



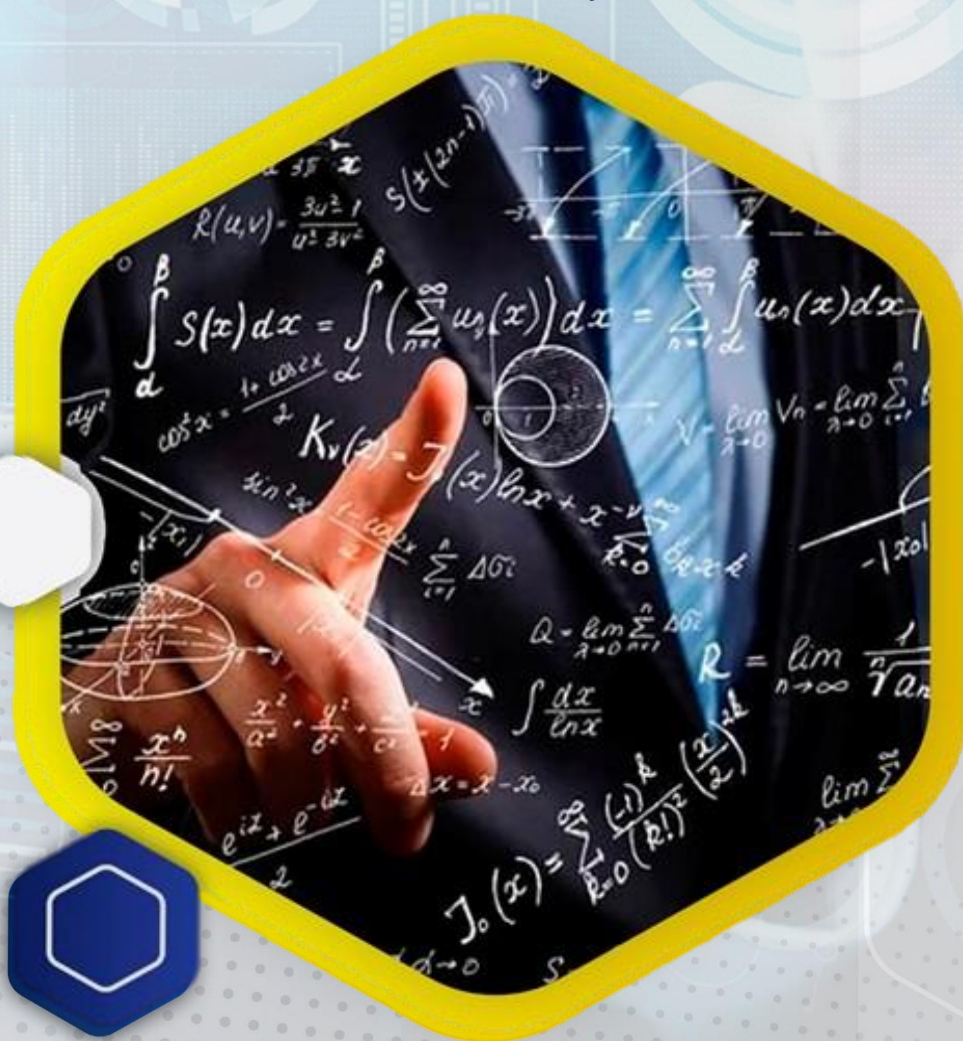
O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI



BUXORO
DAVLAT
UNIVERSITETI
1930

"FIZIKA, MATEMATIKA VA SUN'IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINING DOLZARB MUAMMOLARI"

XALQARO ILMIIY-NAZARIY ANJUMAN MATERILLARI



BUXORO-2025



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI



BUXORO
DAVLAT
1930 UNIVERSITETI

CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL
CONFERENCE

(May 16-17, 2025)

Bukhara-2025

[3]. Fateh, M. F., Zameer, A., Mirza, N. M., Mirza, S. M., & Raja, M. A. Z. (2017). Biologically inspired computing framework for solving two-point boundary value problems using differential evolution. *Neural Computing and Applications*, 28, 2165-2179.

[4]. Arefin, M. A., Nishu, M. A., Dhali, M. N., & Uddin, M. H. (2022). Analysis of reliable solutions to the boundary value problems by using shooting method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2022(1), 2895023.

[5]. Keller, H. B. (2018). *Numerical methods for two-point boundary-value problems*. Courier Dover Publications.

УДК 517.516.87

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ИНТЕГРАЛОВ ТИПА ФУРЬЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА

$H_2^\mu(R)$.

