

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY



**YASHIL TARAQQIYOT:
BARQAROR KELAJAK UCHUN
YECHIMLAR**

2025-YIL 16-APREL

TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY



**"YASHIL TARAQQIYOT: BARQAROR KELAJAK UCHUN
YECHIMLAR"**

mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi tezislari

TO'PLAMI

16-aprel 2025 yil

TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY

СБОРНИК

Тезисов Республиканской научно-практической конференции на тему

**«ЗЕЛЁНОЕ РАЗВИТИЕ:РЕШЕНИЯ ДЛЯ УСТОЙЧИВОГО
БУДУЩЕГО»**

16- апрель 2025 год

TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY

COLLECTION

Theses of the Republican Scientific and Practical Conference on the theme of

**“GREEN DEVELOPMENT: SOLUTIONS FOR A SUSTAINABLE
FUTURE”**

April 16, 2025

TOSHKENT 2025

1. С.Л.Соболев. Введение в теорию кубатурных формул, М: Наука, 1974, 808с.
2. Ikrom I. Jalolov. "The algorithm for constructing a differential operator of 2nd order and finding a fundamental solution. AIP Conference Proceedings 2365, 020015 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057025>.
3. Ikrom I. Jalolov. "Algorithm for constructing a discrete analogue $D_4[\beta]$ of a differential operator". AIP Conference Proceedings 2781, 020041 (2023), <https://doi.org/10.1063/5.0144834>.
4. Kholmat Shadimetov, Ikrom Jalolov. A Representation of the Optimal Quadrature Formula in the Hörmander Space $H_2^\mu(R)$. AIP Conference Proceedings 3004, 060048 (2024), <https://doi.org/10.1063/5.0199860>.

ПРАКТИЧНЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$

О.И. Жалолов¹, М.Б. Кайимова¹

¹Бухарский государственный университет
o_jalolov@mail.ru

В настоящей работе рассматриваются практичные асимптотические оптимальные кубатурные формулы в пространстве $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$. Многомерные кубатурные формулы отличаются от одномерных двумя особенностями:

1) бесконечно разнообразны формы многомерных областей интегрирования;
2) быстро растёт число узлов интегрирования с увеличением размерности пространства. Проблема 2) требует особого внимания к построению наиболее экономных формул.

В настоящей работе рассматриваются формулы именно с учётом этого требования. Как известно, что выражением Н.С. Бахвалова такие формулы называется “практичные формулы” [1]

Пусть функции $f(\theta)$, заданные на единичной сфере S_n принадлежат некоторому Банаховому пространству B , вложенному в пространство $C(S_n)$ непрерывных функций на S_n . Функции $f(\theta) \in B$ продолжим на все пространство R^n , считая их постоянными на лучах, выходящих из центра сферы S_n и будем обозначать через $\bar{f}(x)$.

Рассмотрим погрешность кубатурной формулы

$$\int_S f(\theta) d\theta \approx \sum_{\lambda=1}^N C_\lambda f(\theta^{(\lambda)}), \quad (1)$$

на функциях из n -мерной единичной сфере S_n :

$$l_N[f] = \langle l_N, f \rangle = \int_S f(\theta) d\theta - \sum_{\lambda=1}^N C_\lambda f(\theta^{(\lambda)}) = \int_{R^n} l_N f(x) dx, \quad (2)$$

$$l_N(x) = \delta_S(1-r) - \sum_{\lambda=1}^N C_\lambda \delta(x - \theta^{(\lambda)}), \quad (3)$$

$\delta_S(1-r)$, $\delta(x - \theta^{(\lambda)})$ - дельта функции Дирака, $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$,

$$\sum_{\lambda=1}^N C_\lambda = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)}.$$

Для решения этой задачи в качестве B возьмём пространство $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$.

Определение. Пространства $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$ - определяется как пространство функций заданных на S_n и норма функций, которая определяется следующим равенством

$$\|f(\theta)/\bar{L}_p^{(m)}(S_n)\| = \left\{ \int_{S_n} \left(\frac{\partial^m f(\theta)}{\partial \theta_1^{m_1} \partial \theta_2^{m_2} \dots \partial \theta_n^{m_n}} \right)^p d\theta \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (4)$$

где $m_1 + m_2 + \dots + m_n = m, m_i > 0, i = \overline{1, n}$

со скалярным произведением

$$(f(\theta), \varphi(\theta))_{\bar{L}_p^{(m)}(S_n)} = \left\{ \int_{S_n} \left(\frac{\partial^m f(\theta)}{\partial \theta^m} \right)^{\frac{p}{2}} \left(\frac{\partial^m \varphi(\theta)}{\partial \theta^m} \right)^{\frac{p}{2}} d\theta \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (5)$$

где $\partial \theta^m = \partial \theta_1^{m_1} \partial \theta_2^{m_2} \dots \partial \theta_n^{m_n}$, $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$, $d\theta = d\theta_1 d\theta_2 \dots d\theta_n$.

