ФУНКЦИЯНИНГ УЗЛУКСИЗЛИГИ ВА ТЕКИС УЗЛУКСИЗЛИГИ МАВЗУСИНИ ЎҚИТИШГА ДОИР БАЪЗИ МЕТОДИК ТАВСИЯЛАР

Бекзод Ислом ўғли Баҳронов
Бухоро давлат университети
b.bahronov@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Ушбу мақолада Математик анализ фанининг муҳим мавзуларидан бири бўлган «Функциянинг узлуксизлиги ва текис узлуксизлиги» мавзусини ўқитишга оид баъзи методик тавсиялар келтирилган. Узлуксиз функция ва функциянинг текис узлуксизлигига доир маълумотлар баён қилинган. Талабаларнинг мавзуни ўзлаштирганлик даражасини аниқлаш имконини берувчи бир қатор интерфаол усуллар ва уларнинг қўлланилиши ҳақида фикр-мулоҳалар юритилган.

Калит сўзлар: узлуксиз функция, текис узлуксиз функция, интерфаол усуллар, кичик гуруҳларда ишлаш.

SOME RECOMMENDATIONS FOR TEACHING THE CONTINUOUS OF FUNCTIONS AND UNIFORMLY CONTINUOUS FUNCTIONS

Bekzod Islom ugli Bahronov
Bukhara State University
b.bahronov@mail.ru

ABSTRACT

In this paper we provide some methodological recommendations for teaching one of the most important topic “Continuous functions and uniformly continuous functions” of Mathematical Analysis. Information’s on the continuous function and the uniformly continuous functions are given. A number of interactive methods that allow students to determine their level of mastery of a topic and feedback on their application were discussed.

Keywords: continuous function, uniformly continuous functions, interactive methods, working in small groups.

КИРИШ

Мазкур мақолада Олий таълим муассасалари 5130100 – «Математика» таълим йўналишида ўқитиладиган «Математик анализ» фанининг муҳим мавзуларидан бири «Функциянинг узлуксизлиги ва текис узлуксизлиги» мавзусини ўқитишда фойдаланиладиган асосий маълумотлар ҳамда бу мавзуни ўқитишда қўлланиладиган интерфаол усуллар муҳокама қилинади. Бизга яхши маълумки, таълимда замонавий педагогик технологияларнинг асосий мақсади ўқув жараёнида талабани дарс жараёнинг марказига олиб чиқиш, талабаларни материалларни шунчаки ёд олишларидан, автоматик тарзда такрорлашларидан узоқлаштириб, мустақил ва ижодий фаолиятини ривожлантириш, дарснинг фаол иштирокчисига айлантиришдир. Шундагина талабалар муҳим ҳаётий ютуқ ва муаммолар, ўтиладиган мавзуларнинг амалиётга тадбиғи бўйича ўз фикрига эга бўлади, ўз нуқтаи назарини асослаб бера олади.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Таълимда ўқитувчи интерфаол методлардан мавзуга мувофиқини танлай билиши муҳим ҳисобланади. Ўқитувчи интерфаол методлардан аввало оддийдан мураккабга ўтиш назариясига амал қилган ҳолда фойдаланмоғи лозим. Ўз навбатида илғор педагогик технологиялар асосида ташкил этилган дарслар талабаларни билимларининг яхлит ўзлаштирилишига ёрдам беради. Талаба тафаккурини ўстиради, мустақил, ижодий фикрлашга ўргатади.

Ўқувчиларга қулайлик учун мавзу ҳақида қисқача маълумот келтирамиз. Талабаларнинг мавзуни ўзлаштирганлик даражасини аниқлаш имконини берувчи бир қатор интерфаол усуллар ва уларнинг қўлланилиши ҳақида фикр-мулоҳалар юритамиз.

Дастлабки маълумотлар.

Фараз қилайлик, $f(x)$ функция бирор $X \subset R$ тўпламда берилган бўлиб, $x_0 \in X$ нуқта X тўпламнинг лимит нуқтаси бўлсин.

1-таъриф. Агар

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

бўлса, у ҳолда $f(x)$ функция x_0 нуқтада узлуксиз дейилади.

