**EHMlar davrida π vasvasasi**

Shahlo Baxtiyorovna Do’stova Buxoro davlat universiteti

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada π soniga oid qiziqarli ma’lumotlar, faktlar va formulalar bayon qilingan. Bir qator olimlar, xususan Jon fon Neyman, F.Jenyuu, Daniel Shenkslar tomonidan olib borilgan izlanishlar qiziqarli ma'lumotlar orqali yoritilgan. sonining verguldan keyingi dastlabki 1000 ta raqami jadvali keltirilgan.

**Kalit so‘zlar:** formula, maxsus dastur, santimetr, diametr, aylana, perimetr, yorug‘lik yili.

**Temptation π in the period of digital electornic devices**

Shahlo Baxtiyorovna Dostova Bukhara State University

**Annotation.** This article gives you some interesting facts, figures and formulas about numbers. Research by a number of scholars, in particular John von Neumann, F.Jenyu, Daniel Shanks, has shed light on interesting data. The table of the first 1000 digits of the number after the comma is given.

**Keywords:** formula, special program, centimeter, diameter, circle, perimeter and light year.

Ushbu maqolada keltirilgan ma’lumotlar rus tilida nashr qilingan “А.В.Жуков. О числе  . Издательство Московского центра непрерывного математического образования. Москва, 2002 г.” kitobidan va internet manbaalaridan olingan hamda

qiziqarli ma’lumotlar, ayrim faktlar, formulalar bilan boyitilgan. Ulardan Matematika fanini o’qitishda, sinfdan tashqari ishlarni tashkil qilishda foydalanish mumkin.

Matematiklardan ham injiqroq kasb egalarini topish mushkul. Oxirgi raqamini topib bo‘lmas ekan, unda nega imkon qadar uzoqroq xonagacha bo‘lgan qiymatni aniqlashga urinib ko‘rmaslik kerak?! Bu orada esa, endi matematiklar ko‘magiga

elektron hisoblash texnikalari kirib kela boshladi.

Kompyuterlar paydo bo’lgach  soni bilan bog’liq hisob kitoblarni tekshirish

imkoni hosil bo’lgan. 1945-yilda paydo bo’lgan elektron hisoblash mashinasi Shenks 528-raqamdan boshlab xato qilganini ko’rsatgan, ya’ni qolgan 128 ta raqam xato bo’lgan [1].

Kompyuterlar paydo bo’lishi bilan  sonining o’nli raqamlarini hisoblash ishlari tezlashib ketgan. Avvaliga matematik Daniel Fergyusson mexanik kalkulyatordan foydalanib, verguldan keyingi raqamlar miqdorini 808-tagacha etkazdi. 1949 yilda esa matematik Jon fon Neyman (1903-1957) boshchiligidagi ilmiy guruh, o‘sha zamon uchun eng ilg‘or EHM sanalgan ENIAK kompyuterida π ni imkon qadar aniq hisoblashga mo‘ljallangan maxsus dastur yozib ishga tushirishdi. Kompyuter dasturni 70 soat davomida qayta ishladi va 2037-ta xonadan iborat natija taqdim etdi. 1958- yilda F.Jenyuu IBM 704 kompyuteri yordamida 10000 ta raqamni hisoblagan. 1961 yilda esa, Daniel Shenks va Jon Renchlar tomonidan IBM 7090 kompyuterining 9 soatlik hisoblashidan keyin, π ning verguldan keyingi dastlabki 100000 (yuz ming) ta raqami aniqlandi. Millionlik dovon esa 1973 yilda, Jan Giyu va M. Buyelar tomonidan SDS7600 kompyuterining deyarli bir kun muddat sarflab bajargan ishidan so‘ng bosib o‘tildi. O‘sha davrdagi kompyuterlarning ishlash tezligi bundan ortig‘iga imkon bermasdi. SDS7600 kompyuterida π ning milliardinchi xonasigacha aniq hisoblash uchun taxminan 25-yilcha vaqt talab qilinardi. 70-yillarda bu narsa imkonsiz deb qaralgan va ayrim pessimist olimlar o‘rtasida π ni hisoblash bo‘yicha chegaraga etib keldik degan fikrlar ham paydo bo‘lgan. Biroq, 1976-yilga kelib mutaxassislar Yudjin Salamin va Richard Brent, matematiklar shohi deb e’tirof etiluvchi olim Gaussning XIX asrdayoq e’tirof etgan gipotezasiga asoslanuvchi, yangi matematik algoritmni ishlab chiqishdi. Uning mohiyati, o‘rta arifmetik va o‘rta geometrik qiymatlarni ketma-ket hisoblab borishga asoslanadi. Ushbu algoritm asosida yotuvchi formulani esa, kompyuter yordamisiz hisoblashning imkoni yo‘q. Biroq, Salamin va Brent formula va uning dasturiy algoritmini keltirib chiqarishga chiqarishdi-yu, lekin uloqni yaponlarga oldirib yuborishdi. O‘sha formula vositasida 1982 yilda Tokio universitetining YAsumasa Kanada boshchiligidagi ilmiy guruhi Salamin va Brent algoritmini HITACHI-M-280H kompyuterida qo‘llab, 30-soatlik ish faoliyatidan keyin 16777206 ta (16 milliondan ziyod!) ta raqam natija bilan butun dunyo matematiklari lol qoldirishdi. Aytish mumkinki, o‘sha yapon olimi YAsumasa Kanada ham, van Seylen kabi “π vasavasasi”ga uchragan bo‘lsa kerak. Zero u o‘shandan buyon π ni maksimal aniq hisoblash bo‘yicha o‘z rekordini takror-takror yangilab kelmoqda. Xususan u 1987 yilda o‘z rekordini 134214700 ga etkazgan edi.

