ		
1. Akramova D.I	On estimates for convolution operators	55
2. Voxonov Z.S.	An example of n-dimensional a dynamical system of evolution operator	56
3. Eshkabilov Yu. Kh., Nodirov Sh.D.	Translation invariant Gibbs measures for model on the Cayley tree of order three	58
4. Haydarov F. H. Kucharov R. R.	The invariance property of subgroups of the group presentations of Cayley tree	59
5. Jamilov U.U. ¹ , Muxitdinov R.T. ²	Convergence the trajectories of polynomial stochastic operators corresponding to graphs	60
6. Khakimov O.	On surjective infinite dimensional quadratic stochastic operators	62
7. Kucharov R. R., Haydarov F. H.	On a number of eigenvalues below the lower boundary of the essential spectrum of pio	64
8. Kurbanov Sh., Latipov H.	Threshold effect of the generalized Friedrichs model under rank two perturbation	65
9. Rahmatullaev A.M.	Exact solution of the potts model on a Cayley tree in the presence of competing interactions	67
10. Rozikov U.A., Sattarov I.A.	On p -adic dynamical systems	68
11. Rozikov U.A., Usmonov J.B.	Dynamical system of a piecewise-continuous function	72
12. Култураев Д.Ж., Аралова К.А.	О бесконечности дискретной спектра частичного интегрального оператора типа Фредгольма	76

Теперь предположим что D выпуклый область.

Теорема 2. Функция $k(z, z_0) := \frac{1}{2\pi} \ln |\psi(z_0, z)|^{-1}$ является фундаментальным решением задачи Дирихле для A -субгармонических функции т.е.

$$\iint_D \ln |\psi(z, z_0)| \Delta_A \varphi(z) dz \wedge d\bar{z} = \frac{2\pi \varphi(z_0)}{1 - |A(z_0)|^2}, \forall \varphi \in F(D)$$

или $\Delta_A k(z, z_0) = \frac{\delta_{z_0}(z)}{1 - |A(z_0)|^2}$.

Теорема 3. Для потенциала $U^\mu(z) := \int_D k(z, w) d\mu(w)$, $\text{supp } \mu \subset\subset D$ имеет место равенство

$$\Delta_A U^\mu = \frac{1}{1 - |A|^2} d\mu$$

т.е.

$$\Delta_A U^\mu(\varphi) = \int_D \frac{\varphi(z)}{1 - |A(z)|^2} d\mu(z), \forall \varphi \in F(D).$$

Теорема 4. Если неравенства

$$U^\mu(z)|_{\text{supp } \mu} \leq M$$

то оно выполняется следующий неравенства в D

$$U^\mu(z)|_D \leq \frac{M}{1 - C}$$

Теорема 5. Если потенциал $U^\mu(z)$ меры μ непрерывен на $\text{supp } \mu$, то он непрерывен в D . Кроме того если потенциал $U^\mu(z)$ удовлетворяет условия Гёльдера на $\text{supp } \mu$ т.е. $\exists M > 0$ и $\exists \gamma \in (0; 1]$

$$|U^\mu(z) - U^\mu(w)| \leq M |z - w|^\gamma, \forall z, w \in \text{supp } \mu$$

то оно выполняется всюду в D по однократного степен γ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции, М., «Наука», 1988, 512 с.
2. Sadullaev A., Jabborov N.M. On a class of A -analytic functions, Siberian Federal University, Maths&Physics, 2016 у 9(3), с. 374-383.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, М. Наука, 1976г.
4. Садуллаев А. Теория плюрипотенциала. Применения. Palmarium academic publishing, 2012
5. Хурсанов.Ш.Я. $A(z)$ -гармонической функции. ВЕСТНИК НУУз 2017 2/2 ст. 5-8



ТЕОРЕМЫ М. М. ЛАВРЕНТЬЕВА ДЛЯ $A(Z)$ – АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЯХ

Хусенов Б.Э.

Бухарского государственного университета

e-mail: husenovbehzod@mail.ru

Пусть выпуклая область $\Omega \subset \mathbb{C}$. Известно, если $z = x + iy$, то $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y})$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y})$. Пусть $D_A = \frac{\partial}{\partial z} - \overline{A(z)} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$, $\bar{D}_A = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} - A(z) \frac{\partial}{\partial z}$ для функция $|A| \leq c < 1$, $c = const$.

Определение 1.[4] Если дифференцируемая функция $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$, $f \in C^1(\Omega)$ удовлетворяется следующая равенства:

$$\overline{D_A} f(z) = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A(z) \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \quad (1) \text{ то функция } f(z) \text{ называется функция } A(z) -$$

аналитическая и обозначим $f \in O_A(\Omega)$, где $|A| \leq c < 1$, $c = \text{const}$, $A(z)$ – антианалитическая $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$. Равенство (1) называется **уравнения Белтрами**. Если в область Ω :

$$D_A f(z) = \frac{\partial f}{\partial z} - \overline{A(z)} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0, \text{ то } f(z) \text{ называется } A(z) - \text{антианалитическая функция.}$$

Определение 2.[4] Следующая форма множества в область Ω : $L(a; r) = \{|\psi(z; a)| = |z - a + \int_{\gamma(\zeta; z)} \overline{A(\tau)} d\tau| < r\}$ называется **лемниската**, где $a \in \Omega$, $r > 0$.

