O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI 1930

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
INNOVATSION
RIVOJLANISH VAZIRLIGI

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI»
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN
TEZISLAR TO'PLAMI

ABSTRACTS
INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE «MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES»

ТЕЗИСЫ
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

2021 YIL 15 APREL
BUXORO

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI» XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN

Buxoro davlat universiteti
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2021
@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ФАКУЛЬТЕТИ

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО МИҚЁСИДАГИ ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН

МАТЕРИАЛЛАРИ

2021 йил, 15-апрель

Бухоро – 2021

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА

Раис: Хамидов О.Х., БухДУ ректори, профессор
Раис ўринбосари: Қаххоров О.С., БухДУ проректори, доцент
Ташкилий қўмита аъзолари:

Жўраев А.Т.	БухДУ, проректори, доцент
Рашидов Ў.У.	БухДУ, проректори
Зарипов Г.Т.	БухДУ, доцент
Эшанкулов Х.И.	БухДУ, декан, т.ф.ф.д., (PhD)
Жалолов О.И.	БухДУ, кафедра мудири, доцент
Сайидова Н.С.	БухДУ, кафедра мудири, доцент
Жумаев Ж.	БухДУ, доцент
Болтаев Т.Б.	БухДУ, доцент
Зарипова Г.К.	БухДУ, доцент
Рустамов Ҳ.Ш.	БухДУ, доцент
Хаятов Х.У.	БухДУ, катта ўқитувчи
Жўраев З.Ш.	БухДУ, катта ўқитувчи
Атаева Г.И.	БухДУ, катта ўқитувчи
Турдиева Г.С.	БухДУ, катта ўқитувчи

ДАСТУРИЙ ҚЎМИТА

Арипов М.М.	ЎзМУ, профессор
Алоев Р.Ж.	ЎзМУ, профессор
Шадиметов Х.М	Тошкент давлат транспорт университети, профессор
Расулов А.С.	Жаҳон иқтисодиёти ва дипломатия университети, профессор
Равшанов Н.	ТАТУ ҳузуридаги АКТ илмий-инновацион марказ, лаборатория мудири, профессор
Солеев А.С.	СамДУ, профессор
Дурдиев Д.Қ.	БухДУ, профессор
Ҳаётов А.Р.	В.И.Романовский номидаги Математика институти, профессор
Мўминов Б.Б.	ТАТУ, профессор
Худойберганов М.У.	ЎзМУ, доцент
Жумаев Ж.	БухДУ, доцент
Болтаев Т.Б.	БухДУ, доцент
Эшанкулов Х.И.	БухДУ, т.ф.ф.д., (PhD)
Жалолов О.И.	БухДУ, доцент
Сайидова Н.С.	БухДУ, доцент
Расулов Т.Ҳ	БухДУ, доцент

КОНФЕРЕНЦИЯ КОТИБЛАРИ

Атамурадов Ж.Ж., Эргашев А.А. Қосимов Ф.Ф., Ҳазратов Ф.Ҳ., Зарипов Н.Н., Ибрагимов С.И., Назаров Ш.Э.

Тўплам Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2021 йил 2 мартдаги 78-ф-сонли фармоиши билан тасдиқланган Ўзбекистон Республикасида 2021 йилда халқаро ва республика миқёсидаги ўтказиладиган илмий ва илмий-техник тадбирлар режасида белгиланган тадбирларнинг бажарилиши мақсадида 2021 йил 15 апрель куни Бухоро давлат университети Ахборот технологиялари факультетида "Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари" мавзусидаги халқаро илмий-амали анжуман материаллари асосида тузилди.

Масъул муҳаррир:
О.И.Жалолов, доцент
Тақризчилар:
Ж.Жумаев, доцент

$s_1 = 180\beta - 40\alpha, \quad s_2 = 1680\beta - 280\alpha$. Здесь $y = y_h(t)$ элемент конечномерного пространства H_h для любого момента времени t ;операторы D, A действуют из H_h в H_h.

