



**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI**



**BUXORO
DAVLAT
1930
UNIVERSITETI**

CURRENT PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

**INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND THEORETICAL
CONFERENCE**

(May 16-17, 2025)

Bukhara-2025

UDC: 530+51+004.8

LBC: 22.1 + 22.16 + 32.81

A92

ISBN: 978-6206-800-31-9

ORGANIZING COMMITTEE

Chairman:	
Khamidov O.Kh	Professor, rector of Bukhara State University
Vice-chairman:	
Samiyev K.A.	Professor, vice-rector of Bukhara State University
Jurayev H.O.	Professor, dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies, Bukhara State University
Members of the organizing committee	
Sharipov M.Z.	Professor, head of the Department of Bukhara State University
Jalolov O.I.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Shafiyev T.R.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Dilmurodov E.B.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Kodirov J.R.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Durdiev U.D.	Docent, head of the Department of Bukhara State University
Eshonkulov H.I.	Docent, IT Advisor to the Rector of Bukhara State University
Bakayev I.I.	Docent, Senior Specialist at the Center of Excellence for Science and Education, Bukhara State University
Nuriddinov J.Z.	Docent, deputy dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies
Ubaydullayev A.N.	Docent, deputy dean of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies
Rasulov X.R.	Docent, Bukhara State University
Fayziyev Sh.Sh.	Docent, Bukhara State University

PROGRAM COMMITTEE

Chairman:	
Rasulov T.H.	Professor, Head of the Center of Excellence for Science and Education, Bukhara State University
Members of the organizing committee	
Mukimov K. M.	Academician of the AS RUZ
Durdiev D.K.	Professor, head of Bukhara branch of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky
Mutti-Ur Rehman	Professor, Asia International University
Ikromov I.A.	Professor, head of Samarkand branch of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky
Shadimetov X.M.	Professor, Tashkent institute of railway transport engineers
Ravshanov N.	Professor, Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute
Hayotov A.R.	Professor, V.I. Romanovsky Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of Uzbekistan
Muminov B.B.	Professor, Tashkent State University of Economics
Muminov Z.E.	Professor, Tashkent State University of Economics
Muminov M.E.	Professor, Samarkand State University
Jurayev D.R.	Professor, Bukhara State University
Kaxxorov S.K.	Professor, Bukhara State University
Jiemuratov R.E.	Professor, dean of the Faculty Physics-Mathematics, Nukus State Pedagogical Institute
Prenov B.B.	Docent, head of the Department Nukus State Pedagogical Institute
Otepbergenov J.S.	Docent, head of the Department Nukus State Pedagogical Institute
Seitnazarov K.K.	Docent, head of the Department Nukus branch of Tashkent university of Information Technologies
Tursunov I.G.	Professor, dean of the Faculty Physics and Chemistry, Chirchik State Pedagogical University

Secretariat:***Atamuradov J.J., Khudayarov S.S., Xazratov F.X.***© ***Bukhara state university***

Our main goal is show the operator $H_\mu(0)$ has eigenvalues in the gap

$$(\lambda_{\max}(\mu, 0), 0)$$

It is known that [3], the space $L_2^{as}(\mathbb{T}^2)$ can be written into the direct sum

$$L_2^{as}(\mathbb{T}^2) = L_2^{(as,o)}(\mathbb{T}^2) \oplus L_2^{(as,e)}(\mathbb{T}^2).$$

Here

$$L_2^{(as,o)}(\mathbb{T}^2) := \{f \in L_2^{as}(\mathbb{T}^2): f(p, q) = -f(-p, -q)\}$$

$$L_2^{(as,e)}(\mathbb{T}^2) := \{f \in L_2^{as}(\mathbb{T}^2): f(p, q) = f(-p, -q)\}.$$

Lemma 2. The subspaces $L_2^{as,o}(\mathbb{T}^2)$ and $L_2^{as,e}(\mathbb{T}^2)$ are invariant under the operator $H_\mu(0)$.

The main result of the paper is the following theorem.

Theorem. Let $\gamma > 1$. Then, there exist μ_γ such that, for any $\mu > \mu_\gamma$ the operator $H_\mu(0)$ has a least one eigenvalue in the gap $(\lambda_{\max}(\mu, 0), 0)$ of the essential spectrum. The eigenfunction f corresponding to this eigenvalue belongs to the subspace $L_2^{as,e}(\mathbb{T}^2)$.

