

**SCIENTIFIC EDUCATIONAL MATHEMATICAL CENTER
of VOLGA FEDERAL DISTRICT
BASHKIR STATE UNIVERSITY
INSTITUTE of MATHEMATICS of UFRC of RAS
STEKLOV MATHEMATICAL INSTITUTE OF RAS**

**«FUNCTION THEORY, OPERATOR THEORY AND
QUANTUM INFORMATION THEORY»**

**Book of abstracts
of the International Conference
October 4 – 7, 2021**

UFA-2021

<i>Малютин К.Г., Наумова А.А.</i> Мероморфные функции конечного гамма-роста в единичном круге	27
<i>Makhtmutov S.A</i> Meromorphic solutions of higher order algebraic differential equations	28
<i>Мелихов С.Н.</i> Операторы почти адамаровского типа в простран- стве целых функций многих комплексных переменных	29
<i>Mkrtchyan A. J.</i> Multiple power series continuability into a sectorial domaine	30
<i>Morzhin O.V., Pechen A.N.</i> Optimization of Coherent and Incoherent Controls for Open One- and Two-Qubit Systems	31
<i>Мурат Г., Кошкарова Б.С., Кусаинова Л.К.</i> Оценки в классах по- перечниковых идеалов для одного секториального оператора	32
<i>Musin I.Kh., Gil'mutdinov R.Z.</i> On Gelfand-Shilov type spaces	33
<i>Musin I.Kh., Rakhimova A.I.</i> A Paley-Wiener-Schwartz type theorem for ultradistributions on an unbounded closed convex set	34
<i>Напалков В.В., Напалков В.В. (мл.)</i> Функциональные гильберто- вы пространства в квазикруге	35
<i>Рассадин А.Э.</i> Автопредставление ограниченных функций на \mathbb{R}^m	36
<i>Растёгин А.Э., Шемет А.М.</i> Вырождение квантового поиска при амплитудных шумах в канале обращения к оракулу	37
<i>Сакбаев В.Ж.</i> Предельные теоремы для композиций случайных операторов	38
<i>Senouci M.A.</i> Boundedness of generalized Riemann-Liouville fractional integral operator in weighted Morrey spaces	39
<i>Сергеев А.Г.</i> Эффективное равновесное состояние для резонанс- ных наблюдаемых	40
<i>Степанова М.А.</i> «Контрпримеры» в CR-геометрии	41
<i>Tashpulatov S.M. and Parmanova R.T.</i> Structura of essential spec- tra and discrete spectrum of the energy operator of four-electron systems in the impurity Hubbard model. Third triplet state	41
<i>Теретёнков А.Е.</i> Эффективное равновесное состояние для резо- нансных наблюдаемых	42
<i>Филиппов С.Н.</i> Ядро уравнения Накажimy–Цванцига для откры- той квантовой системы, взаимодействующей с коррелированным окружением в модели столкновений	44
<i>Хабибуллин Б.Н.</i> О расстояние Харнака в области	45
<i>Хажин Р.Л., Гумеров Р.Н.</i> О делимых квантовых процессах	46
<i>Холёво А.С.</i> Достижимая информация квантового гауссовского ан- самбля состояний	47
<i>Husenov B.E.</i> Boundary uniqueness theorem for $A(z)$ -analytic functions	47

Достижимая информация квантового гауссовского ансамбля состояний

@ Холево А.С.

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, г.Москва, Россия

Достижимая информация квантового ансамбля состояний, которая является одной из базовых величин в квантовой теории информации [1], [2], определяется как максимальное количество информации Шеннона, которое может быть получено путем всевозможных квантовых измерений над данным ансамблем. В настоящей работе достижимая информация вычислена для общего квантового гауссовского ансамбля состояний при выполнении определенного “порогового условия” [3]. Показано, что максимизирующее измерение является гауссовским и представляет собой далеко идущее обобщение процедуры оптического гетеродинамирования. Это существенно расширяет предыдущий результат [4], касающийся калибровочно-инвариантного случая. Предложено простое достаточное условие, которое влечет пороговое условие для общего гауссовского ансамбля. Результаты проиллюстрированы на примере одной бозонной моды.

