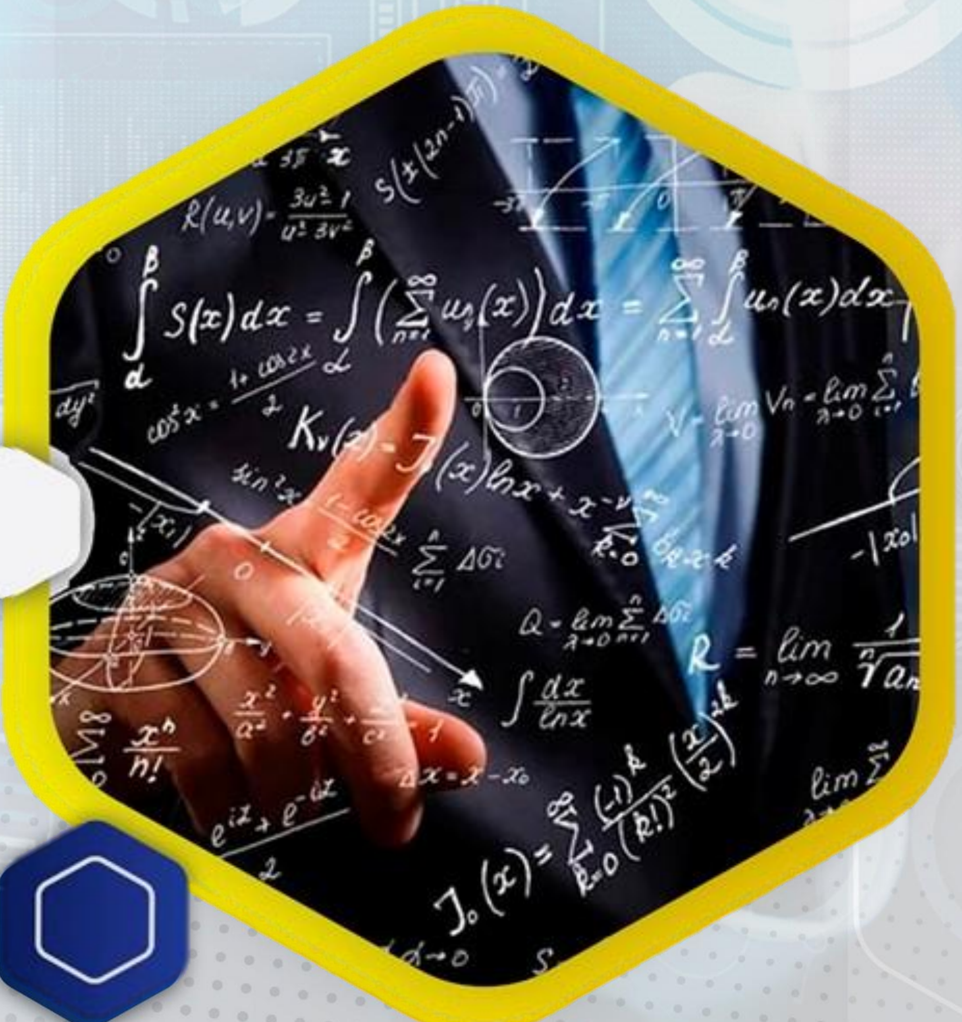
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI

BUXORO
DAVLAT
1930 UNIVERSITETI

"FIZIKA, MATEMATIKA VA SUN'IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINING DOLZARB MUAMMOLARI"

XALQARO ILMIY-NAZARIY ANJUMAN MATERILLARI



BUXORO-2025

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI 1930

CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL CONFERENCE

(May 16-17, 2025)

Bukhra-2025

ПРАКТИЧНЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ ВЕСОВЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ С ЗАДАНИЕМ ПРОИЗВОДНЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА.

Жалолов Озоджон Исомидинович
Бухарский государственный университет,
o.i.jalolov@buxdu.uz
Исомиддинов Бекзоджон Озоджон ўгли
Бухарский государственный университет

В настоящей работе рассматривается кубатурные формулы, которые требует особого внимания к построению наиболее экономных и по выражениям Н.С. Бахвалова такие формулы называется практичные формулы [3].

Если нам известны не только значения функции в некоторых точках $n-$мерной единичной сфере но и значения ее производных того или иного порядка, то естественно, что при правильном использовании всех этих данных мы можем ожидать более точный результат, чем в случае использования только значений функции [4,5].

Определение 1. Пространство $L_2^m(S)$ определяется как пространство функций, заданных на S и обладающих квадратично суммируемыми обобщенными производными порядка m, норма которых определяется равенством

$$\left\| f \mid L_2^m(S) \right\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\ell=1}^{\sigma(n,k)} a_{k,\ell}^2 k^m (k+n-2)^m, \tag{1}$$

где $a_{k,\ell} = \int_S f(\theta) Y_{k,\ell}(\theta) d\theta$, здесь где $Y_{k,\ell}(\theta)$ - сферическая гармоника порядка k вида ℓ.

