

Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского



*Н. И. Лобачевский*

Том 66

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Научно-образовательный математический центр  
Приволжского федерального округа

---

**XVI Международная Казанская школа-конференция  
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы"**

**Сборник трудов**

*(Казань, 22 – 27 августа 2023 г.)*

---



Казанский (Приволжский) федеральный университет

2023

**Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа**

**ул. Кремлевская, 35, Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация**

**Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2023-944.**

**УДК 517**

**ББК 22.16**

Научный редактор: С. Р. Насыров.

**Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 66  
XVI Международная Казанская школа-конференция  
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы",  
Сборник трудов. – Казань: КФУ, 2023. – Т. 66. – 291 с.**

В том вошли материалы XVI Международной Казанской школы-конференции "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", организованной на базе Института математики и механики им. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Конференция проходила в Казани с 22 по 27 августа 2023 года.

Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и ее приложений.

© Научно-образовательный математический центр ПФО, 2023

© Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского, 2023

© Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Н. Р. Абубакиров, М. Ю. Денисова.</i> Разрешимость и обратимость задач логарифмического потенциала . . . . .	11
<i>Ф. Г. Авхадиев.</i> Универсальные интегральные неравенства для финитных функций в плоских и пространственных областях . . . . .	13
<i>Ю. Р. Агачев, А. В. Гуськова.</i> О полиномиальных приближениях решения задачи Коши для одного дробного интегро-дифференциального уравнения . . . . .	15
<i>Ю. Р. Агачев, М. Ю. Першагин.</i> Сходимость одного варианта метода механических квадратур для условно корректных интегро-дифференциальных уравнений . . . . .	17
<i>Я. Н. Алиев.</i> О геометрических свойствах одной кривой, определенной нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением . . . . .	18
<i>С. А. Алхалифах.</i> Специальное семейство аналитических функций и радиус Бора для таких функций . . . . .	20
<i>А. В. Аминова, Д. Р. Хакимов.</i> Проективные симметрии 5-мерных жестких $H$ -Пространства типа $\{32\}$ . . . . .	22
<i>И. А. Андреева, Т. О. Ефимова.</i> Качественная картина фазовых траекторий ряда семейств динамических систем . . . . .	24
<i>О. Ю. Аристов.</i> Топологические свойства оболочек Аренса-Майкла полугрупповых алгебр . . . . .	26
<i>С. В. Асташкин, К. В. Лыков.</i> Комбинаторная размерность хаоса Радемахера и его свойства типа безусловности . . . . .	28
<i>С. Н. Асхабов.</i> Нелинейные интегральные уравнения с разностным ядром в весовых пространствах Лебега . . . . .	32
<i>А. С. Афанасьева-Григорьева.</i> Асимптотика модуля пространственного конденсатора с переменными уровнями потенциала . . . . .	34
<i>M. Akhmadiev, N. Alhasan, A. Bikchentaev, P. Ivanshin.</i> Commutators and hyponormal operators . . . . .	35
<i>М. В. Балашов.</i> Внутренность интеграла от многозначного отображения . . . . .	37
<i>Ш. А. Балгимбаева.</i> Функциональные пространства, связанные с пространствами Морри, на многомерном торе: декомпозиции и интерполяция . . . . .	39
<i>Б. И. Бахронов.</i> Грани существенного спектра тензорной суммы моделей Фридрихса . . . . .	41
<i>К. Е. Бахтин, Е. Г. Прилепкина.</i> Об отображающих свойствах обобщенной гипергеометрической функции . . . . .	43
<i>Б. Б. Беднов.</i> Об ограниченных чебышёвских множествах . . . . .	45
<i>С. И. Безродных.</i> Формулы типа Якоби для гипергеометрических функций и задача Римана — Гильберта . . . . .	47
<i>Л. А. Бекларян, А. Л. Бекларян.</i> Дуализм в теории солитонных решений. Пример манхэттенской решетки . . . . .	50
<i>М. С. Беспалов.</i> Вейвлетное действительное обобщение быстрого преобразования Хаара . . . . .	51

Ясно, что  $\tilde{\mathcal{B}}_{p,q}^{s,\tau} \hookrightarrow \tilde{B}_{p,q}^{s,\tau}$  при  $q < \infty$ ,  $\tilde{\mathcal{B}}_{p,\infty}^{s,\tau} = \tilde{B}_{p,\infty}^{s,\tau}$ . Пусть  $0 < \theta < 1$ ,  $s_0, s_1 \in \mathbb{R}$ ,  $s_0 < s_1$ ,  $0 < p < \infty$ ,  $0 \leq \tau \leq \frac{1}{p}$ ,  $0 < q, q_0, q_1 \leq \infty$ . Положим  $s := (1 - \theta)s_0 + \theta s_1$ .