REFERENCES

1. V. Efimov, Energy levels arising from resonant two-body forces in a three-body system. Phys. Lett. B 33. 563-564. (1970).
2. J.I. Abdullaev, A.M. Xalxujaev. Xujamiyrov I.A. Condition for the existence of an eigenvalue of the three-particle Schrödinger operator on lattices. *Izv. vuz.* pp. 1-23. (2022).
3. J.I. Abdullaev, A.M. Khalkhuzhaev, K.D. Kuliev. The existence of eigenvalues of Schrödinger operator on three dimensional lattice. *Methods of Functional Analysis and Topology* Vol. 28 No 3. pp. 189-208. (2022).
4. S. N. Lakaev G. F. Dell'Antonio and A. M. Khalkhuzhaev. Existence of an isolated band of a system of three particles in an optical lattice *J. Phys. A: Math. Theor.* 49 145204–15. (2016).
5. A. M. Khalkhuzhaev The essential spectrum of the three-particle discrete operator corresponding to a system of three fermions on a lattice, *Russian Mathematics* 61 -12. (2017).
6. S. Albeverio, S. N. Lakaev, Z. I. Muminov. Schrödinger Operators on Lattices. The Efimov Effect and Discrete Spectrum Asymptotics. *Ann. Henri Poincaré* 5 743–72 25. (2004).
7. M. Reed, B. Simon. Methods of Modern Mathematical Physics VI: Analysis of Operators, New York Academic. (1979).

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ТЕНЗОРНОЙ СУММЫ МОДЕЛЕЙ ФРИДРИХСА С ОДНОМЕРНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

Бахронов Б.И.

д.ф.ф.-м.н. (PhD),

Бухарский государственный университет

Аннотация: В данной работе рассматривается модельный оператор в виде тензорной суммы моделей Фридрихса с двумерным возмущением. Определена местоположение существенного спектра и собственных значений этой модели.

Ключевые слова: тензорная сумма, модельный оператор, существенный и точечный спектры.

Annotation: In this work, we consider the model operator in the form of a tensor sum of Friedrichs models with two-dimensional perturbation. The location of the essential spectrum and eigenvalues of this model are determined.

Key words: tensor sum, model operator, essential and point spectrum.

Annotatsiya: Mazkur ishda ikki o'lchamli qo'zg'alishga ega Fridrixs modellari tenzor yig'indisi ko'rinishdagi model operator qaralgan. Bu model operator muhim spektri va xos qiymatlarining joylashuv o'rni aniqlangan.

Kalit so'zlar: tenzor yig'indi, model operator, muhim va nuqtali spektr.

Пусть $\mathbb{T}^d$ - d -мерный тор, $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$ – гильбертово пространство квадратично интегрируемых (комплекснозначных) симметричных функций, определенных на $(\mathbb{T}^d)^2$.

Рассмотрим модельный оператор $H_{\mu,\lambda}$ со спектральными параметрами μ и λ , действующий в комплексном гильбертовом пространстве $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$ по формуле

$$H_{\mu,\lambda} := H_{0,0} - \mu(V_{11} + V_{12}) + \lambda(V_{21} + V_{22}),$$

где $H_{0,0}$ – оператор умножения на функцию двух переменных $u(p) + u(q)$:

$$(H_{0,0}f)(p, q) = (u(p) + u(q))f(p, q),$$

а $V_{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta = 1, 2$ – нелокальные операторы (частично интегральные операторы) взаимодействия:

$$(V_{\alpha 1}f)(p, q) = v_\alpha(p) \int_{\mathbb{T}^d} v_\alpha(t) f(t, q) dt,$$

$$(V_{\alpha 2}f)(p, q) = v_\alpha(q) \int_{\mathbb{T}^d} v_\alpha(t) f(p, t) dt.$$

Здесь $f \in L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$, а $u(\cdot)$ и $v_\alpha(\cdot)$, $\alpha = 1, 2$ – вещественнозначные, непрерывные функции на $\mathbb{T}^d$.

Пусть $\text{mes}(\cdot)$ – мера Лебега в $\mathbb{R}^d$, $\text{supp}\{v(\cdot)\}$ – носитель функции $v(\cdot)$,

$$m := \min_{p \in \mathbb{T}^d} u(p), \quad M := \max_{p \in \mathbb{T}^d} u(p).$$

Определим регулярную в области $C \setminus [m; M]$ функцию

$$I_\alpha(z) := \int_{\mathbb{T}^d} \frac{v_\alpha^2(t) dt}{u(t) - z}.$$

Так как функции $I_\alpha(\cdot)$, $\alpha = 1, 2$ монотонно возрастает в интервалах $(-\infty; m)$ и $(M; +\infty)$, в силу теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега следует, что существуют следующие конечные или бесконечные пределы

$$I_1(m) = \lim_{z \rightarrow m-0} I_1(z), \quad I_2(M) = \lim_{z \rightarrow M+0} I_2(z).$$

В случае $|I_2(M)| < \infty$ введем константу что $\lambda_0 = -(I_2(M))^{-1}$.

