

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ

Институт математики

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**XIV БЕЛОРУССКАЯ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ,
посвященная 65-летию
Института математики НАН Беларуси**

Материалы Международной
научной конференции

В трех частях

Часть 1

Вещественный и комплексный анализ

Функциональный анализ и операторные уравнения

Теоретическая и прикладная механика

Оптимизация и теория управления

Модернизация и цифровизация обучения математике:
фундаментальные и прикладные аспекты

Минск, 28 октября – 1 ноября 2024 года

Минск
«Беларуская навука»
2024

СОДЕРЖАНИЕ

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

Асташкин С.В. О свойстве Кальдерона-Митягина квазибанаховых пространств	8
Асташова И.В. Применение динамических систем к исследованию вопроса о типичности и нетипичности асимптотического поведения сингулярных решений уравнений типа Эмдена – Фаулера высокого порядка	8
Бауэр С.М., Воронкова В.Е. О потере устойчивости осесимметричных форм равновесия круглых пластин под действием нормального давления	9
Бахтин В.И., Царёв Н.А. Выпуклость и вогнутость f -потенциалов (колмогоровских средних) 10	
Галанин М.П., Лотоцкий А.П., Родин А.С. Вычислительный эксперимент в задаче об электродинамическом разгоне лайнера	12
Гладков А.Л. Нелокальные начально-краевые задачи для нелинейных параболических уравнений 13	
Журавков М.А., Босяков С.М., Щербаков С.С. Интеллектуальные системы моделирования в механике. состояние, проблемы, перспективы	14
Корзюк В.И., Столярчук И.И. Исследования классических решений гиперболических уравнений второго порядка методом характеристик	15
Кротов В.Г. Интерполяция нелинейных операторов в пространствах типа Харди и ее приложения 17	
Лотов В.И. О времени первого достижения уровня для процесса возрастания–убывания	17
Матвеев Г.В., Осиновская А.А., Янчевский В.И. Фундаментальная область специальной линейной группы $SL_2(\mathbb{F}_p[x])$	17
Матус П.П. Теория разностных схем для квазилинейных уравнений	19
Попов В.Л. Зависимость между алгеброй и геометрией алгебраических групп	20
Прохоров Ю.Г. Проблемы рациональности в многомерной алгебраической геометрии	20
Сергеев И.Н. Новые понятия мер колеблемости, блуждаемости и вращаемости дифференциальной системы	20
Тузииков А.В., Андрианов А.М. Компьютерное моделирование и искусственный интеллект для идентификации потенциальных лекарств	23
Харин Ю.С., Волошко В.А. Развитие теории вероятностно-статистического анализа дискретных временных рядов на основе малопараметрических моделей	23
Четверушкин Б.Н. Кинетическая модель для описания турбулентного течения в жидкости и слабосжимаемом газе	25
Kruger A.Y. Radius of good behaviour theorems	25
Shaposhnikova T.A. Strange non-local operator homogenizing the Poisson equation with dynamical unilateral boundary conditions in critical case	26

СЕКЦИЯ «ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Кротов В.Г., Стриленко А.Д. Оценки дробных интегралов в пространствах типа Харди в предельном случае	28
Логиновская М.М. Атомическое разложение функций из классов $\mathcal{H}^1(\mathbf{X})$	29
Мардвилко Т.С. Равномерная рациональная аппроксимация нечетного и четного преобразований Коши	30
Поцейко П.Г., Ровба Е.А. Об аппроксимациях интегралов Римана-Лиувилля некоторыми методами, основанными на рациональных интегральных операторах Фурье-Чебышёва	32

Пчелинцев В.А. Приложения конформных отображений к спектральным оценкам для оператора Лапласа	33
Рябченко Н.В., Старовойтов А.П., Оснач Т.М. О существовании тригонометрических аппроксимаций Паде–Якоби	33
Старовойтов А.П., Кругликов И.В. Аппроксимации Эрмита–Лорана аналитических функций	35
Чернявский М.М. Производные результатов и общие кратные корни пар полиномов	37
Шилин А.П. О решении линейного интегро-дифференциального уравнения, в коэффициенты которого входят многочлены	39
Husenov B.E., Hamidova M.K. Estimates of $A(z)$ -harmonic and $A(z)$ -analytical functions	40
Rodikova E.G. On multiple interpolation in the area Privalov classes in a disk	42