Рассмотрим кубатурные формулы

$$\int_{S_n} p(\theta) f(\theta) d\theta \approx \sum_{|\alpha| \le t} \sum_{\lambda=1}^{N} (-1)^{\alpha} C_{\lambda}^{(\alpha)} f^{(\alpha)}\left(\theta^{(\lambda)}\right) \tag{2}$$

над пространством $\overline{L}_2^{(m)}(S_n)$, где S_n - n - мерная единичная сфера. Кубатурной формулы (2) сопоставим обобщённую функцию

$$\ell^{(\alpha)}{}_N(\theta) = p(\theta) \delta_{S_n}(1-r) - \sum_{|\alpha| \le t} \sum_{\lambda=1}^{N} C_{\lambda}^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(\theta - \theta^{(\lambda)}), \tag{3}$$

и назовём её функционалом погрешности где $\delta_{S_n}(1-r)$ и $\delta(\theta - \theta^{(\lambda)})$ - дельта функция Дирака, $C_{\lambda}^{(\alpha)}$ и $\theta^{(\lambda)}$ - коэффициенты и узлы кубатурной формулы (2) и $p(\theta)$ весовая функция, т. е. $p(\theta) \subset L_2(S)$.

В работе Г.Н.Салихова [2] показано, что пространство $L_2^m(S)$ по составу своих элементов совпадает с аналогичным пространством $L_2^{(m)}(S)$ Соболева нормой [1]

$$\left\| f / L_2^{(m)}(S_n) \right\| = \left\{ \int_{S_n} \sum_{|\alpha|=m} \frac{m!}{\alpha!} \left(D^{\alpha} f(\theta) \right)^2 d\theta \right\}^{\frac{1}{2}}, \tag{4}$$

где S_n $n-$мерная единичная сфера, $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_n$, $\alpha! = \alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \alpha_n!$ и

$$D^{|\alpha|} f(\theta) = \frac{\partial^{|\alpha|} f(\theta_1, \ldots, \theta_n)}{\partial \theta_1^{\alpha_1} \partial \theta_2^{\alpha_2} \ldots \partial \theta_n^{\alpha_n}}.$$

Значить нормы (1) и (4) является эквивалентными.

Теперь определим норму в $\overline{L}_2^{(m)}(S_n)$.

Определение 2. Пространства $\overline{L}_2^{(m)}(S_n)$ - определяется как пространство функций заданных на S_n и норма функций, которая определяется следующим равенством

$$\left\| f(\theta) / \overline{L}_2^{(m)}(S_n) \right\| = \left\{ \int_{S_n} \left(\frac{\partial^m f(\theta)}{\partial\theta_1^{m_1} \partial\theta_2^{m_2} \ldots \partial\theta^{m_n}} \right)^2 d\theta \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

где $m_1 + m_2 + \ldots + m_n = m, \quad m_i > 0, \quad i = \overline{1,n}$

Основным результатом настоящей работы является следующая

Теорема. Для функционала погрешности (3) весовой кубатурной формулы (2) с заданием производных в пространстве $\overline{L}_2^{(m)}(S_n)$, если выполняется условие

$$\ell_N^{(\alpha)}(\theta) = \ell_{N_1}^{(\alpha_1)}(\theta_1) \cdot \ell_{N_2}^{(\alpha_2)}(\theta_2) \cdot \ldots \cdot \ell_{N_n}^{(\alpha_n)}(\theta_n) \quad (6)$$

и

$$\left\| \ell_{N_i}^{(\alpha_i)} / \overline{L}_2^{(m_i)^*}(\omega_i) \right\| \le c_i \frac{1}{N_i^{m_i}} \qquad \left(i = \overline{1,n}\right), \qquad c_i \text{ константы}, \quad (7)$$

т.е.

$$\left\| \ell_{N_i}^{(\alpha_i)} / \overline{L}_2^{(m_i)^*}(\omega_i) \right\| \le c_i\, O\left(h_i^{m_i}\right), \quad \left(i = \overline{1,n}\right), \quad h_i = \frac{1}{N_i}, \quad (8)$$

то

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)} / \overline{L}_2^{(m)^*}(S_n) \right\| \le c \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^{n} N_i^{m_i}}, \quad c \text{-константы}, \quad (9)$$

или

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)} / \overline{L}_2^{(m)^*}(S_n) \right\| \le c \cdot O\left(h_1^{m_1}\right) \cdot O\left(h_2^{m_2}\right) \cdot \ldots \cdot O\left(h_n^{m_n}\right), \quad (10)$$

где

$$\ell_{N_i}^{(\alpha_i)}(\theta) = p(\theta_i)\delta_{\omega_i}(1-r) - \sum_{|\alpha| \le t} \sum_{\lambda_i = 1}^{N_i} C_{\lambda_i}^{(\alpha_i)} \delta^{(\alpha_i)}\left(\theta_i - \theta_i^{(\lambda_i)}\right),$$

$$c = \prod_{i=1}^{n} c_i, \qquad m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n, \quad m_i \ge 1, \quad i = \overline{1,n}. \quad \text{и}$$

$$\omega_i = \begin{cases} [0, 2\pi], & \text{если } i = n \\ [0, \pi], & \text{если } i = \overline{1, n-1} \end{cases}.$$

В настоящей работе с использованием метод Соболева [1], в пространстве $\overline{L}_2^{(m)}(S_n)$ построен практичные асимптотические оптимальные кубатурные формулы.