**Теорема 3.**  $\tilde{\mathcal{B}}_{p,q}^{s,\tau} = (\tilde{E}_{p,q_0}^{s_0,\tau}, \tilde{G}_{p,q_1}^{s_1,\tau})_{\theta,q}$  в смысле эквивалентных (квази)норм; здесь  $E, G \in \{B, F\}$  – любые.

Замечание 3. Теорема 3 – периодический аналог (теоремы 2.1 и) следствия 2.1 [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта AP09258831 МОН РК.

## Литература

1. Yuan W., Sickel W., Yang D. *Morrey and Campanato meet Besov, Lizorkin and Triebel*. – Springer. Lecture Notes in Mathematics. Vol. 2005, 2010. – 300 с.
2. Базарханов Д. Б. *Оптимальные кубатурные формулы для классов гладких периодических функций многих переменных* // Труды МИРАН – 2021. – Т. 312. – С. 22–42.
3. Meyer Y. A. *Wavelets and operators*. – Cambridge: CUP, 1992. – 223 с.
4. Базарханов Д. Б. *Приближение всплесками и поперечники Фурье классов периодических функций многих переменных. I.* // Труды МИРАН – 2010. – Т. 269. – С. 8–30.
5. Sickel W. *Smoothness spaces related to Morrey spaces – a survey. II.* // Eurasian Math. J. – 2013. – V. 4. – № 1. – С. 82–124.

## FUNCTION SPACES RELATE TO MORREY SPACES ON MULTIDIMENSIONAL TORUS: DECOMPOSITIONS AND INTERPOLATION

Sh. A. Balgimbayeva

*In the article, atomic and wavelet decompositions as well as real interpolation for the Nikol'skii–Besov/Lizorkin–Triebel type function spaces related to Morrey spaces on multidimensional torus are considered.*

Keywords: Morrey space, Nikol'skii–Besov/Lizorkin–Triebel space, atom, wavelet, decomposition, real interpolation.

УДК 517.984

## ГРАНИ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ТЕНЗОРНОЙ СУММЫ МОДЕЛЕЙ ФРИДРИХСА

Б. И. Бахронов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> b.i.bahronov@buxdu.uz; Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан.

*Рассматривается тензорная сумма  $H_{\mu,\lambda}$ ,  $\mu, \lambda > 0$  двух моделей Фридрихса с двумерным возмущением. Получены оценки для нижней и верхней граней существенного спектра оператора  $H_{\mu,\lambda}$ .*

**Ключевые слова:** модельный оператор, тензорная сумма, грань, существенный спектр.

Пусть  $\mathbb{T}^d$  -  $d$ -мерный тор,  $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$  – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) симметричных функций, определенных на  $(\mathbb{T}^d)^2$ .

Рассмотрим модельный оператор  $H_{\mu,\lambda}$ , действующий в гильбертовом пространстве  $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$  по формуле

$$H_{\mu,\lambda} := H_{0,0} - \mu(V_{11} + V_{12}) + \lambda(V_{21} + V_{22}),$$

где  $H_{0,0}$  – оператор умножения на функцию  $u(x) + u(y)$ :

$$(H_{0,0}f)(x, y) = (u(x) + u(y))f(x, y),$$

а  $V_{\alpha\beta}$ ,  $\alpha, \beta = 1, 2$  – нелокальные операторы взаимодействия:

$$(V_{\alpha 1}f)(x, y) = v_\alpha(x) \int_{\mathbb{T}^d} v_\alpha(t) f(t, y) dt, \quad (V_{\alpha 2}f)(x, y) = v_\alpha(y) \int_{\mathbb{T}^d} v_\alpha(t) f(x, t) dt, \quad \alpha = 1, 2.$$

Здесь  $f \in L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$ , а  $u(\cdot)$  и  $v_\alpha(\cdot)$ ,  $\alpha = 1, 2$ , – вещественнозначные, непрерывные функции на  $\mathbb{T}^d$ . По определению, операторы  $V_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2$  являются частично интегральными операторами с вырожденным ядром ранга 1.