- [1] Нильсен М. А., Чанг И., Квантовые вычисления и квантовая информация, М.: Мир, 2006.
- [2] Холево А. С. Квантовые системы, каналы, информация, М.: МЦНМО, 2010. <http://www.mcnmo.ru/free-books/holevo-quantum.pdf>
- [3] Holevo A. S. “Accessible information of a general quantum Gaussian ensemble”. <https://arxiv.org/pdf/2102.01981.pdf>
- [4] Holevo A. S. “Gaussian maximizers for quantum Gaussian observables and ensembles,” IEEE Trans. Inform. Theory **66**:9, 5634-5641 (2020).

Boundary uniqueness theorem for $A(z)$ -analytic functions

@ Husenov B.E.

Bukhara state university, c.Bukhara, Uzbekistan

Let $A(z)$ be some function in the domain $D \subset \mathbb{C}$. We introduce the operator: $\partial_A = \partial - \bar{A} \cdot \bar{\partial}$, where ∂ is the differentiation operator by z , and $\bar{\partial}$ is the differentiation operator by \bar{z} .

Definition 1. [1] If for a differentiable function $f(z)$ in the D :

$$\bar{\partial}_A f = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - A \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

then such a function $f(z)$ is called an $A(z)$ -analytic function and we will denote it is a $f \in O_A(D)$, where $|A(z)| \leq C < 1, C = \text{const}, A(z)$ -antianalytic: $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$. Equality (1) is called the Beltrami equation. If in the domain of $D : \partial_A f = \frac{\partial f}{\partial z} - \bar{A} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$, then the $f(z)$ function $A(z)$ -antianalytic function.

The set $L(a; r) = \left\{ |\psi(z; a)| = \left| z - a + \frac{\int_{\gamma(a; z)} \overline{A(\tau)} d\tau}{\gamma(a; z)} \right| < r \right\}$ is open in D . For sufficiently small $r > 0$ it compactly belongs to D and contains the point a . This set is called $A(z)$ -lemniscate with center a and denoted by $L(a; r)$. It is simply connected domain.

Let $A(z)$ is anti-analytic, $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$ in D .

Definition 2. $F(z)$ a function is called belonging to the Hardy class if the function satisfies the following inequality in the lemniscate $L(a; r)$:

$$H_A^p(f) = \lim_{\rho \rightarrow r} \frac{1}{2\pi\rho} \int_{|\psi(z; a)|=\rho} |f(z)|^p |dz + A d\bar{z}| < \infty, \quad (2)$$

where $z \in \partial L(a; \rho), 0 < \rho < r, p > 0$.

The Hardy class in the domain of D $A(z)$ -analytic functions is denoted as $H_A^p(D)$.

When studying the boundary properties of functions of a complex variable the fundamental value has the property of uniqueness of its definition by boundary values. Let us first consider this property for $A(z)$ -analytic bounded functions.

Proposition 1. If the $f(z)$ -function, $A(z)$ -analytic and bounded in the lemniscate $L(a; r)$, tends along the radius to the value zero on the set of points $M \subset \partial L(a; r)$ of a positive Lebesgue measure, then $f(z)$ is identically equal to zero.

If $f(z) \in H_A^1(L(a; r))$, then the angular limit of $f(\varsigma) = \lim_{\substack{z \rightarrow \varsigma \\ Z}} f(z)$ exists and is finite for almost all $\varsigma \in \partial L(a; r)$. In particular, it is true:

Result. If the $A(z)$ -analytic function $f(z)$ is bounded in the lemniscate $L(a; r)$, then it has angular limit values almost everywhere on $\partial L(a; r)$.