1987-yilda matematiklar Jonatan va Piter Borveynlar ajoyib qatorni topgan:

1  12 { 

(1)*n* (6*n*)!

(*n*!)3 (3*n*)!(5280(236674  30303

 61))3*n*3/ 2





 *n*0

(2121757109 12 1657145277365 

61

 *n*(1377398089 2672 107578229802750))},

61

bu yerda

*n*! 1 2  3… *n* va

0! 1. Bunda birinchi had, ya’ni

*n*  0

bo’lsa, u holda

u  sonining 24 ta o’nli raqamini beradi. Har bir qo’shiluvchi  sonining yangi 25 ta o’nli raqamini aniqlaydi [3].

Jonatan va Piter Borveynlar  sonining o’nli raqamlarini hisoblashning ajoyib

algoritmini tavsiya qilgan. Bu algoritmni bayon qilamiz: Boshlang’ich qiymat sifatida

2

2

*y*0 :

1 va

*a*0 : 6  4

larni qabul qilamiz hamda

*yn*1

ni quyidagi rekkurent

formula yordamida topamiz:

*yn*1

1 4 1 *y* 4

: *n* ,

1 4 1 *y* 4

*n*

*n*  0,1, 2,…

.

Shuningdek,

* *y*

*n*

2

*a*0 , *a*1, *a*2 ,… ketma-ketlik hadlarini

*an*1

 1 *y*

*n*1

4 *a*

 22*n*3 *y*

*n*1

1 *y*

*n*1

*n*1 ,

*n*  0,1, 2,…

1

formula orqali hisoblaymiz. U holda qadamlar soni *n* oshib borishi bilan *an*

 soniga yaqinlashib boradi, ya’ni

soni

0  *an*

 1  22*n*5  *e*22*n*1



baholash o’rinli. Masalan, *a*4

1

had 

sonining 694 ta raqamini beradi.

1986-yilda Devid Beyli Cray-2 superkompyuteri yordamida Jonatan va Piter Borveynlar algoritmidan foydalanib  sonining 29 360 000 ta o’nli raqamini topgan, 1987-yilda Ya. Kanada va uning xodimlari NEC SX-2 superkompyuteridan foydalanib, 134 217 000 ta raqamni aniqlashgan.

1989 yilda asli Kievlik bo‘lgan Nyu-Yorkning Kolumbiya universitetidan aka- uka Devid va Gregori Chudnovskiylar, π xonalari sonini milliard dovonidan o‘tkazish orqali yaponlarning rekordini yangilab qo‘yishdi. Ular 1011196691 ta xonagacha aniqlab Ginnesning rekordlar kitobiga kirishga muvaffaq bo’lishgan. Keyinroq Chudnovskiylar 2-millardlik dovonni (1991 yil) va keyinroq 4-milliardlik marrani ham zabt etishdi (1994-yil). Biroq Kanada boshchiligidagi ilmiy guruh yana rekordni qaytarib oldi. Avvaliga ular 1996 yilda 8-milliardli, 1997 yilda esa 51-milliardlik xonalarni egallashdi. Ta’kidlash joizki, ular foydalangan HITACHI SP2201 superkompyuteri 128 ta protsessorga va 1024 gigabayt operativ xotiraga ega. Shunday ulkan salohiyatli ushbu superkompyuter, 51-milliardlik dovonni egallash uchun 29-soat vaqt sarflagan.

Kanada boshchiligidagi yapon π-chilari bu bilan cheklanib qolishmadi. Ular 2002-yilda trillionlik marrani bosib o‘tishdi (1241100000000). Kanadaning trillionlik rekordi 2009-yilgacha amalda bo‘ldi. Aynan o‘sha yili Kanada jamoasini o‘z vatandoshlari va hamkasblari - Sukuba universiteti olimlari dog‘da qoldirdi. Hisoblashlar T2K Tsukuba System deb nomlanuvchi superkompyuterda bajarilgan. U