Параметры схемы дали возможность получит схемы повышенного порядка точности и экономичный алгоритм численной реализаций. Например, параметры α, β, γ подчиняются условию четвертого порядка аппроксимации, если

$$\alpha + \gamma = \beta + 1/6 \tag{5}$$

и шестого порядка аппроксимации, если

$$\beta - 6\alpha\gamma + 1/40 = 0.$$

Доказана следующая основная теорема.

Теорема. При выполнении условия (5) и

$$D - \delta\tau^2 A \geq \varepsilon D,\ 0 < \varepsilon < 1,\ \delta = \max\{\alpha, \beta, \gamma\}, \tag{6}$$

решение схемы (4) $y_h(t)$ сходится к решению задачи (1)-(3) и справедлива оценка:

$$\|u(x,t) - y(x,t)\| \leq M(h^\sigma + \tau^4).$$

При выборе на каждом конечном элементе по пространству многочлена степени $\sigma = 3$ имеем третий порядок точности по шагу h.

Таким образом, разработана и исследован метод высокой степени точности решения задачи для уравнения спиновых волн в магнетиках. Этот метод основан на конечно-элементной аппроксимации по пространству и времени с помощью полиномов третьей степени. Разработан алгоритм реализации метода, проведено тестирование его на точном решении в виде ряда Фурье и сравнение с конечно-разностным методом.

Литература

1. Габов С.А., Свешников А.Г. Линейные задачи теории нестационарных внутренних волн. – М.: Наука, 1990. – 344 С.
2. Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 736 С.
3. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно–сеточные методы. – М.: Наука, 1981. – 416 С.
4. Москальков М.Н., Утебаев Д. Численное моделирование нестационарных процессов механики сплошной среды. – Ташкент, «Фан ва технология», 2012. – 160 с.

УДК 517.516.87

ОПТИМАЛЬНАЯ КВАДРАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ИНТЕГРАЛОВ ТИПА ФУРЬЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА $H_2^\mu(R)$.

[1]Шадиметов Х.М., [2]Жалолов О.И.

[1]Ташкентский государственный транспортный университет

[2]Бухарский государственный университет

Вычисление определенных интегралов с возможно большой точностью является одной из актуальных задач вычислительной математики и численного анализа.

В данной работе рассматривается вопрос о вычислении интегралов типа Фурье, где подынтегральная функция имеет с ограниченным числом экстремальных точек в интервале интегрирования и в качестве весовой функции берем быстро колеблющаяся функция. При небольших значениях параметра быстро колеблющаяся функции интеграл можно вычислить по обычным формулам механических квадратур, но если значение параметра велико, это становится затруднительным из-за частого колебания множителя. Поэтому для применения обычных формул механических квадратур промежуток интегрирования придется делить предварительно на большое число частей, из-за чего вычисление становится почти невозможным. Здесь предполагается метод вычисления таких интегралов для конкретных быстро колеблющаяся функций, т.е. для интегралов типа Фурье в пространстве Хёрмандера $H_2^{\mu}(R)$.

С.Л.Соболев рассмотрел проблему построения оптимальных решетчатых формул над пространством $L_2^{(m)}\left(R^n\right)$ и нахождение оптимальных коэффициентов свёл к решению дискретной задачи типа Винера – Хопфа (см[1]).

В приложениях часто встречаются так называемый интегралы типа Фурье вида

$$I_1(\sigma)=\int_a^b f(x)\cos\sigma x dx, I_2(\sigma)=\int_a^b f(x)\sin\sigma x dx, I_3(\sigma)=\int_a^b f(x)\ell^{i\sigma x}dx. \qquad (1)$$

При небольших значениях параметра σ эти интегралы можно вычислить по классическим квадратурным формулам трапеция, Симпсона, Гаусса и т.д. Но, если значение σ велико, то вычисления становятся затруднительными из-за сильной осцилляции множителей $\cos\sigma x$ и $\sin\sigma x$.

В этом случае для вычисления интегралов с необходимой точностью промежуток интегрирования приходится делить на большее число частей. Поэтому для вычисления таких интегралов разработаны квадратурные формулы, которые заранее учитывают наличие указанных осциллирующих множителей. Впервые метод построения таких формул был предложен Файлоном [2]. Он заключался в замене квадратичным трехчленом на всей подынтегральной функции, а только $f(x)$ предположении, что она на отрезке интегрирования имеет ограниченное число экстремальных точек. Формула Файлона является аналогом формулы Симпсона и переходит в нее при $\sigma\to 0$.