СЕКЦИЯ «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Антоневич А.Б., Борбут В.А. О структуре спектра оператора взвешенной композиции в шкале пространств Соболева	44
Антоневич А.Б., Ежикова М.Д. Топологические структуры на градуированных множествах ..	45
Басик А.И., Яцук Т.А. Функция Грина краевой задачи для дифференциального оператора с сингулярным потенциалом на отрезке	48
Бахтин В.И. Эргодический носитель динамической системы и натуральное представление распределений шоке для инвариантных мер	49
Бахтин В.И., Лебедев А.В. <i>SUP-SUMS</i> принципы для F -дивергенции и их приложения	51
Вувуникян Ю.М., Трифонова И.В. Полилинейные и степенные операторы Фредгольма	52
Гринько А.П. Локализованные и локальные дробные производные типа Герасимова–Капуто ..	54
Жук А.И., Защук Е.Н. Ассоциированные решения неавтономных систем дифференциальных уравнений в пространствах Лебега	55
Ибрагимов М.М., Арзиев А.Д. об одном свойстве унитарного геометрического трипотента в сопряженном пространстве нейтрального SFS -пространства	56
Каландаров Т.С., Нуржанов Б.О. 2-локальные автоморфизмы алгебр Аренса	58
Каримов О.Х., Набиев Дж.И. О коэрцитивной разрешимости бигармонического уравнения в весовом пространстве	60
Кравцов Д.И. Фредгольмовы краевые задачи для функциональных уравнений в пространстве Соболева	61
Кузьменкова Е.Ю., Миротин А.Р. О скошенных μ -ганкелевых операторах	63
Кузьмина Е.В., Антоневич А.Б. Существование восьми обобщенных решений задачи Коши для третьего уравнения иерархии Риккати	64
Лебедев А.В., Трубников Ю.В., Чернявский М.М. Об определителях Адамара и методе Бернулли–Эйлера–Лагранжа–Эйткена вычисления корней полиномов	66
Люксембург И.Л. Пространства максимальных идеалов алгебр разрывных функций	68
Махамут А.А., Шишкина Э.Л. Задача для обыкновенного дифференциального уравнения с дробной степенью оператора Бесселя	70
Садок Б. Узкие бассейны для отображения сдвига на пространстве бесконечных сигналов	71
Скормоник О.В., Папкович М.В. Формулы обращения многомерного H - преобразования в весовых пространствах измеримых по Лебегу функций	73
Таныгина А.Н. О модификации условия регулярной гладкости для решения операторных уравнений обобщенным методом Ньютона–Канторовича	74
Ташпулатов С.М. Структура существенного спектра и дискретный спектр оператора энергии четырех электронной системы в примесной модели Хаббарда. Второе синглетное состояние ..	76
Шведков П.Н., Лыков К.В. Об одной матричной норме и её применении теории графов	78
Шубарин М.А. Обобщённые шкалы банаховых пространств, возникающие в структурной теории пространств Фреше	79

Литература

1. Шилин А. П. Гиперсингулярные интегро-дифференциальные уравнения со степенными множителями в коэффициентах // Журнал БГУ. Математика. Информатика. 2019. № 3. С. 48–56.
2. Shilin A. P. *Hypersingular Integro-Differential Equation Containing Polynomials and Their Derivatives in Coefficients* // Mathematics. 2023. Vol. 11(24). Art. 4940.