har biri to‘rt yadrolik bo‘lgan 640 ta AMD Operton protsessorlari bilan jihozlangan bo‘lib, 73 soat 36 daqiqalik ishlashdan so‘ng, π ning verguldan keyingi 2576980377524 ta xonasini aniq chiqarib bergan. Biroq, Sukubaliklarning rekordi ham uzoqqa bormadi. 2011 yilda Seguro Xonda boshchiligidagi boshqa bir yapon olimlari guruhi 10 trillionlik marrani zabt etdi. 2013 yilda Xondaning o‘zi 12- trillionlik marradan o‘tgan va shu natija hozircha jahon rekordi bo‘lib turibdi. 2014 yilning 7-oktyabr sanasida 13-trillioninchi marradan ham o‘tilgani haqidagi xabarlar OAVda paydo bo‘lgan edi. Biroq hozirgacha bu ma’lumot aniq tasdiqlanganicha yo‘q. SHu sababli, keling Xondaning oxirgi natijasini hozircha rekord sifatida qabul qilib turamiz. Musobaqa esa davom etadi..!

π-vasvasasi uning verguldan keyingi raqamlarini aniq hisoblashga bo‘lgan “π- parastlik” bilan cheklanib qolmaydi. Zamonamizda shuningdek, π ning verguldan keyingi raqamlarini aniq yoddan aytish bo‘yicha ham rekord o‘rnatishga qaratilgan musobaqalar bormoqda. Bu boradagi dastlabki rekordni 1977 yilda Kanadalik matematik Saymon Playfer 4096 ta raqam bilan o‘rnatgan edi. Hozirgi amaldagi rekord egasi esa Hindiston fuqarosi Rajvir Mina bo‘lib, u 2015 yilning 21-mart sanasida 10 soatga yaqin vaqt mobaynida π ning 70000 ta raqamini yoddan aytib berdi!

*Shuncha g‘avg‘o kimga kerak?*

Maqolani o‘qib, sizda π ning verguldan keyingi raqamlarini imkon qadar aniq hisoblash uchun shunchalik jon kuydirish kimga va nima uchun kerak? - degan savollar albatta paydo bo‘lgan bo‘lsa kerak. Haqiqatan ham, π ni shunchalik aniq hisoblashning qanday muhim ahamiyati bor? Taassufki, bu savolning jo‘yali aniq javobi yo‘q. π ni imkon qadar katta aniqlikda hisoblash urinuvchilarning barchasi aslida kimo‘zarga musobaqalashayotgan odamlardir. Aslida al-Xorazmiy bobomiz deyarli bir yarim ming yil avval ta’kidlab ketgan fikr ayni haqiqatdir. YA’ni, kundalik hisob-kitoblar uchun π=3.14 deb, bir oz murakkabroq, masalan, raketa- texnikasi yoki, astronomik hisoblashlar uchun esa π=3.141529 deb olishning o‘zi etarli bo‘ladi. Ayzek Azimovning asarlaridan birida esa quyidagi fikrni ham uchratishimiz mumkin: agar koinotni 80 milliard yorug‘lik yili diametriga ega ulkan sfera deb tasavvur qilsak va π ning verguldan keyingi atiga 35 ta raqami bilan uning ekvatorial aylanasini hisoblasak, olgan natijamiz haqiqiysidan atiga santimetrning milliondan bir ulushiga xato bo‘ladi xolos. Boshqa bir olimlarning fikricha, π ning verguldan keyingi atiga 39 xonalik ko‘rinishi bilan, bizga hozirda ma’lum koinotning aylanasini, proton diametri o‘lchamidagi xatolik bilan aniqlash mumkin ekan.

Quyida  sonining verguldan keyingi dastlabki 1000 ta raqami jadvali

keltirilgan.

 =3. 1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5820974944 | 5923078164 | 0628620899 | 8628034825 | 3421170679 | 8214808651 |
| 3282306647 | 0938446095 | 5058223172 | 5359408128 | 4811174502 | 8410270193 |
| 8521105559 | 6446229489 | 5493038196 | 4428810975 | 6659334461 | 2847564823 |
| 3786783165 | 2712019091 | 4564856692 | 3460348610 | 4543266482 | 1339360726 |
| 0249141273 | 7245870066 | 0631558817 | 4881520920 | 9628292540 | 9171536436 |
| 7892590360 | 0113305305 | 4882046652 | 1384146951 | 9415116094 | 3305727036 |
| 5759591953 | 0921861173 | 8193261179 | 3105118548 | 0744623799 | 6274956735 |
| 1885752724 | 8912279381 | 8301194912 | 9833673362 | 4406566430 | 8602139494 |
| 6395224737 | 1907021798 | 6094370277 | 0539217176 | 2931767523 | 8467481846 |
| 7669405132 | 0005681271 | 4526356082 | 7785771342 | 7577896091 | 7363717872 |
| 1468440901 | 2249534301 | 4654958537 | 1050792279 | 6892589235 | 4201995611 |
| 2129021960 | 8640344181 | 5981362977 | 4771309960 | 5187072113 | 4999999837 |
| 2978049951 | 0597317328 | 1609631859 | 5024459455 | 3469083026 | 4252230825 |
| 3344685035 | 2619311881 | 7101000313 | 7838752886 | 5875332083 | 8142061717 |
| 7669147303 | 5982534904 | 2875546873 | 1159562863 | 8823537875 | 9375195778 |

1857780532 1712268066 1300192787 6611195909 2164201989

 *sonining qiymati hamisha ham 3.1415… ga tengmi?*

Umuman olganda,  sonining qiymati ikkita nuqta orasidagi masofani qanday tanlashdan bog’liq. Quyida biz G. Minkovskiy (1864-1909) va S. Banax (1892-1945) lar tomonidan o’ylab topilgan geometriyaga to’xtalamiz.