Мисол. Ушбу

$$f(x) = (\mathrm{sign} x)^2 = \begin{cases} 1, \text{ агар } x \neq 0 \text{ бўлса,} \\ 0, \text{ агар } x = 0 \text{ бўлса,} \end{cases}$$

функцияни қарайлик. Равшанки, исталган $\forall x_0 \in R$ нуқтада $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 1$ тенглик ўринли бўлади. Демак, қаралаётган функция ихтиёрий $\forall x_0 \in R$, $x_0 \neq 0$ нуқтада узлуксиз бўлади. Аммо $f(0) = 0$ бўлганлиги сабабли

$$\lim_{x \to 0} f(x) \neq f(0)$$

бўлади. Демак, $f(x)$ функция $x_0 = 0$ нуқтада узлуксиз бўлмайди.

$f(x)$ ва $g(x)$ функциялар $X \subset R$ тўпламда берилган бўлиб, $x_0 \in X$ нуқтада узлуксиз бўлсин. У ҳолда қуйидаги тасдиқлар ўринли:

1-тасдиқ. Исталган $\forall c \in R$ сони учун $c \cdot f(x)$ функция x_0 нуқтада узлуксиз бўлади.

2-тасдиқ. $f(x)+g(x)$ функция x_0 нуқтада узлуксиз бўлади.

3-тасдиқ. $f(x)\cdot g(x)$ функция x_0 нуқтада узлуксиз бўлади.

4-тасдиқ. $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $(g(x)\neq 0)$ функция x_0 нуқтада узлуксиз бўлади.

1-теорема (Кантор теоремаси). Агар $f(x)\in C[a,\, b]$ бўлса, у ҳолда $f(x)$ функция $[a,\, b]$ да текис узлуксиз бўлади.

2-теорема (Вейерштрасснинг биринчи теоремаси). Агар $f(x)$ функция $[a,\, b]$ сегментда узлуксиз, яъни $f(x)\in C[a,\, b]$ бўлса, функция $[a,\, b]$ да чегараланган бўлади.

3-теорема (Вейерштрасснинг иккинчи теоремаси). Агар $f(x)\in C[a,\, b]$ бўлса, бу функция $[a,\, b]$ сегментда энг катта ҳамда энг кичик қийматларга эришади, яъни

$$\exists c_1 \in [a,\, b],\quad \forall x \in [a,\, b]:\qquad f(x)\leq f(c_1),$$
$$\exists c_2 \in [a,\, b],\quad \forall x \in [a,\, b]:\qquad f(x)\geq f(c_2)$$

бўлади.

4-теорема. Фараз қилайлик, $f(x)$ функция $[a,\, b]$ сегментда берилган бўлиб, қуйидаги шартларни бажарсин:

1) $f(x)\in C[a,\, b]$;

2) сегментнинг четки нуқталари a ва b ларда ҳар хил ишорали қийматларга эга, яъни

$$f(a)<0<f(b) \text{ ёки } f(a)>0>f(b)$$

бўлсин.

У ҳолда $(a,\, b)$ да шундай x_0 нуқта $(a<x_0<b)$ топиладики, $f(x_0)=0$ бўлади.

5-теорема. Агар $f(x)\in C[a,\, b]$ бўлса, у ҳолда чегаралари $f(a)$ ва $f(b)$ бўлган сегментга тегишли ихтиёрий l сони олин-ганда $[a,\, b]$ да шундай x_0 нуқта топиладики, $f(x_0)=l$ бўлади.

