# Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского

Том 66

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Научно-образовательный математический центр
Приволжского федерального округа

# XVI Международная Казанская школа-конференция ”Теория функций, ее приложения и смежные вопросы”

## Сборник трудов

(*Казань, 22 – 27 августа 2023 г.*)

Казанский (Приволжский) федеральный университет

2023

**Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа**

**ул. Кремлевская, 35, Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация**

**Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2023-944.**

**УДК 517**
**ББК 22.16**

Научный редактор: С. Р. Насыров.

**Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 66**
**XVI Международная Казанская школа-конференция**
**"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы",**
**Сборник трудов. – Казань: КФУ, 2023. – Т. 66. – 291 с.**

В том вошли материалы XVI Международной Казанской школы-конференции "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", организованной на базе Института математики и механики им. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Конференция проходила в Казани с 22 по 27 августа 2023 года.
Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и ее приложений.

# СОДЕРЖАНИЕ

Ясно, что $\widetilde{\mathscr{B}}^{s,\tau}_{p,q} \hookrightarrow \widetilde{B}^{s,\tau}_{p,q}$ при $q < \infty$, $\widetilde{\mathscr{B}}^{s,\tau}_{p,\infty} = \widetilde{B}^{s,\tau}_{p,\infty}$. Пусть $0 < \theta < 1, s_0, s_1 \in \mathbb{R}, s_0 < s_1, 0 < p < \infty, 0 \le \tau \le \frac{1}{p}, 0 < q, q_0, q_1 \le \infty$. Положим $s := (1-\theta)s_0 + \theta s_1$.

**Теорема 3.** $\widetilde{\mathscr{B}}^{s,\tau}_{p,q} = (\widetilde{E}^{s_0,\tau}_{p,q_0}, \widetilde{G}^{s_1,\tau}_{p,q_1})_{\theta,q}$ *в смысле эквивалентных (квази)норм*; *здесь* $E, G \in \{B, F\}$ *– любые*.

Замечание 3. Теорема 3 – периодический аналог (теоремы 2.1 и) следствия 2.1 [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта AP09258831 МОН РК.

## Литература

1. Yuan W., Sickel W., Yang D. *Morrey and Campanato meet Besov, Lizorkin and Triebel.* – Springer. Lecture Notes in Mathematics. Vol. 2005, 2010. – 300 с.

2. Базарханов Д. Б. *Оптимальные кубатурные формулы для классов гладких периодических функций многих переменных* // Труды МИРАН – 2021. – Т. 312. – С. 22–42.

3. Meyer Y. A. *Wavelets and operators.* – Cambridge: CUP, 1992. – 223 с.

4. Базарханов Д. Б. *Приближение всплесками и поперечники Фурье классов периодических функций многих переменных. I.* // Труды МИРАН – 2010. – Т. 269. – С. 8–30.

5. Sickel W. *Smoothness spaces related to Morrey spaces – a survey. II.* // Eurasian Math. J. – 2013. – V. 4. – № 1. –С. 82–124.

FUNCTION SPACES RELATE TO MORREY SPACES ON MULTIDIMENSIONAL TORUS: DECOMPOSITIONS AND INTERPOLATION

Sh. A. Balgimbayeva

*In the article, atomic and wavelet decompositions as well as real interpolation for the Nikol'skii–Besov/Lizorkin–Triebel type function spaces related to Morrey spaces on multidimensional torus are considered.*

Keywords: Morrey space, Nikol'skii–Besov/Lizorkin–Triebel space, atom, wavelet, decomposition, real interpolation.

УДК 517.984

# ГРАНИ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ТЕНЗОРНОЙ СУММЫ МОДЕЛЕЙ ФРИДРИХСА

Б. И. Бахронов[1]

1 *b.i.bahronov@buxdu.uz*; Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан.

*Рассматривается тензорная сумма* $H_{\mu,\lambda}$, $\mu, \lambda > 0$ *двух моделей Фридрихса с двумерным возмущением. Получены оценки для нижней и верхней граней существенного спектра оператора* $H_{\mu,\lambda}$.

**Ключевые слова**: модельный оператор, тензорная сумма, грань, существенный спектр.

Пусть $\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$ - d-мерный тор, $L_2^{\mathrm{s}}((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) симметричных функций, определенных на $(\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2$.

Рассмотрим модельный оператор $H_{\mu,\lambda}$, действующий в гильбертовом пространстве $L_2^{\mathrm{s}}((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$ по формуле

$$H_{\mu,\lambda} := H_{0,0} - \mu(V_{11} + V_{12}) + \lambda(V_{21} + V_{22}),$$

где $H_{0,0}$ – оператор умножения на функцию $u(x) + u(y)$ :

$$(H_{0,0}f)(x,y) = (u(x) + u(y))f(x,y),$$

а $V_{\alpha\beta}$, $\alpha,\beta = 1,2$ – нелокальные операторы взаимодействия:

$$(V_{\alpha 1}f)(x,y) = v_\alpha(x)\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} v_\alpha(t)f(t,y)dt, \quad (V_{\alpha 2}f)(x,y) = v_\alpha(y)\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} v_\alpha(t)f(x,t)dt, \quad \alpha = 1,2.$$

Здесь $f \in L_2^{\mathrm{s}}((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$, а $u(\cdot)$ и $v_\alpha(\cdot)$, $\alpha = 1,2$, – вещественнозначные, непрерывные функции на $\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$. По определению, операторы $V_{ij}$, $i,j = 1,2$ являются частично интегральными операторами с вырожденным ядром ранга 1.