Tekislikda fiksirlangan *O* nuqtani tanlaymiz va bu nuqtadan bir birlik uzoqlikda joylashgan nuqtalar to’plamini qaraymiz. Natijada biror yopiq chiziqni - birlik aylanani hosil qilamiz. Agar *O* nuqta birlik aylana ichida joylashgan bo’lib, bu aylana bilan chegaralangan to’plam - birlik doira *O* nuqtaga simmetrik qavariq jism

bo’lsa, u holda bu geometriyada

( *A*, *B*)

ikkita *A* va *B* nuqtalarning funksiyasi

sifatida masofaning barcha aksiomalarini qanoatlantiradi, ya’ni

1) ( *A*, *B*)  (*B*, *A*) ;

2) ( *A*, *B*)  0;

zarur va yetarli;

( *A*, *B*)  0

bo’lishi uchun *A* va *B* nuqtalar ustma-ust tushishi

3) barcha A,B,C lar uchun

( *A*, *B*)  (*B*,*C*)  ( *A*,*C*) o’rinli.

Birlik aylana uzunligini

2 deb belgilaymiz. Minkovskiy - Banax

geometriyasida

3    4

ekanligini va  soni bu oraliqdagi istalgan qiymatni qabul

qilishi mumkinligini ko’rsatamiz.

*A* orqali markazi *O* nuqtada bo’lgan *S -*birlik aylanani istalgan nuqtasini, *A*1 orqali esa unga diametr bo’yicha qarama-qarshi joylashgan nuqtani belgilaymiz (1- rasm).



1-rasm

*AO* vektor *S* chiziq bo’yicha shunday uzluksiz harakatlantiriladiki, uning

boshlang’ich nuqtasi *A* bo’lgan

*AA*1 ni ifodalaydi, uning oxirgi nuqtasi bo’lgan *O*

nuqta *S* ning ichidan boshlanuvchi va *S* dan tashqarida joylashgan *O*1

nuqtada

tugaydigan uzluksiz chiziqni ifodalaydi, bunda

*A*1*O*1  *AO* . Shu sababli, bu vektorning

shunday *BC* holati topilib, uning boshlang’ich nuqtasi *B* va oxirgi nuqtasi *C* lar *S*

aylanaga tegishli bo’ladi. *OABC* va uchun

*OA*1*CB* to’rtburchaklar parallelogram bo’lganligi

( *A*, *B*)  (*O*, *C*)  1,

(*B*, *C*)  ( *A*, *O*)  1 ,

( *A*1, *C*)  (*O*, *B*)  1

munosabatlar o’rinlidir. Demak, Minkovskiy-Banax geometriyasida *S* birlik

aylanaga ichki chizilgan markazga nisbatan simmetrik

*ABCA*1*B*1*C*1

qavariq

oltiburchakning peremetri 6 ga teng ekan. Shu sababli *S* aylana uzunligi 6 dan kichik

emas.

2  6,   3.

Endi

  4 ekanligini ko’rsatamiz. *S* aylanaga ichki chizilgan markazi *O*

nuqtada bo’lgan barcha parallelogrammlarni qaraymiz, hamda ular orasidan yuzasi

eng kattasini tanlab, uni

*MNM* 1 *N*1

orqali belgilaymiz.

*MNM* 1 *N*1 parallelogrammga

tomonlari

*MM* 1 va

*NN*1 dioganallarga parallel bo’lgan *PQRT* parallelogramni tashqi

chizamiz. Mabodo *S* chiziq

*MM* 1

chiziqdan *PQ* chiziqqa joylashgan *U* nuqtadan

o’tganda edi, u holda

*MUM* 1*U*1

parallelogrammning yuzasi

*MNM* 1 *N*1

parallelogramm

yuzasidan katta bo’lar edi. Bu esa

*MNM* 1 *N*1

ning aniqlanishiga ko’ra mumkin emas.

Shunday qilib, *S* chiziq *PQRT* parallelogramm ichida yotar ekan. Ikkinchi

tomondan,

 (*P*, *Q*)   (*M* , *M*1)  2 va

 (*Q*, *R*)  (*M* , *M*1)  2

bo’lgani uchun

Minkovskiy-Banax geometriyasida *PQRT* parallelogramm peremetri 8 ga teng. ya’ni   4 ekan.

