

Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского



Н. И. Лобачевский

Том 66

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Научно-образовательный математический центр
Приволжского федерального округа

**XVI Международная Казанская школа-конференция
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы"**

Сборник трудов

(Казань, 22 – 27 августа 2023 г.)



Казанский (Приволжский) федеральный университет

2023

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа

ул. Кремлевская, 35, Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация

Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2023-944.

УДК 517

ББК 22.16

Научный редактор: С. Р. Насыров.

**Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 66
XVI Международная Казанская школа-конференция
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы",
Сборник трудов. – Казань: КФУ, 2023. – Т. 66. – 291 с.**

В том вошли материалы XVI Международной Казанской школы-конференции "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", организованной на базе Института математики и механики им. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Конференция проходила в Казани с 22 по 27 августа 2023 года.

Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и ее приложений.

© Научно-образовательный математический центр ПФО, 2023

© Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского, 2023

© Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Н. Р. Абубакиров, М. Ю. Денисова.</i> Разрешимость и обратимость задач логарифмического потенциала	11
<i>Ф. Г. Авхадиев.</i> Универсальные интегральные неравенства для финитных функций в плоских и пространственных областях	13
<i>Ю. Р. Агачев, А. В. Гуськова.</i> О полиномиальных приближениях решения задачи Коши для одного дробного интегро-дифференциального уравнения	15
<i>Ю. Р. Агачев, М. Ю. Першагин.</i> Сходимость одного варианта метода механических квадратур для условно корректных интегро-дифференциальных уравнений	17
<i>Я. Н. Алиев.</i> О геометрических свойствах одной кривой, определенной нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением	18
<i>С. А. Алхалифах.</i> Специальное семейство аналитических функций и радиус Бора для таких функций	20
<i>А. В. Аминова, Д. Р. Хакимов.</i> Проективные симметрии 5-мерных жестких H -Пространства типа $\{32\}$	22
<i>И. А. Андреева, Т. О. Ефимова.</i> Качественная картина фазовых траекторий ряда семейств динамических систем	24
<i>О. Ю. Аристов.</i> Топологические свойства оболочек Аренса-Майкла полугрупповых алгебр	26
<i>С. В. Асташкин, К. В. Лыков.</i> Комбинаторная размерность хаоса Радемахера и его свойства типа безусловности	28
<i>С. Н. Асхабов.</i> Нелинейные интегральные уравнения с разностным ядром в весовых пространствах Лебега	32
<i>А. С. Афанасьева-Григорьева.</i> Асимптотика модуля пространственного конденсатора с переменными уровнями потенциала	34
<i>M. Akhmadiev, N. Alhasan, A. Bikchentaev, P. Ivanshin.</i> Commutators and hyponormal operators	35
<i>М. В. Балашов.</i> Внутренность интеграла от многозначного отображения	37
<i>Ш. А. Балгимбаева.</i> Функциональные пространства, связанные с пространствами Морри, на многомерном торе: декомпозиции и интерполяция	39
<i>Б. И. Бахронов.</i> Грани существенного спектра тензорной суммы моделей Фридрихса	41
<i>К. Е. Бахтин, Е. Г. Прилепкина.</i> Об отображающих свойствах обобщенной гипергеометрической функции	43
<i>Б. Б. Беднов.</i> Об ограниченных чебышёвских множествах	45
<i>С. И. Безродных.</i> Формулы типа Якоби для гипергеометрических функций и задача Римана — Гильберта	47
<i>Л. А. Бекларян, А. Л. Бекларян.</i> Дуализм в теории солитонных решений. Пример манхэттенской решетки	50
<i>М. С. Беспалов.</i> Вейвлетное действительное обобщение быстрого преобразования Хаара	51

Ясно, что $\tilde{\mathcal{B}}_{p,q}^{s,\tau} \hookrightarrow \tilde{B}_{p,q}^{s,\tau}$ при $q < \infty$, $\tilde{\mathcal{B}}_{p,\infty}^{s,\tau} = \tilde{B}_{p,\infty}^{s,\tau}$. Пусть $0 < \theta < 1$, $s_0, s_1 \in \mathbb{R}$, $s_0 < s_1$, $0 < p < \infty$, $0 \leq \tau \leq \frac{1}{p}$, $0 < q, q_0, q_1 \leq \infty$. Положим $s := (1 - \theta)s_0 + \theta s_1$.

