MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN NAMED AFTER MIRZO ULUGBEK

MOSCOW STATE UNIVERSITY NAMED AFTER M.V.LOMONOSOV

NATIONAL UNIVERSITY OF KIRGIZSTAN NAMED AFTER J.BALASAGIN

INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER V.I.ROMANOVSKI, ACADEMY OF SCIENCE OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

TASHKENT STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY NAMED AFTER NIZAMI

ABSTRACTS

of the international conference

MODERN PROBLEMS OF GEOMETRY AND TOPOLOGY AND ITS APPLICATIONS

21-23 November 2019, Tashkent, Uzbekistan

Аналог теоремы А.М.Кытманова для $A(z)$-аналитических функцих

Хусенов Б.Э.
Бухарский государственный университет
e-mail: husenovbehzod@mail.ru

Пусть дана область $\Omega \subset \mathbb{C}$. Известно, если $z = x + iy$, то $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{i} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\right)$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{i} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\right)$. Пусть $D_A = \frac{\partial}{\partial z} - \overline{A(z)} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$, $\overline{D_A} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} - A(z) \cdot \frac{\partial}{\partial z}$ для функция $|A(z)| \le c < 1$, c=const.

Определение 1.[4] Если для дифференцируемая функция $f(z)$ в областъ $\Omega:$

$$\bar{D}_A f(z) = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A(z) \cdot \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

то такая функция $f(z)$ назиівается **функция A(z)-аналитическая** и обозначим наподобие $f \in O_A(\Omega)$, где $|A| \le c < 1, c = const$, $A(z)$-антианалитическая: $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$. Равенство (1) назиівается **уравнения Белтрами.** Если в областъ Ω : $D_A f(z) = \frac{\partial f}{\partial z} - \overline{A(z)}\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$, то функция $f(z)$ назиівается **функция A(z)-антианалитическая.**

В областъ Ω множества $L(a;r) = \left\{ |\psi(z;a)| = |z - a + \overline{\int_{\gamma(z;a)} \overline{A(\tau)} d\tau}| < r \right\}$ назиівается **лемниската,** где $a \in \Omega, r > 0$.

Определение 2.[3] Если функция f регулярная и ограниченная в лемнискате $L(a;r)$, то Функция f назиівается **принадлежащей к классу Харди** $H_A^p(L(a;r), p \in N$, т.е. выполняется неравенства $\exists T > 0$, $\int_{\partial L(a;r)} |f(z)|^p |dz + A(z) d\bar{z}| \le T, 0 < p < \infty$.

Пространсво Харди H_A^p при $0 < p < \infty$ - это класс функций в лемнискате $L(a;r)$ удовлетворяющих следующему условию:

$$|f|_{H_A^p} = \sup_{0<R<r} \left(\frac{1}{2\pi R} \int_{\partial L(a;r)} |f(z)|^p |dz + A(z) d\bar{z}|\right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Если функция f одновременно $f \in O_A(L(a;r))$ и $f \in H^p(L(a;r))$, $p \ge 1$, то обозначим $f \in H_A^p(L(a;r))$.

Определение 3.[2] Пространство $\mathcal{L}^\infty(L(a;r))$ строится из пространство $\mathcal{L}^\infty(L(a;r), F, \mu)$ измеримых функций, ограниченных почти всюду, отождествлением между собой функций, различающиеся лишъ на множестве меры нулъ, и, положив по определению:

$$|| f ||_\infty = ess \sup_{z \in L(a;r)} | f(z) | = vrai \sup_{z \in L(a;r)} | f(z) |,$$

где $ess \sup$ или $vrai \sup$ функции $f : L(a;r) \longrightarrow \mathbb{C}$ - это нижняя гранъ множества таких чисел c, что $|f(z)| \le c, z \in L(a;r), c = const$ почти всюду.

Обозначим $f \in \mathcal{L}^\infty(D) - f \in O_A(L(a;R))$ и $f \in \mathcal{L}^\infty(L(a;R))$.

Пустъ неявное видимое отображение $\omega(\zeta)$ на автоморфизмы лемниската $L(a;R)$. Пустъ M - множество положителъной меры Лебега на $\partial L(a;r)$. Рассмотрим фиксированную $b \in L(a;r)$ и образы $\omega(M) = M_b$ множества M при автоморфизмах лемниската $\omega(\zeta)$.

Предположим, что для каждого $\omega(M)$ существует последовательност функций $\varphi_m^b = \varphi_b^{M_a} \in \mathcal{L}_A^\infty(M_b)$ такая, что всякой $f \in H_A(L(a;r))$

$$f(a) = \lim_{m\to\infty} \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{M_b} f(\zeta)\,\varphi_m^b(\zeta)\,\frac{d\zeta + A d\bar{\zeta}}{\overline{\zeta - a + \int\limits_{\gamma(a;\zeta)} \overline{A(\tau)} d\tau}} \qquad (2)$$

Покажем, случаю аналог теоремы А.М.Кытманова $A(z)$-аналитической функции.

Если функция $A(z)$ антианалитическая в лемнискате, то выполняется следующее утверждение.

Теорема. Если $f \in H_A(L(a;r))$ и множество $M \subset \partial L(a;r)$ положительной меры Лебега, то для любой точки $b \in L(a;r)$. верна формула

$$f(b) = \lim_{m\to\infty} \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{M} f(\zeta)\,\varphi_m^b(\omega(\zeta))\,\frac{d\zeta + A d\bar{\zeta}}{\overline{\zeta - b + \int\limits_{\gamma(b;\zeta)} \overline{A(\tau)} d\tau}}. \qquad (3)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг Л. А. Формулы Карлемана в комплексном анализе, Новосибирск: Наука. 1990. 248 с.

2. Колмогоров А. М., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционалъного анализа, Москва: Наука. 1968. 496 с.

3. Голузин Г. М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. Москва: Наука. 1966. 628 с.

4. Sadullayev A., Jabborov N. M. On a class of A-analytic functions. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 2016, Volume 9. Issue 3. 374-383 p.

О дробном интегрировании типа Адамара функций многих переменных

Яхшибоев М.У., Нарзуллаенв У.Х.
Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан
Самаркандский филиал ТУИТ, Самарканд, Узбекистан
e-mail: yahshiboev@rambler.ru

В данной работе рассматривается ограниченность типа Адамаровское дробное интегрование функций многих переменных в пространстве $L_{\bar{p},\bar{\gamma}}\left(R_+^n, \frac{dx}{x}\right)$.

Введенное Ж. Адамаром дробное интегродифференцирование типа $\left(x\frac{d}{dx}\right)^\alpha$, $-\infty < \alpha < \infty$, является инвараинтными относительно оператора растяжения $\left(\prod_\rho f\right)(x) = f(\rho x), \rho > 0, x > 0$.