TOSHKENT DAVLAT TRANSPORT UNIVERSITETI
Tashkent state transport university

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН

МАТЕРИАЛЛАРИ

2022 йил, 11-12 май

БУХОРО – 2022

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI»
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN

Buxoro davlat universiteti
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2022

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ
В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТРАНСПОРТ УНИВЕРСИТЕТИ
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Ғайбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланади

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН МАТЕРИАЛЛАРИ

2022 йил, 11-12 май

БУХОРО – 2022

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА

Фахрий раислар:

Аюпов Шавкат	В.И.Романовсикий номидаги Математика Институти директори, академик
Маджидов Иномжон	М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети ректори
Абдурахманов Одил	Тошкент давлат транспорт университети ректори
Хамидов Обиджон	Бухоро давлат университети ректори

Раислар:

Розиқов Ўткир	ЎзФА Математика Институти илм-фан бўйича директор ўринбосари, профессор
Арипов Мирсаид	ЎзМУ, профессор
Шадиметов Холмат	Тошкент давлат транспорт университети, профессор
Дурдиев Дурдимурод	ЎзФА Математика Институти Бухоро бўлими мудири, профессор

Раис ўринбосарлари:

Ҳаётов Абдулло	В.И.Романовсикий номидаги Математика Институти, профессор
Худойберганов Мирзоали	ЎзМУ, ф.-м.ф.д.
Эшанқулов Ҳамза	БухДУ, факультет декани, т.ф.ф.д. (PhD)

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА АЪЗОЛАРИ

Жўраев А.Т.	БухДУ, проректор
Жумаев Р.Ғ.	БухДУ, проректор
Зарипов Г.Т.	БухДУ, доцент
Жумаев Ж.	БухДУ, доцент
Расулов Т.Ҳ.	БухДУ, профессор
Жалолов О.И.	БухДУ, кафедра мудири, доцент
Шафиев Т.Р.	БухДУ, кафедра мудири, т.ф.ф.д.(PhD)
Бабаев С.С.	БухДУ, ф.-м.ф.ф.д.(PhD)
Ахмедов Д.М	В.И.Романовский номидаги Математика институти, (PhD)
Болтаев А.Қ	ЎзМУ, доцент
Дурдиев У.Д.	БухДУ, доцент
Дилмуродов Э.Б.	БухДУ, доцент
Жумаев Ж.Ж.	ЎзФА Математика Институти Бухоро бўлинмаси, (PhD)
Зарипова Г.К.	БухДУ, доцент
Сайидова Н.С.	БухДУ, доцент
Бакаев И.И.	Рақамли технологиялар ва сунъий интеллектни ривожлантириш илмий-тадқиқот институти, (PhD)
Шадманов И.У.	Математика Институти Бухоро бўлинмаси, (PhD)
Хаятов Х.У.	БухДУ, катта ўқитувчи
Хазратов Ф.Х.	БухДУ, катта ўқитувчи
Эргашев А.А.	БухДУ, катта ўқитувчи
Авезов А.А	БухДУ, катта ўқитувчи

Assume $\{\mathbf{x}^{(n)} \in S^{m-1} : n = 0,1,2,\ldots\}$ is the trajectory of the initial point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$, where $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)})$ for all $n = 0,1,2,\ldots$, with $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}$.

Definition 1. A point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is called a fixed point of a QSO V if $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$.

Definition 2. A QSO V is called regular if for any initial point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$, the limit

$$\lim_{n\to\infty} V(\mathbf{x}^{(n)})$$

exists.

Definition 3. A continuous function $\phi : \operatorname{int} S^{m-1} \to R$ for an operator V if the limit $\lim_{n\to\infty} \phi\left(V^n(\mathbf{x})\right)$ exists and finite for all $\mathbf{x} \in S^{m-1}$.

Definition 4.[2] A fixed point $\mathbf{x}^*$ is called hyperbolic if its Jacobian $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$ has no eigenvalues on the unit circle.

Definition 5.[2] A hyperbolic fixed point $\mathbf{x}^*$ is called:

i) attracting if all the eigenvalues of the Jacobian $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$ are less than 1 in absolute value;

ii) repelling if all the eigenvalues of the Jacobian $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$ are greater than 1 in absolute value;

iii) a saddle otherwise.

Consider the following two strictly non-Volterra QSOs on the two-dimensional simplex

$$V : \begin{cases} x_1' = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_1x_2, \\ x_2' = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_2x_3, \\ x_3' = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_3x_1. \end{cases} \tag{3}$$

Lemma 1. The center $\mathbf{x}$ is a unique and attracting point of the QSO (3).

Lemma 2. The function $\phi(\mathbf{x}) = |x_1 - x_2| \cdot |x_2 - x_3| \cdot |x_3 - x_1|$ is a Lyapunov function for the operator (3).

Lemma 3. $\lim_{n\to\infty} V^n\left(\mathbf{x}^{(0)}\right) = \mathbf{c}$ for any initial point $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$.

Theorem. a) The QSO (3) has a unique fixed point $\mathbf{c} = (1/3, 1/3, 1/3)$;

b) The fixed point $\mathbf{c}$ is an attracting point;

c) For any $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$, the trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}$ tends to the fixed point $\mathbf{c}$;

d) The QSO (3) is a regular transformation.