Определение 3.[3] Пусть функция f регулярная и ограниченная в лемникате $L(a; r)$. Функция f удовлетворяется следующая неравенства:

$$\exists T > 0, \int_{\partial L(a; r)} |f(z)|^p |dz + A(z)d\bar{z}| \leq T, \quad 0 < p < \infty, \text{ называется принадлежащей к классу}$$

Харди $H_A^p(L(a; r))$, $p \in \mathbb{N}$,

Пространство Харди H_A^p при $0 < p < \infty$ – это класс функций в лемникате $L(a; r)$ удовлетворяющих следующему условию:

$$|f|_{H_A^p} = \sup_{0 < R < r} \left(\frac{1}{2\pi R} \int_{\partial L(a; r)} |f(z)|^p |dz + A(z)d\bar{z}| \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Функция f одновременно $f \in O_A(L(a; r))$ и $f \in H^p(L(a; r))$, $p \geq 1$ обозначим $f \in H_A^p(L(a; r))$.

Пусть во множестве $\partial L(a; r)/M$ с ядром Коши $\frac{1}{2\pi i(\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} \overline{A(\tau)} d\tau)}$ (здесь

$z \in L(a; r)$ фиксированна) аппроксимирована $A(z)$ – аналитическим функциями $g_{z,m}(\zeta) \in H_A^\infty(L(a; r))$. Эти функции ортогональны рассматриваемым $A(z)$ – аналитическим функциям $f \in H_A(L(a; r))$ и интегрировании по $\partial L(a; r)$, где если

$$(f; g) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial L(a; r)} f(\zeta) g(\bar{z}) (1 - |A(z)|^2) dz \wedge d\bar{z} = 0, \text{ то функции } f \text{ и } g \text{ называется}$$

ортогональная функция. Кроме того,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \int_{\partial L(a; r)/M} f(\zeta) \left(\frac{1}{2\pi i(\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} \overline{A(\tau)} d\tau)} - g_{z,m}(\zeta) \right) \frac{d\zeta + A d\bar{\zeta}}{\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} \overline{A(\tau)} d\tau} = 0, \quad (2)$$

где обозначим произвольной $\gamma(\zeta; z)$ путем ведущим от точки ζ до точки z . Мы приходим к следующей формуле:

$$f(z) = \lim_{m \rightarrow \infty} \int_M f(\zeta) \left(\frac{1}{2\pi i(\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} \overline{A(\tau)} d\tau)} - g_{z,m}(\zeta) \right) \frac{d\zeta + A d\bar{\zeta}}{\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} \overline{A(\tau)} d\tau} \quad (3)$$

В формуле (3) в качестве параметра под знаком интеграла входит z .

Теперь строим аналог функция Карлемана. Эта идея получения аналог формулы Карлемана с аппроксимацией ядра может быть описана с помощью введенного

М.М.Лаврентьевым аналог понятия Карлемана $A(z)$ – аналитическая. Функция двух комплексных ζ, z и положительного переменного α , которую обозначим $G(z; \zeta; \alpha)$ называется аналогичная функцией Карлемана $A(z)$ – аналитическое множество M в лемнискате $L(a; r)$ если:

$$1) G(z; \zeta; \alpha) = \frac{1}{\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} A(\tau) d\tau} + \tilde{G}(z; \zeta; \alpha), \text{ где } \tilde{G} \text{ по } \zeta \text{ является}$$

функцией класса $H_A^\infty(L(a; r))$;

$$2) \frac{1}{2\pi} \int_{\partial L(a; r)/M} |G(z; \zeta; \alpha)| \left| \frac{d\zeta + Ad\bar{\zeta}}{\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} A(\tau) d\tau} \right| \leq |C(z)| \alpha, \text{ где постоянная } C(z) \text{ зависит от}$$

z .

Примером аналог функции Карлемана является ядро в аналог формуле Карлемана (метод Голузин-Крылов).

$$G(z; \zeta; \alpha) = \left[\frac{\varphi(\zeta)}{\varphi(z)} \right]^\alpha \frac{1}{\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} A(\tau) d\tau}.$$

И вообще, если дана аналогная функция Карлемана $A(z)$ – аналитическая G , то верна и аналогичная формула Карлемана для $A(z)$ – аналитическая функции.

$$f(z) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi i} \int_M f(\zeta) G(z; \zeta; \alpha) (d\zeta + Ad\bar{\zeta}). \quad (4)$$

Очевидно, что аналог формулы (3) и (4) эквивалентны.

Покажем, случаю аналог теореме М.М.Лаврентьева $A(z)$ – аналитической функции. Если функция $A(z)$ антианалитическая в лемнискате $L(a; r)$, то выполняется следующее утверждение.

Теорема. Пусть лемниската $L(a; r)$ и M – подмножество $\partial L(a; r)$. Тогда существует для функции f из класса $H_A(L(a; r))$ аналог формула Карлемана (3):

$$f(z) = \lim_{m \rightarrow \infty} \int_M f(\zeta) \left(\frac{1}{2\pi i (\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} A(\tau) d\tau)} - g_{z, m}(\zeta) \right) \frac{d\zeta + Ad\bar{\zeta}}{\zeta - z + \int_{\gamma(\zeta; z)} A(\tau) d\tau}$$

которая строится с помощью цепочки интегралов и разложений в ряды.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексном анализе, Новосибирск, 1990, 248 с.

[2]. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физике и анализе, М:Наука, 1980, 286 с.

[3]. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного, М:Наука, 1966, 628 с

[4]. Sadullayev A., Jabborov N.M. On a class of A-analytic functions. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., Volume 9. Issue 3. 2016, 374-383 p.