В настоящее время для вычисления интегралов (1) проведено много исследований, в частности получены аналоги формул прямоугольников [3], трапеций [4], Ньюнона-Котеса [5], Гаусса [6]. Эйнарсон [7] для вычисления интегралов (1) применил интерполяционный кубический сплайн типа. Как отмечает автор, во многих случаях его формула дает лучшей результат, чем формула Файлона, в формуле Эйнарсона присутствуют сплайновые моменты M_0 и M_N, которые надо заменить через вторые производные $f''(a)$ и $f''(b)$ (с некоторой точностью) или же найти из системы уравнений, определяющей параметры кубического сплайна. Если считать $M_0=M_N=0$, то погрешность формулы Эйнарсона будет иметь порядок h^3 и в этом случае формула Файлона является более точной, нежели формула Эйнарсона. В некоторых задачах в узлах x_k могут быть известны не только значения функции, но и значения ее производных. Эта дополнительная информация дает возможность построит квадратурные формулы более высокой степени точности. Известно, что из формул Файлона и Эйнарсона при $\sigma=0$ получается формула Симпсона.

В настоящей работе рассмотрим следующую квадратурную формулу:

$$\int_0^1 \ell^{2\pi i\sigma x} f(x)dx \approx \sum_{\beta=0}^{N} C_\beta f(x_\beta), \qquad (2)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_N(x)=\varepsilon_{[0,1]}(x)\ell^{2\pi i\sigma x}-\sum_{\beta=0}^{N} C_\beta \delta(x-x_\beta), \qquad (3)$$

где соответственно, C_β и x_β называют коэффициентами и узлами квадратурной формулы (2), $f(x)$ является элементом гильбертова пространства Хёрмандера $H_2^{\mu}(R)$ [8] и назовем ее квадратурную формулу для интегралов типа Фурье.

Определения 1. Пространство $H_2^{\mu}(R)$ определяется как замыкания пространства бесконечно дифференцируемых функций, убивающих на бесконечности быстрее любой отрицательной степени, которая норма функций определяется следующим образом:

$$\left\| f \mid H_2^{\mu}(R) \right\| = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| F^{-1}[\mu(\xi) \cdot F[f^c(x)](\xi)](x) \right|^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}},$$

где $f^c(x)$ класс функций, следы которых в области R совпадают, F -преобразование Фурье, $\mu(\xi)$ бесконечно дифференцируемая, $\mu > 0$, F и F^{-1} прямое и обратное преобразование Фурье:

$$F[f(x)](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i \xi x} dx \quad , \quad F^{-1}[f(x)](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i \xi x} dx .$$

Погрешность квадратурной формулы (2) будет линейным и непрерывным функционалом из пространства $H_2^{\mu^*}(R)$, сопряженного пространство $H_2^{\mu}(R)$, т.е. $\ell_N(x) \in H_2^{\mu^*}(R)$.

Качество квадратурной формулы оценивается при помощи нормы функционала погрешности:

$$\left\| \ell_N \mid H_2^{\mu^*}(R) \right\| = \sup_{f(x) \neq 0} \frac{|\ell(f)|}{\left\| f \left| H_2^{\mu}(R) \right. \right\|}. \tag{4}$$

Норма функционала погрешности $\ell_N(x)$ зависит от коэффициентов C_β и узлов x_β.