2  8

 soni 3;4

kesmadagi ixtiyoriy qiymatni qa’bul qilishi mumkin ekanligini

ko’rsatish uchun *S* birlik aylana sifatida peremetri

2 ga teng markazga nisbatan

simmetrik istalgan qavariq figurani olamiz. Agar *S* - muntazam oltiburchak bo’lsa, u

holda

  3

bo’ladi; agar *S* - kvadrat bo’lsa, u holda

  4

bo’ladi; agar *S* odatdagi

(Evklid geometriyasidagi) aylana bilan ustma-ust tushsa, u holda bo’ladi.

  3,14159…

XVIII asr oxirida Iogann Lambert (1728-1777) va Adrien Lejandr (1752-1833) lar  sonining irratsional ekanligini, ya’ni uni ikkita butun sonning nisbati ko’rinishda tasvirlab bo’lmasligini isbotlagan. 1882-yilda matematik Fernando Lindeman (1852-1939) tomonidan  sonning transendent ekanligi, ya’ni u butun koeffisientli birorta ko’phadning yechimini bo’la olmasligi isbotlangan.

 soni bilan bog’liq ikkita formulani bayon qilamiz:

2  2  2  2  2  2  2 …

 2 2

2 - Viyet formulasi

  2  2  4  4  6  6  8  8 …

2 1 3 3 5 5 7 7 9

- Vallis formulasi

Ushbu

1  1  1

 1 …

12 22 32 42

yig’indining aniq qiymatini topish masalasi Bazel muammosi nomi bilan

 2

mashhur bo’lib, uning qiymati 6 ga tengligi L. Eyler tomonidan isbotlangan.

Quyida  soni bilan bog’liq misollardan namunalar keltiramiz.

1-Misol. Birlik diametrga ega bo’lgan aylanaga ichki chizilgan *n* burchak

peremetrini *pn* orqali, tashqi chizilgan muntazam *n* burchak peremetrini esa *Pn*

bilan

belgilaymiz. *pn* , *Pn* 

kesmani teng uchta bo’lakka ajratamiz. Istalgan *n* natural soni

*p*    2 *p*  1 *P*

uchun  soni 1-bo’lakka tegishli bo’lishini, ya’ni *n*

ko’rsating. (Bu tasdiq Gyuygens tomonidan topilgan).

3 *n* 3 *n*

ekanligini

  2 *p*  1 *P*

*n*

Yechish:

3 *n* 3

ekanligini isbotlaymiz.

*x* 0;  

Avvalo, barcha

2

 

  lar uchun

3

*x*

*tgx*  *x* 

sin *x*  *x*  *x*

3 (1) va 6 (2)

3

tengsizliklar o’rinli ekanligini ko’rsatamiz.

*x*3

*f* (*x*)  *tgx*  (*x* 

)

3 funksiya hosilasini topamiz:

*f* '(*x*) 

1

cos2 *x*

 (1 *x*2 )  *tg* 2 *x*  *x*2.



Birlik aylananing *n*

markaziy burchakka tortilgan *OAB* sektorni va *AC* kateti bu

sektor yoyiga urinuvchi *OAC* to’g’ri burchakli uchburchakni qaraymiz (2-rasm).



2-rasm

Ko’rinib turibdiki, *OAC* ning yuzasi *OAB*ning yuzasidan kattadir va shu sababli

*x* 0;  

*tgx*  *x*

2

tengsizlik o’rinlidir. Demak, barcha

 

  larda

*f* '(*x*)  0

tengsizlik o’rinli,

ya’ni *f -* o’suvchi funksiya ekan. Shu sababli tengsizlikni hosil qilamiz.

*f* (*x*)  *f* (0)  0

munosabatdan (1) -

*x*3

(2) - tengsizlikni isbotlash maqsadida ushbu funksiyani kiritamiz. U holda

*g*(*x*)  sin *x*  (*x*  )

6

yordamchi

*x*2 *x* 0;  

*g*'(*x*)  cos *x* 1 ,

2

*g*"(*x*)  sin *x*  *x*  0

,

 

  .

2

*AB*  *x*

yoy uzunligi

*AD*  sin *x* perpendikulyar uzunligidan katta bo’lgani uchun

*x*  sin *x* . Shu sababli

*g*"(*x*)  0 . Demak,

*g*'(*x*)  o’suvchi funksiya ekan. Agar

*g*'(*x*)  *g*'(0)  0

ekanligini hisobga olsak, u holda

*g*()

ham o’suvchi funksiya

*x* 0;  

ekanligini hosil qilamiz. Shunday qilib, barcha

2

1. - tengsizlik o’rinli ekan.
	1. va (2) tengsizliklardan foydalanib,

 

  larda

*g*'(*x*)  *g*'(0)  0

, ya’ni

    3   3

2*n* sin  *ntg*

2 1 *n n*

2*n*( *n*  6*n*3 )  *n*( *n*  3*n*3 )

3 *pn*  3 *Pn*  3  3  

munosabatlarni hosil qilamiz.

*pn*  

tengsizlikni o’quvchilar mustaqil isbotlashi uchun tavsiya qilamiz.