Теорема 3. $\tilde{\mathcal{B}}_{p,q}^{s,\tau} = (\tilde{E}_{p,q_0}^{s_0,\tau}, \tilde{G}_{p,q_1}^{s_1,\tau})_{\theta,q}$ в смысле эквивалентных (квази)норм; здесь $E, G \in \{B, F\}$ – любые.

Замечание 3. Теорема 3 – периодический аналог (теоремы 2.1 и) следствия 2.1 [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта AP09258831 МОН РК.

Литература

1. Yuan W., Sickel W., Yang D. *Morrey and Campanato meet Besov, Lizorkin and Triebel*. – Springer. Lecture Notes in Mathematics. Vol. 2005, 2010. – 300 с.
2. Базарханов Д. Б. *Оптимальные кубатурные формулы для классов гладких периодических функций многих переменных* // Труды МИРАН – 2021. – Т. 312. – С. 22–42.
3. Meyer Y. A. *Wavelets and operators*. – Cambridge: CUP, 1992. – 223 с.
4. Базарханов Д. Б. *Приближение всплесками и поперечники Фурье классов периодических функций многих переменных. I.* // Труды МИРАН – 2010. – Т. 269. – С. 8–30.
5. Sickel W. *Smoothness spaces related to Morrey spaces – a survey. II.* // Eurasian Math. J. – 2013. – V. 4. – № 1. – С. 82–124.

FUNCTION SPACES RELATE TO MORREY SPACES ON MULTIDIMENSIONAL TORUS: DECOMPOSITIONS AND INTERPOLATION

Sh. A. Balgimbayeva

In the article, atomic and wavelet decompositions as well as real interpolation for the Nikol'skii–Besov/Lizorkin–Triebel type function spaces related to Morrey spaces on multidimensional torus are considered.

Keywords: Morrey space, Nikol'skii–Besov/Lizorkin–Triebel space, atom, wavelet, decomposition, real interpolation.

УДК 517.984

ГРАНИ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ТЕНЗОРНОЙ СУММЫ МОДЕЛЕЙ ФРИДРИХСА

Б. И. Бахронов¹

¹ b.i.bahronov@buxdu.uz; Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан.

Рассматривается тензорная сумма $H_{\mu,\lambda}$, $\mu, \lambda > 0$ двух моделей Фридрихса с двумерным возмущением. Получены оценки для нижней и верхней граней существенного спектра оператора $H_{\mu,\lambda}$.

Ключевые слова: модельный оператор, тензорная сумма, грань, существенный спектр.

Пусть \mathbb{T}^d - d -мерный тор, $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) симметричных функций, определенных на $(\mathbb{T}^d)^2$.

Рассмотрим модельный оператор $H_{\mu,\lambda}$, действующий в гильбертовом пространстве $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$ по формуле

$$H_{\mu,\lambda} := H_{0,0} - \mu(V_{11} + V_{12}) + \lambda(V_{21} + V_{22}),$$

где $H_{0,0}$ – оператор умножения на функцию $u(x) + u(y)$:

$$(H_{0,0}f)(x, y) = (u(x) + u(y))f(x, y),$$

а $V_{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta = 1, 2$ – нелокальные операторы взаимодействия:

$$(V_{\alpha 1}f)(x, y) = v_\alpha(x) \int_{\mathbb{T}^d} v_\alpha(t) f(t, y) dt, \quad (V_{\alpha 2}f)(x, y) = v_\alpha(y) \int_{\mathbb{T}^d} v_\alpha(t) f(x, t) dt, \quad \alpha = 1, 2.$$

Здесь $f \in L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$, а $u(\cdot)$ и $v_\alpha(\cdot)$, $\alpha = 1, 2$, – вещественнозначные, непрерывные функции на \mathbb{T}^d . По определению, операторы V_{ij} , $i, j = 1, 2$ являются частично интегральными операторами с вырожденным ядром ранга 1.