Жалолов Озоджон Исомидинович

Бухарский государственный университет,

o.i.jalolov@buxdu.uz

Мухсинова Мехринисо Шавкатовна

докторант Бухарского государственного университета

В настоящей работе рассмотрим следующую квадратурную формулу:

$$\int_0^1 e^{2\pi i \sigma x} f(x) dx \approx \sum_{\beta=0}^N C_\beta f(x_\beta) \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_N(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) e^{2\pi i \sigma x} - \sum_{\beta=0}^N C_\beta \delta(x - x_\beta), \quad (2)$$

где соответственно, C_β и x_β называют коэффициентами и узлами квадратурной формулы (1), $\varepsilon_{[0,1]}(x)$ - индикатор отрезка $[0,1]$, $\delta(x)$ - дельта функция Дирака и $f(x)$ является элементом гильбертова пространства Хермандера $H_2^\mu(R)$ и назовем ее квадратурную формулу для интегралов типа Фурье.

Определения 1. Пространство $H_2^\mu(R)$ определяется как замыкания пространства бесконечно дифференцируемых функций, убывающих на бесконечности быстрее любой отрицательной степени, которая норма функций определяется следующим образом [1,2]

$$\|f\|_{H_2^\mu(R)} = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |F^{-1}[\mu(\xi) \cdot F[f^c(x)](\xi)](x)|^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

где $f^c(x)$ класс функций, следы которых в области R совпадают, F -преобразование Фурье, $\mu(\xi)$ бесконечно дифференцируемая, $\mu > 0$, R и F^{-1} прямое и обратное преобразование Фурье:

$$F[f(x)](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i \xi x} dx, \quad F^{-1}[f(x)](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i \xi x} dx,$$

Справедлива следующих

Теорема 1. Экстремальная функция функционала погрешности (2) квадратурной формулы (1) имеет вид

$$\psi_e(x) = [e^{2\pi i \sigma x} \cdot \varepsilon_{[0,1]}(x)] * \nu_m(x) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta \nu_m(x - h\beta), \quad (4)$$

квадрат нормы функционала погрешности $\ell_N(x)$ в пространстве Хёрмандера $H_2^\mu(R)$ имеет следующий вид

$$\|\ell_N|_{H_2^{\mu*}(R)}\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| e^{2\pi i \sigma x} \cdot \varepsilon_{[0,1]}(x) * v_m(x) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta v_m(x-h\beta) \right|^2 dx, \quad (5)$$

где $v_m(x) = \left(F^{-1} \left(\frac{1}{\mu(\xi)} \right) \right)(x) \in L_2(R)$, т.е. [6].

$$v_m(x) = \frac{\pi \cdot e^{-2\pi|x|}}{2^{2m-2}(m-1)!} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(2m-k-2)!(2\pi)^k}{k!(m-k-1)!} |x|^k. \quad (6)$$

Лемма 1. Справедливо следующее равенство

$$\left\| \sum_{\beta=0}^N C_\beta \delta(x-h\beta) \right\|_{H_2^{\mu*}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \sum_{\beta=0}^N C_\beta v_{\frac{m}{2}}(x-h\beta) \right|^2 dx.$$

Лемма 2. Система

$$\{v_{m/2}(x-\beta h)\}_{\beta=0}^N \quad (7)$$

является линейно независимой системой.

Отсюда следует также линейная независимость $\delta(x-h\beta)$, $\beta = 0, 1, 2, \dots, N$ в пространстве $H_2^\mu(R)$. Таким образом, линейная оболочка функций $v_{m/2}(x-h\beta)$, $\beta = 0, 1, 2, \dots, N$ является $(N+1)$ -мерным подпространством в $L_2(R)$.

Из этих лемм и из теории существования и единственности наилучшего приближения подпространством следует существование и единственность оптимальной квадратурной формулы для интегралов типа Фурье.

Теорема 2. Оптимальная квадратурная формула для интегралов типа Фурье (1), коэффициенты которой являются решением системы линейных уравнений

$$\psi_\ell(h\alpha) = 0, \quad \alpha = 0, 1, \dots, N \quad (8)$$

в пространстве Хёрмандера $H_2^\mu(R)$, существует и она является единственной.

Литература

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. М.:Наука, 1974.-808с.
2. Волевич Л.Р., Панях Б.П. Некоторые пространства обобщенных функций, и теории вложения, УМН, 1965, том 20, выпуск 1, с. 3-74.
3. Shadimetov Kh.M., Hayotov A.R. Optimal quadrature formulas with positive coefficients in $L_2^{(m)}(0,1)$. Journal of Computational and Applied Mathematics, 235 (2011), 1114–1128.
4. Шадиметов Х.М., Жалолов Ик.И. Оптимальная квадратурная формула в пространстве Соболева. Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2016. № 2, -с. 94-103.
5. Jalolov O.I. Weight Optimal Order of Convergence Cubature Formulas in Sobolev Space. AIP Conference Proceedings 2781 (1), 020066 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0144837>
6. И.С. Градштейн и И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений. Наука, физ-мат, М.1941.