По этому для вычислительной практики полезно уметь вычислить нормы функционала погрешности оценить ее. Отыскание минимума нормы функционала погрешности по C_β и x_β есть задача на исследование функции одной переменной на экстремум. Если:

$$\left\| \overset{0}{\ell}_N \mid H_2^{\mu^*}(R) \right\| = \inf_{C_\beta, x_\beta} \sup_{\|f\| \neq 0} \frac{\left| < \ell_N(x), f(x) > \right|}{\left\| f \mid H_2^{\mu}(R) \right\|}$$

то говорят , что функционала $\overset{0}{\ell}_N(x)$ соответствует оптимальной квадратурной формуле для интегралов типа Фурье в пространстве Хёрмандера $H_2^{\mu}(R)$. Справедлива следующие

<u>Теорема 1</u>. Экстремальная функция функционала погрешности (3) квадратурной формулы (2) имеет вид $\psi_e(x) = [\ell^{2\pi i \sigma x} \cdot \varepsilon_{[0],1}(x)] * \nu_m(x) - \sum_{\beta=0}^{N} C_\beta \nu_m(x - h\beta)$, (5)

квадрат нормы функционала погрешности $\ell_N(x)$ в пространстве Хермандера $H_2^{\mu}(R)$ имеет следующий вид $\left\| \ell_N \left| H_2^{\mu^*}(R) \right. \right\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| [\ell^{2\pi i \sigma x} \cdot \varepsilon_{[0],1}(x)] * \nu_m(x) - \sum_{\beta=0}^{N} C_\beta \nu_m(x - h\beta) \right|^2 dx$. (6)

По теоремы Бабушки [1] из (5) следует, что

$$\psi_\ell(h\alpha) = 0, \quad \alpha = 0,1,...,N. \tag{7}$$

Теорема 2. Оптимальная квадратурная формула для интегралов типа Фурье (2), коэффициенты который является решением системы линейных уравненный (7) в пространстве Хермандера $H_2^{\mu}(R)$, существует и она является единственная.

Решить эту систему (7) известными методами удается не всегда, из за малости определителя системы. В связи с этим С.Л.Соболев [1] предложил метод, который позволяет определять оптимальные коэффициенты квадратурной формулы.

Переобозначив $C[\beta] = C_\beta$ и $\nu_h^{(m)}[\beta] = \nu_m(h\beta)$, систему (7) можно записать в виде свёртки функций дискретного аргумента:

$$C[\beta] * \nu_h^{(m)}[\beta] = f_m[\beta], \beta = 0,1,...,N, \tag{8}$$

$$C[\beta] = 0, \; h\beta \notin [0,1], \tag{9}$$

где

$$f_m[\beta]=\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}v_m(h\beta-y)dy. \qquad (10)$$

Систему уравнений (8), (9) будем обозначать системой B.
Рассмотрим соответствующую задачу.
Задача B. Найти дискретную функцию $C[\beta]$, удовлетворяющую системе B при заданных $f_m[\beta]$.

Главная идея этого метода состоит в замене неизвестной функции $C[\beta]$ на функцию $u_h^m[\beta]=u^m(h\beta)$. А именно, вместо $C[\beta]$ вводится неизвестная функция

$$u_h^m[\beta]=v_h^{(m)}[\beta]*C[\beta]. \qquad (11)$$

Тогда необходимо найти оператор $D_m(h\beta)=D_h^{(m)}[\beta]$, который удовлетворяет равенству

$$D_h^{(m)}[\beta]*v_h^{(m)}[\beta]=\delta(h\beta), \qquad (12)$$

где $\delta[h\beta]=\{1,\ \beta=0,0,\ \beta\neq 0.$

Из (11), учитывая (12), получим

$$C[\beta]=D_h^{(m)}[\beta]*u[\beta]. \qquad (13)$$

Ставим следующую задачу.
Задача $B1$**:** Найти функцию $u_h^{(m)}[\beta]$ при $h\beta\notin[0,1]$.
Приступим к решению задачи В1.
Функция $u_h^{(m)}[\beta]$ известна для $\beta=0,1,...,N,$ т.е $U_h^{(m)}[\beta]=f_m[\beta]$. Позже будет доказано, что дискретная функция $D_h^m[\beta]$ убывает на бесконечносьт быстрее любой отрицательной степени β. Таковой является также и функция $v_h^m[\beta]$. Функция $C[\beta]$ является финитной. Вследствие этих свойств тройная свертка $D_h^m[\beta]*v_h^m[\beta]*C[\beta]$ будет обладать свойствами группировки и сочетательности. Используя эти свойства тройной свертки $D_h^m(h\beta)*v_h^m(\beta)*C[\beta]$, при $h\beta\notin[0,1]$ имеем

$$D_m(h\beta)*u^m(h\beta)=D_h^m[\beta]*v_h^m[\beta]*C[\beta]=\left[\sum_\gamma D_m(h\gamma)\cdot v_m(\gamma h-\beta h)\right]*C[\beta]=C[\beta]=\sum_\gamma C(h\gamma)\cdot\delta(h\gamma-h\beta)=0.$$