REFERENCES

1. Bernstein S 1942 *The Annals of Math. Stat.* **13** 53.
2. Devaney R L 2003 *An introduction to chaotic dynamical systems*, (New York: Westview Press).
3. Ganikhodzhaev R N 1992 *Sb. Math.* **183** 489.
4. Jamilov U and Ladra M 2020 *Qual.Theory Dyn. Syst.* **19** 95.
5. Lyubich Yu I 1992 *Mathematical Structures in Population Genetics* (Berlin: Sprenger).
6. Mamurov B J, Rozikov U A and Xudayarov S S 2020 *Markov Pros. Relat.Fields* **26** 915.

EXISTENCE OF THE EIGENVALUES OF A TENSOR SUM OF THE FRIEDRICHS MODELS WITH RANK 2 PERTURBATION

[1]Bahronov B.I., [1,2]Rasulov T.H.

[1]Bukhara State University

[2]Bukhara branch of the Institute of Mathematics

Let T^1 be the one-dimensional torus. In the Hilbert space $L_2^s(T^2)$ of square-integrable symmetric (complex) functions defined on T^2, we consider the model operator:

$$H_{\mu,\lambda} := H_{0,0} - \mu(V_{11} + V_{12}) + \lambda(V_{21} + V_{22}), \quad \mu, \lambda > 0, \tag{1}$$

where $H_{0,0}$ is the multiplication operator:

$$(H_{0,0}f)(x,y)=(u(x)+u(y))f(x,y),$$

and V_{ij}, $i,j=1,2$ are non-local interaction operators:

$$(V_{i1}f)(x,y)=\upsilon_i(x)\int_{T^1}\upsilon_i(t)f(t,y)dt, \quad (V_{i2}f)(x,y)=\upsilon_i(y)\int_{T^1}\upsilon_i(t)f(x,t)dt.$$

Here, $f\in L_2^s(T^2)$, the functions $u(\cdot)$ and $\upsilon_i(\cdot)$, $i=1,2$ are real-valued continuous functions on T^1.

Under these assumptions, the operator $H_{\mu,\lambda}$ is bounded and self- adjoint.

To study the spectral properties of the model operator $H_{\mu,\lambda}$, we introduce a Friedrichs model $h_{\mu,\lambda}$ with rank 2 perturbation, acting on $L_2(T^1)$ by the rule:

$$h_{\mu,\lambda}:=h_{0,0}-\mu k_1+\lambda k_2,$$

where the operators $h_{0,0}$ and $k_i(\cdot)$, $i=1,2$ are defined as

$$(h_{0,0}g)(x)=u(x)g(x),\ (k_ig)(x)=\upsilon_i(x)\int_{T^1}\upsilon_i(t)g(t)dt,\ i=1,2.$$

From the definitions of $H_{\mu,\lambda}$ and $h_{\mu,\lambda}$ we obtain the representation

$$H_{\mu,\lambda}=h_{\mu,\lambda}\otimes I+I\otimes h_{\mu,\lambda},$$

where I is an identity operator on $L_2(T^1)$.

Therefore, by theorem on the spectrum of the tensor sum of two operators the equality

$$\sigma(H_{\mu,\lambda})=\sigma(h_{\mu,\lambda})+\sigma(h_{\mu,\lambda})$$

holds.

Let $\operatorname{supp}\{\upsilon_\alpha(\cdot)\}$ be the support of the function $\upsilon_\alpha(\cdot)$ and $\operatorname{mes}(\Omega)$ be the Lebesgue measure of the measurable set $\Omega\subset T^1$ and

$$m:=\min_{x\in T^1}u(x),\ M:=\max_{x\in T^1}u(x).$$

Assume that the function $u(\cdot)$ has the non-degenerate global minimum at the points $x_1,x_2,...,x_m\in T^1$ and the non-degenerate global maximum at the points $y_1,y_2,...,y_n\in T^1$.

Main result of the note is the following theorem.

Theorem. Suppose that

$$\operatorname{mes}(\operatorname{supp}\{\upsilon_1(\cdot)\}\cap\operatorname{supp}\{\upsilon_2(\cdot)\})=0$$

and $\upsilon_1(x_i)\neq 0$, $\upsilon_2(y_i)\neq 0$ for some $i\in\{1,...,m\}$, $j\in\{1,...,n\}$.

(a) For all values of $\mu,\lambda>0$ the operator $h_{\mu,\lambda}$ has a two simple eigenvalues $E_\mu^{(1)}<m$ and $E_\lambda^{(2)}>M$.

(b) For any $\mu,\lambda>0$ the numbers $2E_\mu^{(1)}$ and $2E_\lambda^{(2)}$ are simple eigenvalues of $H_{\mu,\lambda}$. Moreover

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda})=[E_\mu^{(1)}+m;E_\mu^{(1)}+M]\cup[2m;2M]\cup[E_\lambda^{(2)}+m;E_\lambda^{(2)}+M]$$

$$\sigma_{\text{pp}}(H_{\mu,\lambda})=\{2E_\mu^{(1)};E_\mu^{(1)}+E_\lambda^{(2)};2E_\lambda^{(2)}\}.$$

(c) For any fixed . . and $b>M$, there are two numbers $\mu_0=\mu_0(a)>0$ and $\lambda_0=\lambda_0(b)>0$, respectively, such that the numbers $2a$, $a+b$ and $2b$ are eigenvalues of H_{μ_0,λ_0}.

(d) For any $c\in[2m;2M]$ there exist two numbers $\mu_1=\mu_1(c)>0$ and $\lambda_1=\lambda_1(c)>0$ such that the number c is an eigenvalue of H_{μ_1,λ_1}.

МУНДАРИЖА