«Кичик гуруҳларда ишлаш» методи

МУҲОКАМА

Бу метод талабаларни биргаликда ишлашга ўрганиш нақадар муҳим эканлигини тушунишга ёрдам беради. Чунки талабаларнинг бир-бирларига ижобий таъсири бутун гуруҳнинг билим олиши жараёнини оптималлаштиришга хизмат қилади. Бу метод билан ўқув машғулотларини ташкил қилиш анъанавий ўқув машғулотлари ўтиш методларига қараганда анча самарали эканлиги бир қатор тадқиқотчи олимлар томонидан таъкидлаб ўтилган. Тадқиқотлар яна шуни кўрсатадики, талабаларни кичик гуруҳларга бўлиб ўқув машғулотлари ташкил этишнинг ўзи етарли эмас. Кутилган натижага эришиш учун яна икки компонент: гуруҳни рағбатлантириш ва шахсий масъулиятни ҳис қилиш механизми ҳамда уни рағбатлантириш тизимини ишлаб чиқиш керак бўлади. Агарда гуруҳ миқёсида рағбатлантириш етарли бўлмаса, гуруҳ аъзолари ўз ўртоқларининг ўтилаётган ўқув машғулотларини ўзлаштиришига унча аҳамият бермай қўядилар. Кичик гуруҳларга бўлиниб, ўқув машғулотларини ўтиш методининг бир нечта вариантлари ёки моделлари мавжуд. Улардан биринчиси гуруҳларнинг ўқув материалини ўзлаштириш натижасини яхшилашга қаратилган. Бунда ўқитувчи бирор мавзу ёки мавзунинг режасини қисқача тушунтириб, талабаларга топшириқ беради. Топшириқ масала-машқ, савол-жавоб ёки бошқа шакллардаги назорат иши бўлиши мумкин. Сўнгра топшириқ кичик гуруҳлар ичида муҳокама қилинади. Кейин ўрганилган мавзу бўйича ҳар бир кичик гуруҳ аъзоси индивидуал тарзда назорат иши ёзади. Ҳар бир талабанинг олган баллари қўшилиб, умумий гуруҳ бали чиқарилади ва тўпланади. Шу тариқа гуруҳларнинг олган ўринлари аниқланади. Тўпланган балларга кўра гуруҳлар ва фаол иштирок этган кичик гуруҳ аъзолари рағбатлантирилади. Иккинчи моделда назорат иши эмас, балки мустақил мусобақа ўтказилади. Бунда гуруҳ аъзолари бошқа гуруҳ аъзолари билан мусобақалашиб баллар тўплашади. Учинчи модель мозаика модели деб аталади. Бу моделни кўпроқ катта гуруҳларда қўллаш мақсадга мувофиқ. Гуруҳдаги талабалар сонига қараб ўқитувчи ҳар бир гуруҳга 4 ёки 5 нафардан талабани жалб қилиб, ҳар бир гуруҳ таркибидаги талабалар сонига қараб, мавзуга оид алоҳида алоҳида тарқатмали материални ўрганиш учун ўқув-топшириғини беради. Ҳар бир гуруҳдан бир киши битта режа ёки саволни ўрганишга масъул қилиб белгиланади. Турли гуруҳлардан шу режа ёки саволни олган талабалар бирга йиғилиб, шу савол ёки ўқув-топшириқни муҳокама қиладилар. Бу гуруҳларни одатда эксперт гуруҳлари деб аташади. Бунда экспертлар гуруҳи олдиндан кичик гуруҳларни назорат қилишлари учун баҳолаш мезонлари ишлаб чиқишади. Ушбу мезонлар мазмуни олдиндан барча талабаларга ҳавола қилинади. Агарда асосий гуруҳларни алифбодаги ҳарфлар билан белгиласак, талабаларни рақамлар билан белгилаймиз.

Энди мавзуга мос интерфаол усулларни танлаш ва уларни қўллаш масаласини қараймиз. «Кичик гуруҳларда ишлаш» методидан фойдаланамиз, у талабаларни биргаликда ишлашга ўрганиш нақадар муҳим эканлигини тушунишга ёрдам беради. Бу метод билан ўқув машғулотларини ташкил қилиш анъанавий ўқув машғулотлари ўтишга қараганда анча самарали эканлигини кузатиш мумкин.

НАТИЖА

Аслида талабаларни кичик гуруҳларга бўлиб, ўқитишнинг ўзи етарли эмас. Кутилган натижага эришиш учун яна икки компонент – гуруҳни рағбатлантириш ва шахсий масъулиятни ҳис қилиш механизми ҳамда уни рағбатлантириш тизимини ишлаб чиқиш зарур. Кичик гуруҳларга бўлиниб, ўқув машғулотларини ўтиш методининг бир қанча вариантлари ёки моделлари мавжуд. Улардан биринчиси гуруҳларнинг ўқув материалини ўзлаштириш натижасини яхшилашга қаратилган. Бу методни « Функциянинг узлуксизлиги ва текис узлуксизлиги » мавзусини ўқитиш мисолида таҳлил қиламиз. Талабаларга юқоридаги маълумотлар такдим қилингач, талабалар кичик гуруҳларга ажратилади ва уларга топшириқлар берилади.