Для формулировки основного результата работы в гильбертовом пространстве $L_2(\mathbb{T}^d)$ рассмотрим модел Фридрихса

$$(h_\mu^{(1)}f)(p) = u(p)f(p) - \mu v_1(p) \int_{\mathbb{T}^d} v_1(t) f(t) dt,$$

$$(h_\lambda^{(2)}f)(p) = u(p)f(p) + \lambda v_2(p) \int_{\mathbb{T}^d} v_2(t) f(t) dt$$

Можно легко убедиться, что оператор $h_\mu^{(1)}$ имеет не более одно собственное значение $E_1(\mu)$, лежащее левее точки m , а оператор $h_\lambda^{(2)}$ имеет не более одно собственное значение $E_2(\lambda)$, лежащее правее точки M .

В данном случае модельный оператор записывается как тензорная сумма моделей Фридрихса $h_\mu^{(1)}$ и $h_\lambda^{(2)}$.

Теперь сформулируем основной результат работы.

Теорема. Предположим, что $\text{mes}(\text{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp}\{v_2(\cdot)\}) = 0$. и пусть $|I_1(m)| = +\infty$ и $|I_2(M)| < +\infty$.

А) Если $\mu > 0$ и $0 < \lambda \leq \lambda_0$, то модельный оператор $H_{\mu,\lambda}$ имеет одно простое собственное значение $2E_1(\mu)$ и верны следующие равенства:

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = [E_1(\mu) + m; E_1(\mu) + M] \cup [2m; 2M], \quad \sigma_{\text{pp}}(H_{\mu,\lambda}) = \{2E_1(\mu)\}$$

Б) Если $\mu > 0$ и $\lambda > \lambda_0$, то модельный оператор $H_{\mu,\lambda}$ имеет два простые собственные значения $2E_1(\mu)$ и $2E_2(\lambda)$ и верны равенства:

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = [E_1(\mu) + m; E_1(\mu) + M] \cup [2m; 2M] \cup [E_2(\lambda) + m; E_2(\lambda) + M],$$

$$\sigma_{\text{pp}}(H_{\mu,\lambda}) = \{2E_1(\mu); E_1(\mu) + E_2(\lambda); 2E_2(\lambda)\}$$

Литературы

1. Rasulov T.H., Bahronov B.I. Existence of the eigenvalues of a tensor sum of the Friedrichs models with rank 2 perturbation. Nanosystems: Phys. Chem. Math., 14:2 (2023). – Pp. 151-157

2. Rasulov T.H., Bahronov B.I. Structure of the numerical range of Friedrichs model: 1D case with rank two perturbation. Bulletin of the Institute of Mathematics, 4 (2020). – Pp. 21-28.

О КРИТИЧЕСКОМ ПОКАЗАТЕЛЕ ОГРАНИЧЕННОСТИ МАКСИМАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Икромов Исроил Акрамович

Док ф.-м.наук, проф.

Институт Математики им. В.И. Романовского АНРУз,

Баракаев Азамат Мансурович

Самаркандский государственный Университет

Аннотация: В работе рассматривается проблема об ограниченности максимальных операторов, связанных с гиперповерхностями в пространстве суммируемых функций со степенью p . Получен критерий ограниченности максимальных операторов в пространстве квадратично-суммируемых функций.

Ключевые слова: Максимальный оператор, преобразование Фурье, гиперповерхность, ограниченность.

Annotation: The paper deals with boundedness problem for maximal operators associated to hypersurfaces in the space of integrable functions with degree p . A criterion for the boundedness of maximal operators in the space of square-summable functions is obtained.

Keywords: Maximal operator, Fourier transform, hypersurface, boundedness.

Пусть S — гладкая гиперповерхность в $\mathbb{R}^{n+1}$ и $dm = \psi d\sigma$, где $d\sigma$ — индуцированная Лебегова мера на S и ψ бесконечно-гладкая неотрицательная функция с компактным носителем в $\mathbb{R}^{n+1}$ (т.е. $\psi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$).

В работе рассматривается проблема ограниченности следующего максимального оператора

$$Mf(x) = \sup_{t>0} \left| \int_S f(x - ty) \psi(y) d\sigma(y) \right| \quad (1)$$

при $p = h = 2$, где $h(S)$ высота гиперповерхности, введения в классической работе А.Н. Варченко [1].

Определение 1. Говорят, что максимальный оператор M ограничен в L^p , если существует положительное число C_p такое, что для любой функции $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$, выполняется неравенство:

$$\|Mf\|_{L^p} \leq C_p \|f\|_{L^p}, \quad (2)$$

где $\|\cdot\|_{L^p}$ — естественная норма пространства L^p .