Numerical solution of boundary value problems for linear second-order differential equations.	
Жалолов Озоджон Исомидинович, Мухсинова Мехринисо Шавкатовна Существование и единственность оптимальной квадратурной формулы для интегралов типа Фурье в пространстве Хёрмандера $H_2^{\mu}(R)$.	165
Shamsiyeva Nigora Rafiq qizi Matematik modellash tirish va hisoblash tajribalari	167
Nuraliev Farhod Abdug'aniyevich, Abdullayeva Gulrux Shukurullo qizi The first integral identity for the eighth order interpolation spline	169
Rakhimov Bakhtiyar Saidovich, Sobirova Sabokhat Kabulovna, Rakhimova Feroza Bakhtiyarovna, Saidov Atabek Bakhtiyarovich, Saidov Zarina Bakhtiyar qizi Analysis new models and solve medical problems with database systems	170
Raximova Feruza Saidovna, Islamova Odila Abduraimovna, Chay Zoya Sergeevna, Fayzullayeva Shahlo Alisherovna, Madatova Zuxra Abdiraximovna Talabalarga qutb koordinatalar sistemasida funksiyalar grafigini chizishni dasturlardan foydalanib o'rgatish	173
Safarov R., Khudoyberdiyev S.I. "Development of integrated mathematical models for the optimal operation of vehicle power distribution and transmission systems"	175
Mukhiddin Muminov, Shermukhammedov Bakhtiyor A piecewise constant argument method for solving nonlinear differential equations of lane-emen type	178
Shodiyeva Mohinur Shamshod kizi Convergence analysis of altered inertial subgradient extragradient method for solving equilibrium problems over fixed point sets	180
Nuraliyev Faxriddin Murodillayevich, Tojiev Nuriddin Shukur o'g'li, Tahirov Behzod Nasriddinovich Bubnov-galerkin variatsion usuli yordamida termo-magnit-elastik jismlarning chegaraviy masalasining yechimlar tuzilmasini hisoblash	182
Azamov Siroj Sobirovich, Bekturodova Dilorom Baxodir qizi $S_2(P_m)$ davriy funksiyalar fazosida ekstremal funksiya	186
Жалолов Озоджон Исомидинович, Хаятов Хуршиджон Усманович Алгоритм нахождения коэффициенты оптимальных интерполяционных формул в пространстве $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$	188
Xazratov Fazliddin Xikmatovich Talabalarning dasturlashga oid kompetensiyalarini dasturiy ilovalardan foydalanib rivojlantirishda algoritmlashning ahamiyati	190
A. Абдуллаев Алгоритм оптимального маршрута перевозки мусора	193
Ходжиев С., Аминов Х.Х., Авезов А.Х. Моделирование внутренних течения и некоторые численные результаты	194
Х.М.Шадиметов, Ф.И.Давлатова Оптимальные квадратурные формулы для приближенного вычисления интегралов Фурье	196
Жумаев Жура, Кобилов Комилжон Хамидович, Очилов Бехзод Гани огли, Самадов Бобир Баходирович Исследование теплопроводности разных материалов численным методом	197
I.T.Tojiboyev, M.E.Usmonova Dinamik elektron sxemalarda to'satdan o'zgarishlarni modellashtirishda gibrid diskret-kontinuum usullarning samaradorligi	200
Nuraliyev Farxod Abdug'aniyevich, Kuziev Shaxobiddin Sobirovich Optimal quadrature formulas of euler-maclaurin type	203
SECTION 5: APPLICATION OF DIGITAL TECHNOLOGIES AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE	
Sattarova Anaxon Abdurasulovna, Abdirimova Dilnoza Boltabayevna, Satimov G'iyos Qosim o'g'li AI algoritmlari yordamida fizik tajribalarda xatoliklarni aniqlash va tahlil	206
Faxriddin Abdirazakov Spektral usullarga asoslangan nutq signali parametrlarni hisoblash algoritmi	207

CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL CONFERENCE

(May 16-17, 2025)

Muharrir:	E.Eshov
Tex. muharrir:	D.Abduraxmonova
Musahhih:	M.Shodiyeva
Badiiy rahbar:	M.Sattorov

Nashriyot litsenziyasi № 022853. 04.03.2022.
Original maketdan bosishga ruxsat etildi: 16.05.2025.
Bichimi 60x84. Kegli 16 shponli. "Times New Roman" garnitura 1/16.
Elektrografik usulda. Oddiy bosma qog'ozi.
Bosma tabog'i 28. Adadi 100. Buyurtma №



KAMOLOT

“BUXORO DETERMINANTI” MCHJ
bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahar Namozgoh ko'chasi 24-uy
Tel.: + 998 91 310 27 22