Масалан, 32 нафар талабадан ташкил топган гуруҳ тўрта кичик гуруҳларга бўлинади. Қуйидаги топшириқлар талабалар эътиборига ҳавола қилинади:

1-топшириқ. Ушбу

$$f(x)=\begin{cases}\sin x\text{ , агар } x-\text{рационал сон бўлса,}\\ 0\text{ , агар } x-\text{иррационал сон бўлса}\end{cases}$$

функциянинг $x_k=k\pi$ $(k\in Z)$ нуқталарида узлуксиз бўлиши исботлансин

2-топшириқ. Ушбу

$$D(x)=\begin{cases}1\text{ , агар } x-\text{рационал сон бўлса,}\\ 0\text{ , агар } x-\text{иррационал сон бўлса}\end{cases}$$

Дирихле функцияси R нинг ҳар бир нуқтасида узилишга эга эканлиги исботлансин.

3-топшириқ. Ушбу

$$f(x)=[x]\cdot\sin\pi x \quad (x\in R)$$

функция учун $f(x)\in C(R)$ бўлиши кўрсатилсин.

4-топшириқ. Ушбу

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e \qquad (a>0,\quad a\neq 1)$$

муносабат исботлансин.

Гуруҳни кичик гуруҳларга бўлиб ишлаш орқали ўзаро ахборот алмашинуви мунтазам амалга оширилади, ғоя ва фикрларни йиғиш ҳамда ўртоқлашиш таъминланади. Тадқиқот натижалари гуруҳда ишлаш индивидуал ишлашга қараганда яхшироқ самара беришини кўрсатмоқда.

Мустақил ўрганиб келишлари учун қуйидаги топшириқларни уйга вазифа сифатида бериш мақсадга мувофиқ ҳисобланади.

1-топшириқ. Ушбу

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+1, & \text{агар } -1\le x<0 \text{ бўлса},\\ 0, & \text{агар } x=0 \text{ бўлса},\\ x^2-1, & \text{агар } 0<x\le 1 \text{ бўлса} \end{cases}$$

функция $[-1, 1]$ да энг катта ва энг кичик қийматларига эришадими.

2-топшириқ. Агар $f(x)$ ва $g(x)$ функцияларнинг ҳар бири $[a, b]\subset R$ да текис узлуксиз бўлса, у ҳолда $f(x)\cdot g(x)$ функция ҳам $[a, b]\subset R$ да текис узлуксиз бўлиши исботлансин.

3-топшириқ. Ушбу

$$f(x)=x^2+1$$

функциянинг $X=[0, 1]$ сегментдаги узлуксизлик модули топилсин.

Функциянинг узлуксизлик хоссалари ёрдамида текшириладиган баъзи амалий масалалар. $d\in N$ учун $T^d:=(-\pi,\pi]^d$ – орқали d-ўлчамли торни белгилаймиз, $L_2(T^d)$ – T^d да аниқланган квадрати билан интегралланувчи (комплекс ўзгарувчили) функцияларнинг Ҳилберт фазоси бўлсин. Қуйидаги формула билан берилган, $L_2(T^d)$ фазода аниқланган H Фридрихс моделини қарайлик:

$$H:=H_0-V_1+V_2, \tag{1}$$

H_0 ва V_α, $\alpha=1,2$ операторлар қуйидаги формулалар билан аниқланган:

$$(H_0f)(p)=u(p)f(p),\quad (V_\alpha f)(p)=\mu_\alpha\upsilon_\alpha(p)\int_{T^d}\upsilon_\alpha(t)f(t)dt,\quad \alpha=1,2.$$

Бу ерда $\mu_\alpha>0, \alpha=1,2$-таъсирлашиш параметри, $u(\cdot)$ ва $v_\alpha(\cdot), \alpha=1,2-T^d$ да узлуксиз ҳақиқий қийматли функциялар.

Функционал анализ элементларидан фойдаланиб кўрсатиш мумкинки (1) тенглик билан аниқланган H чегараланган ва ўз-ўзига қўшма бўлади.