При этих предположениях оператор $H_{\mu,\lambda}$ является ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$.

Для точной формулировки нужного нам результата, приведем два условия.

Условие 1. Предположим, что

$$\text{mes}(\text{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp}\{v_2(\cdot)\}) = 0,$$

где $\text{mes}(\cdot)$ – мера Лебега в \mathbb{R}^d и $\text{supp}\{v_\alpha(\cdot)\}$ – носитель функции $v_\alpha(\cdot)$.

Пусть

$$m := \min_{x \in \mathbb{T}^d} u(x), \quad M := \max_{x \in \mathbb{T}^d} u(x).$$

Определим регулярную в области $\mathbb{C} \setminus [m; M]$ функцию

$$I_\alpha(z) := \int_{\mathbb{T}^d} \frac{v_\alpha^2(t) dt}{u(t) - z}, \quad \alpha = 1, 2.$$

Так как функции $I_\alpha(\cdot)$, $\alpha = 1, 2$ монотонно возрастают на интервалах $(-\infty; m)$ и $(M; +\infty)$, в силу теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега существуют следующие конечные или бесконечные пределы

$$I_1(m) = \lim_{z \rightarrow m-0} I_1(z), \quad I_2(M) = \lim_{z \rightarrow M+0} I_2(z).$$

Условие 2. Предположим, что

$$|I_1(m)| < +\infty, \quad |I_2(M)| < +\infty.$$

Положим

$$\mu_0 := (I_1(m))^{-1}, \quad \lambda_0 := -(I_2(M))^{-1}.$$

Теперь формулируем основной результат работы.

Теорема. Пусть выполняются условия 1 и 2.

1) Если $0 < \mu \leq \mu_0$ и $0 < \lambda \leq \lambda_0$, то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2M.$$

2) Если $\mu > \mu_0$ и $0 < \lambda \leq \lambda_0$, то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) < 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2M.$$

3) Если $0 < \mu \leq \mu_0$ и $\lambda > \lambda_0$, то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) > 2M.$$

4) Если $\mu > \mu_0$ и $\lambda > \lambda_0$, то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) < 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) > 2M.$$

BOUNDS OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A TENSOR SUM OF FRIEDRICH'S MODELS

B. I. Bahronov

The tensor sum $H_{\mu,\lambda}$, $\mu, \lambda > 0$ of two Friedrichs models with rank 2 perturbations is considered. Estimates for the lower and upper bounds of the essential spectrum of the operator $H_{\mu,\lambda}$ are established.

Keywords: model operator, tensor sum, bound, essential spectrum.

УДК 517.54, 517.588

ОБ ОТОБРАЖАЮЩИХ СВОЙСТВАХ ОБОБЩЕННОЙ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

К. Е. Бахтин¹, Е. Г. Прилепкина²

¹ bakhtin.ke@dvfu.ru; Дальневосточный федеральный университет.

² pril-elena@yandex.ru; Дальневосточный федеральный университет, ИПМ ДВО РАН.

Представлен ряд следствий интегрального представления обобщенной гипергеометрической функции в виде преобразования Стилтеса. На этом пути для гипергеометрических функций при определенных ограничениях на параметры установлены области однолиственности, получены новые неравенства, доказаны формулы суммирования и преобразования.

Ключевые слова: конформное отображение, функция Гаусса, гипергеометрическая функция, преобразование Стилтеса.

Пусть $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_p, a_{p+1})$, $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_p)$ означают комплексные вектора, причем $-b_j \notin \mathbb{N}_0$, $j = 1, \dots, p$. Обобщенная гипергеометрическая функция как функция комплексного переменного $z \in \mathbb{C}$ при $|z| < 1$ определяется с помощью ряда

$${}_{p+1}F_p(\mathbf{a}; \mathbf{b}; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n \cdots (a_{p+1})_n}{(b_1)_n (b_2)_n \cdots (b_p)_n n!} z^n$$