# ИНТЕГРИРОВАНИЕ БИНОМИНАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ

***Дустова Шахло Бахтиёровна***

***преподаватель, Бухарский государственный университет***

***Кодиров Сухайл Орифжонович***

***Бакалавр, Бухарский государственный университет***

***Аннотация.*** В этой тезисе обсуждаются случаи, в которых биномиальный дифференциал и его интеграл могут быть выражены элементарными функциями, а также научная работа ученых по определению этих состояний интеграла.

***Ключевые слова:*** Интеграл, бином, дифференциал.

Определение: Биноминальным дифференциалом называется выражение

$$x^m(a+bx^n)^p dx$$

где m, n, и p – рациональные числа.

Как было доказано академиком Чебышевым П.Л. (1821-1894), интеграл от биноминального дифференциала может быть выражен через элементарные функции только в следующих трех случаях:

1. Один такой случай ясен непосредственно: если p – число целое (положительное, нуль или отрицательное), то рассматриваемое выражение относится к типу, если через $\delta$ обозначить наименьшее общее кратное знаменателей дробей m и n, то интеграл рационализируется с помощью подстановки $x = t^{\delta}$.

Например:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\left(1+\sqrt[3]{x}\right)^2}dx = \int x^{\frac{1}{2}}\left(1+x^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}dx = \begin{vmatrix} p=-2 \\ x=t^6 \end{vmatrix} = 6\int \frac{t^8}{(1+t^2)^2}dt = 6\int \left(t^4 - 2t^2 + 3 - \frac{4}{t^2+1} + \frac{1}{(t^2+1)^2}\right)dt = 6\left(\frac{t^5}{5} - \frac{2t^3}{3} + 3t - 4arctg(t) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{t^2+1} + \frac{1}{2}arctg(t) + C\right) = \frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} - 4\sqrt{x} + 18\sqrt[6]{x} - 21arctg\left(\sqrt[6]{x}\right) + \frac{3\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}+1} + C.$$

2. Если $\frac{m+1}{n}$ - число целое, то мы снова приходим к выражению изученного типа. Действительно, если обозначить через s знаменатель дроби p, то интеграл рационализируется подстановкой

$$t = (a + bx^n)^{\frac{1}{s}}$$

Например:

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}} = \int x\left(1 + x^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} dx =$$

$$\left| \begin{matrix} \frac{m+1}{n} = 3, & x = (t^2-1)^{\frac{3}{2}} \\ t = \left(1 + x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}, & dx = \frac{3}{2}(t^2-1)^{\frac{1}{2}} \cdot 2tdt \end{matrix} \right| = 3\int (t^2-1)^2 dt = 3\frac{t^5}{5} - 2t^3 +$$

$$3t + C, t = \sqrt{1 + x^{\frac{2}{3}}}.$$

3. Если $\frac{m+1}{n} + p$ - целое число, то используется подстановка

$$t = \sqrt[s]{\frac{a + bx^n}{x^n}}$$

где s – знаменатель числа p.

Например:

$$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{2+3x^2}} = \int x^{-2}(2+3x^2)^{-\frac{1}{2}}dx = \left| \begin{matrix} \frac{m+1}{n} + p = -1, & x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{t^2-3}} \\ t = \sqrt{\frac{2}{x^2}+3}, & dx = -\frac{\sqrt{2}tdt}{\sqrt{(t^2-3)^3}} \end{matrix} \right| =$$

$$-\sqrt{2}\int \frac{t^2-3}{2} \cdot \frac{\sqrt{t^2-3}}{\sqrt{2}t} \cdot \frac{tdt}{\sqrt{(t^2-3)^3}} = \int \left(-\frac{dt}{2}\right) = -\frac{t}{2} + C = -\frac{\sqrt{\frac{2}{x^2}+3}}{2} + C.$$

Эти случаи интегрируемости, по существу, известны были ещё Ньютону. Однако лишь в середине девятнадцатого столетия П.Л. Чебышев установил замечательный факт, что других случаев интегрируемости в конечном виде для биноминальных дифференциалов нет.

**ЛИТЕРАТУРА**


1. Г. Худайберганов, А.К. Ворисов,Х.Т. Мансуров, В. Шоймкулов «Лекции по математического анализа».