При этих предположениях оператор $H_{\mu,\lambda}$ является ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве $L_2^{\mathrm{s}}((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$.

Для точной формулировки нужного нам результата, приведем два условия.

**Условие 1.** *Предположим, что*

$$\mathrm{mes}(\mathrm{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \mathrm{supp}\{v_2(\cdot)\}) = 0,$$

*где* $\mathrm{mes}(\cdot)$ *– мера Лебега в* $\mathbb{R}^{\mathrm{d}}$ *и* $\mathrm{supp}\{v_\alpha(\cdot)\})$ *– носитель функции* $v_\alpha(\cdot)$.

Пусть

$$m := \min_{x\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} u(x), \quad M := \max_{x\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} u(x).$$

Определим регулярную в области $\mathbb{C} \setminus [m; M]$ функцию

$$I_\alpha(z) := \int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} \frac{v_\alpha^2(t)dt}{u(t) - z}, \quad \alpha = 1,2.$$

Так как функции $I_\alpha(\cdot)$, $\alpha = 1,2$ монотонно возрастают на интервалах $(-\infty; m)$ и $(M; +\infty)$, в силу теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега существуют следующие конечные или бесконечные пределы

$$I_1(m) = \lim_{z\to m-0} I_1(z), \quad I_2(M) = \lim_{z\to M+0} I_2(z).$$

**Условие 2.** *Предположим, что*

$$|I_1(m)| < +\infty, \quad |I_2(M)| < +\infty.$$

Положим

$$\mu_0 := (I_1(m))^{-1}, \quad \lambda_0 := -(I_2(M))^{-1}.$$

Теперь сформулируем основной результат работы.

**Теорема.** *Пусть выполняются условия 1 и 2.*
1) *Если* $0 < \mu \le \mu_0$ *и* $0 < \lambda \le \lambda_0$, *то*

$$\min \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2m, \quad \max \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2M.$$

2) *Если* $\mu > \mu_0$ *и* $0 < \lambda \le \lambda_0$, *то*

$$\min \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) < 2m, \quad \max \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2M.$$

3) *Если* $0 < \mu \le \mu_0$ *и* $\lambda > \lambda_0$, *то*

$$\min \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) = 2m, \quad \max \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) > 2M.$$

4) *Если* $\mu > \mu_0$ *и* $\lambda > \lambda_0$, *то*

$$\min \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) < 2m, \quad \max \sigma_{\mathrm{ess}}(H_{\mu,\lambda}) > 2M.$$

BOUNDS OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A TENSOR SUM OF FRIEDRICHS MODELS

B. I. Bahronov

*The tensor sum* $H_{\mu,\lambda}$, $\mu, \lambda > 0$ *of two Friedrichs models with rank 2 perturbations is considered. Estimates for the lower and upper bounds of the essential spectrum of the operator* $H_{\mu,\lambda}$ *are established.*
Keywords: model operator, tensor sum, bound, essential spectrum.

УДК 517.54, 517.588

## ОБ ОТОБРАЖАЮЩИХ СВОЙСТВАХ ОБОБЩЕННОЙ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

К. Е. Бахтин[1], Е. Г. Прилепкина[2]

1 *bakhtin.ke@dvfu.ru*; Дальневосточный федеральный университет.
2 *pril-elena@yandex.ru*; Дальневосточный федеральный университет, ИПМ ДВО РАН.

*Представлен ряд следствий интегрального представления обобщенной гипергеометрической функции в виде преобразования Стилтьеса. На этом пути для гипергеометрических функций при определенных ограничениях на параметры установлены области однолистности, получены новые неравенства, доказаны формулы суммирования и преобразования.*

**Ключевые слова**: конформное отображение, функция Гаусса, гипергеометрическая функция, преобразование Стилтьеса.

Пусть $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_p, a_{p+1})$, $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_p)$ означают комплексные вектора, причем $-b_j \notin \mathbb{N}_0$, $j = 1, \dots, p$. Обобщенная гипергеометрическая функция как функция комплексного переменного $z \in \mathbb{C}$ при $|z| < 1$ определяется с помощью ряда

$${}_{p+1}F_p\,(\mathbf{a};\mathbf{b};z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n \cdots (a_{p+1})_n}{(b_1)_n (b_2)_n \cdots (b_p)_n n!} z^n$$