Здесь учтено, что $\delta(h\gamma-h\beta)=0$, при $h\beta\neq h\gamma.$
Из произведенных вычислений следует следующая теорема.
Теорема 3. Функция $u^m(h\beta)$ имеет вид

$$u_h^m[\beta]=\left\{ f_m[\beta],\ h\beta\in[0,1],\sum_{\alpha=0}^{N}C[\alpha]v_m(h\alpha-h\beta),\ h\beta\notin[0,1]\right. . \qquad (14)$$

При вычислении коэффициентов $C[\beta]$ нам необходимо знать конкретные значения $u^m(h\beta)$ при $h\beta\notin[0,1]$. Как видно из (14), из вида функции $u^m(h\beta)$ невозможно определить конкретные значения $u^m(h\beta)$, при $h\beta\notin[0,1]$, так как в нем участвуют $N+1$ неизвестные $C[\beta]$, конкретные значения $u^m(h\beta)$ будут определены в ходе вычисления коэффициентов $C[\beta]$, когда будет известна функция $D_h^m[\beta]$. Известно, что (см. [9])

$$v_m(x)=\int_{-\infty}^{\infty}\exp 2\pi iyx(1+y^2)^m dy=\frac{\pi\exp(-2\pi|x|)}{2^{2m-2}\cdot(m-1)!}\sum_{k=o}^{m-1}\frac{(2m-k-2)!\cdot(4\pi)^k}{k!\cdot(m-k-1)!}|x|^k\ , \qquad (15)$$

и справедлива следующая(см. [9])
Теорема 4. Дискретный аналог дифференциального оператора

$\left[1-\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{d^2}{dx^2}\right]^m$ при $m=1$ имеет вид

$$D_1[\beta]=\frac{1}{\pi}\begin{cases}\dfrac{\exp(4\pi h)+1}{\exp(4\pi h)-1}, \beta=0\\ \dfrac{\exp(2\pi h)}{1-\exp(4\pi h)}, |\beta|=1\end{cases}, \tag{16}$$

или

$$D_1[\beta]=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}cth(2\pi h), \beta=0\\ -\dfrac{1}{2\pi sh(2\pi h)}, |\beta|=1\\ 0, |\beta|\geq 2\end{cases}. \tag{17}$$

Из равенства (11) имеем

$$C_\beta = D_h^m[\beta]*u_h^m[\beta], \tag{18}$$

где $D_h^1[\beta]$ определяется формулой (17), а $u_h^1[\beta]$ определяется формулами

$$u_h^1[\beta]= f_1[\beta], \tag{19}$$

когда $\beta=0,1,...,N$, где $f_1[\beta]=\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}v_1(h\beta-y)dy$. При $\beta<0$ и $\beta>N$ $u_h^1[\beta]$ пока не определена. Однако, используя вид функции $u_h^1[\beta]$ для $\beta<0$ и $\beta>N$, по формуле (11) удается определить их конкретные значения. Действительно, по формуле (11)

$$u_h^1(h\gamma)=\sum_{\beta=0}^{N}C_\beta v_1(h\gamma-h\beta), \tag{20}$$

где $v_1(x)=\exp(-2\pi|x|)$. Используя вид $v_1(x)$, мы пакажем, что

$u_h^1(-h)=\exp(-2\pi h)u(0)$ и $u_h^1((N+1)h)=\exp(-2\pi h)u_h^1(Nh)$.