Теорема. Если для функционала погрешности (3) кубатурной формулы (1) над пространством $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$ выполняется условие Декартовых произведений, т.е.

$$l_N(\theta) = l_{N_1}(\theta_1) \otimes l_{N_2}(\theta_2) \otimes \dots \otimes l_{N_n}(\theta_n)$$

и

$$\|l_{N_i}(\theta_i)/\bar{L}_p^{(m_i)}(\omega_i)\| \leq d_i \frac{1}{N_i^{m_i}}, d_i - \text{константы}, \quad (6)$$

т.е.

$$\left\| l_{N_i}(\theta_i) / \bar{L}_p^{(m_i)*}(\omega_i) \right\| \leq d_i o(h^{m_i}), \quad d_i - \text{константы}, (i = \overline{1, n}), \quad (7)$$

то

$$\left\| l_N(\theta) / \bar{L}_p^{(m)*}(s_n) \right\| \leq d \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n N_i^{m_i}}, \quad d - \text{константы}, \quad (8)$$

или

$$\left\| l_N(\theta) / \bar{L}_p^{(m)*}(s_n) \right\| \leq d \cdot o(h^m) \quad (9)$$

где

$$l_{N_i}(\theta_i) = \varepsilon_{\omega_i}(\theta_i) - \sum_{\lambda_i=1}^{N_i} c_{\lambda_i} \delta(\theta_i - \theta_i^{(\lambda_i)})$$

$d = \prod_{i=1}^n d_i$, $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$, m_i - произвольны $(i = \overline{1, n})$ т.е. $0 \leq m_i \leq m$ и

$$\omega_i = \begin{cases} [0, 2\pi], & \text{если } i = n \\ [0, \pi], & \text{если } i = \overline{1, n-1} \end{cases}.$$

Литературы

1. Бахвалов Н.С. Численные методы, т.1, М, Наука, 1973.
2. Соболев С.Л., Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука, 1974. – 808с.
3. Jalolov O.I. Weight optimal order of convergence cubature formulas in Sobolev space.// AIP Conference Proceedings 2365, 020014 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0057015>.
4. Jalolov O.I. Weight Optimal Order of Convergence Cubature Formulas in Sobolev Space $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$, AIP Conference Proceedings 2781 (1), 020066 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0144837>.
5. O. I. Jalolov. “Asymptotically optimal lattice cubature formulas with a regular boundary layer in the space $H_p^\mu(\Omega)$ ”, AIP Conference Proceedings. 3004, 060028 (2024), DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0199854>.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ С ПОМОЩЬЮ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С.Л.СОБОЛЕВА $W_2^{(m)}(T_1)$

	ASKAR UGLI OLTIBOEVA DILNORA ORIFJONOVNA	GIBSON-THOMPSON EQUATION	
37.	BOLTAYEV AZIZ KUZYEVICH DAVRONOV JAVLON RUSTAM O'G'LI ABDURAXIMOV DILSHOD ILHOM O'G'LI	$L_2^{(m,0)}(0,1)$ FAZOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULANING KOEFFITSIYENTLARI	773
38.	BOLTAYEV AZIZ KUZYEVICH DAVRONOV JAVLON RUSTAM O'G'LI ABDURAXIMOV DILSHOD ILHOM O'G'LI	$L_2^{(m,0)}(0,1)$ FAZOSIDA SARD MA'NOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULANING XATOLIK FUNKSIONALI NORMASINING KO'RINISHI	776
39.	BOYTILLA YEV B.A. ANVAROV ZAFARMUROD	REPRESENTATION OF THE SQUARE OF THE NORM OF THE ERROR FUNCTIONAL OF DERIVATIVE QUADRATURE FORMULA	778
40.	^{1,2} NURALIEV F.A., ¹ EDILBEKOVA R.M. ² JALILOV A.H	SOBOLEV FAZOSIDA HOSILALI OPTIMAL KVADRATUR FORMULALAR QURISH	779
41.	KOBILOV KHOJIAKBAR ABDURAXIMOV DILSHOD ESHBOYEV XUSHVAQT BEKPULAT O'G'LI	OPTIMAL QUADRATURE FORMULAS IN THE SPACE $W_2^{(m,m-1,m-2)}(0,1)$ OF PERIODIC FUNCTIONS	782
42.	Ф.И. ЖАЛОЛОВ ¹ Н.В. ФАЙЗУЛЛАЕВА ¹	О НАХОЖДЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С. Л. СОБОЛЕВА $W_2^{(m)}(T_1)$	783
43.	И.И. ЖАЛОЛОВ ¹ Ф.К. ЮСУПОВА ²	ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА	786
44.	О.И. ЖАЛОЛОВ ¹ М.Б. КАЙИМОВА ¹	ПРАКТИЧНЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$	788
45.	О.И.ЖАЛОЛОВ ^{1,А)} , Х.У.ХАЯТОВ ^{1,Б)}	АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ С ПОМОЩЬЮ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С.Л.СОБОЛЕВА $W_2^{(m)}(T_1)$	790