Отметим, что применением метода Соболева для решение поставленной задачи, имеет большое преимуществе, так как использованные шаги алгоритма меньше, чем других методов.

Литература

1. Соболев С.Л., Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука, 1974. – 808с.

2. Салихов Г.Н., Кубатурные формулы для многомерных сфер. Ташкент: Фан, 1985 – 104 с.

3. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973.

4. Никольский С.М. Квадратурные формулы. М.: Наука, 1979, -256 с.

5. Хаитов Т.И. Кубатурные формулы с заданием производных в периодическом случае. ДАН СССР, 1969, т.189, 5.

Гульнар Сулаймон кызы Ибрагимли, Махир Джалал оглы Джалалов Элементарныт математическит представлений у детей в дошкольных образовательных учреждениях	128
O‘rolova O, Quljonov O‘.N., Ostonov Q. Maktabda o‘quvchilarda matematika darslarida kvantorlar va ularga bog‘liq tushunchalarni shakllantirish	130
SECTION 4: COMPUTATIONAL MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELING	
Babaev Samandar Samiyevich, Polvonov Sarvarbek Zafar ugli The algorithm for numerically solving the fredholm integral equation using a weighted optimal quadrature formula	133
Mirkamol Berdimuradov Comparative Analysis of Unknown Parameters of the Gamma Distribution under Right-Censoring Using MLE and Bayesian Methods	134
Rahela Abdul Rahim, Zahriddin Muminov, Javlon Karimov Upper bound limit value using non linear difference equations	136
Абдумумин Маликович Маликов Неравенство типа колмогорова и его некоторые приложения в пространстве $L_{2,\mu}$	141
Болтаев Азиз Кузиечич, Мухаммадова Зулфия Аскар кизи Система для нахождения коэффициентов натуральных сплайнов	142
Sayfullayeva Maftuxa Zafrullayevna, Tadjibayeva Shaxzadaxan Ergashevna, Abduganiyeva Ozoda Ismagilovna Uch karrali integralni hisoblashning algoritmlari va ularning aerodinamik modellashtirishda qo‘llanilishi	144
Azamov Siroj Sobirovich Finding the form of optimal coefficients in the $W_2^{(2,1,0)}(0,1)$ space	146
Жалолов Фарход Исомидинович, Исомиддинов Бекзоджон Озоджон ўғли Алгоритм нахождении коэффициенты оптимальной квадратурной формулы в пространстве Соболева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$	147
Жалолов Икром Исомиддинович, Мухсинова Мехринисо Шавкатовна Оценка погрешности, существовании и единственности оптимальной интерполяционной формулы в пространстве Хёрмандера $H_2^{\mu}(R)$.	149
Жалолов Озоджон Исомидинович, Исомиддинов Бекзоджон Озоджон ўғли Практичные асимптотические оптимальные весовые кубатурные формулы с заданием производных в пространстве Соболева	152
Mukhiddin I. Muminov, Zafar Z. Jumaev Approximate solution of initial value problems for first-order differential equations using a combined runge-kutta and piecewise constant argument method	154
Khayriyev Umedjon N., Xiromon Yunus qizi Yusufzoda Constructing a Derivative Optimal Interpolation Formula in Hilbert Space	156
Khudoyberdiev Azizjon Norjigit o’g’li Quantum stability of the SHA-3 hash function: analysis, vulnerabilities and perspectives	157
Жалолов Озоджон Исомидинович, Махмудов Миржалол Мақсуд ўғли Оценка погрешности, существовании и единственности оптимальной квадратурной формулы типа Эрмита в пространстве Соболева $W_2^m(R)$	159
Iroda Boltaboyeva, Abdullayev Alisher Ms excelda chiziqli emas tenglamalarni yechish algoritmi	161
Muminov Mukhiddin Eshqobilovich, Usmonov Navruz Muzaffarovich	162

CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL CONFERENCE

(May 16-17, 2025)

Muharrir:	E.Eshov
Tex. muharrir:	D.Abduraxmonova
Musahhih:	M.Shodiyeva
Badiiy rahbar:	M.Sattorov

Nashriyot litsenziyasi № 022853. 04.03.2022.
Original maketdan bosishga ruxsat etildi: 16.05.2025.
Bichimi 60x84. Kegli 16 shponli. “Times New Roman” garnitura 1/16.
Elektrografik usulda. Oddiy bosma qog‘ozi.
Bosma tabog‘i 28. Adadi 100. Buyurtma №

KAMOLOT

“BUXORO DETERMINANTI” MCHJ
bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahar Namozgoh ko‘chasi 24-uy
Tel:. + 998 91 310 27 22