Из общего вида $u_h^1(h\gamma)$ имеем

$u_h^1(0)=C_0v_1(0)+C_1v_1(-h)+C_2v_1(-2h)+...+C_Nv_1(-Nh),$

$u_h^1(-h)=C_0v_1(-h)+C_1v_1(-2h)+C_2v_1(-3h)+...+C_Nv_1(-(N-1)h)=$

$$=\exp(-2\pi h)\left(C_0+C_1\exp(-h)+C_2\exp(-2h)+...+C_N\exp(-Nh)\right)==\exp(-2\pi h)u_h^1(0) \tag{21}$$

и

$u_h^1(Nh)=\left(C_0\exp(-2\pi Nh)+C_1\exp(-2\pi(N-1)h)+...+C_N\exp(-2\pi 0)\right),$

$$u_h^1((N+1)h)=\exp(-2\pi h)\left(C_0\exp(-2\pi Nh)+C_1\exp(-2\pi(N-1)h)+...+C_N\right)=\exp(-2\pi h)u_h^1(Nh). \tag{22}$$

Эти значения функции $u_h^1[\beta]$ нам достаточны для определения оптимальных коэффициентов. Из (11) имеем

$$C[\beta]=D_h^1[\beta]*u_h^1[\beta]=\sum_{\alpha=-1}^{1}D_h^1(h\alpha)u_h^1(h\alpha-h\beta).$$

Отсюда, в силу формул (17), (18), (19), для оптимальных коэффициентов $\overset{0}{C}[\beta]$ имеем

$$\overset{0}{C}[\beta]=\frac{1}{\pi}cth(2\pi h)\cdot u_h^1[\beta]-\frac{1}{2\pi sh(2\pi h)}u_h^1[\beta-1]-\frac{1}{2\pi sh(2\pi h)}u_1[\beta+1]=$$

$$=\frac{1}{\pi}cth(2\pi h)\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}v_1(h\beta-y)dy-\frac{1}{2\pi sh(2\pi h)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}v_1(h(\beta-1)-y)dy-$$

$$-\frac{1}{2\pi sh\left(2\pi h\right)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}v_1(h(\beta+1)-y)dy,$$

при $\beta=1,2,...,N-1$. Из общего вида функции $v_m(x)$ из формулы (15) следует

$$v_1(x)=\pi\exp(-2\pi|x|).$$

Имея в виду это, получим

$$\overset{0}{C}[\beta]=cth(2\pi h)\cdot\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|h\beta-y|)dy-\frac{1}{2sh\left(2\pi h\right)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|h(\beta-1)-y|)dy-$$

$$-\frac{1}{2sh\left(2\pi h\right)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|h(\beta+1)-y|)dy,\quad \beta=1,2,...,N-1. \tag{23}$$

В силу (17), (18), (19) и (15) получим

$$\overset{0}{C}[0]=\pi cth\left(2\pi h\right)u_h^1[0]-\frac{1}{2\pi sh\left(2\pi h\right)}u_h^1[-h]-\frac{1}{2\pi sh\left(2\pi h\right)}u_h^1[h]=$$

$$=\pi cth\left(2\pi h\right)u_h^1[0]-\frac{\exp\left(-2\pi h\right)}{2\pi sh\left(2\pi h\right)}u_h^1[0]-\frac{1}{2\pi sh\left(2\pi h\right)}u_h^1[h]=$$

$$=cth\left(2\pi h\right)\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|0-y|)dy-\frac{\exp\left(-4\pi h\right)}{2sh\left(2\pi h\right)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|-y|)dy-$$

$$-\frac{1}{2sh\left(2\pi h\right)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|h-y|)dy=$$

$$=cth(2\pi h)\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi y)dy-\frac{\exp(-2\pi h)}{2sh(2\pi h)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi y)dy-$$

$$-\frac{1}{2sh(2\pi h)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|h-y|)dy. \tag{24}$$

Таким же образом, учитывая (17), (18), (19) и (15), имеем

$$C[N]=cth(2\pi h)\cdot\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|Nh-y|)dy-\frac{1}{2sh(2\pi h)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|Nh-y|)dy-$$

$$-\frac{1}{2sh\left(2\pi h\right)}\int_0^1 e^{2\pi i\sigma y}\exp(-2\pi|h(N-1)-y|)dy. \tag{25}$$

Этим доказана следующая

Теорема 5. Среди всех квадратурных формул вида (2) решетчатая квадратурная формула для интегралов типа Фурье

$$\int_0^1 e^{2\pi i\sigma x}f(x)dx\approx\sum_{\beta=0}^{N}\overset{0}{C}[\beta]f[\beta], \tag{26}$$

определяемая коэффициентами (23),(24),(25), является единственной оптимальной в пространстве $H_2^{\mu}(R)$.