Proposition 2. Let $f(z) \in H_A^1(L(a; r))$. Suppose that for some set $M \subset \partial L(a; r)$ of the Lebesgue positive measure $f(\varsigma) = 0$ at $\varsigma \in M$. Then $f(z) \equiv 0$.

Now we show that the analog of the Lusin-Privalov theorem is $A(z)$ -analytic function.

Theorem(analogue of the Lusin-Privalov theorem). Let $f(z) \in O_A(L(a; r))$. Suppose that M is the of a Lebesgue positive measure on the boundary of $\partial L(a; r)$, such that

$$\lim_{\substack{z \rightarrow \varsigma \\ Z}} f(z) = 0,$$

where $\varsigma \in M$. Then the $f(z)$ functions identically equal to zero.

- [1] Привалов И. И. Граничные свойства аналитических функций. Москва.: Гостехиздат, 1950.
- [2] Кусис П. Введение в теорию пространств H^p . Москва.: Мир, 1984.
- [3] Sadullayev A., Jabborov N. M. On a class of A-analytic functions//J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 2016. Volume 9, Issue 3. 374-383 p.

Один случай задачи Римана для обобщенных аналитических функций с сингулярным коэффициентом

@ Шабалин П.Л., Фаизов Р.Р.

Казанский государственный архитектурно-строительный университет,
г.Казань, Россия.

В плоскости \mathbb{C} комплексного переменного $z = x + iy = re^{i\theta}$ рассмотрим верхнюю полуплоскость $E^+ = \{z : \text{Im } z > 0\}$, нижнюю полуплоскость $E^- = \{z : \text{Im } z < 0\}$, и вещественную ось $\Gamma = \{z : \text{Im } z = 0\}$. В областях E^+ или E^- рассмотрим обобщенную систему Коши-Римана

$$\partial_{\bar{z}}U - A(z)U = F(z), \quad A(z) = \frac{a(z)}{\bar{z} + z}, \quad a(z), F(z) \in C(\bar{\mathbb{C}}). \quad (1)$$

Следуя [1],[2] мы будем предполагать, что для $A(z)$ существует такая аналитическая в E^+ (E^-) функция $a_0^+(z)$ ($a_0^-(z)$), что

$$A_0^\pm(z) := \frac{a(z) - a_0^\pm(z)}{\bar{z} + z} \in L^p(E^\pm), \quad F(z) \in L^p(E^\pm), \quad p > 2.$$

Граничные значения функций $a_0^\pm(z)$, т.е. функции $a_0^+(t)$, $a_0^-(t)$ будем считать непрерывными по Гёльдеру на вещественной оси Γ , включая окрестность бесконечно удаленной точки.

Кроме того, на функции $a_0^\pm(z)$ дополнительно налагаем следующие ограничения:

$$|a_0^\pm(z) - a_0^\pm(-\bar{z})| \leq K(x, y)(|z + \bar{z}|^\alpha), \quad \alpha < 1,$$

$$a_0^\pm(x) = a_0^\pm(\infty) + O(|x|^{-\beta}), \quad \pm x \rightarrow +\infty, \quad \beta > 0;$$

кроме того, положим что $a_0^\pm(0) = \beta_0^\pm + i\beta_0^\pm$, $a_0^\pm(\infty) = \beta_\infty^\pm + i\beta_\infty^\pm$. Привлекая идеи работ [1],[2] выведем формулу общего решения системы (1):

$$U^\pm(z) = e^{\Omega^\pm(z)}[(T(e^{-\Omega^\pm} F^\pm))(z) + \phi^\pm(z)], \quad z \in E^\pm,$$

$$\Omega^\pm(z) = (TA_0^\pm)(z) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{a_0^\pm(t) \ln |t + \bar{t}|}{t - z} dt + a_0^\pm(z) \ln |z + \bar{z}|. \quad (2)$$