Bundan tashqari o’quvchilar

lim

*pn*    2

*n*   *pn*

tenglik o’rinli ekanligini ham mustaqil tekshirib ko’rishlari mumkin. 2-Misol. Quyidagi

*arctg*1  *arctg* 1  *arctg* 1  *arctg* 1  *arctg* 1  *arctg* 1 …

2 5 13 34 89

tenglikni isbotlang. Bunda tenglikning o’ng tomonidagi kasrlarning maxrajlari toq o’rindagi Fibonachchi sonlaridir.

Yechish:

Avvalo ushbu

*arctg* 1  *arctg* 1  *arctg* 1 ,

*n*  1, 2,…

*u*2*n*

*u*2*n*1

*u*2*n*2

(3)

tenglikni isbotlaymiz, bunda

*uk* orqali *k -* o’rindagi Fibonachchi soni

belgilangan. Matematik induksiya usulidan foydalanib Fibonachchi sonlari uchun

*u*2*n*1*u*2*n*2  *u*2*nu*2*n*3  1

xossasini isbotlash mumkin (mustaqil isbotlang). Bu tenglikni

1  *u*2*n*3

 *u*2*n*1  *u*2*n*2 

1

*u*2*n*1

 1

*u*2*n*2

*u*2*n u*2*nu*2*n*2 1

*u*2*n*1*u*2*n*2 1

1  1 1

kabi yozib olamiz. So’ngra

*arctg x*  *y*

1 *xy*

 *arctgx* *arctgy*

*u*2*n*1 *u*2*n*2

(*xy*  1),

ayniyatdan foydalanib (3) ni hosil qilamiz.

*n*  1, 2, … uchun

*arctg*

1

*u*2*n*

ga (3) tenglikni cheksiz marta qo’llaymiz:

  1  1  1  1  1  1  …

4 *arctgu* 2 *arctgu* 3 *arctgu* 4 *arctgu* 3 *arctgu* 5 *arctgu* 6

1 1 1 1

…  *arctgu*

3



*arctgu* 5

…  *arctgu*

2*n*1

 

*arctgu* 2*n*

 1  1 …  1  1  1  …

*arctgu* 3

1

*arctgu* 5

1

*arctgu* 2*n*1

1

*arctgu* 2*n*1

*arctgu* 2*n*2

…  *arctgu*

3



*arctgu* 5

 …

*arctgu* 7

Isbot tugadi.

O’quvchilar mustaqil yechishlari uchun quyidagi misollarni tavsiya qilamiz: Isbotlang(1-3).

*arctgx*  *arctg* 1  

1. *x* 2 .

arccos *x*  arcsin *x*  

2. 2 .

cos  cos 2 cos 3 …cos12 cos13

  1

3. 15 15 15

15 15

214

1. Agar ko’rsating.

*arctgx*  *arctgy*  *arctgz*  

bo’lsa, u holda

*x*  *y*  *z*  *xyz* ekanligini

*arctgx*  *arctgy*  *arctgz*  

1. Agar 2

ko’rsating.

bo’lsa, u holda

*xy*  *yz*  *zx*  1

ekanligini

 *soni bilan bogliq ba’zi qiziqarli faktlar*

1. Har yilning 14-mart sanasi xalqaro π-kuni sifatida nishonlanadi. CHunki bu sana yilning 3- oyining 14-sanasi, ya’ni, 3.14 ga to‘g‘ri keladi. Joriy yilning 14-mart sanasi esa bu borada yanada katta muvofiqlikdagi π-kuni sifatida o‘tdi (ya’ni, 3.14.15).
2. 1894 yilda asli kasbi vrach bo‘lgan Edvard Gudvin ismli shaxs, AQSH senatiga π soni 3.2 ga teng ekanini qat’iy tasdiqlovchi qonun loyihasini (bill №246) taqdim etgan. Allambalo davlat lavozimlarini egallovchi kibor senatorlardan birortasi, ushbu ahmoqona va kulgili hujjat loyihasi mohiyati tabiat qonunlariga zid ekanini fahmlamagan. Faqatgina senat majlisiga tasodifan kirib qolgan bir matematik olim butun AQSH qonunchiligi va senatini sharmandagarchilikdan qutqarib qolgan. Hozirda mazkur hujjat loyihasiga “ko‘rib chiqilishi muddatsiz kechiktirilgan!” tamg‘asi bosilgan holda saqlanmoqda.

Hozirgi vaqtda π sonini amaliy tadbig‘i juda ham kengaygan. Masalan, matematikaning ixtiyoriy yo‘nalishi: matematik analiz, oliy algebra, chiziqli algebra, differensial tenglamalar, funksional analiz, variasion hisob va shu kabi fanlarda hamda matematikani o‘qitishga bag‘ishlangan ilg‘or pedagogik texnologiyalar yortilgan va ilmiy izlanishlar olib borilgan maqolalarda [2-30] keng foydalanilgan.