В залючение отметим,что нахождение оптимапьных коэффициентов квадратурных формул для интегралов типа Фурье вида (26) в пространстве непериодических функций Хёрмандера $H_2(R)$ выпольнена в случае $m=1$.

Список литературы

1. С.Л.Соболев. Введение в теорию кубатурных формул , М.1974.
2. Filon N. G. On a quadrature for trigonometric integrals. –Pr0s. ROY.Soc. Edinburgh, 1928, 49, P.38-47

3. Исраилов М. И. , Нуриддинов М. Приближенное вычисление интегралов с быстроколеблющимся подынтегральным выражением. Вопросы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент: ИК с ВЦ АН УзССР, 1972, вып. 14, с. 103-116.

4. Tuck. E. O. A simple Filon- trapezoidaol rule- Matematics of compution, 1967, 21, p. 239-241.

5. Luke Y. L. On the computation of oscillatory integrals, Part 2 –Proc.combridge Pilos.soc; 1954, 50, p 267-277.

6. Einarsson B. Numerical calculation of Fourier integrals with cubic splines. – BIT, 1968, 8, p. 279-286.

7. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. – М.: Физматгиз, 1961 – 524 с.

8. Валевич Л.Р. и Панеяк Б.П. Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения. УМН. XX,1(121),165,3.

9. Шадиметов Х.М.,Жалолов И.И.Об одном алгоритме построения оператора $D_h^m[\beta]$ для определения оптимальных коэффициентов весовых квадратурных формул в пространстве $W_2^m(R)$. –УзМЖ 2010, №3, -с. 178-187.

11. Жалолов О.И. Вычисление нормы функционала погрешности оптимальных интерполяционных формул в пространстве периодических функций С.Л.Собовева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$. Проблемы вычислительной и прикладной математики. // Научный журнал. -№2.-2015 декабр.-Ташкент.-53-58ст.

12. Шадиметов Х. М, Жалолов О.И, Шадманова К.У., Шамсиев Ж. Ш. Оптимальные по порядку сходимости весовые кубатурные формулы типа Эрмита в пространстве Соболева // East European Scientific Journal. Wydrukowano w «Aleje Jerozolimskie . 85/21, 02-001 Warszawa, Polska». -2016. -162ст.

13. Шадиметов ХМ., Жалолов О.И. Вычисление нормы функционала погрешности и построение оптимальных по порядку сходимости весовых кубатурных формул типа Эрмита в пространстве Соболева // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Научный журнал. -№1.2016 март. -Ташкент. -100-106 ст.

14. Жалолов О.И. Верхная оценка нормы функционала погрешности кубатурной формуы типа Эрмита в пространстве С.Л.Соболева // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Научный журнал. -№3.2017. -Ташкент. -70-78 ст.

ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ СОСТАВНОЙ РЕШЕТЧАТОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ

[1]Шадиметов Х.М., [2]Маматова Н.Х.

[1]Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

[2]Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

1. Введение

В работе С.Л.Соболева [1] рассмотрена задача приближенного вычисления интегралов периодических функций из пространства $L_2^{(m)}(H)$. Также рассмотрено построение оптимальных решетчатых кубатурных формул вида

$$\int_{\Omega_0} p(x)\varphi(x)dx \cong \sum_{hH\beta\in\Omega_0} \overset{\circ}{C}[\beta]\varphi[\beta] \qquad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = p(x)\chi_{\Omega_0}(x) - \sum_{hH\beta\in\Omega_0} \overset{\circ}{C}[\beta]\delta(x - hH\beta).$$

МУНДАРИЖА

I-ШЎЪБА. МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ ВА СОНЛИ УСУЛЛАР