В работе всюду предполагается выполнение следующего условия трансверсальности: для любой точки $x \in S$ аффинная касательная плоскость $S + T_x$ к S в точке x не проходит через начало координат.

В работе [2] доказано что, если S выпуклая гиперповерхность конечного линейного типа и $p \geq 2$, то условие

$$d(x, H)^{-\frac{1}{p}} \in L_{loc}^1(S) \quad (3)$$

является необходимым и достаточным для ограниченности максимального оператора в $L^p(\mathbb{R}^{n+1})$, т.е. удовлетворяют неравенству (2), где H — любая гиперповерхность не проходящая через начало координат и $d(x, H)$ — расстояния от $x \in S$ до H . Из результатов С.Д. Согги [3] следует, что если в каждой точке гиперповерхности S хотя бы одна из главных кривизны отлично от нуля, то максимальный оператор ограничен в L^p при $p > 2$. Однако, вопрос об ограниченности максимального оператора при $p = 2$ остается открытым. В данной работе рассматривается задача об ограниченности максимального оператора в критическом показателе $p = 2$.

CONTENT OF TABLE

SECTION 1: MATHEMATICAL ANALYSIS AND ITS APPLICATIONS	
Неъматова Ш.Б. Оценки для определителя фредгольма, ассоциированный с обобщенной модели фридрикса на нецелочисленном решетке	4
Firdavsjon M. Almuratov, Mardon A. Pardabaev Crystalline hexagonal curvature flow of networks: homothetically shrinking solutions with one bounded component	5
Khalkhuzhaev Ahmad Miyassarovich, Makhmudov Khabibullo Shakar ugli Infiniteness of the number of eigenvalues of the schrödinger operator on a lattice	6
Jamilov U.U., Shukurova Sh.S Dynamics of the discrete-time seir epidemic model	7
Abdullaev Janikul Ibragimovich, Toshturdiyev Abdikhurayra Mukhammadievich Eigenvalues of the schrödinger operator corresponding to the three-particle system in the gap	9
Бахронов Б.И. Исследование спектра тензорной суммы моделей фридрикса с одномерным возмущением	11
Икромов Исроил Акрамович, Баракаев Азамат Мансурович О критическом показателе ограниченности максимальных операторов	13
Abdullayev Janikul Ibragimovich, Quljonov O'tkir Nematovich Panjaradagi bir zarrachali shryodinger operatorining spektral xossalari	14
Zarinabonu Mustafoyeva, Shahlo Sayfullayeva Non-gibbsian ewens probability distributions on cayley trees	16
Jumayeva Dilrabo Xolmurot qizi, Besh o'lchamli qo'zg'alishga ega umumlashgan fridrixs modellari oilasi xos qiymatlarining soni va joylashuv o'rni	17
Дилмуродов Элёр Бахтиёрович Основные свойства уравнения фаддеева для 2×2 операторных матриц	18
Yashiyeva Feruza Yusuf qizi Umumlashgan fridrixs modeli xos qiymatlarini mathcad redaktori yordamida tadqiq qilish	20
Sayliyeva Gulrux Rustam qizi Uch o'lchamli qo'zg'alishga ega umumlashgan fridrixs modeli xos qiymatlarining mavjudligi	23
G.H.Umirqulova Panjaradagi uch zarrachali model operator muhim spektri chegaralari uchun munosabatlar	25
Husenova Jasmina To'lqinovna To'rt o'lchamli qo'zg'alishga ega fridrixs modeli sonli tasvirini tadqiq qilish	27
Jabborova Gulasal Sultonovna Ikki o'lchamli qo'zg'alishga ega fridrixs modellari oilasining xos qiymatlari haqida	29
Jamilov U.U., Khudoyberdiev Kh.O. Dynamics of a discrete - time sird reinfection model	31
Jamilov U.U., Mukhitdinov R. T., On superposition of non-volterra quadratic stochastic operators on S^2	32
Jo'raqulov Abdulla Jo'raqul o'g'li Taqsimotning to'lqin fronti haqida	33
Jo'raqulova F. M. Spektral parametrga ega uchinchi tartibli operatorli matritsa muhim spektrining tuzilishi\	36
Khamdamov Isakjan Mamasaliyevich, Mamatov Xusniddin Mufatkhonovich, Chay Zoya Sergeyvna Asymptotic property of the perimeter of convex hulls generated by poisson point process	38
Khamidov Shakhobiddin, Ibrogimov Utkir On the spectrum of two particle schrödinger operator ona lattice	42
Kuliev Komil Danaboyevich, Turakulov Tohirbek Davron o'g'li On estimates for constant of discrete hardy inequality	44
Kuliyev Komil Donaboyevich, Tilavov Rustamjon Aktamovich Ikkinchi tartibli diskret hardy tengsizligi	45