Maqolada keltirilgan ma'lumotlar talabalar tomonidan ijobiy baholanib kelinmoqda. Hozirgi vaqtda nazariyaning amaliy tadbiqlari kengligi va dolzarbligini inobatga olib, kelgusida matematikani boshqa fanlar bilan integratsiyasi bo‘yicha ma'lumotlarni tahlil qilish va ularni yoritish maqsadga muvofiq hisoblanadi.

# Foydalanilgan adabiyоtlar

1. А.В.Жуков. О числе  . Издательство Московского центра непрерывного математического образования. Москва, 2002 г.
2. Умарова У.У. (2021). “Жегалкин кўпҳади” мавзусини ўқитишда “Зинама-зина” методини қўллаш технологияси. Scientific progress. 2 (6), 1639- 1644 б.
3. Умарова У.У. (2021). “Примитив рекурсив функциялар” мавзусини ўқитишда “Бумеранг” технологияси. Scientific progress. 2 (6), 890-897 б.
4. Расулов Т.Х., Бахронов Б.И. (2015). О спектре тензорной суммы моделей Фридрихса. Молодой учёный. Том 89, № 9, С. 17-20.
5. Дилмуродов Э.Б. (2017). Числовой образ многомерной обобщенной модели Фридрихса. Молодой ученый. №15, С. 105-106.
6. Дилмуродов Э.Б. (2016). Квадратичный числовой образ одной 2x2 операторной матрицы. Молодой ученый, №8, C. 7-9.
7. Дилмуродов Э.Б. (2018). Спектр и квадратичный числовой образ обобщенной модели Фридрихса. Молодой ученый, №11, C. 1-3.
8. Умарова У.У. (2021). “Тўпламлар назарияси” мавзусини ўқитишда “Кластер” ва “Пазл” методлари. Scientific progress. 2 (6), 898-904 б.
9. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. (2020). Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. Academy. 55:4, pp. 65-68.
10. Расулов Т.Х. (2020). Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения. Наука, техника и образование. 73:9, С. 74- 76.
11. Расулов Т.Ҳ., Расулов Х.Р. (2021). Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишга доир методик тавсиялар. Scientific progress. 2:1, 559-567 бетлар.
12. Boboyeva M.N. (2021). Maktablarda “matematika” fanini o’qitish va uni takomillashtirish istiqbollari. Science and Education. 2 (8), 486-495 b.
13. Boboyeva M.N. (2021). Maktab matematika darslarida misol-masalalar yechish orqali turli kasblarga oid ma’lumotlarni singdirish. Science and Education. 2 (8), 496-504 b.
14. Boboyeva M.N. (2021). Differensial hisobning iqtisodda qo’llanilishini takomillashtirish istiqbollari. Science and Education. 2 (8), 476-485 b.
15. Mardanova F.Ya. (2021). Matematika fani olimpiadalarida tayyorlash bo’yicha uslubiy ko’rsatmalar. Science and Education. 2 (9), 297-308 b.
16. Boboeva M.N., Rasulov T.H. (2020). The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. Academy. 55:4, pp. 68-71.
17. Тошева Н.А. (2021). Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества. Проблемы педагогики. 53:2, С. 31- 34.
18. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // *XXX Крымская Осенняя Математическая Школа- симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019*, c. 197-199.
19. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче для уравнения гиперболического типа // *«Комплексный анализ, математическая Физика и нелинейные уравнения» Международная научная конференция Сборник тезисов Башкортостан РФ* (оз. Банное, 18 – 22 марта 2019 г.), с.65-66.
20. Расулов Т.Х., Бахронов Б.И. (2015). О спектре тензорной суммы моделей Фридрихса. *Молодой учёный.* № 9, С. 17-20.
21. Ахмедов О.С. (2021). Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p. 523-530.
22. Ахмедов О.С. (2021). Определение предмета и место математики в системе наук. Scientific progress. 2:4, p. 531-537.
23. Umirqulova G.H. (2021). Qutb kordinatalar sistemasi yordamida Fridrixs modelining xos sonlarini o’rganish. Science and Education. 2 (7), 7-17 b.
24. Умиркулова Г.Х. (2020). Использование Mathcad при обучении теме

«квадратичные функции». Проблемы педагогики. № 6 (51), С. 93-95.

1. Авезов А.Х. (2021). Некоторые численные результаты исследования трехмерных турбулентных струй реагирующих газов. Молодой ученый. №12, С. 1-2.
2. Умарова У.У. “Мулоҳазалар алгебраси асосий тенг кучли формулалари” мавзусини ўқитишда “Ақлий хужум” ва “Сase Study” методлари

// Scientific progress, **2**:6 (2021), p. 818-824.

1. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим рационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши ҳақида // *Science and Education, scientific journal*, 2:10 (2021), р. 586-595.
2. Хайитова Х.Г. (2020). Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету

«Функциональный анализ». Вестник науки и образования, 94:16-2, С. 25-28.

1. Ахмедов О.С. (2021). Методы организации работы с одаренными учащимся. Science and Education. 2 (10), 239-248 b.
2. Kurbonov G.G., Rasulov T.H. (2020). Essential and discrete spectrum of the three-particle model operator having tensor sum form. *Academy*. 55:4, pp. 8-13.