Шуни таъкидлаш керакки H_0 операторнинг қўзғалиш оператори $-V_1+V_2$ ўз-ўзига қўшма ва ранги 2 га тенг бўлади. Чекли ўлчамли қўзғалишларда муҳим спектрнинг сақланиши ҳақидаги Г. Вейл теоремасига кўра H операторнинг $\sigma_{ess}(H)$ муҳим спектри H_0 оператор муҳим спектри билан устма-уст тушади. Маълумки

$$\sigma(H_0)=\sigma_{ess}(H_0)=[E_1;E_2],$$

бу ерда E_1 ва E_2 сонлари қуйидаги тенгликлар ёрдамида аниқланган

$$E_1:=\min_{p\in T^d}u(p),\quad E_2:=\max_{p\in T^d}u(p).$$

Охирги икки хулосадан $\sigma_{ess}(H)=[E_1;E_2]$ тенгликка эга бўламиз.

C - комплекс текислик бўлсин. Ҳар бир $\mu_\alpha, \alpha=1,2$ учун $C\setminus[E_1;E_2]$ тўпламда

$$\Delta(\mu_1,\mu_2,z):=\Delta_1(\mu_1,z)\Delta_2(\mu_2,z)+\mu_1\mu_2(\Delta_3(z))^2$$

ISSN: 2181-1601

функцияни аниқлаймиз. Бу ерда

$$\Delta_\alpha(\mu_\alpha, z) := 1 + (-1)^\alpha \mu_\alpha \int_{T^d} \frac{\upsilon_\alpha^2(t)dt}{u(t)-z}, \quad \alpha = 1,2, \quad \Delta_3(z) := \int_{T^d} \frac{\upsilon_1(t)\upsilon_2(t)dt}{u(t)-z}.$$

Одатда $\Delta(\mu_1, \mu_2, z)$ функция H операторга мос Фредгольм детерминанти деб аталади.

Содда ҳисоблашлар ёрдамида H операторнинг дискрет спектри учун

$$\sigma_{disc}(H) = \{z \in C \setminus [E_1; E_2] : \Delta(\mu_1, \mu_2, z) = 0\}.$$

тенгликни ҳосил қиламиз. Бундан кўринадики H операторнинг спектрини тадқиқ қилиш учун $\Delta(\mu_1, \mu_2, z)$ функциянинг нолларини ўрганиш муҳим аҳамиятга эга. $\Delta(\mu_1, \mu_2, z)$ функциянинг ноли мавжуд ёки мавжуд эмаслигини кўрсатишда бевосита унинг монотонлиги ва узлуксизлигидан фойдаланимиз. [1-7] ишларда $\Delta(\mu_1, \mu_2, z)$ функциянинг хоссалари ҳамда узлуксиз функция хоссаларидан фойдаланган ҳолда H операторнинг спектри тўла таҳлил қилинган. Худди шу каби [8-30] ишларда мос операторларнинг спектрини тадқиқ қилишда узлуксиз функция хоссаларидан фойдаланилган.

ХУЛОСА

«Кичик гуруҳларда ишлаш» интерфаол методини ўқув жараёнида юқорида берилган тартибда қўллай олиш учун гуруҳларга ажратилган қисмлар ўзаро боғлиқ бўлмаслиги, яъни биринчи қисмни ўзлаштирмай туриб, иккинчи ёки учинчи қисмларни ўзлаштира олиб билиши мумкин бўлган мавзулар танланиши лозим.

REFERENCES

1. Расулов Т.Х., Бахронов Б.И. (2015). О спектре тензорной суммы моделей Фридрихса. *Молодой учёный*, 9, 17-20.
2. Бахронов Б.И. (2020). Дискретные и пороговые собственные значения модели Фридрихса с двумерным возмущением. *ВНО*, 16-2(94), 9-13.
3. Бахронов Б.И. (2020). О виртуальном уровне модели Фридрихса с двумерным возмущением. *Наука, техника и образование*, 8(72), 13-16.
4. Bahronov B.I., Rasulov T.H. (2020). Structure of the numerical range of Friedrichs model with rank two perturbation. *European science*, 2-2(51), 15-18.
5. Rasulov T.H., Bahronov B.I. (2019). Description of the numerical range of a Friedrichs model with rank two perturbation. *Journal of Global Research in Mathematical Archives*, 9(6), 15-17.
6. Rasulov T.H., Bahronov B.I. (2020). Structure of the numerical range of Friedrichs model: 1D case with rank two perturbation. *Bulletin of the Institute of Mathematics*, 4, 21-28.