ESTIMATES OF $A(z)$ -HARMONIC AND $A(z)$ -ANALYTICAL FUNCTIONSB.E. Husenov¹, M.K. Hamidova¹

¹Bukhara State University, Muhammad Ikbal str. 11, Bukhara, 200118,
husenovbehzod@mail.ru, muattar8265@icloud.com

Introduction. Let $A(z)$ be an antianalytic function, i.e. $\frac{\partial A}{\partial z} = 0$ in the convex domain $D \subset \mathbb{C}$; moreover, let $|A(z)| \leq c < 1$ for all $z \in D$, where $c = \text{const}$. The function $f(z)$ is said to be $A(z)$ -analytic in the domain D if for any $z \in D$, the following equality holds:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = A(z) \frac{\partial f}{\partial z} \quad (1)$$

We denote by $O_A(D)$ the class of all $A(z)$ -analytic functions defined in the domain D .

According to, the function $\psi(a, z) = z - a + \int_{\gamma(a, z)} \overline{A(\tau)} d\tau$ is an $A(z)$ -analytic function. The following set is an open subset of arbitrary convex domain D :

$$L(a, r) = \{|\psi(a, z)| < r\}.$$

For sufficiently small $r > 0$, this set compactly lies in D (we denote this fact by $L(a, r) \subset\subset D$) and contains the point a . This set $L(a, r)$ is called the $A(z)$ -lemniscate centered at the point a . The lemniscate $L(a, r)$ is a simply - connected set (see [1]).

Let $f = u + iv$.

Theorem 1. (see [3]). The real part of the $A(z)$ -analytic functions of $f(z) \in O_A(D)$ satisfies equation

$$\Delta_A u = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{1 - |A|^2} \left((1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - 2A \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{1 - |A|^2} \left((1 + |A|^2) \frac{\partial u}{\partial z} - 2\bar{A} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) \right) = 0 \quad (2)$$

in the domain of D .

In connection with Theorem 1, it is natural to define the $A(z)$ -harmonic function as follows.

Definition 1 (see [3]). A double differentiable function $u \in C^2(D)$, $u : D \rightarrow \mathbb{R}$ is called $A(z)$ -harmonic in the D domain if the D domain if it satisfies the differential equation (2).

The class of $A(z)$ -harmonic functions in the domain of D is denoted as $h_A(D)$.

Theorem 1 (see [2], on the mean of $A(z)$ -harmonic function in lemniscate). Let D be a convex domain. Then if $u(z)$ is an $A(z)$ -harmonic function in lemniscate $L(a, r) \subset D$, then for any $\rho < r$ take place

$$u(a) = \frac{1}{2\pi\rho} \int_{|\psi(a, \xi)|=\rho} u(\xi) |d\xi + A(\xi)d\bar{\xi}|. \quad (3)$$

Theorem 2 (see [3], analogue of the Poisson formula for $A(z)$ -harmonic functions). If the function $\omega(\zeta)$ is continuous on the boundary of the lemniscate $L(a, r)$, then the function

$$u(z) = \frac{1}{2\pi r} \int_{|\psi(a, \zeta)|=r} \nu(\zeta) \frac{r^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(\zeta, z)|^2} |d\zeta + A(\zeta)d\bar{\zeta}| \quad (4)$$

is the solution of the Dirichlet problem in $L(a, r)$, i.e. $u(z) \in h_A(L(a, r)) \cap C(\bar{L}(a, r)) : u(z)|_{\partial L(a, r)} = \nu(\zeta)$, where $P(z, \zeta) = \frac{r^2 - |\psi(a, z)|^2}{|\psi(\zeta, z)|^2}$.

Formula (4) are called an analogue of the Poisson formula for $A(z)$ -harmonic functions.

Using the averaging operator (3), we can determine $A(z)$ -subharmonic functions.

Definition 2. (see [2]). The function $u(z) : D \rightarrow [-\infty; \infty)$ is called $A(z)$ -subharmonic in the domain $D \subset \mathbb{C}$ if it is semi-continuous from above, $\limsup_{w \rightarrow z} u(w) \leq u(z)$, $\forall z \in D$ and the inequality of average is valid:

$$u(a) \leq \frac{1}{2\pi r} \int_{|\psi(a, \zeta)|=r} u(\zeta) |d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}|,$$

for any fixed point $a \in D$ and for any lemniscate $L(a, r) \subset \subset D$.