# References

1. A. V. Zhukov. About the number. Publishing house of the Moscow Center for Continuous Mathematical Education. Moscow, 2002
2. Umarova U.U. (2021). Technology of using the method "Step by step" in teaching the topic "Jegalkin increases". Scientific progress. 2 (6), 1639-1644 b.
3. Umarova U.U. (2021). Boomerang technology in the teaching of "Primitive recursive functions". Scientific progress. 2 (6), 890-897 b.
4. Rasulov T.Kh., Bakhronov B.I. (2015). On the spectrum of the tensor sum of Friedrichs models. Young scientist. Volume 89, No. 9, pp. 17-20.
5. Dilmurodov E.B. (2017). Numerical image of the multidimensional generalized Friedrichs model. Young scientist. No. 15, S. 105-106.
6. Dilmurodov E.B. (2016). Quadratic numeric image of one 2x2 operator matrix. Young scientist, no. 8, pp. 7-9.
7. Dilmurodov E.B. (2018). Spectrum and quadratic numerical range of the generalized Friedrichs model. Young scientist, no. 11, pp. 1-3.
8. Umarova U.U. (2021). "Cluster" and "Puzzle" methods in teaching the topic "Collection Theory". Scientific progress. 2 (6), 898-904 b.
9. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. (2020). Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. Academy. 55: 4, pp. 65-68.
10. Rasulov T.Kh. (2020). Innovative technologies for studying the topic of linear integral equations. Science, technology and education. 73: 9, pp. 74-76.
11. Rasulov T.H., Rasulov X.R. (2021). Methodical recommendations for teaching the department of functions with limited variability. Scientific progress. 2: 1, pages 559-567.
12. Boboyeva M.N. (2021). Prospects for improving the teaching of "mathematics" in schools. Science and Education. 2 (8), 486-495 b.
13. Boboyeva M.N. (2021). Incorporate knowledge of different professions through problem-solving in school math classes. Science and Education. 2 (8), 496- 504 b.
14. Boboyeva M.N. (2021). Prospects for improving the application of differential calculus in the economy. Science and Education. 2 (8), 476-485 b.
15. Mardanova F.Ya. (2021). Guidelines for preparation for Mathematical Olympiads. Science and Education. 2 (9), 297-308 b.
16. Boboeva M.N., Rasulov T.H. (2020). The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. Academy. 55: 4, pp. 68-71.
17. Tosheva N.A. (2021). Using the brainstorming method in a complex analysis lesson and its advantages. Problems of pedagogy. 53: 2, pp. 31-34.
18. Rasulov Kh.R. On a nonlocal problem for an equation of hyperbolic type // XXX Crimean Autumn Mathematical School-Symposium on Spectral and Evolutionary Problems. Collection of materials of the international conference KROMSH-2019, p. 197-199.
19. Rasulov Kh.R. On a boundary value problem for an equation of hyperbolic type // "Complex analysis, mathematical physics and nonlinear equations" International scientific conference Collection of abstracts Bashkortostan RF (Lake Bannoe, March 18-22, 2019), pp.65-66.
20. Rasulov T.Kh., Bakhronov B.I. (2015). On the spectrum of the tensor sum of Friedrichs models. Young scientist. No. 9, pp. 17-20.
21. Akhmedov O.S. (2021). The advantages of the historical genetic method in teaching mathematics. Scientific progress. 2: 4 (2021), p. 523-530.
22. O.S. Akhmedov. (2021). Definition of the subject and the place of mathematics in the system of sciences. Scientific progress. 2: 4, p. 531-537.
23. Umirqulova G.H. (2021). Study the unique numbers of the Friedrichs model using the polar coordinate system. Science and Education. 2 (7), 7-17 b.
24. Umirkulova G.Kh. (2020). Using Mathcad when teaching the topic "quadratic functions". Problems of pedagogy. No. 6 (51), pp. 93-95.
25. Avezov A.Kh. (2021). Some numerical results of the study of three- dimensional turbulent jets of reacting gases. Young scientist. No. 12, S. 1-2.
26. Umarova U.U. “Brainstorming” and “Sase Study” methods in teaching the topic “Basic equally powerful formulas of reasoning algebra” // Scientific progress, 2: 6 (2021), p. 818-824.
27. Rasulov X.R., Sobirov S.J. On the use of interactive methods in solving some rational equations // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p. 586-595.
28. Khayitova Kh.G. (2020). Using the heuristic method when explaining the topic "Continuous linear operators" in the subject "Functional analysis". Bulletin of Science and Education, 94: 16-2, pp. 25-28.
29. Akhmedov O.S. (2021). Methods of organizing work with gifted students. Science and Education. 2 (10), 239-248 b.
30. Kurbonov G.G., Rasulov T.H. (2020). Essential and discrete spectrum of the three-particle model operator having tensor sum form. Academy. 55: 4, pp. 8-13.