7. Rasulov T.H., Bahronov B.I. (2020). Threshold eigenvalues and resonances of a Friedrichs model with rank two perturbation. *Scientific reports of Bukhara State University*, 3, 31-38.
8. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. (2020). Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices. *Methods Func. Anal. Topology*, 1(25), 273-281.
9. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. (2019). Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices. *Nanosystems: Phys., Chem., Math.*, 6(10), 616-622.
10. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. (2020). Бесконечность числа собственных значений операторных (2x2)-матриц. Асимптотика дискретного спектра. *ТМФ*. 3(205), 368-390.
11. Хайитова Х., Ибодова С. (2021). Алгоритм исследования собственных значений модели Фридрихса. *Наука, техника и образование*, 2-2(77), 48-52.
12. Dilmurodov E.B. (2019). On the virtual levels of one family matrix operators of order 2. *Scientific reports of Bukhara State University*, 1, 42-46.
13. Дилмуродов Э.Б. (2017). Числовой образ многомерной обобщенной модели Фридрихса. *Молодой ученый*, 15, 105-106.
14. Дилмуродов Э.Б. (2016). Квадратичный числовой образ одной 2x2 операторной матрицы. *Молодой ученый*, 8, 7-9.
15. Тошева Н.А., Исмоилова Д.Э. (2021). Явный вид резольвенты обобщенной модели Фридрихса. *Наука, техника и образование,* 2-2(77), 39-43.
16. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. (2015). Связь между числовым образом и спектром модели Фридрихса с двумерным возмущением. *Молодой ученый*, 9, 20-23.
17. Тошева Н.А. (2020). Уравнения Вайнберга для собственных вектор-функций семейства 3x3-операторных матриц. *Наука, техника и образование*, 8(72), 9-12.
18. Дилмуродов Э.Б. (2018). Спектр и квадратичный числовой образ обобщенной модели Фридрихса. *Молодой ученый*, 11, 1-3.
19. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. (2014). Исследование числовой области значений одной операторной матрицы. *Вестн. Самарск. госуд. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки.*, 35 (2), 50–63.
20. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. (2019). Threshold effects for a family of 2x2 operator matrices. *Journal of Global Research in Mathematical Archives*, 10(6), 4-8.
21. Хайитова Х.Г. (2020). О числе собственных значений модели Фридрихса с двумерным возмущением. *Наука, техника и образование*, 8(72), 5-8.
22. Исмоилова Д.Э. (2021). О свойствах определителя Фредгольма, ассоциированного с обобщенной модели Фридрихса. *НТО*, 1(60), 21-24.
23. Умиркулова Г.Х. (2021). Существенный и дискретный спектры семейства моделей Фридрихса. *Наука и образование сегодня*, 1(60), 17-20.

24. Хайитова Х.Г. (2020). О числе собственных значений модели Фридрихса с двумерным возмущением. *Наука, техника и образование*, 8(72), 5-8.
25. Бахронов Б.И., Холмуродов Б.Б. (2021). Изучение спектра одной 3x3-операторной матрицы с дискретным спектром. *НТО*, 2-2(77), 31-34.
26. Хайитова Х.Г., Рахматова Д.С. (2021). Определитель Фредгольма оператора билапласиан с трехмерным возмущением на решетке. *Проблемы науки*. 63:4, 29-32.
27. Рашидов А.Ш., Халлокова О.О. (2015) Пороговое собственное значение модели Фридрихса. *Молодой ученый*, 95:15, 1-3.
28. Рашидов А.Ш., Мирзаев Э.Э. (2016). Обобщенная модель Фридрихса и ее собственное пороговое значение. *Молодой ученый*, 2, 23-25.
29. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. (2021). Ikki kanalli molekulyar-rezonans modeli xos qiymatlarining soni va joylashuv o'rni. *Scientific progress,* 1(2), 61-69.
30. Muminov M., Rasulov T., Tosheva N. (2019). Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices. *Comm. in Math. Analysis*, 1(11), 17-37.