При этих предположениях оператор  $H_{\mu,\lambda}$  является ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве  $L_2^s((\mathbb{T}^d)^2)$ .

Для точной формулировки нужного нам результата, приведем два условия.

**Условие 1.** *Предположим, что*

$$\text{mes}(\text{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp}\{v_2(\cdot)\}) = 0,$$

где  $\text{mes}(\cdot)$  – мера Лебега в  $\mathbb{R}^d$  и  $\text{supp}\{v_\alpha(\cdot)\}$  – носитель функции  $v_\alpha(\cdot)$ .

Пусть

$$m := \min_{x \in \mathbb{T}^d} u(x), \quad M := \max_{x \in \mathbb{T}^d} u(x).$$

Определим регулярную в области  $\mathbb{C} \setminus [m; M]$  функцию

$$I_\alpha(z) := \int_{\mathbb{T}^d} \frac{v_\alpha^2(t) dt}{u(t) - z}, \quad \alpha = 1, 2.$$

Так как функции  $I_\alpha(\cdot)$ ,  $\alpha = 1, 2$  монотонно возрастают на интервалах  $(-\infty; m)$  и  $(M; +\infty)$ , в силу теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега существуют следующие конечные или бесконечные пределы

$$I_1(m) = \lim_{z \rightarrow m-0} I_1(z), \quad I_2(M) = \lim_{z \rightarrow M+0} I_2(z).$$

**Условие 2.** *Предположим, что*

$$|I_1(m)| < +\infty, \quad |I_2(M)| < +\infty.$$

Положим

$$\mu_0 := (I_1(m))^{-1}, \quad \lambda_0 := -(I_2(M))^{-1}.$$

Теперь формулируем основной результат работы.

**Теорема.** Пусть выполняются условия 1 и 2.

1) Если  $0 < \mu \leq \mu_0$  и  $0 < \lambda \leq \lambda_0$ , то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2M.$$

2) Если  $\mu > \mu_0$  и  $0 < \lambda \leq \lambda_0$ , то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) < 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2M.$$

3) Если  $0 < \mu \leq \mu_0$  и  $\lambda > \lambda_0$ , то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) > 2M.$$

4) Если  $\mu > \mu_0$  и  $\lambda > \lambda_0$ , то

$$\min \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) < 2m, \quad \max \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu,\lambda}) > 2M.$$

## BOUNDS OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A TENSOR SUM OF FRIEDRICH'S MODELS

B. I. Bahronov

The tensor sum  $H_{\mu,\lambda}$ ,  $\mu, \lambda > 0$  of two Friedrichs models with rank 2 perturbations is considered. Estimates for the lower and upper bounds of the essential spectrum of the operator  $H_{\mu,\lambda}$  are established.

Keywords: model operator, tensor sum, bound, essential spectrum.

УДК 517.54, 517.588

## ОБ ОТОБРАЖАЮЩИХ СВОЙСТВАХ ОБОБЩЕННОЙ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

К. Е. Бахтин<sup>1</sup>, Е. Г. Прилепкина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> bakhtin.ke@dvfu.ru; Дальневосточный федеральный университет.

<sup>2</sup> pril-elena@yandex.ru; Дальневосточный федеральный университет, ИПМ ДВО РАН.

Представлен ряд следствий интегрального представления обобщенной гипергеометрической функции в виде преобразования Стилтъяеса. На этом пути для гипергеометрических функций при определенных ограничениях на параметры установлены области однолиственности, получены новые неравенства, доказаны формулы суммирования и преобразования.

**Ключевые слова:** конформное отображение, функция Гаусса, гипергеометрическая функция, преобразование Стилтъяеса.

Пусть  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_p, a_{p+1})$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_p)$  означают комплексные вектора, причем  $-b_j \notin \mathbb{N}_0$ ,  $j = 1, \dots, p$ . Обобщенная гипергеометрическая функция как функция комплексного переменного  $z \in \mathbb{C}$  при  $|z| < 1$  определяется с помощью ряда

$${}_{p+1}F_p(\mathbf{a}; \mathbf{b}; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n \cdots (a_{p+1})_n}{(b_1)_n (b_2)_n \cdots (b_p)_n n!} z^n$$