Now, we define the concepts of angular and radial limits of $A(z)$ -analytic functions in lemniscate $L(a, r) \subset \subset D$. The lemniscate $L(a, r)$ is a simply connected domain with a real analytic boundary, then according to Riemann's theorem there exists a conformal map $\chi(z) : U \rightarrow L(a, r)$, which is also conformal in some neighborhood of closure $\bar{U}$. Let χ maps the boundary point $\lambda \in \partial U$ to the boundary point $\zeta \in \partial L(a, r)$. Then the curve γ_ζ has the property that it connects points a, ζ and is perpendicular to all lines of level $\partial L(a, \rho) = \{|\psi(a, z)| = \rho\}$, $0 < \rho \leq r$. In the theory of $A(z)$ -analytic functions, the curve $\gamma_\zeta = \chi(\tau_\lambda)$ plays the role of the radial direction, and the image of the angle $\chi(<)$ plays the role of the angular set at the point $\zeta \in \partial L(a, r)$. We will denote this angle by $< = <_\zeta$. The limit $f^*(\zeta) = \lim_{z \rightarrow \zeta, z \in \gamma_\zeta} f(z)$ is called the radial limit, and $f^*_{<}(\zeta) = \lim_{z \rightarrow \zeta, z \in <_\zeta} f(z)$ is the angular limit of the function $f(z)$ at the point $\zeta \in \partial L(a, r)$ (see [4]).

For a boundary measurable subset of lemniscates $M \subset \partial L(a, r)$, the $A(z)$ -harmonic measure $\omega(z, M, L(a, r))$ is determined very simply by the Poisson formula. If

$$\mathfrak{K}_M(\zeta) = \begin{cases} -1, & \text{if } \zeta \in M, \\ 0, & \text{if } \zeta \in \partial L(a, r) \setminus M \end{cases}$$

is a characteristic function of the set $M \subset \partial L(a, r)$, then according to Poisson's formula $A(z)$ -harmonic measure

$$\omega(z, M, L(a, r)) = \frac{1}{2\pi r} \int_{|\psi(a, \zeta)|=r} P(z, \zeta) \mathfrak{K}_M(\zeta) |d\zeta + A(\zeta) d\bar{\zeta}|.$$

Note that the $A(z)$ -harmonic measure $\omega(z, M, L(a, r))$ is an $A(z)$ -harmonic function inside the lemniscate,

$$\omega(z, M, L(a, r)) \in h_A(L(a, r)), \quad -1 \leq \omega(z, M, L(a, r)) \leq 0.$$

Theorem 3. The function $\omega(z, M, L(a, r))$ either does not vanish anywhere $\omega(z, M, L(a, r)) < 0$, or is identically equal to zero, $\omega(z, M, L(a, r)) \equiv 0$. $\omega(z, M, L(a, r)) \equiv 0$ if and only if the boundary set $M \subset \partial L(a, r)$ has zero measure, $\text{mes} M = 0$.

The following theorem is very important in the qualitative estimates of $A(z)$ -analytic functions.

Theorem 4. Let $M \subset \partial L(a, r)$ be a measurable boundary set of positive measure, $\text{mes} M > 0$. Then for almost all points $\zeta^0 \in M$ there is a radial limit $\omega^*(\zeta^0, M, L(a, r)) = -1$.

References

1. Sadullaev A. Zhabborov N. M. On a class of A -analytic functions. // J. Siberian Fed. Univ. 2016. Vol. 9, No 3. P. 374–383.
2. Khursanov Sh. Y. Some properties of $A(z)$ -subharmonic functions // Bulletin of NUUZ. 2020. Vol. 4, No 3. P. 474–484.
3. Zhabborov N. M., Otaboyev N. U., Khursanov Sh. Y. The Schwartz inequality and the Schwartz formula for A -analytic functions // Journal of Mathematical Sciences. 2022. Vol. 264, No 6. P. 704–714.
4. Zhabborov N. M., Khursanov Sh. Y., Husenov B. E. Existence of boundary values of Hardy class functions H_A^1 // Bulletin of the NUUZ. 2022. Vol. 5, No 2. P. 79–90.